



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

MARCOS ANTONIO FERREIRA DA SILVA

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ENSINO DE EQUAÇÕES
QUADRÁTICAS:** Uma discussão sobre as propostas em livros didáticos

Caruaru

2022

MARCOS ANTONIO FERREIRA DA SILVA

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ENSINO DE EQUAÇÕES

QUADRÁTICAS: Uma discussão sobre as propostas em livros didáticos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada/o em Matemática.

Área de concentração: Ensino
(Matemática)

Orientador: Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha.

Caruaru

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Marcos Antonio Ferreira da.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ENSINO DE
EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: Uma discussão sobre as propostas em livros
didáticos / Marcos Antonio Ferreira da Silva. - Caruaru, 2022.

57 : il., tab.

Orientador(a): Cristiane de Arimatéa Rocha

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2022.

1. Equações quadráticas. 2. História da Matemática. 3. Livros didáticos. 4.
Ensino fundamental. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

MARCOS ANTONIO FERREIRA DA SILVA

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ENSINO DE EQUAÇÕES
QUADRÁTICAS:** Uma discussão sobre as propostas em livros didáticos

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática-
Licenciatura da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial
para a obtenção do grau de Licenciada/o
em Matemática.

Aprovado em: 08/11/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. M^a. Luana Rafaela da Silva Costa (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho primeiramente a Deus, pois ele quem me deu forças
para continuar durante todo o curso.

Dedico a meus pais e irmãos que sempre me incentivaram a continuar
estudando.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças para chegar até aqui.

A meus pais e irmãos por seu incentivo e ajuda em todos os momentos que precisei.

A minha noiva, que em todos os momentos me cobrava a conclusão desse trabalho e me apoiou em tudo que foi possível e não me deixou desistir, quando pensei nisso.

A todos os amigos e amigas que encontrei na UFPE e vou levar para toda a vida.

A todos os Professores do curso de licenciatura em matemática, tiveram grande importância na minha formação, também a todo o corpo de funcionários de UFPE, que indiretamente participaram da minha formação.

E agradecer principalmente a minha orientadora, professora Cristiane, que com toda a paciência do mundo, mesmo com os meus sumiços e atrasos, me orientou até a conclusão desse trabalho.

Finalizando, agradeço a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, meu muito obrigado.

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade analisar o uso da história da matemática como recurso didático para o ensino de equações quadráticas proposto por livros didáticos do Ensino Fundamental. Com vistas a aprofundar a discussão dessa temática, construímos um referencial que discute a História da Matemática enquanto recurso didático, autores como Boyer (1974), Vianna (1995), D'Ambrósio (1999), Pedroso (2010), Roque (2012) e Muniz (2020) são alguns nomes que contribuíram para realização dessa pesquisa. Abordamos o ensino de equações quadráticas, utilizando e discutindo a história por trás da resolução de equações quadráticas. A pesquisa possui caráter exploratório com uma abordagem qualitativa, resultando em um apanhado histórico sobre o desenvolvimento da resolução de equações polinomiais do segundo grau, o uso da história da matemática como recurso didático e uma análise do capítulo de equações do segundo grau de cinco livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental aprovados no PNLD 2020. Observamos como a história da matemática está presente nos livros e verificamos que está presente em todos os livros, mesmo que de forma bem simplificada.

Palavras-chave: História da matemática; Equações Quadráticas; Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

The present study aims to analyze the use of the history of mathematics as a didactic resource for the teaching of quadratic equations proposed by elementary school textbooks. In order to deepen the discussion of this theme, we built a framework that discusses the History of Mathematics as a didactic resource, authors such as Boyer (1974), Vianna (1995), D'Ambrósio (1999), Pedroso (2010), Roque (2012) and Muniz (2020) are some names that contributed to this research, we approach the teaching of quadratic equations, using and discussing the story behind the resolution of quadratic equations. The research has an exploratory character with a qualitative approach, resulting in a historical overview of the development of the resolution of second degree equations, the use of the history of mathematics as a didactic resource and an analysis of the second degree equations chapter of five didactic books of the 9th year of elementary school approved in PNLD 2020, we discussed how the history of mathematics is present in books and we identified that it is present in all books, even if in a very simplified way..

Keywords: History of Mathematics; Quadratic Equations; Teaching and learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Completando Quadrado da equação $x^2 + 12x = 64$	32
Figura 2 –	Página 94, livro A Conquista da Matemática.....	38
Figura 3 –	Exemplo de HM como estratégia didática no livro A Conquista da Matemática.....	39
Figura 4 –	Exemplo de HM como curiosidade sobre equação no livro Trilhas da Matemática.....	41
Figura 5 –	Exemplo de HM em atividades no livro Trilhas da Matemática.....	42
Figura 6 –	História da Matemática enquanto motivação para equação no livro Trilhas da Matemática.....	43
Figura 7 –	História da Matemática enquanto informação sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia	45
Figura 8 –	HM enquanto uso imbricado sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia.....	46
Figura 9 –	HM enquanto estratégia didática sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia.....	46
Figura 10 –	HM enquanto motivação sobre equação no livro Matemática Essencial.....	47
Figura 11 –	HM enquanto estratégia didática sobre equação do livro Matemática Essencial.....	48
Figura 12 –	HM enquanto motivação sobre equação no livro Telaris Matemática.....	50
Figura 13 –	HM enquanto informação sobre equação no livro Telaris Matemática.....	51
Figura 14 –	HM enquanto atividades sobre equação, livro Telaris Matemática.....	51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Resolução de Bhaskara e atual.....	30
Quadro 2 -	Características dos livros/ capítulos analisados.....	36
Quadro 3 -	História da Matemática no capítulo de equação do livro A Conquista da Matemática.....	37
Quadro 4 -	História da Matemática no capítulo de equação do livro Trilhas da Matemática.....	40
Quadro 5 -	História da Matemática no capítulo de equação do livro Realidade & Tecnologia.....	44
Quadro 6 -	História da Matemática no capítulo de equação do livro Matemática Essencial.....	47
Quadro 7 -	História da Matemática no capítulo de equação do livro Tellaris Matematica.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS

HM – História da Matemática

IM – Investigação Matemática

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PCN – Parâmetros curriculares nacionais

TDIC – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS.....	19
2.1	Objetivo Geral	19
2.2	Objetivos Específicos	19
3	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO	20
3.1	O uso de História da matemática no Livro didático	24
4	EQUAÇÕES QUADRÁTICAS E MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DESENVOLVIDOS DURANTE A HISTÓRIA	28
4.1	Método de Resolução proposto por Viéte (1540-1603).....	28
4.2	Método de Resolução proposto por Bhaskara (1114 - 1185)	29
4.3	Método de Resolução proposto por Al-Khowarizmi (780-850)	31
5	METODOLOGIA	34
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	37
6.1	Presença de HM nas equações quadráticas no livro A Conquista da Matemática.....	37
6.2	Presença de HM nas equações quadráticas no livro Trilhas Da Matemática.....	40
6.3	Presença de HM nas equações quadráticas no livro Matemática: Realidade & Tecnologia	44
6.4	Presença de HM nas equações quadráticas no Livro Matemática Essencial	47
6.5	Presença de HM nas equações quadráticas no livro Telaris Matemática.....	49
6.6	Comparativo das coleções	52
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
	REFERÊNCIAS.....	55

1 INTRODUÇÃO

Compreende-se que o ensino de Matemática deve proporcionar reflexão, levando o aluno a investigar os questionamentos existentes na época de sua criação/descoberta e discuti-los na contemporaneidade. A matemática durante muitos anos fascina os estudiosos, pois “está presente em todos os campos do conhecimento e se faz necessária em qualquer atividade humana” (LORENZATO, 2008, p. 53).

Com essa intenção, entende-se a necessidade da utilização de algum recurso didático que possa contextualizar e criar o enfoque investigativo na matemática, desse modo, dentre os vários recursos disponíveis, focalizamos a discussão da presente pesquisa na História da Matemática. De acordo com Santos, Mello, Lima, Wilsmann, Fernandes e Moraes (2011, p. 1), na busca por tendências para o ensino de matemática, a História da Matemática (HM) “auxilia na construção do conhecimento e na evolução dos conceitos matemáticos”.

A partir de experiências vivenciadas anteriormente enquanto professor, observamos que ao estudar e utilizar a história da matemática na sala de aula, o aluno adquire outra percepção sobre a fórmula que acabou de escrever. Tal percepção promove a noção de que a fórmula foi elaborada/descoberta a partir de um problema existente, criada por um ser humano, o que proporciona uma maior aproximação com o universo da Matemática. Essas experiências que utilizam a HM na sala de aula proporcionam, segundo Farago (2003), a compreensão sobre “[...]a origem das ideias que deram forma à nossa cultura e observar também os aspectos humanos do seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas ideias e estudar as circunstâncias em que elas se desenvolveram” (FARAGO, 2003, p.17).

Nesse sentido, o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos utilizando a história pode auxiliar na discussão de outros modos de pensar e na resignificação desse conteúdo, e se constitui “um valioso instrumento para o ensino aprendido da própria matemática” (FARAGO, 2003, p.17).

Com base nessa perspectiva foi percebida a necessidade do desenvolvimento deste trabalho. A partir do exposto delineamos a estrutura básica dessa pesquisa:

O presente trabalho se inicia nesse capítulo introdutório, com um breve resumo sobre a estrutura do trabalho, apresentação da temática, também com a justificativa desta temática, destacando a importância da história da matemática no ensino.

O segundo capítulo apresenta o objetivo geral e os específicos deste trabalho, logo em seguida, no terceiro capítulo terá uma abordagem sucinta sobre a importância da história da matemática, sua relação com o livro didático, como também, alguns tipos de resoluções de equações quadráticas, pontos importantes exemplificando como essa temática está sendo estudada.

No capítulo metodológico encontram-se os detalhes de como essa pesquisa ocorrerá, iniciando com uma pesquisa bibliográfica exploratória. No penúltimo capítulo realizamos a análise qualitativa de (05) cinco livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental.

Por último, as considerações finais, em que são observados os resultados obtidos na pesquisa, se os objetivos foram alcançados e como a pesquisa contribuiu para a formação do autor.

Autores como Boyer (1974), Vianna (1995), D'Ambrósio (1999), Garbi (2009), Pedroso (2010), Roque (2012), Brito e Heisig (2016), Santos (2017), Guedes (2019) e Muniz (2020) compõem parte do aporte teórico para realização dessa pesquisa.

A partir desses autores justifica-se o uso da história da matemática como recurso didático para o ensino de matemática, pois “as equações quadráticas possuem uma longa história envolvendo muitos matemáticos importantes, de diversas civilizações, que se preocuparam em solucioná-las” (BRITO; HEISIG, 2016, p.3), logo, há uma história rica em informações que pode ser utilizada para ressignificar o conteúdo de equações quadráticas.

De acordo com a BNCC (2017) o primeiro encontro do aluno com esse conteúdo é no 8º ano do ensino fundamental, entretanto, a partir do 9º ano que a equação quadrática tem um enfoque maior, desse modo, neste trabalho foram escolhidos 05 (cinco) livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental para serem analisados.

A presente pesquisa refere-se ao ensino de equações quadráticas por meio do recurso de história da matemática. Essas equações são representadas algebricamente por $ax^2 + bx + c = 0$, possuem como um dos seus métodos resolutivos, comumente utilizado e conhecido erroneamente no Brasil por fórmula

de Bhaskara (ROQUE, 2012), esse método consiste em calcular o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac, \text{ depois aplicar na fórmula a seguir: } x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Segundo Boyer (1974), Bhaskara (1114 - 1185) foi o mais importante matemático do século XII dentre tantos outros que surgiram na Índia na mesma época, mas não foi o “criador” desse método resolutivo geralmente utilizado no ensino desse conteúdo. A fim de conhecer um pouco da história que envolve esse conteúdo matemático, discutimos no capítulo do referencial teórico mais informações sobre as contribuições de Bhaskara para a Matemática.

Segundo Dante (1996), o livro didático de matemática, objeto de pesquisa deste trabalho é um recurso didático muito importante para o processo de ensino e aprendizagem, pois fornece elementos necessários para auxiliar o professor durante o ano letivo, com o conteúdo disposto de forma sequencial, fornecendo o essencial para o professor com poucos recursos disponíveis ou com formação inadequada. Dante (1996) pondera, ressaltando que a aula não deve ser exclusivamente por meio do livro didático, que este deve servir como um recurso didático e “com base no conhecimento do aluno e no contexto social em que está inserida a escola, o professor modifica, complementa, insere novos problemas, atividades e exercícios àqueles do livro didático” (DANTE, 1996, p. 89).

Com base nas informações anteriores, a problemática da presente pesquisa está em responder, *como a história da matemática está sendo introduzida no capítulo de equações quadráticas nos livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental?*

A escolha desta temática como objeto de pesquisa se deu inicialmente por interesse pessoal, com o intuito de responder à pergunta dos discentes: ‘*Para que serve isso?*’. Esse tipo de questionamento marcante e recorrente durante toda a vivência pessoal do pesquisador enquanto aluno da educação básica e enquanto professor, durante o Programa Institucional de Residência Pedagógica¹ da UFPE.

¹ O Programa Residência Pedagógica da Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) tem por objetivo estimular a relação teoria e prática nos cursos de licenciatura e faz parte da política nacional de formação de professores. A UFPE teve seu projeto institucional aprovado nos editais de 2018, 2020 e 2022. Esse projeto permitiu a imersão de residentes (licenciandos) no ambiente escolar, e desenvolve dentre outras funções atividades de regência de aula, acompanhado do preceptor (professor da educação básica). Desse modo, encontros formativos para a discussão do planejamento e avaliação dos recursos e propostas realizadas sob a coordenação do Docente Orientador (professor da UFPE).

Lorenzato (2008) já falava sobre esses questionamentos dos alunos durante o ensino de matemática, uma “pesquisa com cerca de 1700 professores (LORENZATO, 1993) mostrou que existem cerca de 100 diferentes porquês propostos pelos alunos referentes ao programa de matemática do ensino fundamental e médio” (LORENZATO, 2008, p. 91), neste trabalho entendemos a história da matemática como um recurso didático que auxilia o professor de matemática a responder esses porquês.

O uso da história da matemática enquanto recurso didático é objeto de estudo de vários pesquisadores, dada a sua importância para o processo de ensino e aprendizagem. Está presente nos documentos curriculares oficiais que direcionam a educação em todo o país, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que confirmam a importância dessa ressignificação:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p.42).

Também é elencado o uso da história da matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), evidenciando a ressignificação do conteúdo como método para tornar a matemática reflexiva e interessante aos olhos dos alunos.

[...] é importante incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2017, p. 298).

Observa-se que os documentos oficiais defendem que a história da matemática auxilia na contextualização, facilitando assim a compreensão do conteúdo, uma vez que “o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno” (BRASIL, 1998, p.34).

Esse mesmo documento indica que:

Conhecer os obstáculos enfrentados pelo homem na produção e sistematização desse conhecimento também pode levar o professor a uma melhor compreensão e aceitação das dificuldades enfrentadas pelos alunos e pensar em estratégias mais adequadas para favorecer a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos. (BRASIL, 1998, p.33).

A BNCC destaca a importância de incluir a história da matemática como um recurso para motivar o aluno e para contextualizar significativamente o conhecimento matemático, contudo, “esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão” (BRASIL, 2017, p. 298).

Roque (2012) aponta que a matemática chega a ser classificada como abstrata por muitos alunos, tornando-se um problema na vida acadêmica desses, essa questão está ligada diretamente com a forma como lidamos com a matemática enquanto professores, ao invés de partir do desenvolvimento daquele conhecimento é focado apenas no conteúdo pronto e acabado de forma expositiva, tirando toda a contextualização do conteúdo, D’Ambrósio (1999) afirma que a abstração da matemática assusta, criando o desinteresse por parte dos alunos, criando a falsa ideia de que a matemática é reservada para os gênios.

A história da matemática fornece aos professores um recurso para o ensino de matemática, BRASIL (1998), que parte do pressuposto que aquele conhecimento foi criado por humanos, que também erraram e tiveram dúvidas igualmente a todos que cursaram o componente curricular durante suas vidas, desse modo, a matemática deixa de ser um conglomerado de fórmulas e teoremas, tornando-se um local de reflexão, como é descrita no PCN.

A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos) (BRASIL, 1998, p.40).

O enfoque investigativo é de grande importância para o processo de ensino aprendizagem, no sentido de produzir a matemática, pois aprender matemática não significa apenas compreender como aplicar uma fórmula, mas sim ter a capacidade de analisar e fazer uma investigação de natureza matemática. Apenas desse modo se pode perceber a matemática e a sua utilidade no mundo, Braumann (2002 *apud* SANTOS; BELLINI, 2016).

A utilização da História da Matemática como recurso didático foi abordada também por Brito e Heisig (2016) que após uma pesquisa concluíram:

[...] comprovamos que qualquer estudante sabe o que é a fórmula de Bhaskara, mas poucos sabem que esta fórmula para resolução das equações quadráticas nada tem a ver com o famoso matemático. E entendemos que este é um problema que precisa ser resolvido. Se a utilização da Tendência História da Matemática tivesse um uso mais recorrente, provavelmente não teríamos passado por tantos anos sacramentando uma mentira a tal ponto que ela se tornou uma verdade absoluta em nosso meio escolar. Cabe agora aos atuais e futuros discentes corrigirem este erro. Apenas um único aspecto como esse equívoco, já nos permite mostrar a grande importância do aspecto histórico no ensino/aprendizagem da matemática. (BRITO; HEISIG, 2016 p.10-11)

Partindo para a justificativa pessoal, o ensino de equações quadráticas foi escolhido por ser um dos primeiros conteúdos algébricos mais abstratos da escolarização básica, que utiliza uma fórmula, substituindo as variáveis e chegando ao resultado, isso se torna muitas vezes abstrato na visão do aluno.

Esse conteúdo é de grande interesse pessoal, pois durante a vivência do ensino fundamental, não houveram relações desse conteúdo riquíssimo com a sua história, mesmo com as diversas aplicações que as equações quadráticas tem, isso incitou a pesquisas, para tentar entender por que aquela fórmula existia? Quem criou? Por que criou?

Guedes (2019) cita em sua dissertação alguns exemplos de problemas existentes na história que para ser resolvidos necessitariam de equações quadráticas, como discorre na citação:

Inúmeros problemas capazes de serem resolvidos com equação quadrática podem ser elencados como estando na origem da preocupação dos matemáticos em determinadas épocas no curso de milênios. São questões relacionadas à medição de áreas, construção de cisternas, divisão de heranças, construção de altares de formato geométrico bem definido, interpretação do movimento dos astros conforme estudado na astronomia indiana, e até mesmo questões pedagógicas referindo-se ao ensino dos métodos de resolução de uma equação quadrática. (GUEDES, 2019, p. 65)

Desse modo, para o estudo desse conteúdo é pertinente utilizar a história da matemática como recurso didático. Esse é o nosso objeto de estudo que com base

no que expomos é defendido por vários autores, inclusive por documentos curriculares oficiais que direcionam a educação no Brasil, no próximo capítulo apresentaremos os objetivos desta pesquisa.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Investigar como a história da matemática está inserida no capítulo de equações quadráticas em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental.

2.2 Objetivos Específicos

- Investigar a aplicação da história da matemática em livros didáticos aprovados no PNLD 2020 referentes ao 9º ano do ensino fundamental;
- Analisar e categorizar as atividades de equações quadráticas seguindo a classificação do uso da história da matemática em livros didáticos.

3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

Neste capítulo evidenciamos a discussão de autores que destacam o uso da história da Matemática como recurso didático para o ensino de Matemática, a importância do livro didático, a aplicação da história da matemática no livro didático.

Quando pensamos em história da matemática, ficam algumas indagações sobre como isso pode ajudar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seria apenas a informação histórica, (Quem criou? Qual ano foi criada?), ou seria um método rebuscado de problematização, em que o conhecimento será construído, embasado na sua história e nos questionamentos existentes na época.

D'Ambrósio (1999) sintetiza que história é o conjunto de fatos, datas, nomes associados a geração, organização e difusão do objeto de conhecimento, preferindo utilizar as informações históricas como uma forma de cativar o aluno (SANTOS, 2007). Por sua vez, Ligia Arantes Sad (2003, apud SANTOS, 2007) define que o objetivo da história da matemática tende ao segundo ponto, em que não tem apenas um enfoque narrativo ou biógrafo, mas sim com uma ação problematizadora.

Para D'Ambrósio (1999) focar historicamente o ensino de matemática tem os seguintes aspectos que são fundamentais para educação:

O aspecto crítico, que resulta de assumir que a Matemática que está nos currículos é um estudo de matemática histórica? E partir para um estudo crítico do seu contexto histórico, fazendo uma interpretação das implicações sociais dessa matemática. Sem dúvida isso pode ser mais atrativo para a formação do cidadão. O aspecto lúdico associado ao exercício intelectual, que é tão característico da matemática, e que tem sido totalmente desprezado. Por que não introduzir no currículo uma matemática construtiva, lúdica, desafiadora, interessante, nova e útil para o mundo moderno. (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 270)

Roque afirma que:

Os problemas que motivaram os matemáticos podem ter sido de natureza cotidiana (contar, fazer contas); relativos à descrição dos fenômenos naturais (por que um corpo cai?; por que as estrelas se movem?); filosóficos (o que é conhecer?; como a matemática ajuda a alcançar o conhecimento verdadeiro?) (ROQUE, 2012, p. 22).

A partir dessa consideração pode-se entender a natureza dos conhecimentos matemáticos inerente a resolução de problemas, presentes no dia a dia, até os dias atuais, então, por que não utilizar a história da matemática para exibir esses

problemas e recriar um ambiente investigativo, trazendo à tona a problemática existente na época do desenvolvimento desse conhecimento, um ambiente de aprendizado, indo muito “além da reprodução estéril de anedotas” (ROQUE, 2012, p. 22).

Em consonância, Vianna (1995) defende que a história da matemática é muito mais que a narração da história, que um incentivo e/ou motivação para o aluno, mas sim um método didático, com total relação com as atividades, enfim, um método de ensino para a matemática.

Segundo Muniz (2020) a adoção da história da matemática como recurso pedagógico remete a investigação matemática, que promove a problematização com situações ocorridas durante o desenvolvimento do conhecimento matemático, esse enfoque investigativo leva o estudante a explorar situações, buscar respostas que não estão prontas e acabadas, o estudante vai conjecturar, validar os dados e explicar até conseguir resolver o problema.

Esse assunto vem sendo discutido em diversos trabalhos de conclusão de curso e dissertações, a fim de pesquisar se a história da matemática está sendo utilizada, quais as vantagens, os cuidados, métodos que podem ser utilizados, propostas de atividades e também, semelhante a este trabalho, análises de como esse recurso está sendo utilizado nos livros didáticos.

Santos (2007) em sua dissertação, procurou responder à questão: “O uso da História da Matemática no processo de ensino de Matemática pode levar o aluno a ter uma aprendizagem mais significativa e eficiente?” (SANTOS, 2007, p. 4), Santos (2007) realizou uma pesquisa na literatura existente e finalizou com uma pesquisa dentre professores de matemática se estes haviam cursado o componente história da matemática durante suas graduações, grande maioria havia cursado apenas durante o mestrado ou curso de pós-graduação, mas que utilizavam e validavam o uso da história da matemática, “a maioria acredita no potencial da História como instrumento de aprendizagem” (SANTOS, 2007, p. 80).

Santos (2007) concluiu que:

Somente uma história contextualizada, orientada, e com o domínio de suas potencialidades plenamente cumpridas pelo professor, é que irá trazer um retorno positivo, dando ao aluno a dimensão histórica e social do que ele está aprendendo, e levando-o a uma interação com o que está aprendendo. Quando isso ocorrer, de fato

ter-se-á dado uma aprendizagem significativa (SANTOS, 2007, p. 81).

Muniz (2020) buscou em sua dissertação responder “De que maneira seria possível aliar HM e tecnologias digitais da informação e comunicação via investigação matemática para o estudo e/ou ensino de álgebra geométrica na licenciatura em matemática?” (MUNIZ, 2020, p. 0). Aliando a tecnologia, a história da matemática e a investigação matemática, Muniz (2020) realizou um estudo e posteriormente produziu um caderno de atividades com base na álgebra geométrica de Ibn Turk¹. No decorrer de sua dissertação, Muniz opina que “a história cria nos alunos um posicionamento crítico frente à própria história, possibilitando (re)leituras e reflexões para acontecimentos históricos.” (MUNIZ, 2020, p. 7). Como abordado anteriormente, a HM pode diminuir a distância entre o educando e a matemática, que em muitos casos é criada por meio do formato do ensino, pautado nos métodos e fórmulas, tirando toda e qualquer problematização e significado daquele conteúdo.

Para Muniz (2020) os problemas históricos:

[...] podem ser o subsídio dos estudantes na formalização dos conceitos, no sentido de entender porque, na matemática, foi necessário estabelecer essas definições, que muitas vezes se mostram complicadas para os alunos. Esse contexto colabora com uma aprendizagem significativa, além de que, sob a ótica da resolução de problemas, a historicidade dos mesmos favorece com abordagem investigativa nas aulas de matemática com a vantagem adicional de humanizar essa ciência e ainda, contribuir para que os estudantes vejam no passado suas próprias dificuldades na aprendizagem (MUNIZ, 2020, p. 8).

Em relação ao modo de usar a HM no ensino de matemática, Muniz (2020, p. 10) ainda discorre “que a História da Matemática deve ser vista como um elemento orientador na elaboração de atividades, no estudo de situações-problema e na busca de referências e métodos para melhor compreender os conceitos matemáticos.”

O caderno de atividades produzido por Muniz (2020) foi aplicado para licenciandos em matemática da UFRN, pontuou como resultados positivos e discorreu que ao longo do desenvolvimento das atividades:

¹ De acordo com Katz (2008 apud Muniz 2020, p.46) Abd Al-Hamid Ibn Turk (século IX), contemporâneo de Al-Khowarizmi (780 – 850), estudioso árabe pouco conhecido atualmente devido à escassez de informações sobre sua vida e história, autor de algumas obras no campo da álgebra, podendo ser o autor do primeiro livro de álgebra, segundo Boyer (1974, p.170) há dúvidas se o primeiro livro de álgebra foi de Ibn Turk ou de Al-Khowarizmi.

[...] os alunos tornaram-se ativamente engajados com a matemática, potencializaram uma apreciação de métodos matemáticos, incluindo abstração e demonstração, e ainda formaram um senso de autoestima e confiança nos seus próprios poderes de observação e pensamento. Assim, ponderamos que o enriquecimento da bagagem intelectual dos licenciandos ocorreu durante a realização das nossas atividades (MUNIZ, 2020, p. 186).

Dessa forma, de acordo com Muniz (2020) o uso HM na formação docente de futuros professores promoveu um resultado satisfatório.

Silva (2019) reforça a importância do uso da HM como recurso no ensino de matemática, quando discorre que “é de suma importância recomendar aos professores a prática didática de abordar a história da matemática e também outros métodos de resoluções de equações quadráticas” (SILVA, 2019, p. 60) visando desmistificar esse conteúdo matemático que é tão importante no desenvolvimento do raciocínio visual, como foi citado por Lorenzato (1995 apud PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 43).

Guedes (2019) buscou compreender a real participação de Bhaskara na fórmula geral para resolução de equações polinomiais do segundo grau, que no Brasil é conhecida como fórmula de Bhaskara, ainda que o tipo de notação usada por Bhaskara seja diferente do atualmente utilizado.

No decorrer de sua dissertação, Guedes (2019) trouxe vários aspectos e diversas passagens sobre a história do desenvolvimento desse conteúdo matemático, servindo de aporte teórico para consultas como forma de resumo desse conteúdo histórico. Guedes (2019) afirma que:

A regra de Bhaskara é citada por ele como sendo de Sridhara, surgindo muito tempo antes do trabalho de Viète, que foi quem introduziu a representação dos coeficientes de uma equação com letras, permitindo a partir daí a escrita da fórmula para resolver equações quadráticas de modo generalizado (GUEDES, 2019, p. 72).

Guedes (2019) também aponta que:

Estudar a história da matemática traz aprendizados favoráveis ao ato de lecionar pois permite observá-la, a matemática, como construção humana, instigada a sua produção pelas necessidades que vão sendo impostas no decorrer dos acontecimentos, dando

possibilidade de percebê-la mais como fruto do vigor coletivo do que exclusivamente por genialidade individual (GUEDES, 2019, p. 71).

Brito e Heisig (2016) discorre sobre os resultados obtidos em uma oficina sobre a desmistificação da fórmula de Bhaskara, afirmam que o uso da HM reforça que o conhecimento matemático possui um processo histórico, “que é uma construção humana, surgida pelas necessidades práticas desenvolvidas para atender a determinadas demandas da sociedade” (BRITO; HEISIG, 2016, p. 1). Os autores também destacam que “a disciplina de matemática é considerada por muitos uma hidra saída da mitologia grega, que ao se cortar uma cabeça nasce outras duas no lugar” (BRITO; HEISIG, 2016, p. 2). Tais autores reforçam o potencial da HM na contextualização e motivação dos alunos para as aulas de matemática.

Brito e Heisig (2016) finalizaram o artigo e discorrem sobre o término da pesquisa, afirmando que:

Com esta experiência comprovamos que qualquer estudante sabe o que é a fórmula de Bhaskara, mas poucos sabem que esta fórmula para resolução das equações quadráticas nada tem a ver com o famoso matemático. E entendemos que este é um problema que precisa ser resolvido (BRITO; HEISIG, 2016, p. 10).

O enfoque maior do trabalho de Brito e Heisig (2016) buscou informações e aplicou na oficina sobre Bhaskara, em que apresenta a fórmula geral para resolver equações polinomiais do segundo grau, concluindo que se a HM fosse mais difundida e utilizada, os alunos compreenderiam que a fórmula geral não foi criada por Bhaskara.

3.1 O uso de História da matemática no Livro didático

Como foi abordado no capítulo introdutório, a HM é apontada nos documentos oficiais como um recurso didático que favorecerá a contextualização do conteúdo, inclusive, fazendo parte dos critérios avaliativos para os livros didáticos no PNLD.

Biffi e Trivizoli (2017) afirmam que o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) possui uma atenção a presença de história nos livros didáticos. De acordo com as autoras um dos critérios considerados na análise de livros didáticos são as

“contextualizações feitas com base na história da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo” (BRASIL, 2014, p.18 apud BIFFI; TRIVIZOLI, 2017, p.2).

Atualmente, de acordo com o Guia Digital PNLD 2020, a Matemática pode ser compreendida enquanto:

[...] uma construção social proveniente da história da humanidade, que estabelece inúmeras conexões com outras áreas de conhecimento e tem papel fundamental na resolução de problemas, na perspectiva da ampliação do entendimento, da interpretação e da avaliação daquilo que nos rodeia. Nessa perspectiva, o conhecimento matemático não envolve somente a aplicação de fórmulas e técnicas, mas também a resolução de problemas que exigem argumentações significativas e consistentes, nos mais variados contextos (BRASIL, 2019, p. 3).

Como vemos, ainda existe nesse programa a preocupação com a compreensão mais ampla da Matemática, no entanto, alguns critérios de análise de livros se modificaram, uma vez que, a BNCC trouxe modificações ao currículo de matemática no âmbito nacional. A fim de reiterar a afirmação, observam-se alguns critérios apresentados na ficha de avaliação da coleção do livro didático destaca o conhecimento histórico como no caso:

(E1) Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2019, p.66, grifo nosso)

[...]

(G1) Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2019, p. 69, grifo nosso)

Portanto, a análise das coleções do PNLD presentes na ficha de avaliação, indica a história enquanto um dos meios para fundamentar a Matemática enquanto construída historicamente e presente em diferentes momentos da sociedade.

Em outro momento, observamos que na abordagem de alguns conteúdos são mencionados o uso da história, dentre eles destacamos os números inteiros e o número irracional π (pi).

EF07MA03 Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. (BRASIL, 2019, p.41)

EF07MA33 Estabelecer o número $p[\pi]$ como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. (BRASIL, 2019, p.50).

Dessa maneira, ainda considera o uso de história enquanto recurso presente em livros didáticos, no entanto, não observamos nesse documento a menção para discussões algébricas. Assim, acredita-se na importância de mais pesquisas que possam verificar como está sendo abordado o conteúdo algébrico e sua relação com a história da matemática nos livros didáticos do Ensino Fundamental.

Neste trabalho, realizamos uma análise de 05 (cinco) livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental, aprovados no PNLD 2020 e realizamos uma classificação da presença da HM no capítulo de equação quadráticas e para isso, utilizamos a dissertação de Vianna (1995) que apontou algumas categorias para o uso da história da matemática em livros didáticos, as categorias são as seguintes:

- 1- História - Motivação;
- 2- História - Informação;
- 3- História - Estratégia Didática;
- 4- História - Como Parte Integrante do Desenvolvimento do Conteúdo (uso imbricado).

Para que possamos entender corretamente a pesquisa, devemos observar atentamente o que Vianna (1995) definiu para cada uma dessas categorias em seu trabalho.

1 – Motivação: Quando o enfoque histórico vem no início do conteúdo, com um pequeno trecho narrando sobre a história daquele conteúdo, também, quando o texto aparece junto ao conteúdo (VIANNA, 1995).

2 – Informação: São informações extras, notas históricas deixadas no final do capítulo, com apenas o intuito de informar, que não acrescentam especificamente a resolução do problema, podendo ser facilmente confundido com a motivação, podendo então ser observado se o texto não tem conexão com o problema em questão, faz parte do conteúdo, mas foge da problemática em questão (VIANNA, 1995).

3 – Estratégia Didática: Identifica-se por meio da utilização de informações históricas para ajudar o aluno a compreender melhor o conteúdo, gerando interesse e auxiliando no desenvolvimento daquele conteúdo, “texto deve convidar o aluno a realizar algumas atividades ou deve, ainda, sugerir ideias que levem à compreensão do conteúdo que se vai desenvolver em seguida.” (VIANNA, 1995, p.78).

4 – Uso Imbricado: Como o próprio nome já significa é o uso da história da matemática de forma sobreposta, em que não discorre inicialmente com narrações diretas ou nomes de estudiosos, deixando implicitamente que existe sim algo que envolveu aquele conteúdo, por exemplo, iniciar o texto “No século passado...” ou então, um bloco de curiosidade com um método resolutivo diferente do que está sendo estudado no momento, mas sem informações sobre o ano de criação ou onde foi criado, deixando a informação histórica implícita (VIANNA, 1995).

Com essa contribuição de Vianna (1995) temos o aporte para realizar a categorização do uso da HM nos livros didáticos escolhidos, lembrando que é uma classificação parcial, existe a “possibilidade de usos conjugados de duas ou mais categorias ou a inclusão de novas categorias” (VIANNA, 1995, p. 85.), mas neste trabalho, nos atentamos em utilizar apenas uma categoria para cada uso da HM encontrado. No próximo capítulo temos um apanhado histórico com alguns métodos resolutivos que foram desenvolvidos em algumas partes do mundo, formando assim parte do referencial teórico deste trabalho.

4 EQUAÇÕES QUADRÁTICAS E MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DESENVOLVIDOS DURANTE A HISTÓRIA

Neste capítulo apresentamos informações históricas sobre a resolução das equações quadráticas, alguns métodos resolutivos que foram desenvolvidos ao longo da história e aspectos de seu desenvolvimento, especificamente de François Viète (1540 – 1603), Bhaskara (1114 - 1185) e Al-Khowarizmi (780-850). De acordo com Refatti e Bisognin (2005, p. 80) “Encontram-se registros de matemáticos do Egito, da antiga Babilônia, da Grécia, da Índia, da Arábia e da Europa Medieval sobre problemas referentes a esse tema.” Em seguida observaremos alguns destes métodos resolutivos e parte de sua história.

4.1 Método de Resolução proposto por Viète (1540-1603)

O ensino de equações quadráticas que é o conteúdo base dessa pesquisa consiste na resolução de equações do tipo: $ax^2 + bx + c = 0$, comumente é utilizada uma fórmula para resolver equações polinomiais do segundo grau, “atualmente, ao se estudar a equação do 2º grau, usa-se a representação literária, herdada dos europeus, e a resolução fornecida pelos métodos dos hindus e dos árabes.” (PEDROSO, 2010. p.12).

A exemplo da herança europeia citada por Pedroso (2010) temos a resolução de François Viète (1540-1603), citado por que propôs uma mudança de variáveis, transformando a equação inicial em uma equação incompleta, os passos utilizados por ele na notação atual são os seguintes:

1: $x = u + z$

2: Substituindo em $ax^2 + bx + c = 0$, temos $a(u + z)^2 + b(u + z) + c = 0$. Desenvolvendo, temos:

$$au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$$

3: Se $2az + b = 0$ então $z = \frac{-b}{2a}$.

4: Agora, substituindo $z = \frac{-b}{2a}$ em $au^2 + (2az + b)u + (az^2 + bz + c) = 0$

Teremos, $au^2 + (2a \frac{-b}{2a} + b)u + (a(\frac{-b}{2a})^2 + b\frac{-b}{2a} + c) =$

0. Seguindo,

$$au^2 + 0 + \left(\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c\right) = 0 \leftrightarrow au^2 + \left(\frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}\right) = 0$$

$$au^2 = \frac{2b^2 - b^2 - 4ac}{4a} \leftrightarrow u^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow u = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

5: Finalmente, sendo $x = u + z$, que:

$$x = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \left(\frac{-b}{2a}\right) \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(PEDROSO, 2010. p.10)

Como abordado no capítulo anterior, Viète quem introduziu a representação com variáveis, deve-se observar que o método se encontra no desenvolvimento, quando a equação completa é transformada em incompleta e é realizada a mudança de variáveis (GUEDES, 2019).

4.2 Método de Resolução proposto por Bhaskara (1114 - 1185)

Bhaskara (1114 - 1185), era conhecido como o sábio, com seus estudos conseguiu preencher as lacunas, dando solução a muitas equações diofantinas. A álgebra da antiguidade tinha um caráter retórico, uma das obras de Bhaskara, o *Lilavati* que ganhou o nome de sua filha e foi escrito contendo 278 versos, abaixo vemos um dos problemas dessa obra, Pedroso (2010).

Problema: A raiz quadrada do número de abelhas de um enxame voou rumo a um jasmineiro, enquanto 8/9 do enxame permaneceu atrás; e uma abelha fêmea ficou voando em torno de um macho que se encontrava preso numa flor de lótus para a qual foi atraído à noite por seu doce odor. Diga-me adorável mulher, qual é o número de abelhas. (PEDROSO, 2010 p.7)

No quadro 1 abaixo são descritas comparações entre a resolução de Bhaskara, do tempo da álgebra falada e as notações utilizadas atualmente.

Quadro 1: Resolução de Bhaskara e atual.

Resolução de Bhaskara	Notação atual
Seja ya v 2 o número de abelhas do enxame	Seja $2x^2$ o número de abelhas do enxame
A raiz quadrada da metade desse número é ya 1	$\sqrt{\frac{2x^2}{2}} = x$
Oito nonos de todo o enxame é ya v $\frac{16}{9}$	Oito nonos de todo o enxame é $\left(\frac{16}{9}\right)x^2$
A soma da raiz quadrada com a fração e o casal de abelhas é igual à quantidade de abelhas do enxame, isto é, ya v 2	$x + \left(\frac{16}{9}\right)x^2 + 2 = 2x^2$
Reduzindo-se ao mesmo denominador os dois membros da equação e eliminando o denominador, a equação transforma-se em: ya v 18 0 ru 0 ya v 16 9 ru 18	$\frac{9x + 16x^2 + 18}{9} = \frac{18x^2}{9} \leftrightarrow$ $18x^2 = 16x^2 + 9x + 18$
Após a subtração a equação torna-se: ya v 2 ya 9 ru 0	$18x^2 - 16x^2 - 9x = 18 \leftrightarrow$ $2x^2 - 9x = 18$
Portanto ya é 6	Portanto, $x = 6$
Donde ya v 2 é 72	Donde $2x^2 = 2 \cdot 6^2 = 72$

Fonte: PEDROSO (2010, p. 8)

Outro problema do Lilavati que exemplifica a álgebra retórica utilizada na época:

Problema: O quadrado da quinta parte do número de macacos de um bando, subtraída de 3 macacos, entra numa caverna; e um macaco fica fora pendurado numa árvore. Diga quantos são os macacos. Em notação atual:

$$\left(\frac{1}{5}x - 3\right)^2 + 1 = x \text{ ou } x^2 - 55 = -250 \text{ (PEDROSO, 2010 p.7)}$$

O *Lilavati* e *Vija-Ganita* foram os dois trabalhos mais importantes de Bhaskara, este que teve grande relevância no desenvolvimento da fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau, mas que não foi exatamente o criador do método que é utilizado atualmente. De acordo com Guedes (2019, p. 72) “A regra de Bhaskara é citada por ele como sendo de Sridhara.”

Sridhara foi um matemático hindu que enunciou a regra que originou o método atual de resolução de equações quadráticas, pois Bhaskara utilizava a álgebra retórica, que é verbal. Esse método foi batizado como fórmula geral para resolução da equação polinomial de segundo grau (PEREIRA; SANTOS, 2020).

Garbi (2019, p.145) acrescenta que:

[...]por volta do ano 1020 o matemático Sridhara (991-?) produziu importantes trabalhos em Aritmética e Álgebra, tendo chegado a uma regra para resolução de equações do segundo grau que pode ser considerada a origem da fórmula atualmente utilizada. [...] chamado “completamento do quadrado”

Sobre a fórmula geral para resolução de equações polinomiais do segundo grau ter sido batizada no Brasil como fórmula de Bhaskara, Refatti e Bisognin (2005) discorrem que:

O nome de Bhaskara dado à resolução da equação do segundo grau estabeleceu-se, no Brasil, por volta de 1960. Essa equação é tratada em outros países como fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau, estratégia essa conhecida há mais de quatro mil anos pelos babilônicos. (REFATTI; BISOGNIN, 2005 p. 2)

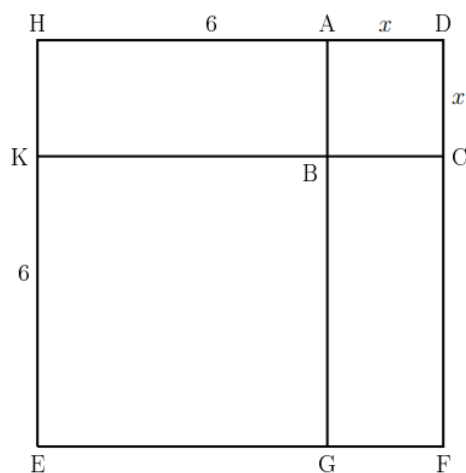
Inclusive, no livro *Telaris Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante, um dos livros didáticos utilizados nesta pesquisa há um quadro de destaque informando que “No Brasil, essa fórmula também é conhecida como fórmula de Bhaskara. Ela permite calcular o valor da incógnita x utilizando os coeficientes a , b e c da equação do 2º grau.” (DANTE, 2018, p.57), deixando essa informação errônea ainda mais legitimada (MUNIZ, 2020).

4.3 Método de Resolução proposto por Al-Khowarizmi (780-850)

Mohamed Ibn-Musa Al-Khowarizmi, estudioso da Casa da Sabedoria, local similar a destruída Biblioteca de Alexandria em Bagdá, Al-Khowarizmi, além de outras obras, escreveu em 825 uma obra de grande potencial didático, *Hisabal-jabr wa'lmuqabalah* (ciência da restauração e da redução ou ciência das equações). Nessa obra, apresenta a equação do 2º grau, bem como sua resolução, de forma retórica, com uma comprovação geométrica denominada método de completar quadrados, este método geométrico que é distinto do utilizado pelos gregos. Na maioria dos casos apresentava, somente uma raiz (positiva).

Na figura 1 resolvemos um exemplo de completar quadrados para a situação: Encontrar a solução para $x^2 + 12x = 64$.

Figura 1 – Completando Quadrado da equação $x^2 + 12x = 64$



Fonte: Pedroso (2010)

Na figura acima temos que:

- $AB = BC = x$
- $AH = CF = 6$

Segundo Pedroso (2010), consequentemente a área do quadrado ABCD é dada por $A_q = x^2$ e a área dos retângulos HKBA e BGFC é dada por $A_r = 6x$. A soma dessas áreas é:

$$x^2 + 6x + 6x = x^2 + 12x.$$

“Completa-se o quadrado HEFD com o quadrado KEGB, cuja área é dada por $A'_q = 36$. A área do quadrado HEFD é dada por:” (PEDROSO, 2010 p.9).

$$(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36 = 64 + 36 = 100$$

$$x = 4$$

“Al-Khowarizmi só considerava as raízes positivas, mas, ao contrário dos gregos, admitia a existência de duas raízes” (PEDROSO, 2010 p.9).

Como podemos observar em poucos parágrafos a história da matemática pode sim ser um agente de ressignificação do conteúdo, levando clareza e contextualização para a sala de aula. A partir das resoluções distintas, observamos um pouco de como ocorreu a construção desse conhecimento, desmistificando a

ideia de uma matemática pronta e acabada, que o aluno possa compreender o real valor daquele conhecimento, as diversas visões de estudiosos ao redor do globo sobre o mesmo tema.

5 METODOLOGIA

O presente trabalho tem por característica uma pesquisa exploratória que pretende “dar uma explicação geral sobre determinado fato, através da delimitação do estudo, levantamento bibliográfico, leitura e análise de documentos” (OLIVEIRA, 2005, p. 65). Nesse sentido, iniciamos a imersão na temática por meio da análise de artigos, monografias, dissertações e livros didáticos de matemática.

A pesquisa adota uma abordagem qualitativa que segundo Sampieri, Collado e Lucio (2006, p.5) “utiliza a coleta de dados sem medição numérica para descobrir ou aperfeiçoar questões de pesquisa, e pode ou não provar hipóteses em seu processo de interpretação”.

Finalizando, com uma análise do capítulo de Equação Polinomial do Segundo Grau de livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental, livros que foram aprovados no PNLD 2020, em busca de verificar se a história da matemática está inserida nesse conteúdo e de que modo está sendo aplicada, segundo a BNCC a partir do 8º ano do ensino fundamental o conteúdo equação polinomial do segundo grau está presente como objeto de conhecimento, de forma introdutória, observou-se que o enfoque maior estava no 9º ano do ensino fundamental, sendo esse último o escolhido para a pesquisa (BRASIL, 2018).

O presente trabalho seguiu as seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica
 - Pesquisa bibliográfica com material disponível digitalmente, buscando artigos, monografias, dissertações e livros para compor o referencial teórico da pesquisa.
- Investigação dos livros didáticos escolhidos.
 - Análise do capítulo de equação do segundo grau buscando **compreender** como esse conteúdo está sendo abordado no livro didático, se a história da matemática está sendo utilizada e como está, utilizando a classificação de Vianna (1995).
- Discussão dos resultados.
 - A história da matemática está sendo aplicada como é informada na BNCC e demais documentos oficiais? Está deixando a desejar em quais momentos? Qual dos autores demonstra maior preocupação em inserir a história da

matemática nesse conteúdo? São as questões que foram discutidas nesse tópico

Foram analisados cinco dos oito livros de matemática para o ensino fundamental - anos finais que foram aprovados no PNLD 2020, a escolha dos cinco livros ocorreu por uma questão de afinidade pessoal, iniciando com o livro *A Conquista da Matemática*, da editora FTD, que está em uso nas escolas do município de Taquaritinga do Norte, cidade natal do autor.

A primeira análise foi do livro *A conquista da Matemática*, de acordo com o PNLD 2020 esse livro teve o maior número de exemplares adquiridos pelo Ministério da Educação, com mais de 1 (um) milhão de unidades, em contrapartida, dentre os livros analisados o que teve a menor participação nas compras do FNDE foi a obra *Trilhas da Matemática*, da editora Saraiva, com menos de 50 mil unidades adquiridas (BRASIL, 2019).

Adotamos as categorias analíticas de Vianna (1995) pois de forma simplificada conseguimos classificar os usos da HM no capítulo de equações quadráticas dos 05 (cinco) livros que analisamos, como mencionado anteriormente, classificamos cada uso da HM em apenas uma categoria, mesmo que existam trechos que facilmente seriam classificadas em duas ou mais categorias, podemos observar no próximo capítulo alguns desses exemplos, as categorias que mais se aproximam e poderiam gerar essa dupla classificação, são as categorias: HM como informação e HM como motivação.

A análise de livros didáticos foi escolhida para realização deste trabalho, devido a importância do livro didático na educação escolar, de acordo com Fan (2013, *apud* JANUARIO 2018, p.2) “o objetivo da pesquisa sobre livros didáticos é a abordagem de problemas específicos em relação a esses materiais curriculares”, neste trabalho, em outras palavras, verificamos se nesses objetos de pesquisa há o uso da HM no capítulo de equações do segundo grau e como é utilizada, seguindo a classificação de Vianna (1995).

No quadro 2 abaixo vemos mais detalhes sobre os livros que foram analisados:

Quadro 2 – Características dos livros/ capítulos analisados.

Título do livro	Autor	Ano	Nº de páginas	Nº de páginas do capítulo de equação do segundo grau
A conquista da matemática.	Jose Ruy Giovanny Júnior Benedito Castrucci	2018	288	20
Trilhas da matemática	Fausto Arnaud Sampaio	2018	272	23
Teláris matemática	Luiz Roberto Dante	2018	312	29
Matemática: realidade & tecnologia	Joamir Roberto de Souza	2018	256	15
Matemática essencial	Patricia Rosana Moreno Pataro, Rodrigo Dias Balestri	2018	304	25

Fonte: O Autor (2022)

No próximo capítulo, intitulado análise e discussão dos resultados, estão presentes as análises de cada livro, categorizando a presença da HM com base na classificação de Vianna (1995).

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para essa pesquisa analisamos cinco livros aprovados no PNLD 2020, todos do 9º ano do ensino fundamental, analisamos o capítulo referente ao conteúdo: Equação do Segundo Grau, para essa análise, utilizamos a classificação de Vianna (1995) discutida anteriormente.

Separamos em cinco seções uma para cada capítulo de equação do livro. Iniciamos com uma tabela que apresenta quantitativamente as páginas que tem o enfoque da história da matemática e a classificação, seguindo com uma análise crítica de trechos retirados do livro.

6.1 Presença de HM nas equações quadráticas no livro A Conquista da Matemática.

O capítulo de equações do segundo grau é iniciado na página 86 do livro, encerrando na página 116, totalizando 31 páginas, segue abaixo no quadro 3 a descrição do quantitativo de páginas que a História da Matemática está sendo utilizada e sua distribuição conforme a classificação de Vianna (1995).

Quadro 3 – História da Matemática no capítulo de equação do livro A Conquista da Matemática

Classificação	1 – Motivação	2 - Informação	3 - Estratégia didática	4 – Uso Imbricado
Páginas em que a H.M foi utilizada	Páginas 88 e 94.	Página 87	Páginas 86 e da 94 até 98	Não foi encontrado uso de história da matemática com o uso imbricado. - -
Observação	Utilizada na introdução do conteúdo ou sessão.	No final da sessão, com informação histórica, mas além do conteúdo.	Pág. 86, introdução e exercícios introdutórios; *Pág. 94 até 98, sessão completa com exercícios.	
Total de páginas por classificação	2 páginas	2 páginas	6 páginas	
Total: 10 páginas em que há presença da história da matemática				

Fonte: O Autor (2022)

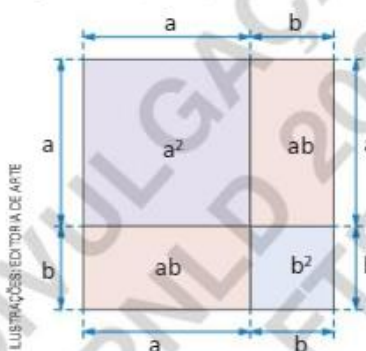
Conforme os dados obtidos, podemos observar que a HM teve uma maior participação aparecendo como estratégia didática, em relação ao aspecto informativo/motivacional, com atividades relacionando o conteúdo com a sua história, na análise não categorizamos de forma conjugada, mas concordamos com Vianna (1995), em que sua “categorização é parcial, que não exclui a possibilidade de usos conjugados de duas ou mais categorias” (VIANNA, 1995, p.85), em que podemos observar na figura 2, o caráter motivacional, pois a informação histórica aparece no início do conteúdo, mas que para esse trabalho foi categorizada como estratégia didática, devido a sua extensão e conexão com atividades em sequência e com o desenvolvimento do conteúdo.

Podemos observar abaixo um pequeno trecho categorizado como estratégia didática:

Figura 2 – Página 94, livro A Conquista da Matemática.

🌀 O processo de completar quadrados

Com base na interpretação geométrica dada pelos gregos à expressão $(a + b)^2$, o matemático al-Khwarizmi estabeleceu um processo geométrico para a resolução de equações do 2º grau com uma incógnita. Inicialmente, vamos observar a figura que é a representação geométrica da expressão $(a + b)^2$:



🌀 Matemático e astrônomo árabe, al-Khwarizmi viveu entre 780 e 850. Ele escreveu um tratado de Álgebra e um livro sobre os numerais hindus. Essas obras exerceram enorme influência na Europa do século XII.

Fonte: Giovanny Junior, Castrucci (2018, p.94).

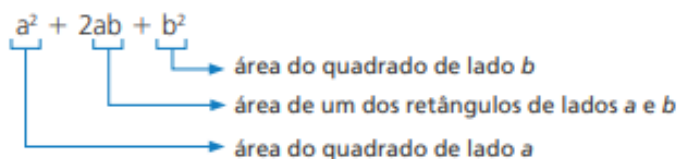
Como abordado anteriormente, o trecho da figura 2 poderia também ser categorizado como motivação, mas é visto que a sequência do conteúdo (figura 3) tem o que caracteriza o uso de HM como estratégia didática, que requer

“intervenções de conhecimentos históricos que são direcionadas para conduzir o aluno a um determinado tipo de procedimento que encontra alguma relação com o desenvolvimento do conteúdo” (VIANNA, 1995, p. 78).

Figura 3 – Exemplo de HM como estratégia didática no livro A Conquista da Matemática

Pela figura, vemos que: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

A interpretação geométrica dessa expressão algébrica é:



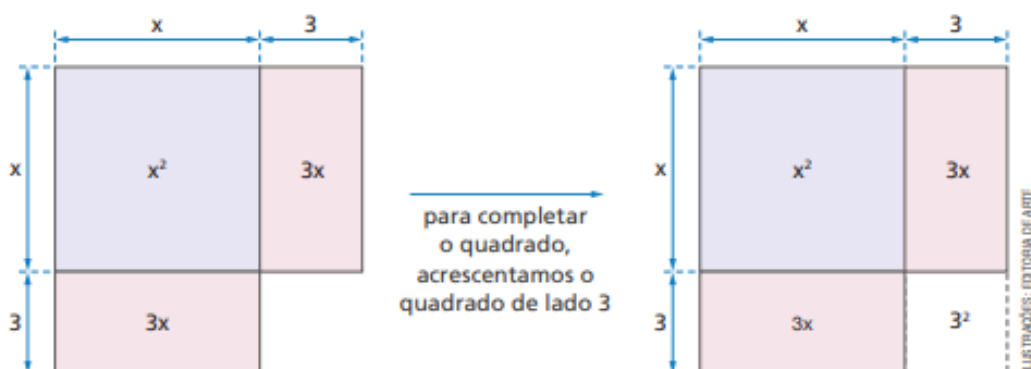
Utilizando essa interpretação, vamos acompanhar os exemplos a seguir, que mostram como al-Khwarizmi desenvolveu seus estudos.

1. Fazer uma interpretação geométrica da expressão $x^2 + 6x$ e completar um quadrado.

$$x^2 + 6x = x^2 + 2(3x)$$

Diagrama geométrico para a interpretação de $x^2 + 6x$. O quadrado total é dividido em duas partes: um quadrado de lado x (área x^2) e dois retângulos de lados 3 e x (área $2(3x)$).

Construindo a figura de acordo com a interpretação geométrica dada:



Pela figura, notamos que, para completar um quadrado, devemos acrescentar o quadrado de lado 3 , ou seja, de área 3^2 . Assim, se adicionarmos 3^2 à expressão $x^2 + 6x$, obteremos $x^2 + 6x + 3^2$, que é um trinômio quadrado perfeito. Daí, podemos escrever:

$$\underbrace{x^2 + 6x + 3^2}_{\text{expressão algébrica correspondente à área do quadrado formado}} = \underbrace{x^2 + 6x + 9}_{\text{trinômio quadrado perfeito}} = \underbrace{(x + 3)^2}_{\text{forma fatorada do trinômio}}$$

Note que $x^2 + 6x \neq x^2 + 6x + 9$, pois representam áreas diferentes.

Fonte: Giovanni Junior e Castrucci (2018, p. 95).

Neste livro, podemos observar que o autor utilizou a história da matemática de diversas formas, com um enfoque maior utilizando a H.M como estratégia didática.

6.2 Presença de HM nas equações quadráticas no livro Trilhas Da Matemática

Nesta obra da Editora Saraiva, observamos que o capítulo sobre equações do segundo grau é iniciado na página 58 do livro, encerrando apenas na página 85, totalizando 28 páginas. A seguir no Quadro 4 se apresenta a descrição com o quantitativo de páginas que a História da Matemática está sendo utilizada no livro, a observação, descrevendo como aparece a H.M no livro e a categorização conforme a classificação de Vianna (1995).

Quadro 4 – História da Matemática no capítulo de equação do livro Trilhas da Matemática

Classificação	1 – Motivação	2 - Informação	3 - Estratégia didática	4 – Uso Imbricado
Páginas em que a H.M foi utilizada	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica	Páginas 64, 65, 66, 76, 77 e 81.	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica
Observação			Páginas 64 até 66, 76 e 77, a H.M apareceu em toda a abordagem do conteúdo; Página 81, H.M apareceu em uma questão na seção de atividades complementares.	
Total de páginas por classificação			6 páginas	
Total: 6 páginas em que há presença da história da matemática				

Fonte: O Autor

Durante a análise desse livro observamos que de um capítulo de 27 páginas, 6 delas continham algum enfoque histórico, que foram categorizadas como estratégia didática e como abordamos anteriormente, o método para essa classificação é bastante simplista (VIANNA, 1995), em que um trecho categorizado como estratégia didática, também poderia ser entendido como H.M – Motivação, ou Informação, nesse caso, o autor utilizou a H.M em atividades, no desenvolvimento do conteúdo e em exemplos, por isso categorizamos como estratégia didática.

O autor iniciou o capítulo abordando inicialmente como resolver a equação do segundo grau, com alguns exemplos e deixou as tendências do ensino de matemática a partir da página 64, em que houve a abordagem histórica do desenvolvimento da fórmula para resolver equações do segundo grau, demonstrando a fórmula, com incisões de fatos históricos no decorrer do conteúdo, finalizando com algumas atividades.

Um exemplo de como o autor abordou a história da matemática está na figura 4, observamos o caráter informativo para despertar a curiosidade do leitor/aluno, que na sequência, continuou a demonstração da fórmula para resolver equações do segundo grau e seguiu com atividades para fixar o conteúdo.

Figura 4 – Exemplo de HM como curiosidade sobre equação no livro Trilhas da Matemática

Fórmula de resolução de uma equação do 2º grau

Por volta do ano 1000, os matemáticos indianos utilizavam um procedimento para resolver as equações do 2º grau que em linguagem atual pode ser escrita do seguinte modo:

Multiplique ambos os membros da equação pelo número que vale quatro vezes o coeficiente do quadrado e adicione a eles um número igual ao quadrado do coeficiente original da incógnita. A solução desejada é a raiz quadrada desse valor.

Acompanhe o uso desse procedimento para a obtenção da fórmula para resolução das equações do 2º grau dadas na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

Adicionando $-c$ a ambos os membros da equação, temos:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c - c &= 0 - c \\ ax^2 + bx &= -c \end{aligned}$$

O texto acima apresenta inicialmente: “Multiplique ambos os membros da equação pelo número que vale quatro vezes o coeficiente do quadrado”. Assim, devemos multiplicar ambos os membros por $4a$:

$$\begin{aligned} 4a \cdot (ax^2 + bx) &= 4a \cdot (-c) \\ 4a^2x^2 + 4abx &= -4ac \end{aligned}$$



Página de um manuscrito do livro *Lilavati*, do matemático indiano Bhaskara, nascido no século XII. No Brasil, é comum associar o nome de Bhaskara ao método resolutivo de equações do 2º grau descrito por ele nesta obra.

Fonte: Sampaio (2018, p. 64)

Além de aparecer na apresentação do conteúdo, também foi identificado, na figura 5, o uso da H.M em uma atividade complementar, podemos observar no trecho abaixo, o problema que envolve o papiro de Rhind, foi classificado como estratégia didática.

Figura 5 – Exemplo de HM em atividades no livro Trilhas da Matemática

30. O problema a seguir aparece no papiro egípcio

Rhind. Esta atividade permite realizar um trabalho integrado com o componente curricular História.

É-te dito... a área de um quadrado de 100 (cúbitos quadrados) é igual à de dois quadrados menores. O lado de um dos quadrados é igual a $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ do outro lado. Diz-me quais são os lados dos dois quadrados desconhecidos.



Datado de 1800 a.C., o papiro Rhind recebeu esse nome por ter sido comprado pelo escocês A. H. Rhind por volta de 1850, em Luxor, no Egito.

- Resolva o problema descrito acima. **8 cúbitos e 6 cúbitos**
- Pesquise sobre o papiro de Rhind e conte aos colegas o que descobriu sobre esse documento. **Resposta pessoal.**

Fonte: Sampaio (2018, p. 81)

O livro tem uma seção, que discorre sobre a resolução de equações de segundo grau por meio da técnica de completar quadrados, que inicia aparentando

HM como motivação, mas que foi categorizada como estratégia didática, pois o autor traz informações históricas acerca do método de completar quadrados e em seguida problemas que devem ser resolvidos utilizando esse método.

Figura 6 – História da Matemática enquanto motivação para equação no livro Trilhas da Matemática

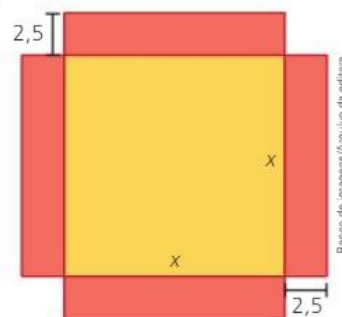
Equação do 2º grau sem fórmulas

Em 641 d.C., a Biblioteca de Alexandria, centro cultural do mundo árabe, foi totalmente destruída. Contudo, três califas – Al-Mansur, Harum al-Rachid e Al-Mamum – ordenaram a tradução, do grego para o árabe, de importantes escritos científicos, como *O Almagesto*, de Ptolomeu, e *Os Elementos*, de Euclides.

Durante o reinado de Al-Mamum, no século IX, foi construído o centro cultural Casa da Sabedoria (em Bagdá), semelhante à Biblioteca de Alexandria, que recebeu contribuições de muitos matemáticos. Um deles foi Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi, que desenvolveu o “método de completar quadrados” para resolver uma equação do 2º grau.



II. Divide-se $10x$ em quatro retângulos de lados cujos comprimentos medem 2,5 e x , como mostra a figura abaixo.



Medida da área dos retângulos vermelhos:

$$4 \cdot (2,5 \cdot x) = 10x$$

Medida da área total: $x^2 + 10x = 39$

III. Completa-se o quadrado maior acrescentando quatro quadrados menores cujos comprimentos dos lados medem 2,5.



Fonte: Sampaio (2018, p. 76)

Identificamos que o autor focou na HM como estratégia didática, reforçando que devido a classificação simplista, os trechos que observamos a HM como estratégia didática também tem seu enfoque motivacional e informativo. Foi observado, inclusive, nas atividades que existe o enfoque histórico, mesmo que seja em uma atividade complementar. Com relação à pesquisa de Vianna (1995), de forma bem resumida, podemos dizer que houve uma evolução no uso da HM nos livros didáticos, uma vez que em sua dissertação, ele observou que a HM como estratégia didática inserida nos livros didáticos “é apenas uma promessa não cumprida, pois os autores acabam dando mais ênfase ao aspecto motivacional ou

informacional” (VIANNA, 1995, p. 78). Podemos dizer que 27 anos depois de sua pesquisa, a forma como a HM está sendo utilizada mudou e hoje aparece de várias maneiras no livro didático, inclusive enquanto estratégia didática.

6.3 Presença de HM nas equações quadráticas no livro Matemática: Realidade & Tecnologia

Nesse livro da Editora FTD, de autoria Joamir Souza, o capítulo sobre equação do segundo grau é bem resumido, com apenas 15 páginas, em relação a história da matemática. Observamos apenas algumas presenças com enfoque na informação histórica e não na problematização, na tabela abaixo podemos observar quantitativamente essas informações.

Quadro 5 – História da Matemática no capítulo de equação do livro Realidade & Tecnologia

Classificação	1 – Motivação	2 - Informação	3 - Estratégia didática	4 – Uso Imbricado
Páginas em que a H.M foi utilizada	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica	Páginas: 94 e 100.	Página: 103.	Página 99
Observação		Na página 94, apareceu no final do conteúdo de introdução, desconectada com a problemática. Na página 100 a HM apareceu no desenvolvimento do conteúdo	Página 103 tem a HM aparecendo em uma atividade.	Manual do professor indicando uma leitura sobre a história da equação do segundo grau.
Total de páginas por classificação		2 páginas	1 página	1 página
	Total: 4 páginas em que há presença da história da matemática			

Fonte: O Autor

A história da matemática aparece de forma muito breve nesse livro, apenas pequenas incisões com brevidade e tendo 50% da sua participação com enfoque informativo, com informações históricas desconectadas da problemática em questão, apenas 01 (uma) questão de uma atividade na página 103 que teve um

enfoque histórico e investigativo, sendo classificada como estratégia didática, também foi observado o uso imbricado da história da matemática em apenas 01 (uma) página. Verificamos o trecho que há informações históricas e classificamos como informação, pois não há conexão com o restante da problemática, podendo ser observada na figura 7.

Figura 7 – História da Matemática enquanto informação sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia

No decorrer da história, diversos estudiosos se dedicaram a resolver o que atualmente chamamos de equações do 2º grau com uma incógnita, como o frei italiano Luca Pacioli (c. 1445-1509), que tratou de problemas relacionados com essas equações em sua famosa obra *Summa de arithmetica, geometrica, proportion et proportionalita*, habitualmente chamada de *Suma*.

A imagem retrata, à frente, o frei Luca Pacioli. Um fato curioso é que Leonardo da Vinci (1452-1519) foi aluno de Pacioli e fez ilustrações para uma de suas obras.



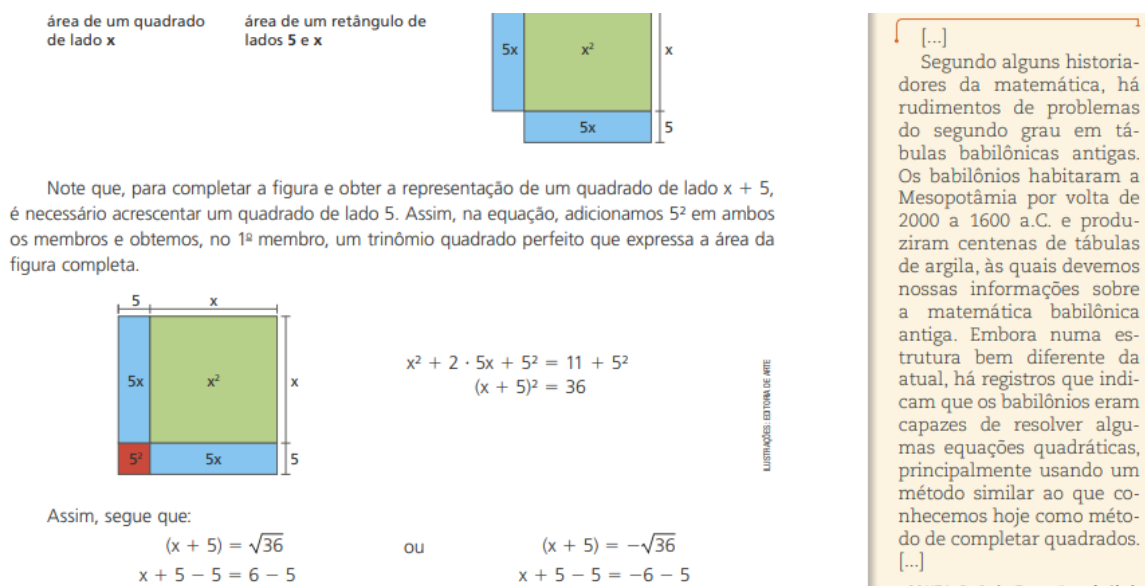
Fonte dos dados: EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004. p. 118, 298.

A seguir, estudaremos a resolução de equações incompletas e completas do 2º grau com uma incógnita.

Fonte: Souza (2018, p. 94).

Também foi observado o uso imbricado, que conforme abordado anteriormente é o uso da história de forma implícita no conteúdo, o autor sugere uma narração de alguns fatos presentes nas orientações didáticas, mas não há enfoque histórico explícito no desenvolvimento do conteúdo. Na figura 8 podemos observar como esse uso da HM apareceu.

Figura 8 – HM enquanto uso imbricado sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia



Fonte: Souza (2018, p. 99).

Por fim, na página 103, o autor utilizou a HM em uma questão da seção de atividades, com um enfoque histórico e investigativo, sendo então classificada como estratégia didática, podemos observar como o autor utilizou na figura 8.

Figura 9 - HM enquanto estratégia didática sobre equação no livro Matemática: Realidade & Tecnologia

- 9.** Na página 100 estudamos algumas informações sobre o hindu Bhaskara, que viveu no século XII. Em suas obras, Bhaskara propunha diversos problemas, muitos dos quais eram escritos em versos e falavam de elementos da natureza, como plantas e animais. Leia a tradução de um desses problemas.

Um bando barulhento de macacos se divertia. Um oitavo ao quadrado brincava no bosque. Doze, os que sobram, gritavam ao mesmo tempo, no alto da colina verdejante. Quantos eram os macacos no total?

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. *Tópicos de História da Matemática*. Rio de Janeiro: SBM, 2012. p. 197.

- a) Qual das equações a seguir corresponde a esse problema, em que x é a quantidade total de macacos do bando? **III.**

$$\begin{aligned} \text{I. } \frac{1}{8}x - x^2 &= 12 \\ \text{II. } 12 - \frac{1}{8}x^2 &= x \\ \text{III. } x - \left(\frac{1}{8}x\right)^2 &= 12 \\ \text{IV. } \left(\frac{1}{8}x\right)^2 &= 12 + \frac{1}{8}x \end{aligned}$$

- b) Resolva a equação que você indicou no item a. **16 e 48.**
- c) Quantos macacos tem o bando descrito nesse problema? **O bando de macacos pode ter 16 ou 48 macacos.**
- d) De maneira parecida a de Bhaskara, elabore e escreva no caderno um problema que possa ser resolvido por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita. Depois, troque esse problema com um colega para que ele o resolva, enquanto você resolve aquele que ele elaborou. Ao final, confirmem juntos as resoluções.

Resposta pessoal.

Fonte: Souza (2018, p.103).

Concluimos que o livro tem o capítulo de equações do segundo grau bem resumido, em um apanhado geral o autor foi bem simplista em relação a história da matemática, focando apenas no uso da HM como informação, tendo apenas uma questão com enfoque investigativo e que tem a HM presente.

6.4 Presença de HM nas equações quadráticas no Livro Matemática Essencial

No livro de autoria Patricia Moreno Pataro e Rodrigo Dias Balestri, da Editora Scipione, tem em seu capítulo de Equação quadrática 25 páginas, que foram analisadas e classificadas.

Quadro 6 – História da Matemática no capítulo de equação do livro Matemática Essencial

Classificação	1 – Motivação	2 - Informação	3 - Estratégia didática	4 – Uso Imbricado
Páginas em que a H.M foi utilizada	Página: 37.	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica	Página: 42	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica
Observação	Presente no início do conteúdo.		Seção separada com informação diversa.	
Total de páginas por classificação	1 página		1 página	
	Total: 2 páginas em que há presença da história da matemática			

Fonte: O Autor

Observamos apenas um breve texto na página 37 (ver figura 10) que discorre sobre a origem da resolução de equações polinomiais do segundo grau, classificado como HM motivação.

Figura 10 - HM enquanto motivação sobre equação no livro Matemática Essencial

Resolução de equações do 2º grau

A resolução de equações do 2º grau foi abordada, no decorrer da história, por diversos povos, como os árabes, hindus e babilônios. Em cerca de 2000 a.C. os babilônios já resolviam esse tipo de equação, em alguns casos com o auxílio de figuras.

Neste capítulo, vamos estudar a resolução de equações do 2º grau incompletas e completas.

Fonte: Pataro e Balestri (2018, p. 37)

Outro trecho que também tem uma fonte histórica na página 42, que relaciona a equação do segundo grau com a expressão $d = k \cdot t^2$ que é utilizada para descobrir a distância percorrida por um objeto, podemos observar abaixo os trechos indicados.

Na figura 11 podemos observar o trecho classificado como estratégia didática encontrado no capítulo de equações do segundo grau, se deu com base em Vianna (1995), pois a seção tem atividades propostas para os alunos desenvolverem.

Figura 11 - HM enquanto estratégia didática sobre equação no livro Matemática Essencial

Matemática em destaque

26. No século XVII, o físico Galileu Galilei concluiu, por meio de experimentos, que dois corpos com medidas de massa diferentes, quando abandonados de uma altura de mesma medida, desprezando a resistência do ar, alcançam o solo no mesmo instante.

Em suas experiências, Galileu também percebeu que a medida da distância percorrida por um corpo em queda livre é proporcional ao quadrado da medida do tempo de queda. Essa relação ficou conhecida como a lei dos corpos em queda. Observe uma representação artística dessa lei.

Denominando de d a medida da distância percorrida na queda, t a medida do tempo de queda e k a constante de proporcionalidade, podemos representar a lei dos corpos em queda pela seguinte expressão:

$$d = k \cdot t^2$$

26. a) Espera-se que os alunos respondam que todos os resultados são iguais a 4,9 m/s. Isso ocorre devido à lei dos corpos em queda, pois a razão corresponde à constante de proporcionalidade.

Medida do tempo	Medida da distância aproximada percorrida
0 s	0 m
1 s	4,9 m

a) Para os momentos representados no esquema, calcule a razão entre a medida da distância percorrida e o quadrado da medida do tempo de queda do objeto após iniciar o movimento. Que regularidade você pode observar nos resultados obtidos? Por que isso ocorreu?

Fonte: Pataro e Balestri (2018, p. 42)

Concluimos que o livro Matemática Essencial teve um enfoque histórico bem raso, mesmo quando classificado como estratégia didática teve pouco apreço pela história do desenvolvimento da resolução para equações do segundo grau, também quando utilizou como motivação, o livro contém apenas um trecho de 3 (três) linhas.

6.5 Presença de HM nas equações quadráticas no livro Telaris Matemática

O livro de autoria de Luiz Roberto Dante, da editora Ática, tem seu capítulo de equação do segundo grau iniciado na página 48, finalizando na página 69, segue abaixo a tabela com os dados quantitativos referentes a classificação da presença da HM.

Quadro 7 – História da Matemática no capítulo de equação do livro Telaris Matemática

Classificação	1 – Motivação	2 - Informação	3 - Estratégia didática	4 – Uso Imbricado
Páginas em que a H.M foi utilizada	Página: 48.	Páginas: 57 e 61.	Página: 66	Não foi encontrado uso de história da matemática com essa característica
Observação	Apresenta-se no início do conteúdo	Página 57, apenas a menção a Bhaskara. Página 61, parte em destaque.	Apresenta-se em uma questão de um grupo de atividades.	
Total de páginas por classificação	1 página	2 páginas	1 página	
	Total: 4 páginas em que há presença da história da matemática			

Fonte: O Autor

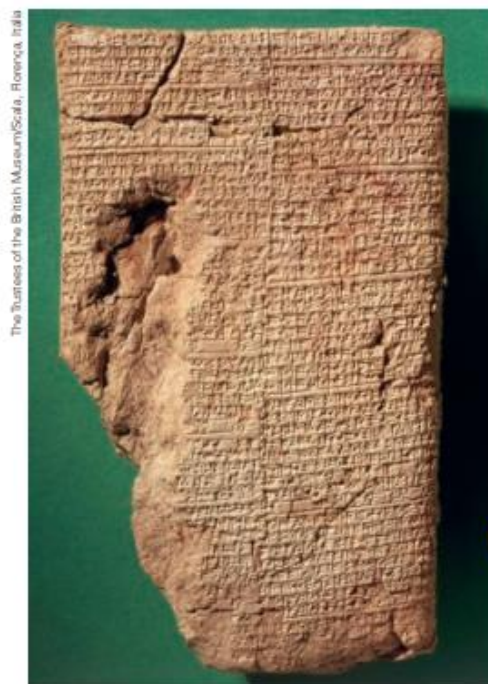
O autor inicia o capítulo com informações históricas, em busca de chamar a atenção do leitor/aluno, posteriormente o autor traz algumas informações históricas, explicando a relação de Bhaskara com a resolução de equações do segundo grau, em certo momento, nomeia a resolução como fórmula de Bhaskara, depois explica a real situação e a participação que Bhaskara teve no desenvolvimento dessa fórmula, também foi relacionada a equação do segundo grau com a equação da gravidade e da queda livre.

A figura 12 é um exemplo claro da HM motivação, pois observa-se um texto com um problema e depois uma imagem de uma placa de argila com escrita cuneiforme com quase 4 mil anos, correspondente ao problema, essa informação não ajuda especificamente na problemática, nem na compreensão de como encontrar as raízes de uma equação do segundo grau, tendo apenas a motivação

como foco, para prender a atenção do aluno no início do conteúdo, mantendo-o interessado.

Figura 12 - HM enquanto motivação sobre equação no livro Telaris Matemática

Entre os vários documentos que os babilônios deixaram, há um antigo texto de problemas matemáticos, escrito em argila que apresenta um problema que pode ser enunciado assim: Qual é a medida de comprimento do lado de uma região quadrada sabendo que a medida de área dela menos a medida de comprimento do lado é igual a 870?



Placa de argila de aproximadamente 2000 a.C.-1600 a.C. (11,7 cm × 19,4 cm), guardada no Museu Britânico, em Londres (Inglaterra). O primeiro problema dessa placa, registrado em escrita cuneiforme, corresponde ao problema citado no texto.

Fonte: Dante (2018, p. 48)

O autor também trouxe a HM como informação dentro do capítulo de equação polinomial do segundo grau. Em um momento na página 57, há apenas uma breve menção a Bhaskara, informando que a fórmula geral para resolver equações do segundo grau era conhecida como fórmula de Bhaskara.

Concluimos que neste livro, o autor foi restrito com o uso da história da matemática, em que a obra teve um uso bem caracterizado da HM como motivação, também foi resumido com a HM como informação, mas em relação a estratégia didática, limitou-se a 01 (uma) questão do conjunto de atividades.

Figura 13 - HM enquanto informação sobre equação no livro Telaris Matemática

Um pouco de História

Quem foi Bhaskara e por que o nome "fórmula de Bhaskara"

Bhaskara (1114-1185) foi um matemático e astrônomo indiano, considerado um dos mais importantes matemáticos do século XII. Porém, curiosamente, a fórmula de resolução de equações do 2º grau, que leva o nome dele, não foi escrita por ele! Na verdade, o hábito de dar o nome de Bhaskara para essa fórmula se estabeleceu no Brasil por volta de 1960. Esse costume, aparentemente, é apenas brasileiro, pois não se encontra o nome de Bhaskara para a fórmula em outros países. Os fatos apresentados a seguir contribuem para indicar que Bhaskara provavelmente não é o autor da fórmula.

- Problemas que recaem em uma equação de 2º grau já apareciam, há quase 4 mil anos, em textos escritos pelos babilônios (como foi visto no início deste capítulo). Nesses textos, o que se tinha era uma "receita" (escrita em prosa, sem o uso de símbolos) que ensinava como determinar as raízes em exemplos concretos com coeficientes numéricos.
- As 2 obras mais conhecidas de Bhaskara, *Lilavati* e *Vijaganita*, que tratam de Aritmética e Álgebra, respectivamente, contêm diversos problemas sobre equações do 1º grau e equações do 2º grau, porém resolvidos também com receitas em prosa.
- Até o fim do século XVI, não se usava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do 2º grau, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso começou a ser feito pelo matemático francês François Viète, que viveu de 1540 a 1603.

Logo, embora não devam ser negadas a importância e a riqueza da obra de Bhaskara, não é adequado atribuir a ele a fórmula de resolução da equação do 2º grau.

Fontes de consulta: *Revista do Professor de Matemática*, n. 6; BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 1996. p. 161 a 163.

Fonte: Dante (2018, p. 61)

Contudo, o autor também utilizou a HM em atividades, na página 66, sendo classificado então, como estratégia didática, pois além de ter informações históricas acerca do uso desse conhecimento o aluno é convidado a resolver atividades sobre o tema.

Figura 14 - HM enquanto atividades sobre equação, livro Telaris Matemática

102 ▸ Gravidade e queda livre. Realizando experimentos, o matemático, físico, filósofo e astrônomo italiano Galileu Galilei (1564-1642) verificou que, se a resistência do ar for desprezada, todo corpo, independentemente da forma, das medidas de dimensões e da medida de massa, quando abandonado de um ponto próximo à superfície da Terra, cai em **queda livre**. Esse corpo estará sujeito à aceleração da gravidade, de acordo com a equação usada como modelo matemático para o movimento de queda livre dos corpos.

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

Em que:

- d é a medida de **distância** percorrida pelo corpo até chegar ao chão;
- g é a medida de **aceleração da gravidade** na Terra, que vamos aproximar para $9,8 \text{ m/s}^2$;
- t é a medida de **intervalo de tempo** que o corpo precisa para chegar ao chão.

Fonte: Dante (2018, p. 66)

O que verificamos por meio da análise desse capítulo concorda com um trecho da presente no guia de livros didáticos do PNLD “A retomada da história da Matemática tem um caráter informativo e, de uma forma geral, não é utilizada em atividades de construção de conhecimento.” (BRASIL, 2019, p.136).

6.6 Comparativo das coleções

A história da matemática como estratégia didática foi o enfoque maior dos livros: A Conquista da Matemática e Trilhas da Matemática, em relação aos outros livros analisados.

Durante a análise dos outros capítulos de livros, pudemos observar que os autores utilizaram majoritariamente a HM como agente motivador ou apenas informação, mas ainda assim há presença de HM utilizada como estratégia didática em todos os livros. Esse fato entra em discordância com Vianna (1995), que em sua dissertação discorre que a “utilização da História da Matemática (como estratégia didática) é bastante incomum em nossos livros didáticos” (VIANNA, 1995, p.78), mesmo que bem resumida, é uma observação válida.

Também foi identificado o uso imbricado da história da matemática em um dos livros analisados, Matemática: Realidade & Tecnologia, a forma que o autor encontrou de inserir a HM foi utilizando as orientações didáticas, que sugerem ao professor um texto para leitura com alguns fatos sobre a história daquele conteúdo.

Notamos que há a tentativa de inserir a história da matemática nesse conteúdo, alguns livros com maior enfoque, outros abordam esse recurso de forma rápida, com pouca problematização em torno dos desafios existentes na época do desenvolvimento desse conhecimento matemático, mas a presença é constatada em todos os livros analisados.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foi proposta uma análise do capítulo de Equações quadráticas de 05 (cinco) livros do 9º ano do ensino fundamental, com vistas sobre o uso da história da matemática e como está sendo utilizada, além disso, uma pesquisa bibliográfica sobre a história da matemática como recurso didático no ensino das equações quadráticas.

Durante a pesquisa inicial, observamos que a história da matemática como recurso didático é defendida por diversos autores e também está presente nos documentos oficiais, reafirmando a importância da presente pesquisa, evidenciamos diversas visões e métodos de resolução para a equação quadrática, inclusive, foi realizado um apanhado de alguns métodos resolutivos que foram utilizados ao longo da história, que culminaram na fórmula geral para resolver equações do segundo grau, conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara, este último que também teve seu papel descrito no desenvolvimento desse trabalho.

Durante a análise dos livros didáticos, foi constatado que os livros A conquista da matemática e Trilhas da matemática utilizaram a história da matemática como estratégia didática com maior enfoque, enquanto os demais utilizaram majoritariamente história da matemática com um enfoque informativo e motivador, mas de forma breve, em certos momentos a história da matemática apareceu apenas no manual do professor, indicando leituras e informando curiosidades.

Podemos observar que os livros analisados contemplam as indicações dos documentos oficiais, em conformidade com os PCN e a própria BNCC, que recomendam e indicam o uso da HM no ensino de matemática.

A partir dessas informações, conferimos que os objetivos dessa pesquisa foram alcançados, deixamos uma pesquisa inicial que cabe uma continuação, pois os livros didáticos devem ser analisados constantemente, pois estes, são basicamente os norteadores das diversas salas de aula do Brasil e a história da matemática é uma tendência que deve ser abordada e pesquisada cada vez mais, devido a sua importância na ressignificação do conteúdo.

Esta pesquisa contribuiu muito para a formação do autor, levando-o a questionar sobre o modo que o livro didático trata alguns conteúdos e o papel do

professor, como também, a importância da escolha de uma coleção de livros, que pode impactar fortemente no ensino de determinado conteúdo ou conceito.

REFERÊNCIAS

- BIFFI, C.R.; TRIVIZOLI, L.M. **História da matemática em livros didáticos:** primeiras observações no cenário de pesquisas realizadas. Encontro Paranaense de Educação Matemática. **Anais...** Paraná: Unioeste de Cascável, 2017.
- BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Blucher, 1974.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Brasília. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020:** matemática – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BRITO, M. C. A. ; HEISIG, W. O. O uso da história da matemática como recurso didático para desmistificar a fórmula de Bhaskara?. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, SÃO PAULO **Anais do ENEM.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016. Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5765_3444_ID.pdf. Acesso em: 27 nov. 2020.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:** Concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.
- DANTE, L. R. **Teláris matemática.** 9º ano: ensino fundamental, anos finais - 3. ed. - São Paulo: Ática, 2018.
- DANTE, Luiz Roberto. **Livro didático de matemática:** uso ou abuso? Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar, 1996.
- FARAGO, J. L. **Do ensino da História da Matemática a sua contextualização para uma aprendizagem significativa.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Santa Catarina: UFSC, 2003.
- FOSSA, J. A.; MENDES, I. A.; VALDÉS, J. E. N. **A história como um agente de cognição na educação matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.
- GARBI, Gilberto Geraldo. **A Rainha das Ciências:** Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 4º ed. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2009.

GIOVANNY JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**: 9º ano: ensino fundamental: anos finais — 4. ed. — São Paulo: FTD, 2018.

GUEDES, Eduardo Gomes. **A Equação Quadrática e as Contribuições de Bhaskara**. 2019. 74 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, Curitiba, 2019. Disponível em: <https://www.acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/66582/R%20-%20D%20-%20EDUARDO%20GOMES%20GUEDES.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 2 dez. 2020.

JANUARIO, Gilberto. Investigações sobre livros didáticos de Matemática: uma análise de suas questões de pesquisa. **Educação, Escola & Sociedade**, Montes Claros, v. 11, n. 12, p. 1-12, jan./jun. 2018.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2008.

MUNIZ, J.T. **Soluções de Equações Quadráticas por ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk na Formação Inicial do Professor de Matemática**: uma perspectiva orientada pela História da Matemática. Dissertação de mestrado. UFRN, Natal, 2020.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como Fazer Pesquisa Qualitativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial** 9º ano: ensino fundamental, anos finais - 1. ed. - São Paulo: Scipione, 2018.

PEDROSO, H. A. Uma breve história da equação do 2º grau. **Revista Eletrônica de Matemática**, v.2, p.1-13, 2010.

PEREIRA, Elaine da Conceição; SANTOS, Artur Silva. Uma abordagem sobre equações do 2º grau. **Multidebates**, v. 4, n. 4, p. 42-59, 2020.

REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. Aspectos Históricos e Geométricos e a Equação Quadrática. **Disc. Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas. Santa Maria, v.6. n.1, p.79-95, 2005.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAD, L. A. Abordagem epistemológica da história da matemática: é um interesse ou interessa? V Seminário Nacional de História da Matemática, Rio Claro, 2003. **Anais**. Rio Claro: UNESP, 2003.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da matemática**, 9º ano: ensino fundamental, anos finais - 1. ed. -- São Paulo: Saraiva, 2018.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. H.; LUCIO, P. B. **Metodologia de Pesquisa**. Tradução de Fátima Conceição Murad, Melissa Kassner, Sheila Clara Dystyler Ladeira. 3. ed. São Paulo: Mc Graw-Hill, 2006.

SANTOS, C.A. **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**. Dissertação de mestrado. PUC, São Paulo, 2007.

SANTOS, C.H.M.; BELLINI, Willian. INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS EM SALA DE AULA: Contribuições de uma Tarefa Investigativa no 1º Ano do Ensino Médio. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** São Paulo – SP, 2016.

SANTOS, T. R. C.; MELLO, J.; LIMA, C.; WILSMANN, L.; FERNANDES, I. M. L.; MORAES, M. C. S. História da matemática uma ferramenta para o desenvolvimento da aprendizagem. Anais do XVI Seminário Interinstitucional de Ensino Pesquisa e Extensão, **Anais...** 2011.

SILVA, J.B.A. **EQUAÇÕES DE 2º GRAU: SUA HISTÓRIA E ABORDAGENS DIDÁTICAS**. Trabalho de conclusão de curso. UFPB, João Pessoa, 2019.

SOUZA, J. R. **Matemática realidade & tecnologia**: 9º ano: ensino fundamental: anos finais / Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

VIANNA, C. R.. **Matemática e História**: algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, USP, 1995.