



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**MAPAS CONCEITUAIS COM VÍDEOS: UMA PROPOSTA PARA A
AVALIAÇÃO NA COMPONENTE CURRICULAR ESTRUTURAS
ALGÉBRICAS**

EVERTON HENRIQUE CARDOSO DE LIRA

CARUARU

2015

EVERTON HENRIQUE CARDOSO DE LIRA

**MAPAS CONCEITUAIS COM VÍDEOS: UMA PROPOSTA PARA A
AVALIAÇÃO NA COMPONENTE CURRICULAR ESTRUTURAS
ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão do Curso de
Licenciatura em Matemática apresentado
ao colegiado de Matemática do Centro
Acadêmico do Agreste da Universidade
Federal de Pernambuco, sob a orientação
da Prof.^a Dr.^a Kátia Silva Cunha.

CARUARU

2015

Catálogo na fonte:
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

L768m Lira, Everton Henrique Cardoso de.
Mapas conceituais com vídeos: uma proposta para a avaliação na componente curricular Estruturas algébricas. / Everton Henrique Cardoso de Lira. - Caruaru: O Autor, 2015.
79f.; il. ; 30 cm.

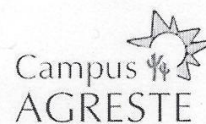
Orientadora: Kátia Silva Cunha
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2015.
Inclui referências bibliográficas

1. Avaliação educacional. 2. Estruturas algébricas. 3. Grupos. 4. Mapas conceituais.
I. Cunha, Kátia Silva. (Orientadora). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.)
UFPE (CAA 2015-015)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



MAPAS CONCEITUAIS COM VÍDEOS: UMA PROPOSTA PARA A AVALIAÇÃO NA
COMPONENTE CURRICULAR ESTRUTURAS ALGÉBRICAS

EVERTON HENRIQUE CARDOSO DE LIRA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de Matemática - Licenciatura do
Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovada**
em 05 de fevereiro de 2015.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Kátia Silva Cunha (CAA - UFPE)
(Orientadora)

Profa. Dra. Tarciana Maria Santos da Silva (UFRPE)
(Examinadora Externa)

Profa. Dra. Kátia Calligaris Rodrigues (CAA - UFPE)
(Examinadora Interna)

Profa. Viviane de Jesus Lisboa (CAA - UFPE)
(Examinadora Interna)

*Ao meu Deus, que sempre esteve comigo e nunca me deixou só.
Á minha mãe, que se estivesse comigo hoje, tenho certeza que estaria feliz.*

AGRADECIMENTOS

Antes de todos agradeço ao meu Deus, por sempre me conceder saúde, coragem e disposição para enfrentar todos os obstáculos que surgiram durante esta caminhada, nunca me deixando tropeçar, vacilar ou cair. A Ti Meu Tudo, eu devo tudo!

À minha família que sempre me deu o suporte necessário para que eu pudesse chegar aonde eu cheguei.

À minha amada noiva Eliza, por seu constante amor e paciência demonstrados a mim todos os dias. O seu amor por mim me faz querer te amar cada vez mais.

Ao professor Ismael José de Freitas, por ter me ajudado muito no início desta caminhada, o senhor sempre foi o meu melhor exemplo não apenas do que é ser professor, mas também do que é ser um homem de Deus.

À minha orientadora e professora Kátia Silva Cunha, pela sua correta orientação, presente atenção e pelo brilho que vi nos seus olhos ao lecionar, o qual me constrangeu a ser um melhor professor.

Ao professor Valdir Bezerra dos Santos Junior, por estar sempre disponível quando solicitado e pelas suas contribuições no início deste trabalho que foram muito valiosas.

A todos os meus colegas de curso e professores que através das suas atuações em minha vida me tornaram uma pessoa e um profissional melhor.

Em especial gostaria de deixar os meus agradecimentos ao professor José Dilson Beserra Cavalcanti, por abrir os meus olhos para uma nova compreensão da matemática que até então eu não imaginara que existisse; aos professores Cristiane Rocha e Edelweis Tavares por sempre se mostrarem como modelo de profissionalismo, dedicação e amor pelo que fazem; às professoras Viviane de Jesus Lisboa e Elizabeth Lacerda, por serem tão prestativas em me cederem as suas turmas para a realização desta pesquisa. Sempre pude ver em vocês bons exemplos a serem seguidos!

*Tenho mais entendimento que os anciãos, pois obedeco aos teus
preceitos.*

*Os teus testemunhos são a minha herança permanente; são a alegria
do meu coração. (Salmos. 119.100,111).*

Resumo

Neste trabalho partindo das ideias sobre mapas conceituais presentes em Moreira e Rosa (1986) e Moreira (2006) e tendo em mente a necessidade da utilização das tecnologias digitais na educação, elaboramos um processo avaliativo na perspectiva da avaliação formativa Perrenoud (1999). Para a realização deste processo avaliativo utilizamos um instrumento de avaliação que denominamos de Mapas Conceituais com Vídeos na avaliação de um grupo de alunos de um curso de licenciatura em matemática na disciplina estruturas algébricas. Nossa proposta neste trabalho foi apresentar uma forma alternativa de avaliação que não consista exclusivamente da prova escrita, fato este que é reconhecido como uma tradição nas disciplinas matemáticas em cursos de licenciatura Fischer (2008). Em nossos resultados pudemos verificar que o instrumento por nós proposto pode ajudar aos professores na obtenção de maiores informações referentes às aprendizagens de seus alunos, ajudando-os assim a tomarem melhores decisões dentro do processo avaliativo.

Palavras-chave: Avaliação; Estruturas Algébricas; Grupos; Mapas conceituais.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeira lista de conceitos de A1.....	47
Figura 2 – Segunda lista de conceitos de A1.....	48
Figura 3 – Primeiro mapa conceitual de A1.....	49
Figura 4 – Mapa conceitual de A1 com correções.....	51
Figura 5 – Mapa conceitual final de A1.....	51
Figura 6 – Primeira lista de conceitos de A2.....	55
Figura 7 – Segunda lista de conceitos de A2.....	56
Figura 8 – Primeiro Mapa Conceitual de A2.....	57
Figura 9 – Mapa Conceitual de A2 com correções.....	58
Figura 10 – Mapa conceitual final de A2.....	58
Figura 11 – Primeira lista de conceitos de A3.....	63
Figura 12 – Segunda lista de conceitos de A3.....	63
Figura 13 – Mapa Conceitual final de A3.....	65

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1 – GRUPOS, AVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO FORMATIVA.....	20
1.1 – Introdução.....	20
1.2 – O conceito de Grupo.....	22
1.3 – Algumas pesquisas envolvendo o conceito de Grupo.....	25
1.4 – Conceituando a ideia de avaliação.....	28
1.5 – Uma função da avaliação: a avaliação formativa.....	30
2 – INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO, AVALIAÇÃO COM MAPAS CONCEITUAIS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	32
2.1 – Instrumentos de avaliação.....	32
2.2 – Avaliação com mapas conceituais.....	34
2.3 – A teoria da aprendizagem significativa e os mapas conceituais.....	36
3 – METODOLOGIA.....	39
3.1 – Introdução.....	39
3.2 – Conhecimento, pesquisa e metodologia de pesquisa.....	39
3.3 – Os sujeitos e as escolhas metodológicas.....	42
4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	44
4.1 – Introdução.....	44
4.2 – Um modelo para a análise de erros.....	44
4.3 – Mapa conceitual e video do individuo A1.....	47
4.3.1 – Considerações gerais sobre o individuo A1.....	54
4.4 – Mapa conceitual e video do individuo A2.....	54
4.4.1 – Considerações gerais sobre o indivíduo A2.....	62

4.5 – Mapa conceitual e vídeo do indivíduo A3.....	62
4.5.1 – Considerações gerais sobre o indivíduo A3.....	68
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	69
REFERÊNCIAS.....	72
Anexo 1: definição alternativa de grupo.....	78
Anexo 2: uma das primeiras definições de grupo.....	79

INTRODUÇÃO

1. Caminhos que nos conduziram a esta pesquisa.

Em nossas experiências e vivências enquanto alunos do curso de graduação em Matemática - Licenciatura na UFPE-CAA, pudemos nos deparar com diversas situações relacionadas à nossa formação profissional que nos fizeram questionar a proposta de formação apresentada pelo curso, a saber, a formação profissional do professor de matemática da Educação Básica. Inquietados com tais situações realizamos uma leitura do Projeto Pedagógico do curso, e neste pudemos perceber qual o posicionamento da instituição a este respeito, que resumidamente destacamos a seguir.

Primeiramente, na justificativa observamos-se a seguinte afirmação que mostra a preocupação desta instituição com a relação entre a formação destes futuros profissionais com a sua área de atuação:

Convém destacar, neste contexto, o compromisso da UFPE com o Ensino Básico, tendo em vista a compreensão de que a melhoria da qualidade deste nível de ensino é condição indispensável à formação de recursos humanos qualificados para a pesquisa e, também, para a vida profissional. (PPC, 2013, p. 06).

Corroborando esta afirmação segue a seguinte colocação que entendemos refletir a função social do curso na região agreste e circunvizinhanças:

Especificamente, o curso de Matemática-Licenciatura em Caruaru busca atender à necessidade de professores habilitados para o exercício da docência em Matemática, além de possibilitar o desenvolvimento de pesquisas associadas às problemáticas educacionais que assolam a região agreste, uma vez que promove a integração de pessoal qualificado na região contribuindo para a solução de questões locais. (ibid. p. 07).

Quanto aos objetivos gerais destacamos o seguinte:

Formar professores de Matemática para atuarem na Educação Básica, preparando-os para o exercício crítico e competente da docência, de modo a atender as especificidades dos alunos ao qual se destina e contribuir para a melhoria do ensino de matemática neste nível da escolaridade. (ibid. p. 16).

Em outro momento, ao tratar das competências, atitudes e habilidades que a formação pretende propiciar ao futuro profissional da Educação, este documento aponta tópicos como as capacidades de se expressar escrita e oralmente, trabalhar em equipe, identificar, formular e resolver problemas com rigor lógico-científico, dentre outros.

Quando se refere às competências, atitudes e habilidades que o licenciando deve desenvolver durante a realização do curso, os seguintes tópicos são destacados: elaboração de propostas de ensino-aprendizagem, análise, seleção e produção de materiais didáticos, análise crítica de propostas curriculares, desenvolvimento de estratégias de ensino, dentre outros.

Olhando para as competências, atitudes e habilidades expostas acima e se questionando como a utilização de tecnologias e os processos avaliativos estão relacionados com a construção destas, pudemos verificar como aluno deste curso, que na prática ainda é muito pequena a presença de atividades voltadas à construção do conhecimento por parte dos alunos – futuros professores de matemática da Educação Básica – desenvolvidas na perspectiva do uso de tecnologias nos processos de ensino-aprendizagem.

Nessa mesma direção observamos que, é menor ainda a presença de atividades que envolvam o uso de tecnologias nos processos avaliativos, seja na construção de instrumentos de avaliação ou como suporte para a realização das avaliações, como é o caso do uso de calculadoras ou softwares de caráter matemático ou não.

Além do mais é quase inexistente o uso de outros instrumentos de avaliação - nas disciplinas específicas do curso - que não seja a prova escrita, fato este que é reconhecido como uma tradição em cursos de Licenciatura em Matemática, como pode se verificar no trabalho de Fischer (2008), quando a autora pesquisa sobre as concepções de matemática de professores universitários de um curso de Licenciatura em Matemática e a sua relação com as suas práticas avaliativas e percebe que a prova escrita aparece como o instrumento predominante nas praticas avaliativas de tais professores.

O que tem nos preocupado e o que em grande parte motivou a realização deste trabalho é a grande possibilidade existente dos futuros professores de matemática da

Educação Básica - e aí nos incluimos - saírem da Universidade para atuarem neste nível de escolaridade com concepções e modelos equivocados sobre os processos avaliativos. Concepções estas que estão fundamentadas em sua maioria nas experiências e vivências que estes passaram enquanto alunos, e que na maioria das vezes, os levam norteados por tais concepções a reproduzirem quando professores os modelos por eles vivenciados em sua formação, acentuando assim ainda mais o medo e a aversão aos processos avaliativos em seus alunos, gerando desta forma o que podemos chamar de um “ciclo vicioso”, o qual, só pode ser rompido quando um entendimento mais coerente dos processos avaliativos é conhecido e apropriado por estes futuros professores de matemática.

2. O Problema de pesquisa

Muito tem sido dito, visto, proposto, discutido e pesquisado nos círculos acadêmicos nacionais e internacionais como, por exemplo, nas reuniões realizadas nas várias edições do *International Congress of Mathematicians (ICM)* / Congresso Internacional de Matemáticos (CIM), do Colóquio Brasileiro de Matemática, do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) sobre os caminhos e direções que se esperam que a Matemática, a Educação Matemática e a Pesquisa em Educação Matemática tomem e sobre os caminhos e direções que estas têm tomado nas ultimas três décadas aproximadamente.

Não é de hoje que se tem falado e pesquisado sobre novas perspectivas e se tem projetado ideias futuras para a educação matemática (D'AMBROSIO, 1987; 1998) e para a pesquisa em educação matemática (LOPES, 1987), que se tem refletido sobre o papel da matemática e seus reflexos na educação na chamada sociedade do conhecimento (D'AMBROSIO, 1995), de como as chamadas tendências em Educação Matemática surgem e se incorporam às práticas de sala de aula (LOPES e BORBA, 1994), mais especificamente de como as tecnologias podem ser utilizadas como novos recursos que proporcionem mudanças significativas no seu ensino (BORBA, 1995), e de como os processos avaliativos devem ser vistos de uma forma mais ampla do que a

mera “verificação da aprendizagem” que tem como objetivo maior a atribuição de notas e a classificação dos sujeitos envolvidos nos processos educacionais (D’AMBROSIO, 1992; 1996).

Tratando destas entre outras temáticas com foco no Ensino Superior encontram-se os trabalhos desenvolvidos por NASSER e BARUFI (2001), PINTO (2002) e NASSER (2004) que apresentam um panorama das pesquisas que estão interessadas na maneira como a matemática vem sendo trabalhada neste nível de ensino tanto em cursos de Licenciatura em Matemática quanto em cursos que se utilizam da matemática trabalhada em cursos de licenciatura como, por exemplo, nas engenharias.

Com um olhar mais específico sobre a matemática trabalhada em cursos de Licenciatura em Matemática é possível observar a abordagem de temas como a utilização de tecnologias, a maneira como a matemática dita superior ou avançada deve ser tratada nestes cursos, como as deficiências na matemática básica interferem na aprendizagem da matemática avançada e da avaliação e análise de erros e suas relações com a formação do futuro profissional da Educação Básica.

Dentro da temática que trata da matemática superior ou avançada é possível perceber um tema bastante abordado com o qual nos propomos a trabalhar e que aqui vamos caracterizar como “A álgebra na Licenciatura em Matemática”, que pode ser identificado pelo estudo das *Estruturas Algébricas* ou da *Álgebra Abstrata* e a sua relação com a formação do professor de matemática da Educação Básica.

Nesta temática destacam-se os trabalhos de Souza (2008), Mondini (2009), Mondini e Bicudo (2010) e Pires (2012), os quais discutem a presença e a importância da Álgebra nos cursos de licenciatura e a sua relação com a prática do futuro docente na Educação Básica. Voltando nossas atenções especificamente para o conceito de Grupo - trabalhado geralmente em um primeiro curso de Estruturas Algébricas - merecem atenção os trabalhos de Bussmann e Savioli (2011), Almeida (2001), Elias et.al. (2012) e Quaresma (2009) que apresentam algumas dificuldades no ensino, a compreensão conceitual dos alunos e propostas de intervenção segundo diferentes olhares metodológicos.

O estudo e análise destes e outros trabalhos nos convenceu da relevância e abrangência da Álgebra e em especial do conceito de Grupo na formação técnica exigida do professor de matemática, conforme são colocadas nas diretrizes curriculares nacionais para os cursos de licenciatura em matemática (BRASIL, 2001), porém tais

trabalhos foram focalizados em sua maioria nos processos de ensino-aprendizagem do conceito de Grupo sendo ainda escassas as pesquisas voltadas à avaliação do mesmo. Mais escassos ainda são os trabalhos que propõem a utilização de tecnologias nos processos avaliativos deste conteúdo específico.

Tendo em vista as considerações realizadas acima nos propomos com este trabalho, refletir sobre dois temas de grande importância tanto na Educação Matemática como campo de pesquisa, quanto na formação dos futuros professores de matemática da Educação Básica, a saber, a Avaliação e o uso de tecnologias. Surgindo destas o seguinte problema: *Como a utilização das tecnologias podem auxiliar os processos avaliativos referentes ao conceito de Grupo em um curso de Álgebra em uma turma de um curso de Matemática - Licenciatura?*

Estamos interessados em verificar como estes temas se relacionam, abordando a avaliação numa perspectiva formativa, a qual, segundo Perrenoud, (1999, p.78) consiste em “[...] toda prática de avaliação contínua que pretenda contribuir para melhorar as aprendizagens em curso, qualquer que seja o quadro e qualquer que seja a extensão concreta da diferenciação do ensino”. Em outras palavras, uma avaliação é dita formativa quando ela tem em vista o acompanhamento e a regulação das aprendizagens dos sujeitos envolvidos nos processos educacionais, e mais ainda, recorrendo novamente ao mesmo autor este afirma que:

A ideia de avaliação formativa sistematiza esse funcionamento, levando o professor a observar mais metodicamente os alunos, a compreender melhor seus funcionamentos, de modo a ajustar de maneira mais sistemática e individualizada suas intervenções pedagógicas e as situações didáticas que propõe, tudo isso na expectativa de otimizar as aprendizagens [...] (idem, p.89).

E finalmente, ao entendermos que a construção do conhecimento matemático ocorre dentro de um coletivo formado por seres humanos-com-mídias (BORBA, 2001), somos levados a crer que os processos avaliativos devem se valer deste entendimento, incluindo assim nestes a utilização de outras mídias além do lápis e papel, tão comumente utilizados na prova escrita e observar as mudanças que a introdução destas podem trazer a estes.

Observando também as ideias de Masseto (2000) que propõe uma avaliação inovadora através da utilização das tecnologias, procuramos perceber quais mudanças

ocorrem e como ocorrem, quando aliamos ao instrumento de avaliação Mapa Conceitual a mídia áudio e vídeo e os utilizamos na avaliação dos conhecimentos de uma turma de Matemática – Licenciatura, relativos aos conteúdos relacionados ao conceito de Grupos na componente curricular Estruturas Algébricas I do curso acima citado.

3. Justificativa.

Justificamos a nossa escolha pelo conteúdo Grupos primeiramente pelo nosso interesse pelo mesmo o qual surgiu e foi sendo nutrido conforme cursamos a componente curricular Estruturas Algébricas I e pudemos perceber a sua relevância dentro da matemática. Em segundo lugar por entendermos no que diz respeito à construção de competências e habilidades matemáticas, que este conteúdo seja, juntamente com as componentes curriculares Análise Real, Álgebra Linear, Teoria dos Números entre outras, fundamental na construção de competências como *a expressão escrita e oral com clareza e precisão; e a identificação, formulação e resolução de problemas em matemática, através da utilização do rigor lógico-científico na análise de situações-problema*, conforme apontado na proposta do curso apresentada anteriormente.

No que diz respeito às dificuldades sofridas pelos alunos na avaliação deste conteúdo específico, entendemos que este trabalho constitui uma proposta inovadora em relação à prática de avaliação que é utilizada atualmente, a saber, a prova escrita, pois, concede aos alunos o direito de fala, quando estes são levados a expor o seu entendimento do conteúdo em um vídeo elaborado por cada aluno.

E no que diz respeito à formação inicial do professor de matemática da Educação Básica, o trabalho se constitui em uma proposta que pode enriquecer as práticas avaliativas de formadores de professores na Universidade, assim como pode contribuir na melhora dos processos avaliativos na Escola, quando em sua formação inicial os professores deste nível de ensino tiverem tido um contato não superficial com tais práticas. Tal contato pode ocorrer à medida em que mais trabalhos voltados para esta temática forem desenvolvidos e conhecidos pelos futuros professores de matemática da Educação Básica.

4. Objetivos

Pensando nas dificuldades encontradas no curso de licenciatura referentes a uma maior utilização de tecnologias nos processos avaliativos e nos trabalhos que já vem sendo desenvolvidos a este respeito, buscamos desenvolver a nossa pesquisa com um grupo de alunos do 7º período do curso de Matemática - Licenciatura desta instituição, tendo como objetivo geral **Utilizar e analisar uma prática alternativa de avaliação para o conceito de Grupo.**

Quanto aos objetivos específicos nos propomos a:

1. Identificar todos os conceitos relacionados ao conceito de Grupo presentes nos Mapas Conceituais elaborados pelos alunos;
2. Verificar e identificar, através dos registros presentes no vídeo, as justificativas para tais relações propostas pelos alunos;
3. Analisar os erros presentes nos vídeos através de um modelo didático.

5. Organização do trabalho

No primeiro capítulo do trabalho construímos o referencial teórico, partindo da observação de trabalhos que apontam o crescimento das pesquisas em Educação Matemática e de alguns dos trabalhos realizados no contexto do ensino do conteúdo Grupos apontando dificuldades e propostas.

O segundo capítulo constitui uma continuação da fundamentação teórica onde conceituamos avaliação, avaliação formativa, instrumentos de avaliação e tratamos da utilização de mapas conceituais como instrumentos de avaliação justificando a utilização destes na teoria da aprendizagem significativa.

No terceiro capítulo, apresentamos as escolhas metodológicas e o desenvolvimento da pesquisa.

E finalmente no quarto capítulo realizamos a análise dos resultados obtidos e partimos para as nossas considerações finais.

CAPÍTULO 1**GRUPOS, AVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO FORMATIVA.****1.1 – Introdução**

A pesquisa em Educação Matemática é uma área que tem evoluído e crescido muito nas últimas décadas, os pesquisadores desta área tem estudado as mais variadas manifestações da matemática em todos os níveis de ensino, as abordando desde a Educação Básica até a Superior. Sobre a situação das pesquisas no âmbito do Ensino Superior Nasser (2004, p. 02) apontam alguns motivos para o seu crescimento, os quais se devem principalmente:

1. Ao aumento do número de pesquisadores em Educação Matemática nas Instituições de Ensino Superior brasileiras;
2. Ao uso de novas tecnologias no ensino;
3. À democratização do ensino;
4. Às dificuldades inerentes à Matemática Superior.

Em outro trabalho Nasser (2004) aponta os principais tópicos abordados pelos pesquisadores desta área, dentre os quais destacamos os seguintes, que tratam da utilização de tecnologias:

1. O uso de novas tecnologias no ensino superior não é garantia de que os alunos compreendem os conceitos. É preciso que o professor saiba explorar esse recurso;
2. O tempo gasto com o ensino de cálculos e técnicas de integração pode ser diminuído com o auxílio do computador. Esse tempo economizado pode ser direcionado para a resolução de problemas mais interessantes. (NASSER, 2004, p. 03).

Notamos aqui que a utilização de tecnologias não é vista de uma maneira acrítica como sendo a solução dos problemas de aprendizagem no Ensino Superior, porém, reconhece-se a sua importância e o seu papel neste nível de ensino. Também notamos, pela colocação da autora no segundo ponto destacado, que as pesquisas sobre a utilização de tecnologias concentram-se mais no ensino-aprendizagem de Cálculo, mostrando-se assim a necessidade da investigação em outros conteúdos e em outros momentos dos processos de ensino-aprendizagem como é o caso do conceito de Grupo e da avaliação e mais ainda na avaliação do conceito de Grupo.

Outro destaque recai sobre o rigor exigido na matemática superior, ainda segundo a mesma autora:

1. As disciplinas voltadas para alunos de licenciatura não devem enfatizar apenas uma simplificação do conteúdo da disciplina;
2. O trabalho com alunos de Licenciatura deve ser baseado em textos matemáticos, exigindo do aluno leitura e compreensão dos mesmos;
3. Deve haver uma preocupação constante com a linguagem matemática, e também com a questão social;
4. Quanto às dificuldades apresentadas pelos alunos, ficou claro que estes apresentam sérias deficiências na compreensão de demonstrações, e não valorizam, em geral o rigor matemático. (idem).

Infere-se dos pontos abordados acima que existe uma necessidade presente nos cursos de Matemática-Licenciatura em se trabalhar a matemática em seu rigor, pois, as pesquisas mostram que o aluno de Licenciatura apresenta em sua formação inicial – e isso é levado para a sala de aula – dificuldades em lidar com o rigor da matemática, tratando esta na maioria dos casos apenas do ponto de vista intuitivo e informal. Isso não significa que os cursos de Licenciatura devem ter o mesmo caráter dos cursos de Bacharelado em Matemática, porém, não se pode conceber a ideia da formação de professores de matemática que não estão habituados com o caráter lógico-dedutivo do seu objeto de estudo e trabalho. Além disso, a formação matemática específica é condição necessária exigida na formação dos futuros profissionais da Educação Básica como pode ser visto nos documentos oficiais (BRASIL, 2001).

Por fim notamos o que Nasser (2004) coloca no seguinte tópico sobre a avaliação, que mais especificamente trata de instrumentos de avaliação, como pode ser visto:

1. Para acompanhar o progresso dos alunos, devem ser usados métodos inovadores de avaliação, como a análise de portfólios. (NASSER, 2004, p.03)

Entendemos que os pontos trazidos acima estão intimamente relacionados com a nossa pesquisa, principalmente os ligados ao rigor em matemática e à avaliação, pois, o ensino do conteúdo de Grupos apresenta grande relevância no contexto da matemática tanto pura como aplicada, além de possuir um importante papel na formação matemática do futuro professor. Porém, ao realizarmos uma análise mais detalhada das discussões e contextos que levaram a estes, pudemos observar que a maior parte dos trabalhos desenvolvidos relacionados aos tópicos acima destacados se concentram no ensino de Cálculo e Álgebra Linear, pensando nisso apresentamos a seguir alguns trabalhos que tratam de forma mais específica o conteúdo de Grupos e as suas relações com o ensino.

1.2 – O conceito de Grupo.

A Teoria dos Grupos teve seu surgimento por volta do final do século XVIII e início do século XIX, sua origem deu-se devido à necessidade existente na Teoria das Equações Algébricas do estudo e desenvolvimento de métodos para a resolução de equações de grau superior a quatro por meio de radicais. Nesta época as equações de grau três (a cúbica) e de grau quatro (a quartica) já haviam sido completamente resolvidas, o grande problema a ser resolvido era a questão das equações de grau cinco ou superior.

Após inúmeras tentativas frustradas de vários matemáticos, finalmente no ano de 1824 o matemático norueguês Niels Henrik Abel (1802 - 1829) provou que tais equações não podem ser resolvidas por meio de radicais, ou seja, não existe uma fórmula envolvendo somas, produtos e extração de raízes sobre seus coeficientes que possa dar as soluções das equações deste tipo.

Sem ter o conhecimento do trabalho de Abel o jovem matemático francês Évariste Galois (1811-1832) trabalhou no mesmo problema que Abel chegando à mesma conclusão (a da não existência da solução), porém com resultados que tiveram

repercussão no desenvolvimento de grande parte da matemática que utilizamos e conhecemos atualmente, nas palavras de D’Ambrósio

Galois provocou uma verdadeira revolução conceitual, que deu origem à emergência de uma nova Álgebra. Para estudar uma equação, ele criou uma classe de objetos matemáticos de natureza completamente diferentes associados a essa equação, que são as permutações de suas raízes, a qual chamou de GRUPO, e conseguiu obter informações qualitativas sobre a equação, tais como o caráter das raízes e a solvabilidade por radicais. (D’AMBRÓSIO, 2014, p. 23)

Nesta nova teoria destaca-se o conceito de Grupo, o qual como todo conceito matemático, foi sendo aquilatado e melhor desenvolvido ao longo dos anos, recebendo as contribuições de diversos matemáticos, que seguiram Galois. Segundo (BOYER, 1974, p.432) “[...] a ele devemos o uso em 1830 da palavra “grupo” em seu sentido técnico em matemática”, dentre os pesquisadores que levaram o desenvolvimento da teoria adiante destacamos os nomes de:

[...] Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) e outros que o sucederam, para o caso particular de grupos de substituições. Com o subsequente notável trabalho de Arthur Cayley (1821-1895), Ludwig Sylow (1832-1918), Sophus Lie, Georg Frobenius (1848-1917), Felix Klein, Henri Poincaré (1854-1912), Otto Holder (1859-1937) e outros [...] (EVES, 2002, p. 536).

Estes personagens, através do desenvolvimento de Proposições, Teoremas, notações e etc. foram dando à Teoria dos Grupos o formato que conhecemos atualmente, mais especificamente devemos a Arthur Cayley¹ “[...] a primeira definição abstrata de grupo finito, a partir de um conjunto de símbolos e uma lei de composição entre eles, satisfazendo certas propriedades” (D’AMBRÓSIO, 2014, p. 23). Historiadores da matemática como Howard Eves, Carl B. Boyer e Ubiratan D’Ambrósio chamam a atenção para o papel fundamental que o conceito de Grupo teve no desenvolvimento da matemática que estudamos atualmente, segundo Boyer (1974, p. 432)

A multiplicidade de álgebras inventadas no século dezenove poderia ter dado à matemática uma tendência centrífuga se não tivessem sido desenvolvidos certos conceitos estruturais. Um dos mais importantes destes foi a noção de grupo, [...]. Na álgebra o conceito de grupo foi sem dúvida a força mais

¹ A definição dada por Cayley é a seguinte: Um conjunto de símbolos $1, \alpha, \beta, \dots$ todos diferentes, tal que o produto de dois quaisquer deles (não importa a ordem), ou o produto de qualquer um deles por si próprio, pertence ao conjunto, é dito ser um grupo. (CAYLEY, 1889, p. 124 apud QUARESMA, 2009, p. 70).

importante para a coesão, e foi um fator essencial no surgimento das ideias abstratas. (p.432).

Para Eves (2011, p.536) a noção de Grupo “[...] serviu como uma estrutura atômica de coesão, fator de grande importância para a ascensão da álgebra abstrata no século XX.” E ainda segundo D’Ambrósio (idem, p.24) a teoria dos Grupos é “[...] uma das teorias centrais da matemática e de suas aplicações a diversas ciências.”. Tratando sobre as possibilidades de desenvolvimento da Teoria no século passado Eves afirma “A teoria dos grupos ainda é, nesta segunda metade do século XX, um campo de pesquisas muito produtivo em matemática.” (idem).

Além do seu papel fundamental na estrutura formal da matemática a teoria dos Grupos possui diversas aplicações práticas em outras áreas fora da matemática. Nas palavras de (LIVIO, 2005, p. 290) “[...] o legado de Galois gerou e continua a gerar novas ideias.” Por exemplo, podemos verificar a presença dos grupos na Antropologia (Simis, 1977), Genética (Junior, 2003) e Mecânica Quântica (Amaral et. al., 2011), além destas podemos citar os trabalhos de Schützer (2005) e Pereira et. al. (2006) que abordam a matemática do *Cubo de Rubik* (Cubo Mágico) dando especial destaque para a Teoria dos Grupos e para a análise do chamado *Grupo de Rubik* e os interessantes “Grupos de tranças²” amplamente estudados e difundidos por Daciberg Gonçalves professor no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

Visto o papel central do conceito de Grupo na matemática e as suas aplicações além desta entendemos a necessidade do estudo deste na graduação ainda que de forma introdutória, porém sólida de um ponto de vista matemático.

Para encerrar esta seção apresentamos a definição de Grupo^{3 4} vista atualmente nos livros de Álgebra:

Seja G um conjunto não vazio onde esta definida uma operação entre pares de G , denotada por,

$$\begin{aligned} G \times G &\rightarrow G \\ *: (x, y) &\mapsto x * y \end{aligned}$$

Dizemos que o par $G, *$ é um grupo se são validas as seguintes propriedades:

² Revista Cálculo Matemática para todos, 30ª Ed. – Ano 3 – Jul./2013, pp. 40-45

³ Para uma definição menos formal de Grupo ver o anexo 1 no final do texto.

³ Para uma definição menos formal de Grupo ver o anexo 1 no final do texto.

⁴ Para o leitor interessado uma das primeiras definições de Grupo pode ser vista no anexo 2 no final do texto.

$$\begin{aligned}
G_1) & a * (b * c) = (a * b) * c, \forall a, b, c \in G \\
G_2) & \exists e \in G \text{ tal que } a * e = e * a, \forall a \in G \\
G_3) & \forall a \in G, \exists b \in G \text{ tal que } a * b = b * a = e.
\end{aligned}$$

[...] Se em um grupo $G, *$ verifica-se a propriedade:

$$G_4) a * b = b * a, \forall a, b \in G$$

dizemos que o grupo $G, *$ é um grupo abeliano... (GONÇALVES, 2011, p. 119).

Com esta definição entendemos estar bem caracterizada a estrutura algébrica Grupo, que será objeto das nossas considerações adiante.

1.3 – Algumas pesquisas envolvendo o conceito de Grupo.

Sobre as pesquisas educacionais voltadas ao conceito de Grupo verificamos que existe uma quantidade que consideramos ser pequena em relação a outros conteúdos trabalhados no Ensino Superior, considerando os trabalhos e pesquisas desenvolvidos nos últimos anos. Dentre os trabalhos que tivemos contato nesta pesquisa notamos os trabalhos de Bussmann e Savioli (2011), que desenvolvem uma pesquisa com o objetivo de investigar os conhecimentos mobilizados por estudantes de matemática sobre o conceito de Grupo; Elias et.al. (2012) que investiga as dificuldades de estudantes de matemática em desenvolver o pensamento matemático avançado requerido nos estudos de Grupos; as propostas de ensino de Almeida (2001), que propõe uma metodologia para o ensino de Grupos através da utilização de material concreto na confecção de tapeçarias e a tese de doutorado de Quaresma (2009) que propõe a utilização da história da matemática como motivação para a construção do conceito de Grupo. Passamos agora a detalhar melhor estes trabalhos.

O trabalho de Bussmann e Savioli (2011) intitulado de: **Conhecimentos mobilizados por estudantes de matemática sobre o conceito de Grupo** tem sua relevância justificada pelas autoras entenderem que “[...] abordar esse conteúdo seja importante para a formação do matemático e/ou futuro docente” (BUSSMANN e

SAVIOLI, 2011, p.02), como objetivo propõem “investigar quais conhecimentos sobre o conceito de Grupo são mobilizados por estudantes de um curso de matemática, habilitação licenciatura, que já cursaram disciplinas de conteúdos algébricos, na resolução de um conjunto de questões” (idem).

A análise dos dados obtidos após a aplicação do conjunto de questões revelou às autoras que os seguintes conhecimentos foram mobilizados pelos alunos:

[...] noção de conjuntos, operações de conjuntos, definição, propriedade e exemplos de **Grupo**, conjuntos numéricos, operações em conjuntos numéricos, propriedades das operações nos conjuntos numéricos, matrizes, funções, aplicações, transformações lineares no plano, uso de linguagem algébrica, simbologia algébrica, conjunto vazio (idem, p.14-15).

Ou seja, esta pesquisa nos mostra que o conceito de Grupo está intimamente relacionado a diversos conceitos que são trabalhados na graduação anteriormente a este. O que significa que para que haja um bom entendimento deste é necessário que o aluno esteja familiarizado com conceitos elementares de Álgebra, Álgebra Linear, Cálculo e etc.

A pesquisa desenvolvida por Elias et. al. (2012) intitulada de **Indícios de dificuldade na compreensão da matemática avançada: o conceito de Grupo** apresenta a seguinte proposta “[...] mostrar que estudantes iniciantes em matemática apresentam dificuldades em compreender a matemática avançada, uma vez que não estão acostumados ao formalismo e à abstração exigidos na matemática de nível superior.” (ELIAS et.al., 2012, p. 03) e cujo objetivo é “[...] verificar como estudantes de licenciatura em Matemática lidam com conceitos da matemática avançada” (idem), mais especificamente o conceito de Grupo. Como resultado os autores puderam concluir que os alunos envolvidos na pesquisa “[...] ainda não se desprenderam de um padrão de imitar soluções” (idem, p. 15), de forma mais precisa, ao analisar a fala de um dos alunos quando este se referia a sua compreensão sobre o conceito de Grupo os autores afirmam que:

Essa é uma maneira elementar de compreender o conceito, pois o estudante tenta, sem realizar reflexões, provar as propriedades para verificar se um conjunto com uma dada operação é um grupo, mas sem entendê-lo como um objeto matemático construído a partir da definição formal, com propriedades próprias. (ELIAS et.al., 2012, p. 15).

A conclusão a que os autores chegam é a de que os alunos que entram em contato com disciplinas que apresentam como um dos seus objetivos desenvolver no futuro professor de matemática a capacidade de abstração, generalização e do raciocínio lógico-dedutivo ainda não estão alcançando este objetivo, visto que ainda que a disciplina tenha este caráter os alunos passam por estas e mesmo assim continuam abordando a matemática de uma forma intuitiva.

É interessante notar a relação entre estas duas pesquisas, no que diz respeito a construção do pensamento matemático avançado que é exigido para a compreensão do conceito de Grupo, pois, a incapacidade de construir este tipo de pensamento pode mostrar que os conceitos que os alunos mobilizam quando diante do conceito de Grupo não foram construídos de uma maneira formal, mas sim intuitiva, o que pode levar a grandes conflitos quando o aluno pela “primeira vez” entra em contato com este tipo de matemática.

Sob o título de **Grupo finito: motivação no ensino-aprendizagem** nós encontramos o trabalho de Almeida (2001), a qual desenvolve uma metodologia de ensino para o conceito de Grupo com alunos de um curso de Informática. Neste trabalho a autora traz à tona que ao se trabalhar com este conceito são encontradas “[...] dificuldades na linguagem algébrica, na lógica e abstração” (ALMEIDA, 2001, p.02), mais ainda são encontradas dificuldades com respeito à “[...] generalização, isto é, a percepção de que os exercícios numéricos são apenas específicos e não provam que valem para todos; não são leis, não são genéricos” (idem, p.03, grifos no original).

Diante de tal fato é evocada a necessidade de se valorizar os conhecimentos matemáticos desenvolvidos anteriormente pelo aluno, pois, estes serão de importância fundamental no entendimento futuro do aluno no desenvolvimento da teoria o que está de acordo com o que vemos em Bussmann e Savioli (2011).

Como objetivo deste trabalho a autora pretende “Motivar o aluno a vivenciar uma experiência matemática, operando com objetos mais motivadores (familiares) de forma a unir criatividade e arte no aprendizado de Teoria de Grupo” (idem, p.05). Para isso a autora desenvolveu tapeçarias, juntamente com os alunos, criadas manualmente ou no computador, onde os elementos do grupo diedral do quadrado foram representadas por cores, gerando assim as tapeçarias.

Como resultado a autora afirma que

É possível usar a criatividade, e mesmo no estudo de Teoria de Grupos, criar oficina de Matemática em sala de aula, não só com tecnologia em ambiente Windows ou com tecnologia de sucata, com o objetivo de propiciar ao aluno uma interação com o objeto algébrico, tornando-o familiar, para a construção do seu conhecimento (idem, p.09).

Como nos trabalhos anteriores, verifica-se aqui que as dificuldades relacionadas ao conceito de Grupo estão relacionadas com a falta de rigor e de conhecimentos anteriores por parte dos alunos, gerando assim também, dificuldades para os professores nos processos de ensino.

Por fim, citamos a pesquisa desenvolvida por Quaresma (2009) em sua tese de doutorado intitulada de **Uma análise histórico-epistemológica do conceito de Grupo**, a qual aborda a construção e o desenvolvimento do conceito de Grupo a partir da história, entendendo que “[...] trabalhar a construção do conceito de Grupo, a partir de sua evolução e considerando os aspectos históricos envolvidos, pode minimizar as dificuldades que ocorrem atualmente no ensino deste conceito na graduação” (QUARESMA, 2009, p. 14). Como proposta para esta pesquisa o autor propõe um curso de Álgebra que enfatiza “[...] o uso da componente histórica ligada ao desenvolvimento do conceito de Grupo, com origem na Teoria dos Números, da Teoria das equações e, até mesmo, da Teoria das Matrizes” (idem, p.140) “[...] com vistas a buscar melhorias para a aprendizagem desse conceito” (idem). Os resultados obtidos pelo autor nos mostram que esta abordagem foi positiva e a aprendizagem apresentada pelos alunos foi satisfatória.

Das leituras realizadas é possível verificar que no ensino das Estruturas Algébricas, mais especificamente no ensino da estrutura Grupo, um dos maiores obstáculos ocorre quando tratamos da construção, por parte dos alunos, da compreensão desta estrutura não apenas de forma intuitiva, mas também através do rigor lógico-dedutivo próprio deste nível de ensino. Outro obstáculo pode ser visto na falta de conhecimentos prévios necessários para a construção do conceito de grupo.

Notamos que estes trabalhos estão concentrados no âmbito do ensino e a nossa proposta está voltada para a avaliação, porém, tal leitura nos é proveitosa pelo fato de nos informar das possíveis situações que poderemos encontrar ao avaliarmos a aprendizagem deste conteúdo.

Passamos agora a algumas considerações sobre a avaliação.

1.4 – Conceituando a ideia de avaliação.

Entendemos que o ensino de um determinado conteúdo – no nosso caso o conceito de Grupo – é um processo que atende “[...] aos três momentos de qualquer procedimento sistêmico: entrada, processamento, saída.” (TORRE, 2007, p.108). Decorre deste entendimento, que para nós um processo de ensino só pode ser considerado completo, quando estes três momentos ocorrerem e estiverem bem definidos para aqueles que participam do processo.

Trazendo para o contexto do ensino do conceito de Grupo, o procedimento sistêmico colocado por Torre (2007) será visto da seguinte forma: o momento da entrada ocorre quando o indivíduo entra em contato com a informação referente ao conteúdo que será trabalhado; o processamento ocorre da interação do indivíduo com outros indivíduos e com o conteúdo; a saída é o resultado ou produto final desta interação. Embora em seu livro Torre (2007) aborde a possibilidade da avaliação nestes três momentos, nós iremos focalizar e situar o ato da avaliação no momento da saída, entendendo a avaliação como agente regulador da interação dos indivíduos com o conteúdo no processo. Como uma primeira aproximação da ideia de avaliação a colocamos como sendo o:

Conceito que designa o processo de confronto entre as metas estabelecidas e os resultados obtidos. A avaliação permite verificar o grau de consecução dos objectivos, através da comparação das metas com os resultados, ajuda a detectar as falhas e incorrecções no processo de ensino e aprendizagem [...]. (MARQUES, 2000, p. 12).

Além disso, avaliar também implica em “[...] dois processos articulados e indissociáveis: *diagnosticar e decidir*. Não é possível uma decisão sem um diagnóstico, e um diagnóstico, sem uma decisão é um processo abortado” (LUCKESI, 2000, p.03, Grifos no original). O que Luckesi afirma anteriormente é corroborado nas palavras de D’Ambrosio quando este coloca que:

[...] avaliação é inerente á ação, e como educação é uma ação ela deve estar permanente sujeita a avaliação que é, em essência, um mecanismo de controle e regulador da ação. A avaliação é parte do processo de informação que deflagra o processamento de impulsos da realidade em uma estratégia de

ação. Assim, está sempre presente ajudando na execução da ação por todos aqueles envolvidos no processo. (D'AMBROSIO, 1992, p.31).

Dessa forma podemos afirmar que o ato de avaliar está incumbido de algumas funções, a saber, as funções de controlar, diagnosticar, direcionar e regular as aprendizagens dos indivíduos envolvidos no processo de ensino. Porém, isso não implica em classificação de indivíduos ou mensuração de aprendizagens, pois, o processo de avaliação, “[...] pela sua própria natureza dinâmica, não pode ser medido. Ninguém pode avaliar o quanto se aprendeu - desde que aprender tenha um sentido mais amplo que mero psitacismo!” (idem). Com essa ideia concordam os documentos curriculares oficiais, os quais através da Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco abordam o assunto nos seguintes termos:

No âmbito do ensino-aprendizagem, a avaliação detém função relevante, pois lhe é atribuída, na quase totalidade das vezes, a prerrogativa de orientar a tomada de decisões, tanto no que se refere ao tempo destinado à aprendizagem, quanto aos conteúdos, fenômenos e procedimentos que devem ser privilegiados no decorrer da escolarização. (PERNAMBUCO, 2008, p. 51-52).

E através dos Parâmetros para a Educação Básica no Estado de Pernambuco, afirmam que:

A avaliação tem como objetivo fundamental proporcionar a tomada de decisões. Avaliar é então a organização (ou estudo) de situações que permitam recolher informações que, após tratamento, sejam susceptíveis de revelar algo de confiável e de substancial sobre o “valor” de um objeto. (PERNAMBUCO, 2012, p. 42).

Daí inferimos que avaliar não é o que se tem visto tradicionalmente nos processos de ensino entre os mais variados níveis de escolaridade, a saber, a aplicação de provas e testes que tem como objetivo apenas comparar e classificar (PERRENOUD 1999), antes avaliar é acompanhar o desenvolvimento do individuo dentro de um determinado processo, o auxiliando na construção das suas aprendizagens e na correção de seus erros.

1.5 – Uma função da avaliação: a avaliação formativa.

Quando tratamos do tema avaliação da aprendizagem é interessante notarmos que em vez de utilizarmos o termo avaliação poderíamos naturalmente utilizar o plural deste, a saber, avaliações, visto que os estudos sobre este tema têm levado a muitas funções e abordagens diferentes para o conceito mais geral avaliação, cunhando assim termos como *avaliação diagnóstica*, *avaliação formativa* e *avaliação somativa* (MARQUES, 2000), só para citar alguns. Este trabalho seria insuficiente se tivéssemos nos propondo a realizar um tratamento, ainda que introdutório, de cada um destes termos, visto a grande quantidade de literatura desenvolvida a este respeito, por este motivo, nos ateremos apenas à realização de algumas considerações sobre a *avaliação formativa*.

A visão da avaliação como auxiliadora na construção das aprendizagens do indivíduo, como tratamos anteriormente, está bem caracterizada nas considerações feitas pelo pesquisador suíço Philip Perrenoud - considerado um dos expoentes internacionais quando se trata do assunto - quando este aborda o conceito de avaliação formativa. O conceito de avaliação formativa é colocado como uma proposta que tem por objetivo romper com os moldes tradicionais de avaliação, os quais se baseiam grandemente na mensuração e classificação dos sujeitos envolvidos nos processos avaliativos.

Como já afirmamos anteriormente no início deste trabalho a avaliação formativa pode ser definida como “[...] toda prática de avaliação contínua que pretenda contribuir para melhorar as aprendizagens em curso, qualquer que seja o quadro e qualquer que seja a extensão concreta da diferenciação do ensino” (PERRENOUD, 1999, p.78), isso significa que a prática da avaliação formativa não se resume simplesmente em aplicar vários testes ou procedimentos avaliativos no decorrer do período letivo, mas sim que esta implica na análise por parte do professor dos resultados obtidos nestes procedimentos avaliativos modificando assim a sua prática em sala de aula, ou seja, não basta aplicar um procedimento avaliativo e não modificar as práticas de ensino, pois isto não constitui uma prática formativa de avaliação conforme podemos ver em Veiga e Naves (2005).

Em suma podemos concluir que esta função da avaliação pode ajudar o professor a modificar as suas práticas conforme os alunos respondem ou não as expectativas propostas nos objetivos de ensino e aprendizagens que são desejadas a construção por parte destes.

CAPÍTULO 2**INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO, AVALIAÇÃO COM MAPAS
CONCEITUAIS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.****2.1 – Instrumentos de avaliação.**

Se nós, professores de Matemática, olharmos o processo avaliativo como um momento de obtenção de informações sobre as aprendizagens dos sujeitos envolvidos neste, conforme explicitamos anteriormente, veremos neste a necessidade da posse, por nossa parte, de um conjunto de instrumentos que sejam capazes de nos permitir recolher da forma mais precisa possível estas informações.

Quando, porém, olhamos para a formação inicial do professor de Matemática, autores como Fischer (2008) e Menino e Santos (2004), nos mostram que a utilização de instrumentos como a prova escrita, os testes orais e as observações é o que realmente predomina na sua formação inicial e são estes instrumentos que os professores levam para a sua prática em sala de aula. Porém, a utilização apenas destes instrumentos se mostra insuficiente conforme podemos observar a seguir:

Tendo em atenção que os objectivos curriculares incluem competências nos domínios dos conhecimentos, capacidades, atitudes e valores, os professores devem procurar encontrar formas diversificadas de recolha de dados para a avaliação dos alunos, recorrendo, para além dos testes, a relatórios e outros trabalhos e a desempenhos orais dos alunos e procurar formas práticas e eficazes de registo desses dados de forma a viabilizar uma avaliação formativa mais sistemática e a sua integração na avaliação sumativa. (APM apud Menino e Santos, 2004, p. 01).

Foi na reflexão sobre esta situação que vários autores vêm desenvolvendo inúmeros trabalhos e pesquisas com o fim de ampliar as possibilidades dos professores,

não só de Matemática como também de outras disciplinas, em relação à diversificação dos instrumentos de avaliação.

A esse respeito podemos citar os trabalhos de Menino e Santos (2004), onde um grupo de professoras de matemática do ensino fundamental experimenta a utilização do relatório escrito, dos testes em duas fases e do portfólio como instrumentos de avaliação, discutindo-se as suas potencialidades e limitações.

Considerações de importância fundamental são as feitas por D'Ambrósio (1996), que propõe a utilização do relatório-avaliação e do resumo analítico como instrumentos de avaliação, mostrando que tais instrumentos são importantes na obtenção de informações que revelem o que o aluno tem aprendido e como tem aprendido um determinado conteúdo, dando assim oportunidades para o professor perceber a profundidade ou superficialidade das aprendizagens dos seus alunos.

Numa perspectiva formativa de avaliação podemos notar os trabalhos de Lima (2010) e Martins (2010), os quais tratam da utilização de fichas de registro individual de todas as atividades realizadas por um grupo de alunos das séries iniciais, onde juntamente com o professor cada aluno é responsável pelos registros de suas notas e atividades desenvolvidas.

É importante não deixar de notar as contribuições de Moreira e Rosa (1986) e Moreira (2006, 2008), ao apresentarem a utilização dos mapas conceituais como instrumentos de avaliação capazes de captar informações relacionadas à construção de determinado conteúdo na estrutura cognitiva do aluno. Seguindo esta mesma abordagem figura o trabalho de Cavalcanti (2011) que utiliza um método de análise de mapas conceituais na avaliação do conhecimento de alunos de graduação em Química sobre o conceito de Equilíbrio Químico.

Para resolver o problema da cola, notamos aqui o interessantíssimo trabalho de Boeri et. al. (2010) o qual, pesquisa as opiniões de professores e alunos acerca da utilização da chamada “cola oficial” que consiste em uma “[...] folha na qual os alunos anotam fórmulas e considerações acerca do que julgam importante sobre os conteúdos trabalhados em aula e que podem utilizar durante a prova” (BOERI et. al., 2010, p.02) visando assim diminuir ou extinguir esta prática reprovável e não construtiva, muito comum nas escolas.

Finalmente abordando o uso de objetos tecnológicos nos processo avaliativos notamos o trabalho de Bairral et. al. (2010) que aborda a construção e a utilização dos

portfólios eletrônicos na avaliação em matemática e o trabalho de Ferrão (2013) que utiliza mapas conceituais digitais na avaliação de conteúdos relativos ao Cálculo Diferencial.

Estes trabalhos vêm confirmar a tese de que a multiplicidade de instrumentos de avaliação pode contribuir para um melhor aproveitamento, por parte de professores e alunos, dos processos avaliativos. Por um lado os professores são beneficiados pelo maior retorno sobre o andamento das aprendizagens dos alunos que tais instrumentos possibilitam, por outro lado os alunos se beneficiam com o fato de poderem ser avaliados não apenas em um momento específico e de apenas uma determinada maneira como ocorre geralmente com a prova escrita.

2.2 – Avaliação com mapas conceituais.

A nossa proposta com este trabalho foi a de desenvolver com os alunos outra perspectiva de avaliação, através de outro instrumento de avaliação, além da prova escrita, que é o instrumento mais conhecido e utilizado nos processos avaliativos conforme aponta Fischer (2008). Segundo Moreira e Rosa (1986, p.01) “mapas conceituais são diagramas bidimensionais mostrando relações hierárquicas entre conceitos de uma disciplina e que derivam sua existência da própria estrutura dessa disciplina”, portanto os mapas conceituais são utilizados na representação de um dado conjunto de conceitos, além disso, eles são muito versáteis e servem tanto para ensino de um determinado conceito, quanto para a sua avaliação, pois permitem:

se ter uma imagem da organização conceitual - relações hierárquicas entre conceitos - que o aluno estabelece para um dado conteúdo. Naturalmente, essa é uma visão não tradicional de avaliação que é essencialmente qualitativa, mas que pode ser muito valiosa para o professor no sentido de guiar sua prática pedagógica. (MOREIRA e ROSA, 1986, p.02).

Além disso, a construção de mapas conceituais é algo muito pessoal, ou seja, pessoas diferentes naturalmente elaboram mapas conceituais diferentes sobre um mesmo conceito ou assunto. Diante deste fato nós somos levados a entender que na avaliação de mapas conceituais

[...] nunca se deve esperar que o aluno apresente... o mapa conceitual “correto” de um certo conteúdo. Isso não existe. O que o aluno apresenta é o seu mapa e o importante não é se esse mapa está certo ou não, mas sim se ele dá evidências de que o aluno está aprendendo significativamente o conteúdo. (MOREIRA, 1997, p.08)

Porém ao afirmarmos que não existe o mapa conceitual correto, não estamos dizendo que qualquer mapa conceitual pode ser simplesmente aceito pelo professor de forma acrítica e sem nenhuma consideração sobre o conteúdo do mesmo. Nas palavras de Moreira (1997, p.09) “[...] é preciso cuidado para não cair em um relativismo onde “tudo vale”: alguns mapas são definitivamente pobres e sugerem falta de compreensão.”

Ao escolhermos utilizar os mapas conceituais no lugar da prova escrita, por exemplo, sabemos que estamos de certa forma rompendo com uma tradição na avaliação em matemática vinda desde a formação inicial dos professores como apontado anteriormente, porém, entendemos que a prova escrita não é o instrumento mais eficaz quando os processos avaliativos são vistos como exposto anteriormente, ou seja, como momentos de obtenção de informações para a tomada de decisão.

Justificamos assim a nossa escolha pelos mapas conceituais como instrumento de avaliação, porém, sabemos que todo instrumento de avaliação possui as suas potencialidades e as suas limitações. Com respeito ao instrumento escolhido podemos afirmar que uma das suas potencialidades está colocada nos seguintes termos por Moreira e Rosa (1986, p.09):

São recursos flexíveis, dinâmicos, utilizáveis em qualquer sala de aula (ou laboratório), cuja maior vantagem pode estar exatamente no fato de enfatizarem o ensino e a aprendizagem de conceitos, algo que muitas vezes fica perdido em meio a uma grande quantidade de informações e fórmulas.

Tratando das suas limitações podemos ver que algumas vezes um mapa conceitual pode se tornar muito complexo ao ponto de não poder ser entendido sem a explicação de seu autor. Nas palavras de Moreira e Rosa (1986, p.03) “Mapas conceituais não são auto-suficientes; é sempre necessário que sejam explicados por quem os faz, seja o professor ou o estudante.”. Porém, é interessante notar que esta limitação pode ser convertida em uma potencialidade, quando damos a devida atenção à explicação elaborada pelo autor do mapa conceitual, este entendimento é confirmado por Moreira (1997, p.02), quando afirma que:

Mapas conceituais devem ser explicados por quem os faz; ao explicá-lo, a pessoa externaliza significados. Reside aí o maior valor de um mapa conceitual. É claro que a externalização de significados pode ser obtida de outras maneiras, porém mapas conceituais são particularmente adequados para essa finalidade.

Pensando nesta limitação - que pode se tornar em potencialidade quando devidamente observada - decidimos agregar ao mesmo a mídia áudio/vídeo através da utilização, pelos alunos, de câmeras digitais e/ou câmeras de celulares na produção de um vídeo explicativo sobre os seus mapas conceituais, vídeo este que servirá tanto como meio de expressão das ideias dos alunos, quanto documento de registro para análise na avaliação do professor posteriormente.

2.3 – A teoria da aprendizagem significativa e os mapas conceituais.

A utilização de mapas conceituais neste trabalho é justificada pela teoria cognitiva da aprendizagem significativa de David P. Ausubel, a qual apresenta como conceito fundamental o conceito de aprendizagem significativa, definido a seguir como:

[...] um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma *estrutura de conhecimento específica* (MOREIRA, 1999, p.153, Grifo nosso).

Em outras palavras, “[...] para que haja aprendizagem significativa é necessário que se estabeleça uma relação entre o conteúdo que vai ser aprendido e aquilo que o aluno já sabe, uma imagem, um conceito ou uma proposição.” (RONCA, 1994, p. 92). Esta estrutura do conhecimento específica que grifamos acima ou aquilo que o aluno já sabe, colocado por Ronca, é chamada por Ausubel de conceito subsunçor ou apenas de subsunçor, o qual pode ser entendido mais especificamente como:

[...] um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de “ancoradouro” a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo (isto é, que ele tenha

condições de atribuir significados a essa informação). (MOREIRA, 2006, p.15).

Podemos então entender a aprendizagem significativa em termos de subsunçores como sendo o tipo de aprendizagem onde

[...] a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Ou seja, novas ideias, conceitos, proposições podem ser aprendidos significativamente (e retidos), na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, relevantes e inclusivos estejam, adequadamente claros e disponíveis, na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às primeiras (MOREIRA, 2006, p.15).

Muito poderia ser dito sobre outros aspectos relevantes desta teoria como, por exemplo, os tipos de aprendizagem significativa, a ideia de diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa entre outros. Para os nossos objetivos neste trabalho gostaríamos de destacar a necessidade do material potencialmente significativo, como condição necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa. Conforme as palavras de Moreira:

[...] uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa é que o material a ser aprendido seja relacionável (ou incorporável) à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não-arbitrária e não literal. Um material com essa característica é dito *Potencialmente significativo*. Esta condição implica não só que o material seja suficientemente não-arbitrário em si, de modo que possa ser aprendido, mas também que o aprendiz tenha disponível em sua estrutura cognitiva os subsunçores adequados. (MOREIRA, 1999, p.156, Grifos no original).

Baseados nestas ideias, os mapas conceituais podem ser utilizados como instrumentos capazes de proporcionar àquele que ensina uma visão clara da maneira como os seus alunos estão pensando e organizando as informações referentes ao objeto de estudo trabalhado, pois, segundo Ausubel apud Moreira (1999, pp.160-1)

[...] a organização do conteúdo de uma certa disciplina, na mente de um indivíduo, é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas e gerais estão no topo e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados.

Observando que tal organização mental está intimamente relacionada com a organização e construção de um mapa conceitual, conforme apontamos anteriormente,

quando definimos mapa conceitual, somos levados naturalmente a adotar e a utilizar a teoria de Ausubel na coleta e análise dos dados necessários para a realização desta pesquisa, a saber a utilização de mapas conceituais como instrumentos avaliativos.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

3.1 – Introdução.

Entendendo que para falar de metodologia, devemos considerar esta inserida como parte integrante de uma pesquisa, pesquisa esta que por sua vez tem a finalidade de conhecer e/ou entender melhor um determinado fenômeno, passamos a seguir a tecer algumas considerações sobre o que venha a ser o conhecimento, a pesquisa e uma metodologia de pesquisa, para em seguida apresentarmos os sujeitos envolvidos e as escolhas metodológicas que nos guiaram nesta pesquisa.

3.2 – Conhecimento, pesquisa e metodologia de pesquisa.

É muito comum ouvirmos falar em conhecimento, frequentemente as pessoas estão falando no conhecimento e nas suas manifestações, ouvimos falar sobre o conhecimento científico e suas manifestações nas ciências (Física, Química, Biologia, Filosofia, Sociologia e etc.), também se fala muito no conhecimento empírico ou popular e suas manifestações na medicina popular ou nas atividades artesanais, por exemplo. Mas afinal de contas o que realmente é o conhecimento? Uma possível resposta pode ser dada inicialmente buscando-se apoio na etimologia da palavra conhecimento.

O termo conhecimento tem sua origem no latim, particularmente, no termo *cognoscere*, que por sua vez tem o significado de procurar saber ou conhecer. Segundo o Dicionário Básico de Filosofia, o conhecimento pode ser entendido e conceituado como:

1. Função ou ato da vida psíquica que tem por efeito tornar um objeto presente aos sentidos ou à inteligência.
2. Apropriação intelectual de determinado campo empírico ou ideal de dados, tendo em vista dominá-los e utilizá-los. O termo "conhecimento" designa tanto a coisa conhecida quanto o ato de conhecer (subjeto) e o fato de conhecer.
3. A teoria do conhecimento é uma disciplina filosófica que visa estudar os problemas levantados pela relação entre o sujeito cognoscente e o objeto conhecido. As teorias empiristas do conhecimento (como a de Hume) se opõem às intelectualistas (como a de Descartes). (JAPIASSÚ e MARCONDES, 2001, pp. 34 – 35.).

Para os nossos objetivos neste trabalho estaremos mais interessados em uma visão de conhecimento relacionada com o segundo ponto exposto acima, ou seja, a compreensão de que conhecimento é apropriação intelectual. Outra conceituação do assunto pode ser vista em D'Ambrosio (1996), quando este define o mesmo como sendo os esforços da humanidade “[...] para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural” (p. 18) e mais ainda coloca que “Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não - dicotômicos entre si.” (idem), o que está de acordo e complementa a definição apresentada acima.

Decorre daí que podemos considerar o conhecimento como o resultado da ação humana sobre o seu meio natural, social e cultural, o que significa que o conhecimento está *diretamente relacionado* com as práticas humanas em sociedade, não podendo este ser visto dissociado destas. Ou seja, o conhecimento é fruto da ação, ação esta que surge como tentativa de entender e explicar a realidade de certa comunidade, sociedade ou cultura seja esta uma tribo indígena no interior da Amazônia ou um grupo de cientistas reunidos num dos mais avançados laboratórios do mundo, por exemplo.

Esta ação inerente à aquisição do conhecimento pode também ser chamada de pesquisa, da qual trataremos agora. Praticamente todos nós em algum momento das nossas vidas já realizamos algum tipo de pesquisa sobre algum determinado assunto, geralmente o assunto nos interessava e este interesse foi o impulsionador da pesquisa.

A grosso modo é assim que a pesquisa acontece, através da nossa ação na realidade somos motivados a entender alguns aspectos desta realidade ainda incógnitos para nós, nascendo desta motivação a pesquisa, a qual nos leva a produção de novo conhecimento e conseqüentemente a novas ações sobre a nova realidade à nossa volta, que por sua vez nos leva a novas pesquisas, seguindo assim o que D'Ambrosio (1996), chama de ciclo vital, a saber, que a “REALIDADE informa INDIVÍDUO que processa e executa uma AÇÃO que modifica a REALIDADE que informa INDIVÍDUO...” (p. 20).

Assim como o conhecimento não se manifesta de uma única forma o mesmo ocorre com as maneiras de se pesquisar, sobre as modalidades de pesquisa, podemos citar as pesquisas teórica, metodológica, empírica e prática colocadas por Demo (2000), e ainda a pesquisa qualitativa apresentada por Borba (2004) e Garnica (2001), as quais ainda segundo Demo (2000) não são autossuficientes, ou seja, quando engajado em uma atividade investigatória o pesquisador não encontra em apenas uma única modalidade de pesquisa todas as respostas para a sua investigação.

De acordo com os nossos objetivos neste trabalho, situamos esta pesquisa numa abordagem qualitativa. Segundo (Borba apud, Garnica 2004, p. 86) uma pesquisa qualitativa possui as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

O que significa que tal abordagem não se vale de parâmetros anteriormente fixados e que o pesquisador não tem a pretensão de ser neutro em relação aos fenômenos que serão pesquisados muito menos se acredita que os resultados aqui obtidos possam ser simplesmente generalizados e aplicados em outros contextos diferentes do qual a pesquisa foi realizada, ou seja, tal abordagem não tem por objetivo finalizar as discussões sobre o assunto abordado, muito menos fixar regras de abordagem do mesmo.

Os caminhos percorridos na realização de uma pesquisa é o que chamamos de método de pesquisa, ao estudo dos métodos de pesquisa damos o nome de metodologia de pesquisa.

3.3 – Os sujeitos e as escolhas metodológicas.

Os sujeitos participantes desta pesquisa são estudantes do 7º período de um curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, matriculados na disciplina Estruturas Algébricas I no segundo semestre de 2014. A nossa opção por realizar a pesquisa com este público deve-se ao fato de entendermos que podemos contribuir para a construção de uma visão mais ampla dos processos avaliativos em matemática tanto no que diz respeito ao Ensino Superior quanto ao que diz respeito ao Ensino Básico, visto que tal trabalho pode ser apreciado não somente restrito ao conteúdo de Grupos, mas sim também em outros conteúdos que são abordados na Escola e na Universidade.

Dos 21 estudantes matriculados na disciplina, 3 foram selecionados para participarem da pesquisa. A seleção dos sujeitos se deu conforme a disponibilidade de cada um de participar de encontros individuais semanais que se deram durante o decorrer da disciplina e da nossa opção por realizarmos um estudo de caso limitando assim a quantidade dos sujeitos envolvidos.

De acordo com o combinado com os estudantes seus nomes não serão citados neste trabalho de forma que ao citarmos os mesmos os chamaremos apenas de A1, A2 e A3.

Diante das inúmeras opções metodológicas disponíveis, optamos por realizar um estudo de caso, por estudo de caso entendemos o “[...] estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento [...]” (GIL, 2002, p. 54).

A coleta dos dados pertinentes à pesquisa foi realizada em seis momentos dos quais os cinco primeiros foram utilizados na construção de um mapa conceitual pelos alunos e o sexto e último na construção de um vídeo individual no qual cada aluno expõe a maneira como construiu o seu mapa conceitual.

Todas estas atividades foram precedidas por uma pesquisa bibliográfica de caráter analítico-comparativo de textos referenciais versando sobre o conteúdo de Grupos e sobre avaliação, no contexto do Ensino Superior e os resultados obtidos serão analisados segundo uma perspectiva de pesquisa qualitativa, a qual entendemos ser a modalidade de pesquisa que “[...] prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida.”(BORBA, 2004, p.02). Ainda mais, “O que é considerado “verdadeiro”, dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado.” (idem).

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 – Introdução.

Passamos agora a apresentar os resultados obtidos em nossa pesquisa, mais precisamente, trilhamos as etapas do processo avaliativo elaborado, no qual os mapas conceituais sobre o conceito de Grupo e os conteúdos relacionados ao mesmo são construídos pelos alunos A1, A2 e A3, respectivamente.

A sequência a qual os alunos foram submetidos foi baseada na proposta de construção de mapas conceituais apresentada por Moreira (1997), que consta de 10 passos ou etapas, os quais sintetizamos em 5 etapas a saber: Identificar os conceitos chave do assunto a ser mapeado; Ordenar os conceitos da etapa anterior, colocando os mais gerais e inclusivos no topo e incluindo novos conceitos; Construção do mapa conceitual; Correção do mapa conceitual construído na etapa anterior; e Elaboração final do mapa conceitual.

Além destas 5 etapas, incluímos uma última que consiste em explicar o mapa conceitual em sua versão final através de um vídeo, o qual tem por objetivo registrar maiores informações sobre o que o aluno entende dos conceitos por ele abordados no mapa conceitual e também verificar como a inclusão desta outra mídia pode contribuir na avaliação destes conceitos.

4.2 – Um modelo para a análise de erros.

Como citamos anteriormente, não existe um mapa conceitual que é considerado o “mapa conceitual correto”, porém não desconsideramos os erros na construção destes e quando nos referimos a erros não estamos simplesmente pensando no erro como parte do par dialético certo-errado, mas estamos pensando no erro conforme coloca Torre (2007), em seu modelo de análise didática dos erros (MADE) os abordando em classes, mais especificamente nas denominações de classes dos *erros de entrada*, *erros de organização* e *erros de execução*.

Os Erros de Entrada estão agrupados em três subclasses as quais são: erros de intenção, percepção e compreensão. São considerados erros de intenção os erros advindos da indefinição de metas ou da falta de clareza em objetivos propostos.

Ainda na categoria dos erros de intenção temos os erros que consistem na “*incompreensão ou confusão do objetivo* ou da intenção.” (p. 110). Ou seja, estes erros têm suas raízes não necessariamente na falta de capacidade daqueles que os cometem, mas sim na falta de compreensão do sujeito com respeito ao que lhe é proposto. Entende-se que estes erros ocorrem geralmente quando são colocadas diante de um sujeito situações que lhe requererem conhecimentos adquiridos anteriormente, os quais este ainda não dispõe. E por fim ainda dentro desta classe citamos outro tipo de erros de intenção, os quais são definidos pelo autor, quando afirma: “*O conflito de objetivos ou o desvio da meta fixada* é uma terceira causa de erros de intenção. Isso acontece quando a tarefa ou o exercício desperta no sujeito “objetivos” mais desejáveis que o proposto pelo professor” (p. 111). E conclui afirmando que “[...] pode a falta ou o desvio da informação inicial se transformar facilmente em desequilíbrio ou erro educativo” (idem).

Se tratando dos erros de percepção, entendemos que estes tem sua origem quando o indivíduo não dispõe de uma adequada percepção da informação que a ele chega, tais erros surgem basicamente por três fatores: a omissão de informação suficiente, a redundância ou omissão da informação e a distorção da informação disponível.

A última subclasse dos erros de entrada é a subclasse que considera os erros de compreensão. Quando falamos em erros de compreensão estamos falando em erros de “compreensão léxica, conceitual e lógica” (p.115), ou seja, erros que ocorrem pela falta de conhecimento de “palavras ou expressões, de conceitos ou inclusive de falhas lógicas” (idem).

Os Erros de Organização (ou Processamento) por sua vez se apresentam nas seguintes subclasses: erros de análise e síntese, ordenação e conexão, os quais segundo o autor “[...] ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida” (p. 118).

A primeira subclasse de erros (de análise e síntese) geralmente esta relacionada com situações que levem o sujeito a reunir e reorganizar de forma clara e concisa as informações de que dispõe para construir outras que lhe são necessárias, para isso o sujeito precisa levar em consideração quais são as principais características das informações que ele dispõe e quais os objetivos ele deseja alcançar, passando assim por um processo de análise e síntese destas para se chegar a estes. Como os processos de análise e síntese são muito complexos é natural que os erros desta natureza surjam frequentemente em situações que nos exijam estas competências.

Quando necessitamos assimilar certas informações, uma estratégia muito simples e frequentemente utilizada consiste em organizar e agrupar seguindo uma certa ordem conveniente estas informações em grupos ou classes mais compactas, neste processo “Os erros de ordenação ou sequenciação ocorrem quando o sujeito altera a ordem pertinente ou conveniente” (p.120).

Por fim temos os erros de conexão que ocorrem quando as informações que o sujeito adquiriu anteriormente se tornam obstáculos para a aquisição de novos conhecimentos. Nas palavras do autor “Às vezes, o sujeito se agarra de tal maneira aos padrões adquiridos que rejeita qualquer variação que não se ajuste ao conhecido” (idem).

Os erros de execução geralmente são os que apresentam maior visibilidade e chamam maior atenção dos professores, porém, nem sempre são analisados de forma que possam trazer algum proveito para aqueles que o cometeram, visto que segundo o autor, são os de menor importância dentre as três classes consideradas, este tipo de erros ocorrem principalmente quando “[...] o sujeito arrisca caminhos novos, novas estratégias, procedimentos não-familiares” (p.123).

Agrupamos os erros de execução em três subclasses, as quais são: a classe dos erros mecânicos, os quais consistem em “[...] pequenos detalhes como omissão de letras, alteração ou substituição de um sinal por outro ou de uma palavra por outra” (p.124); a subclasse dos erros operacionais que se caracteriza por erros que ocorrem “[...] ao se operar ou executar um procedimento. Outras vezes, se apresenta em forma de

omissões devidas a esquecimentos” (idem), vale também ressaltar que outro motivo para este tipo de erros são as distrações; por fim consideramos a subclasse dos erros estratégicos, os quais “[...] ocorrem quando se dá um equívoco na utilização da estratégia adequada para a resolução de um problema” (idem).

Dentro deste modelo proposto nós optaremos por dar ênfase à sua utilização na análise dos vídeos, porem nada nos impede de usarmos o mesmo nas outras etapas.

4.3 – Mapa conceitual e video do individuo A1.

- 1ª Etapa: Identificar os conceitos chave do assunto a ser mapeado.

A figura abaixo é da primeira etapa da construção do mapa conceitual e nela A1 cita os conceitos de Grupo, Subgrupo, Subgrupo Normal, Grupo cíclico e abeliano, Homomorfismo e Isomorfismo, ainda de forma preliminar e sem apresentar nenhuma relação entre eles. Esta reação neste primeiro momento é de se esperar pelo fato de o aluno ainda não ter construído relações significativas entre o conteúdo novo e o conteúdo já existente em sua estrutura cognitiva.

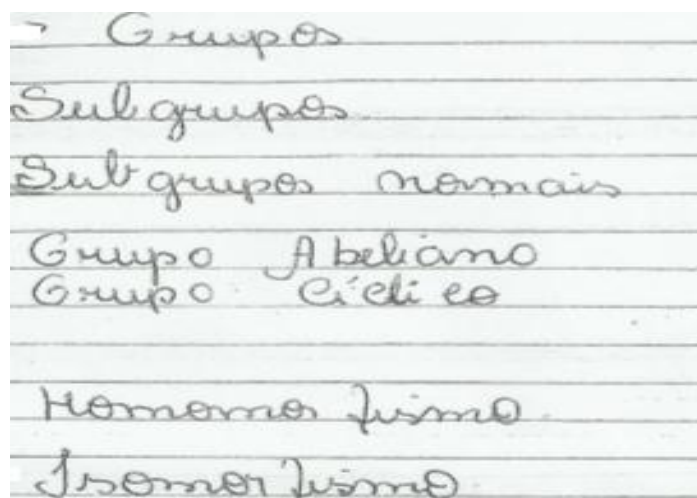


Figura 1 - Primeira lista de conceitos de A1.

- 2ª Etapa: Ordenar os conceitos da etapa anterior, colocando os mais gerais e inclusivos no topo e incluindo novos conceitos.

Podemos ver logo abaixo que A1 reescreve os conceitos, agora considerando que os conceitos de Grupo abeliano, Grupo cíclico e Ordem de um Grupo estão todos relacionados ao conceito mais geral de Grupo. Também se nota que o conceito de Subgrupo é visto como menos abrangente que o de Grupo e além disso nota-se a introdução de mais quatro conceitos relacionados a este, a saber os conceitos de Subgrupo gerado, Subgrupo cíclico, Ordem de um subgrupo gerado e o Teorema de Lagrange. No que diz respeito aos conceitos de Homomorfismo e Isomorfismo introduzidos na primeira etapa, o aluno acrescenta a estes as propriedades que identificam um Isomorfismo e acrescenta a sua lista o Teorema do Isomorfismo.

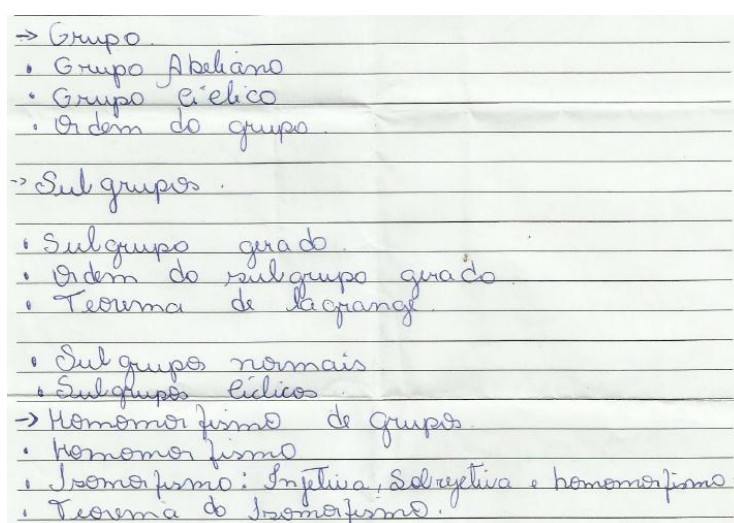


Figura 2 - Segunda lista de conceitos de A1.

Notamos que as relações entre os conceitos já começam a surgir e a serem percebidas pelo aluno, o que mostra que é possível que em sua estrutura cognitiva esteja ocorrendo um processo de aprendizagem significativa, a saber

[...] um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma *estrutura de conhecimento específica* (Moreira, 1999, p.153, Grifo nosso).

Porem só podemos ter a convicção de que a aprendizagem significativa está de fato ocorrendo se for possível perceber a existência de relações entre o conteúdo que o aluno está aprendendo com outros conteúdos que o aluno já conheça. Para chegarmos a

verificação de tal ponto passamos à próxima etapa deste processo, a saber, a construção do mapa conceitual.

- 3ª Etapa: Construção do mapa conceitual.

Na figura abaixo nós temos a primeira construção do mapa conceitual do indivíduo A1, após as suas duas elaborações anteriores, seguidas das nossas considerações nas primeiras etapas. Podemos notar que todos os conceitos anteriormente citados são agora representados no mapa conceitual com as suas respectivas relações entre si, porém nesta etapa o aluno não acrescentou mais nenhum conceito.

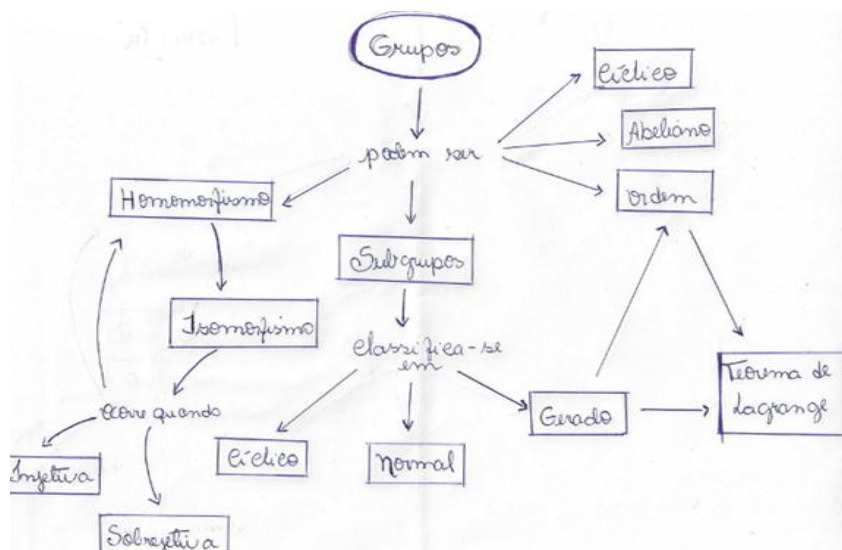


Figura 3 - Primeiro mapa conceitual de A1.

Notamos também que os conceitos de Grupo e Subgrupo continuam mantendo papel central na construção do aluno, assim como nas etapas anteriores. A seguir iniciamos com a avaliação desta construção, a qual está apresentada na figura a seguir que passamos a explicar na sequência.

- 4ª Etapa: Mapa conceitual com correções.

No mapa conceitual abaixo, o aluno erra quando relaciona os conceitos de Grupo e Subgrupo com a sentença “podem ser”, dando assim a entender que o objeto matemático Grupo pode ser um Subgrupo, o que é verdade para o caso trivial de todo

Grupo ser Subgrupo de si mesmo. Porém esta afirmação não faz sentido quando consideramos a definição do conceito de Subgrupo, a qual distingue bem estes dois objetos matemáticos. Para este erro propomos como correção, a simples relação entre os conceitos, porém com a omissão da sentença “podem ser”.

Olhando para o contexto de uma sala de aula notamos que erros como este podem proporcionar aos professores oportunidades de abordar seus alunos com questionamentos do tipo: “O que diferencia um Grupo de um Subgrupo?” ou “Se um Grupo pode ser um Subgrupo, qual a utilidade de definirmos Subgrupos?”, os quais podem ser úteis para os alunos na construção de significados para tais conceitos, pois na busca de respostas para estes questionamentos os alunos seriam influenciados a pensarem sobre os mesmos identificando similaridades ou diferenças que os caracterizem.

Continuando nos erros podemos verificar mais erros nas relações de Grupo com Homomorfismo e Ordem, as quais apresentam correções semelhantes que podem ser vistas em vermelho na figura 4 abaixo. Observamos também que o processo de avaliar este mapa conceitual envolve a sugestão de relações que até então o aluno não pôde perceber, as quais são, por exemplo, a expressão “ $f: G \rightarrow G' [(G, *) \text{ e } (G', \Delta)]$ Grupos”, que sugere como os conceitos de Grupo e Homomorfismo estão relacionados, a pergunta deixada ao aluno para a possível relação entre os Subgrupos Cíclicos e os Subgrupos Gerados, a construção de duas novas relações entre conceitos, a saber a relação entre Grupo Cíclico e Gerado e a relação entre Subgrupo Cíclico e Subgrupo Abelianiano e por fim a pergunta sobre o porque de haver uma relação entre Homomorfismo e a sentença “ocorre quando”.

Esta forma de correção não tem por objetivo simplesmente informar ao aluno que ele está errado e ponto final como geralmente ocorrem em exames em forma de provas que erroneamente são chamados de avaliações. O objetivo desta proposta de correção é o de possibilitar ao aluno oportunidades de construir relações significativas entre os conceitos do referido conteúdo de forma que os novos conceitos aprendidos tenham “significado para o indivíduo (isto é, que ele tenha condições de atribuir significados a essa informação).” (MOREIRA, 2006, p.15).

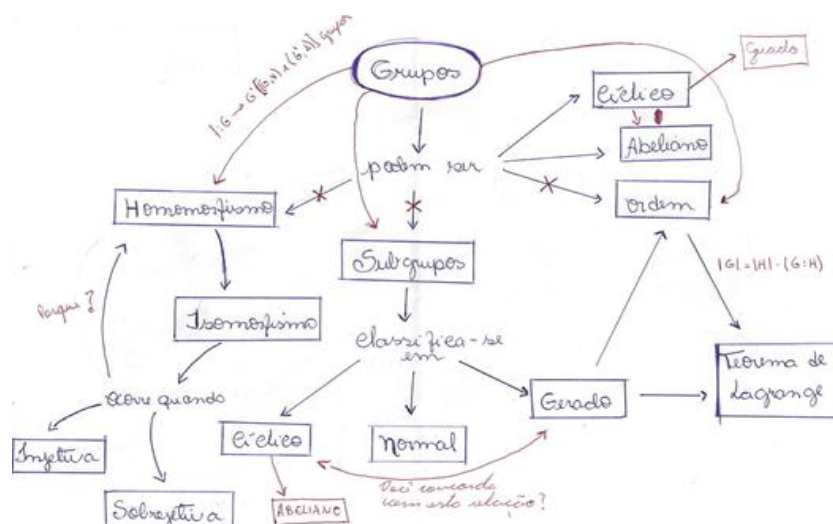


Figura 4 - Mapa conceitual de A1 com correções

- 5ª Etapa: Mapa conceitual final

Após todas as correções que por nós foram sugeridas na etapa anterior, A1 apresenta o seu mapa conceitual na versão final, o qual pode ser visto abaixo na figura 5. Segundo os nossos referenciais este mapa conceitual pode nos informar o que A1 entende sobre o conteúdo de Grupos, visto que “[...] o mapeamento conceitual pode ser visto como uma técnica para exteriorizar o entendimento conceitual e proposicional que uma pessoa tem sobre certo conhecimento.”. (MOREIRA, 2006, p. 69). A seguir buscaremos através da análise do vídeo construído por A1 evidências que confirmem ou não o seu entendimento sobre o conteúdo.

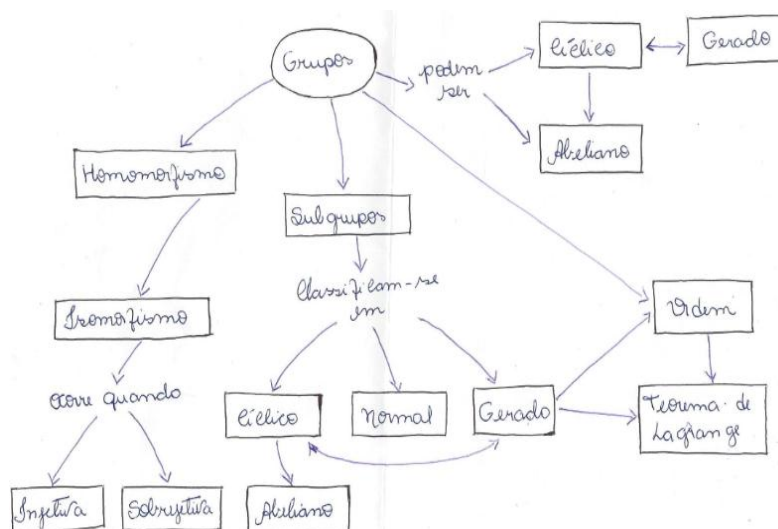


Figura 5 - Mapa conceitual final de A1

- Análise do vídeo.

Em seu vídeo o indivíduo A1 começa explicando o seu mapa conceitual na versão final. Primeiramente explica o que caracteriza um grupo abeliano “*Ele (o grupo) vai ser abeliano quando ocorrer a comutatividade.*”, em seguida para o grupo cíclico afirma “*Ele vai ser cíclico, quando o grupo for gerado por um único elemento.*” além de explicar o que relaciona os grupos abelianos e cíclicos afirmando “*Se ele for cíclico (o grupo) então ele vai ser abeliano.*” com respeito aos grupos gerados explica que “*O grupo é gerado quando... neste caso ele for gerado por um conjunto.*” e sobre a relação entre grupos cíclicos e gerados coloca “*E ocorre vice-versa se ele for gerado ele vai ser cíclico.*”.

É interessante notar que as informações expostas pelo indivíduo A1 podem ser utilizadas para verificarem se de fato ele compreende o que ele afirmou, por exemplo, a sua fala “*Se ele for cíclico então ele vai ser abeliano.*” Pode ser escrita como a seguinte proposição: Seja $(G,*)$ um grupo cíclico. Prove que $(G,*)$ é abeliano. A resposta correta ou não de tal questão pode evidenciar se a aprendizagem de tal indivíduo sobre o conteúdo existe ou se ele simplesmente decorou uma proposição e a reproduziu em seu discurso, além disso, pode-se trabalhar com o mesmo a relação entre a hipótese que estamos utilizando e qual a tese que queremos provar na proposição, ou seja, verificar se o indivíduo compreende a diferença entre estas e qual o papel de cada uma na proposição.

Ao explicar as relações envolvendo Subgrupos A1 inicia definindo Subgrupo da seguinte forma “*É quando no caso o subconjunto for ele próprio o Grupo com a mesma operação de Grupo*”. Tal definição proposta por A1 remete a definição dada por (GONÇALVES, 2013, p. 126) nos seguintes termos “Sejam G um grupo e H um subconjunto não vazio de G . Dizemos que H é um *subgrupo* de G se H for ele próprio um grupo com a mesma operação de G .” Acontece que quando A1 utiliza o artigo definido “o” no lugar do artigo indefinido “um” A1 comete um erro, pois, a afirmação resultante dá a entender como anteriormente (4ª etapa da construção do mapa conceitual pp.39 - 40) que Grupos e Subgrupos são o mesmo objeto matemático.

Segundo Torre (2007) o erro cometido na definição dada por A1 pode ter sido de um erro conceitual, ou um erro de execução, o qual ocorre geralmente devido a distrações ou a tensão do aluno diante de um momento de avaliação. Ao considerarmos o mapa conceitual de A1 entendemos que o erro cometido na sua definição pode ser

classificado como um erro de execução, pois, no mapa conceitual corrigido podemos ver que os conceitos de Grupo e Subgrupo estão bem distinguidos, sendo este último apresentado como dependente do primeiro, porém diferente. Vale ressaltar aqui a importância da utilização em conjunto destes dois elementos (mapa conceitual e vídeo) do instrumento de avaliação, pois, podemos perceber que neste caso os dois se mostram complementares na realização da nossa análise.

Prosseguindo a sua explicação A1 passa a evidenciar as propriedades e características pertencentes aos subgrupos cíclicos, normais e gerados. Sobre os cíclicos afirma que *“Um subgrupo é cíclico quando é gerado por um único elemento”*, sobre os gerados coloca que *“[...] ele é gerado quando for gerado por algum elemento”* afirmações estas que podemos considerar plausíveis e aceitáveis como explicação, porém incompletas quando olhadas com maior rigor, visto que um subgrupo é dito ser gerado quando ele for gerado por um conjunto finito de elementos de um grupo.

Ao tratar dos subgrupos normais encontramos a seguinte explicação *“Ele vai ser normal quando um par de elementos de G com a operação for um grupo e se o subgrupo for operado por um G . E a gente pode dizer que se for abeliano ele é um subgrupo normal.”* sobre a qual faremos alguns comentários a seguir.

Primeiramente notamos que a definição de subgrupo normal dada por (GONÇALVES, 2013, pp. 139-140) se resume em simplesmente notar que um subgrupo H de um dado grupo G é normal se, e somente se, $g^{-1}xg \in H$, $\forall x \in H, \forall g \in G$. Ao vermos o que A1 chama de subgrupo normal podemos notar a presença de parte desta definição quando ele cita *“[...] um par de elementos de G [...]”* provavelmente fazendo referência a g e g^{-1} da definição, porém quando complementa *“[...] com a operação for um grupo e se o subgrupo for operado por um G .”* notamos que o aluno ainda não compreendeu bem o que vem a ser um subgrupo normal, visto que a sua afirmação não possui sentido.

Em seguida observamos que A1 surge com a seguinte afirmação *“E a gente pode dizer que se for abeliano ele é um subgrupo normal.”*, mais uma vez a afirmação de A1 pode ser reescrita na forma de uma proposição e a aprendizagem de tal fato pode ser verificada através da prova ou justificativa de tal proposição por A1. Entendemos que tal forma de agir pode contribuir na obtenção de *“[...] informações que podem servir de realimentação para a instrução [...]”*. (MOREIRA, 2006, p. 55).

Finalizando o seu vídeo A1 aborda as relações entre Grupos, Subgrupos e o Teorema de Lagrange e define homomorfismo e isomorfismo de grupos. Sobre os primeiros coloca “[...] no teorema de Lagrange ele diz que H , que é um subgrupo, *for* um divisor do grupo.”. Mais uma vez percebemos que A1 esta ciente do objeto em questão – o Teorema de Lagrange – porém sem uma compreensão correta do mesmo, visto que tal Teorema afirma⁵ “Se G é um grupo finito e H é um subgrupo de G então $|H|$ é um divisor de $|G|$ [...]” (GONÇALVES, 2013, p. 134) e não que um subgrupo é um divisor de um grupo. Sobre homomorfismo entende este como sendo uma função entre dois grupos dados e conclui que quando um homomorfismo é bijetivo o mesmo se torna um isomorfismo.

Sobre esta definição de Homomorfismo dada por A1 podemos verificar o mesmo erro cometido por A2 - o qual veremos mais detalhadamente a seguir - e que consiste em confundir homomorfismos com funções.

4.3.1 – Considerações gerais sobre o indivíduo A1.

O processo pelo qual A1 passou nos possibilitou observar uma evolução tanto na quantidade de conceitos que o mesmo assimilou desde a primeira etapa, quanto nas relações que foram sendo construídas entre os mesmos. Porém é possível verificar que mesmo após a passagem por todas as etapas, o aluno A1 ainda apresenta certas dificuldades na compreensão de alguns conceitos como é o caso dos subgrupos normais. Situações como esta são naturais quando se trata do ensino e aprendizagem de qualquer disciplina, porém a detecção da origem da incompreensão dos alunos fica limitada quando o professor se utiliza de apenas um instrumento de avaliação ou de apenas uma forma de obtenção de informações. Mais uma vez podemos perceber aqui a importância e a utilidade do instrumento proposto.

4.4 – Mapa conceitual do indivíduo A2.

⁵ A notação $|G|$, $|H|$, $|X|$, etc. significa a ordem dos grupos ou subgrupo G , H , X , etc.

- 1ª Etapa: Identificar os conceitos chave do assunto a ser mapeado.

Quando solicitado a identificar os principais conceitos relacionados ao conceito de Grupo o indivíduo A2 expõe os conceitos de Grupo, Grupo Abeliano, Subgrupo, Subgrupo Gerado, Ordem de um grupo e Ordem de um elemento, Conjunto Quociente, Subgrupos Normais, Homomorfismo e propriedades dos homomorfismos de Grupos e Isomorfismo. É interessante notar que o conjunto de conceitos apresentados por A2 é mais amplo do que o apresentado por A1 o que pode nos levar a inferir que durante esta etapa da avaliação este aluno estava mais familiarizado do que A1 com os conteúdos vistos e abordados pelo professor até o presente momento.

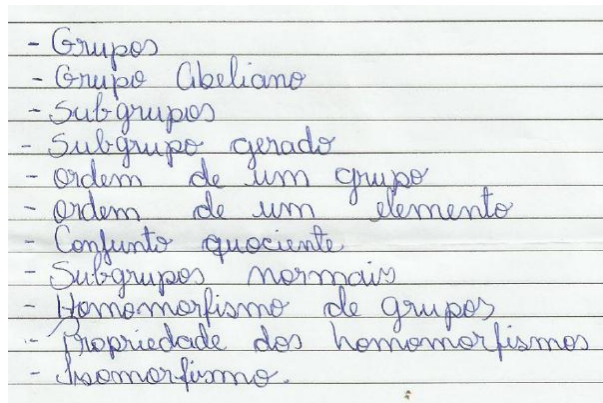


Figura 6 - Primeira lista de conceitos de A2

- 2ª Etapa: Ordenar os conceitos da etapa anterior, colocando os mais gerais e inclusivos no topo e incluindo novos conceitos.

Após a construção da primeira lista de conceitos foi solicitado ao aluno que refizesse a mesma agrupando os conceitos que possuem uma maior relação entre si conforme pode ser visto na figura 7.

Nesta etapa podemos perceber que para A2 os conceitos de Grupo Abeliano e Cíclico estão relacionados ao conceito de Grupo, sendo dependentes deste. Notamos também que atrelados ao conceito mais geral de Subgrupo A2 coloca os conceitos de Subgrupo Gerado, Normal e Cíclico, Ordem de um Grupo e Ordem de um elemento, Relação de Equivalência, Conjunto Quociente e o Teorema de Lagrange. Com respeito ao conceito de Homomorfismo de Grupos, o mesmo compreende que as propriedades dos homomorfismos e o Teorema dos Isomorfismos devem ser vistas como tendo

relação com este. E por fim observamos que os conceitos de Relação de equivalência, Subgrupo Cíclico, o Teorema de Lagrange e o Teorema dos Isomorfismos, foram introduzidos nesta etapa da avaliação, o que mostra que esta ocorrendo um possível progresso na compreensão deste aluno sobre outros conceitos que estão relacionados “de perto” ou “de longe” ao conceito de Grupo.

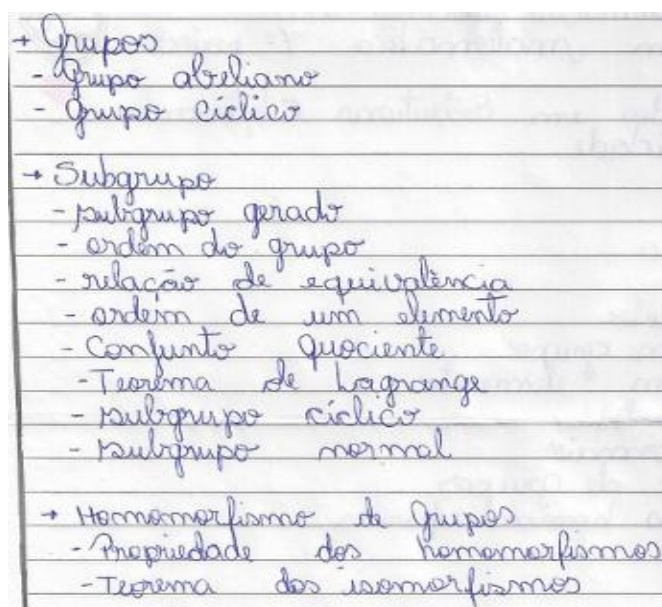


Figura 7 - Segunda lista de conceitos de A2

- 3ª Etapa: Construção do mapa conceitual.

Na sua primeira construção do mapa conceitual (Figura 8) este aluno utiliza os conceitos por ele listados na etapa anterior e os organiza a partir de algumas sentenças que caracterizam os conceitos, porém, tais sentenças não evidenciam as relações entre os conceitos por ele sugeridos, o que nos leva a crer que até este momento, A2 não compreendeu bem o que são mapas conceituais, a saber, que são “[...] **diagramas bidimensionais que procuram mostrar relações hierárquicas entre conceitos de uma disciplina [...]**” (MOREIRA, 2006, p. 46).

Após a construção do mapa conceitual pelo aluno, seguimos com a avaliação desta construção, a qual será apresentada a seguir.

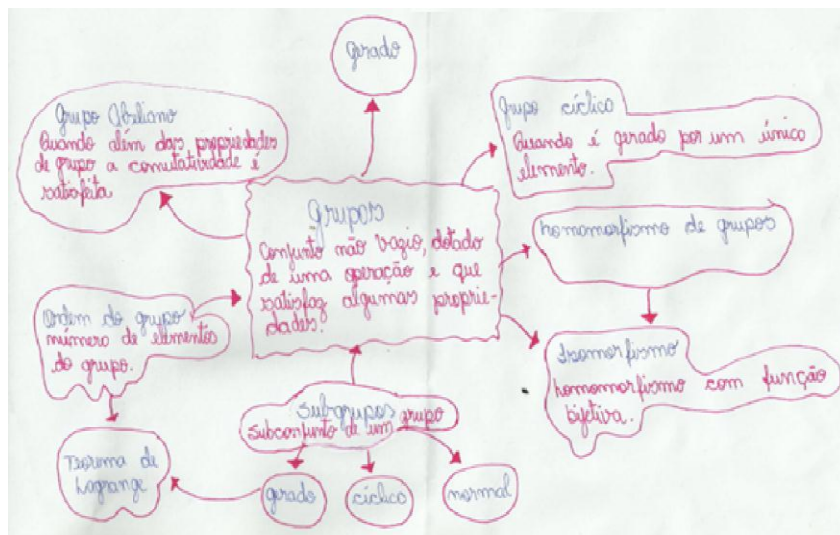


Figura 8 - Primeiro Mapa Conceitual de A2

- 4ª Etapa: Mapa conceitual com correções.

A correção por nós proposta para a primeira construção do mapa conceitual de A2 diz respeito basicamente a sua reformulação gráfica e conceitual, através de sugestões, questionamentos e observações feitos a lápis, como pode ser visto na figura 9 abaixo. Destacamos aqui que as correções por nós propostas não se limitam a simplesmente afirmar que determinada sentença presente no mapa conceitual é correta ou errada - modelo binário (PERNAMBUCO, 2012) - mas sim em propor questionamentos ao aluno para que o mesmo seja capaz de identificar e corrigir os seus próprios erros.

Seguindo nesta direção propomos as perguntas “Um subgrupo é simplesmente um subconjunto de um grupo?” e “Que condição um grupo deve satisfazer para a sua ordem ser igual ao seu número de elementos?”, as quais conforme poderemos ver mais adiante na explicação dada por A2 de seu mapa conceitual, foram respondidas levando às correções que elas evocavam, a saber, que para que um subconjunto de um grupo dado seja um subgrupo certas condições devem ser satisfeitas e que a ordem de um grupo

é igual ao seu número de elementos apenas quando o grupo em questão é finito.

Para encerrar esta seção gostaríamos de citar as palavras de Moreira quando afirma:

Se entendermos a estrutura cognitiva de um indivíduo em certa área de conhecimento, como o conteúdo e organização conceitual de suas ideias nessa área, mapas conceituais podem ser usados como instrumento para representar a estrutura cognitiva do aprendiz. Assim sendo, os mapas conceituais serão úteis não só como auxiliares na determinação do conhecimento prévio do aluno (ou seja, antes da instrução), mas também para investigar mudanças em sua estrutura cognitiva durante a instrução. (MOREIRA, 2006, p. 55).

As quais entendemos traduzirem este momento identificado na construção de A2, assim como reforçarem a nossa opção pela utilização de mapas conceituais como instrumento de avaliação.

- Análise do vídeo

Logo no início de seu vídeo A2 explica o que é um grupo, em suas palavras *“Um grupo é um conjunto não vazio, dotado de uma operação e que satisfaz três propriedades. A associatividade, o grupo possui um elemento neutro para todos os elementos do grupo e possui um elemento inverso para cada elemento do grupo.”*, evidenciando assim que a ideia de grupo está presente em sua estrutura cognitiva, porém ainda apresentado uma certa “falta de clareza”, pois, as frase *“[...] possui um elemento neutro para todos os elementos do grupo”* dá a entender que o elemento neutro de um grupo não é único, o que não é verdade. Tal erro pode ser um erro de execução e para os tais uma maneira de corrigi-los seria simplesmente *“[...] proporcionar pistas indicativas [...] Um resultado intermediário ou final permite ao aluno voltar sobre seus passos e achar o lugar da falha.”* (TORRE, 2007, p. 123). Atrelado ao conceito de grupo, A2 cita corretamente o conceito de Grupo abeliano afirmando *“Se além destas três propriedades o grupo satisfizer a comutatividade, chamamos de grupo abeliano.”*

Feitas estas considerações A2 prossegue dizendo o que são grupos cíclicos e gerados. Primeiramente para grupos cíclicos, afirma corretamente que *“Quando o grupo é gerado por um único elemento, chamamos de grupo cíclico.”*. Entretanto, quando tenta definir os grupos gerados afirma *“E quando existe um único elemento que gera todos os outros elementos do grupo, chamamos de grupo gerado.”*, note que temos aqui um erro de compreensão conceitual, pois, o conceito de grupo gerado não está

claramente exposto, na realidade o conceito de grupo gerado dado por A2 é igual ao conceito de grupo cíclico.

Uma possível origem para este erro pode ter sido a sequencia em que o livro texto utilizado pelo aluno (Introdução à álgebra – Adilson Gonçalves) apresenta os conceitos de grupo cíclico e grupo gerado, a saber que, primeiro define grupo cíclico de forma semelhante a definição dada por A2 (p. 123), para em seguida mostrar o conceito de grupo gerado por um conjunto de elementos apenas nos exercícios (p.124) de forma não tão explícita, o que pode levar o principiante no assunto a este tipo de confusão.

Em seguida, o aluno evidencia a relação entre os conceitos de grupo e subgrupo com a seguinte sentença *“Partindo do conceito de grupos temos os subgrupos, que são subconjuntos do grupo com a mesma operação do grupo, que possuem um elemento neutro e um elemento inverso.”*. Ao dizer que subgrupos *“possuem um elemento neutro e um elemento inverso”* o aluno dá a entender que os elementos neutro e inverso de um grupo não são únicos, mais do que isto, esta frase leva a crer que o aluno entende que os elementos neutro e inverso de um grupo são diferentes dos elementos neutro inverso de seus subgrupos.

Se este for o caso, então nós estamos diante não apenas de um simples erro de execução, mas sim de um erro de compreensão conceitual, pois, nos parece que o aluno ainda não compreendeu que estes dois conceitos (grupo e subgrupo) estão intimamente interligados por suas definições e que quando falamos em elementos neutro e inverso de um grupo estamos necessariamente falando dos elementos neutro e inverso de todos os seus subgrupos. Para que a natureza deste erro seja devidamente revelada, entendemos que uma opção seria a utilização da prova escrita como instrumento complementar na abordagem de questões específicas que levem o aluno a trabalhar com tais conceitos.

Da mesma forma que anteriormente quando tratava dos grupos, o aluno comete o mesmo erro quando trata dos subgrupos cíclico e gerado. Conforme podemos ver em suas palavras, ele primeiro diz que um subgrupo é cíclico *“[...] quando é gerado por um único elemento.”* e depois diz que um subgrupo é gerado *“[...] quando existe um elemento que gera todos os outros.”*, o que na realidade são duas definições iguais para dois conceitos diferentes.

Ainda em relação aos subgrupos, A2 apresenta os conceitos de subgrupo normal, dizendo que um subgrupo é normal *“[...] quando o grupo é abeliano.”*, o que mostra que o aluno esta ciente de uma propriedade característica destes subgrupos, porem, não mostra que quando o mesmo não estiver trabalhando com grupos abelianos

ele saberá identificar um subgrupo normal ou ainda, provar que um dado subgrupo é normal. Notamos aqui a oportunidade de se utilizar outros instrumentos de avaliação como formas complementares de obtenção de informações técnicas mais detalhadas sobre o assunto.

Abordando o conceito de Ordem de um grupo A2 declara que a ordem de um grupo é “[...] a quantidade de elementos do grupo, se o grupo for finito e infinito se o grupo for infinito.”, aqui podemos perceber que A2 realizou a correção por nós proposta em seu mapa conceitual (ver. p. 50). O interessante a se observar aqui é que a correção foi apenas por nós indicada, cabendo ao aluno verificar onde se encontrava o seu erro, o que mostra que é possível colocar em prática a forma de avaliação onde o aluno é co-responsável pela correção de seus erros, cabendo ao professor o papel de guia neste processo e não o de juiz que determina o que é certo ou errado.

Em seguida define corretamente o Teorema de Lagrange “[...] se G é um grupo finito e H é um subgrupo de G , então a ordem de H é divisor da ordem de G .” e termina a sua exposição com os conceitos de Homomorfismo e Isomorfismo de grupos, declarando primeiro “Dados dois grupo G e G_1 , dizemos que um homomorfismo ocorre quando existe uma função que associa a cada elemento de G um elemento em G_1 .”. Esta definição dada por A2 não define um homomorfismo, mas simplesmente define uma função, por exemplo, a função $f(x) = x^2 + 1$ associa a cada elemento de $G = (\mathbb{R}, +)$ um elemento em $G_1 = (\mathbb{R}^+, \cdot)$, porem não satisfaz a condição $f(x + y) = f(x) \cdot f(y), \forall x, y \in G$, logo não pode ser um homomorfismo entre G e G_1 . O erro presente nesta definição é um erro de compreensão conceitual, pois, ao que parece A2 ainda não compreendeu bem o que realmente é um homomorfismo.

Quando parte para a explicação da relação existente entre homomorfismo e isomorfismo A2 faz a seguinte afirmação verdadeira: “Quando um homomorfismo é bijetivo, ou seja, injetivo e sobrejetivo chamamos então de isomorfismo.”, porem se considerarmos um homomorfismo como o definido por A2 anteriormente, novamente não teremos aqui um isomorfismo, mas sim simplesmente uma função bijetiva. Diante de tal situação a ação do professor deveria consistir em esclarecer ao individuo o que define um homomorfismo corrigindo assim o erro e a partir daí reforçar o que o aluno já entende do conteúdo.

Sobre estes erros podemos inferir também que podem se tratar mais especificamente de *Erros de conexão e interferências*, os quais, geralmente surgem devido às experiências anteriores dos alunos, segundo (TORRE, 2007, p. 120) “[...] as

experiências passadas são uma fonte inesgotável de novas aprendizagens [...]”, porém, “[...] em algumas ocasiões podem criar oportunidade para erros.” (idem). Neste caso identificamos o conceito de função como sendo a possível fonte dos erros cometidos com respeito aos homomorfismos e isomorfismos presente na fala deste aluno.

4.4.1 – Considerações gerais sobre o indivíduo A2.

A análise do vídeo explicativo de A2 pôde destacar uma possível falta de compreensão deste aluno com respeito a unicidade dos elementos neutro e inverso de cada elemento em um grupo, assim como a falta de compreensão de que os elementos neutro e inverso de um grupo serão os mesmos de todos os seus subgrupos, assim como a confusão presente na compreensão dos conceitos de grupo e subgrupo gerado e cíclico. Porém não podemos deixar de notar a evolução do aluno apresentada na correção de seu mapa conceitual, o qual foi completamente reformulado, reformulação esta que mostra que as correções propostas surtiram o efeito por nós desejado.

Do ponto de vista da avaliação formativa este tipo de resposta é de muito valor tanto para o professor quanto para o aluno, visto que

Avaliar formativamente é comprometer-se com o encaminhamento do estudante para percursos que lhe permitam avançar em termos de compreensão de novos conceitos, aperfeiçoamento dos conceitos prévios e superação de dificuldades de aprendizagem ... (SOUZA e BORUCHOVITCH, 2010, p. 803).

Avanço este que claramente pôde ser visto na construção deste aluno.

4.5 – Mapa conceitual do indivíduo A3.

- 1ª Etapa: Identificar os conceitos chave do assunto a ser mapeado.

Assim como os seus pares, o indivíduo A3 inicia o processo de construção do seu mapa conceitual pela listagem dos conceitos mais relevantes para si, os quais ele acredita, devem figurar no mesmo. Nesta primeira lista aparecem os conceitos de Grupo, Subgrupo, Subgrupo Normal, Homomorfismo e Isomorfismo, porém diferentemente de A1 e A2 podemos perceber a presença dos conceitos de Classes laterais e de equivalência, Automorfismo e o Teorema de Lagrange, além disso, A3 apresenta a maior lista de conceitos nesta etapa, o que nos dá evidências de que neste momento da avaliação A3 é o aluno que está mais familiarizado com os conceitos trabalhados.

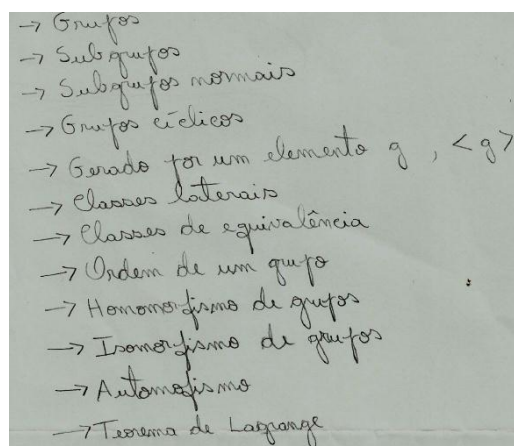


Figura 11 - Primeira lista de conceitos de A3

- 2ª Etapa: Ordenar os conceitos da etapa anterior, colocando os mais gerais e inclusivos no topo e incluindo novos conceitos.

Na segunda etapa da sua construção, A3 acrescenta em sua lista as Propriedades dos homomorfismos (frisando que são sete) e o Teorema do isomorfismo.

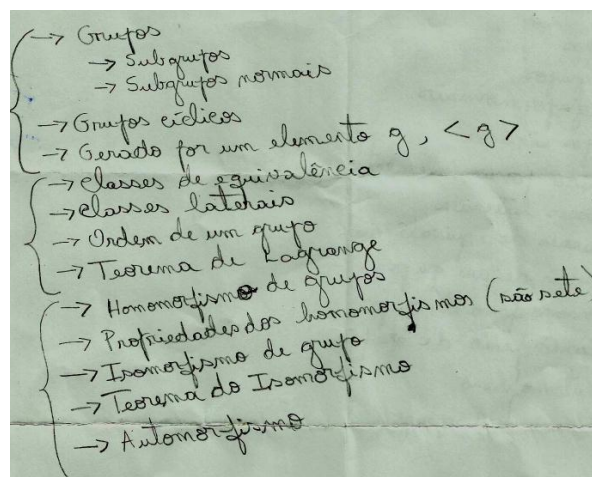


Figura 12 - Segunda lista de conceitos de A3

Além disso, agrupa os conceitos expostos na etapa anterior em três classes que contém como conceitos centrais os conceitos de Grupo, Classes de equivalência e Homomorfismo de Grupos. Mais a frente, veremos em seu mapa conceitual a confirmação desta afirmação, quando A3 evidencia a utilização destes conceitos como fatores importantes no entendimento de outros conceitos.

- 3ª Etapa: Construção do mapa conceitual.

De todos os mapas conceituais construídos A3 apresenta o mais completo e bem elaborado, sendo necessário para a construção deste uma quantidade maior de material (e provavelmente de tempo) do que a dos seus pares. Por este motivo entendemos não ser necessário corrigirmos o seu mapa conceitual inicial como fizemos com os outros alunos e considerar o presente mapa como o seu mapa conceitual na versão final, sendo assim passamos diretamente desta etapa para a próxima, a saber, a análise de seu vídeo.

Refletindo sobre esta nossa escolha, a princípio, ela pode parecer uma “quebra” na metodologia adotada, porém um olhar mais atento nos leva a perceber que se a mesma não fosse tomada o processo avaliativo em si poderia ser prejudicado, pois se após as nossas correções requisitássemos de A3 um novo mapa conceitual, o mesmo poderia estar sendo sobrecarregado desnecessariamente.

Olhando atentamente para a construção de A3 podemos notar a introdução de novos conceitos que não figuravam nas suas listas apresentadas anteriormente, a saber, o conceito de índice de um subgrupo em relação a um grupo e o de núcleo e imagem de um homomorfismo, conceitos estes que nenhum dos outros alunos destacou. Isso vem reforçar o que já temos apontado anteriormente sobre a evolução conceitual dos alunos no decorrer do processo avaliativo, dentro de uma perspectiva formativa. Mais adiante na análise do vídeo de A3 poderemos notar a introdução de novos conceitos e definições que surgem diante do trabalho de explicar o mapa conceitual.

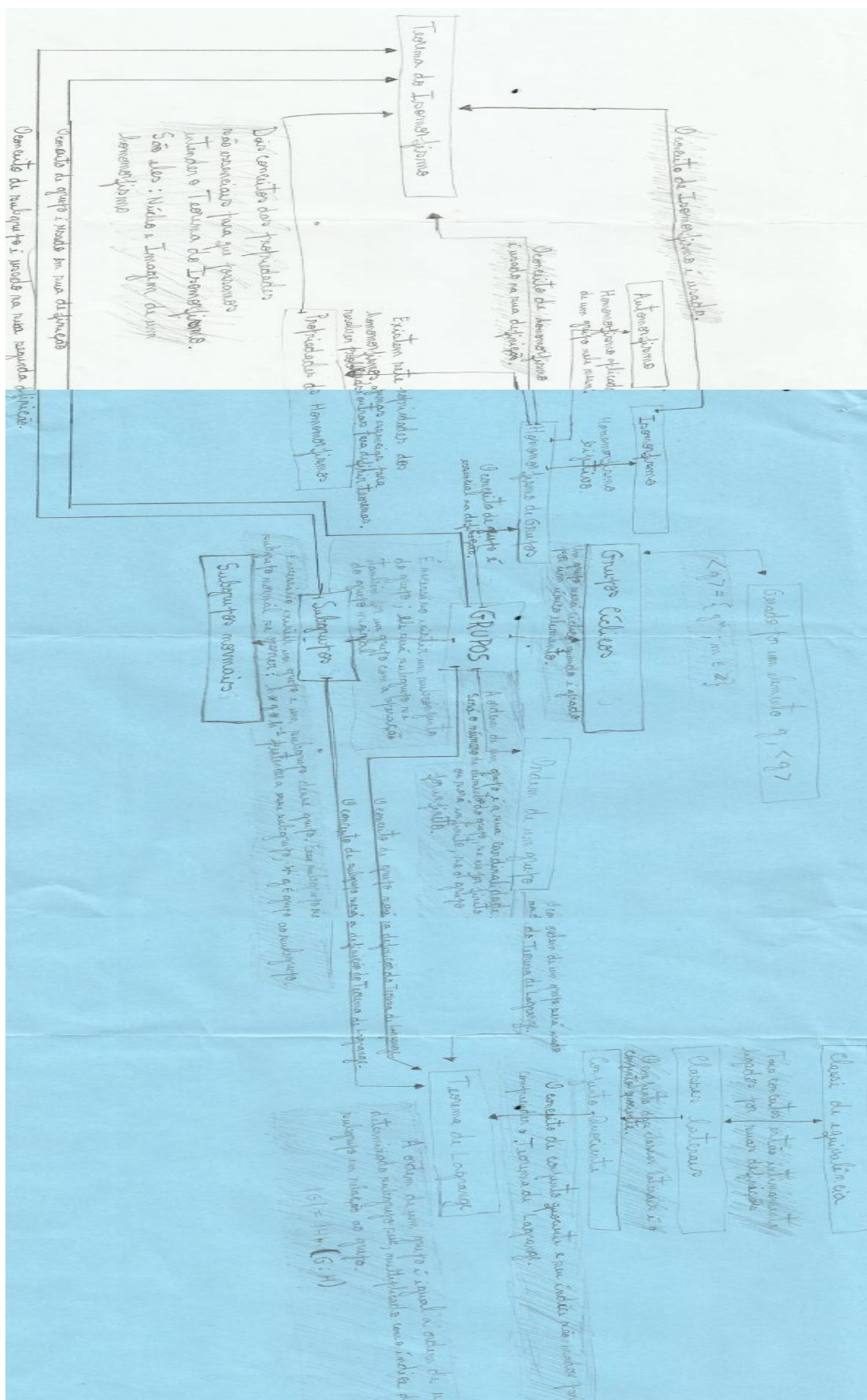


Figura 13 - Mapa Conceitual final de A3

- Análise do vídeo

O vídeo de A3 é iniciado com uma declaração da importância do conceito de grupo dentro da disciplina Estruturas Algébricas “*O conceito de Grupo, ele é central. [...] depois de compreender a ideia de grupos ficará bem mais fácil de compreender outras estruturas algébricas como Anéis ou Ideais.*”. Em seguida a definição de grupo é dada nos seguintes termos “*Um grupo deve ser constituído de um conjunto não vazio e uma operação binária. Se esse conjunto não vazio e essa operação binária satisfizerem três propriedades que são elas: associatividade, o elemento neutro e o elemento inverso, ele será um grupo.*”. Notamos que a referência a uma operação binária não estava presente nem nas listas nem no mapa conceitual de A3, ocorrendo pela primeira vez aqui, o que mostra como este instrumento é capaz de captar novas informações relevantes sobre as aprendizagens conceituais de um indivíduo.

Quando trata dos subgrupos A3 apresenta duas explicações corretas sobre o que é um subgrupo. Na primeira afirma “*Um subconjunto de um grupo será um subgrupo se ele também for um grupo com a operação do conjunto original.*” e na segunda coloca que “*Dado um grupo, o grupo sempre tem um subconjunto. [...] esse subconjunto com a operação será um subgrupo se esse subconjunto for não vazio, for fechado para a operação e for fechado para os inversos.*”.

Em seguida explica o que são subgrupos normais nos seguintes termos “[...] será subgrupo normal se [...] um elemento do subgrupo operado com o grupo, operado com um elemento inverso do subgrupo pertencer ao subgrupo.”. Esta definição de subgrupo normal apresentada por A3 remete à definição que apresentamos anteriormente, a saber, que um subgrupo H de um dado grupo G é normal se, e somente se, $g^{-1}xg \in H, \forall x \in H, \forall g \in G$. É possível perceber aqui que A3 tem conhecimento desta definição, entretanto quando fala dela ele erra ao trocar grupos por subgrupos e também ao dizer “*um elemento do subgrupo operado com o grupo*”, visto que a operação que ocorre é entre os elementos do grupo e não com o grupo. Entendemos que estes erros não passam de erros de execução, pois, é possível notar o conhecimento do aluno sobre o conceito, logo, a presença do erro aqui se deve mais a distrações ou a equívocos do que a falta de compreensão.

Na sequencia A3 procura definir e relacionar os grupos cíclicos e gerados. Para os grupos cíclicos afirma corretamente “*Um grupo será cíclico se esse grupo for gerado*

por um único elemento.”. A relação existente entre grupos cíclicos e gerados é posta da seguinte forma *“Para compreender o que é um grupo cíclico devemos compreender o que é um gerado por um elemento.”* e a conclusão revelando a ligação se evidencia nas palavras *“Os gerados por um único elemento são as potências desse elemento com o expoente sendo um número inteiro.”*. Embora o aluno apresente mais elementos relacionados a estes conceitos do que os seus companheiros, o que ocorre aqui é o mesmo que ocorreu com A1 e A2 quando estes definem de duas formas diferentes o mesmo conceito, a saber, o conceito de grupo cíclico enquanto o conceito de grupo gerado (por um conjunto) não é precisamente definido.

A partir destas observações chegamos à conclusão de que a maneira como estes conceitos foram apresentados no livro texto utilizado pelos estudantes influenciou ou mais ainda induziu tais alunos ao erro relacionado a estes conceitos.

Ao chegar ao conceito de Ordem de um grupo, o aluno de maneira acertada argumenta *“A ordem de um grupo é o tamanho de um grupo, a cardinalidade de um grupo. [...] será o número de elementos do grupo se ele for finito ou será infinito se o grupo for infinito.”*. Dando continuidade a sua apresentação o aluno se prepara para falar sobre o Teorema de Lagrange e começa afirmando *“Classes de equivalência, Classes laterais, Conjunto quociente. São três ideias fundamentais para compreendermos o Teorema de Lagrange, que é uma ideia fundamental em grupos.”* o que mostra que sua compreensão sobre este Teorema não consiste simplesmente em saber enuncia-lo, mas que, além disso, compreende que a correta utilização deste se deve à correta compreensão de outros conceitos interligados ao mesmo como é o caso também dos grupos e subgrupos *“Nós vamos usar grupo e subgrupo para compreender o que é o Teorema de Lagrange.”*. As afirmações de A3 são uma forte evidencia da ocorrência de uma aprendizagem significativa sobre este conteúdo.

De forma semelhante à ocorrida com o Teorema de Lagrange, A3 trata das relações entre conjunto quociente e classe lateral nos seguintes termos *“Para entendermos conjunto quociente devemos entender o que é uma classe lateral.”*. Mais relações entre estes e outros conceitos se mostram presentes nas afirmações *“Para compreender o Teorema de Lagrange devemos compreender a ideia de grupo, subgrupo e índice.”* e *“Para entender índice devemos entender conjunto quociente, classes laterais e classe de equivalência. São ideias que estão totalmente relacionadas.”*. Podemos observar aqui que A3 percebe corretamente que os conceitos

de Conjunto quociente, Classes laterais, Classes de equivalência, Grupo, Subgrupo e Índice estão todos relacionados, sendo que muitos destes são utilizados na demonstração do Teorema de Lagrange e mais ainda, à medida que avançamos no estudo da Teoria dos Grupos são conceitos que surgem naturalmente em muitas definições, demonstrações e etc.

Finalizando as suas considerações A3 parte para a explicação dos conceitos de Homomorfismo, Isomorfismo e Automorfismo. Sobre Homomorfismos coloca que “[...] a ideia de Homomorfismo de grupos é uma ideia fundamental.”, todavia afirma que tal ideia (conceito) esta atrelada a outra mais fundamental ainda, a saber, a ideia (conceito) de grupo, em suas palavras “A ideia de grupo é essencial para compreendermos o que é um homomorfismo de grupos.”.

Seguindo em suas considerações, evidencia a relação entre homomorfismo e isomorfismo “Homomorfismo está ligado à ideia de Isomorfismo [...]” e complementa explicando como se dá esta relação “[...] para ser um isomorfismo tem que ser um homomorfismo bijetivo.”. Embora o aluno conheça e evidencie esta relação, ele não define o que de fato é um homomorfismo. É interessante notar que nenhum dos três alunos mostrou compreender o que de fato é um homomorfismo, seja por apresentar erros na definição do conceito como é o caso de A1 e A2 ou, seja por não citar o conceito como é o caso de A3.

Ainda tratando dos isomorfismos o aluno compreende que este conceito inclui alguns conceitos “O conceito de isomorfismo é usado para entendermos o Teorema do Isomorfismo”, entretanto entende que existem outros conceitos mais inclusivos que este como, por exemplo, grupos e subgrupos, que para ele “[...] tem uma ligação direta com o Teorema do Isomorfismo. [...]”, ou seja, “[...] são essenciais para entendermos o Teorema do Isomorfismo.”, o que de fato é uma verdade, pois sem a exata compreensão do que são grupos e subgrupos fica quase impossível a compreensão do que é um isomorfismo de grupo e suas propriedades, porem tal ligação não é explicitada em sua fala.

Sobre os automorfismos conclui corretamente que “Um Automorfismo é um Homomorfismo de um grupo aplicado nele mesmo.”.

4.5.1 – Considerações gerais sobre o individuo A3.

O processo pelo qual A3 passou nos possibilitou perceber que à medida que avançava no mesmo o aluno enriquecia e solidificava as suas aprendizagens sobre o conceito de grupos e as suas relações com outros conceitos. Assim como os seus colegas A3 evoluiu conforme passava de uma etapa a outra, entretanto alguns erros como é o caso dos grupos cíclicos e gerados permaneceram.

De uma forma geral o instrumento de avaliação utilizado com este aluno nos possibilitou enriquecer as informações por nós obtidas a respeito de suas aprendizagens conceituais, acreditamos que a utilização dos vídeos foi crucial neste enriquecimento por nós percebido.

CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Em nossas considerações finais, gostaríamos de destacar três pontos que este trabalho nos leva a pensar, os quais são: como utilizar este instrumento na sala de aula; qual a relevância deste trabalho do ponto de vista acadêmico e como a utilização dos vídeos modificou o instrumento de avaliação mapa conceitual.

Conforme colocamos no inicio deste trabalho, a proposta de avaliação que apresentamos implica num processo de avaliação formativa, ou seja, a avaliação aqui não consiste simplesmente de um momento isolado após um período de ensino no qual os alunos devem mostrar se aprenderam ou não o que lhes foi ensinado, mas sim em um processo contínuo que visa aperfeiçoar as aprendizagens dos mesmos referentes ao que tem sido ensinado.

Do ponto de vista prático, ou seja, na utilização em sala de aula, a aplicação deste processo avaliativo pode ser considerada pelo leitor mais critico como impraticável, visto a sobrecarga de trabalho a que muitos professores – principalmente os da educação básica – estão submetidos, na maioria das vezes tendo que trabalhar em varias escolas, com turmas de mais de 40 alunos em condições físicas precárias, com salários diminutos e etc. Porém entendemos ser possível a realização do mesmo dentro de certas restrições. Concordando com este entendimento citamos as palavras de

(MASSETO, 2000, pp. 166 – 167) quando este dá a sua opinião sobre a utilização de formas alternativas e diferenciadas de avaliação:

Vemos aqui, imediatamente, outra dificuldade e objeção por parte dos professores: “como acompanhar individualmente cada aluno, se leciono para quatro, cinco, oito, dez classes, e cada turma tem 80 alunos?”. É evidente que a dificuldade procede. Nem estamos defendendo a implantação desse sistema de avaliação, num primeiro momento, para todas as turmas. O que defendemos é que se essa dificuldade, que é real, impedir-nos de começar a mudança do processo avaliativo, nunca sairemos desse que realizamos, embora percebamos todas as limitações que ele possui. Se, ao contrário, percebermos a validade e a relevância da perspectiva do processo avaliativo como mediação pedagógica, então procuraremos iniciar fazendo alguma alteração significativa em uma turma, inclusive escolhendo aquela que tenha menor número de alunos ou que seja mais receptiva à mudança. Isso nos ajudará inclusive a adquirir confiança em nós mesmos, no nosso trabalho diferente, nas atividades diferentes que vamos realizar. Aos poucos, poderemos avançar para um número maior de turmas com o novo processo.

Sob esta ótica, podemos afirmar que este trabalho pode contribuir com a mudança na mentalidade dos professores em geral (de matemática como de outras disciplinas) no que diz respeito à utilização de outros instrumentos de avaliação que não sejam simplesmente a prova escrita nos processos avaliativos. Não queremos com isso dizer que a prova escrita deva ser abolida dos processos avaliativos, mas sim que esta pode ser utilizada em conjunto com outros instrumentos de avaliação, como observamos na análise de dados feita acima.

Como uma possibilidade de aliar estes dois instrumentos o professor poderia, por exemplo, utilizar os conceitos apresentados pelos alunos em seus mapas conceituais e em seus vídeos como um guia para a elaboração de uma prova que contenha inclusive afirmações realizadas pelos próprios alunos.

Outra questão que pode surgir diante de tal ótica é a que diz respeito à atribuição de uma nota aos alunos no termino do processo. Diante de tal questão entendemos que a atribuição de uma nota na perspectiva que estamos trabalhando deve refletir a evolução do aluno no decorrer do processo, e não ser simplesmente um número destituído de significado observando-se apenas o produto final resultante do processo de ensino ao qual o aluno foi submetido.

Ao olharmos este trabalho do ponto de vista acadêmico entendemos que o mesmo surge preenchendo uma lacuna que existe atualmente no que diz respeito à utilização de instrumentos de avaliação diversificados nos cursos de licenciatura em matemática. Durante a realização das pesquisas que resultaram neste trabalho pudemos

perceber que os trabalhos e pesquisas voltados aos conteúdos de Estruturas Algébricas não envolviam a questão da avaliação, tratando apenas de questões relacionadas às dificuldades de ensino e as propostas de intervenção. Portanto, entendemos que o nosso trabalho se apresenta como uma proposta inovadora no que diz respeito à avaliação neste conteúdo e pode ser utilizado como norteador para outras pesquisas que se interessem na avaliação dentro de Estruturas Algébricas.

Por fim, gostaríamos de observar que a utilização das tecnologias audiovisuais nesta proposta de avaliação foi de grande relevância na obtenção de uma quantidade maior de informações sobre as aprendizagens conceituais dos alunos envolvidos na mesma. Em vários momentos de nossa análise pudemos perceber que a utilização dos vídeos nos possibilitou colher informações que complementaram as informações expostas nos mapas conceituais dos alunos, contribuindo assim no aumento da qualidade das nossas correções.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, G. C. E. **Grupo finito: motivação no Ensino-aprendizagem. Anais do 7º. Encontro Nacional de Educação Matemática.** Rio de Janeiro, 2001. – Rio de Janeiro: SBEM/RJ; 2001.

AMARAL, B.; BARAVIERA, A. T.; CUNHA, M. O. T. **Mecânica Quântica para Matemáticos em Formação.** Publicações do 28º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 2011. – Rio de Janeiro: IMPA; 2011.

BAIRRAL, M.A.; COSTA, R.C.; SANTOS, R.T. **Portfólios eletrônicos e avaliação em matemática.** In: X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

BARUFI, M. C. B; NASSER, L. **Educação matemática no ensino superior.** Anais do 7º. Encontro Nacional de Educação Matemática. Rio de Janeiro, 2001. – Rio de Janeiro: SBEM/RJ; 2001.

BOERI, C.N.; VIONE, M.T.; SILVA, S.L. **A utilização da “cola oficial” durante as avaliações de matemática.** In: X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

BORBA, M. C. **Recursos tecnológicos e a educação matemática.** Anais do 5º. Encontro Nacional de Educação Matemática. Aracaju, 1995. – Aracaju: SBEM/SE; 1995. 336p.

_____. **A pesquisa qualitativa em educação matemática.** Anais da 27ª reunião anual da Anped. Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

BUSSMANN, C. J.C.; SAVIOLI, A. M. P. D. **Conhecimentos Mobilizados por Estudantes do Curso de Matemática sobre o Conceito de Grupo**. Boletim GEPEM Nº 58 – JAN. / JUN. 2011 | 33–49.

CAVALCANTI, R. R. G. **Desenvolvimento e aplicação de um método de análise de mapas conceituais com o objetivo de acompanhar mudanças na compreensão de um grupo de alunos sobre o tema equilíbrio químico**. São Paulo, 2011. – São Paulo. (Dissertação de Mestrado em Educação).

CURY, H. N. **Análise de erros e análise de conteúdo: Subsídios para uma proposta metodológica**. Trabalho apresentado no GT: Educação matemática e Ensino Superior, no II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, em Santos, de 29 de outubro a 01 de novembro de 2003.

_____. **Análise de erros**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

D'AMBROSIO, U. **A educação matemática na década de 1990: perspectivas e desafios**. Anais do 1º. Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 1987. – São Paulo: SBEM/SP; 1988. 162p.

_____. **Bicentenário de Évariste Galois: Lições sobre historiografia**. In.: 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, Universidade Federal de São João del Rei, 28 a 31 de agosto de 2011.

_____. **Educação matemática: Da teoria à prática**. Coleção: Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, Papirus, 1996.

_____. **Mitos e adornos na educação matemática**. Anais do 4º. Encontro Nacional de Educação Matemática. Blumenau, 1992. – Blumenau: SBEM/SC; 1995. 171p.

_____. **Relações entre matemática e educação matemática: lições do passado e perspectivas para o futuro.** Anais do 6º. Encontro Nacional de Educação Matemática. São Leopoldo, 1998. – Aracaju: SBEM/RS; 1998. 2v.

_____. **Uma nova educação matemática para tempos novos.** Anais do 5º. Encontro Nacional de Educação Matemática. Aracaju, 1995. – Aracaju: SBEM/SE; 1995. 336p.

ELIAS, H. R.; BARBOSA, L. N. S. C.; SAVIOLI, A. M. P. D. **Indícios de dificuldade na compreensão da matemática avançada: o conceito de Grupo.** Anais do 5º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, 2012. – Rio de Janeiro.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Higino H. Domingues. Campinas, São Pulo, Ed. da UNICAMP, 2002.

FERRÃO, N. S. **Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.** São Paulo, 2013. – São Paulo. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática).

FISCHER, M. C. B. **Os formadores de professores de matemática e suas práticas avaliativas.** Avaliação em matemática: Histórias e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus, 2008.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** – 4ª ed. – São Paulo: Atlas, 2002.

GONÇALVES, A. **Introdução à Álgebra.** – 5ª ed. – Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

JAPIASSÚ, H; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia.** – 3ª ed. – Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

JÚNIOR, F. M. A. **Grupos Finitos e Quebra de Simetria no Código Genético**. São Paulo, 2003. – São Paulo. (Tese de Doutorado em Matemática Aplicada).

LIMA, A.F.C. **Quando a avaliação deixa de ser um mistério e contribui para a aprendizagem de matemática**. In.: O processo de avaliação nas aulas de matemática. Campinas: Mercado das Letras, 2010.

LIVIO, M. **A equação que ninguém conseguia resolver**. – 2ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2011. Tradução de Jesus de Paula Assis.

LOPES, A. R. L. V.; BORBA, M. C. **Tendências em educação matemática**. Revista Roteiro, Chapecó, n. 32, p. 49-61, jul./dez. 1994.

LOPES, M. L. M. L. **Pesquisa em educação matemática**. Anais do 1º. Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 1987. – São Paulo: SBEM/SP; 1988. 162p.

LUCKESI, C.C. **O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem?** In.: Pátio. Porto alegre: Artmed. Ano 3, n. 12 fev./abr. 2000.

MARQUES, R. **Dicionário Breve de Pedagogia**. 2ª Ed. (Revisada e aumentada).

MARTINS, C.A.C.L. **A ação docente e o processo de avaliação da aprendizagem**. In.: O processo de avaliação nas aulas de matemática. Campinas: Mercado das Letras, 2010.

MASSETO, M. T. **Mediação pedagógica e o uso da tecnologia**. In.: MORAN, J. M.; MASETTO, M. e BEHRENS, M. Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica. São Paulo, Papirus Editora, 2000.

MENINO, H. & SANTOS, L. (2004). **Instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portfólio**

no 2º ciclo do ensino básico. *Actas do XV SIEM* (Seminário de Investigação em Educação Matemática) (pp. 271-291). Lisboa: APM.

MONDINI, F. **Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de matemática.** - Rio Claro : [s.n.], 2009, 168 f. (Dissertação de Mestrado).

MONDINI, F; BICUDO, M.A.V. **A presença da Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Rio Grande do Sul.** *Acta Scientiae*, v.12, jul./dez. 2010.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e a sua implementação em sala de aula.** – Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e aprendizagem significativa.** Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>.

MOREIRA, M. A.; ROSA, P. **Mapas Conceituais.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, 1986.

NASSER, L. **Educação matemática no ensino superior.** Anais do 8º. Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004. – Recife: SBEM/PE; 2004.

PEREIRA, C. L.; PEREIRA, F. A.; RODRIGUES, J. R.; SANTOS, M. D. V. **A Álgebra no Cubo Mágico.** XVIII Semana da Matemática - IBILCE/UNESP 24 a 27 de outubro de 2006. (Minicurso).

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas.** Porto Alegre, Artmed, 1999. 184p.

PIRES, F.S. **Álgebra e formação docente: o que dizem os futuros professores de matemática.** – São Carlos: UFSCar, 2012, 138f. (Dissertação de Mestrado).

Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura: Caruaru 2013. – Portaria MEC Nº 121, de 05 de Julho de 2012. 350p.

QUARESMA, J. C. B. **Uma análise histórico-epistemológica do conceito de Grupo.** Tese (Doutorado em Educação Matemática), UFRN, Rio Grande do Norte, 2009.

RONCA, A. C. C. **Teorias do ensino: A contribuição de David Ausubel.** Temas em Psicologia, 1994, nº 3.

SCHÜTZER, W. **Aprendendo Álgebra com o Cubo Mágico.** Semana da Matemática da UFU FAMAT, 25 a 28 de Outubro de 2005. (Minicurso).

SIMIS, A. **Introdução á Álgebra.** – 2ª Ed. – Rio de Janeiro, IMPA, 1977.

SOUZA, N. A.; BORUCHOVITCH, E. **Mapas conceituais e avaliação formativa: tecendo aproximações.** In.: Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 36, n. 3, p.795-810, set/dez. 2010

TORRE, S. de la. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança.** Porto Alegre, Artmed, 2007.

VEIGA, I. P. A.; NAVES, M. L. de P. (Orgs.) **Currículo e avaliação na educação superior.** São Paulo: Junqueira & Marin, 2005. p. 175-197.

Anexo 1

Apresentamos a seguir uma definição alternativa de Grupo dada pelo físico e matemático Mario Livio em seu belo livro “A equação que ninguém conseguia resolver”.

Assim como alguns clubes exclusivos, um grupo matemático é caracterizado por membros que têm que obedecer a determinadas regras. Um conjunto matemático é qualquer coleção de entidades, independentemente de serem os componentes de um avião desmontado, as letras do alfabeto hebreu ou uma bizarra coleção formada pela orelha de Van Gogh, o coelho da *Páscoa*, todos os jornais albaneses e o clima em Marte. Um *grupo*, por outro lado, é um conjunto que precisa obedecer a determinadas regras com respeito a alguma operação. Por exemplo, um dos grupos mais familiares é o composto de todos os números inteiros (positivos, negativos e zero; isto é, ..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...) em conjunção com a simples operação aritmética da adição.

As propriedades que definem um grupo são:

1. *Fechamento*. O resultado da combinação de dois membros quaisquer pela operação deve ser ele próprio um membro. No grupo dos inteiros, a soma de quaisquer dois inteiros é também um inteiro (por exemplo, $3 + 5 = 8$).
2. *Associatividade*. A operação deve ser associativa – ao combinar (pela operação) três membros ordenados, você pode combinar quaisquer dois deles antes (desde que sejam consecutivos) e o resultado será o mesmo, não sendo afetado pelo modo como são colocados entre parêntesis. A adição, por exemplo, é associativa: $(5 + 7) + 13 = 25$ e $5 + (7 + 13) = 25$, onde os parêntesis, “sinais de pontuação” da matemática, indicam qual o par que você soma antes.
3. *Elemento neutro*. O grupo precisa conter um elemento neutro tal que, quando combinado com qualquer membro, deixa o membro inalterado. No grupo dos inteiros, o elemento neutro é o número zero. Por exemplo, $0 + 3 = 3 + 0 = 3$.
4. *Inverso*. Para todo membro do grupo, deve existir um inverso. Quando um membro é combinado com seu inverso, ele fornece o elemento neutro. Para os

inteiros, o inverso de qualquer número é o número de mesmo valor absoluto, mas com sinal oposto: por exemplo, o inverso de 4 é -4 e o inverso de -4 é 4; $4 + (-4) = 0$ e $(-4) + 4 = 0$. (LIVIO, 2011, pp. 61-62).

Anexo 2

Uma das primeiras definições de Grupo é dada a seguir a qual foi proposta pelo matemático alemão Wilhelm Weber (1842 – 1913) e pode ser encontrada na tese de doutorado de José Cláudio Brandemberg Quaresma, (p. 74) em nossas referências.

Definição (Weber): Um sistema σ de muitas ou infinitas coisas (elementos) arbitrárias forma um grupo, se satisfaz as seguintes condições: 1) temos uma regra que designa para um primeiro e um segundo elementos um terceiro elemento definido no sistema $AB = C$ e $C = AB$, onde C é o “composto” de A e B . Nós não assumimos que esta composição sempre satisfaz a lei comutativa, mas, 2) assumimos a lei associativa... 3) assumimos que se $AB = AB'$ ou $AB = A'B$, então necessariamente $B = B'$ ou $A = A'$. Se σ contem um numero finito de elementos, então o grupo é dito finito e o numero de seus elementos é dito o seu grau. No caso de grupos finitos (1), (2) e (3) implicam 4) se dois de três elementos são pegos arbitrariamente de σ então o terceiro pode ser unicamente determinado e tal que $AB = C$... no caso de grupos infinitos, a propriedade (4) deve ser incluída como um dos axiomas requeridos.