



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO VICTOR NASCIMENTO REIS

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E DAS TENSÕES EM
CADINHOS**

Recife

2021

JOÃO VICTOR NASCIMENTO REIS

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E DAS TENSÕES EM
CADINHOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Costa de Araújo

Recife
2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária Sandra Maria Neri Santiago, CRB-4 / 1267

R375a Reis, João Victor Nascimento.
Análise numérica da transferência de calor e das tensões em cadinhos / João Victor Nascimento Reis. – 2021.
81 f.: il., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Costa de Araújo.
TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Departamento de Engenharia Mecânica, Recife, 2021.
Inclui referências.

1. Engenharia mecânica. 2. Cadinho. 3. Refratário. 4. Simulação. 5. Transiente. 6. Trinca. I. Araújo, Marcus Costa de (Orientador). II. Título.

UFPE

621 CDD (22. ed.)

BCTG/2022-13

JOÃO VICTOR NASCIMENTO REIS

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E DAS TENSÕES EM
CADINHOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovado em: 26 / 08 / 2021 .

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcus Costa de Araújo (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. José Carlos Charamba Dutra (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Jorge Recarte Henriquez Guerrero (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho em homenagem póstuma ao meu avô Arlindo do Nascimento. Me mostrou que o que torna alguém engenheiro não é seu diploma, mas sua capacidade de desenvolver soluções.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Marcus Costa de Araújo por todo o auxílio na realização da pesquisa. Agradeço também à fábrica a qual este trabalho se refere pelo incentivo à pesquisa.

RESUMO

Para garantir boa qualidade à liga de alumínio, que passará por processos de fabricação, é necessário realizar a purificação do metal. Este processo é realizado num dispositivo denominado de cadinho, que contém um elemento filtrante (um meio poroso). O dispositivo e o elemento filtrante devem ser aquecidos para evitar a solidificação do alumínio ao passar por esse sistema. Cadinhos podem apresentar trincas prematuras, interrompendo a produção e elevando os custos. Neste trabalho, é realizado uma análise numérica da transferência de calor e das tensões pelo método dos elementos finitos sobre os cadinhos utilizados nas etapas de filtragem do metal. Realizou-se simulações em três dimensões em regime permanente de transmissão de calor e em duas dimensões em regime transiente análogo a choques térmicos. O material utilizado nas simulações foi modelado como elástico ideal, com suas propriedades sendo independentes da temperatura. Os resultados mostraram que a temperatura dos gases de combustão ao redor do cadinho, a dimensão, e a posição e rigidez dos apoios estão relacionados com a tensão em locais específicos, podendo tornar o cadinho mais propício à falha.

Palavras-chave: cadinho; refratário; simulação; transiente; trinca.

ABSTRACT

To ensure good quality to the aluminum alloy, which will undergo manufacturing processes, it is necessary to carry out the purification of the metal. This process is carried out in a device called a crucible that contains a filtering element (a porous medium). The device and filter element must be heated to prevent solidification of the aluminum as it passes through this system. Crucibles can have premature cracks, interrupting production and raising costs. In this work, a numerical analysis of the heat transfer and stresses by the finite element method on the crucibles used in the metal filtration steps is performed. Simulations were carried out in three dimensions in a steady state of heat transmission and in two dimensions in a transient regime analogous to thermal shocks. The material used in the simulations was modeled as an ideal elastic, with its properties being independent of temperature. The results showed that the temperature of the flue gases around the crucible, the dimension, and the position and rigidity of the supports are related to the stress in specific places, which can make the crucible more prone to failure.

Keywords: crucible; refractory; simulation; transient; crack.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação do volume de controle infinitesimal.	22
Figura 2 – Variação da condutividade térmica pela temperatura.	24
Figura 3 – Representação da camada limite térmica.	25
Figura 4 – Representação da radiação sobre uma superfície.	28
Figura 5 – Fator de forma.	29
Figura 6 – Deformação angular de um sólido.	30
Figura 7 – Discretização de um domínio global em domínios menores.	33
Figura 8 – Representação do fluxo de energia em um forno.	39
Figura 9 – Simulação do escoamento na câmara de combustão de um forno cadinho. . .	41
Figura 10 – Mínimo choque térmico requerido para iniciar a propagação das trincas em função do comprimento e da densidade de trincas.	43
Figura 11 – Resistência à flexão pós choque térmico em função da intensidade do choque.	44
Figura 12 – Deformação irreversível em função do número de ciclos.	45
Figura 13 – Descrição geométrica do modelo 3D.	51
Figura 14 – Malha do modelo 3D.	52
Figura 15 – Convergência da malha do modelo 3D.	52
Figura 16 – Representação do elemento tetraédrico.	53
Figura 17 – Condição de contorno de simetria para o modelo 3D.	54
Figura 18 – Possíveis formas de montagem do cadinho.	55
Figura 19 – Geometria do apoio.	55
Figura 20 – Superfície exposta aos gases de combustão.	56
Figura 21 – Superfície interna do cadinho.	56
Figura 22 – Superfícies em contato com o apoio superior.	57
Figura 23 – Descrição da geometria do modelo 2D.	57
Figura 24 – Malha do modelo 2D.	60
Figura 25 – Elementos 2D.	60
Figura 26 – Quantidade de ocorrência de trincas por campanha.	63
Figura 27 – Percentual de trincas por arranjo.	63
Figura 28 – Distribuição das ocorrências pelo local.	64
Figura 29 – Distribuição de temperatura no cadinho.	64
Figura 30 – Distribuição de tensão no cadinho.	65
Figura 31 – Trincas e as regiões de elevada tensão.	66
Figura 32 – Tensão pelo arranjo e rigidez lateral.	67
Figura 33 – Tensão pelo conteúdo do cadinho e rigidez superior.	68
Figura 34 – Tensão na Região 1 por arranjo e rigidez superior.	68
Figura 35 – Tensão pela dimensão do cadinho e rigidez superior.	69

Figura 36 – Tensão do cadinho preenchido por arranjo e temperatura dos gases de combustão.	69
Figura 37 – Tensão durante o choque térmico.	70
Figura 38 – Efeito da hipótese de aceleração nula.	70
Figura 39 – Tensão em diferentes pontos ao longo do tempo.	71
Figura 40 – Distribuição de temperatura.	72
Figura 41 – Variação de temperatura em diferentes pontos com o tempo.	73
Figura 42 – Variação da tensão pela temperatura dos gases de combustão ao longo do tempo.	74
Figura 43 – Variação da tensão pela variação da geometria ao longo do tempo	75
Figura 44 – Tensão ao longo do tempo em 25° para diferentes tempos de vazamento. . .	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do material.	50
Tabela 2 – Condições de contorno na superfície exterior do cadinho.	54
Tabela 3 – Relação de dimensões utilizadas nas simulações 2D.	58
Tabela 4 – Domínio do tempo nas simulações 2D.	58
Tabela 5 – Convergência do modelo 2D.	59
Tabela 6 – Distribuição das ocorrências pela dimensão do cadinho.	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MEF	Método dos Elementos Finitos
PVC	Problema de Valor de Contorno
SiC	Carbeto de Silício
TSRI	Índice de Resistência ao Choque Térmico

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área (m^2)
c_p	Calor específico ($J/kg.K$)
D	Diâmetro do modelo 2D (mm)
E	Módulo de elasticidade (MPa)
E_f	Energia total do sistema (J)
E_{sp}	Espessura do modelo 2D (mm)
\dot{E}_g	Taxa de geração de energia dentro do volume de controle (W)
\dot{E}_{in}	Taxa de energia que entra no volume de controle por condução (W)
\dot{E}_{out}	Taxa de energia que sai do volume de controle por condução (W)
\dot{E}_{st}	Variação temporal de energia dentro do volume de controle (W)
$E(T)$	Poder emissivo (W/m^2)
$E_b(T)$	Poder emissivo do corpo negro (W/m^2)
F_{ij}	Fator de forma entre duas superfícies
G	Irradiação (W/m^2)
G_e	Módulo de elasticidade transversal (MPa)
G_f	Taxa de liberação de energia ($MPa.m$)
h	Coefficiente de convecção ($W/m^2.K$)
\bar{h}	Coefficiente de convecção médio ($W/m^2.K$)
\mathbf{i}	Vetor unitário na direção do eixo x
\mathbf{j}	Vetor unitário na direção do eixo y
J	Radiosidade (W/m^2)
\mathbf{k}	Vetor unitário na direção do eixo z
k	Condutividade térmica ($W/m.K$)
k_f	Condutividade térmica do filme fluido ($W/m.K$)
k_{IC}	Tenacidade à fratura do material ($MPa.m^{1/2}$)
L	Comprimento característico (m)
\mathbf{n}	Vetor unitário perpendicular à superfície isotérmica
n	Direção perpendicular à superfície isotérmica
Nu	Número de Nusselt
\overline{Nu}	Número de Nusselt médio
Pe	Número de Peclet
Pr	Número de Prandtl
q	Taxa de calor por unidade de área (W/m^2)
\dot{q}	Geração de calor por unidade de volume (W/m^3)
q_n	Taxa de calor por unidade de área na direção perpendicular à superfície isotérmica (W/m^2)

R_{ij}	Distância entre duas superfícies (m)
Re_L	Número de Reynolds
R_s	Resíduo
R'''	Parâmetro de resistência ao choque térmico ($m^{1/2}$)
t	Tempo (s)
T	Temperatura (K)
T_∞	Temperatura além da camada limite térmica (K)
T_s	Temperatura da superfície (K)
T^*	Temperatura adimensional
w	Função peso
W_s	Energia requerida para formação de superfícies (J)
V	Velocidade do fluido (m/s)
y^*	Comprimento adimensional
α	Difusividade térmica (m^2/s)
α_r	Absortividade
α_t	Coefficiente linear de expansão térmica
δ	Deformação (m)
Δ	Operador delta
ϵ	Deformação específica
ϵ_r	Emissividade
ϵ_t	Deformação térmica específica
γ_{xy}	Deformação angular no plano XY (rad)
μ_v	Viscosidade dinâmica ($Pa.s$)
ν	Coefficiente de Poisson
ν_v	Viscosidade cinemática (m^2/s)
∇	Operador gradiente
Π	Energia potencial de deformação (J)
ρ	Massa específica (kg/m^3)
ρ_r	Refletividade
σ	Tensão normal (MPa)
σ_r	Constante de Stefan-Boltzmann
τ_c	Gradiente crítico de temperatura (K)
τ_r	Transmissividade
τ_{xy}	Tensão cisalhante no plano XY (MPa)
$ C_e $	Matriz elementar de calor específico (J/K)
$ B $	Primeira derivada do vetor de função de forma
$ D_r $	Matriz de rigidez (MPa)

$ D_c $	Matriz de condutividade ($W/m.K$)
$ K_e $	Matriz elementar de rigidez (N/m)
$ K_e^c $	Matriz elementar de convecção (W/K)
$ K_e^d $	Matriz elementar de condutividade (W/K)
$ K_e^f $	Matriz elementar de rigidez de apoio (N/m)
$\{F_e^n\}$	Vetor elementar de forças nodais (N)
$\{F_e^p\}$	Vetor elementar de pressão (N)
$\{F_e^t\}$	Vetor elementar de carga térmica (N)
$\{L\}$	Operador gradiente matricial
$ M_e $	Matriz elementar de massa (Kg)
$\{n\}$	Vetor normal de superfície
$\{N\}$	Vetor de função de forma
$\{Q_e^c\}$	Vetor elementar de convecção (W)
$\{Q_e^f\}$	Vetor elementar de fluxo de calor (W)
$\{Q_e^g\}$	Vetor elementar de geração de calor (W)
$\{Q_e^r\}$	Vetor elementar de radiação (W)
$\{T_e\}$	Vetor de temperatura elementar (K)
$\{\dot{T}_e\}$	Derivada temporal do vetor de temperatura elementar (K/s)
$\{w_e\}$	Vetor de peso elementar
$\{\delta\}$	Vetor de deslocamentos (m)
$\{\ddot{\delta}\}$	Segunda derivada do vetor de deslocamentos (m/s^2)
$\{\epsilon\}$	Vetor de deformação específica
$\{\epsilon_t\}$	Vetor de deformação específica térmica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
3.1	TRANSMISSÃO DE CALOR	21
3.1.1	Condução	21
3.1.2	Convecção	23
3.1.3	Radiação térmica	26
3.2	LEI DE HOOKE	29
3.3	MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS	32
3.3.1	Método de solução da transmissão de calor	34
3.3.2	Método de solução da deformação	37
3.4	FORNOS, CADINHOS e REFRATÁRIOS	38
3.4.1	Fornos e cadinhos	38
3.4.2	Refratários	40
3.5	TRINCAS E TENSÕES TÉRMICAS	42
3.6	TRATAMENTO DO ALUMÍNIO	46
4	METODOLOGIA	48
4.1	PESQUISA DOCUMENTAL	48
4.2	RESOLUÇÃO DO MODELO	49
4.3	SIMULAÇÕES EM REGIME PERMANENTE	49
4.3.1	Material	49
4.3.2	Geometria	50
4.3.3	Discretização do domínio	50
4.3.4	Condições de contorno	53
4.4	SIMULAÇÕES EM REGIME TRANSIENTE	55
4.4.1	Geometria	57
4.4.2	Discretização do domínio	58
4.4.3	Condições de contorno	61
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	62
5.1	PESQUISA DOCUMENTAL	62
5.2	SIMULAÇÕES EM REGIME PERMANENTE	64
5.3	SIMULAÇÕES EM REGIME TRANSIENTE	68

6	CONCLUSÕES	77
	REFERÊNCIAS	78

1 INTRODUÇÃO

O alumínio se tornou um dos mais importantes materiais de nossa civilização desde que o processo Hall-Héroult foi descrito tornando a obtenção do metal viável. A indústria de transformação do alumínio tem entregado produtos cada vez mais sofisticados, e para reduzir a não conformidade e aumentar a eficiência na fabricação desses produtos, é necessário um elevado nível de pureza nas ligas. A quantidade aceitável de impurezas no metal é alcançada por meio de sucessivas etapas de filtragem (GÖRNER, 2009).

Em uma fábrica de transformação de alumínio, cada filtro utilizado nas etapas de filtragem do alumínio fundido é um conjunto formado por uma carcaça de concreto e aço e por um cadinho. O Cadinho é um recipiente com características refratárias, no qual são fundidos materiais a altas temperaturas, também usado para aquecer metais já fundidos. A superfície interna do filtro e a superfície externa do cadinho formam uma cavidade onde ocorre a combustão de gás natural para aquecer o conteúdo do cadinho, essa característica do filtro permite que este seja modelado como um forno. Na região interna do cadinho estão os elementos filtrantes e é por onde flui o alumínio.

O processo de filtragem leva tempo suficiente para que o metal se solidifique, pois, o material perde calor para o ambiente, filtros e calhas. Para impedir que a liga se solidifique, os filtros são aquecidos através da queima de gás natural. Esse arranjo permite que o metal seja transportado por um longo tempo sem que hajam grandes variações de temperatura.

Numa fábrica de transformação de alumínio, pode-se usar cadinhos de diferentes tamanhos durante o processo. Cadinhos maiores, os quais possuem menor durabilidade, falham pela ocorrência de trincas que permitem o vazamento do metal líquido. A falha deste equipamento é bastante onerosa para a fábrica pois interrompe a produção, demanda mão-de-obra para a substituição do equipamento e eleva o custo da operação com a aquisição de mais cadinhos.

Para suportar as elevadas temperaturas e evitar o surgimento de falhas, o cadinho é feito de material refratário. Refratários são materiais com elevado ponto de fusão, estáveis e com boa resistência às elevadas temperaturas. A resistência aos choques térmicos também é uma característica muito importante para um refratário. O carbetto de silício (SiC), material cerâmico que compõe os cadinhos, vem sendo amplamente utilizado devido à sua elevada condutividade térmica, elevada resistência mecânica, boa resistência aos choques térmicos e resistência à oxidação. Essas características ocorrem devido à elevada quantidade (88%) de ligações covalentes no material (IZHEVSKYI et al., 2000).

Um fenômeno importante que deve ser considerado quando se discute sobre de refratários é a fadiga do material. Em um forno, por exemplo, controles do tipo on/off podem modular a temperatura desejada variando-se a vazão de combustível em apenas dois valores distintos. Este tipo de controle é mais simples e também mais barato. Contudo, controles desse tipo geram ciclos de aquecimento e resfriamento na câmara de combustão. Estas variações de temperatura causam variações de tensões nos materiais devido aos processos de dilatação e compressão

térmica.

Em um cadinho, podem se formar regiões com elevadas temperaturas sujeitas a choques térmicos ao entrar em contato com o metal líquido, por exemplo. A porosidade do material e a maneira como os poros estão distribuídos impactam em sua resistência ao choque térmico. Regiões mais próximas da superfície sofrem as maiores tensões durante um choque térmico, essas tensões estão relacionadas ao gradiente de temperatura no material que cria regiões de dilatação e de contração (LUO et al., 2020), aumentando-se o risco da ocorrência de falhas por fratura.

Ainda, outras transformações relevantes podem acontecer em materiais feitos à base de SiC em elevadas temperaturas. O módulo de elasticidade e a variação no volume do material se comporta de maneira não-linear e não-monótona com relação à temperatura. Este comportamento é devido às transformações que ocorrem na microestrutura do material. Durante um ciclo térmico algumas destas transformações são irreversíveis. Para temperaturas acima de 1400°C o material pode apresentar comportamento visco-plástico (BAHLOUL et al., 2010).

Dessa forma, para tomar medidas que aumentem a vida útil dos cadinhos retardando a ocorrência de trincas é necessário identificar as causas das trincas. Este trabalho será aplicado em uma fábrica de transformação de alumínio e tem por objetivo avaliar numericamente as condições térmicas e mecânicas as quais os cadinhos são submetidos no momento da partida do processo e/ou em regime permanente. A pesquisa se baseia na hipótese de que a trinca possui origem térmica, e que etapas do ciclo de trabalhos dos cadinhos, em especial a partida do processo, exerceria papel fundamental na propagação de defeitos no equipamento.

1.1 OBJETIVOS

Objetivo geral:

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma avaliação numérica das condições térmicas e mecânicas as quais os cadinhos são submetidos no momento da partida do processo e/ou em regime permanente.

Objetivos específicos:

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Analisar as documentações de falhas em cadinhos na empresa em estudo;
- Simular as tensões em um modelo 3D aquecido e em regime permanente para diferentes etapas do processo;
- Simular as tensões em um modelo 2D sujeito à regimes transientes de temperatura;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A elaboração de modelos teóricos a respeito de falhas causadas por transientes de temperatura já estavam em desenvolvimento desde a década de cinquenta com os estudos de Kingery (1955) e ganha força com a teoria unificada de nucleação e propagação de trincas com foco para material cerâmico formulada por Hasselman (1969b). A teoria de Hasselman explicava a resistência ao choque térmico de cerâmicas porosas e porque a resistência de alguns materiais decrescia após o primeiro choque em que a diferença de temperatura excedesse a diferença crítica de temperatura do material, e porque a resistência permanecia constante após os choques térmicos subsequentes.

As primeiras teorias de trincas relacionadas aos choques térmicos foram desenvolvidas considerando um material linear-elástico. Contudo, nas últimas décadas muitos autores tem se referido aos refratários em elevada temperatura como materiais quase-frágeis de comportamento visco-plástico (ANDERSON, 2008; BAHLOUL et al., 2010) ou viscoelástico (SOBOYEJO et al., 2004). Logo, passados alguns anos se observou que há materiais que não são representados pelas primeiras teorias formuladas.

Li et al. (2014) propuseram um método de avaliação com o objetivo de caracterizar uma ampla gama de cerâmicas de diferentes aplicações quanto a sua resistência ao choque térmico. Foi estabelecido o Índice de Resistência ao Choque Térmico (TSRI) que é a razão entre a resistência à flexão do material após sucessivos choques de mesma intensidade sobre a resistência à flexão inicial do corpo de prova. Foi realizado testes com 20 cerâmicas distintas, entre elas uma composta a base de SiC. Os resultados mostram forte correlação entre o TSRI e o coeficiente de expansão linear. Contudo, não se observou correlação com a tenacidade à fratura do material (K_{Ic}) que quantifica a resistência do material à propagação de trincas instáveis sob a aplicação de cargas mecânicas monótonas, o que sugere que um material resistente a fraturas de origem mecânica não necessariamente é resistente à choques térmicos. O estudo ainda sugere que cerâmicas porosas são mais resistentes ao choque térmico, em concordância com Hasselman (1969a).

Soboyejo et al. (2004) estudaram o comportamento de uma cerâmica composta de alumina e sílica que assim como o material dos cadinhos do presente estudo, apresenta uma fase amorfa em elevada temperatura. A fase amorfa forma ligações viscosas entre as faces da trinca, aumentando a resistência ao choque térmico do material com relação ao próprio material sob choque térmico em temperatura inferior à temperatura de transição vítrea da fase amorfa. Também foi proposto um modelo de propagação de trincas com dependência no tempo.

Andreev et al. (2014) analisaram o efeito cíclico de transientes de temperatura de menor intensidade no refratário, cujo carregamento pode ser caracterizado como um caso de fadiga. Os autores identificaram três fases distintas no processo de fadiga: nucleação de trincas, coalescimento e propagação de trincas e por último a propagação cinética da trinca resultando em falha catastrófica.

Segundo Thummen et al. (2006) , diferente do que é observado para a maioria dos metais, embora a amplitude do carregamento cíclico esteja correlacionada com a vida útil do material refratário, se observa que a tensão máxima de ciclo é mais relevante para a vida útil.

Kim et al. (2010) Realizaram um estudo com o objetivo de avaliar o comportamento de um compósito à base de SiC sob carga de fadiga exposto simultaneamente a chama, visando simular o ambiente encontrado em turbinas a gás. Foram conduzidos ensaios de fadiga mecânica com os corpos de provas expostos a elevada temperatura em um forno, e corpos de prova expostos à chama de um queimador em apenas uma face. Ambos os ambientes levaram o material a níveis semelhantes de oxidação. Contudo, a resistência à fadiga no forno foi maior do que exposto à chama. Uma simulação pelo Método dos elementos finitos (MEF) mostrou o gradiente de tensão no corpo de prova exposto à chama causado pelo gradiente de temperatura em seu interior. Este gradiente de tensão eleva a tensão local no corpo de prova durante os ciclos de carga.

Soares e Iturrioz (2016) realizaram um estudo de trincas sob cargas oscilantes em materiais quase frágeis por meio do método dos elementos discretos (DEM). O método se mostrou capaz de modelar a propagação subcrítica de trincas neste tipo de material, apresentando o comportamento previsto pela lei de Paris (PARIS et al., 1961).

Papathanasiou et al. (2016) realizaram uma simulação 2D de um material cerâmico sujeito à choques térmicos utilizando um modelo com condições de contorno e material não-linear. A simulação considera a transmissão de calor por radiação, e a variação de condutividade térmica, calor específico, módulo de elasticidade, módulo de Poisson e coeficiente de expansão linear variando com a temperatura. Os resultados foram apresentados em termos adimensionais, diferentes condições de contorno foram avaliadas, uma comparação com um modelo linear foi feita. A temperatura na superfície muda mais rapidamente quando o modelo é não-linear por considerar a transmissão por radiação, à medida que o número de Biot é acrescido, o desvio entre os dois modelos é menor, quanto maior a temperatura externa, maior o desvio entre os modelos. As variações na região interna são suavizadas visto que a difusividade térmica diminui com o acréscimo da temperatura do material. Quanto maior a temperatura externa, e quanto maior o número de Biot, maior o desvio entre os modelos. A tensão na superfície externa do modelo linear não sofre relaxação com o tempo após o choque como visto no modelo linear. Quanto maior o número de Biot, mais plana é a curva de tensão na superfície externa com o tempo. A superfície interna apresenta desvio pequeno de tensão entre os modelos. Quanto maior a intensidade do choque, maior são os desvios entre os modelos. Também foi observado que há tensões cisalhantes relevantes apenas nas proximidades dos cantos da geometria.

Zhang et al. (2013) estudaram experimentalmente e numericamente o comportamento termomecânico de discos de alumina expostos a aquecimento brusco. Diferente do que é comumente observado pela literatura, o corpo de prova de menor espessura apresentou as maiores tensões e falhou mais depressa. Damhof et al. (2011) avaliaram a utilização do método dos elementos finitos para predição do dano causado pelo choque térmico no revestimento refratário empregado na produção siderúrgica.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta pesquisa trata de um problema multidisciplinar. É importante conhecer os conceitos relevantes ao problema para uma melhor compreensão da metodologia adotada e da análise dos resultados. Nas próximas seções serão abordados a transmissão de calor, a Lei de Hooke, o método dos elementos finitos, características dos refratários, algumas teorias de falhas aplicáveis a esses materiais e como são inseridos na transformação do alumínio.

3.1 TRANSMISSÃO DE CALOR

Segundo Bergman et al. (2011), transferência de calor (ou calor) é a movimentação de energia devido às diferenças espaciais de temperatura. Çengel e Ghajar (2012) afirmaram que a diferença de temperatura é a força motriz da transmissão de calor, de modo que quanto maior o gradiente de temperatura, mais calor será transferido. Por decorrência da segunda lei da termodinâmica, o calor sempre flui do local de maior temperatura para o local de menor temperatura.

O calor é transferido a partir de um meio material pela interação entre suas partículas, esta forma de transmissão é chamada de condução. É transferido também por meio de um fluido em movimento, esta forma de transmissão é chamada de convecção. A transmissão também ocorre por meio de ondas eletromagnéticas emitidas e absorvidas pela superfície de um meio material, este modo é chamado de radiação térmica.

3.1.1 Condução

A condução é a transferência de calor das partículas em um meio material de maior energia para as partículas de menor energia devido a interação entre elas. Segundo Çengel e Ghajar (2012):

"Em líquidos e gases, a condução deve-se às colisões e difusão das moléculas em seus movimentos aleatórios. Nos sólidos, ela acontece por causa da combinação das vibrações das moléculas em rede, e a energia é transportada por elétrons livres (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)."

A condução é modelada matematicamente pela lei de condução de calor de Fourier descrita na Equação (3.1).

$$q = -k\nabla T \quad (3.1)$$

Onde q (W/m^2) é a taxa de calor por unidade de área e é dado pelo produto entre a condutividade térmica k e o gradiente negativo de temperatura. O sinal negativo se deve ao fato de que o calor é positivo na direção decrescente do campo de temperaturas. A equação também

indica que a condução é perpendicular às superfícies isotérmicas do campo de temperatura, de modo que a lei de Fourier também pode ser representada da seguinte forma:

$$q = q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n} \mathbf{n} \quad (3.2)$$

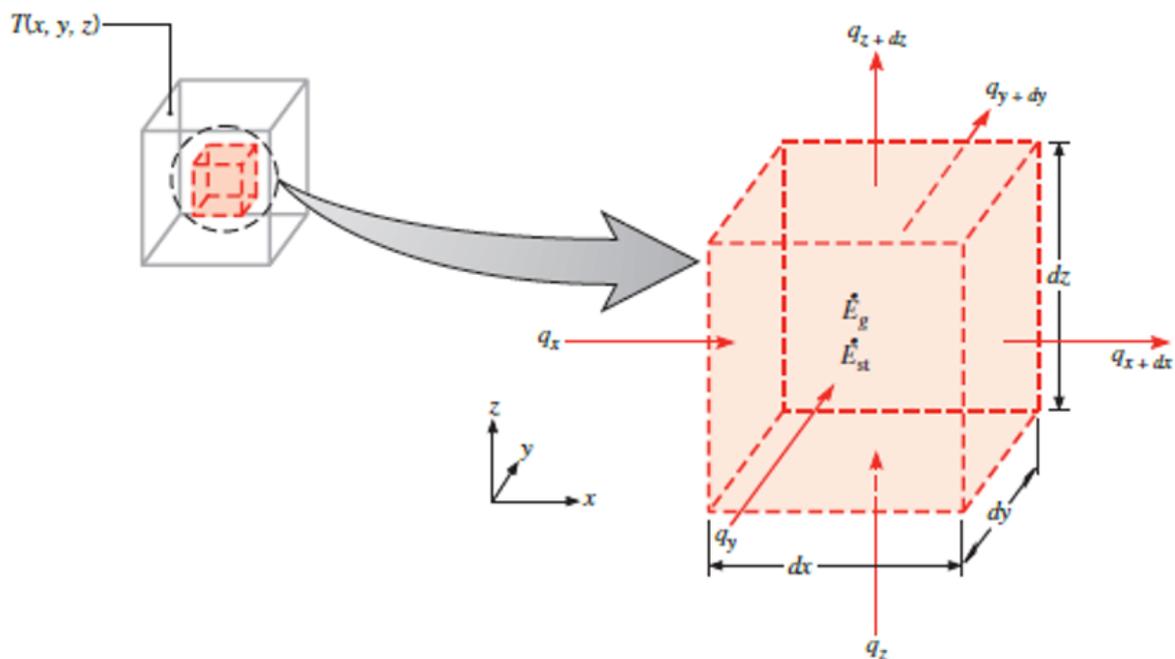
Onde \mathbf{n} é o vetor unitário perpendicular à superfície isotérmica. Para um sistema de coordenadas cartesianas e considerando a condutividade como uma propriedade isotrópica, a condução é definida pela Equação (3.3).

$$q = -k \left(\mathbf{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

A partir da lei de Fourier, podemos determinar o campo de temperaturas no espaço e no tempo por meio do balanço de energia em um volume de controle infinitesimal (Fig. 1), que pode ser definido como:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (3.4)$$

Figura 1 – Representação do volume de controle infinitesimal.



Fonte: Bergman et al. (2011)

Onde E_{in} é a taxa de energia que entra no volume de controle por condução, E_g é a taxa de geração de energia dentro do volume de controle, E_{out} é a taxa de energia que sai do volume

de controle por condução e E_{st} é a variação temporal de energia dentro do volume de controle. Para um sistema de coordenadas cartesianas, a Equação (3.5) pode ser expressa como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.5)$$

Onde \dot{q} é a taxa de geração de calor por unidade de volume, ρ é a massa específica do material, e c_p é o calor específico do material. Admitindo que a condutividade térmica não muda ao longo do domínio do material, podemos dividir os dois membros da equação por k .

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.6)$$

Onde α representa a difusividade térmica do material.

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (3.7)$$

A difusividade térmica é uma medida da capacidade do material conduzir calor com relação a sua capacidade de armazenar energia. Por exemplo, materiais com valor elevado de difusividade térmica alcançam regime permanente mais rápido do que materiais com baixa difusividade quando submetidos às mudanças de temperatura.

Vale ressaltar que as propriedades do material (k, ρ, c_p) listadas na Equação (3.5), variam com a temperatura como exemplificado na Fig. 2.

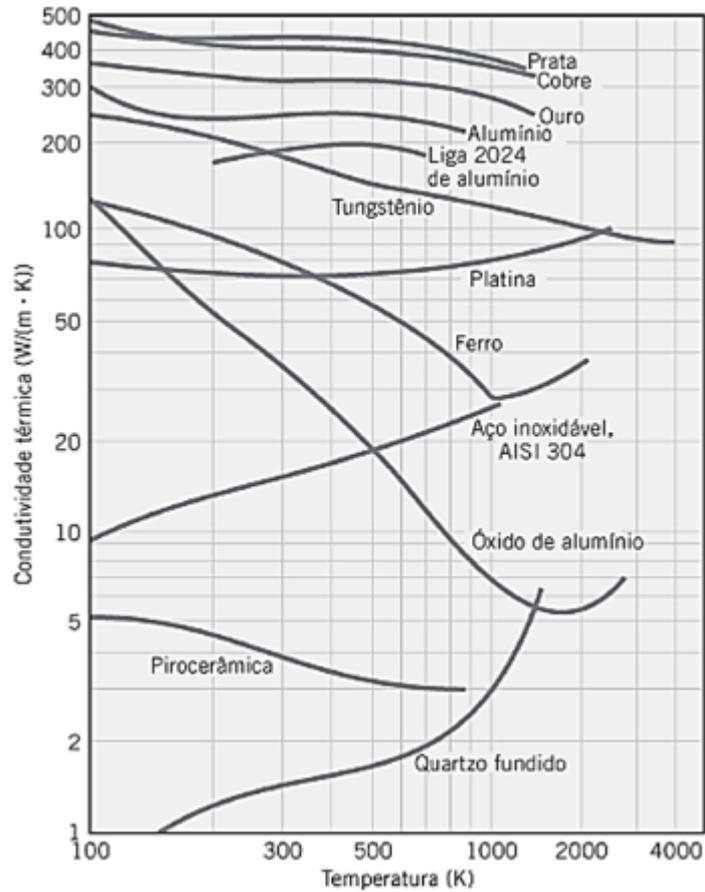
Por vezes é conveniente considerar que estas propriedades são constantes. Porém, para algumas análises onde se necessita maior precisão ou que envolve amplitudes elevadas de temperaturas, a simplificação das propriedades termodinâmicas do material pode levar a erros consideráveis.

3.1.2 Convecção

Convecção é um modo de transmissão de calor que ocorre na interface de um meio sólido com um meio fluido. Nesta interface encontra-se um filme de fluido sob condição de não-deslizamento com a superfície sólida. A transmissão ocorre nessa região por condução, o calor é então transportado para outras camadas do fluido por condução e pela movimentação de massa do fluido. O papel da movimentação do fluido é importante na transmissão de calor por convecção, de modo que quanto mais movimento do fluido há, maior é a taxa de transmissão de calor.

O movimento do fluido pode ser causado por fatores exógenos ao gradiente de temperatura entre os dois meios materiais, como no caso do vento sobre uma placa, ou o fluxo de uma bomba sobre uma superfície em resfriamento. Quando a convecção ocorre desta forma, é chamada de convecção forçada. Em outras ocasiões, o movimento do fluido ocorre devido às forças

Figura 2 – Variação da condutividade térmica pela temperatura.



Fonte: Adaptado de Bergman et al. (2011)

de flutuação causadas pela mudança da massa específica como consequência da transferência de calor entre as superfícies. Nesse caso, o processo recebe o nome de convecção natural.

A troca de calor entre o fluido e o sólido pode ser expressa pela lei de Fourier aplicada ao fluido na interface com o sólido. Pelo princípio de não-deslizamento da camada fluida imediatamente em contato com o sólido, a transmissão nesta região do fluido ocorre unicamente por condução, de modo que:

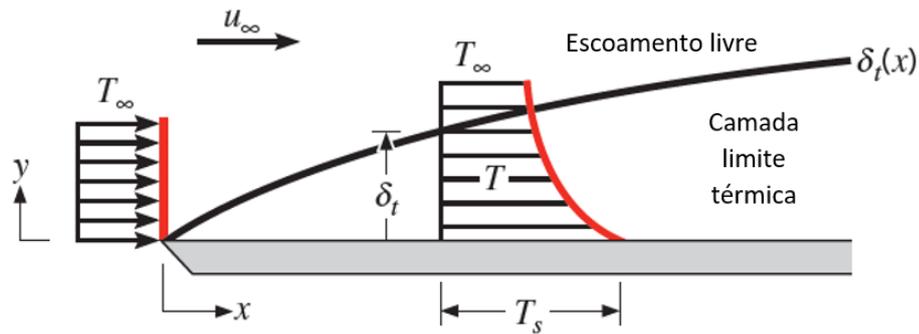
$$q = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (3.8)$$

Onde k_f é a condutividade térmica do fluido, e $y = 0$ representa a região de contato entre o fluido e o sólido. Observou-se que a taxa de calor por unidade de área transmitida por convecção é proporcional à diferença de temperatura entre a temperatura da superfície sólida e a temperatura do fluido em uma região afastada da superfície, como mostrado na Equação (3.9).

$$q = h(T_s - T_\infty) \quad (3.9)$$

Onde T_s é a temperatura da superfície e T_∞ é a temperatura além da camada limite térmica, como ilustrado na Fig. 3. O termo h é a constante de proporcionalidade chamada de coeficiente de convecção, definido matematicamente pela Equação (3.10), obtida pela combinação das Equações (3.8,3.9).

Figura 3 – Representação da camada limite térmica.



Fonte: Adaptado de Bergman et al. (2011)

$$h = \frac{-k_f \partial T / \partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (3.10)$$

O coeficiente de convecção depende de variáveis do fluido como a condutividade térmica, o coeficiente de expansão térmica linear, viscosidade, calor específico e outras, além de características dinâmicas e geométricas do escoamento. Por este motivo, o coeficiente de convecção é muitas vezes determinado de maneira experimental, e para que os resultados experimentais se repliquem a situações semelhantes, os pesquisadores têm associado os resultados a números adimensionais que caracterizem o sistema em análise.

Se tratando de convecção, um dos principais números adimensionais é o número de Nusselt representado na Equação (3.11). O número de Nusselt pode ser compreendido como o coeficiente de convecção adimensional já que pode ser obtido através da Equação (3.10) pela divisão do k_f e pela multiplicação de um comprimento característico L . Também pode ser compreendido como a razão entre a transferência por convecção (efeito que combina condução e movimentação do fluido) e a transferência por condução pura.

$$Nu = \frac{hL}{k_f} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=0} \quad (3.11)$$

Onde T^* e y^* representam respectivamente a temperatura adimensional e o comprimento adimensional. Ao longo de uma superfície, o número de Nusselt e conseqüentemente o coeficiente de convecção podem variar, portanto, é comum utilizar o número de Nusselt e o coeficiente de convecção médios para a superfície, como pode ser visto na Equação (3.12).

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}L}{k_f} = \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (3.12)$$

Outro número adimensional muito importante para a análise do coeficiente de convecção é o número de Reynolds (3.13), que representa a razão entre a inércia e as forças viscosas de um escoamento, servindo como parâmetro para predizer se o escoamento se comporta como laminar ou turbulento. O número de Prandtl (3.14), por sua vez, é a razão entre a viscosidade cinemática do fluido e a difusividade térmica. Um fluido com número de Prandtl reduzido, como é o caso dos metais em estado líquido, escoam com facilidade e possui rápida resposta térmica às variações de temperatura nos contornos.

$$\frac{\rho V^2/L}{\mu_v V/L^2} = \frac{\rho V L}{\mu_v} = Re_L \quad (3.13)$$

$$\frac{c_p \mu_v}{k} = \frac{\nu_v}{\alpha} = Pr \quad (3.14)$$

Onde μ_v e ν_v representam respectivamente a viscosidade dinâmica e a viscosidade cinemática. Um exemplo da determinação experimental do coeficiente de convecção e da generalização dos resultados por meio dos números adimensionais aplicável à metais líquidos pode ser visto na Equação (3.15) (BERGMAN et al., 2011), onde Pe é o número de Peclet que é igual ao produto dos números de Reynolds e Prandtl.

$$\overline{Nu} = 1,128 * Pe^{1/2} \quad (3.15)$$

A Equação (3.15) é válida para valores de Pr inferiores a 0,05 e Pe superior a 100.

3.1.3 Radiação térmica

Radiação térmica (neste texto será referenciada apenas por radiação) é uma das formas de transmissão de calor, diferente das formas vistas previamente, esta não necessita de um meio material para se propagar, visto que na radiação o calor se propaga através de ondas eletromagnéticas. Segundo (ÇENGEL; GHAJAR, 2012):

"O tipo de radiação eletromagnética pertinente à transferência de calor é a radiação térmica, emitida como resultado das transições de energia de moléculas, átomos e elétrons de uma substância. A temperatura é uma medida dessas atividades no nível microscópico, tendo em vista que a taxa de emissão térmica aumenta com o aumento da temperatura (ÇENGEL; GHAJAR, 2012)."

A radiação é um fenômeno volumétrico, porém a radiação emitida por um elemento de volume no interior do sólido é absorvida pelos elementos vizinhos. Portanto, principalmente para

sólidos e líquidos, a consideração de radiação recai sobre as superfícies dos corpos. A radiação é emitida por qualquer corpo com temperatura diferente de zero Kelvin. Os comprimentos de onda eletromagnética relacionadas com a radiação térmica se encontram no intervalo de $0,1\mu\text{m}$ e $100\mu\text{m}$, este intervalo compreende o espectro infravermelho, de luz visível e parte do espectro ultravioleta.

O calor emitido a partir da superfície por unidade de área é chamado de poder emissivo $E(T)$. O maior poder emissivo possível para uma dada temperatura é obtido quando se trata da superfície de um corpo negro. Corpo negro é um material ideal no qual toda radiação térmica nele incidente é absorvida. O poder emissivo de um corpo negro para uma dada temperatura T em Kelvin é descrita na Equação (3.16).

$$E(T) = \sigma_r T^4 \quad (3.16)$$

Onde $\sigma_r = 5,78 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$ é a constante de Stefan-Boltzmann. Outra característica do corpo negro é que sua emissão é difusa, isto quer dizer que um elemento de área em sua superfície emite radiação de mesma intensidade para todas as direções do hemisfério que o circunda. Corpos reais não apresentam tal característica.

Corpos reais apresentam poder emissivo menor que o poder emissivo de um corpo negro à mesma temperatura. Essa redução no poder emissivo é quantificada através da emissividade (ϵ_r) que é a razão entre o poder emissivo do corpo real e do corpo negro sob as mesmas condições. A definição de ϵ_r é dada na Equação (3.17).

$$\epsilon_r(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} \quad (3.17)$$

A emissividade pode variar com a temperatura, comprimento de onda (λ) e direção da emissão. Se tratando da radiação que incide sobre uma superfície, uma parte é absorvida pelo corpo, outra parte atravessa o corpo (no caso de um corpo semi-transparente) e uma parte é refletida pela superfície. Esta relação é representada na Equação (3.18).

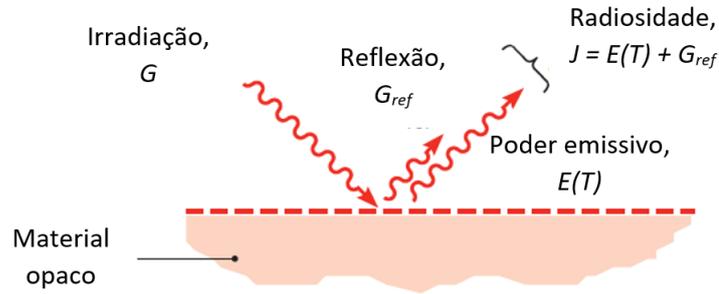
$$\rho_r + \alpha_r + \tau_r = 1 \quad (3.18)$$

Onde ρ_r é a refletividade, α_r é a absorvidade e τ_r é a transmissividade. Para um corpo negro $\alpha_r = 1$, para um corpo opaco $\tau_r = 0$.

Realizando o balanço de radiação em uma superfície (Fig. 4), a quantidade total de radiação que incide sobre uma superfície é chamada de irradiação G , a quantidade total que emana de uma superfície é chamada radiosidade J . A radiosidade é composta do poder emissivo da superfície somado com a parcela da radiação incidente que foi refletida.

O fluxo líquido de radiação q então é dado pela subtração da radiosidade pela irradiação. Na Equação (3.19) temos o fluxo líquido de radiação para um corpo opaco.

Figura 4 – Representação da radiação sobre uma superfície.



Fonte: Adaptado de Bergman et al. (2011)

$$q = \epsilon_r \sigma_r T_s^4 - \alpha_r G \quad (3.19)$$

Quando um corpo está recebendo irradiação difusa, ou seja, irradiação de mesma intensidade em todas as direções, quando esta irradiação é vinda de um corpo negro de mesma temperatura que o corpo real, e quando a absorvidade e emissividade não variam com a direção ou comprimento de onda, pela lei de Kirchhoff, $\epsilon_r = \alpha_r$. Um corpo é chamado de corpo cinza quando a absorvidade é igual a emissividade. Para um corpo cinza o fluxo líquido de radiação é dado por:

$$q = \epsilon_r E_b(T_s) - \alpha_r G = \epsilon_r \sigma_r (T_s^4 - T_{sur}^4) \quad (3.20)$$

Onde T_s é a temperatura da superfície corpo cinza e T_{sur} é a outra superfície envolvida na troca de calor.

O fluxo líquido de radiação representado até aqui se baseia na hipótese de que toda radiação emitida por uma superfície chega até a outra superfície envolvida. Na prática muitas vezes isso não acontece (Fig. 5), quantificamos a parcela de radiação de uma superfície que chega até a outra superfície através do fator de forma F .

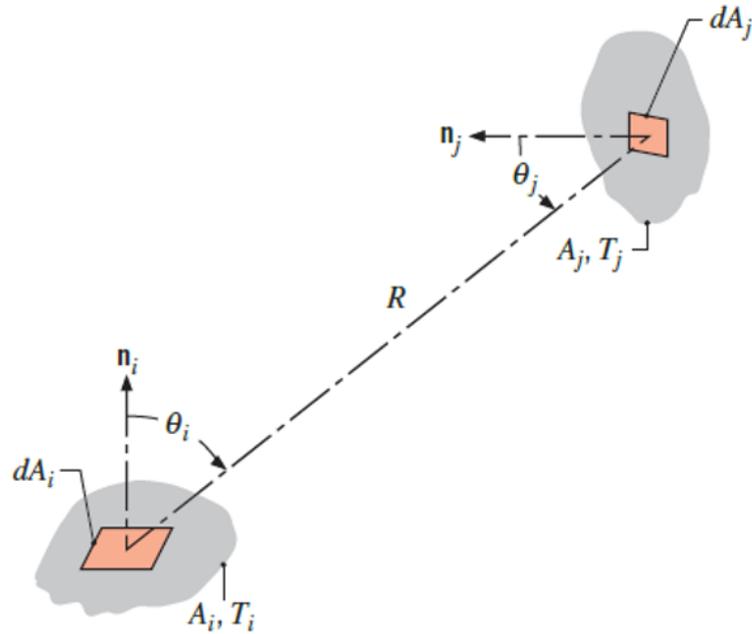
O fator de forma F_{ij} da superfície de área A_i com relação a superfície de área A_j é dado pela Equação (3.21).

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R_{ij}^2} dA_i dA_j \quad (3.21)$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (3.22)$$

O fluxo líquido de radiação é dado por:

Figura 5 – Fator de forma.



Fonte: Bergman et al. (2011)

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \epsilon_{r_i} \sigma_r (T_i^4 - T_j^4) \quad (3.23)$$

Onde q_{ij} é dado em W .

3.2 LEI DE HOOKE

Um sólido é dito como elástico se a deformação no material é reversível, e será linear se a deformação é proporcional à carga aplicada (BEER et al., 2011). A lei de Hooke descreve um material linear elástico e pode ser vista na Equação (3.24).

$$\sigma = E\epsilon \quad (3.24)$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (3.25)$$

Onde σ (MPa) é a tensão aplicada, ϵ é a deformação específica do material e E (MPa) é o módulo de elasticidade, que representa a rigidez do material. O termo δ (m) representa a deformação total ocorrida na direção do esforço e L (m) o comprimento do corpo. A deformação ocorre na direção da força aplicada.

Quando se aplica uma força em uma direção provocando uma deformação no corpo, também é observado deformações no plano perpendicular à direção da força. Considerando um material isotrópico e que a força foi aplicada no eixo X , a deformação específica nos eixos perpendiculares ao eixo X é dada por:

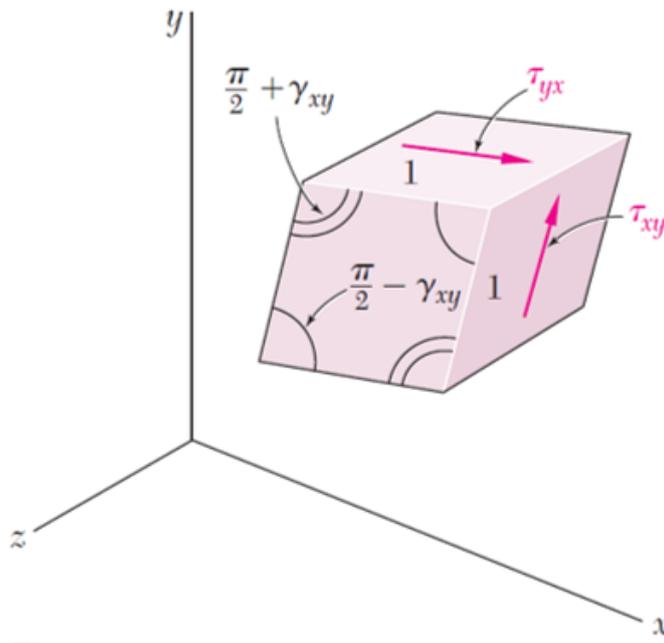
$$\epsilon_y = \epsilon_z = -\nu\epsilon_x \quad (3.26)$$

Onde ν o coeficiente de Poisson que é a razão negativa entre a deformação lateral e a deformação axial.

Da mesma forma que ocorre com a deformação axial proporcional a um esforço axial, a lei de Hooke também se aplica às deformações angulares causadas por tensões cisalhantes (Fig. 6) como mostrado na Equação (3.27).

$$\tau_{xy} = G_e\gamma_{xy} \quad (3.27)$$

Figura 6 – Deformação angular de um sólido.



Fonte: Beer et al. (2011)

Onde τ_{xy} (MPa) é a tensão cisalhante no plano XY , γ_{xy} é a deformação angular no plano XY e G_e (MPa) é o módulo de elasticidade transversal do material. Para materiais isotrópicos, o módulo de elasticidade transversal pode ser representado em função de E e ν :

$$G_e = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (3.28)$$

As deformações também podem ocorrer alheias a aplicação de tensões, sendo ocasionadas por mudanças de temperatura. Os materiais se dilatam com o aumento da temperatura e se contraem em temperaturas mais reduzidas. Esta deformação é expressa como:

$$\epsilon_t = \alpha_t \Delta T \quad (3.29)$$

Onde ϵ_t é a deformação específica causada pela mudança de temperatura, α_t ($^{\circ}C^{-1}$) é o coeficiente linear de expansão térmica e ΔT é a variação de temperatura sofrida pelo corpo.

As deformações em um elemento sólido sujeito a um carregamento multiaxial e a uma variação de temperatura pode ser expresso como (ANSYS, 2013):

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_t\} + [D_r]^{-1} \{\sigma\} \quad (3.30)$$

Onde:

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\{\epsilon_t\} = \Delta T \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$[D_r]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

3.3 MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS

Para alguns problemas mais simples de transmissão de calor é possível obter uma solução exata por meios analíticos. Isso ocorre para problemas envolvendo geometrias relativamente simples. Porém, quando o problema envolve geometrias e condições de contorno complexas, não é possível obter uma resposta exata analiticamente (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). Quando não há solução analítica exata, uma alternativa é obter uma solução aproximada por meio de métodos numéricos. Alguns exemplos de métodos numéricos conhecidos são o método dos elementos finitos, método das diferenças finitas e o método dos elementos de contorno (BERGMAN et al., 2011).

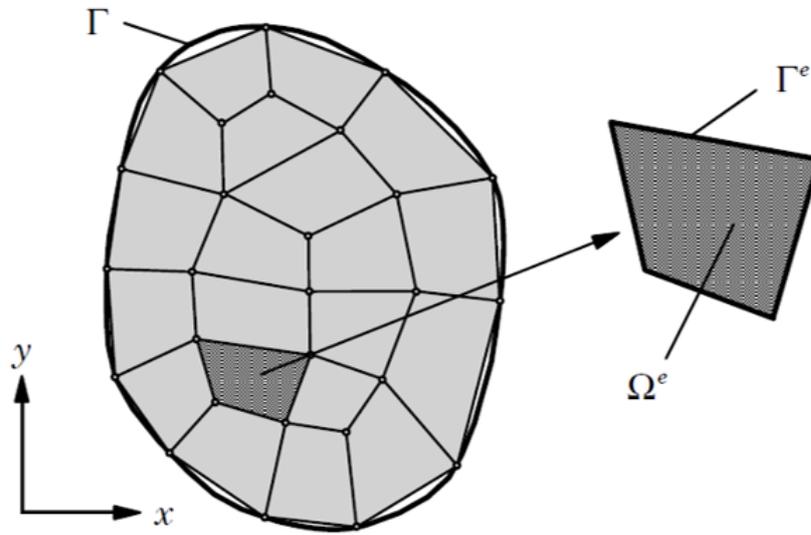
O método dos elementos finitos (MEF), assim como outros métodos numéricos, se baseia em reduzir o domínio do problema em um número finito de domínios menores. Estes domínios recebem o nome de elementos, a discretização do domínio é representada na Fig. 7. Cada elemento é composto por nós, que são pontos do domínio global compartilhados por elementos vizinhos. O arranjo de nós em um domínio recebe o nome de malha (JACOB; TED, 2007). Em vez de se obter uma solução em todo o domínio tal como seria uma solução analítica, se obtêm uma solução aproximada para um número finito de pontos, ou nós. A partir dos valores obtidos para os nós, o valor para um número infinitos de pontos no domínio é obtido por interpolação.

O MEF obtêm o valor aproximado para a solução da equação diferencial e das condições de contorno que governam o problema pela aplicação do método de Ritz ou dos métodos de resíduos ponderados (REDDY; GARTLING, 2010). Métodos de resíduos ponderados são métodos numéricos que obtêm uma solução aproximada para um problema de valor de contorno (PVC) tal como modelado na Equação (3.35) no domínio Ω .

$$H(u) - f = 0 \quad (3.35)$$

Recebe o nome de resíduo o erro obtido ao substituir uma função de aproximação $u_a(x)$ na Equação (3.35) obtendo a Equação (3.37). Note que $u_a(x)$ é uma combinação linear de um espaço de funções gerado por $\{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n\}$.

Figura 7 – Discretização de um domínio global em domínios menores.



Fonte: Reddy e Gartling (2010)

$$u_a(x) = \sum_{j=1}^N c_j \phi_j(x) + \phi_0(x) \quad (3.36)$$

$$R_s = H(u_a) - f = H \left(\sum_{j=1}^N c_j \phi_j(x) + \phi_0(x) \right) - f \neq 0 \quad (3.37)$$

O resíduo é então minimizado pela integração ao longo do domínio Ω ponderado por uma função peso arbitrária $w(x)$, e igualando a integral a 0.

$$\int_{\Omega} w_i(x) R_s(x, c_j) dx = 0 \Rightarrow i = (1, 2, \dots, N) \quad (3.38)$$

A Equação (3.38) é chamada de forma forte, e no seu lado esquerdo é comum aparecer termos do tipo:

$$\int_{\Omega} w(x) \frac{dG(x)}{dx} dx \quad (3.39)$$

Onde $G(x)$ é um termo do resíduo $R_s(x, c_j)$ tal que:

$$G(x) = k \frac{du_a(x)}{dx} \quad (3.40)$$

Onde k é uma constante. Pela definição de derivada do produto temos:

$$\frac{d(w(x)G(x))}{dx} = w(x)\frac{dG(x)}{dx} + G(x)\frac{dw(x)}{dx} \quad (3.41)$$

Substituindo (3.41) em (3.39) temos:

$$\int_{\Omega} w(x)\frac{dG(x)}{dx}dx = w(x)G(x)\Big|_{\Omega} - \int_{\Omega} G(x)\frac{dw(x)}{dx} \quad (3.42)$$

Substituindo (3.40) em (3.42) temos:

$$\int_{\Omega} w(x)\frac{d}{dx}\left(k\frac{du_a(x)}{dx}\right)dx = w(x)k\frac{du_a(x)}{dx}\Big|_{\Omega} - \int_{\Omega} k\frac{du_a(x)}{dx}\frac{dw(x)}{dx} \quad (3.43)$$

Quando a Equação (3.43) é substituída na forma forte obtemos a forma fraca. A equação recebe este nome pois agora a função de aproximação $u_a(x)$ não necessita ser tão suave a ponto de ter sua segunda derivada contínua, bastando ser contínua até a primeira derivada. Outra vantagem da forma fraca é que a integral agora é simétrica em $u_a(x)$ e $w(x)$.

O método dos resíduos ponderados de Galerkin minimiza os resíduos resolvendo a Equação (3.38) para cada $w(x)$ admissível, onde $w(x)$ pode ser qualquer função $\phi_i(x)$ do espaço de funções ao qual pertence a função de aproximação $u_a(x)$.

É necessário que a função de aproximação $u_a(x)$ satisfaça as condições de contorno essenciais e naturais do PVC. Condições de contorno essenciais são valores atribuídos a u_a para um determinado ponto do domínio (REDDY, 2019). Condições de contorno naturais são valores atribuídos às derivadas de $u_a(x)$.

3.3.1 Método de solução da transmissão de calor

Como visto anteriormente, o balanço de energia para um elemento sólido infinitesimal pode ser expresso pela Equação (3.5), que na forma matricial é dada por:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \{L\}^T ([D_c] \{L\} T) - \dot{q} = 0 \quad (3.44)$$

Onde D_c é a matriz de condutividade expressa por:

$$[D_c] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

E $\{L\}$ é o operador ∇ na forma matricial:

$$\{L\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

As condições de contorno podem aparecer de três formas: a condição de contorno essencial definindo um valor conhecido de temperatura para os contornos, a condição natural definindo um fluxo de calor conhecido, a condição natural definindo um coeficiente de convecção conhecido. A forma forte do problema e suas condições de contorno então são expressas por:

$$\int_{vol} w \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \{L\}^T ([D_c] \{L\} T) - \dot{q} \right) d(vol) = 0 \quad (3.47)$$

$$\int_{vol} w \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \{L\}^T ([D_c] \{L\} T) - \dot{q} \right) d(vol) = 0 \quad (3.48)$$

$$\{n\}^T [D_c] \{L\} T = q^* \quad (3.49)$$

$$\{n\}^T [D_c] \{L\} T = h(T_\infty - T_s) \quad (3.50)$$

Onde $\{n\}$ é o vetor normal da superfície a qual se aplica a condição de contorno, q^* é o fluxo de calor conhecido. Na Equação (3.51) temos a forma fraca para o problema da condução de calor com as condições de contorno aplicadas.

$$\int_{vol} \left(w \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \{L\}^T w ([D_c] \{L\} T) \right) d(vol) = \int_{S_2} w q^* dS_2 + \int_{S_3} w h (T_\infty - T) dS_2 + \int_{vol} w \dot{q} d(vol) \quad (3.51)$$

Onde vol é o volume do domínio, S_2 e S_3 são as superfícies de contorno do domínio as quais se referem as condições de contorno. A função de aproximação T para a temperatura é admita como:

$$T = \{N\}^T \{T_e\} \quad (3.52)$$

Onde T sendo dependente das coordenadas espaciais e do tempo é igual a multiplicação do vetor de função de forma $\{N\}$ pelo vetor de temperatura elementar $\{T_e\}$. Onde $\{N\}$ que é dependente das coordenadas espaciais e $\{T_e\}$ é dependente apenas do tempo. Conseqüentemente:

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} = \{N\}^T \{\dot{T}_e\} \quad (3.53)$$

O método dos resíduos ponderados de Galerkin exige que a função peso seja igual a função de aproximação escolhida, logo:

$$w = \{w_e\}^T \{N\} \quad (3.54)$$

Onde $\{w_e\}$ é o peso elementar. Sendo:

$$[B] = \{L\} \{N\}^T \quad (3.55)$$

Substituindo as Equações (3.55) e (3.54) em (3.51):

$$\begin{aligned} & \int_{vol} \rho c_p \{w_e\}^T \{N\} \{N\}^T \{\dot{T}_e\} d(vol) + \int_{vol} \{w_e\}^T \{B\}^T [D_c] \{B\} \{T_e\} d(vol) = \\ & \int_{S_2} \{w_e\}^T \{N\} q^* dS_2 + \int_{S_3} \{w_e\}^T \{N\} h (T_\infty - \{N\}^T \{T_e\}) dS_3 + \int_{vol} \{w_e\}^T \dot{q} \{N\} d(vol) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Rearranjando os termos e eliminando a função peso elementar comum a todos os termos:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{vol} c_p \{N\} \{N\}^T d(vol) \{\dot{T}_e\} + \int_{vol} \{B\}^T [D_c] \{B\} d(vol) \{T_e\} = \\ & \int_{S_2} \{N\} q^* dS_2 + \int_{S_3} T_\infty h \{N\} dS_3 - \int_{S_3} h \{N\} \{N\}^T dS_3 \{T_e\} + \int_{vol} \dot{q} \{N\} d(vol) \end{aligned} \quad (3.57)$$

A Equação (3.57) é a forma fraca do problema e pode ser reescrita na forma matricial:

$$[C_e] \{\dot{T}_e\} + ([K_e^d] + [K_e^c]) \{T_e\} = \{Q_e^f\} + \{Q_e^c\} + \{Q_e^g\} \quad (3.58)$$

Onde:

- $[C_e] = \rho \int_{vol} c_p \{N\} \{N\}^T d(vol) =$ Matriz elementar de calor específico.
- $[K_e^d] = \int_{vol} \{B\}^T [D_c] \{B\} d(vol) =$ Matriz elementar de condutividade.
- $[K_e^c] = \int_{S_3} h \{N\} \{N\}^T dS_3 =$ Matriz elementar de convecção.
- $\{Q_e^f\} = \int_{S_2} \{N\} q^* dS_2 =$ Vetor elementar de fluxo de calor.

- $\{Q_e^c\} = \int_{S_3} T_\infty h \{N\} dS_3 =$ Vetor elementar de convecção.
- $\{Q_e^g\} = \int_{vol} \dot{q} \{N\} d(vol) =$ Vetor elementar de geração de calor.

Quando o problema envolve radiação, um termo $\{Q_e^r\}$ é acrescentado à Equação (3.58). Partindo de que o fluxo líquido de radiação entre duas superfícies é dado por:

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \epsilon_{ri} \sigma_r (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j) (T_i - T_j) \quad (3.59)$$

A Equação (3.59) então pode ser reescrita como:

$$q_{ij} = K' (T_i - T_j) \quad (3.60)$$

Onde:

$$K' = A_i F_{ij} \epsilon_{ri} \sigma_r (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j) \quad (3.61)$$

A Equação (3.59) então pode ser representada na forma matricial para todas as superfícies do domínio que realizam transmissão por radiação:

$$\{Q_e^r\} = [K'] \{T\} \quad (3.62)$$

3.3.2 Método de solução da deformação

Para a solução das deformações no sólido, o método análogo ao que foi mostrado para a solução das temperaturas é empregado partindo das equações de governo:

$$\rho \{\ddot{\delta}\} - \{L\}^T ([D_r] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_t\})) = 0 \quad (3.63)$$

$$\{\epsilon\} = \{L\}^T \{\delta\} \quad (3.64)$$

$$\{\epsilon_t\} = \Delta T \{\alpha_t\} \quad (3.65)$$

Onde $\{\ddot{\delta}\}$ é a segunda derivada temporal do vetor de deslocamentos. Os termos $\{\epsilon\}$, $\{\epsilon_t\}$, $[D_r]$ e $\{L\}$ estão representados respectivamente nas Equações (3.31), (3.32), (3.33) e (3.46).

De modo análogo à solução para transmissão de calor, partindo da Equação (3.63) se obtém a forma fraca para a deformação.

$$([K_e] + [K_e^f]) \{\delta\} - \{F_e^t\} = -[M_e]\{\ddot{\delta}\} + \{F_e^p\} + \{F_e^n\} \quad (3.66)$$

Onde:

- $[K_e] = \int_{vol} [B]^T [D_r] [B] d(vol) =$ Matriz elementar de rigidez.
- $[K_e^f] = k_a \int_{A_1} [N_n]^T [N_n] d(A_1) =$ Matriz elementar de rigidez de apoio.
- $\{F_e^t\} = \int_{vol} [B]^T [D_r] \{\epsilon_t\} d(vol) =$ Vetor elementar de carga térmica.
- $[M_e] = \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) =$ Matriz elementar de massa.
- $\{F_e^p\} = \int_{A_2} [N_n]^T \{P\} d(A_2) =$ Vetor elementar de pressão.
- $\{F_e^n\} =$ Vetor elementar de forças aplicadas aos nós.

Nas expressões acima k_a é a rigidez do apoio, $\{P\}$ é o vetor de pressões aplicadas, $[N_n]$ é a matriz de função de forma de deslocamentos normais à superfície e A_1 e A_2 são as superfícies as quais as respectivas condições de contorno são aplicáveis. A solução da Equação (3.58) que fornece a distribuição de temperatura ao longo do domínio se relaciona com Equação (3.66) por meio da temperatura, que é um parâmetro de $\{\epsilon_t\}$. Desta forma, a solução encontrada para $\{\delta\}$ está relacionada com a solução encontrada para $\{T_e\}$.

3.4 FORNOS, CADINHOS E REFRATÁRIOS

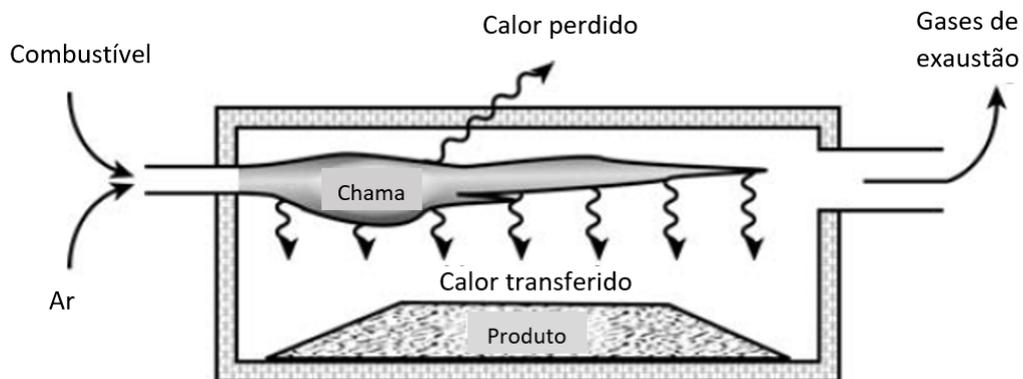
Muitos processos industriais essenciais para a sociedade necessitam ser realizados em temperaturas mais elevadas que a temperatura ambiente. São exemplos dessas atividades o processamento de alimentos e bebidas, produção de combustíveis, processos metalúrgicos entre outros. Cada vez mais a civilização foi necessitando alcançar temperaturas mais elevadas, reduzir o tempo de processo, aumentar a segurança de operação, reduzir custos com energia e reduzir a emissão de poluentes. Estas demandas impulsionaram o design dos fornos levando ao desenvolvimento de novas tecnologias e materiais.

3.4.1 Fornos e cadinhos

Fornos são equipamentos enclausurados que realizam intensa troca de calor a elevada temperatura (MULLINGER; JENKINS, 2008). A fonte térmica pode ser a oxidação de algum combustível, efeito Joule e outros. Processos que operem com temperatura de parede interna inferior a 500°C são considerados de baixa temperatura, processos acima deste valor são considerados de alta temperatura.

A eficiência de um forno então é determinada pela razão entre o calor transferido ao produto no forno e o calor disponível da fonte energética. Perdas de calor no processo podem ocorrer através do calor conduzido pelas paredes do forno, pelo fluxo de gases ainda com elevada energia térmica deixando o forno pela chaminé, e pela queima incompleta de combustível, conforme mostra a Fig. 8. Tais perdas reduzem a eficiência do forno e ocorrem com mais intensidade quanto maior for a diferença de temperatura entre a superfície externa do forno e o ar ambiente, bem como a diferença entre o ar ambiente e a temperatura dos gases de exaustão. Por este motivo, processos de elevada temperatura apresentam eficiência energética inferior a processos de baixa temperatura. Enquanto a eficiência de um processo de baixa temperatura pode chegar a 80% sem muitas dificuldades, poucos processos de elevada temperatura ultrapassam 50% de eficiência (MULLINGER; JENKINS, 2008).

Figura 8 – Representação do fluxo de energia em um forno.



Fonte: Adaptado de Mullinger e Jenkins (2008)

Fornos à combustão podem utilizar combustíveis sólidos, líquidos e gasosos. A combustão é uma reação química exotérmica entre um combustível que sofrerá oxidação e um comburente que sofrerá redução. Em geral o oxidante é o gás oxigênio presente na atmosfera e combustível é composto por hidrocarbonetos ou material rico em carbono como carvão por exemplo. Os produtos desta reação são principalmente água e dióxido de carbono, podendo haver ainda monóxido de carbono, compostos de enxofre e nitrogênio entre outras substâncias. Para que a combustão ocorra é necessário que os reagentes estejam em contato e sejam elevados até um valor de energia chamado de energia de ativação. Após iniciada, a chama pode se manter de forma estável sob certas condições de operação.

A perda de energia por queima incompleta pode ocorrer quando a mistura ar-combustível é uma mistura rica, o que significa dizer que a quantidade de oxigênio na mistura é menor do que a quantidade estequiométrica, como resultado nota-se elevada concentração de monóxido de carbono nos produtos. Para evitar que isto ocorra, ocasionando perdas financeiras, danos ao meio ambiente e riscos à saúde, geralmente os fornos operam com excesso de oxigênio, que é chamado de mistura pobre. À medida em que se aumenta o excesso de ar na mistura, a temperatura da

chama diminui, reduzindo as trocas térmicas desejadas dentro do forno. O excesso de ar na mistura pode no extremo extinguir a chama.

Embora evite, o excesso de ar por si só não impede que ocorra a queima incompleta. A queima incompleta pode ocorrer mesmo com o excesso de ar caso os produtos não tenham sido misturados o suficiente ou não haja tempo suficiente para que a reação ocorra. Este problema é mais fácil de contornar quando se utilizam combustíveis gasosos. Os queimadores são projetados de modo a garantir a melhor mistura possível entre os reagentes.

A combustão é uma reação complexa que ocorre em sucessivas etapas, de modo que a temperatura varia ao longo da chama (NIECKELE et al., 2004). Na câmara de combustão do forno, a transferência de calor entre os gases à elevada temperatura e as superfícies ocorre por radiação e convecção, a intensidade da radiação por sua vez, não depende apenas da temperatura, mas da composição do gás irradiante, que como já foi dito varia ao longo da chama. Por estes motivos, pode haver diferença significativa de temperatura ao longo das superfícies na câmara de combustão. O espaço na câmara também deve ser bem projetado para evitar que haja contato direto entre a chama e o refratário.

Quando se pretende realizar a fusão de metais por exemplo, utiliza-se um forno cadinho. Forno cadinho é um forno que transfere calor para um cadinho. O cadinho por sua vez, é um recipiente com uma cavidade apropriada para líquidos. Fornos cadinhos são em geral cilíndricos, podem funcionar por indução ou combustão. Nos fornos a combustão, a câmara de combustão se forma entre a superfície interna do forno e a superfície externa do cadinho. Na Fig. 9 vemos o resultado de uma simulação do escoamento dos gases na câmara de combustão de um forno cadinho. O queimador está posicionado próximo à base do forno. Os gases de combustão circundam o cadinho representado pelo tronco de cone concêntrico ao cilindro, e deixam a câmara de combustão através da chaminé.

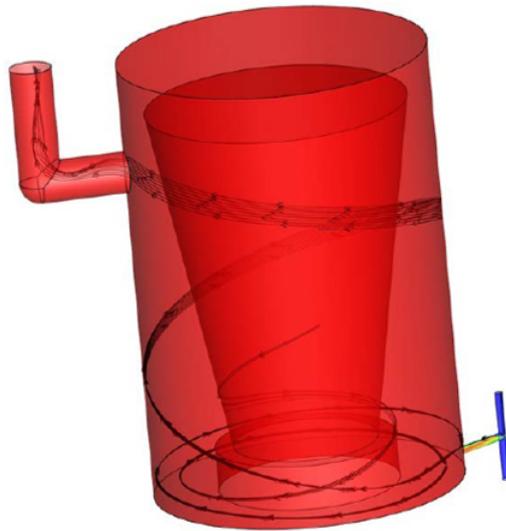
3.4.2 Refratários

Refratários são materiais com propriedades adequadas para uso em elevadas temperaturas. São utilizados como elementos estruturais, isolantes, condutores, diretores de fluxo entre outras aplicações. Tais materiais não podem ter baixo ponto de fusão, e nem estabilidade química e térmica reduzida. Além também de possuir as propriedades específicas para seu emprego na temperatura de trabalho, como elevada condutividade, no caso dos cadinhos por exemplo.

Mullinger e Jenkins (2008) listaram alguns ensaios relevantes para a caracterização de refratários, em especial, cerâmicas:

- Densidade - É a densidade do corpo íntegro, de modo que os poros acabam afetando a medição;
- Peso específico real - Peso por unidade de volume do material com relação ao peso específico da água. O material é triturado e prensado de modo que não haja vazios no

Figura 9 – Simulação do escoamento na câmara de combustão de um forno cadinho.



Fonte: Santiago et al. (2018)

volume;

- Peso específico aparente - Peso por unidade de volume do material com relação ao peso específico da água. O material é mensurado em sua forma íntegra de modo que os poros impactam na medição;
- Porosidade - Percentual vazio do volume do material;
- Refratariedade - Medida do refratário relativa à sua resistência ao calor. Um cone padronizado feito do material em estudo é aquecido à uma taxa controlada de temperatura até que o topo do cone esteja nivelado com sua base. O resultado é dado em termos temperatura do cone pirométrico equivalente (PCE);
- Refratariedade sob carregamento - O material é aquecido a uma taxa de temperatura controlada sob uma tensão de tração ou cisalhante constante. O resultado é dado pela temperatura na qual ocorreu a falha do corpo de prova;
- Resistência ao esmagamento a frio - Ensaio de compressão de um corpo de prova cúbico;
- Condutividade térmica;
- Calor específico;
- Resistência ao choque térmico - Pode ser representada pela quantidade de ciclos térmicos severos suportado pelo material. Outros autores usam meios distintos de avaliar a resistência ao choque térmico (HASSELMAN, 1969b);

- Expansão térmica;
- Deformação permanente sob aquecimento - Medida da deformação específica permanente no corpo de prova após ser submetido à elevadas temperaturas.

3.5 TRINCAS E TENSÕES TÉRMICAS

Para entender se as condições termodinâmicas no qual os cadinhos estão submetidos são responsáveis pela ocorrência de trincas, e necessário conhecer os mecanismos que envolvem o surgimento e propagação desses defeitos.

O fenômeno da propagação de uma trinca é modelado a partir de uma abordagem energética (GRIFFITH, 1921; IRWIN, 1948). Para que haja o surgimento de uma trinca ou o crescimento de uma trinca já existente, é necessário que a energia potencial elástica contida no corpo seja maior ou igual à energia necessária para formar superfícies no interior do corpo. Na eminência do surgimento ou crescimento da trinca temos a seguinte condição de equilíbrio (ANDERSON, 2008):

$$\frac{dE_f}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} \quad (3.67)$$

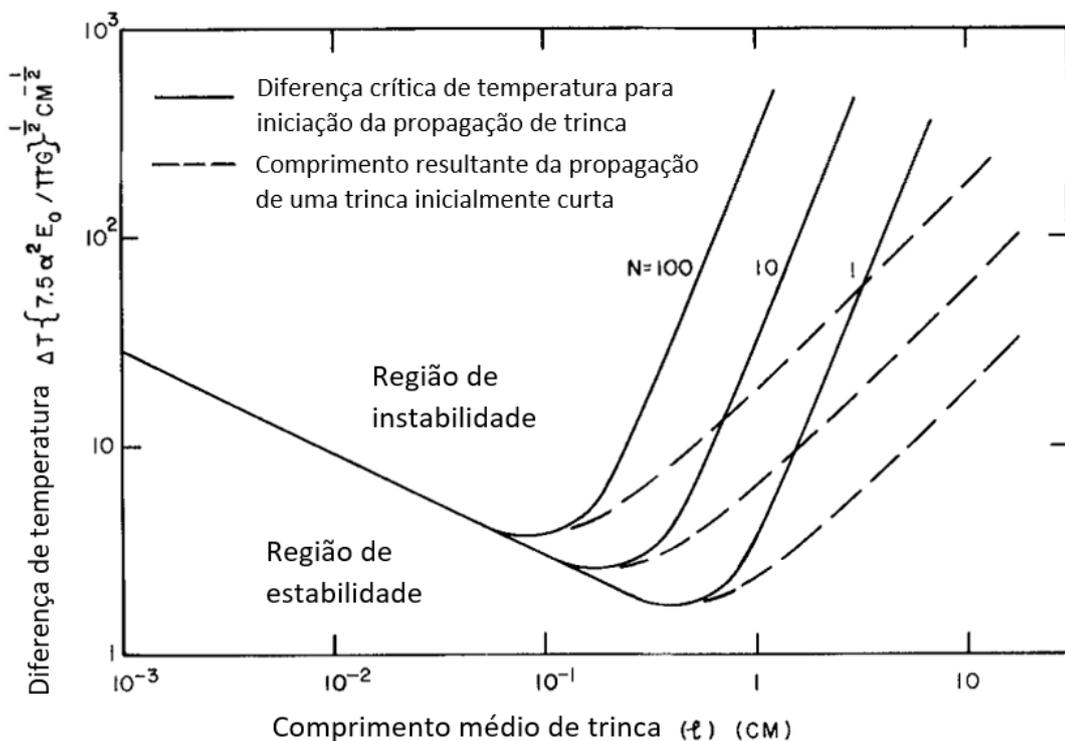
Onde E_f é a energia total do sistema, A é a área da trinca, W_s é a energia requerida para a formação de superfícies e Π é a energia potencial de deformação. O termo $-d\Pi/dA$ foi nomeado como taxa de liberação de energia (G_f) e é uma importante variável na caracterização de trincas.

Os primeiros modelos de fratura foram idealizados sobre materiais linear-elásticos submetidos a tensões mecânicas. Kingery (1955) formulou uma teoria de fratura baseada na nucleação de trincas a partir de tensões térmicas. A teoria de Kingery previa que materiais com elevados valores de condutividade térmica, difusibilidade térmica, limite de resistência à tração, e baixos valores de coeficiente de expansão térmica, módulo de elasticidade, emissividade e coeficiente de Poisson apresentariam boa resistência ao choque térmico.

Hasselman (1969b) propôs uma teoria baseada não na nucleação de trincas, mas sim na propagação destes defeitos admitindo que estes já estão presentes no material no momento em que um choque térmico é aplicado. A expressão derivada por Hasselman prevê a diferença de temperatura em um choque térmico necessárias para que a trinca se propague de maneira instável. Na propagação estável ou subcrítica, um acréscimo infinitesimal no tamanho de uma trinca só é possível mediante um acréscimo infinitesimal na tensão que deu à trinca seu tamanho atual. Já a propagação instável ocorre após a tensão local atingir um valor crítico tal que a trinca continua a se propagar mesmo com a estabilização da carga. Neste cenário a trinca pode levar a uma falha catastrófica do corpo ou se propagar até um tamanho onde uma nova condição de equilíbrio é alcançada. Na Fig. 10 podemos ver a diferença de temperatura capaz de causar crescimento de trinca em função da metade do tamanho das trincas (l) para uma dada cerâmica, e N representa a quantidade de trincas por unidade de volume.

De fato, a teoria de Hasselman (1969b) prevê que após atingido um valor crítico de tensão no material causado por um choque térmico de intensidade ΔT_c , as trincas se propagam com elevada energia cinética até um tamanho final também previsto pela teoria. Esse fenômeno é observado na escala macrométrica, choques térmicos de intensidade inferior a ΔT_c não causam danos à resistência mecânica do material pois não ocorre propagação significativa de trincas, como pode ser observado na Fig. 11. Porém, quando um choque térmico possui intensidade igual ou superior a ΔT_c o material apresenta notável redução de sua resistência mecânica devido à propagação das trincas. Após o primeiro choque capaz de causar danos significados, danos adicionais só são observados caso ocorra um choque com intensidade superior a este primeiro choque, com propagação subcrítica das trincas. She et al. (2002) Analisaram a resistência ao choque térmico de uma cerâmica de SiC poroso, e encontraram que o ΔT_c para este material é de 200°C.

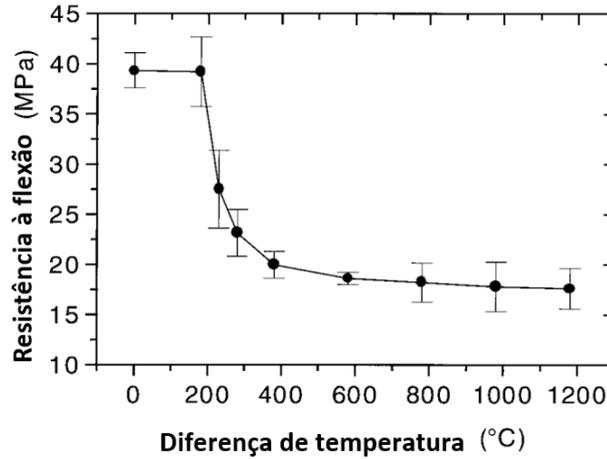
Figura 10 – Mínimo choque térmico requerido para iniciar a propagação das trincas em função do comprimento e da densidade de trincas.



Fonte: Adaptado de Hasselman (1969b)

Hasselman (1969b) ainda propôs um Parâmetro de Resistência ao Choque Térmico R''' . Este parâmetro é calculado com base na taxa de liberação de energia, no coeficiente de Poisson, no módulo de elasticidade e no coeficiente de expansão linear. Este é um parâmetro do material e foi proposto como uma maneira de caracterizar o comportamento de cerâmicas frágeis submetidas à choques térmicos.

Figura 11 – Resistência à flexão pós choque térmico em função da intensidade do choque.



Fonte: Adaptado de She et al. (2002)

$$R'''' = \left(\frac{G_f E}{\sigma_c^2 (1 - \nu)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.68)$$

Onde E representa o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson e σ_c é a tensão crítica de ruptura.

Contudo, o R'''' não foi o único parâmetro proposto na literatura para caracterizar a resistência de cerâmicas ao choque térmico (LEE, 2000). Kingery também havia proposto outros parâmetros, que são mais representativos em vidros e cerâmicas densas onde procura-se evitar a formação de trincas. Enquanto que os parâmetros propostos por Hasselman se aplicam melhor às cerâmicas porosas onde a ocorrência de trincas é intrínseca ao material, busca-se então evitar a propagação destas trincas.

Outro parâmetro importante é o gradiente crítico de temperatura (τ_c) (HASSELMAN, 1969b), que indica a taxa de transmissão de calor a partir da qual ocorre a propagação de trincas em um corpo. A partir deste parâmetro é possível provar que corpos de maior espessura são menos resistentes ao choque térmico.

$$\tau_c = 8 \left(\frac{G_f}{2\alpha_t^2 E l^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.69)$$

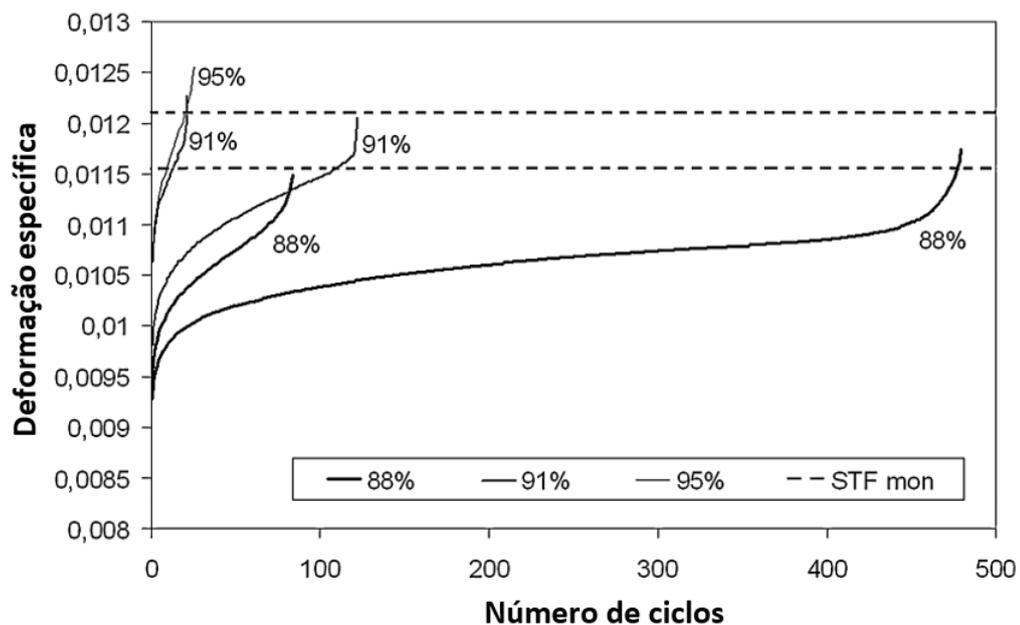
Onde α_t representa o coeficiente de expansão linear e l é a espessura do objeto

No presente estudo o choque térmico não é o único fenômeno capaz de propagar trincas. É provável que os cadinhos estejam submetidos a ciclos sucessivos de aquecimento, caracterizando a condição de fadiga. O fenômeno da fadiga é capaz causar a falha mesmo que os ciclos de carga a qual o corpo está submetido tenha valor de pico inferior ao limite de resistência do material (ANDREEV et al., 2019).

No processo de fadiga, o dano no material é realizado em três fases (ANDREEV et al., 2014). A primeira é caracterizada pela nucleação das trincas, a segunda é caracterizada pelo coalescência das trincas e pelo crescimento subcrítico. Na segunda etapa o crescimento da trinca é dificultado pelo atrito entre as duas superfícies da trinca, porém o movimento repetitivo reduz este atrito. Este fenômeno associado ao crescimento da trinca leva à última etapa que é representada pelo rápido agravamento dos danos e falha do material. Andreev et al. (2014) afirmaram que a nucleação das trincas ocorre pela baixa coesão entre fases distintas, com as trincas se iniciando no contato entre os grãos maiores e a matriz composta por grãos menores. O movimento causado pelas cargas cíclicas rotacionam os grãos maiores os descolando de sua posição.

Na Fig. 12 temos o ensaio de fadiga de um certo refratário exposto a cargas de amplitudes diferentes. Na curva mais extensa é possível observar as três fases da fadiga. A primeira fase é a região onde a inclinação da curva diminui, a segunda fase é a região onde a inclinação da curva se mantém e a última fase é a de incremento na inclinação.

Figura 12 – Deformação irreversível em função do número de ciclos.



Fonte: Adaptado de Andreev et al. (2014)

O tamanho do corpo submetido a múltiplos ciclos térmicos também influencia em sua resistência à fadiga (ANDREEV et al., 2020). Quanto maior suas dimensões, maior é o gradiente de temperaturas internamente e conseqüentemente as tensões também são mais elevadas, reduzindo assim o número de ciclos necessários até a falha. O dano causado pelo primeiro ciclo exerce um papel fundamental pois está correlacionado com o número de ciclos suportados pelo corpo (ANDREEV et al., 2019).

Visando garantir aos cadinhos resistência tanto à fadiga quanto ao choque térmico, associados também à boa condutividade térmica, e boa resistência química e mecânica, os fabricantes passaram a adotar o Carboneto de Silício Ligado a Carbono em seus portfólios (EASTER, 1955). Detalhes sobre este material foram pouco publicados, sabe-se que possui de 35% a 57% de SiC, de 25% a 35% de C, o restante é composto geralmente por óxidos como alumina e sílica, ou qualquer material ligante como piche ou resinas. A mistura é então compactada e sinterizada, resultando em uma microestrutura com elevada porosidade (EASTER, 1955; IS, 1997; FISHLER; HOGGARD, 1989).

Fishler e Hoggard (1989) afirmaram que quanto mais carbono na composição, maior será a condutividade térmica, e quanto maior a quantidade de SiC maior será a resistência mecânica do cadinho. Segundo Swentzel (1944), a corrosão é a principal causa de falhas nos cadinhos, e que a alternância entre atmosferas oxidantes e redutoras é mais prejudicial ao cadinho do que uma atmosfera unicamente oxidante pois não permite a formação de uma camada protetora de sílica. O material é pouco resistente contra alcalinidade (EASTER, 1955).

Outro fator importante é a reação entre o cadinho e o ambiente. No interior de fornos, a atmosfera nas câmaras de combustão é em geral oxidante, pois a combustão ocorre com excesso de oxigênio devido aos custos relativos ao combustível. Inevitavelmente, o SiC presente nestas condições sofrerá oxidação afetando as propriedades do material. Quanto maior a proporção de SiC no refratário e quanto menor o tamanho dos grãos de SiC, mais sensível o refratário será à corrosão. A corrosão aumenta a massa e volume do material podendo ser relevante para a sua falha em trabalho (GALLET-DONCIEUX et al., 2012).

Uma das medidas de mitigar a oxidação do SiC em meios corrosivos é a aplicação de camadas protetoras sobre o material. A diferença entre os coeficientes de dilatação térmica do SiC e da cobertura se apresenta como um problema com respeito à capacidade de adesão da camada de proteção sujeita a ciclos térmicos (FEDERER, 1990).

3.6 TRATAMENTO DO ALUMÍNIO

A indústria de transformação do alumínio necessita que o metal em seus processos de fabricação seja de elevada qualidade. A qualidade do metal é relativa ao processo de transformação que será aplicado. Para se obter folhas de alumínio a partir do processo de laminação, é necessário que a liga tenha a composição química adequada e tamanho de grãos reduzidos por exemplo. Deve-se também controlar a presença de poros, inclusões metálicas e não metálicas e fases indesejadas (GÖRNER, 2009).

O tratamento do metal começa no forno de fusão. No metal fundido no forno há impurezas vindas da matéria-prima. A matéria-prima pode ser alumínio primário, que é o material vindo das cubas de redução, ou também pode ser sucata de alumínio, além dos elementos de liga. Metais alcalinos e alcalinos terrosos como sódio e cálcio fragilizam o metal, de modo que o material se torna propício à ocorrência de trincas. Uma quantidade considerável destes elementos evapora

no forno de fusão.

Com o metal fundido, se realiza a etapa de fluxação, onde se adiciona sais que formarão escória. A escória flutua sobre a liga, nela estão contidas parte da alcalinidade que não evaporou, a escória também protege o metal dos gases de combustão, onde há oxigênio, desta forma a escória reduz a formação de óxido de alumínio no forno. Nos gases de combustão também há umidade, que assim como os hidrocarbonetos presentes na matéria-prima, é uma fonte de hidrogênio. Antes do metal ser transportado para o forno de espera, a escória e as impurezas nela contida são removidas (GÖRNER, 2009).

O hidrogênio se dissolve com facilidade no alumínio fundido, porém sua solubilidade no metal solidificado é baixa. Isso faz com que uma liga com grande quantidade de hidrogênio dissolvido na fase líquida apresente porosidade após a solidificação. Além dos gases de combustão, o ar ambiente possui umidade, logo, também representa uma fonte de hidrogênio e está presente também na etapa de filtragem. A matéria-prima também é uma fonte de hidrogênio por conter umidade e hidrocarbonetos na forma de óleos, tintas e polímeros plásticos.

Embora a principal função do forno de espera seja garantir fluxo constante de metal para a linha de produção, nele também ocorre a decantação de partículas mais densas que o alumínio. O metal então segue para os filtros. Nos filtros, cada um com sua função específica, ocorrem três processos: a degaseificação, a filtragem de partículas e adição de refinador de grãos. A degaseificação ocorre com a adição de uma mistura de argônio e cloro. O argônio remove o hidrogênio dissolvido no metal fundido, o cloro tem por objetivo remover alcalinos e alcalinos terrosos ainda presentes no metal. A retenção de inclusões metálicas e não-metálicas ocorre com a passagem do alumínio através de um meio poroso, este meio poroso pode ser composto de um leito de esferas ou de corpos sem forma definida por exemplo. As inclusões se aderem ao meio poroso (GÖRNER, 2009). Por fim, a adição de refinador de grãos ocorre com a inserção de um arame de alumínio com elevado teor de titânio e boro, o arame se funde e o titânio e o boro formarão partículas que exercerão a função de nucleadores de grãos durante a solidificação da liga (HUANG et al., 2020).

4 METODOLOGIA

Neste trabalho foi realizada uma avaliação numérica das condições térmicas e mecânicas as quais os cadinhos são submetidos no momento da partida do processo e em regime permanente. O estudo será aplicado em uma fábrica de de alumínio.

O modelo desenvolvido representa os cadinhos de forma simplificada. Estes cadinhos são acomodados em fornos cadinhos, com os gases de combustão entrando na parte inferior do forno tangenciando a superfície externa do cadinho e saindo por uma chaminé localizada na parte superior do forno semelhante ao que é mostrado na Fig. 12. No interior dos cadinhos, abaixo das calhas de entrada e saída do alumínio, se encontra o elemento filtrante, que é um meio poroso composto por um leito de esferas e outros corpos sem geometria definida. Para simplificação do modelo, a transmissão de calor através do elemento filtrante e de qualquer outro objeto que não seja o alumínio foi desconsiderada. Na parte superior do cadinho há anteparas para reduzir a perda de calor para o ambiente, por simplificação, as anteparas foram desconsideradas na simulação.

Para conduzir o estudo dos cadinhos, a metodologia adotada neste trabalho será dividida nas seguintes etapas:

1. Pesquisa documental;
2. Formulação do problema;
3. Simulações em regime permanente;
4. Simulações em regime transiente.

4.1 PESQUISA DOCUMENTAL

Para entender quais fatores estão relacionados ou contribuem para a ocorrência de trincas, foi realizada uma pesquisa documental nos registros de manutenção dos filtros. Tais registros não são devidamente detalhados, porém são capazes de fornecer informações valiosas como as datas de manutenção, a identificação do forno cadinho, se houve troca do cadinho e se esta troca foi motivada pela ocorrência de trincas. Os registros ainda informam a quantidade de campanhas do cadinho. Campanha é o nome do ciclo compreendido entre o aquecimento de um filtro vindo da manutenção, operação, e posteriormente remoção. Para avaliar os dados usaremos uma medida chamada de percentual de trincas. Dado um determinado universo de eventos, como por exemplo as manutenções em filtros com dois apoios laterais para os cadinhos, o percentual de trincas é:

$$\%trincas = \left(\frac{\text{quantidade de manutenções em cadinhos trincados dentro do universo}}{\text{tamanho do universo}} \right) * 100\% \quad (4.1)$$

No processo de filtragem são utilizados dois tipos de cadinho de mesma geometria mas de escalas distintas.

4.2 RESOLUÇÃO DO MODELO

Para realização das simulações, será utilizado o software ANSYS® Mechanical 15.0 que aplica o método dos elementos finitos para resolução do problema de valor de contorno (PVC) para as equações. O PVC para a temperatura do objeto é primeiro resolvido, a solução deste problema então é levada em consideração para a solução do PVC para os deslocamentos.

4.3 SIMULAÇÕES EM REGIME PERMANENTE

Na simulação em regime permanente o termo $\{\dot{T}_e\}$ na Equação (3.58) se torna nulo. Representa um estado estacionário na transmissão de calor no sistema analisado, onde há gradientes de temperatura, porém a temperatura em qualquer ponto do domínio não muda com o tempo. Com relação às deformações no material, caso as condições mecânicas de contorno não se alterem, e neste caso é admitido que não há alteração, as deformações também permanecem inalteradas no tempo visto que não há mudança temporal na distribuição de temperatura.

Neste presente trabalho, simulações em regime permanente serão realizadas. O objetivo dessas simulações é entender o papel da geometria do equipamento, e das condições de contorno sobre as tensões no cadinho. As simulações serão realizadas com um modelo 3D para o melhor entendimento das tensões no cadinho em duas situações:

- Quando o cadinho está aquecido, alguns instantes antes de receber o alumínio;
- Quando o cadinho está preenchido com alumínio muito tempo após o vazamento do metal.

Na prática, estes momentos não necessariamente estão em estado estacionário, muito provavelmente não estão. Contudo, dada a elevada massa envolvida, as variações de temperatura nessas ocasiões se dão de maneira lenta, de modo que aqui se admite a transmissão em estado estacionário. O cadinho está em repouso, logo $\{\ddot{\delta}\} = 0$.

4.3.1 Material

O material utilizado tem suas propriedades apresentadas na Tabela 1. Os valores aqui utilizados foram apresentados em Easter (1955), os módulos de elasticidade e Poisson por sua vez segue o informado em Merzouki et al. (2016) para o concreto refratário SF 60 a base de SiC. Os valores utilizados não variam com a temperatura, isto não ocorre na prática e se trata de uma simplificação. O material está modelado como linear-elástico ideal, o que significa que o material não escoava independentemente da tensão aplicada. Se trata de outra simplificação que não ocorre na prática.

Tabela 1 – Propriedades do material.

Propriedade	Valor
ρ	1890 kg/m^3
α_t	$2,7 * 10^{-6}$
E	95000 MPa
ν	0,16
k	14,4 $W/(mK)$
c_p	837,36 $J/(kgK)$

Fonte: O autor (2021)

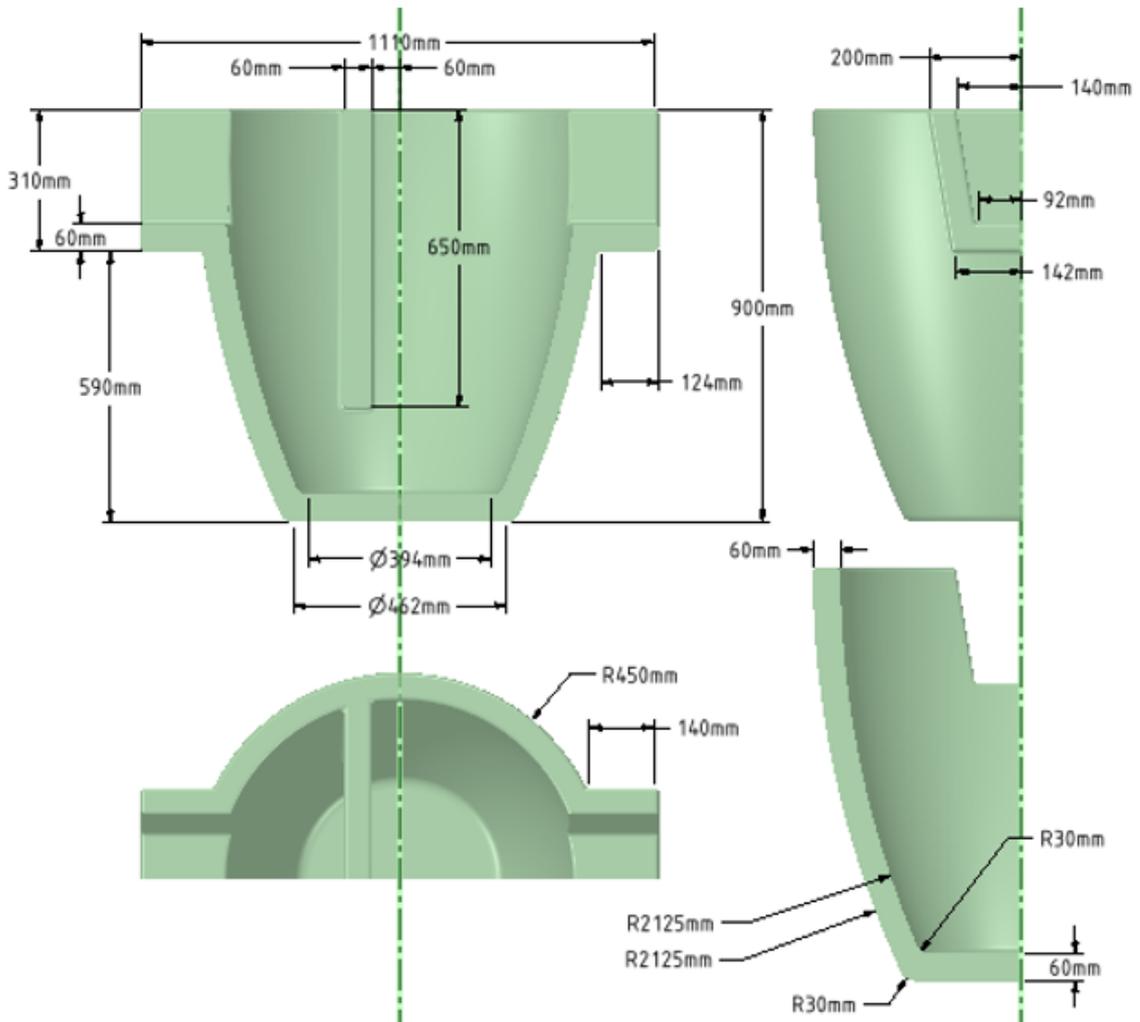
4.3.2 Geometria

A geometria do cadinho está representada na Fig. 13, onde é possível visualizar o cadinho cortado em seu plano de simetria. É possível observar que há uma parede dividindo a parte concava do cadinho. Esta parede divisora tem o objetivo de forçar o alumínio a percorrer um caminho mais longo através do elemento filtrante. Na vista frontal, que está no canto superior esquerdo da imagem, o alumínio entra pela calha da direita, a parede divisora força que o alumínio escoe até o fundo do cadinho para poder sair pela calha do lado esquerdo. O elemento filtrante foi desconsiderado nas simulações. É importante notar que a parede divisora está deslocada do centro do cadinho, logo, não há um segundo plano de simetria. Embora no processo da fábrica em estudo existam cadinhos de duas escalas diferentes, aqui serão simuladas três escalas distintas, com a geometria sendo definida pelas medidas na Fig. 13 multiplicadas por um fator de escala. Os fatores de escala são: 1, 0,83 e 0,67. Vale ressaltar que as medidas usadas neste estudo não representam na íntegra os cadinhos utilizados no processo fabril, visando preservar o segredo industrial.

4.3.3 Discretização do domínio

O software é capaz de discretizar o modelo, num processo chamado de geração de malha. A malha é o conjunto de elementos e nós. A Fig. 14 mostra o modelo discretizado em domínios menores: os elementos. Nas regiões onde há maior gradiente de temperatura e tensão identificadas em testes preliminares, a malha foi refinada a fim de se obter um resultado mais preciso, como pode ser visto na Fig. 14 abaixo da parede divisora. Para determinar a quantidade certa de subdomínios a ser utilizadas, foi realizado o teste de convergência da malha. Uma malha é gerada, a simulação é realizada e então os resultados são registrados. Na sequência uma nova malha com um número maior de elementos é gerada e testada e assim por diante. Os resultados para tensão principal máxima em todo o domínio e para uma região de interesse chamada de Região 1 podem ser vistos na Fig. 15. A malha com 435645 elementos foi escolhida pois em

Figura 13 – Descrição geométrica do modelo 3D.



Fonte: O autor (2021)

comparação com a malha anterior a variação do resultado de tensão foi menor do que 2%.

Este estudo de malha foi realizado apenas para a geometria de fator de escala 1. Para as outras escalas, a malha é gerada multiplicando os parâmetros de tamanho das funções geradoras de malha do software pelo fator de escala. Isso permite que mesmo para um modelo de outra escala, o número de nós permaneça quase inalterado.

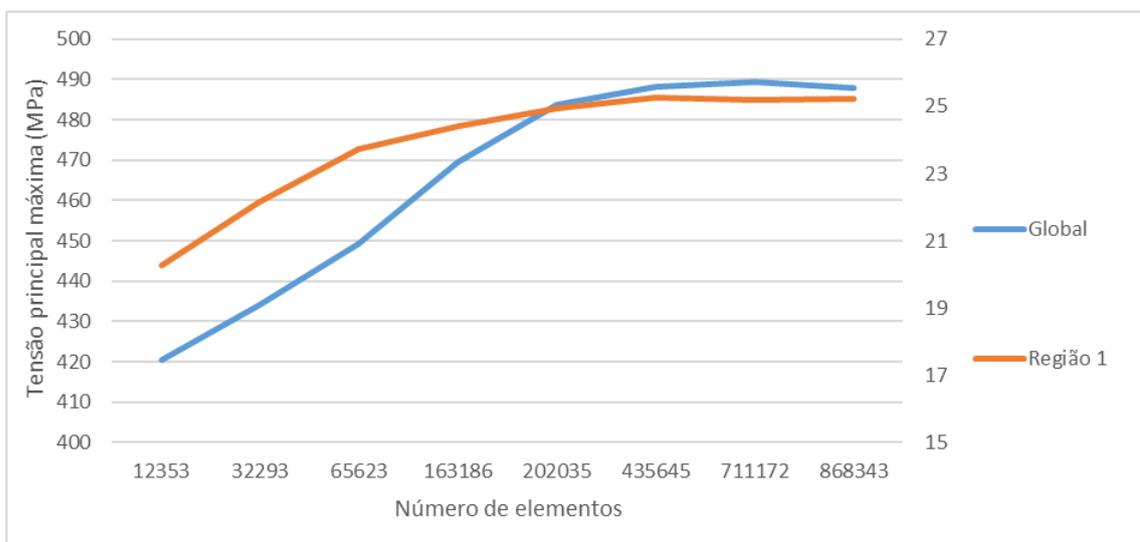
A malha é composta por elementos tetraédricos quadráticos (Fig. 15) compostos por 10 nós. A função de forma para u que é o deslocamento na direção x para esse elemento é dado pela função de forma expressa na Equação (4.2), com todos os outros deslocamentos e a temperatura análogos a u .

Figura 14 – Malha do modelo 3D.



Fonte: O autor (2021)

Figura 15 – Convergência da malha do modelo 3D.



Fonte: O autor (2021)

$$\begin{aligned}
 u = & u_I(2L_1 - 1)L_1 + u_J(2L_2 - 1)L_2 + u_K(2L_3 - 1)L_3 + u_L(2L_4 - 1)L_4 + 4u_M L_1 L_2 \\
 & + u_N L_2 L_3 + u_O L_1 L_3 + u_P L_1 L_4 + u_Q L_2 L_4 + u_R L_3 L_4 \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

Onde L_1 , por exemplo, é a coordenada normalizada cujo valor é 0 no vértice I e 1 na face oposta a este vértice.

4.3.4 Condições de contorno

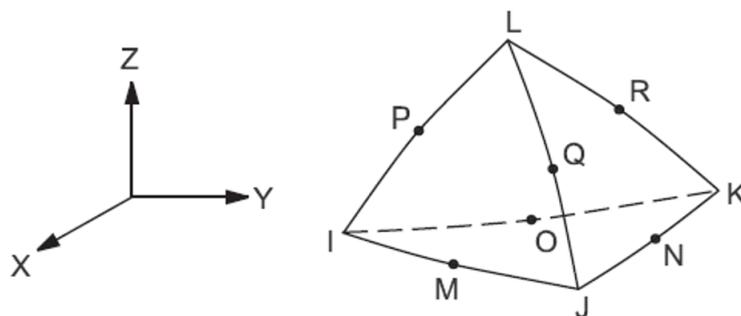
Como já visto, o modelo consiste em apenas metade do cadinho. Esta é uma maneira de utilizar menos elementos a diminuir o tempo de processamento. Isto só é possível por causa da simetria que ocorre com um corte nesse plano. A primeira condição de contorno então é definir as superfícies onde o conceito de simetria é aplicado (Fig 17).

Na solução de transmissão de calor isto equivale dizer que não há fluxo de calor perpendicular a esta superfície, na solução das deformações equivale dizer que nenhum ponto desta superfície se desloca na posição perpendicular. Para definir as superfícies de troca de calor na câmara de combustão, é necessário definir o que são os locais de apoio. Os cadinhos são apoiados no forno cadinho pela parte superior, pela base, e no caso dos cadinhos maiores também são apoiados lateralmente. O contato lateral é feito por um tijolo refratário pressionado entre o cadinho e a estrutura do forno cadinho. O contato entre o cadinho e o refratário é feito por uma fibra cerâmica. O apoio lateral pode ser feito de três formas como ilustrado na fig. 18. A seta no centro do cadinho indica o sentido do fluxo de metal. O Arranjo 4 está restrito aos cadinhos de menor dimensão e consiste na ausência de apoios laterais. O ângulo entre os apoios nos Arranjos 2 e 3 é de 60° . Os apoios possuem a região de contato com altura e largura de $50mm$ (Fig. 19).

A superfície de troca de calor com os gases na câmara de combustão é a superfície lateral externa excluindo as calhas e as regiões de contato com o apoio lateral como mostrado na Fig. 20.

Para esta superfície considera-se convecção e radiação, o material é admitido como sendo um corpo cinza e alguns parâmetros podem ser observados na Tabela 2. Serão realizadas simulações com três temperaturas diferentes para os gases de combustão: $1100^\circ C$, $1200^\circ C$ e $1300^\circ C$.

Figura 16 – Representação do elemento tetraédrico.



Fonte: ANSYS (2013)

Tabela 2 – Condições de contorno na superfície exterior do cadinho.

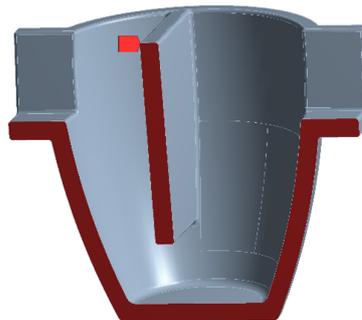
Variável	Valor
h	$80 W/m^2 K$
ϵ_r	0,9
F_{ij}	1

Fonte: O autor (2021)

Com o fator de forma $F_{ij} = 1$, a transmissão de calor por radiação na superfície do cadinho é representada pela Equação (3.20). Esta é uma simplificação pois está se admitindo que a superfície externa do cadinho é muito pequena comparado à câmara de combustão do forno cadinho. A base e as regiões de apoio superior e lateral são isoladas. Todas as superfícies internas estão sujeitas a convecção (Fig. 20). Nessas superfícies a radiação foi omitida para reduzir o tempo de processamento e devido ao fato de que na situação real este compartimento está preenchido com o material filtrante que é um meio poroso.

Serão simuladas duas situações diferentes, uma que busca representar o cadinho sem alumínio no final da etapa de aquecimento, e outra que busca representar o cadinho preenchido. Para a primeira situação admite-se que o coeficiente de convecção é de $10 W/(m^2 K)$ e a temperatura do ar é de $100^\circ C$. Para a segunda situação admite-se que a temperatura do metal é de $720^\circ C$. Argyropoulos e Mikrovass (1996) Realizaram experimentos sobre a convecção natural e forçada de alumínio e aço fundidos com relação a superfícies esféricas. A convecção natural do alumínio sobre a esfera apresentou um coeficiente de convecção de $12891,9 W/(m^2 K)$. Aqui será considerado um valor de $10000 W/(m^2 K)$. Os nós dos elementos da base estão restritos a se moverem apenas no plano da base, com o centro dela fixado. Os apoios superiores e laterais são deformáveis elasticamente. Na prática, estes apoios são locais onde o cadinho e o forno cadinho se encontram com uma camada de fibra cerâmica entre eles. Serão realizadas simulações com rigidez superior de $1 N/mm^3$, $5 N/mm^3$, $10 N/mm^3$ e $15 N/mm^3$. Serão avaliados também

Figura 17 – Condição de contorno de simetria para o modelo 3D.



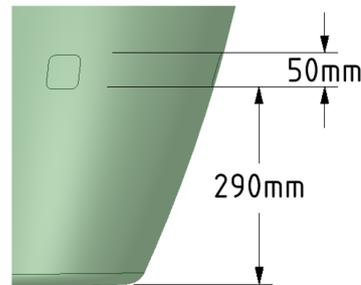
Fonte: O autor (2021)

Figura 18 – Possíveis formas de montagem do cadinho.



Fonte: O autor (2021)

Figura 19 – Geometria do apoio.



Fonte: O autor (2021)

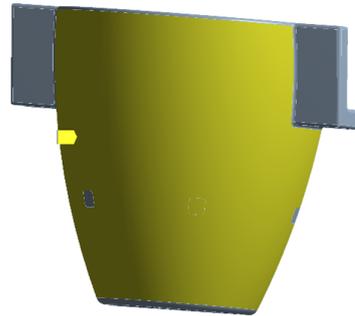
apoios laterais com rigidez de 5 N/mm^3 , 15 N/mm^3 , 25 N/mm^3 e 35 N/mm^3 . A Fig. 22 ilustra as superfícies em contato com o apoio superior.

No volume maior da cavidade do cadinho há duas localidades identificadas como se pode ver na Fig. 21. As duas regiões compreendem uma faixa na superfície interna que se inicia a 100mm da base interna e termina a 490mm desta. É chamada de Região 1 a faixa que vai do plano de simetria do cilindro até 60° em torno do eixo perpendicular a base. A Região 2 vai do fim da Região 1 até a parede divisora. Estes locais foram identificados pois é conhecido que neles ocorrem falhas com mais frequência. Por se tratar de um material frágil a tensão principal máxima será monitorada.

4.4 SIMULAÇÕES EM REGIME TRANSIENTE

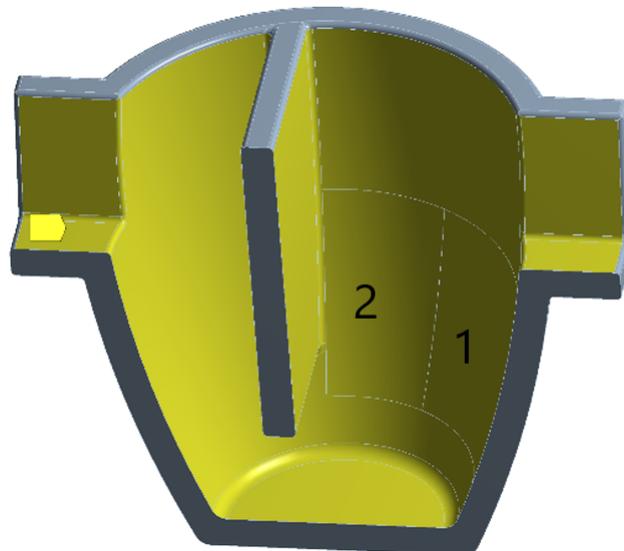
Na simulação em regime transiente o termo $\{\dot{T}_e\}$ na Equação (3.58) não é nulo, desta forma, a distribuição de temperatura no domínio muda com o tempo e conseqüentemente as tensões também mudam. A variação temporal da temperatura e conseqüentemente da expansão térmica causa ainda a aceleração de alguns pontos do material. Contudo, esta aceleração é

Figura 20 – Superfície exposta aos gases de combustão.



Fonte: O autor (2021)

Figura 21 – Superfície interna do cadinho.



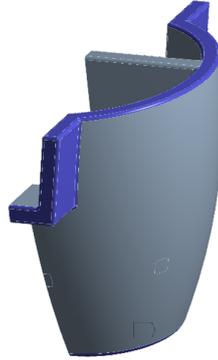
Fonte: O autor (2021)

bastante reduzida de modo que nas simulações aqui, o termo $\{\ddot{\delta}\}$ da Equação (3.66) é considerado nulo. Considerar a aceleração para problemas de transiente térmico de um objeto em repouso em geral apenas aumenta o tempo de processamento e traz resultados muito semelhantes aos encontrados quando por simplificação se desconsidera a aceleração (PAPATHANASIOU et al., 2016).

Nas simulações que serão realizadas, primeiro ocorre a simulação do modelo em regime permanente para definir o campo de temperaturas inicial para a simulação da transmissão de calor em regime transiente. A distribuição de temperatura no domínio ao longo do tempo é obtida e então é utilizada para a determinação das tensões através da simulação das deformações.

O objetivo aqui de realizar simulações em regime transiente é entender como as tensões em um objeto se comportam ao longo do tempo sob variações severas de temperatura e convecção.

Figura 22 – Superfícies em contato com o apoio superior.



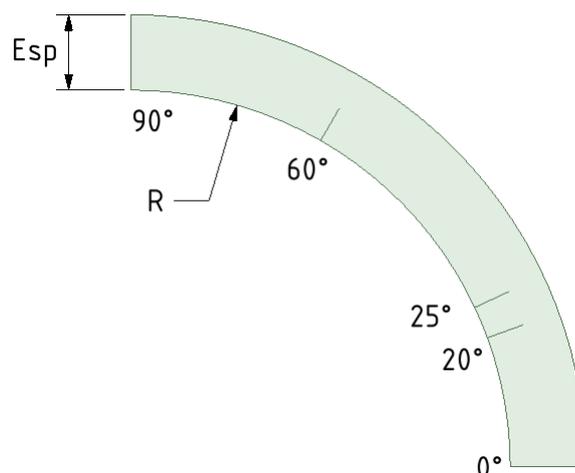
Fonte: O autor (2021)

O material é o mesmo que será utilizado para as simulações em regime permanente.

4.4.1 Geometria

O ideal seria utilizar a mesma geometria das simulações em regime permanente, porém isto resultaria em um tempo de processamento muito elevado. Para a simulação em regime transiente será utilizado um modelo 2D, como pode ser visto na Fig. 23. Para avaliar o impacto da escala e da esbeltez do objeto nas tensões nele encontradas, serão simuladas 5 geometrias distintas conforme a Tabela 3.

Figura 23 – Descrição da geometria do modelo 2D.



Fonte: O autor (2021)

A simulação busca representar as tensões em uma secção horizontal do cadinho abaixo da calha de entrada. A simulação em regime transiente é dividida em três etapas: t1, t2 e t3. Em t1 tem-se o cadinho aquecido e na eminência do vazamento. Em t2 começa o vazamento, com

Tabela 3 – Relação de dimensões utilizadas nas simulações 2D.

Geometria	Raio (R)	Diâmetro (D)	Espessura (Esp)	Razão (Esp/D)
1	300 <i>mm</i>	600 <i>mm</i>	60 <i>mm</i>	0,1
2	300 <i>mm</i>	600 <i>mm</i>	50 <i>mm</i>	0,083
3	300 <i>mm</i>	600 <i>mm</i>	40 <i>mm</i>	0,067
4	250 <i>mm</i>	500 <i>mm</i>	50 <i>mm</i>	0,1
5	200 <i>mm</i>	400 <i>mm</i>	40 <i>mm</i>	0,1

Fonte: O autor (2021)

o metal escoando em contato com o arco entre 0° e 20° . Enquanto o metal escoava, o nível de alumínio vai subindo, em t3 o nível ultrapassou a cota onde se encontra a seção do cadinho que está sendo analisada, neste momento não há mais escoamento entre 0° e 20° , pois todo o arco interno está em contato com o metal. Para avaliar como a duração do preenchimento do cadinho se relaciona com as tensões térmicas nesta etapa, serão realizadas simulações com diferentes durações para t2 e t3 como apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Domínio do tempo nas simulações 2D.

Configuração	Duração de t1	Duração de t2	Duração de t3
1	1s	15s	10s
2	1s	20s	10s
3	1s	25s	10s

Fonte: O autor (2021)

Recebe o nome de t0 a simulação térmica em regime permanente do modelo 2D responsável por fornecer as condições iniciais para a simulação em regime transiente.

4.4.2 Discretização do domínio

Nas simulações em regime transiente há dois domínios: o espacial e o temporal. O para garantir que ambos os domínios estão adequadamente discretizados é necessário realizar a convergência do modelo. Partindo de um valor inicial de número de elementos e divisões de tempo, o número de elementos é incrementado e a tensão principal máxima observada no objeto e comparada com a tensão obtida pela malha anterior. Caso a variação entre a tensão atual e a obtida na simulação anterior seja menor do que 2%, o número de elementos é mantido e o número de divisões de tempo é incrementado. O incremento do número de divisões de tempo é realizado até que se encontre uma variação menor do que 2% entre a tensão atual e a tensão da simulação anterior. Neste caso o número de divisões de tempo é mantido e o número de nós é

incrementado e assim sucessivamente. A Tabela 5 mostra as etapas do processo de convergência do modelo.

Tabela 5 – Convergência do modelo 2D.

Simulação	Elementos	Divisões de tempo	Tensão principal máxima	Variação
1	336	16	86,985 MPa	-
2	729	16	93,319 MPa	7,28%
3	2191	16	100,87 MPa	8,09%
4	4302	16	102,21 MPa	1,33%
5	4302	27	106,56 MPa	4,26%
6	4302	39	107,71 MPa	1,08%
7	6521	39	110,83 MPa	2,09%
8	8010	39	112,63 MPa	1,62%
9	8010	56	115,24 MPa	2,32%
10	8010	78	115,85 MPa	0,53%
11	12032	78	116,04 MPa	0,16%

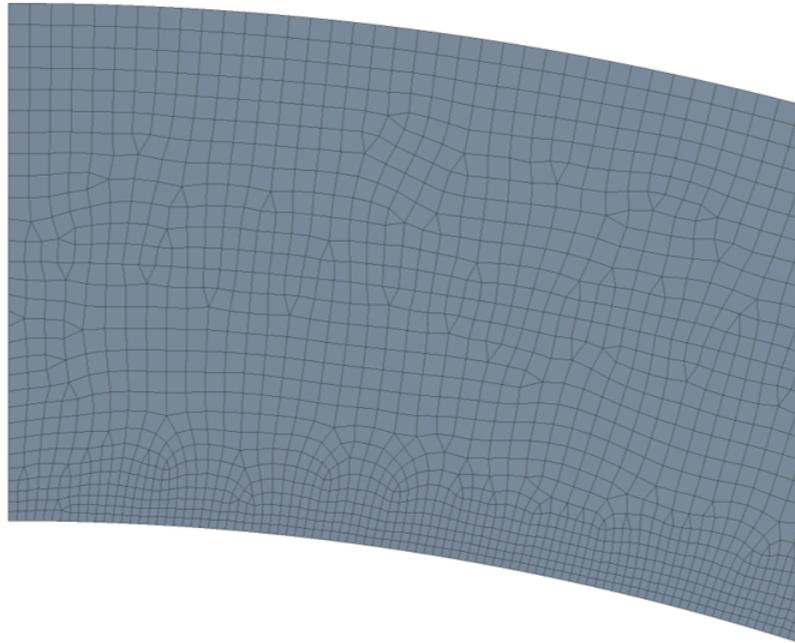
Fonte: O autor (2021)

As simulações foram realizadas com o modelo da Geometria 1 descrita na Tabela 3 com a Configuração 1 do domínio temporal descrita na Tabela 4 e com temperatura dos gases de combustão a $1200^{\circ}C$. Na Tabela 5 se observa que a partir da Simulação 9 nenhuma variação significativa na tensão é encontrada com o incremento do número de divisões de tempo ou elementos. A discretização dos domínios usada em na Simulação 9 (Fig. 24) será usada nas demais simulações no presente estudo. Há uma concentração maior de elementos nas proximidades do arco interno.

Para outras geometrias, a malha é gerada multiplicando-se os parâmetros de tamanho das funções geradoras de malha do software pelo fator de escala da geometria. Isso permite que mesmo para um modelo de outra escala, o número de nós permaneça quase inalterado. Para outros domínios de tempo, a divisão é realizada mantendo-se a restrição do máximo intervalo de tempo que é de 0,5s. Vale lembrar que o software reduz o intervalo entre os tempos nos momentos em que há mudanças nas condições de contorno ao longo da simulação. A malha é composta de elementos quadráticos de quatro e três arestas conforme a Fig. 25. As funções de u que é o deslocamento na direção x para os elementos triangulares e retangulares são dadas respectivamente nas Equações (4.3) e (4.4). Os demais deslocamentos, bem como a temperatura são análogos a u .

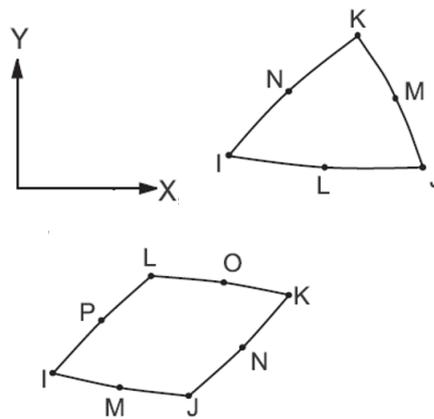
$$u = u_I(2L_1 - 1)L_1 + u_J(2L_2 - 1)L_2 + u_K(2L_3 - 1)L_3 + u_L(4L_1L_2) + u_M(4L_2L_3) + u_N(4L_3L_1) \quad (4.3)$$

Figura 24 – Malha do modelo 2D.



Fonte: O autor (2021)

Figura 25 – Elementos 2D.



Fonte: Adaptado de ANSYS (2013)

Onde L_1 , por exemplo, é a coordenada normalizada cujo valor é 0 no vértice I e 1 na aresta oposta a este vértice.

$$\begin{aligned}
u = & \frac{1}{4}(u_I(1-s)(1-t)(-s-t-1) + u_J(1+s)(1-t)(s-t-1) + u_K(1+s)(1+t)(s+t-1) \\
& + u_L(1-s)(1+t)(-s+t-1)) + \frac{1}{2}(u_M(1-s^2)(1-t) \\
& + u_N(1+s)(1-t^2) + u_O(1-s^2)(1+t) + u_P(1-s)(1-t^2)) \quad (4.4)
\end{aligned}$$

Onde s e t , são coordenadas normalizadas cujo valor é -1 em um lado do elemento e 1 no lado oposto.

4.4.3 Condições de contorno

As condições de contorno essenciais e naturais de temperatura são necessariamente as mesmas entre as etapas t_0 e t_1 . O Arco externo troca calor com a câmara de combustão por radiação e convecção e as condições de contorno são as mesmas da superfície externa do modelo 3D. Simulações serão feitas com a câmara de combustão a $1100^\circ C$, $1200^\circ C$ e $1300^\circ C$. As condições de contorno no arco externo não se alteram em t_2 e t_3 .

As arestas perpendiculares aos arcos são isoladas, e na aresta perpendicular ao arco em 0° é aplicada a condição de contorno de simetria. Tais condições de contorno não variam em t_0 , t_1 , t_2 ou t_3 . O arco interno troca calor com o ar a $100^\circ C$ com um coeficiente de convecção de $10 \text{ W/m}^2 K$ em t_0 e t_1 . Em t_2 esta condição de contorno se mantém apenas para o arco entre 20° e 90° , pois entre 0° e 20° há o contato com o metal. Os experimentos realizados por Sismanis e Argyropoulos (1988), Argyropoulos e Mikrovass (1996) e Argyropoulos et al. (2001) mostram que é coerente assumir $30000 \text{ W/m}^2 K$ para convecção forçada do alumínio escoando no cadinho a $740^\circ C$. Em t_3 todo ar interno troca calor por convecção com o alumínio a $740^\circ C$ com um coeficiente de convecção de $10 \text{ W/m}^2 K$, inferior ao coeficiente em t_2 pois agora a convecção é natural.

As arestas perpendiculares aos arcos possuem restrição de deslocamento. Os nós posicionados sobre estas arestas podem se mover apenas na direção radial, sem liberdade para se deslocar na direção tangencial. Esta condição se aplica a t_0 , t_1 , t_2 e t_3 .

Os pontos na superfície em 0° , 20° , 25° , 60° e 90° terão sua tensão principal máxima monitorada ao longo do tempo.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base na metodologia já apresentada, os resultados da pesquisa documental e das simulações em regime permanente e transiente foram obtidos e aqui serão comentados.

5.1 PESQUISA DOCUMENTAL

O levantamento foi realizado com base nos registros de manutenção de filtros, no qual haviam registros de janeiro de 2020 a fevereiro de 2021. Em casos de troca de liga na linha de produção, após um certo tempo de trabalho ou após a trinca do cadinho resultando em vazamento de alumínio, os filtros são removidos para manutenção. Para as duas primeiras ocasiões, normalmente não ocorre a troca do cadinho. O ciclo que envolve o aquecimento, trabalho e a remoção do filtro da linha é chamado aqui de campanha. Como dito anteriormente, há cadinhos de duas dimensões diferentes na linha de filtragem de acordo com a sua função. A comparação da durabilidade entre esses dois grupos de equipamentos pode ser vista na Tabela 6.

Tabela 6 – Distribuição das ocorrências pela dimensão do cadinho.

	Manutenção de filtros com troca de cadinho	Manutenção ocasionada por trincas	Trocas de cadinho motivadas por trinca	Número médio de campanhas
Cadinhos de maior dimensão	24,69%	22,22%	90,00%	3,18
Cadinhos de menor dimensão	6,00%	6,00%	100,00%	14,67

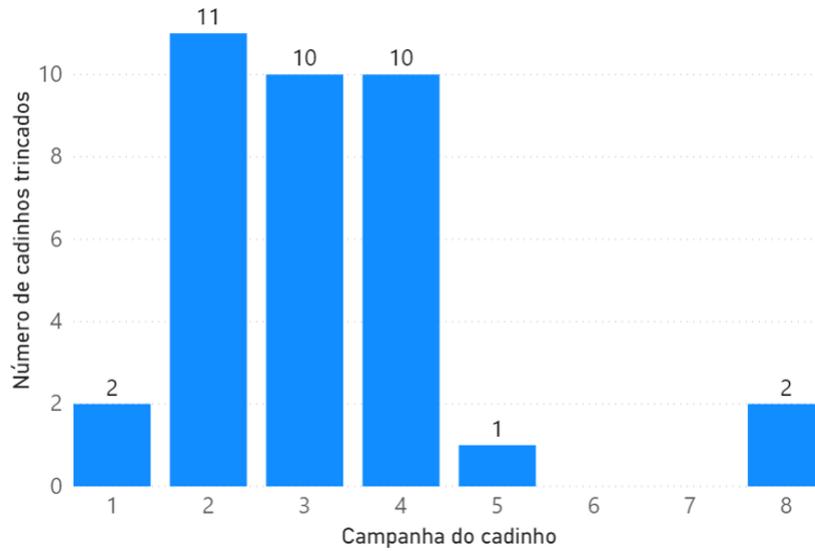
Fonte: O autor (2021)

É possível notar pelo número médio de campanhas que os cadinhos de dimensão menor possuem uma vida útil superior a quatro vezes a de seus pares de maior dimensão. As duas maiores diferenças entre os grupos de cadinhos são suas dimensões, conservando a mesma geometria e mudando apenas a escala, e a ausência de apoios laterais para os cadinhos menores. A Fig. 26 mostra as campanhas na qual ocorreram as trincas nos cadinhos maiores.

Os registros não permitiram identificar em qual arranjo de montagem estavam os cadinhos, informando apenas a quantidade de apoios laterais, de modo que não é possível distinguir se o registro se refere a um cadinho montado no Arranjo 2 ou 3. A Fig. 27 mostra o percentual de campanhas que resultaram em trincas de acordo com a quantidade de apoios.

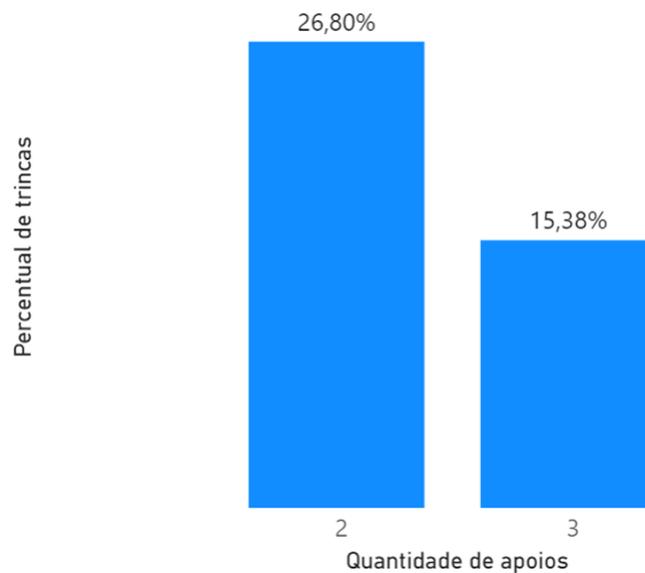
É possível notar que cadinhos apoiados em dois locais possuem chances maiores de falhar por trincas do que cadinhos com três locais de apoio. Também foi levantado o local onde

Figura 26 – Quantidade de ocorrência de trincas por campanha.



Fonte: O autor (2021)

Figura 27 – Percentual de trincas por arranjo.

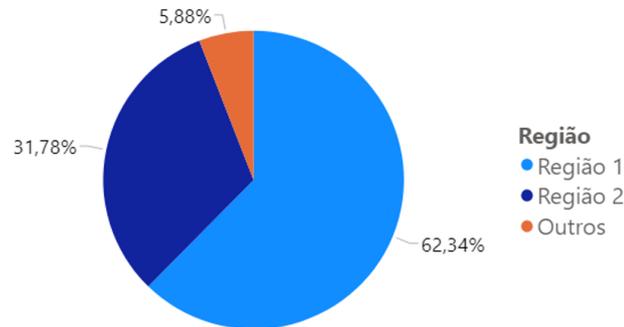


Fonte: O autor (2021)

as trincas ocorreram, os locais foram classificados com base nas regiões de domínios descritas no Capítulo 4. A distribuição das trincas por local pode ser observada na Fig. 28.

O gráfico mostra que quase dois terços das trincas ocorrem na Região 1, com as Região 2 vindo em seguida e com menos de 6% ocorrendo nos demais locais do cadinho. A representação das regiões 1 e 2 pode ser vista na Fig. 21.

Figura 28 – Distribuição das ocorrências pelo local.

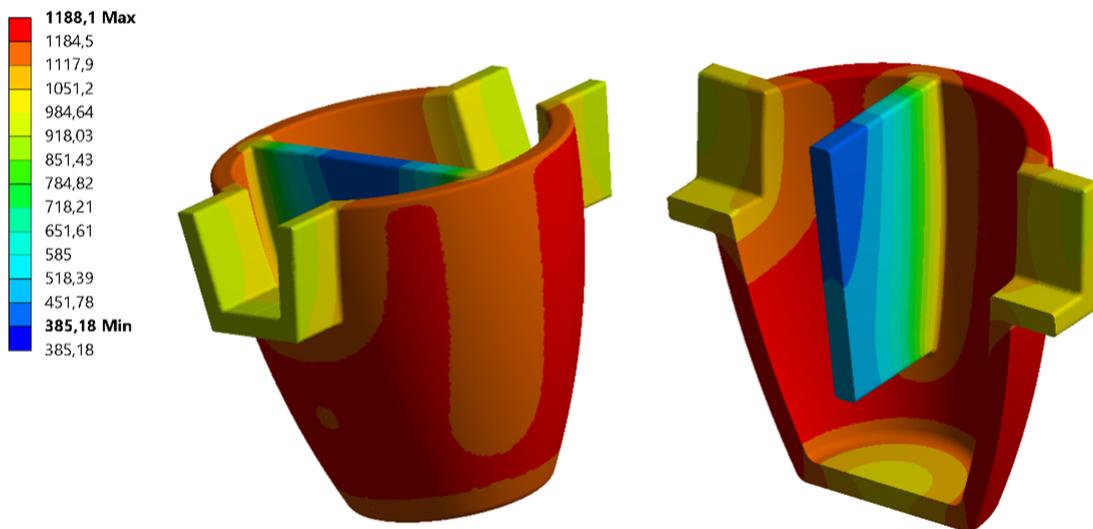


Fonte: O autor (2021)

5.2 SIMULAÇÕES EM REGIME PERMANENTE

A distribuição de temperatura no cadinho sem o alumínio pode ser vista na Fig. 4. Foi simulado o modelo com escala 1 e temperatura dos gases de 1200°C .

Figura 29 – Distribuição de temperatura no cadinho.



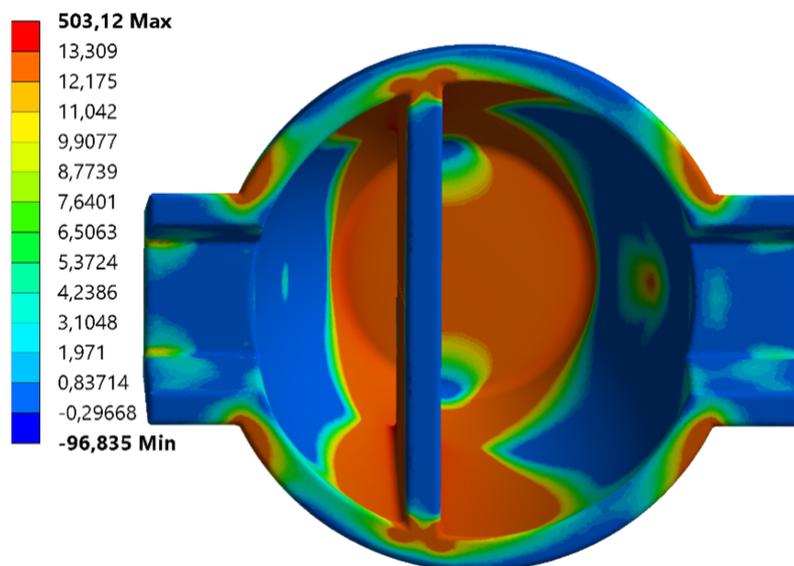
Fonte: O autor (2021)

É possível observar que enquanto a parede interna do cadinho se encontra a temperaturas superiores a 1140°C , existe uma região da parede divisora com temperatura abaixo de 400°C , temperatura inclusive abaixo da temperatura de solidificação do alumínio. Considerando que na situação real ainda há no interior do cadinho o elemento filtrante, que é um meio poroso e devido a esta característica é um meio de baixa condutividade. É custoso aquecer toda a massa interna a uma temperatura superior a temperatura de fusão do alumínio, prolongando a etapa de aquecimento.

Para preservar o refratário, o ideal seria manter a temperatura da parede interna do cadinho próximo à temperatura do metal a ser vazado a fim de evitar choques térmicos. Porém, isto resultaria em regiões frias no filtro, que poderia ocasionar a solidificação do alumínio no interior do cadinho durante a partida do processo. Aquecer o elemento filtrante e a parede divisora a partir de uma segunda fonte de calor poderia viabilizar a partida do processo com temperaturas na parede interna do cadinho mais próximas à temperatura do metal.

A parede divisora é deslocada do centro do cadinho, isto leva a assimetrias na distribuição das tensões térmicas no cadinho. A Fig. 30 mostra que a região abaixo da calha direita, a calha de entrada do metal, possui tensão mais elevada que a temperatura da calha esquerda. É interessante notar que a geometria do cadinho cria uma zona de tensão na Região 1, uma das primeiras regiões a receber o alumínio no momento da partida do processo. Na Fig. 30 o modelo foi simulado com o Arranjo 1, rigidez superior de 1 N/mm^3 e rigidez lateral de 15 N/mm^3 .

Figura 30 – Distribuição de tensão no cadinho.



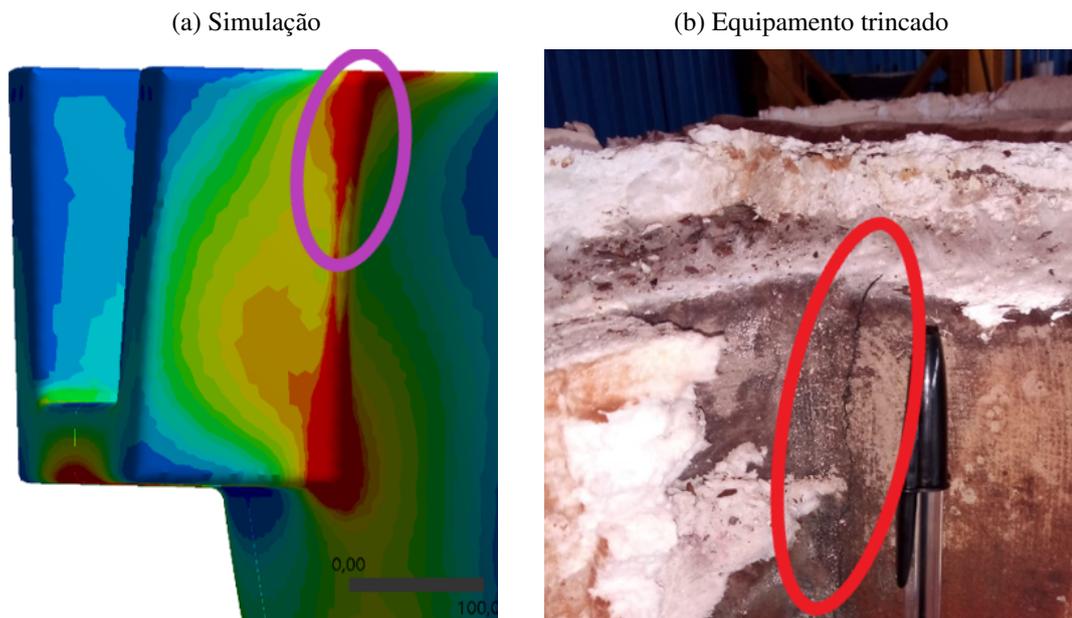
Fonte: O autor (2021)

Na Fig. 30 também é possível observar que embora a Região 1 esteja tensionada, há outros locais com tensão mais elevada, como é o caso da Região 2, da base e do entorno da parede divisora por exemplo. A teoria de Hasselman (1969b) pode ser a explicação para o fato de que as trincas sejam mais frequentes Região 1 mesmo não sendo o local de maior tensão. Esse campo de tensões se desenvolve de forma lenta, em aproximadamente cinco horas. A variação lenta da tensão permite que as trincas pré-existentes no material poroso cresçam de forma estável, e crescerão quanto maior for a tensão. No momento do choque térmico, regiões de maior tensão podem possuir trincas de tamanho elevado a ponto de que não ocorra propagação instável das trincas. Outro fator agravante para a Região 1 é que nos locais onde a tensão é mais elevada, a temperatura é menor, reduzindo a intensidade do choque térmico.

Não apenas a distribuição das tensões chama a atenção, mas também a o valor das tensões. Podemos encontrar elevadas tensões de tração que superam os 500MPa. Esses valores estão muito acima do limite de tensão para qualquer refratário em elevada temperatura e não é resultado de singularidades da simulação. O valor elevado se deve às simplificações do modelo: Ao assumir que o material é linear elástico ideal, ao assumir que o módulo de elasticidade, coeficiente de expansão linear e condutividade não variam com a temperatura.

Um material linear elástico ideal não escoar, de modo que para este modelo, se a temperatura fosse levada a infinito, o mesmo aconteceria com a tensão no modelo. Se observa também que os refratários possuem redução acentuada do módulo de elasticidade com o aumento da temperatura, o que reduziria bastante as tensões térmicas no material. O resultado da Fig. 6 mostra que o modelo não é adequado ao problema do ponto de vista quantitativo, porém, a forma como a tensão se distribui e como varia de acordo com as condições de contorno podem ajudar a entender melhor o problema. A Fig. 31 mostra uma região de tensão na calha de saída e a região correspondente no cadinho com uma trinca não-passante.

Figura 31 – Trincas e as regiões de elevada tensão.

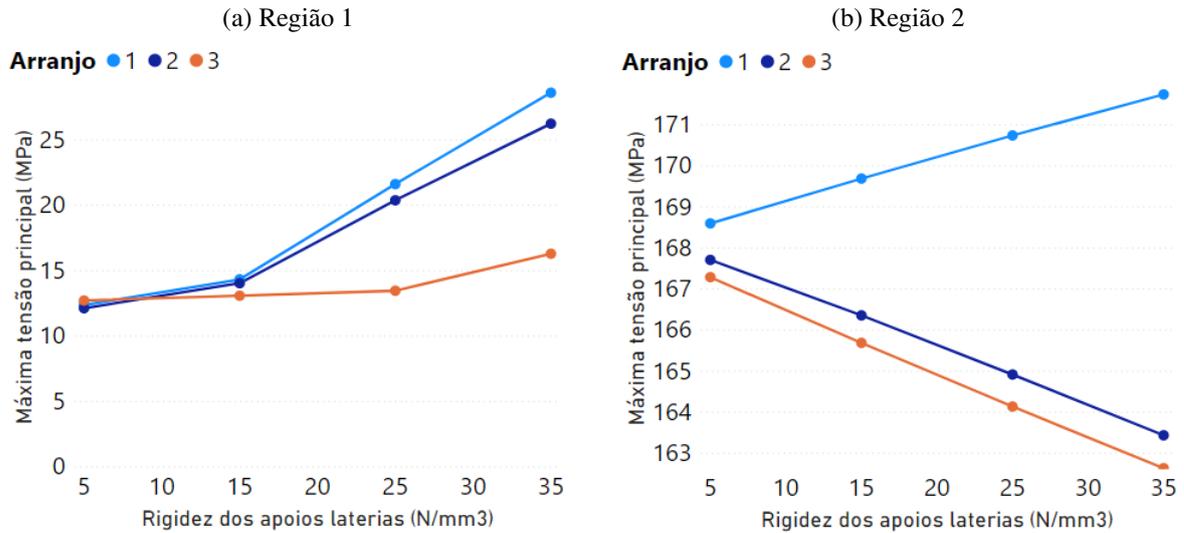


Fonte: O autor (2021)

Os registros de manutenção mostraram que o percentual de ocorrência de trincas muda de acordo com a quantidade de apoios. A Fig. 32 mostra como a disposição e a rigidez dos apoios laterais afetam as tensões no cadinho. O resultado foi obtido para uma temperatura da câmara de combustão de $1200^{\circ}C$ e para rigidez de apoio superior de $1 N/mm^3$.

A Fig 32a mostra que a tensão na Região 1 cresce com o aumento da rigidez dos apoios. Para os Arranjos 1 e 2 o gradiente de tensão pela rigidez dos apoios se eleva a partir dos $15 N/mm^3$. Já para o Arranjo 3 o gradiente é aproximadamente zero até $15 N/mm^3$ onde a curva sofre uma ligeira inclinação ascendente. Os Arranjos 1 e 2 possuem em comum um apoio abaixo

Figura 32 – Tensão pelo arranjo e rigidez lateral.



Fonte: O autor (2021)

da calha de entrada, na região externa correspondente a Região 1. O resultado exposto na Fig. 32a é apoiado pelo resultado da Fig. 27 e pode ser um indício de que posicionar um apoio abaixo da calha de entrada é prejudicial para o cadinho. Na fig. 32b notamos um leve aumento da tensão na Região 2 com o aumento da rigidez para o Arranjo 1 e uma redução da tensão para os Arranjos 2 e 3, ambos com 3 apoios.

Também foi analisada a influência da rigidez superior da montagem do cadinho. Para isso, fixou-se a rigidez lateral do Arranjo 1 em 15 N/mm^3 . A Fig. 33a mostra que a tensão na Região 1 sobe com o aumento da rigidez e que a tensão na Região 1 para o cadinho vazio é menor do que quando preenchido com alumínio. Na Fig. 33b também se nota a tendência ascendente da tensão com a rigidez. Porém as tensões com o cadinho preenchido são menores. O preenchimento com metal suaviza a distribuição de tensão no cadinho.

A fig. 34 mostra a variação de tensão pela variação na rigidez do apoio superior para cada arranjo.

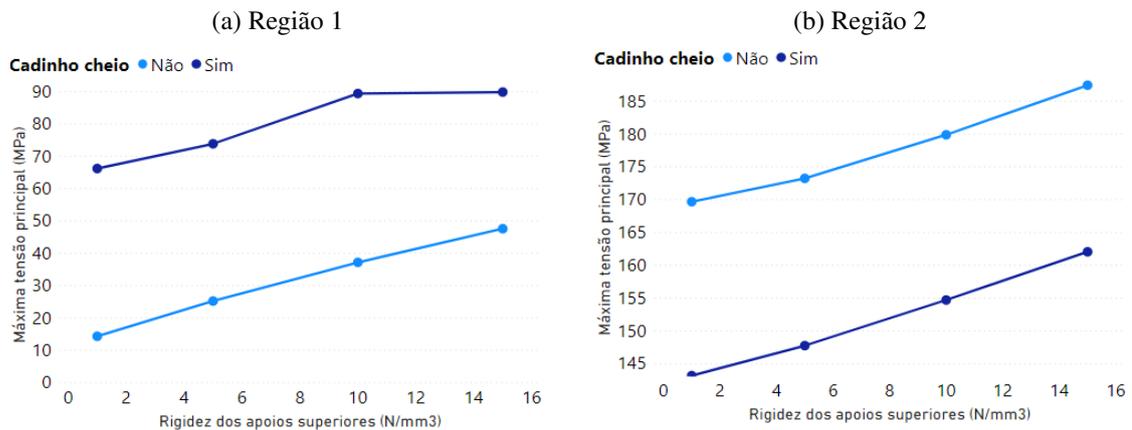
É possível notar semelhança entre os arranjos com apoio abaixo da calha de entrada (1 e 2) e os sem apoio (3 e 4).

Na Fig. 35 é possível avaliar como a dimensão afeta as tensões no cadinho. Quanto menor o cadinho, menores são as tensões nele encontradas. Na fig. 35a a temperatura da câmara de combustão foi fixada em 1200°C e foi empregado o Arranjo 4. Vale notar que na Região 1 a tensão decresce com o aumento da rigidez para o menor cadinho até a rigidez de 5 N/mm^3 .

A relação entre as tensões na Região 1 e a temperatura pode ser vista na Fig. 36 onde o resultado foi obtido variando-se a temperatura da câmara de combustão e a dimensão do cadinho para uma montagem de Arranjo 4 com rigidez do apoio superior de 5 N/mm^3 e preenchido com metal.

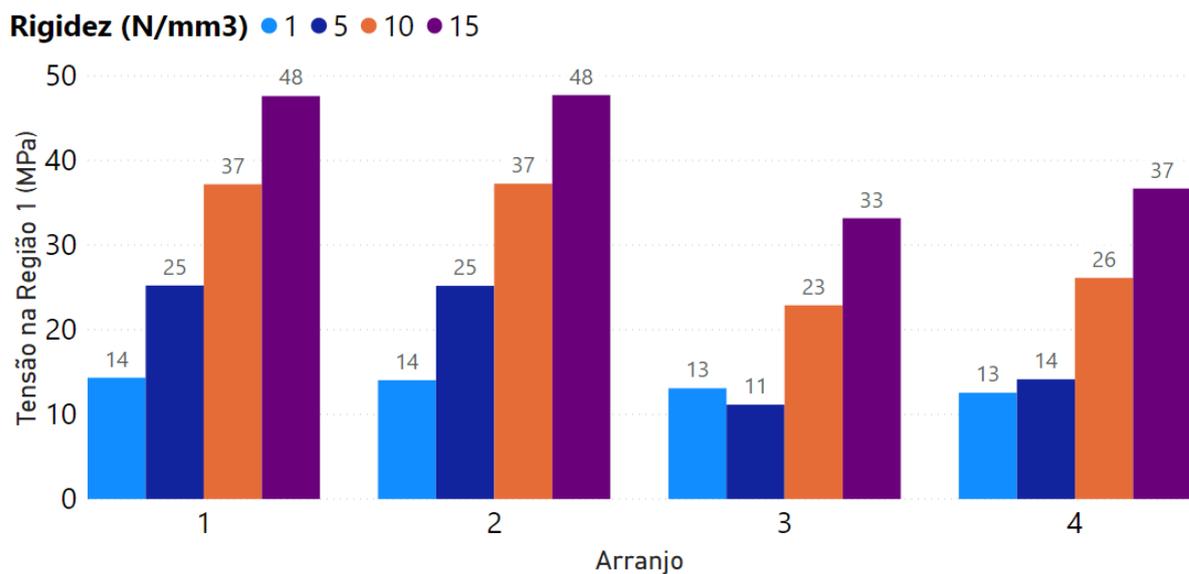
Este tipo de variação da tensão no cadinho pela variação da temperatura na câmara de

Figura 33 – Tensão pelo conteúdo do cadinho e rigidez superior.



Fonte: O autor (2021)

Figura 34 – Tensão na Região 1 por arranjo e rigidez superior.



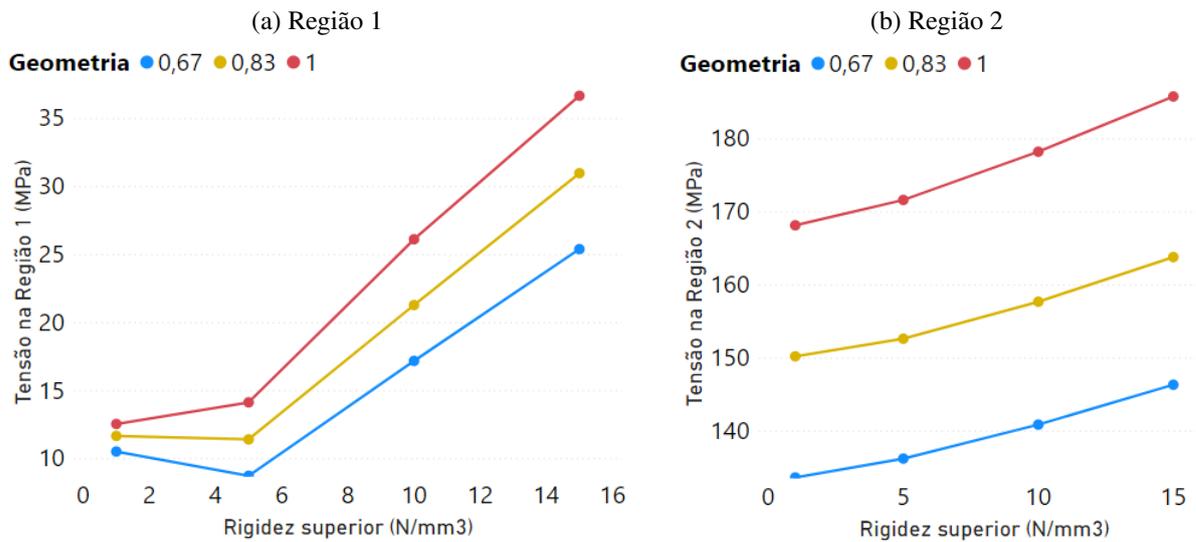
Fonte: O autor (2021)

combustão é o que se espera durante a operação do filtro, com o sistema de controle on/off de temperatura do alumínio alterando a vazão de gás nos queimadores de forma cíclica. Isto caracteriza o processo de fadiga do refratário, que pode ser responsável pelo crescimento e propagação cinética de trincas previamente nucleadas e coalescidas por outros eventos, resultando numa trinca passante que representa a falha do equipamento.

5.3 SIMULAÇÕES EM REGIME TRANSIENTE

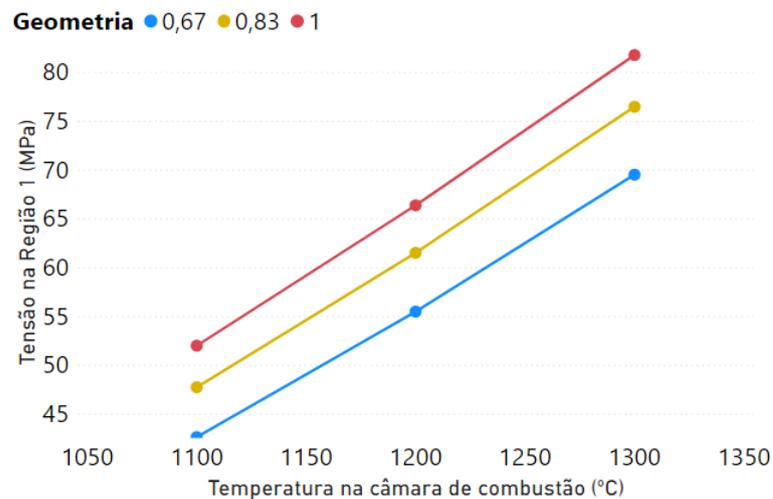
Na Fig. 37 é possível observar que durante o choque térmico, a tensão se localiza na superfície. Por este motivo, apenas pontos na superfície serão monitorados. O resultado foi

Figura 35 – Tensão pela dimensão do cadinho e rigidez superior.



Fonte: O autor (2021)

Figura 36 – Tensão do cadinho preenchido por arranjo e temperatura dos gases de combustão.

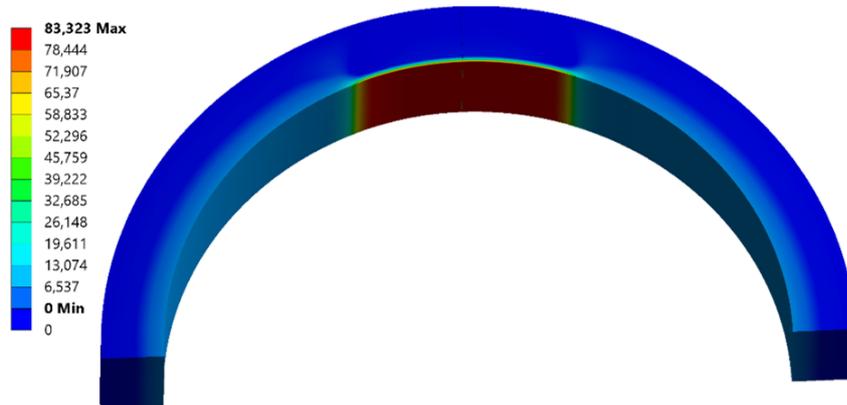


Fonte: O autor (2021)

obtido para um diâmetro de 500mm , espessura de 50mm e temperatura dos gases de combustão de 1200°C .

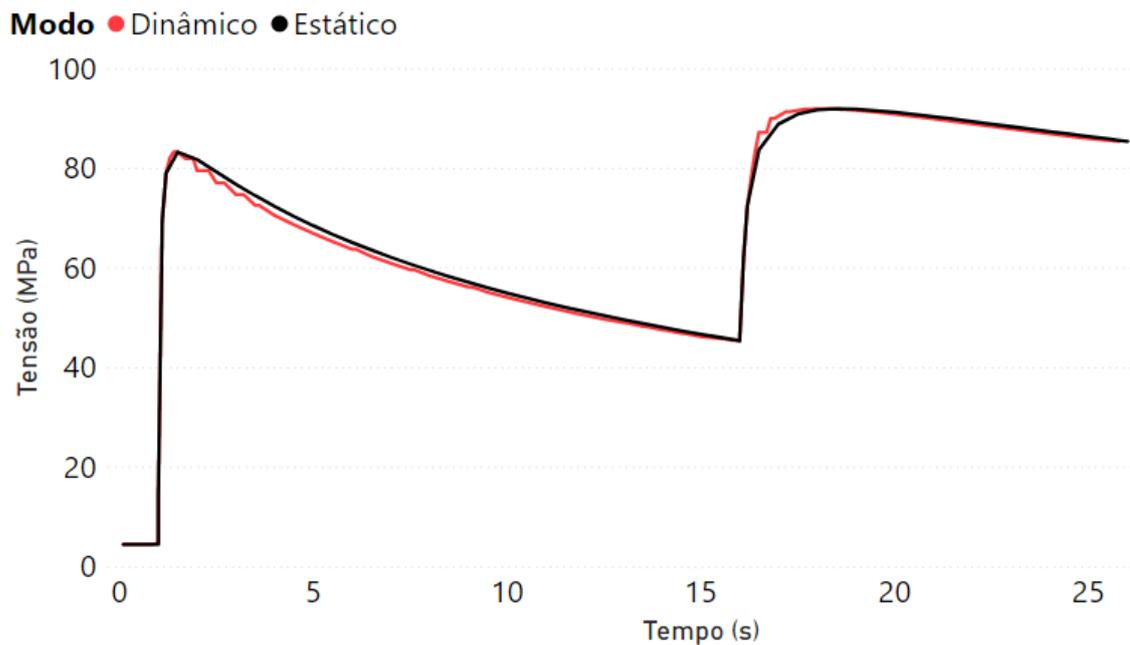
A Fig. 38 mostra a tensão máxima em todo o domínio ao longo do tempo quando se realiza a análise estrutural em modo dinâmico e em modo estático. No modo dinâmico se considera a aceleração dos nós causados pela contração térmica, no modo estático a aceleração de todos os pontos do domínio é assumida como 0. Os resultados são bastante semelhantes, com o modo dinâmico levando mais tempo de processamento, inviabilizando seu uso para esta aplicação. Para as duas simulações, as condições de contorno e de domínio são as mesmas da simulação da Fig. 37.

Figura 37 – Tensão durante o choque térmico.



Fonte: O autor (2021)

Figura 38 – Efeito da hipótese de aceleração nula.

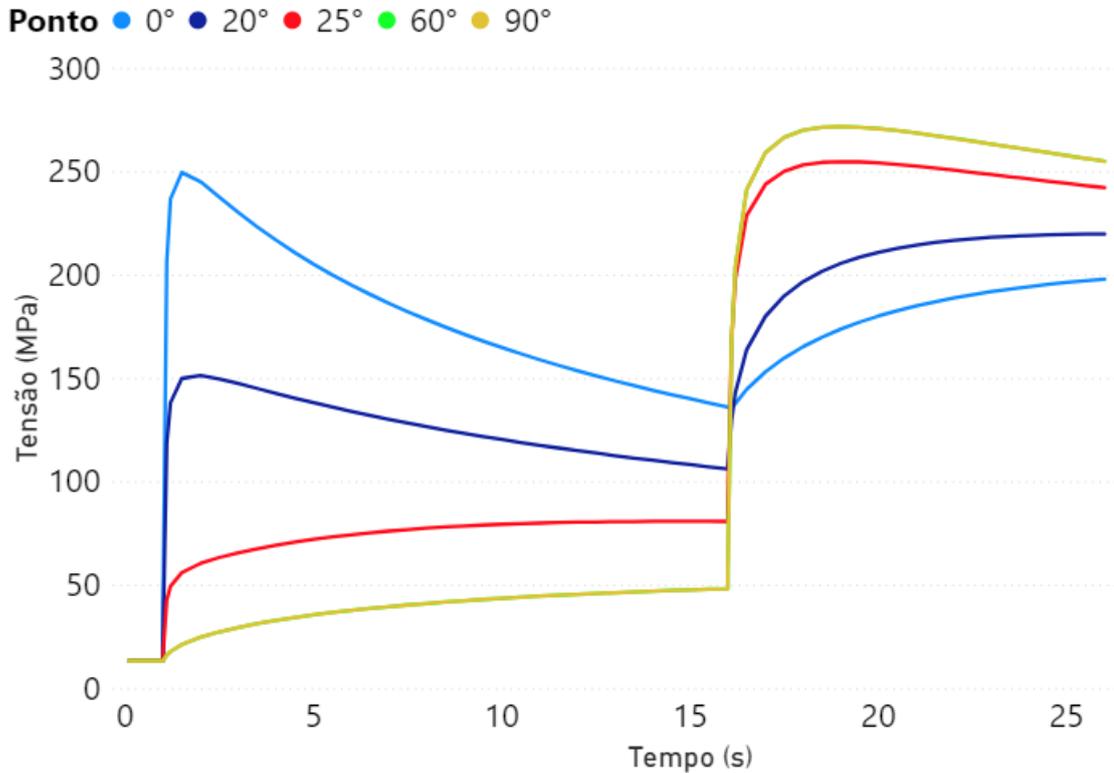


Fonte: O autor (2021)

A Fig. 39 mostra o comportamento da tensão em diferentes locais da superfície interna da geometria. O resultado foi obtido da mesma simulação da Fig. 37. O ponto de 0° fica na extremidade do arco de circunferência que entra em contato com o alumínio primeiro em $t = 1s$, e o ponto de 90° fica na extremidade oposta do arco que só entra em contato com o alumínio em $t = 16s$. No gráfico não é possível observar a curva de 60° pois esta é quase idêntica à curva de 90° . No instante $t = 1s$, o arco entre 0° e 20° entra em contato com o alumínio representando o vazamento para o cadinho. Nesse momento se observa uma variação brusca na tensão do ponto

de 0° e do ponto de 20° causado pelo gradiente de temperatura, com a variação sendo mais severa em 0° . A região que ainda está em convecção com o ar sofre apenas a reação elástica causada pela contração de uma parte do objeto, como pode ser visto nas curvas de 25° , 60° e 90° .

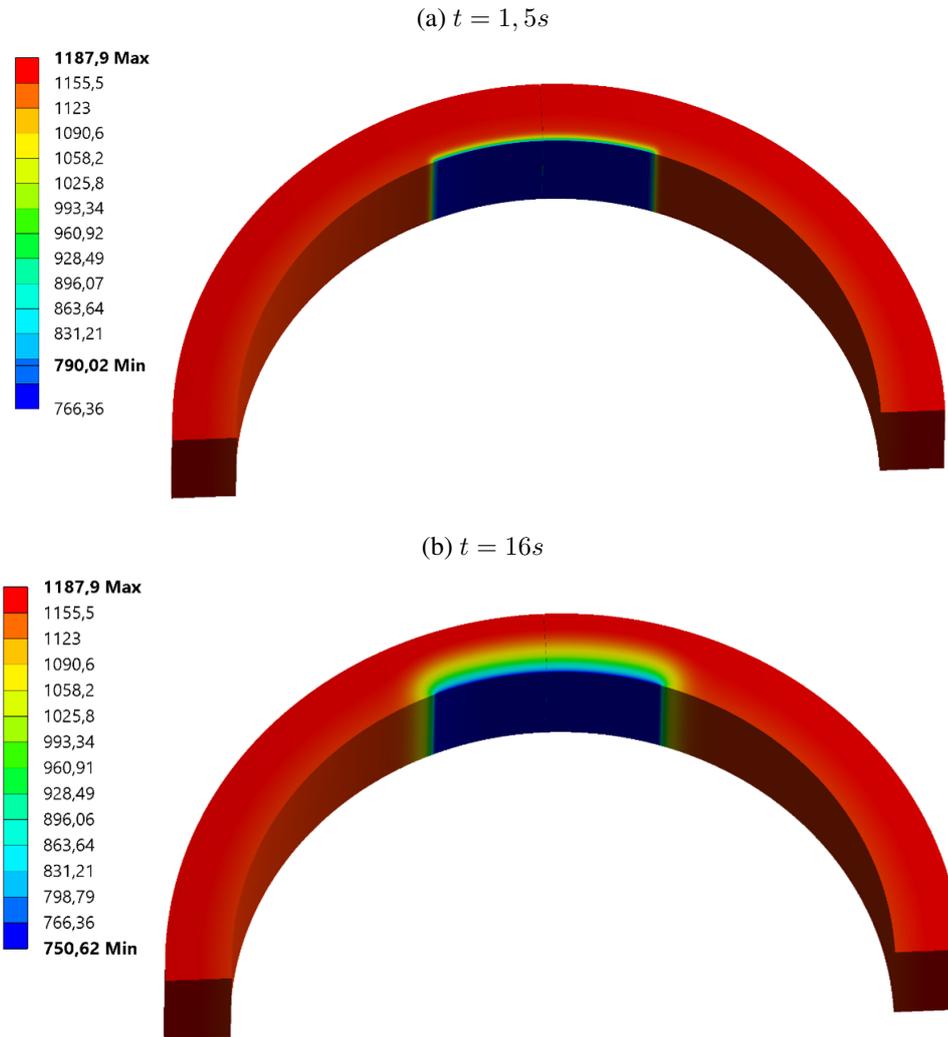
Figura 39 – Tensão em diferentes pontos ao longo do tempo.



Fonte: O autor (2021)

A partir de $t = 1,5s$ as tensões em 0° e 20° começam a diminuir. À medida que a vizinhança do arco entre 0° e 20° perde calor, o gradiente próximo a superfície é continuamente reduzido (Fig. 40), desse modo a tensão nessa região também reduz. Para as curvas de 25° , 60° e 90° não se observa diminuição da tensão, pelo contrário, a tensão continua a crescer lentamente. Isto acontece pois a medida que o material se resfria localmente, uma região cada vez mais abrangente se contrai, tensionando todo o restante do objeto mesmo em regiões afastadas onde ainda ocorreu mudanças de temperatura, como no ponto de 90° por exemplo (Fig. 41). Em $t = 16s$ toda a cavidade está preenchida com alumínio, ocorrendo um segundo choque no material, desta vez causado pelo contato das regiões de elevada temperatura restantes na superfície com o metal. Nas curvas de 25° , 60° e 90° se observa a resposta rápida à nova condição de contorno. As curvas de 0° e 20° apresentam crescimento mais moderado desta vez, estas regiões já estão em uma temperatura próxima à do metal e por isso não sofrem choque térmico. Porém, estas regiões estão susceptíveis à contração térmica de todo o restante do corpo, tensionando novamente o local.

Figura 40 – Distribuição de temperatura.

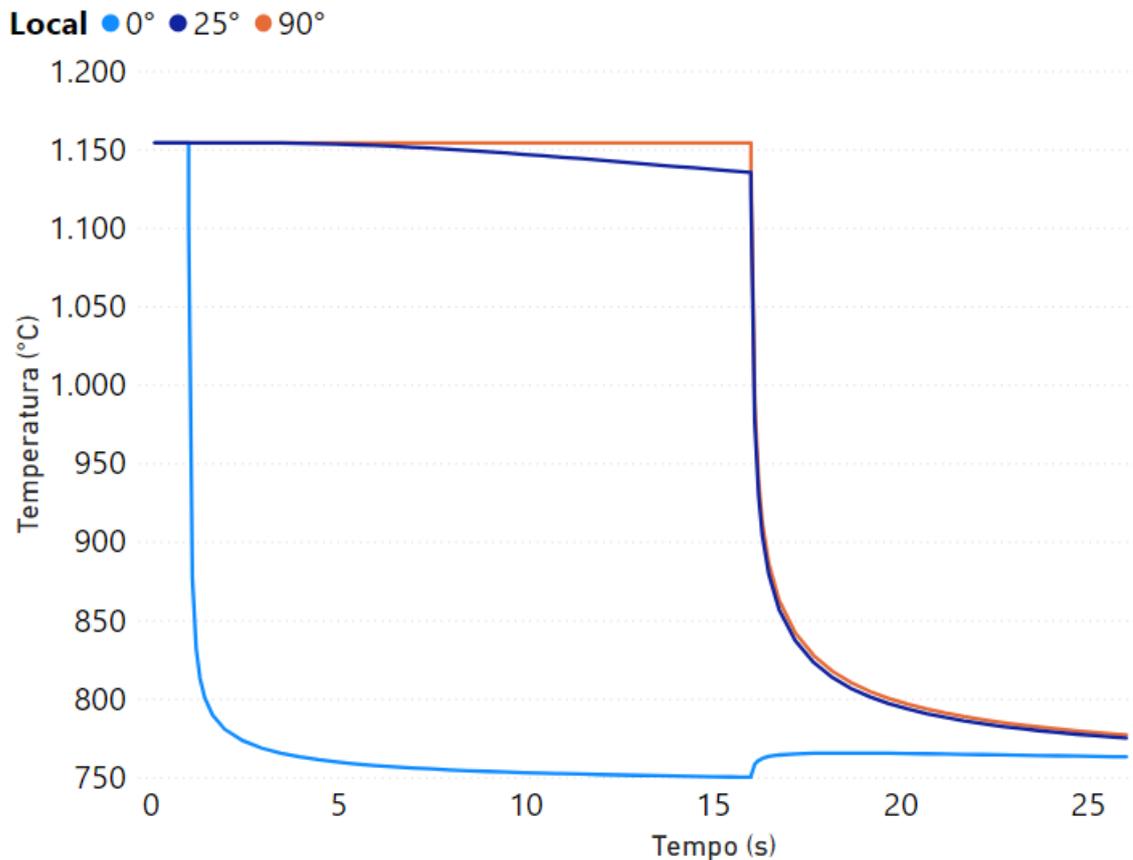


Fonte: O autor (2021)

A discussão realizada na simulação em regime permanente sobre uma provável superestimação dos valores de tensão também se aplica a simulação em regime transiente. No caso transiente há mais uma fonte de incerteza: o calor específico, que aqui foi considerado constante independente da temperatura. Se espera que o calor específico varie com a variação da temperatura do material.

Ainda sobre o resultado exibido na Fig. 39, a curva de 0° atinge seu máximo de tensão variando de $4,5MPa$ a $83,3MPa$ em um intervalo de meio segundo. Em $t = 2s$, a variação de tensão para 20° é de $46MPa$, quase metade da variação de tensão em 0° . A variação de tensão em 90° nesse instante é mínima. Em $t = 16s$ ocorre um novo choque, a curva de 90° alcança sua maior variação de tensão que é $74,5MPa$ em um intervalo de três segundos após o segundo choque. Embora o valor absoluto da tensão em 90° supere o valor observado em 0° ($90,6MPa$ contra $83,3MPa$), a variação de tensão em 0° é maior e ocorre em um tempo 6 vezes mais curto. O resultado da Fig. 21, portanto, sugere que o choque térmico em 0° pode ser mais crítico do

Figura 41 – Variação de temperatura em diferentes pontos com o tempo.



Fonte: O autor (2021)

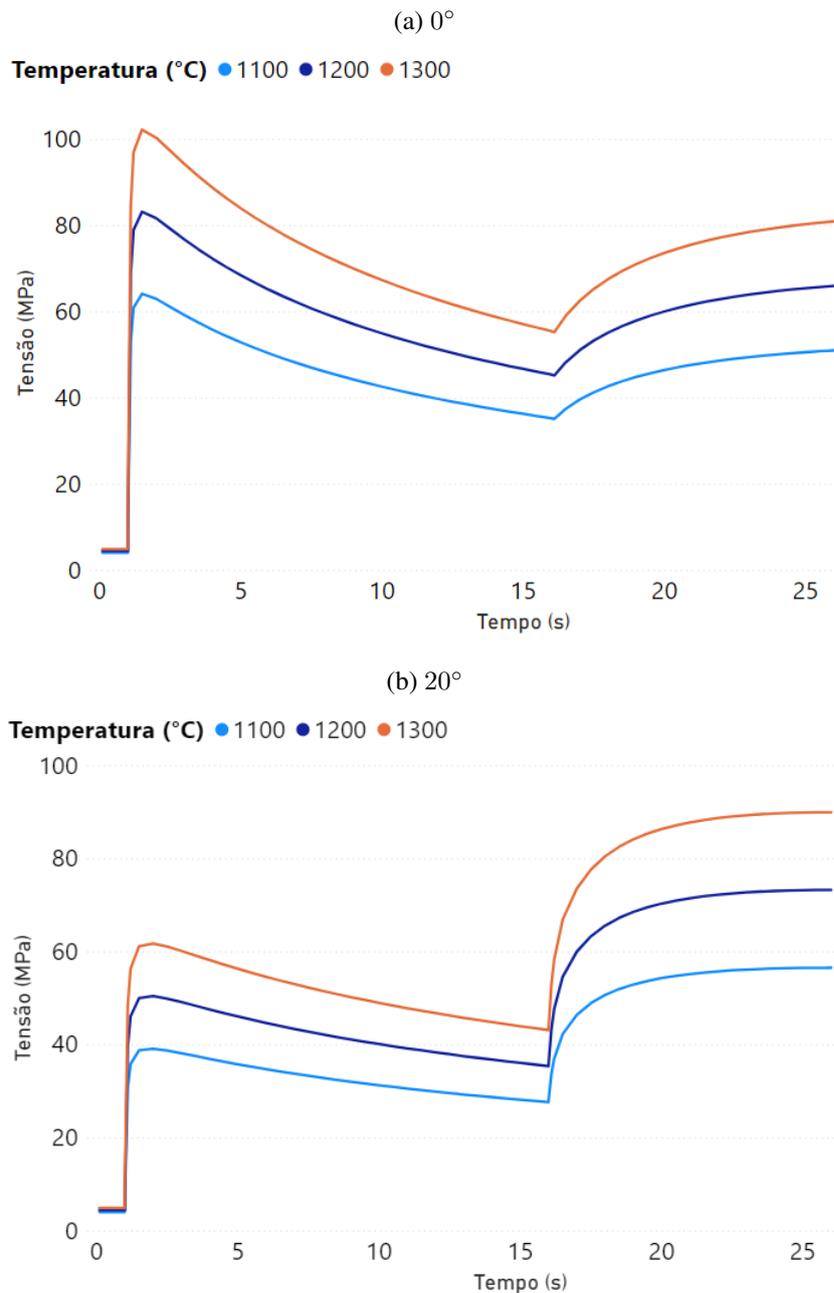
que em 90°.

No intervalo necessário para a tensão em 90° atingir sua máxima variação, em 20° se observa uma variação de tensão de 33,1 MPa. Embora não seja tão severo quanto ocorre em 0° e 90°, é o segundo choque sofrido, enquanto que nos outros pontos só se observa uma única grande variação. A repetição de dois choques, mesmo que em menor intensidade, pode fazer do ponto de 20° um ponto crítico.

A Fig. 42 mostra a variação de tensão para diferentes temperaturas na câmara de combustão. Nota-se que quanto maior a temperatura da câmara de combustão maior será a intensidade do choque térmico, pois maior será a diferença de temperatura entre a superfície interna e o metal.

Na Fig. 43a é exposto o efeito da variação da espessura da parede do objeto sob as tensões em 0° durante o choque térmico. A temperatura da câmara de combustão foi fixada em 1200°C. Nota-se que quanto mais espesso é o corpo, maiores são as tensões envolvidas. A diferença das tensões entre objetos com diferentes espessuras se amplia à medida que as tensões decrescem, de modo que a tensão máxima de cada curva não difere bastante de acordo com a espessura. Porém, nos objetos com menor espessura, o gradiente de temperatura da vizinhança

Figura 42 – Variação da tensão pela temperatura dos gases de combustão ao longo do tempo.



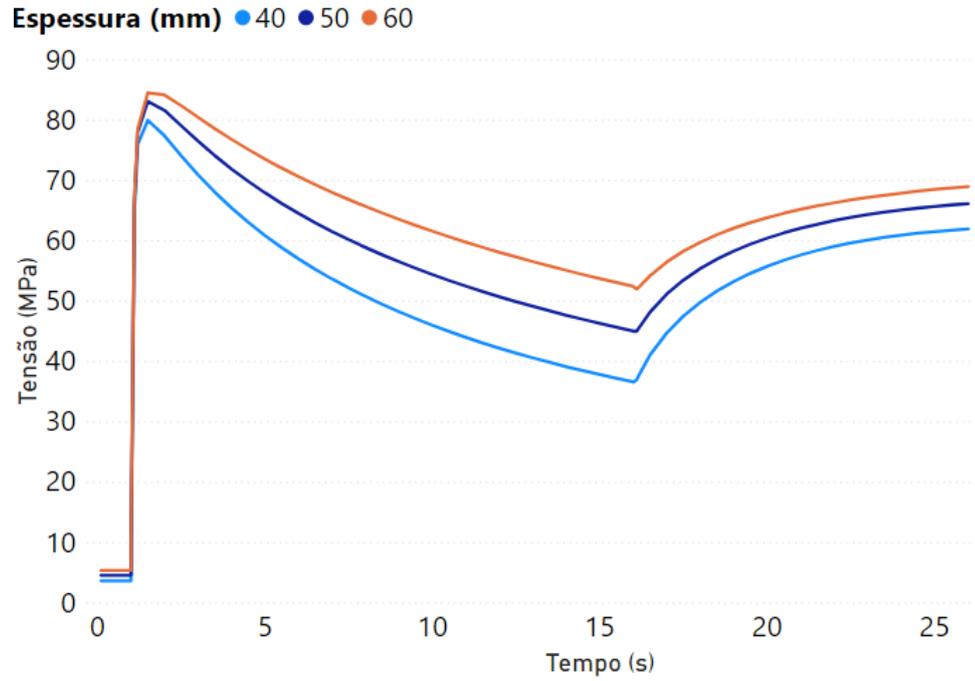
Fonte: O autor (2021)

da região em contato com o metal se reduz rapidamente, por esse motivo as curvas no gráfico se distanciam com o passar do tempo. O mesmo efeito ocorre com a diminuição do diâmetro do objeto, mantendo a razão espessura/diâmetro inalterada (Fig. 43b).

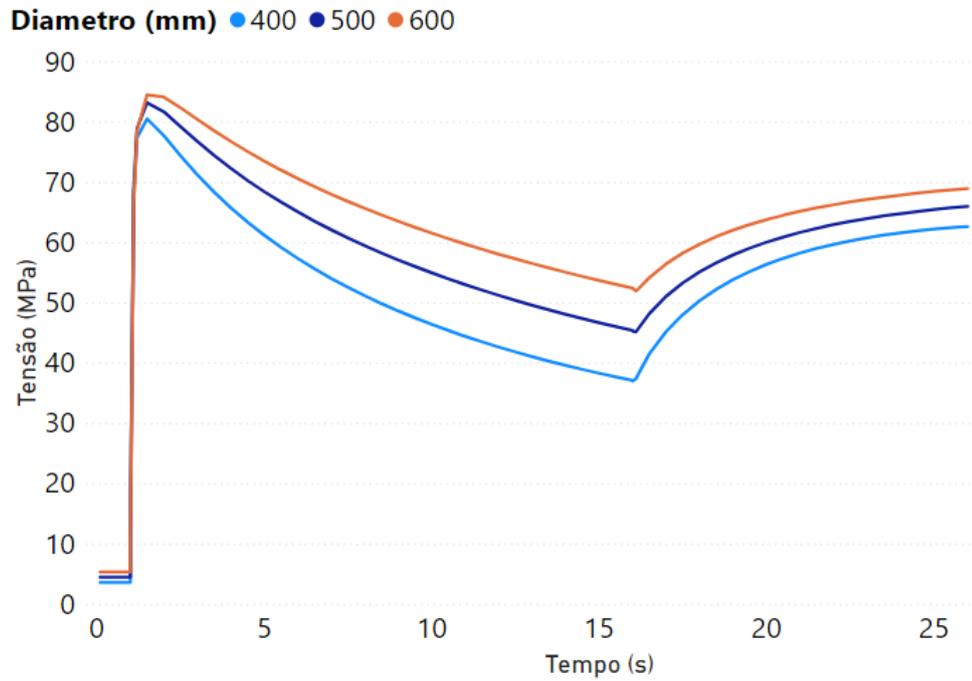
Por fim, também foi avaliado o efeito do intervalo entre os choques térmicos (Fig. 44). Não observou-se nenhuma diferença significativa de temperatura, apenas uma sutil redução nas regiões próximas à área do primeiro choque, como por exemplo em 25° devido a uma leve diminuição de temperatura no local antes do segundo choque ocorrer.

Figura 43 – Variação da tensão pela variação da geometria ao longo do tempo

(a) Fixando o diâmetro em 600mm e variando a espessura

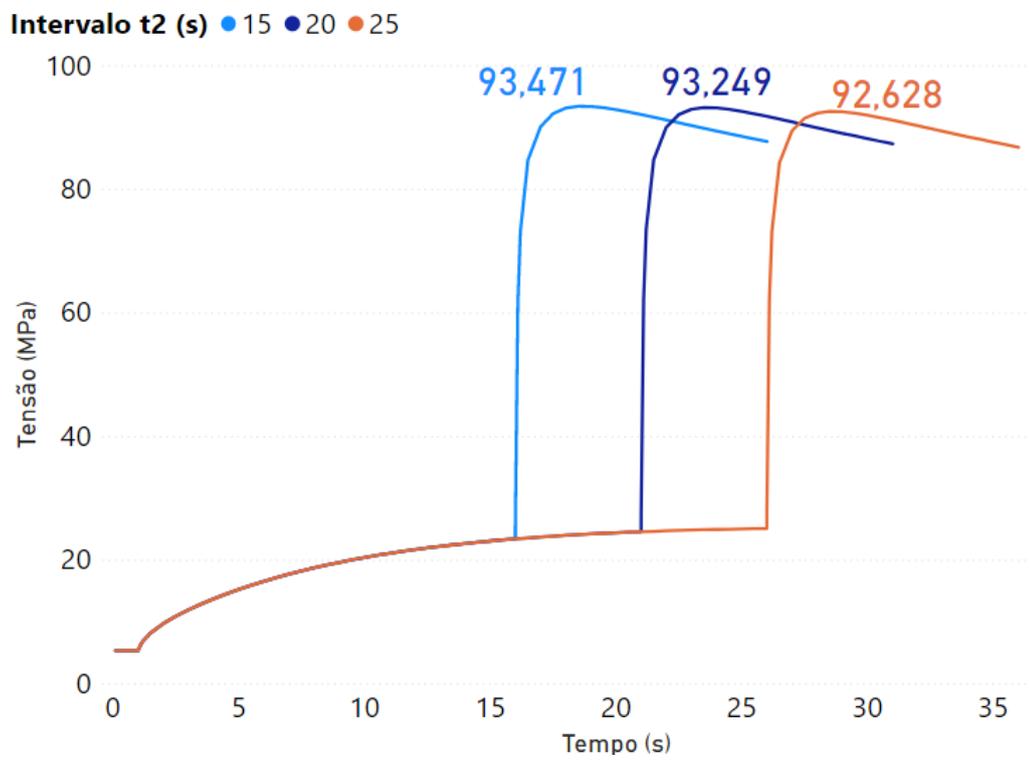


(b) Variando o diâmetro e a espessura proporcionalmente



Fonte: O autor (2021)

Figura 44 – Tensão ao longo do tempo em 25° para diferentes tempos de vazamento.



Fonte: O autor (2021)

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, realizaram-se simulações das tensões causadas por gradientes de temperatura em regime permanente e transiente. O modelo simplificado mostrou limitações ao prever as tensões presentes no objeto, contudo, algumas tendências puderam ser observadas. A principal delas em regime permanente é o acréscimo das tensões abaixo da calha de entrada do cadinho com o posicionamento de um apoio nesta região. As simulações também mostraram aumento da tensão na Região 1 com o aumento da rigidez lateral e superior na montagem do equipamento. Foi observado que as tensões também aumentam com o acréscimo da temperatura na câmara de combustão. Simulando o modelo em escalas distintas, observou-se que para as mesmas condições de contorno, cadinho de dimensões menores estão sujeitos a tensões menores. Fato que justifica o maior número de falhas nos cadinhos maiores observado na pesquisa documental dos registros de manutenção.

As simulações em regime transiente mostraram a resposta do modelo sob condições de choque térmico. Locais distintos do corpo estão sujeitos a choques em momentos distintos da simulação, com alguns destes locais sofrendo o choque nas duas ocasiões. Uma das ocasiões é devido à diferença de temperatura com o metal, a outra ocasião é devido à contração de grandes porções do objeto ao entrar em contato com o metal. Foi observado o aumento das tensões com o acréscimo da temperatura na câmara de combustão, e também com as dimensões do objeto.

Apesar das limitações do modelo, as simulações em regime permanente e transiente mostraram que a diferença de dimensão e a maneira como o cadinho é apoiado no forno podem estar relacionadas com a diferença de vida útil dos dois tipos de cadinhos usados na fábrica.

Para aprimoramento do modelo a fim de obter resultados mais objetivos, outros trabalhos poderão complementar o presente estudo como:

1. Obter as propriedades do material em função da temperatura.
2. Realizar experimentos para definição das condições de contorno e validação do modelo.
3. Modelar o escoamento isotérmico dos gases na câmara de combustão para se identificar variações no aquecimento do cadinho ao longo da superfície externa.
4. Realizar simulação de escoamento através do meio poroso.
5. Avaliar o efeito da gravidade nas tensões presentes no cadinho.
6. Realizar simulações considerando transferência de calor por radiação na cavidade do cadinho.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, L. **Fracture Mechanics, Fundamentals and applications**. 3a. ed. [S.l.]: Taylor Francis, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 42.
- ANDREEV, K. et al. Compressive fatigue behaviour of refractories with carbonaceous binders. **Journal of the European Ceramic Society**, Elsevier BV, v. 34, n. 2, p. 523–531, fev. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2013.08.011>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 45.
- ANDREEV, K. et al. Role of fatigue in damage development of refractories under thermal shock loads of different intensity. **Ceramics International**, Elsevier BV, v. 46, n. 13, p. 20707–20716, set. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.04.235>>. Citado na página 45.
- ANDREEV, K. et al. Correlation of damage after first cycle with overall fatigue resistance of refractory castable concrete. **Construction and Building Materials**, Elsevier BV, v. 206, p. 531–539, maio 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.02.069>>. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- ANSYS, INC. **ANSYS Mechanical APDL Theory Reference: Release 15.0**. [S.l.], 2013. Citado 3 vezes nas páginas 31, 53 e 60.
- ARGYROPOULOS, S. A.; MIKROVAS, A. C. An experimental investigation on natural and forced convection in liquid metals. **International journal of heat and mass transfer**, Elsevier, v. 39, n. 3, p. 547–561, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 61.
- ARGYROPOULOS, S. A.; MIKROVAS, A. C.; DOUTRE, D. A. Dimensionless correlations for forced convection in liquid metals: Part i. single-phase flow. **Metallurgical and Materials Transactions B**, Springer, v. 32, n. 2, p. 239–246, 2001. Citado na página 61.
- BAHLOUL, O. et al. Young's modulus evolution at high temperature of SiC refractory castables. **Journal of Materials Science**, Springer Science and Business Media LLC, v. 45, n. 13, p. 3652–3660, mar. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10853-010-4410-y>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- BEER, F. P. et al. **Mecânica dos materiais**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- BERGMAN, T. L. et al. **Fundamentals of heat and mass transfer**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado 8 vezes nas páginas 21, 22, 24, 25, 26, 28, 29 e 32.
- DAMHOF, F.; BREKELMANS, W.; GEERS, M. Predictive fem simulation of thermal shock damage in the refractory lining of steelmaking installations. **Journal of Materials Processing Technology**, Elsevier, v. 211, n. 12, p. 2091–2105, 2011. Citado na página 20.
- EASTER, G. J. Carbon bonded silicon carbide crucibles offer outstanding advantages. **JOM**, Springer Science and Business Media LLC, v. 7, n. 7, p. 805–810, jul. 1955. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf03377572>>. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 49.
- FEDERER, J. Alumina base coatings for protection of sic ceramics. **J. Materials Engineering**, v. 12, n. 2, p. 141–149, 1990. Citado na página 46.

- VESUVIUS CRUCIBLE COMPANY. M. K. Fishler e D. B. Hoggard. **Carbon Bonded Refractory Bodies**. 1989. US 4871698. Disponível em: <<https://patents.google.com/patent/US4871698>>. Citado na página 46.
- GALLET-DONCIEUX, A. et al. Investigations of SiC aggregates oxidation: Influence on SiC castables refractories life time at high temperature. **Journal of the European Ceramic Society**, Elsevier BV, v. 32, n. 4, p. 737–743, abr. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2011.10.044>>. Citado na página 46.
- GÖRNER, H. **Removal of dissolved elements in aluminium by filtration**. Tese (Doutorado) — Norwegian University of Science and Technology, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 17, 46 e 47.
- GRIFFITH, A. VI. the phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character**, The Royal Society, v. 221, n. 582-593, p. 163–198, jan. 1921. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>>. Citado na página 42.
- HASSELMAN, D. P. H. Griffith criterion and thermal shock resistance of single-phase versus multiphase brittle ceramics. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley, v. 52, n. 5, p. 288–289, maio 1969. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1969.tb09188.x>>. Citado na página 19.
- HASSELMAN, D. P. H. Unified theory of thermal shock fracture initiation and crack propagation in brittle ceramics. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley, v. 52, n. 11, p. 600–604, nov. 1969. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1969.tb15848.x>>. Citado 6 vezes nas páginas 19, 41, 42, 43, 44 e 65.
- HUANG, J. et al. Elimination of edge cracks and centerline segregation of twin-roll cast aluminum strip by ultrasonic melt treatment. **Journal of Materials Research and Technology**, Elsevier, v. 9, n. 3, p. 5034–5044, 2020. Citado na página 47.
- INDIAN STANDARD. **IS 12847 : 1997**: Carbon bonded silicon carbide crucibles — especification. New Delhi, 1997. 8 p. Citado na página 46.
- IRWIN, G. Fracture dynamics, fracturing of metals. American Society for Metals, v. 221, p. 147–166, 1948. Citado na página 42.
- IZHEVSKYI, V. A. et al. Review article: silicon carbide. structure, properties and processing. **Cerâmica**, FapUNIFESP (SciELO), v. 46, n. 297, p. 4–13, mar. 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/s0366-69132000000100002>>. Citado na página 17.
- JACOB, F.; TED, B. **A first course in finite elements**. [S.l.]: Wiley, 2007. Citado na página 32.
- KIM, T. T. et al. Simultaneous fatigue and combustion exposure of a SiC/SiC ceramic matrix composite. **Journal of Composite Materials**, SAGE Publications, v. 44, n. 25, p. 2991–3016, set. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0021998310373519>>. Citado na página 20.
- KINGERY, W. D. Factors affecting thermal stress resistance of ceramic materials. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley, v. 38, n. 1, p. 3–15, jan. 1955. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1955.tb14545.x>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 42.
- LEE, W. Refractories. In: **Comprehensive Composite Materials**. Elsevier, 2000. p. 363–385. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/b0-08-042993-9/00099-1>>. Citado na página 44.

LI, K. et al. Normalized evaluation of thermal shock resistance for ceramic materials. **Journal of Advanced Ceramics**, Springer Science and Business Media LLC, v. 3, n. 3, p. 250–258, set. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40145-014-0118-9>>. Citado na página 19.

LUO, Y. et al. Research on thermal shock resistance of porous refractory material by strain-life fatigue approach. **Ceramics International**, Elsevier BV, v. 46, n. 10, p. 14884–14893, jul. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.03.015>>. Citado na página 18.

MERZOUKI, T.; BLOND, E.; SCHMITT, N. Numerical study of the effects of refractory lining geometries on the swelling induced by oxidation. **Finite Elements in Analysis and Design**, Elsevier, v. 108, p. 66–80, 2016. Citado na página 49.

MULLINGER, P.; JENKINS, B. **Industrial and Process Furnaces**. 1a. ed. [S.l.]: Elsevier, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 40.

NIECKELE, A. O.; NACCACHE, M. n. F.; GOMES, M. S. Numerical modeling of an industrial aluminum melting furnace. **J. Energy Resour. Technol.**, v. 126, n. 1, p. 72–81, 2004. Citado na página 40.

PAPATHANASIOU, T. K.; CORSO, F. D.; PICCOLROAZ, A. Thermo-mechanical response fem simulation of ceramic refractories undergoing severe temperature variations. **Journal of the European Ceramic Society**, Elsevier, v. 36, n. 9, p. 2329–2340, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 56.

PARIS, P.; GOMEZ, M.; ANDERSON, W. A rational analytic theory of fatigue, the trend. **Engineering**, n. 13, p. 9, 1961. Citado na página 20.

REDDY, J. N. **Introduction to the finite element method**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2019. Citado na página 34.

REDDY, J. N.; GARTLING, D. K. **The finite element method in heat transfer and fluid dynamics**. [S.l.]: CRC press, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

SANTIAGO, F. et al. Computer analysis of a methane fired crucible furnace. **Open Journal of Applied Sciences**, Scientific Research Publishing, v. 8, n. 6, p. 203–210, 2018. Citado na página 41.

SHE, J.; OHJI, T.; DENG, Z.-Y. Thermal shock behavior of porous silicon carbide ceramics. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley, v. 85, n. 8, p. 2125–2127, ago. 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.2002.tb00418.x>>. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.

SISMANIS, P. G.; ARGYROPOULOS, S. A. Convective heat-transfer measurements in liquid metals under different fluid flow conditions. **Metallurgical Transactions B**, Springer, v. 19, n. 6, p. 859, 1988. Citado na página 61.

SOARES, F.; ITURRIOZ, I. Simulação da propagação subcrítica de fissuras em materiais quase frágeis aplicando uma versão do método de elementos discretos formados por barras. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, Scipedia, S.L., v. 32, n. 3, p. 153–162, jul. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rimni.2015.03.001>>. Citado na página 20.

SOBOYEJO, W. O. et al. Investigation of thermal shock in a high-temperature refractory ceramic: A fracture mechanics approach. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley, v. 84, n. 6, p. 1309–1314, dez. 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.2001.tb00834.x>>. Citado na página 19.

THE CARBORUNDUM COMPANY. John P. Swentzel. **Bonded Silicon Carbide Refractories**. 1944. US 2364108. Disponível em: <<https://patents.google.com/patent/US2364108A/en?q=us2%2c364%2c108>>. Citado na página 46.

THUMMEN, F.; OLAGNON, C.; GODIN, N. Cyclic fatigue and lifetime of a concrete refractory. **Journal of the European Ceramic Society**, Elsevier BV, v. 26, n. 15, p. 3357–3363, jan. 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2005.11.003>>. Citado na página 20.

ZHANG, W. et al. Investigation of the thermal shock behavior of ceramic using a combination of experimental testing and fe-simulation methods. **Advanced Engineering Materials**, Wiley Online Library, v. 15, n. 6, p. 480–484, 2013. Citado na página 20.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de calor e massa, uma abordagem prática**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 21, 26 e 32.