



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA

JOSÉ VITOR RAMOS DE LIMA

**PROTOTIPAÇÃO DE UMA VERSÃO DIGITAL DO JOGO DO NIM COM BASE NO  
MODELO DE PROCESSO DE SOFTWARE DA ENGENHARIA DIDÁTICO-  
INFORMÁTICA**

Recife  
2023

JOSÉ VITOR RAMOS DE LIMA

**PROTOTIPAÇÃO DE UMA VERSÃO DIGITAL DO JOGO DO NIM COM BASE NO  
MODELO DE PROCESSO DE SOFTWARE DA ENGENHARIA DIDÁTICO-  
INFORMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Franck Gilbert René Bellemain

Recife

2023

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Anaíse de Santana Santos, CRB-4/2329

L732p

Lima, José Vitor Ramos de.

Prototipação de uma versão digital do jogo Nim com base no modelo de processo de software da engenharia didático- informática. / José Vitor Ramos de Lima. – Recife, 2023.

115 f.: il.

Orientador: Franck Gilbert René Bellemain.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2023. Inclui Referências.

1. Jogo do Nim. 2. Jogos combinatórios. 3. Jogos para computador. 4. Engenharia de computador. I. Bellemain, Franck Gilbert René. (Orientador). II. Título.

370 (23. ed.)

UFPE (CE2023-013)

**JOSÉ VITOR RAMOS DE LIMA**

**PROTOTIPAÇÃO DE UMA VERSÃO DIGITAL DO JOGO DO NIM COM BASE NO  
MODELO DE PROCESSO DE SOFTWARE DA ENGENHARIA DIDÁTICO-  
INFORMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 19/01/2023.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Franck Gilbert René Bellemain (Orientador e Presidente)  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Iracema Campos Cusati (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

---

Prof. Dr. Ricardo Tiburcio dos Santos (Examinador Externo)  
Prefeitura do Recife - PCR

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à Dona Luízinha (*In Memoriam*), mulher guerreira e de muita Fé, a qual tive a honra de chamá-la de Vovó.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu bom Deus; a Ele, toda honra, glória e louvor.

À minha mãezinha que, com seu manto sagrado, afastou de mim todo o mal e sempre iluminou meu caminho.

Aos meus pais, José Ramos e Marileide Bezerra, que, mesmo sem entender muito bem o que estava acontecendo, estavam ali para me apoiar, acolher e doar seu precioso tempo, sempre que eu precisava, somente para me ver feliz.

À minha querida tia Mariluce Bezerra, por quem tenho um enorme carinho.

Ao meu orientador, professor Dr. Franck Bellemain, a quem devo toda gratidão pela orientação, dedicação e paciência. Seu incentivo em cada etapa do mestrado fez toda a diferença em minha formação acadêmica e profissional.

À Professora Dra. Paula Baltar, pelas importantes contribuições para a realização desta pesquisa.

Ao professor Dr. Ricardo Tiburcio e à professora Dra. Iracema Campos, pelas importantes contribuições trazidas nas bancas de qualificação e de dissertação desta pesquisa.

Ao professor Dr. Airton Castro, por meio do qual conheci o Jogo do Nim, pelas contribuições relevantes para esta pesquisa.

Aos colegas do grupo de pesquisa Atelier Digitas, em especial a Amanda Rodrigues, Elizabeth Rosendo, Jhonatan Cavalcanti e Tarcísio Rocha, pelas contribuições para esta pesquisa.

Ao professor Dr. Alex Garcia, pelas correções textuais e contribuições para esta pesquisa.

Aos participantes da oficina “Jogo do Nim no *Jamboard*: uma alternativa para o ensino de múltiplos de um número”.

Aos participantes e amigos que conheci através da disciplina “Tecnologia na Educação Matemática” do PRPGEM-UNESPAR.

À minha dupla de orientador, Jhonatan Cavalcanti. Gratidão!!!

Aos amigos da turma de mestrado com quem pude aprender bastante e compartilhar das angústias diárias, Anderson Rodrigo, Diana França, Gabriela Figueiredo, Gleicy Kelly, Helton Rocha, Hugo Gustavo, Jéssica Maria, Jhonatan Cavalcanti e Kariny Michelly.

Ao professor Dr. Filipe Andrade e Daianny Andrade, com quem estudei sobre o Jogo do Nim durante a graduação e de quem sempre tive o incentivo para continuar na trajetória acadêmica.

À professora Dra. Islanita Cecília por todo incentivo em minha formação acadêmica e profissional.

À uma grande amiga que esteve comigo em toda a minha trajetória acadêmica, me incentivando e acreditando em meu potencial: todo o meu reconhecimento a você, Patricia Moura. Sem você essa caminhada seria muito mais árdua.

Às minhas amigas Eduarda Nascimento e Karoline Souza, por sempre acreditarem na minha competência.

Aos amigos Alan Gustavo e Franklin Pachêco, por sempre estarem dispostos a tirar minhas dúvidas e incentivar na pesquisa.

Aos meus amigos José Edielson, Karoline Barbosa e Rivaldo Lopes, por sempre estarem presentes para ouvir meus desabaços diários e celebrar as conquistas.

A todos os professores do EDUMATEC, em especial aos professores Ana Beatriz, Franck Bellemain, Iracema Campos, Jaqueline Aparecida, Patrícia Smith e Paula Baltar.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela concessão de bolsa de estudo durante todo o período de realização deste mestrado.

E a você, leitor, que busca aperfeiçoar seus conhecimentos e tornar suas aulas mais lúdicas por meio de diferentes recursos informáticos.

“Quem confia em Maria nunca ficará desiludido” (DOM BOSCO)

## RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver um protótipo de uma versão digital do Jogo do Nim em sua modalidade com Uma Pilha, alinhado metodologicamente pela Engenharia Didático-Informática (EDI). O Jogo do Nim foi um dos primeiros jogos a ser estudado matematicamente e teve sua primeira publicação produzida por Bouton (1901). Trata-se de um jogo simples por meio do qual podem ser trabalhados diversos conhecimentos matemáticos. Para desenvolver sua versão digital, três objetivos específicos foram estabelecidos: (a) Analisar o Jogo do Nim sob a ótica das Dimensões Epistemológica, Cognitiva, Didática e informática de modo a estabelecer funcionalidades para o protótipo; (b) Realizar a prototipação e a validação da versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, baseadas no modelo de processo de software proposto pela EDI; (c) Identificar as potencialidades e limitações metodológicas da utilização do modelo de processo de software desenvolvido por meio da EDI no Jogo do Nim com Uma Pilha. O percurso metodológico foi realizado a partir dos ciclos “analítico-hipotético” e “hipotético-experimental”, propostos pela EDI, assim como a partir de uma Revisão Sistemática de Literatura relativa à temática do Jogo do Nim. Como resultados desta pesquisa, apresentou-se a caracterização de jogos combinatórios na Educação Matemática apresentando a Teoria dos Jogos Combinatórios com o intuito de reduzir jogos matemáticos ao Nim. Além disso, foi apresentado uma articulação entre a Teoria das Situações Didáticas com os Jogos Combinatórios. Também foi mostrado como resultado o Jogo do Nim digital desenvolvido em duas plataformas – *Scratch* e *Jamboard* – a partir da vivência em uma disciplina do mestrado e da aplicação de uma oficina em um evento científico. Com isso, o modelo de processo de software utilizado, a EDI, possibilitou um percurso metodológico satisfatório para a produção de uma versão digital do Jogo do Nim.

**Palavras-chave:** jogo do nim; jogos combinatórios; jogos digitais; engenharia didático-informática (EDI).

## ABSTRACT

The goal of this contribution was to create a prototype of a methodologically aligned digital version of the One-Pile Game of Nim using didactic-computer engineering (DCE). The Game of Nim was one of the earliest games to be studied mathematically and was first described in a scientific journal by Bouton (1901). It is a simple game that can be used to teach a variety of mathematical concepts. To create the One-Pile Game of Nim's digital version, three specific objectives were set: (a) analyze the Game of Nim from a cognitive, didactic, and epistemological perspective while incorporating informatics to establish functionalities for the prototype; (b) prototype and validate the One-Pile Game of Nim's digital version using the software process model proposed by DCE; and (c) ascertain the methodological potentialities and restrictions of using the software process model created through this project. The "analytic-hypothetical" and "hypothetical-experimental" cycles suggested by DCE, as well as a Systematic Literature Review on the Game of Nim, served as the foundation for the methodology. This research resulted in the presentation of the characterization of Combinatorial Games in Mathematics Education, as well as the Theory of Combinatorial Games in order to reduce mathematical games to Nim. Additionally, an articulation between the Theory of Didactic Situations and Combinatorial Games was presented. The digital Game of Nim developed was also shown as a result on two platforms - *Scratch* and *Jamboard* – based on the experience in a master's discipline and a workshop at a scientific event. Thus, the software process model used, DCE, provided a satisfactory methodological path for the development of a digital version of The Game of Nim.

**Keywords:** game of nim; combinatorial games; digital games; didactic-computer engineering (EDI).

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 –	Jogo <i>Hackenbush</i>	24
Figura 02 –	Jogo <i>Hackenbush</i>	25
Figura 03 –	Jogo <i>Hackenbush</i>	25
Figura 04 –	Jogo <i>Hackenbush</i>	26
Figura 05 –	Jogo <i>Hackenbush</i>	26
Figura 06 –	Posições de P e G	28
Figura 07 –	Três montes com pilhas distintas	31
Figura 08 –	Dois montes com pilhas distintas	32
Figura 09 –	Montes simétricos	32
Figura 10 –	Um monte	32
Figura 11 –	Nenhum monte	33
Figura 12 –	Jogo do Nim com Uma Pilha	34
Figura 13 –	Jogo do Nim com Uma Pilha	34
Figura 14 –	Jogo do Nim com Uma Pilha	35
Figura 15 –	Comparativo entre a Engenharia de Software e a Engenharia Didática	40
Figura 16 –	Modelo de Processo da Engenharia Didático-Informática	42
Figura 17 –	Primeiro ciclo da EDI	43
Figura 18 –	Segundo ciclo da EDI	44
Figura 19 –	Terceiro ciclo da EDI	46
Figura 20 –	Quarto ciclo da EDI	46
Figura 21 –	Possibilidades de jogada com 5 no dado	62
Figura 22 –	Nim Estrela de 6 pontas	63
Figura 23 –	Partida no Nim Estrela de 6 pontas	64
Figura 24 –	Tabuleiro do Jogo da Rainha	65
Figura 25 –	Movimentos da peça no Jogo da Rainha	65
Figura 26 –	Partida no Jogo da Rainha	66
Figura 27 –	Nim Circular ou Nim Corrente	67
Figura 28 –	Partida no Nim Circular ou Nim Corrente	67
Figura 29 –	Jogos de Nim no <i>GeoGebra</i>	73
Figura 30 –	Jogos do Nim no <i>Scratch</i>	75

Figura 31 –	Infográfico do Levantamento de Funcionalidades	76
Figura 32 –	Tarefa 11 proposta pelo professor da disciplina Tecnologia em Educação Matemática	78
Figura 33 –	Tarefa 11 postada no fórum	78
Figura 34 –	Primeira versão do Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Scratch</i>	78
Figura 35 –	Comentário do participante A sobre a primeira versão Uma Pilha no <i>Scratch</i>	79
Figura 36 –	Resposta ao comentário do participante A	79
Figura 37 –	Segunda versão do Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Scratch</i>	80
Figura 38 –	Conversa com o participante A	80
Figura 39 –	Comentário do participante B na conversa entre o autor e participante A	81 82
Figura 40 –	Comentários do participante B e C respectivamente	84
Figura 41 –	Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Jamboard</i>	84
Figura 42 –	Resposta da pergunta 9 do participante F	84
Figura 43 –	Resposta da pergunta 9 do participante E	86
Figura 44 –	Resposta da pergunta 9 do participante I	87
Figura 45 –	Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Scratch</i> 2.0	87
Figura 46 –	Guia Prático - Jogo do Nim Espacial	87
Figura 47 –	Interface do Jogo do Nim Espacial	87
Figura 48 –	Interface do Jogo do Nim Espacial	88
Figura 49 –	Jogo do Nim no <i>GeoGebra</i>	90
Figura 50 –	Interface inicial do Jogo do Nim com Uma Pilha para o <i>Jamboard</i>	92

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01 –	Exemplo de partida do jogo <i>Corrida ao 20</i>	22
Quadro 02 –	Mapeando o <i>Corrida ao 20</i>	29
Quadro 03 –	Mapeamento completo do <i>Corrida ao 20</i>	29
Quadro 04 –	Mapeando a versão com Uma Pilha	36
Quadro 05 –	Mapeamento da versão com Uma Pilha; trio numérico (S = {1, 2, 3})	36
Quadro 06 –	Direcionamento para análises prévias	51
Quadro 07 –	Direcionamentos para o levantamento de requisito	52
Quadro 08 –	Quantitativo de dissertações e teses encontradas que se relacionam com o Jogo do Nim	56
Quadro 09 –	Trabalhos encontrados por categoria	57
Quadro 10 –	Equipe transdisciplinar	59
Quadro 11 –	Mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}	69
Quadro 12 –	Mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}	69
Quadro 13 –	Mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}	70
Quadro 14 –	Mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}	70
Quadro 15 –	Mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}	71
Quadro 16 –	Jogo do Nim no <i>GeoGebra</i>	74

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA	18
1.2	OBJETIVO GERAL	18
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
1.4	ESTRUTURA DO TEXTO	19
<b>2</b>	<b>JOGOS COMBINATÓRIOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b>	<b>21</b>
2.1	TEORIA DOS JOGOS COMBINATÓRIOS	23
2.2	POSIÇÕES G E POSIÇÕES P EM JOGOS COMBINATÓRIOS IMPARCIAIS	27
2.3	JOGO DO NIM	30
<b>2.3.1</b>	<b>Jogo do Nim com Uma Pilha</b>	<b>33</b>
2.4	SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS ARTICULAÇÕES COM OS JOGOS COMBINATÓRIOS	36
<b>3</b>	<b>PRESSUPOSTOS DA ENGENHARIA DIDÁTICO- INFORMÁTICA: UMA ESTRATÉGIA METODOLÓGICA</b>	<b>39</b>
3.1	PRIMEIRO CICLO DA EDI	42
3.2	SEGUNDO CICLO DA EDI	44
3.3	TERCEIRO CICLO DA EDI	45
3.4	QUARTO CICLO DA EDI	46
<b>4</b>	<b>PERCURSO METODOLÓGICO</b>	<b>48</b>
4.1	REVISÃO DE LITERATURA SISTEMÁTICA	48
4.2	CICLO ANALÍTICO-HIPOTÉTICO	50
4.3	CICLO HIPOTÉTICO-EXPERIMENTAL	53
<b>5</b>	<b>OPERACIONALIZAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICO- INFORMÁTICA</b>	<b>56</b>
5.1	REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE O JOGO DO NIM	56
5.2	ESPECIFICAÇÃO DA EDI	58
5.3	COMPOSIÇÃO DA EQUIPE TRANSDISCIPLINAR	59
5.4	ANÁLISES PRÉVIAS	60
<b>5.4.1</b>	<b>Sistematização das formas de apresentação do Jogo do Nim</b>	<b>60</b>

5.4.2	<b>Nim com Dados</b>	<b>62</b>
5.4.3	<b>Nim com Estrela de 6 pontas</b>	<b>63</b>
5.4.4	<b>Jogo da Rainha</b>	<b>64</b>
5.4.5	<b>Nim Circular ou Nim Corrente</b>	<b>66</b>
5.4.6	<b>Finalidades educacionais do Jogo do Nim</b>	<b>68</b>
5.4.6.1	Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente	68
5.4.6.2	Mapear possibilidades	69
<b>6</b>	<b>PROTÓTIPOS DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA</b>	<b>72</b>
6.1	LEVANTAMENTO DE FUNCIONALIDADES E CONCEPÇÃO E ANÁLISE <i>A PRIORI</i>	72
6.2	PROTÓTIPO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO <i>SCRATCH</i>	77
6.3	PROTÓTIPO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO <i>JAMBOARD</i>	82
6.4	REFORMULAÇÃO DOS PROTÓTIPOS DESENVOLVIDOS À LUZ DA EDI	85
6.4.1	Reformulação do Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Scratch</i>	85
6.4.2	Reformulação do Jogo do Nim com Uma Pilha no <i>Jamboard</i>	86
<b>7</b>	<b>CONTRIBUIÇÕES DE UM MODELO DE PROCESSO DE SOFTWARE PARA CONCEPÇÃO DE JOGOS DIGITAIS</b>	<b>89</b>
<b>8</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>94</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>98</b>
	<b>APÊNDICE A – SISTEMATIZAÇÃO DAS FORMAS DE APRESENTAÇÃO DO JOGO DO NIM</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO</b>	<b>106</b>
	<b>APÊNDICE C – GUIA PRÁTICO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO <i>JAMBOARD</i></b>	<b>109</b>
	<b>APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO ATRAVÉS DO FORMULÁRIO GOOGLE</b>	<b>115</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A palavra “jogo” possui uma série de significados: pode ser pensada no sentido de brincadeira, de um jogo de futebol, de um campeonato de jogos escolares... São muitas possibilidades. Apesar de todos os tipos de jogos apresentarem algumas características em comum, como ter um objetivo, apresentar algum desafio, possuir regras e interatividade, definir “jogo”, não é algo tão simples.

Os jogos, para Boller e Kapp (2018), vão desde os habituais jogos de cartas (como o “truco”), tabuleiros (como do “banco imobiliário”), *smartphones* (como o “Free Fire”), até aqueles de categorias mais complexas, como os de *console* e de computador.

No momento pandêmico pelo qual estamos passando (2020-2022), os jogos digitais tiveram seu uso ampliado em ambientes diversos, seja por crianças, seja por adultos, inclusive em salas de aula por professores, visto que se tornaram uma alternativa para o ensino e aprendizagem de conteúdos escolares. Para Moran, Masetto e Behrens (2017), nesta geração os jogos digitais estarão presentes como atividades indispensáveis de aprendizagem, sejam eles colaborativos, individuais, de competição ou de estratégia.

Os jogos educacionais (analógicos ou digitais) são considerados recursos didáticos que favorecem, quando bem empregados, a compreensão e utilização de noções matemáticas. Também são um meio atrativo e criativo na busca de estratégias e soluções de problemas, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes, como afirmam os documentos curriculares (BRASIL, 2018; BRASIL, 1988; PERNAMBUCO, 2012)

Dessa maneira, a utilização de jogos no ensino de matemática destaca-se entre as tendências metodológicas na Educação Matemática pelo fato de serem considerados uma alternativa que quebra a ideia de uma matemática impossível de se compreender (SANTOS, 2014). Com isso, o jogo matemático pode ser um grande influenciador no processo de ensino e aprendizagem do estudante, muitas vezes não apenas para compreender algum determinado conteúdo, como também para estimular o raciocínio das crianças (GITIRANA, 2013).

Ainda de acordo com Santos (2014), o estudante se sente desafiado quando aparecem problemas em um jogo, pois ele cria estratégias para solucioná-los por meio

de tentativas e erros. Nesse sentido, um jogo que é bastante conhecido por tentativas e erros é o Jogo do Nim.

Na literatura existem vários trabalhos sobre o Jogo do Nim, os quais se relacionam com a Educação Matemática e/ou com a Matemática Pura, a depender dos seus objetivos. Essa relação acontece pois o jogo possui uma estrutura matemática que permite a elaboração de estratégias para se vencer, auxiliando na construção do raciocínio lógico e, também, de conceitos matemáticos, tais como: múltiplos, divisores, critérios de divisibilidade e algoritmo de Euclides (mais conhecido como divisão com resto). Esses conceitos foram abordados nos trabalhos de Welter (2016), Torres (2017), Moreira (2014), e Vieira *et al.* (2016).

Ressalta-se a relevância dada nesses estudos à inserção dos jogos na educação básica, especialmente o Jogo do Nim, por ser uma alternativa pedagógica para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos citados bem como para o desenvolvimento do pensamento científico. Porém, tais trabalhos não apresentam relação com a competência proposta na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a qual diz que o professor, como mediador do conhecimento, deve estimular a investigação pelos estudantes para o estabelecimento de possíveis conjecturas em diferentes conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, os estudantes ao investigarem o Jogo do Nim sob orientações do professor podem se familiarizar com tal competência e ter o estímulo de investigação para a busca de padrões.

Grande parte dos trabalhos desenvolvidos com o Jogo do Nim utiliza a versão do jogo com Uma Pilha (também conhecida por versão simples; um monte), pois além de ser mais simples de jogar, pode-se trabalhar conteúdos e conhecimentos matemáticos. Nos estudos de Pessoa *et al.* (2013), Carvalho (2013) e Ferguson (2014), as regras do Jogo do Nim com Uma Pilha são assim descritas:

1) Participação de dois jogadores ou duas equipes; 2) A quantidade de peças é arbitrária e finita; 3) Um trio numérico entre os jogadores é estabelecido; e 4) As jogadas são alternadas e ganha o jogador que efetuar a última jogada válida.

A quantidade de peças é determinada pelos jogadores; basta apenas ser uma quantidade finita. O trio numérico também é estabelecido por eles, sendo esse trio as três possibilidades de quantidade de peças que poderão ser removidas da pilha.

Por exemplo, no caso em que o conjunto numérico é  $\{1,2,3\}$ , vistos nos trabalhos de Welter (2016) e Carvalho (2013), podemos levantar alguns questionamentos: se alterarmos esses valores, a estratégia para vencer permanecerá

a mesma? E caso mude, qual é a relação que podemos estabelecer entre o conjunto numérico e a estratégia para se vencer? Esses questionamentos podem ser dirigidos para aos estudantes no ensino básico, visando estabelecer, por meio da investigação, a busca por padrões desencadeando a construção de conceitos matemáticos (COSTA; ANDRADE; LIMA, 2021).

Em relação as tecnologias educacionais, por vezes os docentes não as utilizam em sala de aula, em virtude da escassez de recursos ou da formação adequada. Apesar disso, há pesquisas em diferentes realidades escolares que mostram a tecnologia como um instrumento que pode contribuir grandiosamente para a aquisição de conhecimentos (BITTAR; GUIMARÃES; VASCONCELLOS, 2008).

As tecnologias ditas como gratuitas, colaborativas e fáceis, segundo Moran, Masetto e Behrens (2017, p. 33), devem fazer parte do “projeto pedagógico da instituição para serem incorporadas como parte integrante da proposta de cada série, curso ou área de conhecimento”. Partindo dessa linha de pensamento, há um grupo de pesquisa vinculado ao Centro de Artes e Comunicação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE e ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC) que contribuiu para o desenvolvimento desta pesquisa chamado “Atelier Digitas”, que tem como foco a concepção, o desenvolvimento e a validação de ferramentas informáticas para a organização e gestão de situações de ensino.

Esse grupo de pesquisa, formado por pesquisadores de diferentes instituições nacionais e internacionais das áreas de Educação Matemática, Expressão Gráfica e Educação Tecnológica, tem o intuito de articular conhecimentos de educação, informática e ensino de conteúdos, com uma perspectiva transdisciplinar.

O aporte metodológico para o desenvolvimento desta pesquisa está alinhado a Engenharia Didático-Informática (EDI), desenvolvida com o propósito de dar suporte à Engenharia de Softwares Educativos, com articulação à Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996). Segundo Bellemain, Ramos e Santos (2015), a Engenharia de Software articula conhecimentos de educação em informática, conteúdos disciplinares e didática dessas temáticas envolvidas.

Nesse contexto, Tiburcio (2020) apresenta o Modelo de Processo de Software com quatro fases: analítica, hipotética, experimental e operacional; também apresenta quatro ciclos formados a partir da integração dessas fases. Os ciclos são

caracterizados como analítico-hipotético; hipotético-experimental; experimental-operacional; e operacional-analítico.

Sendo assim, foi utilizada a Engenharia Didático-Informática (EDI) proposta por Tiburcio (2020) para realizar a prototipação de uma versão digital do Jogo do Nim. Como afirma Vieira Pinto (2005, p. 301), “a tecnologia, para ser útil, precisa antes de tudo ser necessária”. Acreditamos que essa versão digital auxiliará o professor em sua prática docente para trabalhar alguns conteúdos matemáticos, como múltiplos e divisores, além de estimular o raciocínio dos estudantes a buscarem por padrões e formular conjecturas através dos mapeamentos de jogadas.

### 1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

De que maneira pode ser desenvolvido um protótipo de uma versão digital do Jogo do Nim, alinhado metodologicamente pela Engenharia Didático-Informática?

### 1.2 OBJETIVO GERAL

Esta pesquisa tem por objetivo desenvolver um protótipo de uma versão digital do Jogo do Nim em sua modalidade com Uma Pilha, alinhado metodologicamente pela Engenharia Didático-Informática (EDI).

### 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1) Analisar o Jogo do Nim sob a ótica das dimensões Epistemológica, Cognitiva, Didática e Informática, de forma a estabelecer funcionalidades para o protótipo.

2) Realizar a prototipação e validação da versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, baseadas no modelo de processo de software proposto pela EDI.

3) Identificar as potencialidades e limitações metodológicas da utilização do modelo de processo de software desenvolvido por meio da EDI no Jogo do Nim com Uma Pilha.

## 1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

O primeiro capítulo deste estudo é a introdução. Nela apresentamos um contexto sobre jogos, um apanhado sobre as tecnologias educacionais e uma apresentação do Jogo do Nim com Uma Pilha. Além disso, apresentamos o problema de pesquisa bem como os objetivos gerais e específicos.

No segundo capítulo, fazemos uma caracterização de jogos combinatórios na Educação Matemática. Para isso, articulamos os pressupostos da Teoria dos Jogos Combinatórios, mais precisamente os jogos combinatórios imparciais, para abordar o Jogo do Nim e através disso conseguir investigar alguns jogos caracterizados como do Nim. Ademais, trazemos uma articulação entre a Teoria das Situações Didáticas e os jogos combinatórios.

Em seguida, no terceiro capítulo, focamos a EDI como uma estratégia metodológica para a concepção de jogos digitais. Realizamos uma contextualização de seu surgimento e como se deu a formulação desse modelo para a concepção de softwares educativos. Listamos algumas pesquisas que já se utilizaram dessa metodologia para mostrar seu potencial.

No quarto capítulo, traçamos nosso percurso metodológico apresentando a EDI para alcançar os objetivos propostos bem como uma revisão sistemática de literatura sobre o Jogo do Nim, focando o desenvolvimento de jogos digitais educativos.

No quinto capítulo, mostramos a operacionalização da EDI, apresentando algumas de suas etapas: especificação, formação da equipe transdisciplinar e início das análises prévias. Ademais, realizamos uma sistematização de algumas apresentações do Jogo do Nim.

No sexto capítulo, apresentamos um levantamento de funcionalidades e as prototipagens do Jogo do Nim com Uma Pilha no quadro interativo *Jamboard* e na plataforma *Scratch*, assim como a reformulação a luz da EDI desses protótipos.

No capítulo seguinte apresentamos as contribuições de utilização de um modelo de processo de software para concepção de jogos digitais, a EDI. Os limites e as potencialidades encontradas pelo pesquisador durante o estudo são pontuados.

Por fim, tecemos nossas considerações acerca do que conseguimos alcançar, apresentando os principais resultados bem como encaminhamentos para pesquisas futuras. Após as referências, se encontram os apêndices com documentos que foram

utilizados na pesquisa, como também um guia prático mostrando como montar um dos jogos desenvolvidos.

## 2 JOGOS COMBINATÓRIOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os jogos educacionais são considerados recursos didáticos, os quais favorecem a compreensão e utilização de noções matemáticas quando bem empregados; também são um meio atrativo e criativo na busca de estratégias e soluções de problemas, desenvolvendo o raciocínio lógico dos estudantes, como afirmam documentos curriculares (BRASIL, 1988, 2018; PERNAMBUCO, 2012).

Há diversos trabalhos que confirmam a utilização de jogos em sala de aula para ajudar os estudantes na compreensão de conceitos, visto que são atividades que estão presentes em diversas épocas, sob várias maneiras, e carregam consigo uma bagagem cultural (BROUGÈRE, 1998). Em linhas gerais, os jogos são formados por um conjunto de regras, um grupo de jogadores, e sempre há um objetivo (COSTA, 2016).

Boller e Kapp (2018) ressaltam alguns elementos sobre os jogos: devem conter objetivo, desafio, interatividade, ambiente, mecanismos de *feedback*, quantidade mensurável de resultados, e reação emocional nos jogadores. Além disso, segundo os autores, há outros dois elementos que irão depender do objetivo do jogo: a competição e a cooperação.

Com relação aos jogos matemáticos, podem ser um grande influenciador no processo cognitivo de ensino e aprendizagem do estudante, além de desempenharem um papel relevante na sala de aula de matemática, no pátio da escola, no laboratório de matemática e em casa (GITIRANA, 2013, p. 8).

Observe o jogo *Corrida ao 20* e ao final deste capítulo você poderá ter um outro olhar para esse jogo, que foi discutido por Guy Brousseau em seu artigo “Théorie des Situations Didactiques” (BROUSSEAU, 1998). A Teoria das Situações Didáticas (TSD) propõe um modelo teórico para contribuir com a aprendizagem de Matemática. Essa teoria considera essenciais as interações entre os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem em que o meio deve ser modelado, visando atingir determinado conteúdo (BROUSSEAU, 1998).

*Corrida ao 20* é um jogo relativamente simples, disputado por dois oponentes. Um deles inicia escolhendo entre duas opções: 1 ou 2. O adversário acrescenta, 1 ou 2, ao número que o jogador iniciante falou, pronunciando somente o resultado. O jogo segue dessa maneira, alternadamente, e vence o jogador que pronunciar primeiro o número 20. Podemos ver um exemplo de partida no Quadro 1.

Quadro 1 - Exemplo de partida do jogo Corrida ao 20

Jogador (J1)	Jogador (J2)
$0 + 2 = 2$	$2 + 1 = 3$
$3 + 2 = 5$	$5 + 2 = 7$
$7 + 1 = 8$	$8 + 1 = 9$
$9 + 2 = 11$	$11 + 2 = 13$
$13 + 1 = 14$	$14 + 2 = 16$
$16 + 1 = 17$	$17 + 2 = 19$
$19 + 1 = 20$	

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Perceba que o jogador (J1) iniciou o jogo pronunciando dois, isto é, ele somou zero mais dois. O jogador (J2) tinha duas possibilidades de jogadas, dizer três ao somar um, ou quatro ao somar dois. Ao dizer três, ele optou em somar um ao número pronunciado pelo adversário, resultando em três. Na segunda jogada de (J1), ele acrescentou dois pronunciando cinco para (J2), e assim a partida foi ocorrendo até que (J1) venceu, pois disse vinte. Esse exemplo é apenas uma das diversas configurações que pode ser obtida ao jogar o *Corrida ao 20*. A partir disso, pode vir o seguinte questionamento: existe alguma estratégia para sempre vencer o jogo? A resposta é sim e veremos isso no decorrer do capítulo.

Dentre os jogos matemáticos, há algumas modalidades que possuem características em comum e são considerados como combinatórios. Como afirma Texeira (2013), um jogo é dito combinatório quando se trata de um jogo sequencial com informações completas, ou melhor, jogos que os jogadores jogam alternadamente e possuem conhecimento de todas as posições e possíveis lances.

Outra observação relevante sobre “informação completa” é que as relações entre azar, sorte e probabilidade não podem estar presentes no jogo. Temos, assim, alguns exemplos, como o Jogo da Velha, Dama e Xadrez, dos quais os jogadores dispõem de todas as informações do jogo e não há nenhuma “carta escondida”, por exemplo. Já os jogos como Par ou Ímpar, Adedonha e grande parte dos jogos de Cartas de Baralho não são considerados combinatórios.

Muitos dos trabalhos que analisam os jogos combinatórios têm uma pretensão de realizar apenas a análise matemática que determinado jogo apresenta, não relacionando com o ensino de Matemática. Já outros buscam trazer o potencial de se

trabalhar jogos combinatórios em sala de aula, como é mostrado nos trabalhos de Furtado (2017), Torres (2017), Pontes (2018) e Ferreira (2019).

Dessa forma, para exemplificar melhor as características de jogos combinatórios, Costa (2016) descreve-os da seguinte maneira:

a) Os jogadores jogam simultaneamente, ou seja, as jogadas são alternadas; b) Cada jogador tem conhecimento de todos os dados do jogo, isto é, tem informação completa das peças, posições e jogadas; c) Não há interferência do acaso (sorte, dados, sorteios de cartas durante a partida); d) Há uma regra estabelecida para o término do jogo; e) O jogo é finalizado a partir de um número finito de jogadas; e f) Há duas possibilidades de encerramento do jogo, o empate ou a vitória de um dos jogadores.

Com isso, é perceptível porque os jogos de Cartas de Baralho em sua maioria não são combinatórios, pois os jogadores não possuem uma visão completa de todas as peças do jogo.

## 2.1 TEORIA DOS JOGOS COMBINATÓRIOS

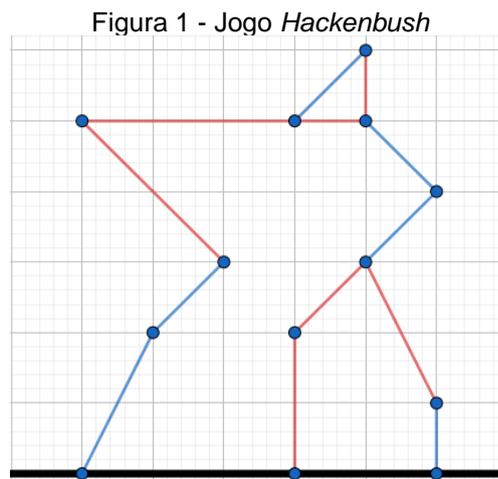
Na da Teoria dos Jogos Combinatórios existem dois tipos de jogos, os imparciais e os parciais. Interessam-nos, nesta pesquisa, os jogos imparciais, que, de acordo com Ferguson (2014), acontecem quando as regras são válidas para os dois jogadores (ou duas equipes) e eles dispõem das mesmas opções de jogadas a partir de uma mesma posição; caso contrário, o jogo é dito como parcial. O jogo de Damas é dito parcial, pois os jogadores estão limitados a movimentar apenas as suas peças.

Segundo Conway (1976), Texeira (2013) e Costa (2016), nos jogos combinatórios os dois jogadores são apresentados com a seguinte forma:

- 1) Jogador L (L de Left, Azul ou Você).
- 2) Jogador R (R de Right, Vermelho ou Eu).

Ainda de acordo com Texeira (2013), é normal que a maioria dos exemplos citados em textos favoreça o jogador R (Eu), sendo assim, utilizaremos dessa nomenclatura. Para mais, é normal que exista uma “Regra Normal”: em uma dada posição, um dos jogadores está prestes a realizar sua jogada e descobrir que não tem mais jogada válida, assim ele é dito como perdedor. Além disso, alguns jogos podem ser adaptados para receberem a “Regra Normal”; assim, quem não pode jogar, perde.

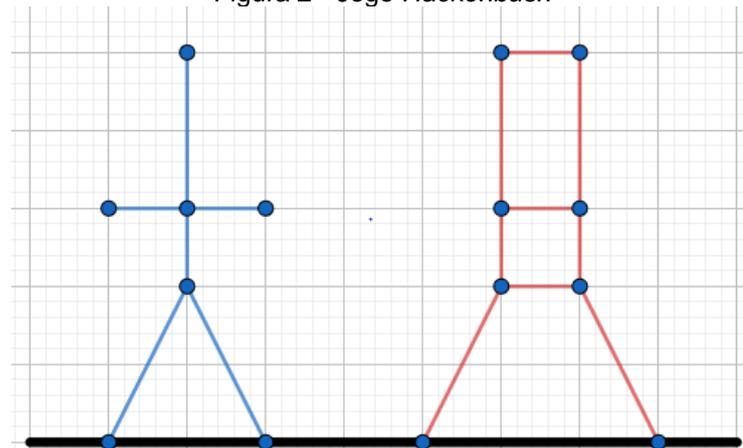
Jogos ditos como *positivo*, *negativo*, *nulo* e *difuso* permeiam a Teoria dos Jogos Combinatórios. Podemos analisar esses tipos de jogos através do jogo *Hackenbush*, também conhecido por *Desmata-mata*. Este é jogado mais de forma online devido a configuração de seu tabuleiro. É construído por um conjunto de segmentos de retas verticais, as quais denominaremos de arestas, que serão conectadas às demais por meio de nós, como é mostrado na figura 1, se apoiando em um segmento de reta horizontal o qual denominaremos de solo (o segmento preto da figura 1) (COSTA, 2016; TEXEIRA, 2013).



Fonte: Construído pelo autor por meio do *GeoGebra* (2022).

Em sua vez de realizar a jogada, (Você), como o jogador azul, pode retirar apenas uma aresta azul; já na minha vez de jogar (Eu), posso retirar apenas uma aresta vermelha. Vale salientar que se uma aresta retirada desconecta algum nó e arestas do solo, elas são removidas imediatamente do jogo. Como é dito na “Regra Normal”, quem não tiver mais movimentos válidos, perde o jogo (COSTA, 2016; TEXEIRA, 2013).

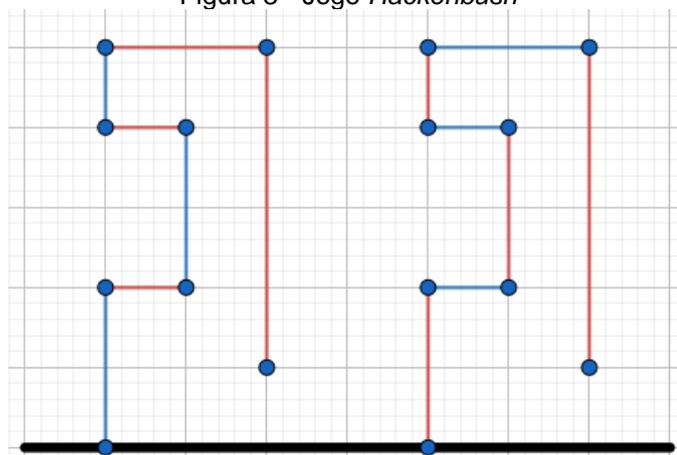
Vamos iniciar nossa análise através dos pressupostos de Texeira (2013). Observe uma configuração do *Hackenbush* na figura 2.

Figura 2 - Jogo *Hackenbush*

Fonte: Construído pelo autor por meio do *GeoGebra* (2022).

Perceba que se Você deseja manter as arestas azuis ativas pelos maiores números de jogadas, Você irá retirar as arestas azuis de cima para baixo. Com o mesmo intuito, Eu partirei dessa mesma ideia. Sendo assim, como Você tem somente 6 arestas para retirada e Eu, 9, irei vencer essa partida, independentemente de quem começar o jogo. Podemos considerar essa configuração como um jogo *negativo*, visto que Eu tenho três movimentos a mais que Você. Elencamos, então, que se no jogo  $J$ , Eu (vermelho) sempre ganho, o jogo  $J$  é negativo ( $J < 0$ ).

Agora considere a seguinte configuração da Figura 3.

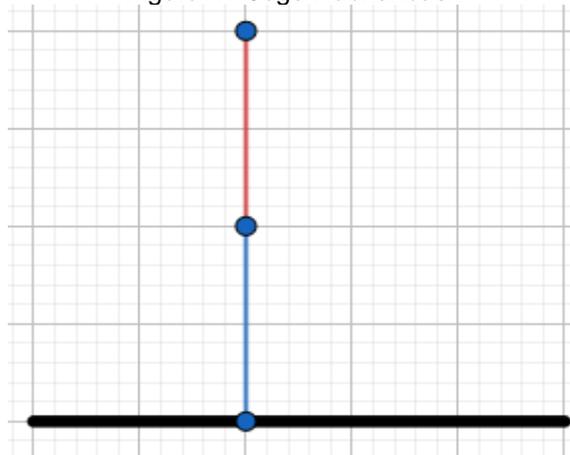
Figura 3 - Jogo *Hackenbush*

Fonte: Construído pelo autor por meio do *GeoGebra* (2022).

Essa configuração pode parecer mais complexa de se visualizar como vencer, mas não é. Pode ser notado algo relacionado à simetria e é por aí mesmo. Basta repetir as mesmas jogadas do primeiro jogador na outra metade da figura e, assim, vencer o jogo. Dessa forma, o segundo jogador vencerá o jogo retirando a última aresta.

Nesse exemplo de partida, temos o que chamamos de jogo *nulo*, cujo valor é 0. Pense como o primeiro lado da figura sendo o Jogo 1 e o segundo lado o Jogo 2; assim, a soma desses dois jogos é nula, isto é,  $\text{Jogo 1} + (-\text{Jogo 2}) = 0$ . Sendo assim, se no jogo J quem começa perde, o jogo J é nulo (notação:  $J = 0$ ). Ainda de acordo com os estudos de Texeira (2013), podemos notar mais dois tipos de jogos: o *positivo* e o *difuso*. Observe na Figura 4 outra configuração do Hackenbush:

Figura 4 - Jogo *Hackenbush*



Fonte: Construído pelo autor por meio do *GeoGebra* (2022).

Note que Você (jogador L) sempre ganha a partida. Se Você inicia o jogo e retira a única aresta azul, Eu (jogador R), perco o jogo. Se Eu iniciar a partida e retirar a aresta vermelha, Você ganha ao retirar a aresta azul. Sendo assim, neste jogo J, Você sempre ganha; O jogo J é considerado *positivo* ( $G > 0$ ).

Por fim, temos agora o jogo *difuso*. Observe a figura 5.

Figura 5 - Jogo *Hackenbush*



Fonte: Construído pelo autor por meio do *GeoGebra* (2022).

Essa configuração da Figura 5 é considerada como difuso, pois no jogo J, quem começa ganha, isto é,  $(J \parallel 0)$ . Perceba que Você ao retirar a aresta deixa o jogo na posição 0, onde não há possibilidade de jogar, por não ter mais peças a serem removidas, sendo assim, no jogo difuso, quem inicia ganha. Com essas definições de jogos *positivo*, *negativo*, *nulo* e *difuso*, podemos caracterizar qualquer tipo de jogo dito como combinatório.

## 2.2 POSIÇÕES G E POSIÇÕES P EM JOGOS COMBINATÓRIOS IMPARCIAIS

Todo jogo combinatório apresenta um conjunto de posições; neles, há uma determinada posição inicial e, a partir de um conjunto finito de movimentações, tem-se como objetivo chegar a uma posição final, isto é, não existe mais possibilidade de movimentação (que pode ser considerada como a “Regra Normal” já definida) (COSTA, 2016).

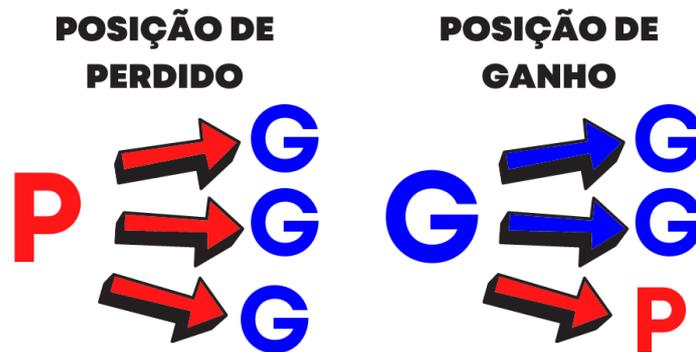
Com base nos estudos de Castro, Pessoa e Araújo (2019), trazemos alguns apanhados e definições. Entenda como estratégia vitoriosa quando o jogador (L - Você) possui tal estratégia, então para cada jogada do jogador (R - Eu), existe pelo menos uma jogada de (L) que o leva à vitória. Sendo assim, independente da jogada de (R - Eu), o jogador (L - Você) irá vencer o jogo.

Entretanto, para isso é necessário realizar o que chamamos de mapeamento de jogadas. Mapear um jogo é determinar cada posição e verificar quem tem a estratégia vitoriosa, se é Você ou Eu. Definimos, assim, essa posição como Posição de Perdido (P) e Posição de Ganho (G), entre outras curiosidades:

1) Todas as posições finais são G; 2) Qualquer posição que permita somente chegar à G, é uma P; 3) Qualquer posição que permita chegar em pelo menos a uma P, é uma G; 4) Qualquer que seja P, existe, no mínimo, uma jogada que leva à G; e 5) Qualquer que seja G, existe, no mínimo, uma jogada que leva à P.

Observe na figura 6 uma exemplificação das duas posições.

Figura 6 - Posições de P e G



Fonte: Adaptado de Castro, Pessoa e Araújo (2019) por meio do Canva (2022).

O jogo *Corrida ao 20* descrito anteriormente possui todas as características de um jogo combinatório imparcial do tipo difuso, sendo assim, pode ser realizado o mapeamento de jogadas para justificar de quem começa vence. É interessante realizar o mapeamento do final para o início, fica mais fácil de visualizar o mapeamento. Sendo assim, percebe a análise do mapeio do *Corrida ao 20*, seguindo as definições Posição de Perdido (P) e Posição de Ganho (G):

- a) [20] é perdido, não existe jogada válida.
- b) [19] é ganho, só existe uma jogada, e esta jogada deixa o outro jogador na posição de perda.
- c) [18] é ganho, existem duas jogadas, uma ruim  $[18] \xrightarrow{+1} [19]G$  deixa o outro jogador numa situação boa, e a outra boa  $[18] \xrightarrow{+2} [20]P$  que deixa o outro jogador na posição de perdido. Se tem uma jogada boa, a posição é de ganho.
- d) [17] é perdido, as duas jogadas existentes são ruins:  $[17] \xrightarrow{+1} [18]G$  e  $[17] \xrightarrow{+2} [19]G$  não existe jogada boa.
- e) [16] é ganho, existem duas jogadas, uma ruim  $[16] \xrightarrow{+2} [18]G$  deixa o outro jogador numa situação boa, e a outra boa  $[16] \xrightarrow{+1} [17]P$  que deixa o outro jogador na posição de perdido. Se tem uma jogada boa, a posição é de ganho.
- f) [15] é ganho, existem duas jogadas, uma ruim  $[15] \xrightarrow{+1} [16]G$  deixa o outro jogador numa situação boa, e a outra boa  $[15] \xrightarrow{+2} [17]P$  que deixa o outro jogador na posição de perdido. Se tem uma jogada boa, a posição é de ganho.

Perceba como está o mapeamento até aqui no Quadro 2.

Quadro 2 - Mapeando o Corrida ao 20

20	19	18	17	16	15	14	13	12
<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>			

Fonte: Autor (2022).

g) [14] é perdido, as duas jogadas existentes são ruins:  $[14] \xrightarrow{+1} [15]G$  e  $[14] \xrightarrow{+2} [16]G$  não existe jogada boa.

h) [13] é ganho, existem duas jogadas, uma ruim  $[13] \xrightarrow{+2} [15]G$  deixa o outro jogador numa situação boa, e a outra boa  $[13] \xrightarrow{+1} [14]P$  que deixa o outro jogador na posição de perdido. Se tem uma jogada boa, a posição é de ganho.

i) [12] é ganho, existem duas jogadas, uma ruim  $[12] \xrightarrow{+1} [13]G$  deixa o outro jogador numa situação boa, e a outra boa  $[12] \xrightarrow{+2} [14]P$  que deixa o outro jogador na posição de perdido. Se tem uma jogada boa, a posição é de ganho.

j) [11] é perdido, as duas jogadas existentes são ruins:  $[11] \xrightarrow{+1} [12]G$  e  $[11] \xrightarrow{+2} [13]G$  não existe jogada boa.

No Quadro 3, temos o mapeamento completo de todas as jogadas.

Quadro 3 - Mapeamento completo do Corrida ao 20

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>P</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	

Fonte: Autor (2022).

Note que o padrão das posições de perdido é  $P = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20\}$ , que trata de uma progressão aritmética, isto é, uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante  $r$  (que neste caso é 3), onde esse  $r$  é chamado de razão da progressão aritmética. Essa exemplificação é interessante para realizarmos o mapeamento de jogos combinatórios do tipo imparcial.

Essas classificações dos tipos de jogos como *negativos*, *nulos*, *difusos* e *negativos* se fazem necessárias para classificarmos o Jogo do Nim, objeto de estudo

desta pesquisa, assim como as posições de ganho e de perda em jogos combinatórios imparciais.

### 2.3 JOGO DO NIM

Alguns tipos de jogos podem contribuir para o desenvolvimento da autonomia cognitiva e afetiva dos jogadores, seja pela tomada de decisões, seja pela busca por estratégias para vencer, seja pelos desafios que estão sendo propostos (GITIRANA, 2013). Um dos jogos que pode oferecer isso é o Jogo do Nim, um dos primeiros jogos a serem estudados matematicamente como parte da Teoria dos Jogos por Bouton, a partir de 1901.

O Jogo do Nim é considerado relativamente simples por suas regras e pela forma de se jogar. Trata-se de um jogo combinatório: é jogado por duas pessoas (ou duas equipes), as jogadas são alternadas, os jogadores possuem todas as informações do jogo e não há possibilidade de empate (pela “Regra Normal” já descrita). Além disso, é classificado como um jogo finito e imparcial.

Charles Leonard Bouton publicou o artigo “Nim, a game with the complete mathematical theory” em 1901, apresentando uma teoria matemática completa do Jogo do Nim. No que se refere à origem do jogo, não se sabe ao certo onde ou quando surgiu, entretanto, presume-se que tenha surgido na China e tenha sido analisado por matemáticos desde o século XVI (COSTA, 2016). Outras curiosidades a respeito do jogo é que Nim vem do inglês arcaico e significa apanhar; algumas pessoas perceberam que “NIM” escrito ao contrário e invertido, “WIN”, tem significado de vencer em inglês (BOUTON, 1901).

Outro fato interessante a respeito do Jogo do Nim é que ele possui diversas versões, que serão apresentadas mais adiante neste estudo; entretanto, uma dessas versões teve popularidade através do filme “Last year in Marienbad”, de Alain Resnais, em 1961, onde foi traduzido como “O Ano Pasado em Marienbad”. Nele, dois atores disputam uma partida do jogo no modo “misère”; neste caso específico, quem pegar a última peça perde a partida. Um dos jogadores aparentemente apresenta saber a estratégia para vencer a partida e seu adversário fica indignado por não conseguir ganhar, mesmo o desafiando algumas vezes.

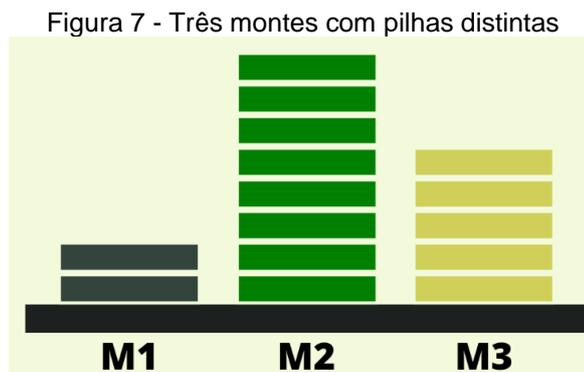
A modalidade clássica do Jogo do Nim abordada por Bouton (1901) consiste em dispor as fichas em três montes, cada um com uma quantidade arbitrária, porém

finita de fichas. O jogador, em sua vez de jogar, pode retirar a quantidade que desejar de fichas, desde que retire pelo menos uma ficha do monte selecionado e retire fichas de montes diferentes na mesma jogada. Quem não puder mais jogar perde.

Também podemos assimilar as regras da seguinte forma:

- i) Números de jogadores: dois jogadores ou duas equipes.
- ii) Quantidade de fichas: arbitrária e organizada em montes.
- iii) Quantidade de fichas retiradas de monte selecionado: no mínimo 1, entretanto o jogador da vez pode retirar todas as fichas.

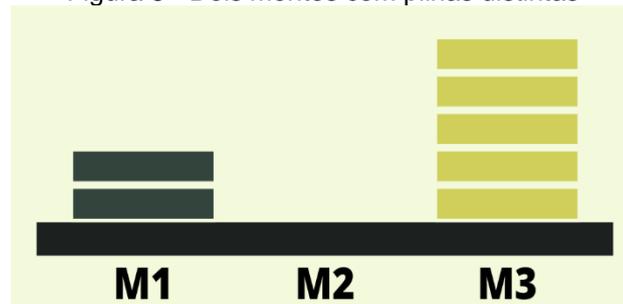
Sendo assim, Castro, Pessoa e Araújo (2019) definem Nim como jogos matemáticos finitos sem empate, no qual dois participantes jogador (J1) e jogador (J2) efetuam jogadas alternadamente, com informação completa e sem interferência do acaso. Na figura 7 temos uma configuração dessa modalidade do Jogo do Nim com três montes com pilhas distintas: M1 (2 fichas cinzas), M2 (8 fichas verdes) e M3 (5 fichas amarelas). Dessa forma, cada monte possui uma quantidade  $n$  arbitrária, porém finita, de fichas.



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Vamos simular um exemplo de partida com a configuração de jogo da Figura 7. Se o jogador (J1) iniciar o jogo, ele escolhe o M2 e pode retirar pelo menos uma ficha ou o número máximo, que são todas as elas. Sendo assim, se (J1) retira todas as fichas do M2, o jogo fica conforme a Figura 8.

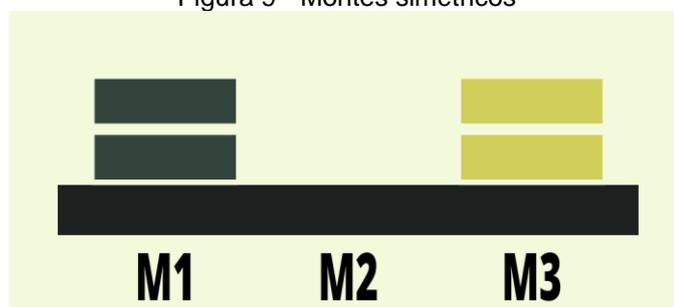
Figura 8 - Dois montes com pilhas distintas



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Agora o M2 está sem nenhuma ficha e o (J2) só tem M1 ou M3 para realizar sua jogada. Suponhamos que (J2) escolha o M3. Ele terá as seguintes opções de jogadas: retirar 1 peça, retirar 2 peças, retirar 3 peças, retirar 4 peças ou retirar 5 peças; ele decide retirar então 3 peças e o jogo fica com a configuração conforme a figura 9.

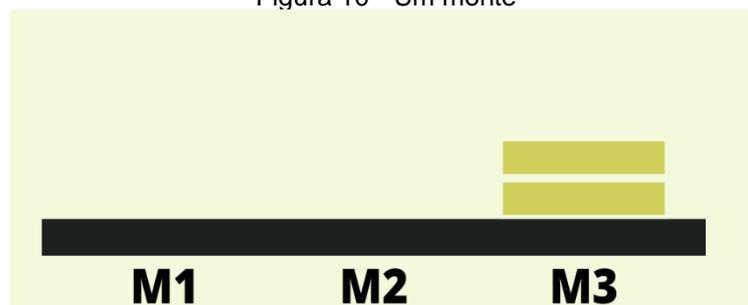
Figura 9 - Montes simétricos



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Sendo assim, (J1) tem também as opções para jogada em M1 e M3, e decide retirar as duas peças de M1, deixando, então, a seguinte configuração para (J2), como mostra a figura 10.

Figura 10 - Um monte



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Agora, na vez do jogador (J2), ele decide retirar as duas peças restantes de M3 e vence o jogo, pois o jogador (J1) não poderá retirar mais fichas, isto é, não terá como realizar mais nenhum movimento válido. Podemos observar na Figura 11 que não existem mais fichas a serem retiradas.

Figura 11 - Nenhum monte



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Dessa forma, temos o Jogo do Nim como um jogo combinatório imparcial que pode ser categorizado como nulo, mas em sua maioria é difuso. Existem diversas variações que o Jogo do Nim apresenta, uma delas é a Nim com Uma Pilha que esse estudo busca desenvolver sua versão digital.

### 2.3.1 Jogo do Nim com Uma Pilha

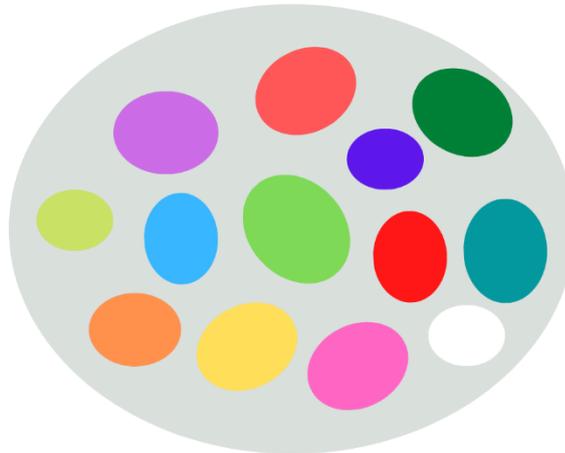
Como mencionado o Jogo do Nim não se resume apenas a modalidade com três montes, há algumas variações e a versão do Jogo do Nim denominada por Uma Pilha, também conhecida como a versão “simples” ou “um monte” é que descreveremos agora. As regras do Nim se mantêm nessa variação; as mudanças existentes se referem ao estabelecimento de uma quantidade para a remoção das peças pelos jogadores e a redução do número de pilhas. Seguem, então, as regras dessa versão:

- a) Dois participantes ou duas equipes jogam alternadamente;
- b) Cada jogador, na sua vez, poderá retirar um certo número de peças (conforme foi escolhido pelos jogadores no início do jogo);
- c) Perde aquele que não puder mais retirar peças (CASTRO; PESSOA; ARAÚJO, 2019).

Na figura 12, pode-se ter uma ideia de configuração de partida do Jogo do Nim em sua versão com Uma Pilha. O interessante dessa versão é que ela não precisa de muito para ser confeccionada; basta dispor de uma certa quantidade de palitos, bolinhas, pedras, bolinhas de papel, entre outros materiais. Além disso, os jogadores

podem decidir antes do jogo iniciar se o trio numérico para retirada será de “1, 2 ou 3 peças” ou “2, 3, ou 5 peças”, dentre outros trios. Vale salientar, que pode também ser jogado com a escolha de uma dupla numérica ou quarteto numérico, embora em nossa pesquisa buscamos investigar apenas com trios numéricos.

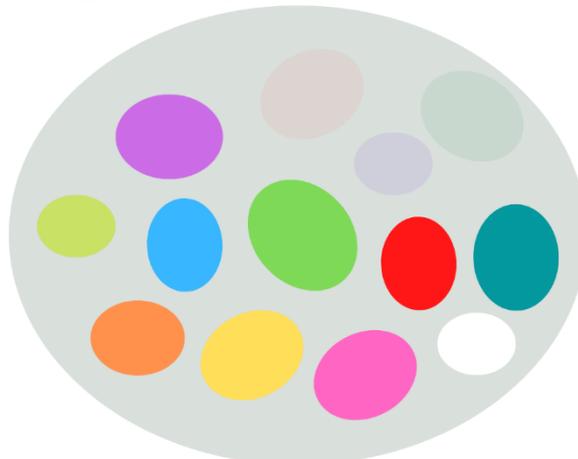
Figura 12 - Jogo do Nim com Uma Pilha



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

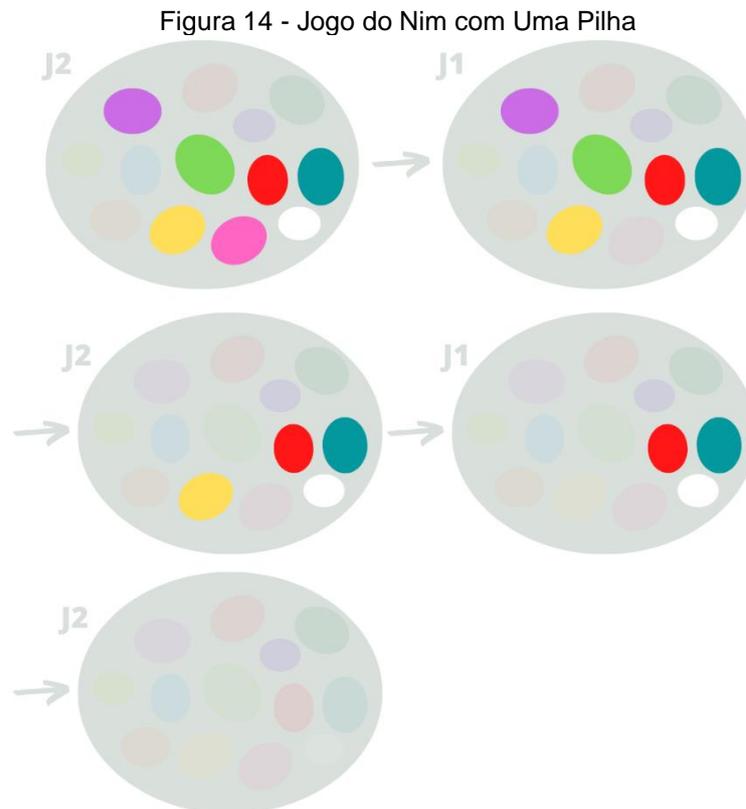
Exemplificando a configuração do jogo acima (com 13 peças) e sendo o trio numérico definido por  $T = \{1, 2, 3\}$ , veja: considere o primeiro jogador (J1) e o segundo jogador (J2). (J1) inicia o jogo e retira três peças; (J2) fica com um total de 10 peças. Observe a jogada na Figura 13 em que as três peças transparentes foram as retiradas pelo jogador (J1):

Figura 13 - Jogo do Nim com Uma Pilha



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

A partir disso, o jogador (J2) decide retirar também 3 peças, deixando (J1) com 7 peças. Observe a continuidade da partida através da figura 14:



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Perceba que o jogador (J2) decide retirar 3 peças. Assim, sobram as peças roxa, verde claro, amarela, vermelha, rosa, azul e branca para o jogador (J1) e ele retira 1 peça (rosa). Agora, o jogador (J2), com seis peças dispostas, retira apenas 2 peças (roxa e verde claro). Com isso, o jogador (J1) fica com uma configuração de 4 peças e decide retirar 1 peça (amarela), deixando 3 peças para o jogador (J2).

Dessa forma, o jogador (J2) vence a partida, pois retirou as últimas peças e o jogador (J1) perde por não ter mais possibilidades de jogada. Assim como no *Corrida ao 20*, também podemos realizar o mapeamento de jogadas. Observe:

Entenda que a posição “0” não se pode mais jogar, logo não existe jogada de ganho, então é perdido (P).

Perceba que as posições “1”, “2” e “3” são de ganho, pois quando o jogador se encontra nessas posições ele pode retirar essa quantidade e vencer o jogo. Reconheça essas primeiras posições no quadro 4:

Quadro 4 - Mapeando a versão com Uma Pilha

0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>P</b>	G	G	G					

Fonte: Autor (2022).

Retomando a definição de posição de perdido (P) e ganho (G), temos as possibilidades de jogadas na posição “4”: retirar uma peça, deixando o adversário na posição “3”; retirando duas peças, deixando o adversário na posição “2”; ou retirando três peças e deixando o adversário na posição “1”. Sendo assim, a posição “4” é de perda, pois em qualquer jogada deixará seu adversário em uma posição (G). Ao continuar o mapeamento, temos que a posição “5” é de ganho, pois existe pelo menos uma jogada que deixa o adversário na posição de perda, que nesse caso é ao retirar uma peça, deixando-o na posição “4”. Verifique o mapeamento completo no quadro 5:

Quadro 5 - Mapeamento da versão com Uma Pilha; trio numérico ( $S = \{1, 2, 3\}$ )

0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>P</b>	G	G	G	<b>P</b>	G	G	G	<b>P</b>
9	10	11	12	13	14	15	16	
G	G	G	<b>P</b>	G	G	G	<b>P</b>	

Fonte: Autor (2022).

A partir dessa análise, podemos reconhecer um determinado padrão: as posições de perdido (P) é o conjunto dos múltiplos de 4. Dessa maneira, temos que  $P = \{0, 4, 8, 12, 16, \dots, 4n, \dots\}$ . Em outros estudos, como o de Costa, Andrade e Lima. (2021), são discutidas outras análises para outros trios numéricos.

## 2.4 SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS ARTICULAÇÕES COM OS JOGOS COMBINATÓRIOS

Como já mencionamos nesta dissertação, a Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Guy Brousseau (1996, 1998, 2008), considera o modo como o matemático produz matemática, o trabalho de recontextualização que o professor deve realizar e como o aluno aprende. Além disso, Brousseau, em suas pesquisas, estuda como é construído o conhecimento a partir de situações planejadas pelo professor; destaca-se que essas situações não devem ser difíceis a ponto de o aluno não conseguir avançar, assim como não devem ser fáceis a ponto de o estudante não

se sentir motivado (DA SILVA NETO, 2021). Vale salientar dois conceitos apresentados por Brousseau (2008): “situação” e “meio” (*milieu*). A situação é o modelo de interação de um sujeito com um “meio determinado” (*milieu*). O *milieu* é preparado de forma a desafiar o aluno para que ele tente obter respostas a uma dada situação problema.

Através desses princípios básicos, Brousseau propõe situações *adidáticas*:

Um tipo particular de situação didática, como sendo aquela na qual o aluno assume o papel de (pequeno) matemático, na qual há elevado grau de autonomia do aluno na interação com professor. Suas ações não são motivadas pelo desejo de satisfazer a uma expectativa do professor, mas pelo desejo genuíno de resolver o desafio/problema posto pela situação; ele realiza investigações e é plenamente corresponsável pela construção do seu conhecimento. (BITTAR, 2017, p. 32).

Para exemplificar essas situações *adidáticas*, Brousseau expõe algumas discussões através da utilização de jogos em sala de aula, como o *Corrida ao 20*, em que sua configuração de jogo (que já foi analisada nas seções anteriores), mapeamento de jogadas, conteúdos matemáticos, dentre outras características, se assemelham à versão com Uma Pilha do Jogo do Nim. A afirmação de Bittar (2017) se encaixa na proposta da utilização do Jogo do Nim com Uma Pilha, na qual uma situação *adidática* tem de ser elaborada com o objetivo de o aluno entrar no jogo e aceitar o problema como sendo seu, isto é, deve instigar no aluno o despertar de uma curiosidade científica. Se isso acontece, diz-se que ocorreu o processo de *devolução*: “A devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (*adidática*) ou de um problema e assumam ele mesmo as consequências dessa transferência” (BROUSSEAU, 2008, p. 91).

À medida que o aluno se sente desafiado em como vencer em uma partida do Jogo do Nim com Uma Pilha, uma provável atitude que ele terá é buscar alguma solução de como vencer. Uma possível solução é buscando por padrões, mapeando as jogadas, formulando conjecturas, dentre outras técnicas, e esses processos, na visão acadêmica, é fazer ciência (COSTA; ANDRADE; LIMA, 2021). Sendo assim, utilizar o Jogo do Nim em sua versão Uma Pilha vai além de trabalhar conceitos específicos da Matemática. Apesar de esses estudos terem um olhar para jogos analógicos, acredita-se que o mesmo ocorra com jogos de simulação, com intuito de obter um novo sentido de interação ao jogador que está em contato com o ambiente, como afirma da Silva Neto (2021).

Além disso, Coutinho e Figueiredo (2020) utilizaram a TSD como fundamentação teórica e a Engenharia Didática de segunda geração como fundamentação metodológica em um artigo para discutir aspectos didáticos de um jogo de simulação computacional. Em seus resultados foi notória a relevância de articular essa fundamentação teórica e metodológica no desenvolvimento da pesquisa e em seus resultados.

Para atender essa expectativa de um jogo de simulação trazendo esse aporte teórico da Teoria dos Jogos Combinatórios e TSD, utilizamos o aporte metodológico da EDI proposta por Tiburcio (2016, 2020).

### **3 PRESSUPOSTOS DA ENGENHARIA DIDÁTICO-INFORMÁTICA: UMA ESTRATÉGIA METODOLÓGICA**

Após a normalização do crescimento de uso tecnológico nos países desenvolvidos, houve também um interesse maior no mercado e, assim, a implementação de tecnologia em sala de aula (com softwares educativos) foi a primeira resposta à condição de desenvolvimento e de inovação na escola (PISCHETOLA, 2016). Nesse cenário, como tais tecnologias ditas educativas estão sendo desenvolvidas?

A resposta é: boa parte delas tem sido desenvolvida a partir da Engenharia de Softwares (ES) e Engenharia de Softwares Educativos (ESE), porém, há estudos que mostram algumas lacunas no processo de desenvolvimento utilizados para a produção de tecnologias digitais/informáticas educativas. Lacunas estas como a carência de uma intenção didática na concepção desses recursos, como afirma Tiburcio (2016). Além de que o “desenvolvimento de softwares educativos envolve fatores que vão além da Engenharia de Software e da Educação” (TIBURCIO; BITTAR, 2021, p. 318).

Dessa forma, ao identificar a falta de especificações para desenvolver Softwares Educativos, isto é, a ausência de uma preocupação maior com o lado educacional que o software apresenta como resultado, se fez necessário repensar um novo modelo de processos que englobassem tais lacunas. O Modelo em Cascata, que serve para o desenvolvimento de software, por exemplo, não tem como exigências reflexões educativas como é o caso proposto pela EDI.

Ao pensar sobre um novo modelo, Tiburcio (2016, p. 26) “apresentou uma proposta de metodologia de desenvolvimento de software educativo que articula a Engenharia de Software e a Engenharia Didática”, a EDI. Em suas palavras:

O termo “Engenharia Didático-Informática” se constitui da percepção em utilizar os procedimentos metodológicos e reflexões teóricas das duas engenharias mencionadas. Utilizamos tal expressão para designar essa metodologia, pois essa fundamenta uma engenharia de software com os contributos teóricos e metodológicos da Engenharia Didática. (TIBURCIO; BELLEMAIN; RODRIGUES, 2021, p. 3).

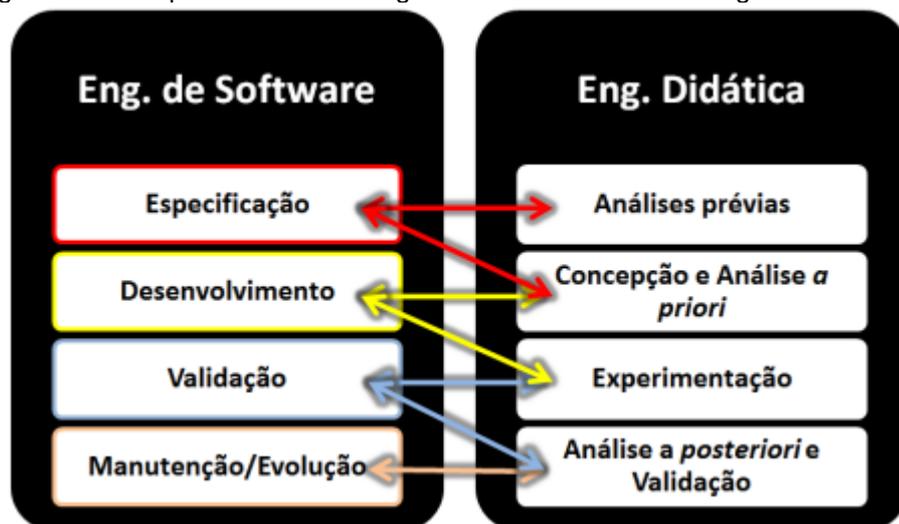
Apesar de o termo EDI parecer recente, há uma linha do tempo, como afirma Tiburcio (2020), que possibilitou a sua criação, isto é, esse processo se deu desde a

criação de tecnologias educativas como o Cabri Geometre<sup>1</sup>, quando Bellemain (1992) se preocupou com uma lacuna referente a um referencial preciso para criação de softwares educativos. Ramos (2014) também proporcionou reflexões para a criação da EDI, investigando a relação entre a Engenharia Didática (ED) com a Engenharia de Softwares Educativos, tal pesquisa que inspirou a criação do termo “Engenharia Didático-Informática” por trazer aspectos tecnológicos para desenvolver uma versão digital (TIBURCIO; BELLEMAIN; RODRIGUES, 2021).

Com isso, em sua pesquisa de doutorado, Tiburcio (2020) percebeu que era necessário realizar um aperfeiçoamento da EDI, visto que os pesquisadores que a utilizavam elencaram limitações e possibilidades com a aplicação da engenharia; somam-se a isso os dificultadores e facilitadores do modelo proposto em sua pesquisa de mestrado.

Dessa forma, houve uma articulação entre a Engenharia Didática e a Engenharia de Software. Como mostra a figura 15, existem aproximações entre as fases dessas engenharias.

Figura 15 - Comparativo entre a Engenharia de Software e a Engenharia Didática



Fonte: Tiburcio (2016, p. 46).

Note que há uma articulação em que as etapas estabelecidas pela Engenharia de Software têm fundamentação teórica e metodológica a partir da Engenharia Didática, para a concepção de Softwares Educativos (TIBURCIO, 2016). Com base nisso, foi formada a estrutura inicial da EDI. Com base em Tiburcio (2016), apresentamos a descrição de cada uma das etapas da ED com a ES:

<sup>1</sup> É um software comercial de geometria dinâmica produzido pela companhia francesa Cabrilog e frequentemente utilizado em pesquisas sobre o ensino de matemática.

1) Especificação: momento em que se define a tipologia do software, requisitos e características. Relaciona-se com as análises iniciais da Engenharia Didática, observando que a metodologia de busca desse referencial delimita variáveis fundamentais para uma compreensão inicial dos requisitos do SE.

2) Desenvolvimento: leva em consideração o levantamento teórico que foi realizado na concepção e análise *a priori*. Nesse momento é iniciado o processo de experimentação do software.

3) Validação: relaciona-se com a experimentação da ED e com a análise *a posteriori* do software. Validar o software significa verificar se ele realiza o que se propõe a fazer.

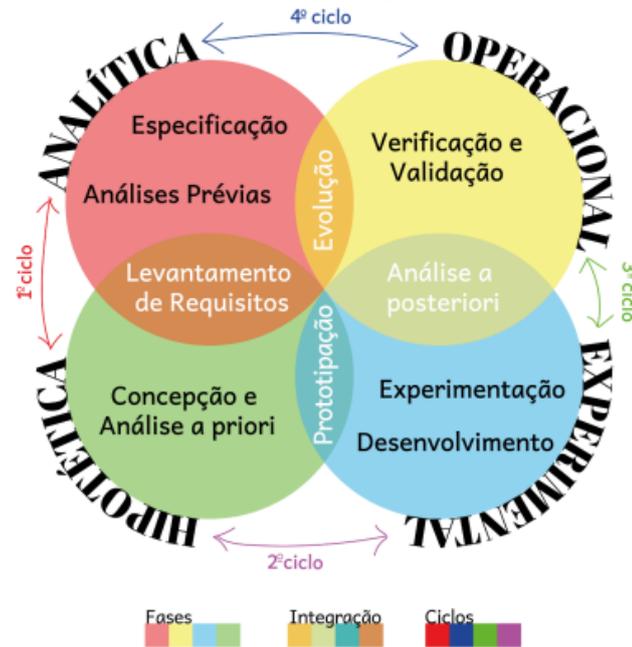
Por se tratar de um experimento ao relacionar com o sentido da ED, a ideia da aproximação dessas duas engenharias é obter relações para o ensino e aprendizagem de conteúdos, seja para a criação de sequência de ensino ou para a criação de produtos que auxiliem na aprendizagem (TIBURCIO, 2016).

Existem estudos que utilizaram a EDI e destacaram tanto a sua potencialidade quanto algumas dificuldades que surgiram durante o processo de desenvolvimento de softwares (SIQUEIRA, 2019; SILVA, 2019). O impasse encontrado por esses autores refere-se à compreensão de cada fase da EDI.

Nos estudos de Tiburcio (2016, 2020), o Modelo de Processo de *Software* da EDI passou por algumas modificações desde sua pesquisa de mestrado; essas alterações se referem ao visual, às dimensões e às definições do campo ou objeto matemático. Além disso, no modelo inicial havia a teoria já definida, mas, após reflexões, foi retirada, deixando a escolha dos referenciais teóricos a critério dos pesquisadores, que devem se apoiar em seus “conhecimentos do domínio em estudo” (TIBURCIO, 2020, p. 164).

A figura 16 apresenta o atual Modelo de Processo da Engenharia Didático-Informática. De acordo com Tiburcio (2020), são quatro fases (analítica, hipotética, experimental e operacional) e quatro ciclos (analítico-hipotético, hipotético-experimental, experimental-operacional e operacional-analítico).

Figura 16 - Modelo de Processo da Engenharia Didático-Informática



Fonte: Tiburcio (2020, p. 168).

Com esse novo modelo proposto em sua pesquisa de doutorado, Tiburcio (2020) apresenta o avanço no processo da utilização desse modelo de forma simultânea, isto é, sempre há uma revisitação entre as fases e ciclos.

### 3.1 PRIMEIRO CICLO DA EDI

Como já mencionado, a EDI proposta na pesquisa de mestrado de Tiburcio (2016) e aprimorada em sua pesquisa de doutorado (TIBURCIO, 2020) teve como objetivo construir, analisar e validar um processo de desenvolvimento de micromundo para a aprendizagem de Matemática.

O primeiro ciclo da EDI é o analítico-hipotético, como mostra a figura 17.

Figura 17 - Primeiro ciclo da EDI



Fonte: Tiburcio (2020, p. 169).

A especificação é o pontapé inicial executado neste ciclo, havendo uma preocupação com os problemas para os quais o software proporcionará soluções. Esses problemas podem ser de diferentes naturezas: “dificuldades de aprendizagem; ensino pautado em situações que não contribuem para a compreensão do conhecimento; percepção da contribuição tecnológica para auxiliar na aprendizagem e/ou ensino, entre outros” (TIBURCIO, 2020, p. 170).

Como afirmam Tiburcio, Bellemain e Rodrigues (2021), os responsáveis e interessados em desenvolver softwares educativos a partir da EDI são chamados de “líderes do projeto”. Sendo assim, desde a fase da especificação já podem ser definidos os integrantes para a composição da equipe. Nas palavras de Tiburcio (2020):

A EDI considera composição de equipes transdisciplinares, fazendo com que os saberes das áreas envolvidas sejam integrados numa perspectiva de união para que novos conhecimentos sejam criados. Além disso, os grupos de desenvolvimento devem ser compostos por possíveis usuários, sejam eles pesquisadores, professores, estudantes, entre outros, com o propósito de enriquecer o desenvolvimento com os retornos, percepções e experiências desses integrantes (TIBURCIO, 2020, p. 170).

Após a composição da equipe que auxiliará no andamento da pesquisa, é iniciada a etapa das análises prévias:

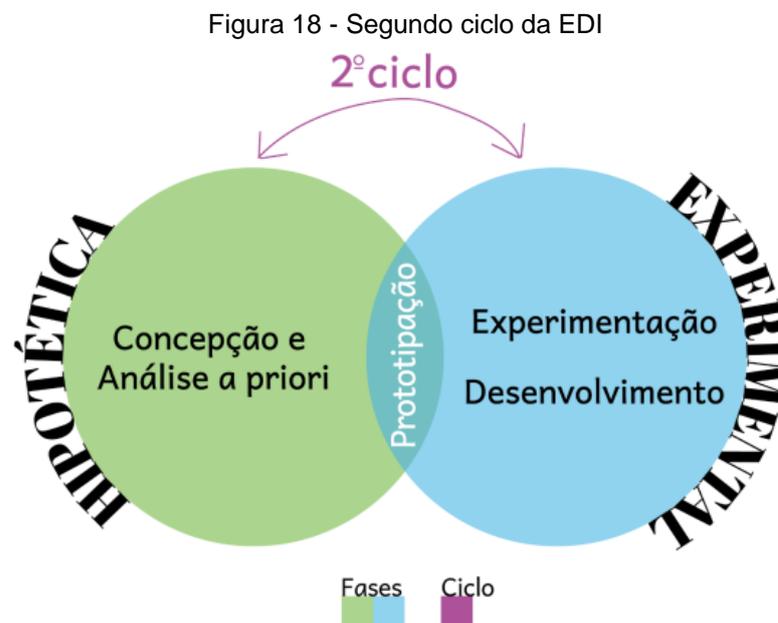
Nesta etapa é realizado um levantamento analítico com o intuito de compreender os encaminhamentos das dimensões didática, epistemológica, cognitiva e informática do conhecimento delimitado a ser trabalhado no software. Essas análises devem contemplar os resultados de pesquisas, estudos e investigações sobre os saberes que serão abordados no software (TIBURCIO, 2020, p. 171).

A etapa seguinte, que consiste no levantamento de requisitos, é realizada observando-se o que foi verificado na fase analítica (TIBURCIO, 2020).

A engenharia de requisitos deve se guiar pelo rol de contribuições percebidas nas dimensões didática, epistemológica, cognitiva e informática; a fim de explicitar o maior número de subsídios sobre os conhecimentos que o software a ser produzido abordará. Sabe-se que os requisitos podem ser modificados considerando as hipóteses e a experimentação; por esse motivo, o documento de requisitos deve ser de fácil compreensão de modo que esteja suscetível a mudanças (TIBURCIO, 2020, p. 171).

### 3.2 SEGUNDO CICLO DA EDI

No segundo ciclo da EDI, “hipotético-experimental”, Tiburcio (2020) aponta as situações de uso juntamente com as hipóteses e interações com a equipe transdisciplinar, os problemas que podem surgir com a utilização do software e o desenvolvimento do protótipo para iniciar os testes na etapa seguinte. A figura 18 mostra este 2º ciclo.



Fonte: Tiburcio (2020, p. 174).

Assim como em todas as etapas, a etapa de concepção e análise *a priori* tem um grande comprometimento da equipe:

Na concepção e análise *a priori*, são desenvolvidas as situações de utilização do software, os referenciais teóricos e metodológicos, elencados pela equipe, que, em hipótese, auxiliam no ensino e na aprendizagem dos elementos a serem trabalhados, são considerados e as interações com os usuários, a serem desenvolvidas, devem estar fundamentadas nesse levantamento. Essas situações devem ser criadas ao mesmo tempo em que o protótipo do software é idealizado, visto que a prototipação serve para que os profissionais de design e arquitetura de software compreendam os requisitos e funcionalidades e consigam executá-las com o que se dispõe de hardware e software (TIBURCIO, 2020, p.174).

Na etapa de prototipação deve-se ter um olhar para os problemas de ensino e aprendizagem, assim como de outras naturezas, consideradas no levantamento teórico nas dimensões da EDI (TIBURCIO, 2020). Além disso, também é indicado que nesta etapa, pode-se “utilizar editores de textos ou imagens para simular como será o ambiente a ser desenvolvido, com as funcionalidades, botões, menus, etc.” (TIBURCIO, 2020, p. 175).

Na próxima etapa, o desenvolvimento, com a iniciação do *design* e arquitetura do software, é apontado o protótipo como base.

Esta etapa tem como resultado tanto componentes internos – como especificações de sistemas operacionais, linguagem de programação, definição de hardware, entre outras, e externos – como as interfaces, layout, objetos, relações entre objetos, funcionalidades, entre outros (TIBURCIO, 2020, p. 175).

A partir disso vem a etapa de experimentação. Tiburcio (2020) afirma que o protótipo a ser desenvolvido necessita ser aplicado com os possíveis usuários para se ter um *feedback* das experiências relatadas por eles com o intuito de adquirir dados de análise e implementação do software.

### 3.3 TERCEIRO CICLO DA EDI

O ciclo “experimental-operacional” é o terceiro ciclo da EDI, como mostra a Figura 19. É quando se situa o software em fase de desenvolvimento a partir da experimentação e de situações reais de utilização.

Figura 19 - Terceiro ciclo da EDI

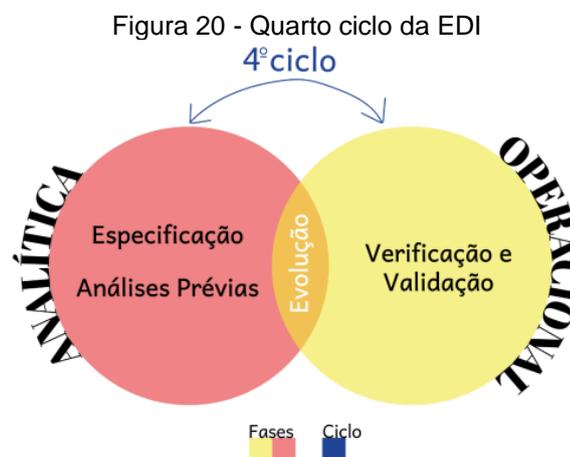


Fonte: Tiburcio (2020, p. 176).

Neste ciclo, Tiburcio (2020) indica a realização de oficinas ou cursos de curta duração para que tanto os objetivos do desenvolvimento do software quanto da pesquisa sejam detalhados aos participantes, apresentando as funcionalidades dele e levando-os a compreender o que será realizado

### 3.4 QUARTO CICLO DA EDI

O quarto ciclo da EDI, denominado de “operacional-analítico”, de acordo com Tiburcio (2020), é a etapa em que se contempla as análises conclusivas e evolutivas, já que a fase de experimentação foi finalizada através do ciclo anterior. Observe-o na figura 20.



Fonte: Tiburcio (2020, p. 178).

Neste ciclo deve-se confrontar as hipóteses iniciais que foram propostas com os resultados alcançados, a fim de se verificar se o software atinge seus objetivos

para, posteriormente, validar suas contribuições (TIBURCIO, 2020). Para isso, o autor salienta que se deve observar o conjunto de dados coletados no processo de experimentação e em todo o ciclo da EDI.

Este ciclo continua com a participação da equipe, que irá verificar se o conjunto teórico-hipotético alcançou os objetivos desejados e se houve uma contribuição para o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos específicos nas análises preliminares. De acordo com Tiburcio (2020), é interessante que a verificação seja teórica e experimental. Dessa forma, este processo teórico-metodológico irá subsidiar nosso percurso metodológico para desenvolver um jogo educativo digital, o Jogo do Nim com Uma Pilha.

## 4 PERCURSO METODOLÓGICO

Nosso percurso metodológico aqui descrito tem uma abordagem de cunho qualitativo, pois proporciona o aprofundamento da investigação das questões relacionadas ao fenômeno em estudo e das suas relações, mediante a máxima valorização do contato direto com a situação estudada, buscando-se o que era comum, mas permanecendo, entretanto, aberta para perceber a individualidade e os significados múltiplos (GIL, 2019).

Para o desenvolvimento deste estudo, nossa metodologia está embasada nos princípios metodológicos da EDI, proposta por Tiburcio (2020). Nos limitamos a descrever os dois primeiros ciclos da EDI, cujas etapas serão seguidas para conceber, prototipar e validar a versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, objetivo deste estudo. Para isso, realizou-se uma Revisão de Literatura Sistemática para termos um aporte teórico para embasar o desenvolvimento desta pesquisa, especificamente as análises preliminares.

### 4.1 REVISÃO DE LITERATURA SISTEMÁTICA

Para responder aos questionamentos oriundos do primeiro ciclo da EDI, realizou-se uma revisão de literatura a respeito da temática do Jogo do Nim. Para isso, foi-se aplicado o método da Revisão Sistemática. Esse método consiste em uma busca na literatura com base em critérios pré-determinados e evidências científicas consistentes, com a finalidade de contribuir para escolha de estudos para o desenvolvimento de artigos com informações originais (SCHÜTZ; SANT'ANA; SANTOS, 2011). Trata-se de uma “metodologia rigorosa proposta para: identificar os estudos sobre um tema em questão, aplicando métodos explícitos e sistematizados de busca; avaliar a qualidade e validade desses estudos, assim como sua aplicabilidade” (DE-LA-TORRE-UGARTE-GUANILO; TAKAHASHI; BERTOLOZZI, 2011, p. 1261).

Para a realização dessa Revisão Sistemática, apoiamos-nos nos estudos de Higgins e Green (2011), que estabelecem sete passos: (1) Formulação da pergunta, (2) Localização e seleção dos estudos, (3) Avaliação crítica dos estudos, (4) Coleta de dados, (5) Análise e apresentação dos dados, (6) Interpretação dos dados, e (7) Aprimoramento e atualização da revisão.

No primeiro passo, temos a seguinte pergunta: como estão sendo desenvolvidos os trabalhos com a temática do Jogo do Nim com Uma Pilha? Para isso, a busca através de palavras chaves como, “Jogo do Nim”, “Jogos Combinatórios” e “Nim Game” subsidiou este primeiro passo

Para “localização e seleção dos estudos”, foram analisados publicações e estudos dos últimos cinco anos (2017 a 2021) na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Gil (2019), nesse sentido, ressalta que

Fontes desta natureza podem ser muito importantes para a pesquisa, pois muitas delas são constituídas por relatórios de investigações científicas originais ou acuradas revisões bibliográficas. Seu valor depende, no entanto, da qualidade dos cursos das instituições onde são produzidas e da competência do orientador. Requer-se, portanto, muito cuidado na seleção dessas fontes. (GIL, 2019, p. 47).

A “avaliação crítica dos estudos” se deu a partir de alguns critérios de inclusão, como as pesquisas que visaram às temáticas de “Jogos digitais”, “Estudos com professores”, “Estudos de intervenção” e “Análise matemática de jogos combinatórios”. Consideramos como critérios de exclusão trabalhos que não tratem de jogos combinatórios.

A “coleta de dados” na revisão foi realizada a partir de uma leitura minuciosa do resumo dos trabalhos, buscando averiguar se atendem aos critérios de inclusão e exclusão, e se puderam nos ajudar no desenvolvimento de nossa pesquisa. O passo de “análise e interpretação dos dados” dirigiu-se por meio de agrupamentos utilizando-se os critérios da inclusão, quais sejam:

a) Jogos digitais: há trabalhos sobre as versões digitais que o Jogo do Nim apresenta? Se há, como foram realizadas essas pesquisas?

b) Estudos com professores: O Jogo do Nim está sendo utilizado na formação de professores? Se sim, como está sendo utilizado?

c) Estudos de intervenção: as pesquisas realizadas com o Jogo do Nim têm intuito de realizar a aprendizagem/construção de conceitos matemáticos? Se sim, quais conceitos podem ser trabalhados?

d) Análise matemática de jogos combinatórios: além de investigar como é o processo de descrição dos jogos combinatórios, compreender a relação com o ensino de matemática, assim como descobrir mais jogos matemáticos que podem se relacionar com o Nim.

Nos dois últimos passos, isto é, “interpretação dos dados” e “aprimoramento e atualização da revisão”, encaminharam-se os resultados a partir da questão norteadora apresentada no primeiro passo. Com essa parte realizada, alcançamos trabalhos suficientes para darmos continuidade à pesquisa.

## 4.2 CICLO ANALÍTICO-HIPOTÉTICO

Neste primeiro ciclo da EDI, é realizada a especificação, as análises prévias, o levantamento de requisitos, a concepção e a análise *a priori*. De acordo com Tiburcio (2020), na etapa de especificação são delimitados os problemas que o software a ser desenvolvido auxiliará na solução, em nosso caso, o jogo educativo digital Nim com Uma Pilha.

Para nortear essa etapa da especificação, foram realizados os seguintes questionamentos adaptados de Tiburcio (2020):

- i) Quais são os problemas percebidos nas pesquisas desenvolvidas por professores/pesquisadores para os quais o jogo digital poderá se apresentar como solução?
- ii) Quais conhecimentos se pretende abordar na utilização do jogo digital?
- iii) Quais conceitos e definições devem estar presentes?
- iv) Qual será o diferencial da utilização desse jogo digital comparado ao jogo em sua versão analógica?

A Revisão Sistemática buscou responder a essas indagações. Após a realização da etapa de especificação, conduziu-se sobre a composição da equipe transdisciplinar. Como proposto por Tiburcio (2020), a equipe deve conter alguns profissionais indispensáveis, como o professor/pesquisador, professores, estudantes, entre outros. Sendo assim, teve como participação em nossa equipe alguns estudantes do grupo de pesquisa Atelier Digitas (composto por pesquisadores da área de computação, educação matemática e expressão gráfica); professores e licenciandos em Matemática de instituições e lugares diversos, a participação desses integrantes será explicitado mais adiante.

Para um comprometimento maior com esses participantes, elaborou-se um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) no qual todas as etapas da pesquisa foram descritas, garantindo ao participante sigilo em relação à sua

identidade e o direito de se manifestar, de forma autônoma, consciente, livre e esclarecida durante todo o estudo.

A realização das análises prévias, isto é, “a realização de um levantamento analítico com o intuito de compreender os encaminhamentos das dimensões Didática, Epistemológica, Cognitiva e Informática do conhecimento” (TIBURCIO, 2020, p. 171) no desenvolvimento do jogo digital, direcionou-se a partir dos seguintes questionamentos, conforme mostra o quadro 6.

Quadro 6 - Direcionamento para análises prévias

<b>DIMENSÕES</b>	<b>QUESTIONAMENTOS</b>
<b>Epistemológica</b>	<p>Quais intervenções são realizadas para adaptar o saber matemático ao saber a ser ensinado?</p> <p>Quais são os aspectos do conhecimento que podem dificultar e/ou facilitar a aprendizagem?</p>
<b>Cognitiva</b>	<p>Existem indicações na literatura de como o estudante aprende utilizando o Jogo do Nim com Uma Pilha em suas apresentações analógicas e digitais?</p> <p>Quais dificuldades de aprendizado são identificadas no contexto de utilização do Jogo do Nim uma Pilha?</p> <p>Quais etapas são elencadas para a construção do conhecimento matemático?</p>
<b>Didática</b>	<p>Qual é o estado atual do ensino do conhecimento matemático identificado no Jogo do Nim com Uma Pilha?</p> <p>Quais são as consequências desse ensino?</p> <p>Quais são as dificuldades em ensinar esse conhecimento?</p>

<b>Informática</b>	<p>Quais são as contribuições tecnológicas que o jogo digital deve conter para auxiliar na compreensão e no ensino dos conhecimentos?</p> <p>Em que aspectos as tecnologias digitais influenciam o currículo e as mudanças das práticas docente e discente?</p>
--------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Adaptado de Tiburcio (2020).

Como afirma Tiburcio (2020), é interessante que esses questionamentos também sejam respondidos pelos pesquisadores, professores e/ou estudantes, para que suas respostas sejam consideradas no desenvolvimento do jogo digital. Sendo assim, essa discussão foi levada para os encontros da disciplina Seminários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE, onde o autor dessa dissertação faz parte como aluno regular do curso de mestrado. A partir dos resultados da Revisão Sistemática foram identificados os conhecimentos matemáticos envolvidos na prática do Jogo do Nim, entretanto, precisou-se levantar mais trabalhos sobre os conteúdos matemáticos para termos um aporte teórico mais amplo. Para isso, analisou-se os trabalhos encontrados nas plataformas e buscou-se em suas referências outras pesquisas para embasar nosso estudo.

Dando continuidade ao primeiro ciclo, iniciou-se a etapa de levantamento de requisitos, que realizou-se observando o que foi verificado na fase analítica, como afirma Tiburcio (2020). Assim como nas duas etapas anteriores, também foram direcionados questionamentos para obter, analisar, especificar e validar os requisitos, conforme mostra o quadro 7.

Quadro 7 - Direcionamentos para o levantamento de requisito

1.	<p>Será realizada a identificação das necessidades dos usuários e como podem ser satisfeitas utilizando o jogo digital; Como o ensino e a aprendizagem podem ser favorecidos? Como a compreensão dos saberes é auxiliada com o uso do Jogo do Nim com Uma Pilha? Quais recursos e situações o jogo propõe para ajudar o usuário a compreender os conhecimentos?</p>
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2.	Nesta etapa serão consideradas as possibilidades de outros jogos digitais que versam sobre o mesmo conhecimento do produto que se pretende desenvolver a fim de propor situações e funcionalidades que vão além do que já está disponível. Diante disso, quais funcionalidades existem em produtos da área? Quais são os possíveis diferenciais do jogo digital que se pretende desenvolver? O que o jogo digital trará de novo referente ao que já existe?
3.	A documentação dos requisitos deve ser realizada em linguagem clara e objetiva por meio das informações coletadas durante as etapas anteriores, criando, assim, o documento de requisitos. Nesse documento devem ser exibidas as características que o jogo digital precisa conter para alcançar os objetivos especificados. O documento de requisitos será delimitado considerando as dimensões Didática, Cognitiva, Epistemológica e Informática, além de outras que podem surgir ao longo da análise teórica. Será construído um infográfico para elencar os requisitos considerando as dimensões citadas e elementos de outras naturezas.
4.	No processo de validação, a equipe irá verificar os requisitos quanto à pertinência, consistência e integralidade. Nesse processo, podem ser descobertos erros quanto ao levantamento. Assim, os requisitos podem ser modificados a fim de corrigir os problemas encontrados.

Fonte: Adaptado de Tiburcio (2020).

A análise em alguns *sites* ajudou a responder as indagações listadas acima. Procedeu a uma análise no Google acerca do que já se tem do Jogo do Nim, na App Store e PlayStore. Além disso, no site *O GeoGebra* foi verificado através de uma busca por “Jogo do Nim” e “Nim Game” o que já havia sido construído.

#### 4.3 CICLO HIPOTÉTICO-EXPERIMENTAL

Como já mencionado no capítulo anterior, no segundo ciclo da EDI, Tiburcio (2020) aponta as situações de uso, as hipóteses e interações com a equipe transdisciplinar; os problemas que podem surgir com a utilização do jogo digital; e o

desenvolvimento do protótipo para iniciar os testes na etapa seguinte. A primeira etapa desse ciclo é a de concepção e *análise a priori*, quando são desenvolvidas as situações de utilização do software e os referenciais teóricos e metodológicos (TIBURCIO, 2020).

De acordo com Tiburcio (2020), essas situações devem ser desenvolvidas no mesmo período em que o protótipo do jogo é idealizado. Como um dos objetivos dessas situações é superar problemas de ensino e aprendizagem (também de outras naturezas), então as pesquisas levantadas na Revisão Sistemática contribuíram para investigar com a equipe transdisciplinar as situações mais adequadas. Nas palavras de Tiburcio (2020),

Os testes iniciais, o feedback da utilização, as percepções dos membros da equipe, as compreensões e incompreensões das funcionalidades, tudo isso acontece de forma simultânea à elaboração do produto. O software deve ser criado considerando a validação e invalidação das hipóteses e requisitos, ambos testados em caráter experimental (TIBURCIO, 2020, p. 175).

Com isso, utilizou-se de recursos computacionais para a elaboração do protótipo e a discussão com a equipe, isto é, construiu-se um protótipo de baixa fidelidade para que depois fosse aprimorado/desenvolvido com auxílio dos outros ciclos da EDI (haja vista que em uma pesquisa de mestrado não é possível cumprir todos os ciclos). Ainda nesse ciclo, há o desenvolvimento e a experimentação, que não chegaremos a investigar, em razão do tempo limitado a esta pesquisa de mestrado. Do mesmo modo, há o terceiro ciclo “experimental-operacional” e o quarto ciclo “operacional-analítico”, que poderão ter continuidade em pesquisas futuras.

Para a etapa de prototipação, foi idealizado o Jogo do Nim com Uma Pilha na plataforma *Scratch* (linguagem de programação criada em 2007 pelo Media Lab do MIT) e no quadro interativo *Jamboard* (quadro interativo desenvolvido pelo Google, como parte da Família *G Suite*). Para a parte gráfica que o jogo necessita, foi utilizada a plataforma de *Design Gráfico Canva* a partir dos questionamentos respondidos acerca do levantamento de requisitos propostos na EDI e a partir das indagações dos participantes da pesquisa.

A construção das duas primeiras versões do protótipo no *Scratch* foi realizada durante a disciplina “Tecnologia na Educação Matemática”, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ministrada pelo Professor Dr. Sérgio Dantas na Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR.

Para as aulas foram utilizadas como plataformas o Google Meet (serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google. É um dos dois serviços que substituem a versão anterior do Google *Hangouts*; o outro é o Google Chat) para atividades e discussões, e o Moodle (*MOODLE* é o acrônimo de "Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment", um software livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual) da UNESPAR, na qual foram disponibilizadas atividades do tipo fórum. Na semana 5, entre 9 e 15 de setembro de 2021, houve um estudo e algumas construções sobre a plataforma *Scratch* seguidas de uma proposta de atividade de construção no *Scratch*. A partir disso, houve as discussões no fórum com três participantes, as quais serão mostradas nos próximos capítulos.

O protótipo no quadro interativo *Jamboard* foi apresentado no dia 22 de outubro de 2021, via plataforma Google Meet, em uma oficina ministrada pelo pesquisador cujo título foi “Jogo do Nim no *Jamboard*: uma alternativa para o ensino de múltiplos de um número”, no Encontro Sul Mato-Grossense de Educação Matemática – XIV ESEM, contando com seis participantes.

A oficina de 1h30 foi dividida em dois momentos. Segundo Lima, Cavalcanti e Bellemain (2021), inicialmente foi abordado um apanhado sobre jogos matemáticos digitais, apresentando para os participantes uma breve contextualização sobre jogos digitais e o *Jamboard*, destacando a relevância de se trabalhar com jogos para o ensino e a aprendizagem de matemática, com enfoque no Jogo do Nim, explicando suas regras e o objetivo do jogo. Em seguida, os participantes foram desafiados a uma partida para que pudessem entender melhor como jogar na prática.

No segundo momento, os participantes foram divididos em dois grupos e jogaram intuitivamente. A partir disso, foi escolhido um líder por grupo, que criou uma sala no Meet para a realização de algumas partidas do jogo. Em seguida, todos retornaram para a sala principal e foram levantadas discussões sobre as partidas jogadas. Na sequência, solicitou-se que os participantes respondessem três situações-problema envolvendo o Jogo do Nim no próprio *Jamboard*.

## 5 OPERACIONALIZAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICO-INFORMÁTICA

Este capítulo tem como objetivo analisar as dimensões Cognitiva, Didática, Epistemológica e Informática dos conhecimentos matemáticos envolvidos no processo didático apresentado pelo Jogo do Nim, de forma a estabelecer funcionalidades para o protótipo. Dessa forma, analisaremos o primeiro ciclo da EDI, isto é, o ciclo “analítico-hipotético”. Para isso, apresentaremos a Revisão Sistemática da Literatura, descrita no percurso metodológico, no tocante ao Jogo do Nim para respondermos aos questionamentos ao longo das sessões.

### 5.1 REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE O JOGO DO NIM

Como apresentado no percurso metodológico, realizamos uma busca sistemática nos últimos 5 anos (2017 a 2021) na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. O quadro 8 mostra os resultados encontrados a partir dos critérios já estabelecidos.

Quadro 8 - Quantitativo de dissertações e teses encontradas que se relacionam com o Jogo do Nim

Dissertações e teses	Tipo	Quantidade	Título da pesquisa	Autor, ano e instituição
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)	Dissertação	02	O lúdico no ensino da matemática: o Nim, o Tangram e os Pentaminós como ferramentas de aprendizagem.  Jogos: uma abordagem matemática.	FERREIRA (2019); UFC.  PONTES, (2018); UFC.
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)	Tese	01	Jogos combinatórios em grafos: jogo Timber e jogo de coloração.	FURTADO (2017); UFRJ.
Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES	Dissertação	01	Contribuições dos jogos na compreensão de conceitos matemáticos.	TORRES (2017); UnB.
Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES	Dissertação	01	Bases numéricas	OLIVEIRA (2018); UEM
Total		05		

Fonte: Autor (2022).

Dentre os trabalhos encontrados, apenas 5 têm relação com nossa proposta de estudo. Nenhuma das pesquisas foi fruto de programa de Pós-Graduação em Educação Matemática ou Educação; em realidade fazem parte de programas em Matemática, Engenharia de Sistemas e Computação. Porém, alguns deles têm o Ensino de Matemática como área de concentração.

Além da leitura dos resumos desses trabalhos, também realizamos fichamentos para elaboração do quadro 9, com o intuito de posicionar os trabalhos nas devidas categorias estabelecidas no capítulo de percurso metodológico.

Quadro 9 -Trabalhos encontrados por categoria

<b>Categorias</b>	<b>Estudos de intervenção</b>	<b>Análise matemática de jogos combinatórios</b>
Total	1	4

Fonte: Autor (2023).

Encontramos mais trabalhos dentro da categoria “análise matemática”, cujos objetivos são de analisar a parte matemática que o Jogo do Nim apresenta, buscando por padrões, conjecturas e demonstrações. Estudos de intervenção também foram observados, os quais buscaram estudar o Jogo do Nim para trabalhar conceitos matemáticos com estudantes no Ensino Básico. Não foram encontrados trabalhos com foco em formação de professores nem em jogos digitais.

Fazendo um apanhado geral dessas dissertações e teses encontramos algumas versões do Jogo do Nim e sua contribuição para ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Pontes (2018) aborda em sua dissertação quatro jogos matemáticos (*Jogo de Nim, Resta Um, Rã Saltadora e Jogo de Wythoff*) com o objetivo de trazer uma abordagem histórica, exemplificativa e ilustrativa desses jogos, apontando que podem servir como facilitadores para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Na dissertação de Ferreira (2019), nos chamou atenção a dimensão lúdica que ele traz ao trabalhar com três jogos matemáticos: *Tangram, Nim e Pentaminó*. O objetivo foi apresentar atividades lúdicas como recurso para melhorar a aprendizagem de Matemática, com intuito de estabelecer relações existentes entre o jogo, o ensino e a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos.

Furtado (2017) em sua tese e Oliveira (2018) em sua dissertação tiveram uma ótica apenas para a matemática que os jogos combinatórios apresentam. Os pesquisadores utilizaram os jogos *Timber, Coloração e Nordhaus-Gaddum*, e Nim

para terem um olhar mais aprofundado da matemática, por meio do qual podemos perceber e compreender os conceitos matemáticos que estão presentes no Jogo do Nim.

Torres (2017), em sua dissertação, mostra a relevância de trabalhar o Jogo do Nim para o ensino e aprendizagem de matemática; foi utilizada uma abordagem teórica sobre divisibilidade e sistema numérico, com o intuito de uma aplicação lúdica desses conceitos matemáticos, com destaque para utilização de jogos de natureza combinatória.

Esses estudos serão utilizados nas próximas seções ao responder os questionamentos propostos no modelo de processo da EDI. Outras referências encontradas nestes estudos também serão utilizadas, conforme descrito no percurso metodológico.

## 5.2 ESPECIFICAÇÃO DA EDI

Como afirma Tiburcio (2020), nesta etapa da especificação serão determinados os problemas presentes para os quais o jogo digital a ser desenvolvido facilitará a solução. Para isso, vamos responder aos questionamentos delineados no percurso metodológico.

a) Quais são os problemas percebidos por professores/pesquisadores para os quais o jogo digital poderá se apresentar como solução?

As dificuldades dos estudantes em assimilarem múltiplos de um número; desenvolvimento do pensamento científico; busca por estratégias e formulação de padrões; Através do jogo, utilizando-se das jogadas e investigações o estudante poderá assimilar esses conhecimentos.

b) Quais conhecimentos pretende-se abordar na utilização do jogo digital?

O desenvolvimento de estratégias para quantificar mentalmente; mapear possibilidades; estimular a busca por padrões e formulações de conjecturas; desenvolver o pensamento científico.

c) Considerando as relações entre os saberes delimitados, quais conceitos e definições devem estar presentes?

Múltiplos de um número. Os múltiplos de um número inteiro  $n$  são dados pela multiplicação de  $n$  por todos os números inteiros, ou seja, o resultado dessa multiplicação são os múltiplos de  $n$ .

d) Qual será o diferencial da utilização desse jogo digital comparado ao jogo analógico?

Neste caso, ao comparar com a versão do jogo analógico com a versão digital, teremos mais possibilidades de jogadas, trocas acessíveis de trios numéricos, ter um registro das jogadas para analisar posteriormente, quantidades maiores de peças durante a partida e possibilidade de jogar sozinho (com a máquina).

### 5.3 COMPOSIÇÃO DA EQUIPE TRANSDISCIPLINAR

Com o intuito de possibilitar que novos conhecimentos sejam criados e integrados, como propõe Tiburcio (2020), a respeito da equipe transdisciplinar, o Quadro 10 mostra a função e formação dos integrantes.

Quadro 10 - Equipe transdisciplinar

<b>INTEGRANTE</b>	<b>FUNÇÃO</b>	<b>FORMAÇÃO</b>
José Vitor	Líder do projeto	Licenciado em Matemática
Franck Bellemain	Orientador do estudo	Doutor em Didactique des Mathématiques
Participante A	Membros colaboradores	Mestre em Matemática
Participante B		Licenciado em Matemática
Participante C		Doutor em Educação Matemática
Participante D		Licenciando em Matemática
Participante E		Licenciando em Matemática
Participante F		Mestra em Educação Matemática
Participante G		Licenciando em Matemática
Participante H		Licenciando em Matemática
Participante I		Licenciando em Matemática
Participante J		Mestre em Educação Matemática e Tecnológica
Participante K		Mestra em Educação Matemática e Tecnológica
Participante L		Mestra em Educação Matemática e Tecnológica
Participante M		Licenciado em Matemática

Fonte: Autor (2022).

Como afirma da Silva Neto (2021), o orientador do estudo é o responsável pela orientação da pesquisa e o líder do projeto é o autor desta pesquisa, encarregado pelas decisões educacionais no desenvolvimento do protótipo. Temos um programador para auxiliar na concepção do jogo digital; entretanto, temos a intenção de que essa equipe transdisciplinar cresça com mais profissionais da tecnologia, como *designers* de jogos.

Boa parte dos membros colaboradores são integrantes do grupo de pesquisa Atelier Digitas, trazendo grandes contribuições e discussões durante as aulas de seminários. Além disso, contamos com uma estudante do ensino básico, que também trará contribuições na testagem do protótipo e em outras etapas da pesquisa.

#### 5.4 ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta etapa da EDI serão apresentadas as análises que irão contemplar os resultados da pesquisa bem como estudos e investigações sobre os conhecimentos que serão abordados na versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha. Para isso, trazemos algumas das diversas apresentações do Jogo do Nim; para continuidade da pesquisa serão respondidos os questionamentos referentes às dimensões Cognitiva, Didática, Epistemológica e Informática, com base nos estudos levantados na Revisão de Literatura.

##### 5.4.1 Sistematização das formas de apresentação do Jogo do Nim

Neste tópico serão descritas algumas apresentações do Jogo do Nim encontradas através da Revisão de Literatura e adaptadas para tabuleiros mais fáceis de serem visualizados. Vale salientar que a adaptação que utilizaremos para desenvolver a versão digital é a com Uma Pilha.

A versão clássica do Jogo do Nim apresentada no primeiro capítulo, analisada por Bouton (1901), possui uma diversidade de jogos que quando reduzidos são caracterizados como Nim. Mas o que de fato caracteriza um Jogo do Nim?

Segundo Gitirana (2013) e Castro, Pessoa e Araújo (2019), os jogos são caracterizados como Nim quando satisfazem às seguintes condições:

1) Há exatamente dois jogadores (ou duas equipes); 2) Os jogadores jogam alternadamente; 3) As regras são devidamente definidas; 4) Trata-se de um jogo finito, visto que o número de peças deve ser maior que o trio numérico determinado; 5) Não existe nenhuma sequência infinita de jogadas; 6) O jogador que está impossibilitado de jogar é considerado perdedor; 7) Todos os jogadores possuem conhecimento de tudo o que se passa no jogo, isto é, há informação completa; 8) Não há interferência do acaso; e 9) A partir de qualquer posição, exatamente as mesmas opções estão à disposição de cada jogador, ou seja, trata-se de um jogo imparcial.

A estratégia vitoriosa é algo muito interessante também abordada no Jogo do Nim, é onde o jogador se depara com situações e se questiona de como deve-se vencer, assim como de como fazer para que seu adversário perca. Com base nos estudos de Castro, Pessoa e Araújo (2019), trazemos alguns apanhados e definições. Entenda como estratégia vitoriosa quando o jogador (J1) possui tal estratégia: para cada jogada do jogador (J2), existe pelo menos uma jogada do (J1) que o leva à vitória.

Sendo assim, independente da jogada do (J2), o jogador (J1) irá vencer o jogo. Porém, para isso, é necessário realizar o que chamamos de mapeamento de jogadas. Mapear um jogo é determinar cada posição e verificar quem tem a estratégia vitoriosa, nesse caso (J1) ou (J2). Definimos, assim, essa posição como Posição de Perdido (P) e Posição de Ganho (G): todas as posições finais são (G); qualquer posição que permita somente chegar a (G), é uma (P); qualquer posição que permita chegar em pelo menos uma (P), é uma (G) (CASTRO; PESSOA; ARAÚJO, 2019). Essas definições serão úteis para observarmos alguns padrões e conjecturas nas versões do Jogo do Nim, assim como investigar quais conteúdos matemáticos podem ser abordados.

Uma das apresentações do Jogo do Nim com “Uma Pilha” já foi descrita no capítulo de “Jogos Combinatórios na Educação Matemática”, entretanto julgamos interessante trazer outras variações nas subseções seguintes de modo a perceber outros conhecimentos e conteúdos matemáticos que podem ser adaptados na versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha.

### 5.4.2 Nim com Dados

Outra variação do Jogo do Nim é o Nim com Dados. Para este caso, é necessária a confecção de um material específico para jogar essa versão, para a qual é fundamental ter uma quantidade determinada de dados comuns que deve ser definida pelos jogadores antes de iniciar a partida. Porém, esses dados têm suas faces numeradas de 1 a 6, de maneira que a soma dos valores das faces opostas é sempre 7. No caso, 1 + 6; 4 + 3; ou 2 + 5 (CASTRO; PESSOA; ARAÚJO, 2019).

As regras para essa versão seguem a partir das que já foram apresentadas, ou seja, jogam dois participantes ou duas equipes e perde quem não poder mais jogar ou quem retirar a última peça, neste caso o último dado. No entanto, para essa variação algumas regras são acrescentadas:

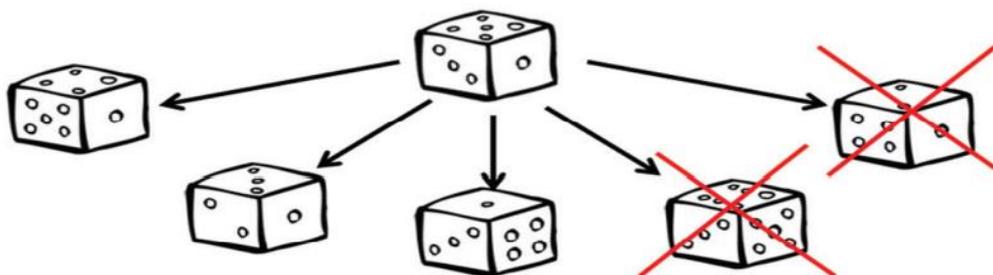
i) O jogo inicia ao jogar um conjunto de dados sobre a mesa.

ii) Para jogar, o jogador que iniciar escolhe um dos dados sobre a mesa e tem a possibilidade de fazer dois tipos de jogadas válidas: Se a face de cima for maior que 1, terá que virar o dado em uma rotação de 90° de modo que o valor da face de cima fique menor em relação àquela que estava anteriormente; Se a face superior for igual a 1, a jogada corresponde a retirar o dado do jogo.

Desse modo, ganha quem apanhar o último dado (GITIRANA, 2013).

Agora observe uma ideia simples para apresentar esse jogo: se a face superior for 5, não é possível voltar para a face 6, pois ela é maior que 5; sendo assim, não é uma jogada válida. Também não é permitido ir para a face 2, pelo fato de a face 2 estar oposta ao 5, e o dado pode apenas ser movido em uma rotação de 90°. Desse modo, só é possível mover para as faces 4, 3 e 1. Perceba essas jogadas na Figura 21.

Figura 21 - Possibilidades de jogada com 5 no dado

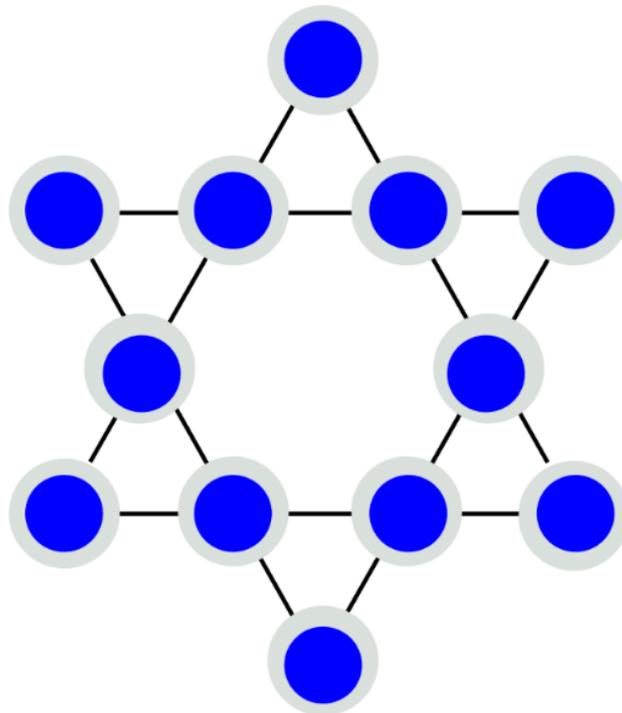


Fonte: Gitirana (2013, p. 61).

### 5.4.3 Nim Estrela de 6 pontas

Há algumas versões do Nim conhecidas por serem em tabuleiros, sendo uma delas o Nim Estrela de 6 pontas. Para jogar essa versão é necessário ter um tabuleiro, conforme a figura 22, onde se tem sua representatividade como uma estrela de 6 pontas, podendo ser preenchida com objetos desejados, neste caso, com bolinhas azuis.

Figura 22 - Nim Estrela de 6 pontas

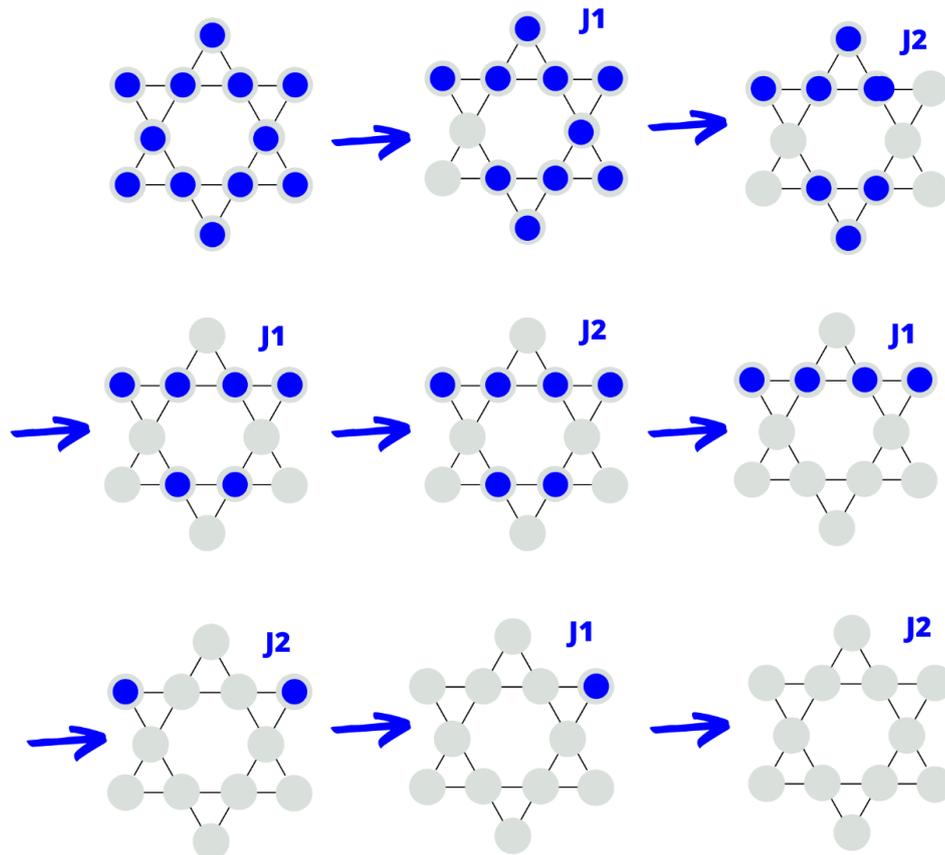


Fonte: Adaptado pelo autor de Castro, Pessoa e Araújo (2019).

As regras para essa versão são: 1) Dois participantes ou duas equipes jogam alternadamente; 2) Cada jogador pode apanhar 1 ou 2 peças; 3) Perde aquele que não puder mais retirar peças, então ganha quem apanhar a última peça.

Perceba na figura 23 um exemplo de partida em que (J1) inicia o jogo e (J2) dá continuidade:

Figura 23 - Partida no Nim Estrela de 6 pontas



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Como você pode perceber, o jogador (J2) venceu a partida, pois retirou as últimas peças; jogador (J1) não tinha mais possibilidades de jogada e, assim, perdeu o jogo. É interessante pontuar que mesmo sendo um jogo bem distinto da versão clássica do Nim, continua apresentando todas as suas características.

#### 5.4.4 Jogo da Rainha

Nesta versão do Jogo do Nim, é necessário ter um tabuleiro semelhante ao de Xadrez, entretanto, será utilizada apenas uma peça, a Rainha. Confira uma visão do jogo na figura 24.

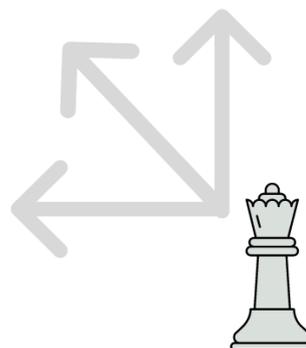


Fonte: Adaptado pelo autor de Castro, Pessoa e Araújo (2019).

As regras para essa versão, conforme Castro, Pessoa e Araújo (2019), são as seguintes: 1) Dois participantes ou duas equipes jogam alternadamente; 2) Utiliza-se uma peça que possui os mesmos movimentos da rainha do jogo de xadrez, porém, com algumas limitações: da direita para esquerda, vertical no sentido de baixo para cima e diagonal no sentido inferior direito para superior esquerdo; 3) A peça da rainha pode começar em qualquer lugar do tabuleiro, com exceção da casa marcada (estrela), que é a casa superior esquerda do tabuleiro; 4) Ganha o jogador que colocar a peça na casa marcada (estrela).

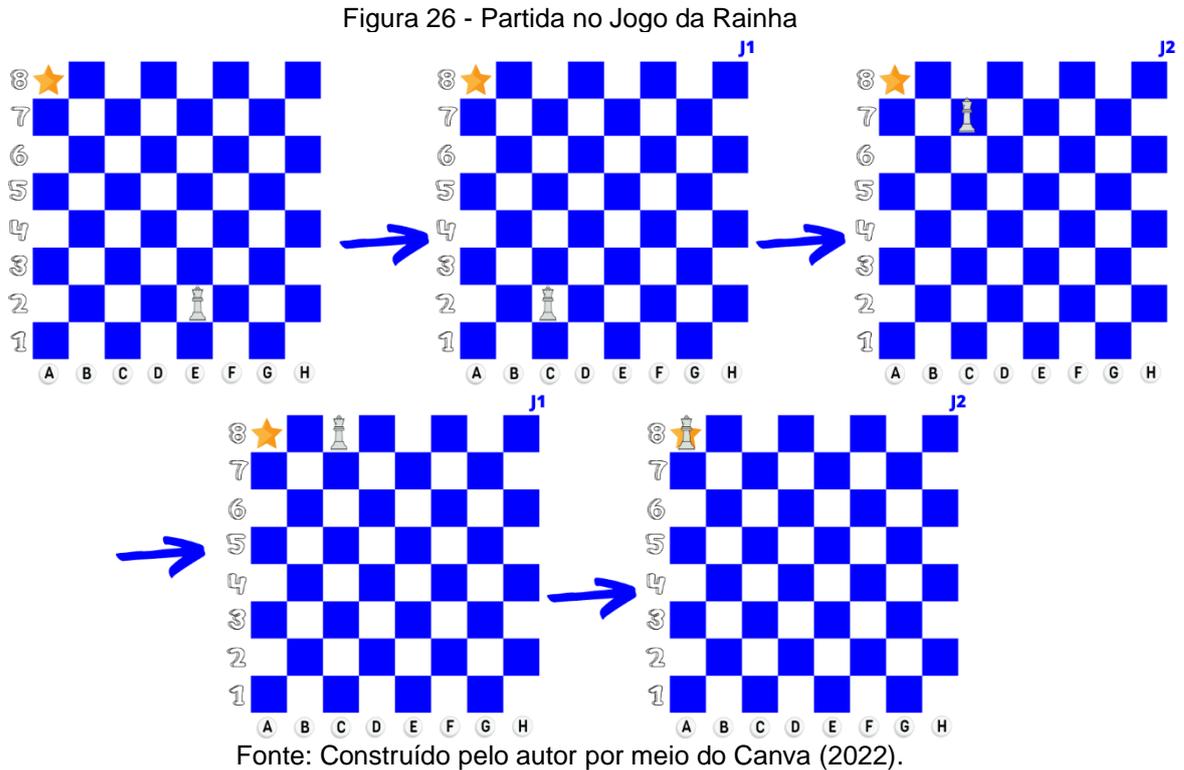
As restrições descritas no segundo ponto se fazem necessárias para que o jogo seja finito. Além disso, outra curiosidade é que o tabuleiro pode variar de tamanho. Exemplificando o segundo ponto, a figura 25 mostra quais são os possíveis movimentos.

Figura 25 - Movimentos da peça no Jogo da Rainha



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Perceba na figura 26 um exemplo de partida em que (J1) inicia o jogo e (J2) dá continuidade.

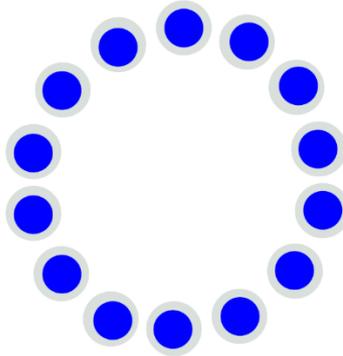


Como se pode perceber, o jogador (J2) venceu a partida, pois chegou à casa superior à esquerda, a casa estrelada, e o jogador (J1) não tinha mais possibilidades de jogada, sendo assim, perdeu o jogo. Trata-se de outra versão bem distinta da versão clássica do Jogo do Nim, mas que possui todas as suas características.

#### 5.4.5 Nim Circular ou Nim Corrente

Esta versão do Nim, a Circular ou Corrente, é bem parecida com a versão da Estrela das 6 Pontas. É necessário ter um tabuleiro circular para ser preenchido com algum tipo de objeto. Na figura 27, foi preenchido com bolinhas.

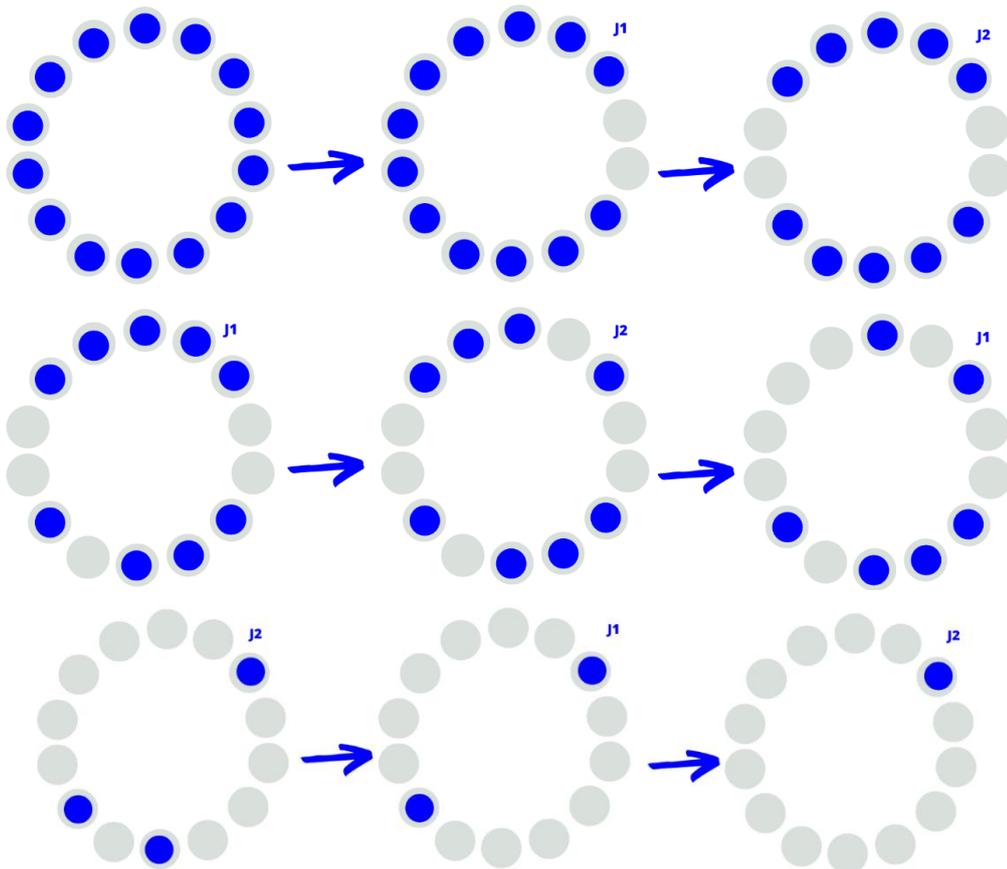
Figura 27 - Nim Circular ou Nim Corrente



Fonte: Adaptado pelo autor de Castro, Pessoa e Araújo (2019).

As regras para essa versão são: 1) Dois participantes ou duas equipes jogam alternadamente; 2) Cada jogador, na sua vez de jogar, pode retirar certo número de peças (conforme foi escolhido pelos jogadores no início do jogo); e 3) Perde aquele que não puder mais retirar peças, portanto ganha quem apanhar a última peça. Uma observação importante nessa versão é que a retirada de peças deve ser consecutiva. Veja na figura 28 um exemplo de partida em que os jogadores podem retirar 1 ou 2 peças.

Figura 28 - Partida no Nim Circular ou Nim Corrente



Fonte: Construído pelo autor por meio do Canva (2022).

Perceba que o jogador (J2) venceu a partida ao retirar a última peça do jogo. (J1) perdeu a partida, pois não houve mais possibilidade de jogadas.

#### 5.4.6 Finalidades educacionais do Jogo do Nim

A principal finalidade educacional dos Jogos do Nim é trabalhar com a estratégia para vencer; sendo assim, o estudante pode construir pensamentos, encontrar padrões e até formular conjecturas para tentar ganhar do seu oponente.

Para o Ensino de Matemática, com relação a conteúdos estabelecidos nos currículos (BRASIL, 2020; PERNAMBUCO, 2012), pode-se utilizar das versões do Jogo do Nim para o trabalho com diversos conteúdos, por exemplo, com o conceito de múltiplos e divisores, e com critérios de divisibilidade e algoritmo de Euclides, como descrito nos trabalhos de Welter (2016), Torres (2017) e Vieira *et al.* (2016).

Para vencer nas versões Nim Circular e Estrela de 6 Pontas, pode-se utilizar da ideia de simetria. Sendo assim, o professor pode utilizar essas variações para trabalhar esse conceito em sala de aula. Pode, também, utilizar a versão Jogo da Rainha para iniciar a ideia de direção e estimular o raciocínio dos estudantes. Já no *Corrida ao 20*, pode-se trabalhar progressão aritmética, visto que há uma razão 3 quando se encontra a estratégia para sempre vencer, assim como o conceito de divisão euclidiana.

Com base nos estudos de Santos (2014) acerca das finalidades educacionais proporcionadas pelo Mankala Colhe Três estudadas em sua dissertação, podemos também ter esse olhar para o Jogo do Nim em sua versão com Uma Pilha, por apresentar os seguintes propósitos: 1) Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente; 2) Mapear possibilidades; 3) Reconhecer número par e ímpar; 4) Reconhecer múltiplos de um número; e 5) Reconhecer números primos e compostos.

A seguir, apresentaremos um breve comentário a respeito de cada uma das finalidades educacionais mencionadas acima.

##### 5.4.6.1 Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente

No decorrer das partidas do Jogo do Nim com Uma Pilha existe a inevitabilidade de contar as peças que surgem naturalmente. Logo de início é normal que os jogadores primeiramente contem quantas peças tem no jogo para que pensem quantas deverão retirar a partir do trio numérico, mesmo que isso seja feito de forma

intuitiva. Dessa forma, os jogadores começam desenvolver a capacidade de contar objetos dispostos de forma desordenada mais rápida e visualmente, quando às vezes são utilizados esquemas de agrupamento, por exemplo. No tocante a quantificar mentalmente, Nogueira (2005, p. 63) ressalta:

Facilmente podemos observar crianças contando e apontando para objetos a fim de quantificá-los. Muitas vezes apontam duas ou mais vezes para um mesmo objeto, ou deixam de contar algum, não considerando o todo. Outra situação bastante comum de visualizar é a de crianças contando e quantificando corretamente, porém o significado atribuído é o de nomeação, por exemplo, ao contar oito botões, a criança recita e aponta corretamente.

#### 5.4.6.2 Mapear possibilidades

É essencial o mapeamento de jogadas para garantir uma boa estratégia vencedora, seja percebendo quando sempre está perdendo ou ganhando, ou deixando uma quantidade exata de peças para o adversário. Entretanto, uma alternativa para realizar esse mapeamento de jogadas é através das posições de perda (P) e de ganho (G) que já foram definidas nos capítulos anteriores.

Dessa forma, quanto maior a capacidade de mapear ou antecipar as jogadas, maior será a chance de ganhar. Observe a seguir um mapeamento de jogadas com outro numérico  $T = \{1, 3, 5\}$ .

Vamos analisar uma partida com 14 peças. As posições 1, 3 e 5 são de ganho, uma vez que se o jogador estiver nessas posições ele poderá retirar essas peças e vencer o jogo, como podemos observar no quadro 11 abaixo:

Quadro 11 - mapeamento do trio numérico  $\{1, 3, 5\}$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	G		G		G									

Fonte: Autor (2022).

Com base nas posições já estabelecidas de ganho na Quadro 11, iremos analisar as demais. Considere dois jogadores (J1) e (J2). Se o jogador (J1) estiver na posição inicial 0, ele não poderá efetuar nenhuma jogada possível, por não existir mais peças para serem removidas, logo o jogador (J1) perde e o jogador (J2) ganha. Portanto, a posição 0 é de perda como apresentado no quadro 12.

Quadro 12 - mapeamento do trio numérico  $\{1, 3, 5\}$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	G		G		G									

Fonte: Autor (2022).

Caso o jogador (J1) esteja na posição 2, então (J1) só pode remover 1 peça, deixando seu adversário (J2) com a possibilidade de retirar apenas 1 peça e ganhar o jogo. Logo, no quadro 13 a posição 2 é de perda.

Quadro 13 - mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	G	P	G		G									

Fonte: Autor (2022).

A posição 4 segue o mesmo raciocínio, ou seja, o jogador que se encontra nessa jogada tem a partida como perdida, visto que as possibilidades de retirar peças é 1 ou 3. Sendo a vez do jogador (J1), se ele remover 1 peça, deixará o jogador (J2) na posição 3, que é de ganho; se ele optar por remover 3 peças, também possibilitará o jogador (J2) apanhar 1 peça e ganhar o jogo. Logo, o jogador, estando na posição 4, se encontra perdido, como mostrado no quadro 14.

Quadro 14 - mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	G	P	G	P	G									

Fonte: Autor (2022).

Note que a posição 6 é de perda, pois o jogador (J1) nessa posição poderá remover 1, 3 ou 5 peças. Mas ao remover 1 peça, deixa seu adversário (J2) na posição 5, de ganho; se remover 3 peças, deixará (J2) na posição 3, que também é de ganho; o mesmo vale se ele escolher remover 5 peças: vai deixar (J2) na posição 1 de ganho. Portanto, 6 é uma posição de perda, pois só leva a posições de ganho.

No entanto, a posição 7 é de ganho, pois o jogador (J1), encontrando-se nessa posição, poderá remover 1 peça, e assim deixará o jogador (J2) na posição 6, de perda. Porém, observe que independente de qual escolha faça, se remover 1, 3 ou 5 peças, colocará seu adversário (J2) em uma posição de perda.

Logo, se repetir o mesmo processo com o restante das posições, as posições de perda e de ganho alternam entre posições pares de perda e ímpares de ganho, como podemos notar no Quadro 15. Em síntese  $P = 2q$  e  $G = 2q + 1$ , com  $q \in \mathbb{N}$ . Portanto, para vencer o jogo nesse caso basta deixar seu adversário em posições pares.

Quadro 15 - mapeamento do trio numérico {1, 3, 5}

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P

Fonte: Autor (2022).

Dessa forma, através desse mapeamento de jogadas pode-se trabalhar com os estudantes a ideia de número par e número ímpar, assim como múltiplos de um número a partir do trio numérico  $T = \{1, 2, 3\}$ , para o qual já foi levantado o mapeamento de jogadas no capítulo “Jogos Combinatórios na Educação Matemática” desta pesquisa. Através desses dois trios numéricos pode-se também trabalhar a ideia de números primos e compostos.

## 6 PROTÓTIPOS DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA

Este capítulo tem como objetivo mostrar o levantamento de funcionalidades, concepção e análise *a priori* que darão suporte para a reformulação a luz da EDI dos protótipos que foram idealizados nas plataformas *Scratch* e *Jamboard*. Tais protótipos foram idealizados através de uma oficina e de uma vivência em fórum, como já mencionamos anteriormente.

### 6.1 LEVANTAMENTO DE FUNCIONALIDADES E CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

Como delineado no percurso metodológico, foram respondidos alguns questionamentos que, de acordo com a EDI, compõem a etapa do levantamento de requisitos.

a) Como o ensino e a aprendizagem podem ser favorecidos? Como a compreensão dos saberes é auxiliada com o uso do Jogo do Nim com Uma Pilha? Quais recursos e situações o jogo propõe para ajudar o usuário a compreender os conhecimentos?

No decorrer dessa pesquisa já foram respondidos esses questionamentos. Em síntese: o Jogo do Nim com Uma Pilha em sua versão Digital favorece o ensino e a aprendizagem de forma a disponibilizar um jogo que possa auxiliar o professor a ter um recurso para o processo de desenvolvimento do estudante. Com isso, o jogo pode contribuir para auxiliar na assimilação dos saberes que estão ali envolvidos, através do mapeamento de possibilidades, busca por uma estratégia vencedora, dentre outros aspectos. Além disso, as situações são vivenciadas à medida que os jogadores estão jogando com a intervenção ou não de um mediador (professor) para instigá-los a investigar mais o jogo.

b) Quais funcionalidades existem em produtos da área? Quais são os possíveis diferenciais do jogo digital que se pretende desenvolver? O que o jogo digital trará de novo referente ao que já existe?

Há jogos digitais adaptados a partir do Jogo do Nim. Ao realizarmos uma busca na *web* e em lojas virtuais de aplicativos, como a App Store e Play Store, notamos que as versões digitais do Jogo do Nim apresentadas são da versão com três pilhas – na modalidade *misère* (quem retira a última peça perde). Logo, dentre

das várias variações que o jogo possui, vale mais uma vez ressaltar a importância de uma concepção de uma versão do Jogo do Nim com Uma Pilha, que é a proposta a ser trabalhada nesta pesquisa, além de outros elementos que não encontramos nessas versões já existentes.

Realizando uma busca sistemática mais uma vez sobre o Nim na *web*, agora nas plataformas *GeoGebra* (um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única GUI), *Scratch* e *Jamboard*, percebemos que há uma variedade de Jogos do Nim que tem sido desenvolvida por anônimos, professores de matemática e pesquisadores. No caso do *GeoGebra*, ao pesquisar por “Nim”, foram encontrados 47 projetos, porém, ao analisarmos um a um, apenas 12 realmente eram sobre o Jogo do Nim. Desses 12, dois estavam repetidos e dois não funcionaram, ficando, assim, um total de oito projetos que, de fato, podem ser caracterizados como Jogo do Nim. A figura 29 mostra a interface de quando se pesquisa por “Nim” no *GeoGebra*.

Figura 29 - Jogos de Nim no *GeoGebra*



Fonte: *GeoGebra* (2022).

A categorização desses projetos foi dada por “Nome do arquivo”, “Autor”, “Tipo”, “Versão”, “*Misère?*”, “Idioma”, “Aspectos gerais de 1 a 5” e “Link”. O nome do arquivo foi dado pelos autores dos projetos; já os autores são os criadores. O “Tipo” foi utilizado para identificar se era alguma atividade ou outro tipo de conteúdo, embora todos estivessem caracterizados como atividade.

Na categoria “Versão” buscamos verificar quais eram as versões que estavam sendo desenvolvidas; já em “*Misère?*”, se os projetos estavam fazendo o uso da versão de “quem retira as últimas peças perde”. Já na parte de “Idioma”, tivemos o

intuito de saber onde estavam sendo desenvolvidas as versões. Na categoria “Aspectos gerais 1 a 5”, julgamos todos interessantes, porém alguns mais trabalhados que outros, diante da preocupação com alguns elementos a mais. Na parte “Link”, preencheremos com o *link* que dá acesso ao projeto. Observe no quadro 16, de forma mais detalhada, os projetos encontrados:

Quadro 16 - Jogo do Nim no GeoGebra

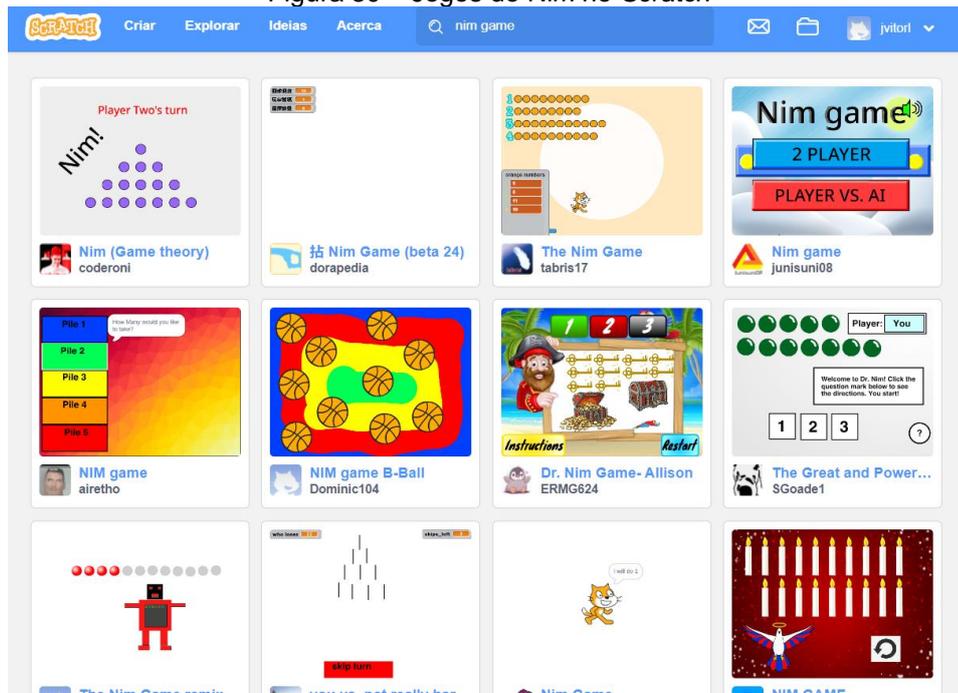
Nome do arquivo	Autor	Tipo	Versão	Misére ?	Idioma	É interessante? 1 a 5.
Jogo do Nim	Marcos A. Manetta	Atividade	Três pilhas	Não	Português	5
Jogo do Nim (3)	Marcos A. Manetta	Atividade	Três pilhas	Não	Português	5
NIM game	Svetlana & Anders	Atividade	Três pilhas	Não	Português	4
Nim - Spiel	Andreas Vohns	Atividade	Uma pilha	Não	Alemão	3
Spiel mit Streichhölzern	Matthias Hornof	Atividade	Uma pilha	Não	Alemão	3
El Nim	Ceferino A.	Atividade	Peão/ Xadrez	Sim	Espanhol	4
Four-by-Four NIM	Duane Habecker	Atividade	4X4	Não	Inglês	4
Nim-Jakoa	Maite Uriname	Atividade	Jakoa	Sim	Basco	3

Fonte: Autor (2022).

Para ter acesso ao *link* dos projetos basta clicar no nome do arquivo que irá direcionar para a página do *GeoGebra* em que se encontra a elaboração do autor.

Na plataforma *Scratch* foram encontradas mais de 1.000 versões sobre o Jogo do Nim. Ao analisá-las brevemente, não foi encontrada uma versão correspondendo com aquela que pretendemos utilizar. Observe na Figura 30 a interface de quando pesquisamos por “Nim” no *Scratch*.

Figura 30 – Jogos do Nim no Scratch



Fonte: Scratch (2022).

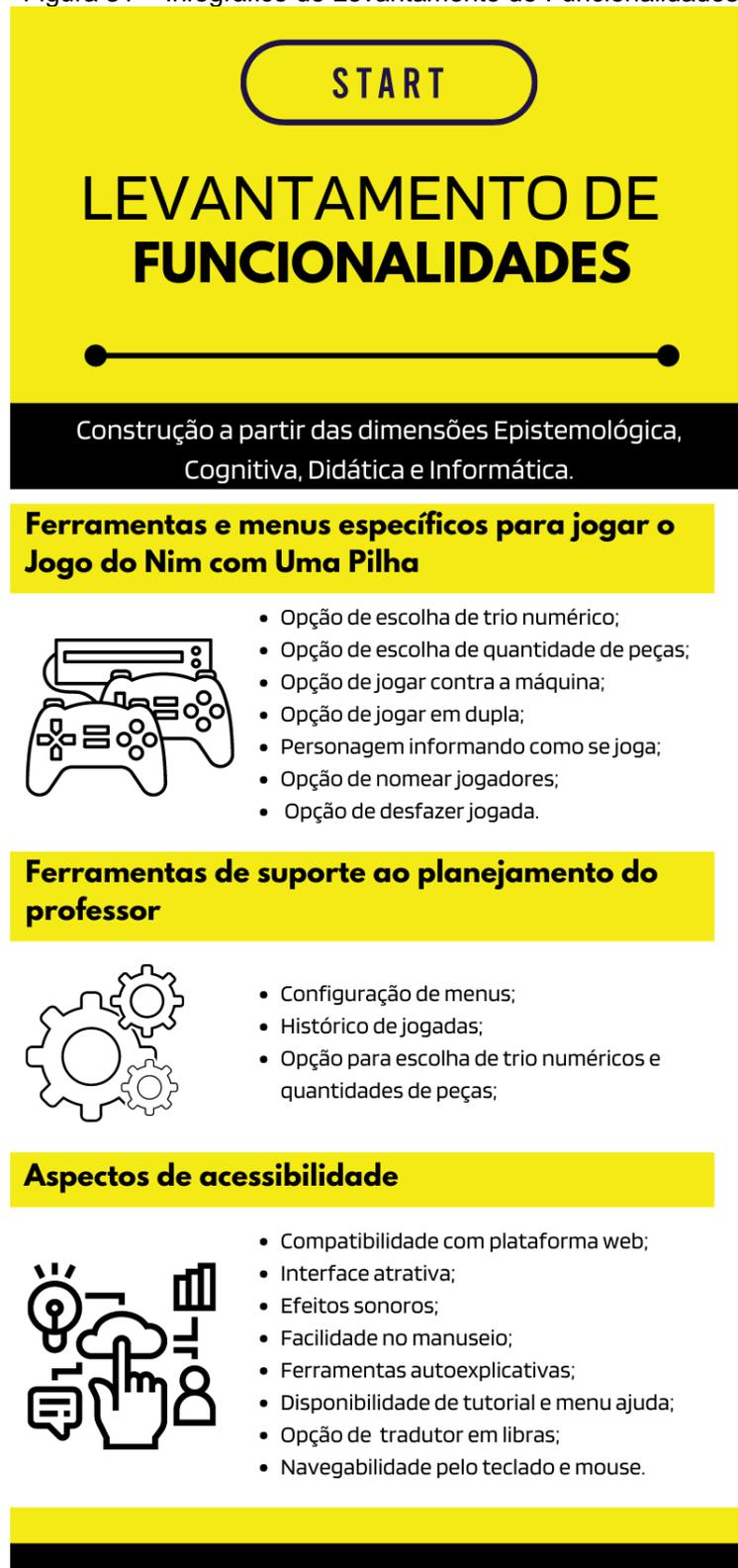
Já na plataforma *Jamboard*, não é possível realizar a busca como nas outras duas plataformas; todavia, não encontramos trabalhos desenvolvidos com o Jogo do Nim. O trabalho de Araújo e Gonçalves (2021), no entanto, mostrou-se a relevância de trabalhar jogos no *Jamboard*, apresentando-se uma aplicação do jogo futebol com números decimais.

Essas versões digitais analisadas terão grandes contribuições para a versão que pretendemos realizar (protótipo) a partir das potencialidades e limitações que pudemos observar nessas plataformas.

c) Documento de requisitos delimitado considerando as dimensões Didática, Cognitiva, Epistemológica e Informática.

Apesar da definição apresentada na EDI ser formalizada como documento de requisitos, entende-se que se trata da apresentação das funcionalidades do jogo digital considerando as dimensões Epistemológica, Cognitiva, Didática e Informática. Para o levantamento de funcionalidades foi elaborado um infográfico elencando algumas ferramentas que julgamos necessárias para uma versão digital do Jogo do Nim em sua modalidade Uma Pilha, como mostra a figura 31 abaixo.

Figura 31 – Infográfico do Levantamento de Funcionalidades



Fonte: Elaborado pelo autor por meio do Canva (2022).

As discussões desse levantamento contaram com a participação dos integrantes do grupo de pesquisa Atelier Digitas, mais precisamente dos participantes J, K, L e M. Durante o processo de validação, os participantes verificaram essas funcionalidades quanto à pertinência, consistência e integralidade. Nesse processo podem ser descobertos erros quanto ao levantamento, o que, de acordo com Tiburcio (2020), podem ser modificados, a fim de corrigir os problemas encontrados.

As situações de uso, como são propostas nas análises *a priori*, podem ser exemplificadas através desse levantamento. É interessante que o jogador, ao abrir o jogo, tenha uma interface atrativa e algum personagem indicando como jogar e as regras do jogo. A partir disso, é interessante que o jogador tenha a possibilidade de escolha do trio numérico e de quantidades de peças que deseja jogar, assim como se deseja jogar contra outro jogador ou contra a máquina. Também é proveitoso que os jogadores tenham a opção de arquivar as jogadas, de forma a retornar para elas e perceber algumas falhas em suas jogadas ou tentar entender como venceu/perdeu naquela partida. Esse tipo de situação permite que o jogador possa investigar melhor o jogo.

## 6.2 PROTÓTIPO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO SCRATCH

Como já mencionado no percurso metodológico, a construção das duas primeiras versões do protótipo no *Scratch* foi realizada durante a disciplina “Tecnologia na Educação Matemática”, ministrada pelo Professor Dr. Sérgio Dantas.

A disciplina contou com o seguinte conteúdo programático: conceito de tecnologia e suas implicações em processos educativos e formativos; análise de recursos tecnológicos digitais, informáticos e da comunicação que possam ser integrados às ações educativas (Educação Básica) e formativa (Educação Superior); avaliação de dispositivos e softwares com possibilidades para a educação matemática; desenvolvimento de recursos digitais abertos e materiais didáticos em vários formatos para a educação matemática.

Na semana 5, realizada entre 9 e 15 de setembro de 2021, houve um estudo e algumas construções sobre a plataforma *Scratch*, seguidos da seguinte proposta de atividade:

Figura 32 - Tarefa 11 proposta pelo professor da disciplina Tecnologia em Educação Matemática

Tarefa 11

Utilizando os conhecimentos que você constituiu até esse momento sobre o Scratch, realize uma construção no programa de livre escolha e poste nesse fórum até 15 de setembro de 2021 às 23h59min.

Acrescentar um novo tópico de discussão

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

Além disso, também foi solicitado que os participantes da disciplina comentassem em pelo menos duas postagens dos colegas analisando a construção e indicando sugestões na atividade. Tendo em vista os estudos e as construções preliminares no *Scratch*, uma versão digital do Jogo do Nim foi construída e postada na tarefa, como mostra a figura 33.

Figura 33 - Tarefa 11 postada no fórum

Mostrar respostas aninhadas

**Tarefa 11**  
por José Vitor Ramos De Lima - Tuesday, 14 Sep 2021, 11:43

Olá,

Segue anexo a construção no Scratch. A ideia inicial era realizar a programação do Jogo do Nim, onde o jogador 1 disputa contra a máquina, mas ainda não cheguei lá. As regras do Jogo do Nim com Uma Pilha são:

- Participam do jogo dois jogadores ou duas equipes;
- Quantidade de peças é arbitrária e finita (neste caso, 15 peças);
- Uma jogada (ou movimento) consiste em retirar uma, duas ou três peças da pilha ( $S = \{1, 2, 3\}$ );
- As jogadas são alternadas e ganha aquele que efetuar a última jogada válida.

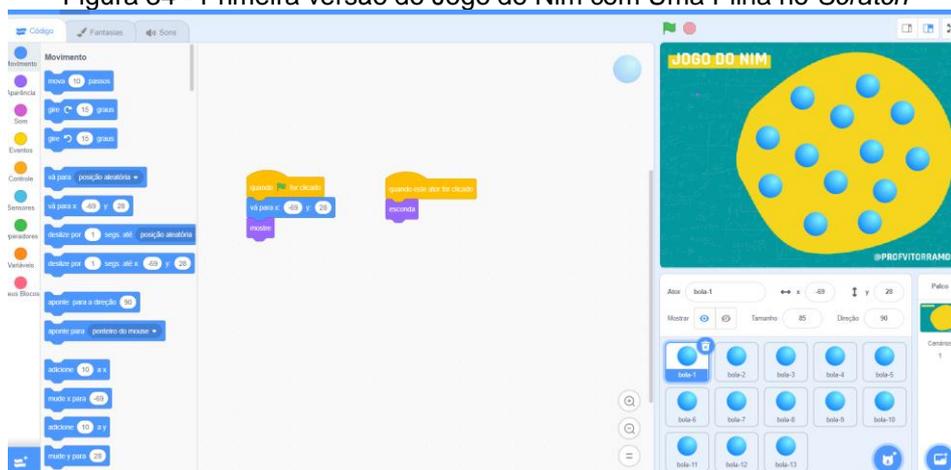
 Nim1.sb3

[Link direto](#) [Responder](#)

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

Na figura 34, pode-se observar a primeira versão do Jogo do Nim com Uma Pilha postada e sua respectiva programação.

Figura 34 - Primeira versão do Jogo do Nim com Uma Pilha no *Scratch*



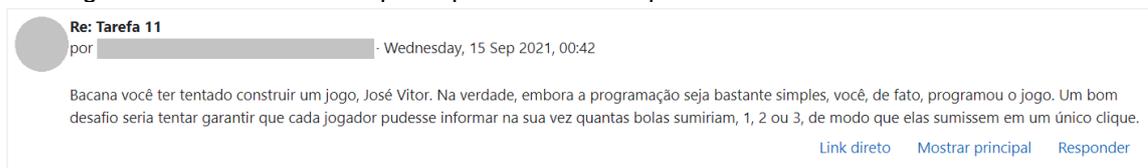
Fonte: Captura de tela realizada da plataforma *Scratch* (2021).

Nessa primeira versão, sugere-se que os jogadores possam jogar juntos em uma mesma tela de jogador, com cada jogador em sua vez de jogar definindo o trio numérico e, ao clicar nas bolinhas, as peças somem. Essas bolinhas são chamadas de “atores”. Uma programação relativamente simples na qual o pano de fundo, denominado de “palco”, construído através da plataforma de design gráfico Canva, e as peças simbolizadas por bolinhas foram construídas na própria plataforma *Scratch*.

Houve comentários de três participantes nessa atividade. A seguir, iremos discutir os posicionamentos apresentados pelo participante A (professor de Matemática, mestre em Matemática); participante B (professor de Matemática) e participante C (professor de Matemática e doutor em educação matemática).

O primeiro comentário realizado pelo participante A é mostrado na figura 35.

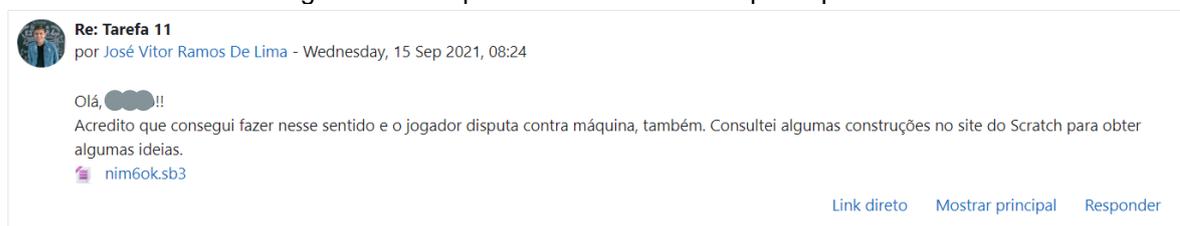
Figura 35 - Comentário do participante A sobre a primeira versão Uma Pilha no *Scratch*



Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

O participante A sugeriu possíveis alterações e na própria resposta do comentário, o autor do protótipo apresentou uma nova versão. Observe na figura 36 o comentário deixado:

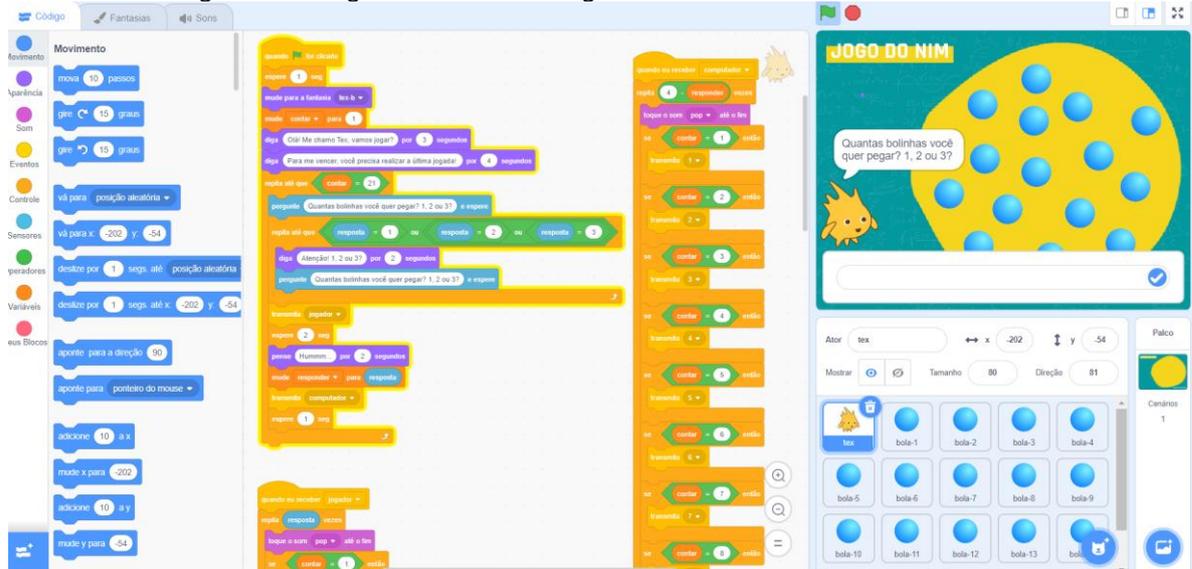
Figura 36 - Resposta ao comentário do participante A



Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

Nessa segunda versão apresentada foi necessário realizar uma programação mais complexa em relação à primeira. A intenção agora foi de que o jogador jogasse contra a máquina e que ele pudesse dizer quantas peças gostaria de retirar, conforme foi sugerido pelo participante A. Veja na figura 37 a interface da plataforma *Scratch* dessa segunda versão.

Figura 37 - Segunda versão do Jogo do Nim com Uma Pilha no Scratch



Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Scratch (2021).

Percebe-se na figura 37 que foi acrescentado um novo ator, o personagem Tex – localiza-se o ator pela fala “quantas bolinhas você quer pegar? 1, 2 ou 3? Junto ao personagem Tex veio uma programação mais elaborada, mostrada na figura 37. A função inicial do personagem Tex é de explicar como funciona o Jogo do Nim com Uma Pilha e logo após perguntar quantas bolinhas o jogador deseja retirar.

A partir dessa nova postagem surgiram mais comentários do participante A sobre essa nova versão postada. Observe na figura 38 a conversa:

Figura 38 - Conversa com o participante A

**Re: Tarefa 11**  
por [Redacted] - Wednesday, 15 Sep 2021, 10:13

Olá Vitor! Ficou bacana! Mas ainda tem um problema, não tem como ganhar do Tex começando a partida kkkkkk  
Você tem 16 bolas, para qualquer escolha que você faça, basta que ele retire a quantidade necessária para somar 4. Assim o número de bolas se reduzirá para 12, depois 8 e, finalmente 4. Então, não importa quantas bolas você retirar, ele vai ganhar kkkkkk

[Link direto](#) [Mostrar principal](#) [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 11**  
por José Vitor Ramos De Lima - Wednesday, 15 Sep 2021, 11:08

Foi intencional, kkkkkk.  
A ideia é estimular os jogadores (pensando em crianças de uma turma do 6º Ano) a buscarem entender o motivo de nunca ganharem, por exemplo, através de busca por padrões e formulações de estratégias, assim poderia introduzir a ideia de posição de ganho e perda, múltiplos de um número, etc. E também trabalhar algumas situações problemas.

Ps: pois pensei em colocar o personagem Tex como conhecedor da estratégia vitoriosa, sem fazer jogadas aleatórias.

[Link direto](#) [Mostrar principal](#) [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 11**  
por [Redacted] - Wednesday, 15 Sep 2021, 11:48

Penso que seria mais interessante criar uma situação na qual o sujeito só ganhe quando encontrar a estratégia ótima então, não acha? Rsrrs. Mas que tivesse a possibilidade de ganhar. Não sei se os alunos responderiam de forma muito positiva ao saberem que não tinham nenhuma chance de ganhar desde o início rsrsrs

[Link direto](#) [Mostrar principal](#) [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 11**  
por José Vitor Ramos De Lima - Wednesday, 15 Sep 2021, 12:28

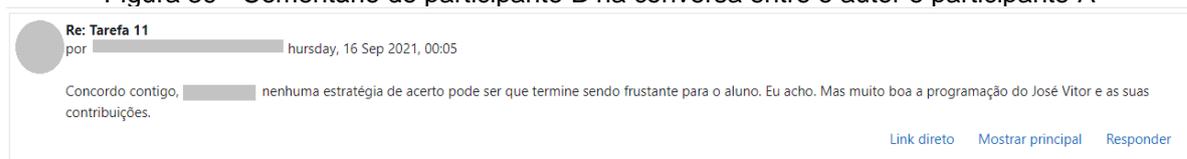
Kkkk, entendi. Vou rever, obrigado pelas observações!!!

[Link direto](#) [Mostrar principal](#) [Responder](#)

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

Nota-se a preocupação do participante A com essa nova versão, na qual percebeu que é impossível ganhar da máquina. De fato, pode ser frustrante para o jogador/estudante que estiver jogando perceber que é impossível ganhar, quando foi construído não foi considerado essa hipótese. Por isso, o participante A sugere uma nova versão que possa ser mais atrativa para o jogador, contendo uma situação na qual o jogador possa investigar alguma estratégia para vencer da máquina. O participante B intervém na conversa concordando com as observações do participante A e sugere essa modificação, conforme é mostrado na figura 39.

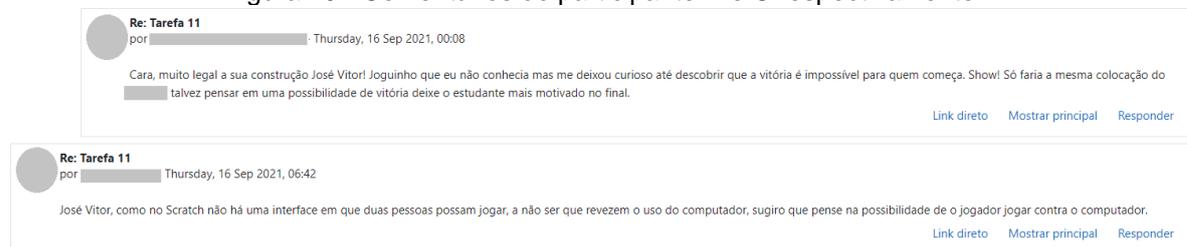
Figura 39 - Comentário do participante B na conversa entre o autor e participante A



Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

A partir disso, houve dois comentários do participante B e do participante C. O participante B parabenizou pela construção e reforçou a ideia de que o estudante/jogador tenha a possibilidade de ganhar. Já o participante C comentou, referente à primeira versão postada, da possibilidade de jogar contra máquina, algo que já foi construído na segunda versão postada. Observe na figura 40 o comentário do participante B e C respectivamente:

Figura 40 - Comentários do participante B e C respectivamente



Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Moodle – UNESPAR (2021).

Como a tarefa já tinha sido cumprida e postada pelo menos uma versão melhorada a partir dos comentários dos participantes, ficou em aberto uma nova versão melhorada na qual o jogador teria a possibilidade de ganhar. Na seção 6.4 será apresentada a “Reformulação dos protótipos a luz da EDI” (na qual disponibilizou-se uma versão atualizada com a possibilidade de o jogador vencer) e outras melhorias que foram elencadas no levantamento de funcionalidades.

### 6.3 PROTÓTIPO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO *JAMBOARD*

O protótipo no *Jamboard* foi apresentado dia 22/10/2021, via plataforma Google Meet, em uma oficina ministrada pelo pesquisador cujo título foi “Jogo do Nim no *Jamboard*: uma alternativa para o ensino de múltiplos de um número”, no Encontro Sul Mato-Grossense de Educação Matemática – XIV ESEM.

Na figura 41, observa-se a interface do Jogo do Nim com Uma Pilha no quadro interativo *Jamboard*. Vale ressaltar que as artes foram desenvolvidas por meio da plataforma de design gráfico Canva e definidas como pano de fundo (para evitar o risco de atrapalhar na jogabilidade e o jogador apagar alguma imagem), o que poderia acontecer ao inserir na opção de “adicionar imagem” na lateral esquerda. Alguns elementos foram editados no próprio *Jamboard* com intuito de deixar o jogador/estudante/professor mais autônomo para realizar modificações.

Figura 41 - Jogo do Nim com Uma Pilha no *Jamboard*



Fonte: Construída pelo autor por meio do *Jamboard* (2021).

Essa foi a versão que os seis participantes da oficina jogaram. As variáveis que poderiam ser modificadas eram a escolha do trio numérico, que foi confeccionado por meio da função “nota autoadesiva”, e as peças do jogo.

Após as discussões e resoluções das situações-problemas, foi aplicado com os seis participantes da oficina um Formulário Google aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google) com 9 perguntas como consta no Apêndice D. Seguindo a ordem dos participantes desta pesquisa, denominaram-se os participantes da oficina por participante D, participante E, participante F, participante G, participante H e participante I.

As perguntas iniciais foram para coletar algumas informações básicas a seu respeito, como e-mail, formação e atuação docente. Cinco responderam que ainda estavam cursando licenciatura em matemática e um participante respondeu já ser formado. Quatro participantes não lecionavam, um lecionava no ensino básico e um no ensino superior.

A quarta pergunta indagava se os participantes tinham conhecimento do quadro interativo *Jamboard*. Apenas um participante respondeu que sim. Na quinta pergunta estávamos interessados em saber como foi a vivência com o *Jamboard*. O participante I respondeu: “Tive boa experiência. Já utilizei para apresentar trabalhos como forma de demonstrar o que estava dizendo”.

A sexta pergunta indagava se os participantes tinham conhecimento do Jogo do Nim e suas versões. Apenas o participante I respondeu que sim. Em suas palavras: “Já conhecia, mas nunca havia explorado o jogo no contexto matemático”. Apesar de o participante I dizer que já conhecia, não informou qual versão que jogou.

A sétima questão buscava saber, caso tivessem respondido sim à questão anterior, se haviam utilizado o Jogo do Nim em sala de aula e, em caso positivo, como foi a experiência. Não tivemos nenhuma resposta a essa pergunta.

A oitava pergunta foi se os participantes sentiram dificuldades em jogar no *Jamboard*. Seguem abaixo algumas respostas que contribuíram para o desenvolvimento da pesquisa/protótipo:

Participante F: “Não, no início foi intuitivo, mas já em busca de uma estratégia para ganhar, assim como na corrida ao 20, que conheci com a professora Marilena Bittar há alguns anos”.

Participante I: “Não senti dificuldades. Apenas a internet que às vezes atrasa a movimentação das peças do adversário”.

Participante G: “Não encontrei dificuldades em joga-lo no *Jamboard*”.

A nona e penúltima pergunta considerada a mais pertinente para a nossa pesquisa, indagava o que os participantes julgavam necessário para que o jogo ficasse mais atrativo e quais elementos eles acrescentariam. O participante F apresentou uma resposta interessante, mostrada na figura 42:

Figura 42 - Resposta da pergunta 9 do participante F

Penso que a interface está adequada, por ser de certa forma, simples, as atenções passam a se concentrar nas estratégias de jogo. A meu ver, está bem interessante da forma com que foi apresentada. Apenas, se fosse possível não permitir a exclusão e modificação dos formatos das peças. Um estudante que não entrou de fato no jogo, pode utilizar-se deste artifício para brincar com as formas, ao invés de se ater nas estratégias lógico-matemáticas para garantir a vitória, bem como na conjectura a respeito das generalizações possíveis para cada proposta.

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Formulário Google (2022).

Ao analisar a resposta do participante F, percebe-se que a interface atingiu a ideia desejada. Porém, as peças do jogo incomodaram o participante, uma vez que foram criadas apenas no próprio *Jamboard*; caso fossem inseridas como figuras, isso não aconteceria.

O participante E sugeriu que a temática do Jogo do Nim no *Jamboard* pudesse ser mais atrativa, por exemplo, o pano de fundo ser de “*FreeFire*”, “*Naruto*”, “*Among Us*”, dentre outros. Perceba sua fala na figura 43:

Figura 43 - Resposta da pergunta 9 do participante E

achei muito divertido porem nas nossas experiências fazendo forms para os alunos se vc colocar algum tema de personagens talvez fica mais atraente esteticamente

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Formulário Google (2022).

É interessante a fala do participante E em sugerir algumas temáticas de personagens para chamar mais a atenção dos estudantes. Já o participante I comentou algo a respeito do tempo de jogadas, de acrescentar um tempo para que a partida ficasse mais rápida e os jogadores tivessem que raciocinar de forma mais rápida. Observe na figura 44:

Figura 44 - Resposta da pergunta 9 do participante I

Acrescentaria um tempo x para que os jogadores tentem raciocinar de forma rápida e fique uma espécie de competição

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma Formulário Google (2022).

Pelos estudos levantados e resenhados, ao trazer um determinado tempo no jogo, perderá um pouco da ludicidade que apresenta. Os jogadores podem se sentir pressionados para realizar as jogadas e perder observações importantes da estratégia vitoriosa que ocorre quando é jogado com mais calma.

Por fim, a última pergunta buscou saber se os participantes usariam o Jogo do Nim com Uma Pilha no *Jamboard* em sua prática docente. Todos os participantes responderam que sim.

Após esse relato iremos apresentar, na próxima seção, uma versão atualizada no *Jamboard* a partir das observações das respostas dos participantes da oficina e do levantamento de funcionalidades realizado.

#### 6.4 REFORMULAÇÃO DOS PROTÓTIPOS DESENVOLVIDOS À LUZ DA EDI

Haja vista que a vivência da construção do jogo no *Scratch* e da realização da oficina no *Jamboard* foram no mesmo período em que estavam sendo realizadas as análises prévias da pesquisa, o levantamento de funcionalidades ainda não estava pronto. Sendo assim, pensamos em realizar uma reformulação dos protótipos desenvolvidos nas duas plataformas. Essa ideia de reformulação vem como uma ação de rever e redesenhar diferentes processos em busca de melhorias significativas, de eficiência e de qualidade. Tiburcio (2020) também propõe que durante os ciclos da EDI exista o confronto e o retorno das etapas.

##### 6.4.1 Reformulação do Jogo do Nim com Uma Pilha no *Scratch*

Conforme o levantamento de funcionalidades delineado e a análise dos três participantes no fórum da disciplina, propomos uma versão atualizada do Jogo do Nim com Uma Pilha. Nessa versão buscamos atender o máximo de funcionalidades e focar no que nos chamou mais atenção: a possibilidade de o jogador vencer da máquina. Observe na figura 45 a última versão. Caso tenha o desejo de testar/jogar, basta clicar a figura que será direcionado para o site.

Figura 45 - Jogo do Nim com Uma Pilha no *Scratch* 2.0

Fonte: Captura de tela realizada da plataforma *Scratch* (2022).

Apesar de ser uma versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, possui algumas limitações como a de não ter a possibilidade de armazenar as jogadas; escolher o quantitativo de peças; escolher o trio numérico; jogar de forma online. Entretanto, essa versão construída permite um avanço relevante para novas variações digitais do Nim em pesquisas futuras, haja vista que no *Scratch* não havia nenhuma versão com Uma Pilha que atendesse a esses requisitos.

#### 6.4.2 Reformulação do Jogo do Nim com Uma Pilha no *Jamboard*

Diferente do *Scratch*, o quadro interativo *Jamboard* não possui a funcionalidade de deixar arquivos salvos para outras pessoas terem acesso. Sendo assim, além de propor uma melhoria a partir do levantamento de funcionalidades e sugestões dos participantes da oficina, também foi elaborado um guia prático que sirva de recurso para professores utilizarem em suas aulas caso desejarem. O guia completo segue em anexo no final do trabalho e pode ser consultado ao clicar na figura 46.

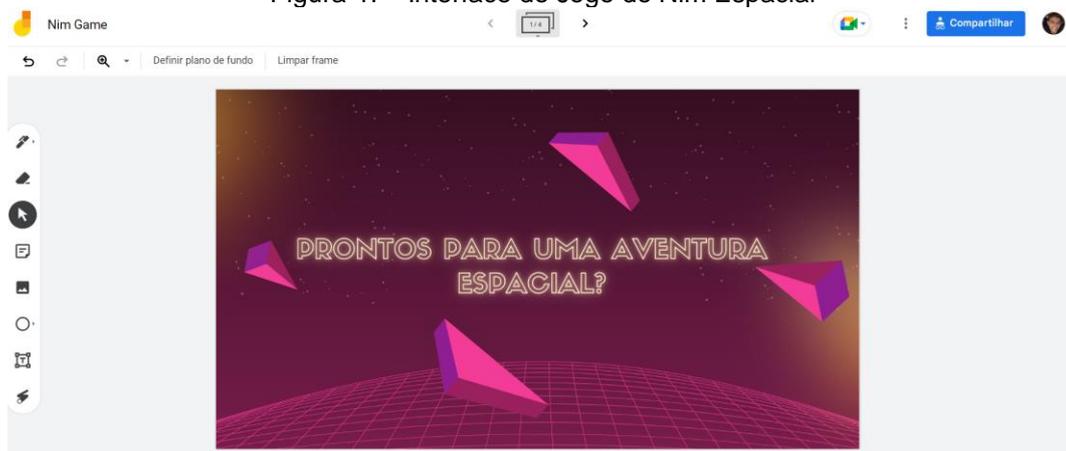
Figura 46 - Guia Prático - Jogo do Nim Espacial



Fonte: Elaborado pelo autor através do Canva (2022).

A ideia do Jogo do Nim Espacial veio da sugestão de um dos participantes da oficina o qual propôs trazer alguma temática para o jogo. Sendo assim, pensamos inicialmente na temática espacial. A figura 47 mostra a primeira interface do jogo no *Jamboard*. Pensamos na frase “Prontos para uma aventura espacial?” com o intuito de instigar o estudante a se envolver mais com o jogo.

Figura 47 - Interface do Jogo do Nim Espacial



Fonte: Elaborado pelo autor através do Canva (2022).

Na figura 48 é mostrado o tabuleiro do jogo, no qual os jogadores só podem movimentar as peças do jogo; o pano de fundo foi construído por meio da plataforma Canva. As peças do jogo estão sendo simbolizadas por “naves alienígenas”. Vale salientar que o guia prático ajuda ao professor também a criar outras temáticas, conforme achar necessário.

Figura 48 - Interface do Jogo do Nim Espacial



Fonte: Elaborado pelo autor através do Canva (2022).

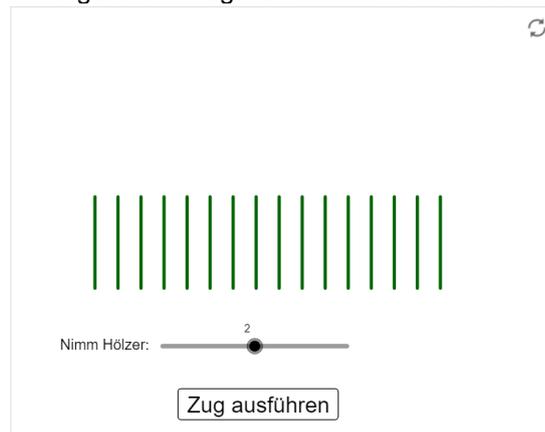
Assim, foi construída a reformulação dos dois protótipos desenvolvidos através das plataformas *Scratch* e *Jamboard*. Vale salientar que em estudos futuros esses protótipos servirão como base para a concepção de uma versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha que talvez atenda todo o levantamento de funcionalidades propostos nesta pesquisa. As plataformas que foram utilizadas para a prototipação possuem limitações, como a de jogar online no *Scratch*, de jogar contra a máquina no *Jamboard*, a escolha de trio numérico e de peças no *Scratch*, dentre outras, mas que não invalidam essas versões concebidas, tendo em consideração que é possível jogar do mesmo modo.

## 7 CONTRIBUIÇÕES DE UM MODELO DE PROCESSO DE SOFTWARE PARA CONCEPÇÃO DE JOGOS DIGITAIS

Como já foi discutido nos capítulos anteriores, a EDI foi apresentada como uma proposta metodológica para o desenvolvimento de software educativo através de uma articulação entre a Engenharia de Software e a Engenharia Didática. Entretanto, alguns trabalhos já vêm utilizando essa metodologia para a concepção de jogos digitais também, como na pesquisa de da Silva Neto (2021), quando se realizou a prototipagem do jogo “Pokétronfo”. Há outras pesquisas que também estão com foco na concepção de jogos digitais e utilizam-se da EDI, porém, ainda em desenvolvimento e que vêm sendo discutidas junto a esta pesquisa, visto que, a EDI desenvolveu uma tipologia específica de software educativo, os ambientes micromundos, mas em seus encaminhamentos, deixava clara a relevância de outras tipologias a serem construída, adaptando a metodologia para necessidade de cada tipologia.

Santos (2014) em sua pesquisa de mestrado investigou o jogo Mankala Colhe Três e agora em sua pesquisa de doutorado, em desenvolvimento, busca construir uma versão digital do jogo utilizando a EDI como processo metodológico. O pesquisador já vem trazendo grandes contribuições e reflexões acerca da EDI para a concepção de jogos digitais, assim como propôs um modelo que auxilia melhor na produção de tais jogos.

Ao observar jogos digitais na *web* foi perceptível a carência de uma preocupação didática nos jogos, tanto em jogos sem intuídos educacionais quanto em jogos com intenções educativas, como foi o caso ao realizar uma pesquisa sistemática com os jogos do tipo Nim na plataforma *GeoGebra*. Mesmo com o intuito de serem tarefas, as interfaces não são muito atrativas para os estudantes, embora isso não invalide as construções que foram realizadas. É o caso da construção realizada pelo autor “prof02452”, mostrada na figura 49:

Figura 49 - Jogo do Nim no *GeoGebra*

Fonte: Captura de tela do GeoGebra (2022).

Apesar de a EDI apresentar um modelo que pode ser seguido de forma simultânea, como é proposto por Tiburcio (2020), tentamos seguir uma ordem inicialmente, mas ficamos transitando entre as outras etapas. A princípio, foi realizada a etapa de especificação, pois julgamos essenciais os questionamentos elencados e respondidos. É necessário saber primeiramente o que queremos de fato investigar, o que o jogo abordará, quais problemas pretende-se solucionar e quais são principais diferenças entre as versões existentes. Com esses questionamentos respondidos tivemos um direcionamento inicial o qual, durante toda a pesquisa, foi revisitado ao longo da trajetória.

As análises prévias levantadas com base nas dimensões Epistemológica, Cognitiva, Didática e Informativa sem dúvidas encaminharam os direcionamentos desta pesquisa. Compreender através da literatura como está sendo posto o Jogo do Nim nas pesquisas foi essencial ao responder os questionamentos levantados em cada uma dessas dimensões.

Aqui vale uma ressalva de uma dificuldade que foi bastante discutida no decorrer da pesquisa: após investigar o Jogo do Nim, foi perceptível que ele é capaz de promover mais do que apenas a aprendizagem de determinado conteúdo matemático, pois há conhecimentos subjacentes do jogo que são mobilizados nas jogadas. Por exemplo, a pesquisa de Silva (2019) se utilizou da EDI e teve como objetivo conceber, desenvolver e validar um micromundo como elemento de suporte ao ensino de área e perímetro, ou seja, o pesquisador delimitou seu objeto matemático, neste caso área e perímetro.

No caso da pesquisa de da Silva Neto (2021) que teve por objetivo conceber, prototipar e validar uma versão computacional de um jogo educativo digital orientado

pelo quadro teórico-metodológico da EDI articulado com a metodologia MDA, o pesquisador teve como objeto matemático os números racionais e conseguiu realizar, normalmente, as dimensões propostas por Tiburcio (2020).

No entanto, quando temos um jogo como o Nim, torna-se dificultoso determinar um conteúdo matemático, haja vista que em tal jogo seu potencial didático vai além disso, como já foi mostrado em suas finalidades educacionais nos capítulos anteriores. Dessa forma, conforme já destacamos neste estudo, focamos em analisar o Jogo do Nim sob a ótica das dimensões Epistemológica, Cognitiva, Didática e Informática, que foi um dos objetivos específicos da pesquisa. Com isso, analisamos o Jogo do Nim sem foco no objeto matemático.

Na etapa de formação da equipe transdisciplinar, como é proposto pela EDI, surgiu o grande desafio de fazer com que os profissionais de diversas áreas se comunicassem, além da disponibilidade para participar da pesquisa, tendo em conta que é algo voluntário. Entretanto, conseguimos nos aproximar de profissionais formados em licenciatura em matemática, mestres e doutores em educação matemática, assim como licenciandos em matemática. Além disso, contamos com alguns participantes licenciados em expressão gráfica. Mesmo sendo difícil mostrar o andamento da pesquisa para todos, cada participante teve uma contribuição relevante na caminhada do estudo.

Um outro ponto positivo com relação à formação da equipe transdisciplinar foi a diversidade dos profissionais de diferentes regiões do Brasil: a oficina remota na qual foi aplicado o Jogo do Nim com Uma Pilha no *Jamboard* possibilitou contribuições relevantes de professores, pesquisadores e licenciandos em matemática, trazendo reflexões e melhorias. Além disso, a vivência na disciplina remota no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESPAR possibilitou grandes contribuições no desenvolvimento da pesquisa por meio de pesquisadores das regiões Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste.

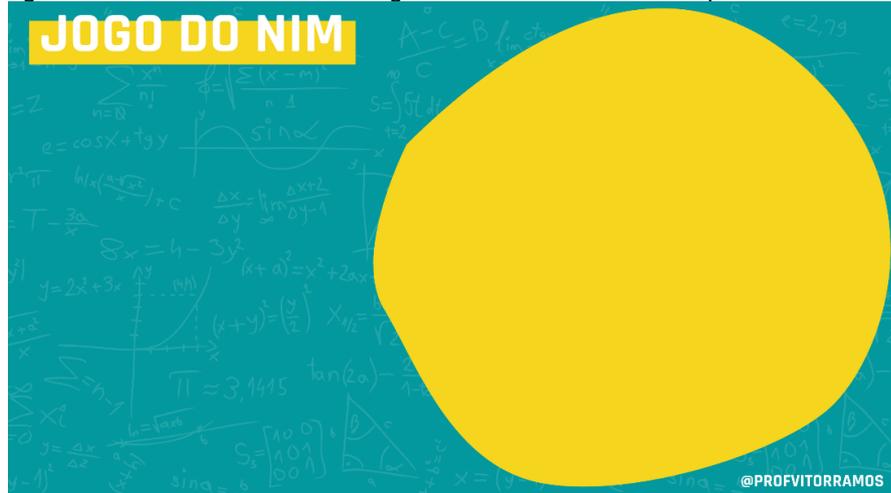
Na etapa de levantamento de requisitos, entende-se que há uma lacuna no modelo de processo de software da EDI, haja vista que não identificamos de forma precisa como realizar os procedimentos para sua operacionalização. Diante do exposto, como alternativa, utilizamos um infográfico como forma de representação das funcionalidades para o protótipo. Contudo, temos ciência da existência de modelos bem mais complexos utilizados na Engenharia de Software, os quais pretendemos explorar em pesquisas futuras.

A prototipação foi realizada com a utilização das análises prévias e do levantamento de funcionalidades. Desenvolvemos versões de baixa fidelidade simples que permitiram resultados eficientes, no entanto, não podemos afirmar que utilizamos metodologias ágeis, pois a fase analítica, especialmente as análises prévias, ocupou grande parte do tempo de desenvolvimento da pesquisa. Mesmo assim, consideramos que desenvolvemos uma EDI mais rápida com a utilização do levantamento de funcionalidades em detrimento dos requisitos.

O fato de a EDI possibilitar a revisitação entre as fases fez com que pudéssemos sempre analisar o que estava sendo desenvolvido. Por exemplo, como foi mostrado no capítulo anterior, o quanto estava “simples” a programação do Jogo do Nim com Uma Pilha no *Scratch*.

A figura 50, a seguir, mostra uma interface inicial para o pano de fundo a ser adicionado no quadro interativo *Jamboard*, inicialmente elaborado com o intuito de jogar o Jogo do Nim com Uma Pilha. Todavia, ao utilizá-lo, foi perceptível a falta de alguns elementos existentes em algumas versões digitais, como um espaço com os jogadores, a configuração das peças e um espaço para a escolha do trio numérico. A EDI permite essas idas e vindas através dos ciclos de forma a melhorar os protótipos e da versão final.

Figura 50 - Interface inicial do Jogo do Nim com Uma Pilha para o *Jamboard*



Fonte: Elaborado pelo autor através do Canva (2022).

Vale ressaltar que essas duas versões desenvolvidas no *Scratch* e no *Jamboard* foram realizadas durante uma oficina em um evento científico e a outra em uma disciplina cursada no mestrado. Sendo assim, foi possível nesses dois momentos realizar de forma concomitante as etapas de especificação, análises prévias,

levantamento de funcionalidades e a prototipação propriamente dita, bem como a sua revisitação para o aprimoramento do protótipo.

Dessa forma, entendemos que a construção das versões intermediárias do protótipo apresentou um duplo papel no desenvolvimento da pesquisa, potencializando uma multiplicidade de contribuições da equipe transdisciplinar as quais foram analisadas à luz das da EDI, favorecendo o processo de comunicação entre os diversos profissionais envolvidos no projeto.

Outro ponto a ser comentado é o que foi delineado no percurso metodológico sobre os questionamentos relativos ao levantamento de requisitos (TIBURCIO, 2020), resenhados na seção 4.2 desta pesquisa. O que de fato conseguimos realizar foi o levantamento de possibilidades devido ao tempo gasto para a realização das análises prévias. Entretanto, o levantamento de funcionalidades e toda a análise prévia levantada e discutida contribuirá para, no futuro, trazer efetivamente um levantamento de requisito apoiado em alguma metodologia ágil, que é justamente um modelo para dirigir projetos em busca de uma maior rapidez aos processos e à conclusão de tarefas.

Com isso, elencamos o modelo de processo de software da EDI como um grande potencial para concepção de jogos digitais.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve por objetivo prototipar uma versão digital do Jogo do Nim em sua modalidade com Uma Pilha, direcionada pelo quadro metodológico da EDI. Para isso, inicialmente definiu-se o Jogo do Nim a partir dos pressupostos de jogos combinatórios, conforme mostrado no segundo capítulo, com o intuito também de caracterizar outros jogos que são chamados de combinatórios, especialmente o Nim. O capítulo destinado aos jogos combinatórios conseguimos sistematizar o que os caracteriza e investigar a Teoria dos Jogos Combinatórios, mais precisamente os jogos do tipo imparcial, como é denominado o Jogo do Nim. Por meio dessa pesquisa, pudemos trazer uma forma de enxergar outros tipos de jogos e assim caracterizá-los como Nim, como foi o caso do jogo *Corrida ao 20* discutido por Brousseau (1996).

Do mesmo modo, conseguimos trazer uma relação de jogos de simulação com a TSD, dirigindo articulações com o Jogo do Nim. Esse jogo desafia os jogadores a elaborar planos para vencer nas partidas através de busca por padrões e procura de uma estratégia vitoriosa.

No terceiro capítulo apresentamos a EDI difundida nos estudos de Tiburcio (2016, 2021) e idealizada por Bellemain (1992) em seus estudos sobre o desenvolvimento de tecnologias informáticas educativas, como um modelo de processo de software educativo a fim de mostrá-la como uma estratégia metodológica para a concepção também de jogos digitais. Apesar de termos desenvolvido apenas os dois primeiros ciclos nesta pesquisa, buscamos contextualizar e mostrar todos os ciclos da EDI, tendo em consideração que, em pesquisas futuras, almejamos concluir os demais.

Apresentamos, no percurso metodológico, todos os questionamentos e indagações que norteiam o desenvolvimento de uma versão digital de um jogo educativo, neste caso a versão com Uma Pilha do Jogo do Nim.

O capítulo “Operacionalização da Engenharia Didático-Infomática” teve como objetivo analisar o Jogo do Nim sob a ótica das dimensões Cognitiva, Didática, Epistemológica e Infomática, de forma a estabelecer funcionalidades para o protótipo. Com os resultados da revisão sistemática de literatura pudemos perceber que o Jogo do Nim é uma temática utilizada tanto no âmbito da Matemática Aplicada quanto na Educação Matemática. Concluímos que as duas linhas são de grande relevância para o avanço nas pesquisas denominadas de jogos combinatórios, uma vez que

contribuem para entender quais conceitos e conhecimentos matemáticos são mobilizados a partir das versões que o jogo apresenta.

Um resultado significativo para nossa pesquisa, em particular, foi que nenhuma pesquisa focou a versão digital do Jogo do Nim. Pelo fato de os jogos digitais ainda não serem tão divulgados para o ensino e aprendizagem de Matemática. No contexto pandêmico pelo qual estamos passando, possivelmente aparecerão mais trabalhos com a temática de jogos digitais. Dessa forma, percebemos a relevância de desenvolver uma versão digital do Nim para o ensino e aprendizagem de Matemática com mais opções de jogadas, pois é algo bem limitado nas versões já desenvolvidas.

Com diversas versões de Jogo do Nim espalhadas pela *web*, seja em artigos, livros, capítulos de livros ou *sites*, tentamos trazer nas análises prévias uma sistematização das formas de apresentação desse jogo. Após encontrar as versões, buscamos readaptar de uma forma que pudesse ser utilizada por professores e jogadores (em anexo neste trabalho), pois em muitas das versões encontradas não era possível “imprimir” ou “baixar” para utilizar, como no caso do “Jogo da Rainha”, “Estrela de 6 Pontas”, “Nim Circular”. Com isso, finalizamos o capítulo trazendo algumas finalidades educacionais do Jogo do Nim com Uma Pilha, mostrando como abordar alguns conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento do pensamento científico.

No capítulo em sequência, “Protótipos do Jogo do Nim com Uma Pilha” concentram-se os resultados referentes à prototipagem de versões digitais que a pesquisa propõe, além da etapa de levantamento de funcionalidades e análise *a priori* proposta pela EDI. No levantamento de funcionalidades pudemos realizar uma análise de versões digitais do Jogo do Nim nas plataformas *Scratch*, *GeoGebra* e *Jamboard*. Foram encontrados diversos jogos e através deles pudemos traçar levantamentos de funcionalidades de forma a trazer melhorias dessas versões já existentes.

Nas prototipagens desenvolvidas nas plataformas *Scratch* e *Jamboard* não conseguimos realizar todas as ferramentas elencadas no levantamento de funcionalidades porquanto tais plataformas possuem limitações, como a de obter o histórico de jogadas, por exemplo. Tendo em vista o tempo escasso do mestrado, buscamos trazer essas duas versões digitais ainda com essas limitações para que em pesquisas futuras possamos apresentar as contribuições dessas duas plataformas para elaborarmos uma versão mais atrativa e que abranja grande parte do que foi especificado no levantamento de funcionalidades.

Ainda assim, com todo o estudo das análises prévias e a análise do levantamento de funcionalidades, enfatizamos que as duas versões digitais produzidas e dispostas nesta pesquisa não deixam de fortalecer os objetivos traçados pelo Jogo do Nim com Uma Pilha, visto que, nos dois protótipos, conseguimos realizar uma busca por padrões, formular conjecturas e ter o processo do desenvolvimento científico.

No quadro interativo *Jamboard* é possível acrescentar e retirar peças do jogo, isto é, os jogadores conseguem escolher a quantidade de peças. Também é possível realizar a escolha do trio numérico em uma mesma interface, assim como jogar em dupla com outro jogador de forma online e nomear jogadores. Já não foi possível atender a outras demandas, como a de ter a possibilidade de jogar contra a máquina, obter histórico de jogadas, efeitos sonoros, disponibilização de um tradutor em libras. Além disso, a ferramenta “personagem informando como se joga” atenda, já que as regras do jogo foram disponibilizadas em um *frame* anterior.

Na plataforma *Scratch* conseguimos também cumprir uma boa parte do levantamento de funcionalidades, como a de ter um personagem interagindo com o jogador, a possibilidade de jogar contra a máquina, uma interface atrativa, efeitos sonoros, facilidade no manuseio, boa navegabilidade pelo teclado e *mouse*. Todavia, não conseguimos desenvolver outras ferramentas, como, por exemplo, obter um histórico de jogadas e ter a disponibilidade de um tradutor em libras. Perceba que enquanto no *Jamboard* não havia a possibilidade de jogar contra a máquina, no *Scratch* já é possível. Já no *Scratch* não é possível jogar de forma online, alterar a quantidade de peças e modificar o trio numérico.

Nas duas plataformas não conseguimos realizar todas as ferramentas devido às próprias limitações delas; entretanto, isso não invalida sua jogabilidade. Ademais, essas construções possibilitaram diversas reflexões para uma versão digital que almejamos desenvolver futuramente. Buscaremos, em pesquisas futuras, trazer melhorias para essas versões e conceber uma versão que possa abarcar todas as ferramentas elencadas no levantamento de funcionalidades.

O modelo de processo de software que utilizamos, a EDI, possibilitou um percurso metodológico interessante para a produção de jogos digitais. Todavia, sentimos um pouco de dificuldades em delimitar o levantamento de funcionalidades, por exemplo. Entretanto, observando outras pesquisas, percebemos nelas a falta de uma abordagem mais educativa, com uma visão mais Didática, Cognitiva e

Epistemológica. Com a EDI, reconhecemos que conseguimos ter uma investigação pertinente que pudesse trazer significados satisfatórios para uma versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, na qual suas dimensões trouxeram reflexões e preocupações que poderiam passar despercebidas.

Além disso, como o quadro interativo *Jamboard* possui limitações para o professor utilizar do jogo, disponibilizamos de um guia prático para auxiliar o professor a montar, nele, a versão do Jogo do Nim com Uma Pilha. Além disso, as instruções a serem seguidas permitem, também, que possam ser criados outros jogos ou outros materiais. Já no *Scratch*, basta acessar o *link* ou disponibilizá-lo para os estudantes. Também é possível baixar e modificar alguns elementos, como efeito sonoros, personagens, frases, entre outras configurações.

Como perspectivas futuras pretende-se construir diagramas que possibilitem uma representação gráfica dos requisitos funcionais do jogo digital, situando contribuições da equipe transdisciplinar que possam alimentar elementos de configuração do jogo. Além disso, pode-se ter outros caminhos a partir dessa pesquisa, como de olhar o mapeamento em outras versões do Jogo do Nim; conceber versões digitais de outros objetos; e até realizar estudos de quais conceitos e conhecimentos matemáticos estão envolvidos em outras versões do Jogo do Nim.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A. G.; GONÇALVES, L. S. Aplicação do jogo de futebol com números decimais utilizando o *Jamboard*. **Revista Temática**, ano XVII, n. 11, p. 202-216, nov. 2021.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. *In*: BRUN, J. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. 1. ed. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BELLEMAIN, F. **Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie**: Cabri-géomètre. 1992. Tese de Doutorado. Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 1992.

BELLEMAIN, F. G. R.; RAMOS, C. S.; SANTOS, R. T. Engenharia de Softwares Educativos, o caso do Bingo dos Racionais. *In*: VI SIPEM-SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, **Anais do [...]**. p. 1-12, 2015.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. *In*: TELES, R.; BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). **Investigações em didática da matemática**. Recife: Editora da UFPE, 2017. p.101-132.

BITTAR, M. GUIMARÃES, S. VASCONCELLOS, M. A integração da tecnologia na prática do professor que ensina matemática na educação básica: uma proposta de pesquisa-ação. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 3, n. 1, p. 84-94, 2008.

BOLLER, S.; KAPP, K. **Jogar para aprender**: tudo o que você precisa saber sobre o design de jogos de aprendizagens eficazes. São Paulo: DVS, 2018.

BOUTON, C. L. Nim: a game with a complete mathematical theory. **Annals of Mathematics**, v. 3, n. 6, p. 35-39, 1901.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Ministério da Educação; Secretaria Executiva; Secretaria de educação Básica; Conselho Nacional de Educação. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição República Federativa do Brasil**.1988. Disponível em:  
[https://www.senado.leg.br/atividade/const/con1988/CON1988\\_05.10.1988/art\\_205\\_.asp](https://www.senado.leg.br/atividade/const/con1988/CON1988_05.10.1988/art_205_.asp). Acesso em: 20 set. 2021.

BROUGÈRE, G. A criança e a cultura lúdica. **Revista da Faculdade de Educação**, v. 24, p. 103-116, 1998.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. *In*: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 35-113.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. **Théorie des Situations Didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

CARVALHO, J. M. R. **Jogos de subtração e outros jogos combinatórios**. 2013. 80 f. Dissertação de Mestrado (Matemática) – Universidade de Aveiro, Portugal, 2013.

CASTRO, A.; PESSOA, G.; ARAÚJO, T. Jogo do Nim não é brincadeira, haja matemática! *In*: XIV SEMANA DA MATEMÁTICA DA UFRPE. **Anais [...]**. Recife, 2019.

CONWAY, J. H. **On number and games**. 1 ed. Londres: Editora Academic Press, 1976.

COSTA, F. A.; ANDRADE, M. D.; LIMA, J. V. R. Jogo do Nim como facilitador no desenvolvimento do pensamento científico. **Revista do Professor de Matemática**, v. 103, n. 103, p. 50 – 54, junho, 2021.

COSTA, J. S. L. **Nim: uma introdução a teoria dos jogos combinatórios**. 2016. 68f. Dissertação de Mestrado (PROFMAT) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2016.

COUTINHO, C. Q; FIGUEIREDO, A. C. Simulação computacional: aspectos do ensino da probabilidade frequentista. **ZETETIKÉ - Revista de Educação Matemática**, v. 28, p. 1-18, 2020.

DA SILVA NETO, D. A. **Engenharia Didático-Informática na prototipação de um jogo educativo digital**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE, Recife, 2021.

DE-LA-TORRE-UGARTE-GUANILO, M. C.; TAKAHASHI, R. F.; BERTOLOZZI, M. R. Revisão sistemática: noções gerais. **Revista da Escola de Enfermagem USP**, São Paulo, v. 45, n. 5, p. 1260-1266, out. 2011.

FERGUSON, T. S. **Game Theory**. 2. ed. W. W. Norton & Company, 2014.

FERREIRA, A. E. B. **O lúdico no ensino da matemática: o Nim, o Tangram e os Pentaminós como ferramentas de aprendizagem**. 2019. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

- FURTADO, A. L. C. **Jogos Combinatórios em grafos**: jogo Timber e jogo de coloração. 2017. 146 f. Tese de Doutorado (Engenharia de Sistemas e Computação) – Instituto Alberto Luiz Coimbra, Rio de Janeiro, 2017.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2019.
- GITIRANA, V. **Jogos com sucata na Educação Matemática**. 1ª ed. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2013.
- HIGGINS, J.; GREEN, S. (Org.). **Cochrane Handbook for Systematic Reviews of Interventions**. The Cochrane Collaboration, 2011.
- LIMA, J. V.; CAVALCANTI, J. H.; BELLEMAIN, F. G. Jogo do Nim no *Jamboard*: uma alternativa para o ensino de divisores de um número. *In: XIV ESEM-ENCONTRO SUL-MATO-GROSSENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Anais [...]*, 2021.
- MORAN, J.; MASETTO, M.; BEHRENS, M. **Novas Tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2017.
- MOREIRA, L. O. **O Jogo da Subtração**: uma ferramenta para aulas de matemática da Educação Básica. 2014. 37f. Dissertação de Mestrado (Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2014.
- NOGUEIRA, G. M. A criança, a matemática e a escola. 2005. **Momento** (Rio Grande), v. 17, p. 57-66, 2005.
- OLIVEIRA, D. C. **Bases numéricas**. 2018. 97 f. Dissertação (PROFMAT) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife: SEDUC-PE, 2012.
- PESSOA, G. *et al.* Jogo do Nim: um primeiro olhar. *In: GITIRANA, V. (Org.) Jogos com sucata na Educação Matemática*. Recife: Nemat, 2013. p. 78-92.
- PISCHETOLA, M. **Inclusão digital e educação**: a nova cultura da sala de aula. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016.
- PONTES, M. A. V. **Jogos: uma abordagem matemática**. 2018. 50 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.
- RAMOS, C. S. **Princípios da engenharia de software educativo com base na engenharia didática**: uma prototipação do bingo dos racionais. 2014. 110 f.

Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SANTOS, T. R. **Mankala Colhe Três**: jogando e explorando conhecimentos matemáticos por meio de situações didáticas. 2014. 205 f. Dissertação de Mestrado (Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SCHÜTZ, G. R.; SANT'ANA, A. S. S.; SANTOS, S. G. Política de periódicos nacionais em Educação Física para estudos de revisão/sistemática. **Revista Brasileira de Cineantropometria & Desempenho Humano**, v. 13, p. 313-319, 2011.

SILVA, A. D. **Prototipação, desenvolvimento e validação de um micromundo com suportes para o ensino de área e perímetro**. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SIQUEIRA, J. E. **Articulando os registros de representação semiótica das Curvas Cônicas através da integração de recursos computacionais**. 2019. 318 f. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

TEIXEIRA, R. C. Jogos combinatórios e números surreais. *In*: 2º COLÓQUIO DE MATEMÁTICA DA REGIÃO SUDESTE, Departamento de Matemática Aplicada. **Anais [...]**. São Carlos, 2013.

TIBURCIO, R. S. **A engenharia didático-informática**: uma metodologia para a produção de software educativo. 2020. 194 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

TIBURCIO, R. S. **Processo de desenvolvimento de software educativo**: um estudo da prototipação de um software para o ensino de função. 2016. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

TIBURCIO, R.; BELLEMAIN, F.; RODRIGUES, A. Concepção e evolução da engenharia didático-informática: uma proposta de metodologia para a produção de software educativo. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 4, p. 1-24, setembro, 2021.

TIBURCIO, R.; BITTAR, M. O professor, os recursos digitais e a abordagem documental do didático: uma tríade a ser considerada na engenharia de softwares Educativos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, n. 3, p. 314-338, 2021.

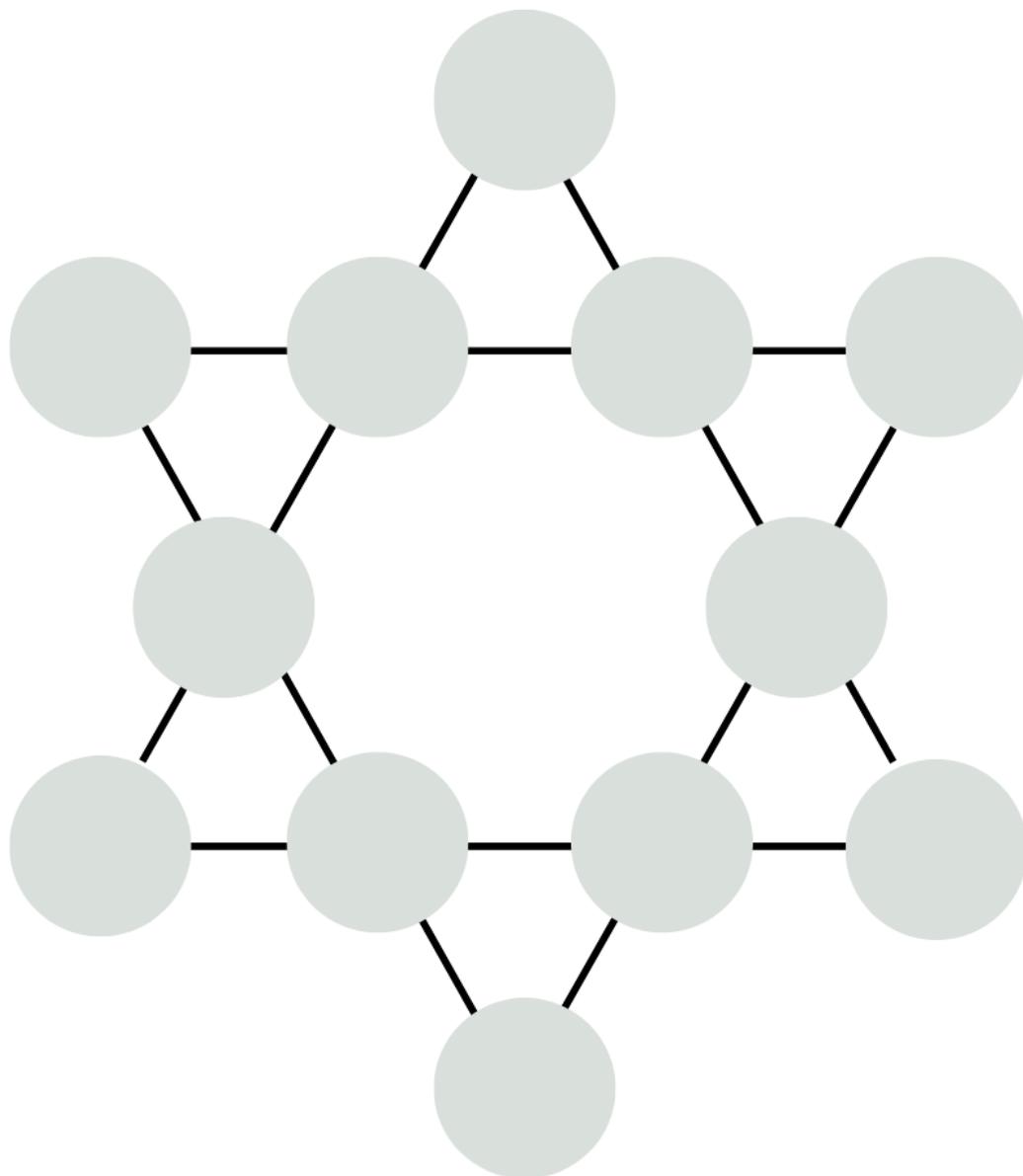
TORRES, T. H. S. **Contribuição dos Jogos na Compreensão de Conceitos Matemáticos**. 2017. 92f. 2017. Dissertação de Mestrado (PROFMAT) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

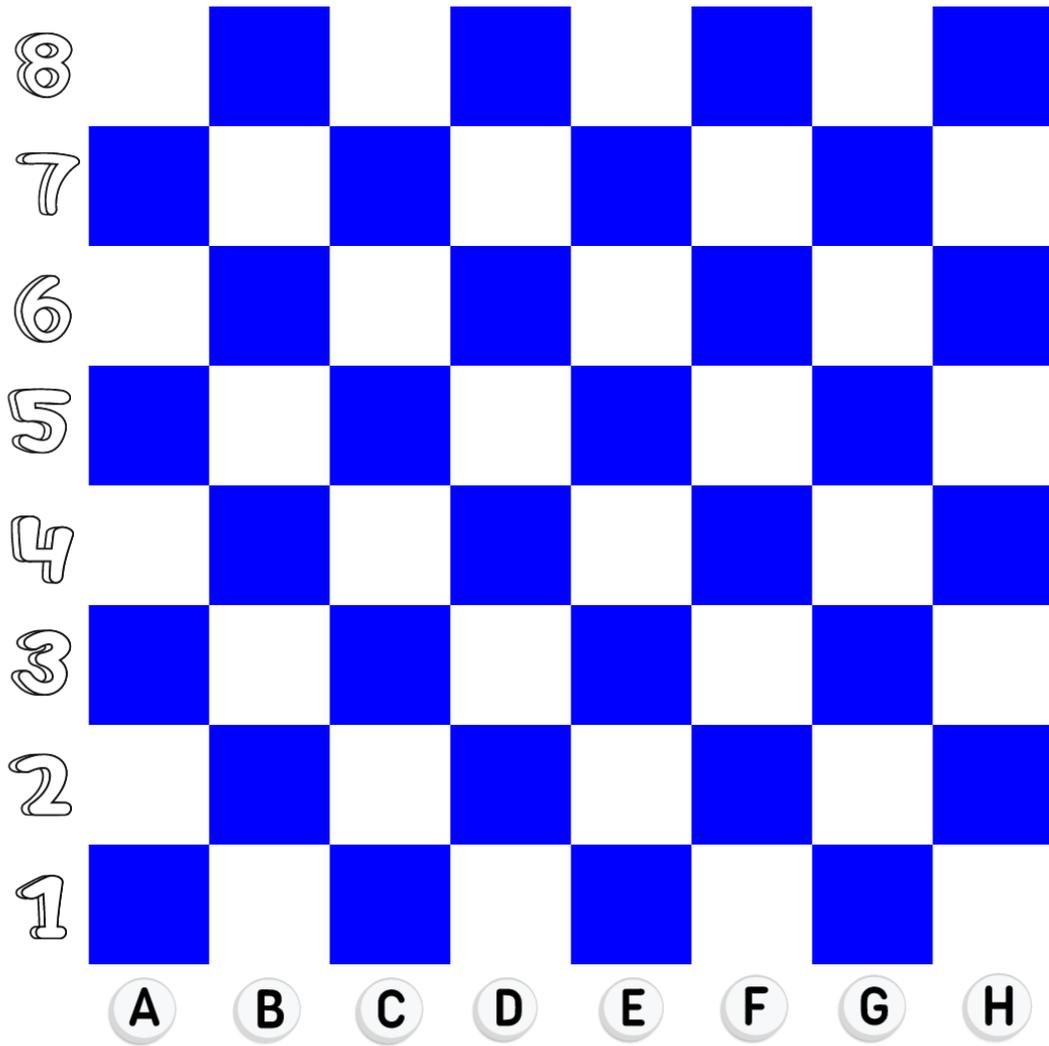
VIEIRA PINTO, A. **O conceito de tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

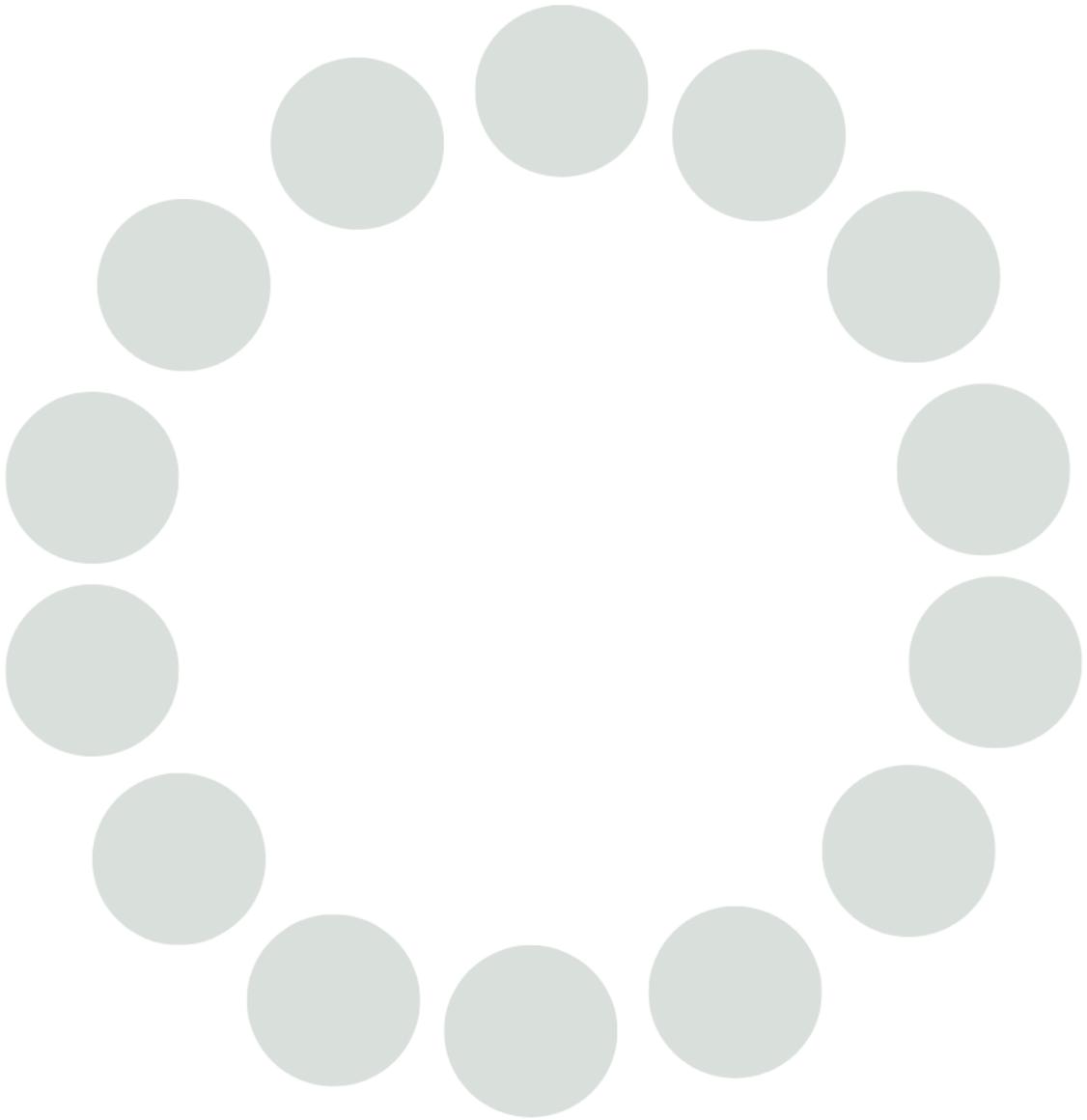
VIEIRA, M. S. L. M; BARROS, A. L. de S; MOURA, A. P. de; COSTA, A. P; SILVA, R. de S. da. O uso do Jogo do Nim como recurso didático à construção do conceito de múltiplos no 6º ano do Ensino Fundamental. In II ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, **Anais** [...]. São Paulo, 2016.

WELTER, R. J. **Contribuições do Jogo do Nim para o ensino de aritmética**. 2016. 81f. Dissertação de Mestrado (PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

**APÊNDICE A - SISTEMATIZAÇÃO DAS FORMAS DE APRESENTAÇÃO DO  
JOGO DO NIM**







## APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE  
FEDERAL  
DE PERNAMBUCO



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

EDUMATEC  
UFPE

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

MESTRADO

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa **A Engenharia Didático-Informática na prototipação de uma versão digital do Jogo do Nim**, que está sob a responsabilidade do pesquisador **José Vitor Ramos de Lima**, endereço: **rua Padre Cícero Romão**, número **31**, Lagoa do Carro, Pernambuco, **Telefone (81) 9 99383-2748**, e-mail: **vitorraamos091@gmail.com**. Está sob a **orientação do professor Franck Gilbert René Bellemain**.

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concordar com a realização do estudo, pedimos que **assinale a opção: declaro que li e concordo como que está disposto no atual documento**. Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

#### INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa faz parte de pesquisa em desenvolvimento do curso de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. O objetivo geral conceber, prototipar e validar uma versão digital do Jogo do Nim em sua modalidade com Uma Pilha, direcionada pelo quadro teórico-metodológico da Engenharia Didático-Informática (EDI). Para isso, foram elencados os seguintes objetivos específicos: (a) Analisar as Dimensões cognitiva, Didática e Epistemológica dos conhecimentos matemáticos envolvidos no processo didático apresentado pelo Jogo do Nim, integrando a ele a dimensão Informática, de forma a estabelecer requisitos para o protótipo; (b) Realizar a prototipação e validação da versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha, baseadas no modelo de processo de software proposto pela EDI; (c) Identificar as potencialidades e limitações teórico-

metodológicas da utilização do modelo de processo de software desenvolvido por meio da EDI no Jogo do Nim com Uma Pilha. O percurso metodológico será feito a partir dos ciclos “analítico-hipotético” e “hipotético-experimental”, propostos pela EDI. Com isso, será delineado um aporte teórico-metodológico para desenvolver uma versão digital do Jogo do Nim com Uma Pilha.

Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Caso precise citar algum sujeito em relação aos trechos da experimentação, serão utilizados nomes ‘fantasia’.

Os dados coletados nesta pesquisa ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador no endereço, pelo período de mínimo 5 anos. Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária.

As dúvidas sobre a pesquisa poderão ser esclarecidas com o pesquisador responsável, via e-mail [vitorraamos091@gmail.com](mailto:vitorraamos091@gmail.com) e, inclusive, sob forma de ligação, através do contato telefônico (81) 9 9765 - 8038.

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: (Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: [cepccs@ufpe.br](mailto:cepccs@ufpe.br)).

---

José Vitor Ramos de Lima  
(Assinatura do pesquisador)

### **CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)**

Eu, \_\_\_\_\_,  
CPF \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_-\_\_\_\_\_, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo a Engenharia Didático- Informática na prototipação de uma versão digital do Jogo do Nim, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade (ou interrupção de meu acompanhamento/assistência/tratamento).

( ) Sendo assim, declaro que li, entendi e concordo como que está disposto no atual documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para os propósitos acima descritos.

---

(Assinatura do participante)

**APÊNDICE C - GUIA PRÁTICO DO JOGO DO NIM COM UMA PILHA NO  
JAMBOARD**



## Do que se trata este guia?

Este guia é um dos resultados de uma pesquisa de dissertação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

Este trabalho, Jogo do Nim Espacial, pode ser utilizado pelo professor para promover o desenvolvimento de estratégias de quantificar mentalmente, mapear possibilidades, reconhecer número par e ímpar, desenvolver pensamento científico e reconhecer múltiplos de um número, dentre outros conhecimentos matemáticos.



Clique!

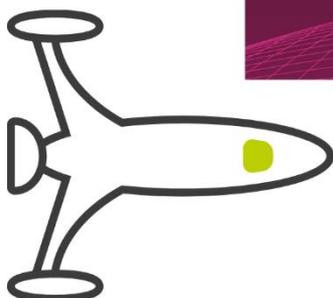
Sempre que aparecer esta seta você poderá clicar sobre a figura ou texto, o que levará você ao local desejado para ter acesso a imagens e ao jogo no Jamboard.



## VAMOS VISUALIZAR O JOGO NO JAMBOARD!

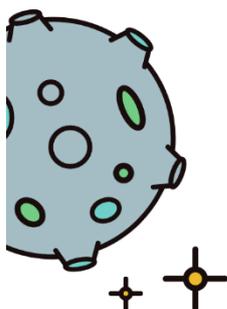


Clique!



## 2 AGORA VAMOS BAIXAR O PACK DE IMAGENS!

Primeiro, você irá acessar a pasta "Nim Game Espacial" do Google Drive e baixar todas as imagens do Pack, isto é: "1. Pano de Fundo Inicial", "2. Pano de fundo - tabuleiro", "3. Peça - Nave Alienígena" e "4. Peça - Foguete".



Clique!



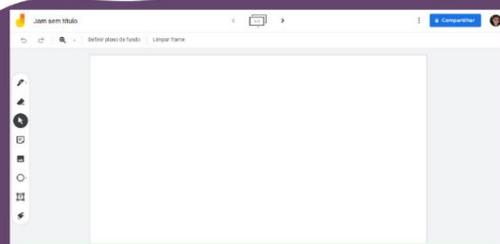
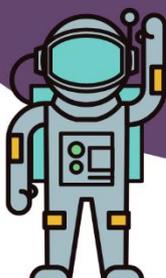
## 3 AGORA VAMOS MONTAR O JOGO NO JAMBOARD!

☆Você deverá acessar a página do Jamboard.☆

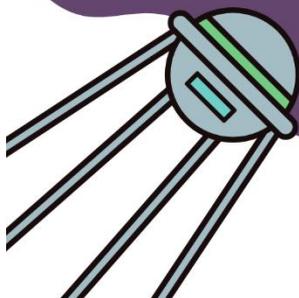
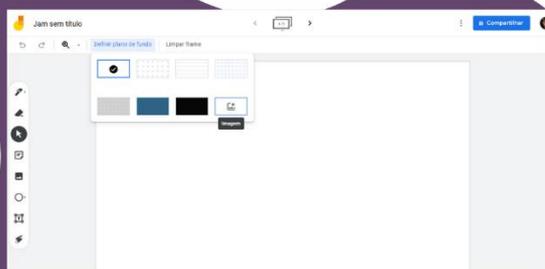


Clique!

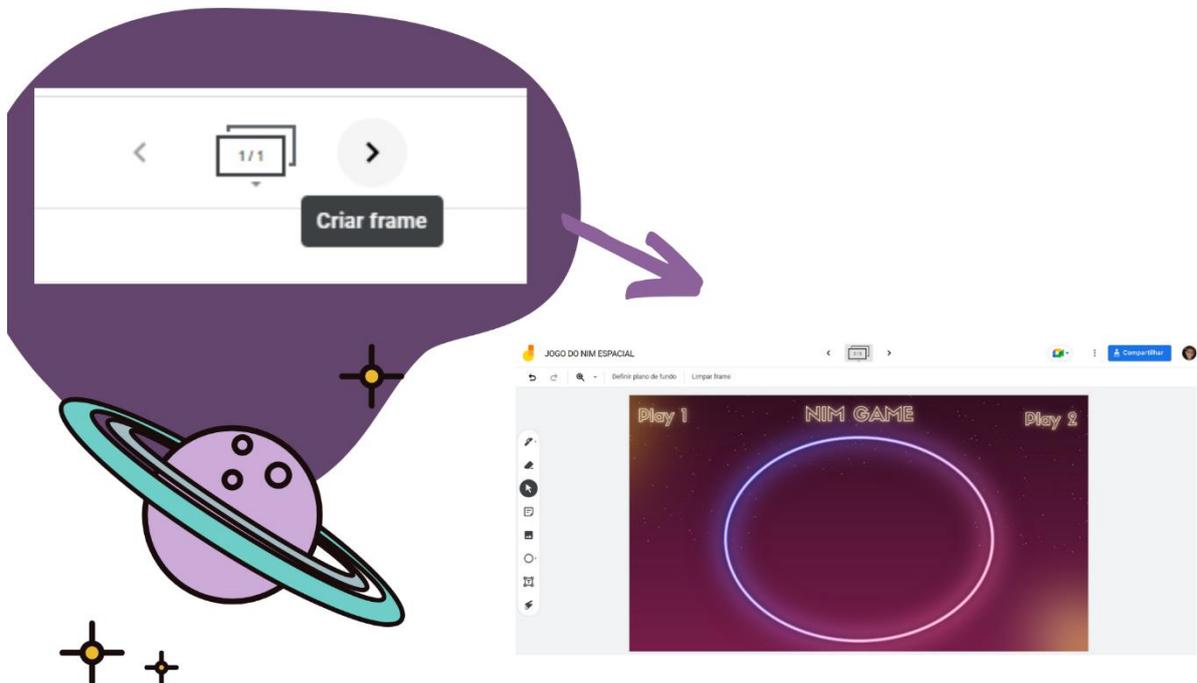
Realizado o acesso, irá aparecer a primeira imagem e você deverá clicar o "+" no canto inferior direito. Aparecerá a primeira sessão Jamboard, como mostra a segunda figura a seguir:



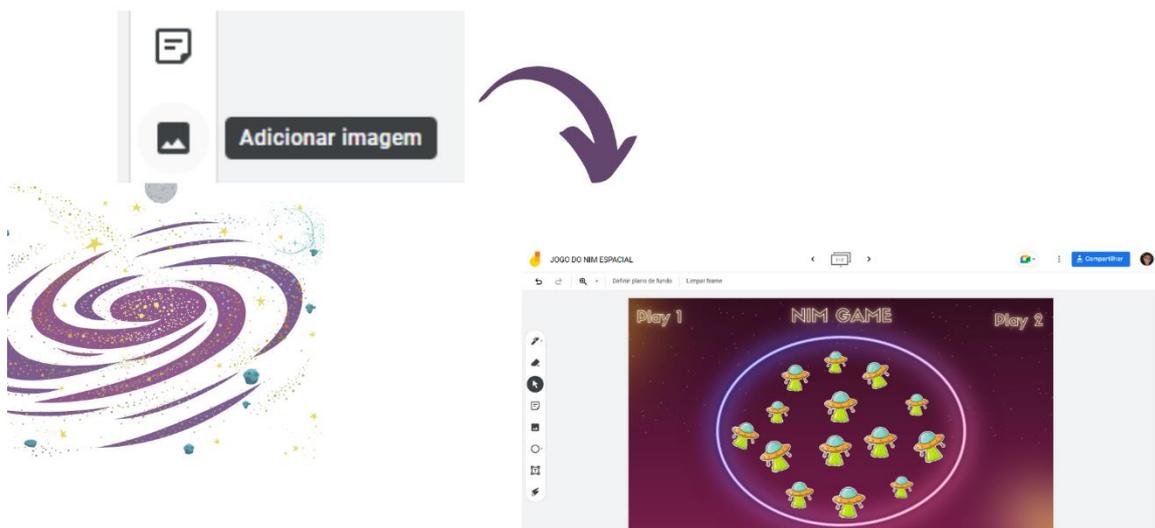
Agora, você deverá clicar a opção de definir pano de fundo para, a seguir, ir na última opção "imagem" e clicar. Logo após, insira a imagem "1. Nim Game Espacial - Inicial", como mostram as figuras abaixo:



Agora, você deverá clicar a opção de "criar frame", como mostra a figura abaixo, e realizar o mesmo processo: definir pano de fundo e inserir a imagem "2. Nim Game Espacial - Tabuleiro!".



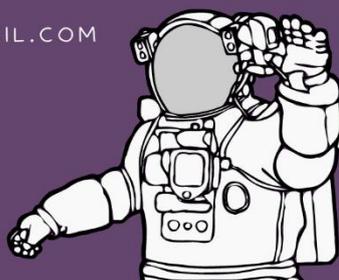
Para obter as peças do jogo, você deverá clicar "adicionar imagem" (logo abaixo da opção "Nota autoadesiva"). Você deverá escolher as peças que você baixou do Pack, isto é, "3. Peça - Nave Alienígena" e/ou "4. Peça - Foguete". Após inseri-las, você deverá diminuir o tamanho delas, realizar algumas cópias e posicioná-las conforme mostra a figura abaixo.



RESTARAM DÚVIDAS?

**ENTRE EM  
CONTATO  
COM A  
GENTE.**

VITORRAAMOS091@GMAIL.COM



## APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO ATRAVÉS DO FORMULÁRIO GOOGLE

1. A respeito de sua formação, você é: licenciado ou licenciando em Matemática?
2. Você já atua como professor de Matemática? Se sim, em qual (is) ano (s) de escolaridade?
3. Você já conhecia o *Jamboard*?
4. Se sua resposta na pergunta anterior for sim, quais foram suas experiências?
5. Você já conhecia o Jogo do Nim? Se sim, qual (is) versões?
6. Se sua resposta na pergunta anterior for sim, você utilizou o Jogo do Nim em sala de aula? Como foi sua experiência?
7. Você sentiu alguma dificuldade em jogar no *Jamboard*? Se sim, qual (is)?
8. O que você julga necessário para que o jogo fique mais atrativo? Quais elementos você acrescentaria?
9. Você utilizaria essa versão do jogo em sala de aula?