



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

NAUDSON LUCAS LOPES MATIAS

ESTABILIZAÇÃO ELETRÔNICA DE UM PENTE DE FREQUÊNCIAS ÓPTICAS

Recife

2023

NAUDSON LUCAS LOPES MATIAS

ESTABILIZAÇÃO ELETRÔNICA DE UM PENTE DE FREQUÊNCIAS ÓPTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Área de Concentração: Óptica

Orientador (a): Prof. Dr. Marcio Heraclito Gonçalves de Miranda

Recife

2023

Catálogo na fonte
Bibliotecária Nataly Soares Leite Moro, CRB4-1722

M433e Matias, Naudson Lucas Lopes
Estabilização eletrônica de um pente de frequências ópticas / Naudson Lucas Lopes Matias. – 2023.
73 f.: il., fig.

Orientador: Marcio Heraclito Gonçalves de Miranda.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN, Física, Recife, 2023.
Inclui referências.

1. Óptica. 2. Pente de frequências ópticas. 3. Estabilização eletrônica. 4. Frequência de repetição. 5. Frequência de *off-set*. I. Miranda, Marcio Heraclito Gonçalves de (orientador). II. Título.

535.2 CDD (23. ed.) UFPE- CCEN 2023 - 24

NAUDSON LUCAS LOPES MATIAS

ESTABILIZAÇÃO ELETRÔNICA DE UM PENTE DE FREQUÊNCIAS ÓPTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 13/01/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marcio Heraclyto Gonçalves de Miranda
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Sandra Sampaio Vianna
Examinadora Interna
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Daniel Varela Magalhães
Examinador Externo
Universidade de São Paulo

Dedico a toda minha família, especialmente a Cauã, por me lembrar de ser feliz mesmo nas adversidades e, a Malu, por me lembrar o poder da força emocional.

AGRADECIMENTOS

Tenho muito a agradecer e, também, a muitos. Primeiramente a mim e a minha família: minha mãe, meu pai, irmãs, irmãos, sobrinhos e cunhados/as, minha companheira Julinha, minhas avós e às minhas tias, tios, primos e padrinho, sem vocês pouco disso seria possível. Especialmente àqueles que são mais próximos a mim e convivem comigo, pois tive que abdicar de muito tempo com vocês e em troca vocês me apoiaram mesmo sem saber o que danados faço no laboratório.

Ainda sobre meu núcleo familiar, à minha mãe por ser durante esses anos o grande pilar de quem sou, ao meu pai por me inspirar a fazer física e apreciar a natureza e, aos dois, por me darem a teimosia, sem ela certamente eu não estaria aqui. Aos meus irmãos e suas famílias, obrigado pelo apoio constante e, em especial, a minha irmã Naúcha e meu cunhado Rodolfo, não só pelo apoio incondicional, mas também pela força e momentos que passamos e passaremos com vocês e os meus sobrinhos, Malu e Cauã. Aos meus vizinhos Ana e Edinho, que sempre me tiveram como um filho. Aos meus sogros que me acolheram de braços abertos e à Júlia por fazer parte da minha vida, pelo suporte, pelas conversas e por querer construir muito mais comigo, sem ela pouca coisa faria sentido para mim, espero apoiá-la a altura nas nossas empreitadas.

Sou feliz por ter feito muitos amigos e colegas por onde passei. Como são muitos e, como não quero esquecer de citar nenhum, não vou citá-los. Aos amigos do Mazzarello e da minha adolescência que levo para a vida, às amigadas que fiz pelo caminho, aos do IFPE, aos da física (esses que fizeram minha graduação e mestrado mais leves, obrigado pelas conversas no DA, nos grupos de mensagens, nas mesas dos bares, no almoço e café, que certamente contribuíram para este projeto), meu muito obrigado. Abrirei uma exceção e agradecer especialmente a Aline por me ajudar, além de como grande amiga, a deixar esta dissertação mais coesa e mais fluida, teria sido pior pros leitores se não fosse você, muitíssimo obrigado e espero que não cobre por isso.

Gostaria também de agradecer ao professor Marcio e todos meus companheiros de laboratório, sem sombra de dúvidas o LMO virou um lugar que gosto de ir fazer o que eu faço. Obrigado pelas lições, ajudas, críticas, conversas e risadas, espero continuar contribuindo com tudo isso.

Por fim, obrigado à CAPES pelo apoio financeiro.

“Do not pity the dead, Harry. Pity the living, and above all, those who live without love.”

(**ROWLING**, **2006**)

“Stupid is as stupid does.” (**FORREST...**, **1994**)

RESUMO

Neste projeto de mestrado estabilizamos eletronicamente um pente de frequências ópticas (PFO) previamente construído. O laser de Titânio:Safira (Ti:s) operando em regime de modos travados produz um PFO com cerca de 10^5 modos que conectam regiões de micro-ondas a domínios ópticos. Este PFO tem dois graus de liberdade relevantes: as frequências de repetição e *off-set*, f_{rep} e f_o , respectivamente. Para tornar-se fonte estável de frequências, os PFOs devem ter f_{rep} e f_o estabilizados eletronicamente, neste caso, a técnica utilizada foi o laço de travamento em fase (*Phase-Locked Loop*, PLL), onde a referência foi um relógio atômico comercial de Césio. Como parâmetro de estabilidade usou-se o desvio de Allan, resultando no PFO completamente estabilizado de f_{rep} da ordem de 1 GHz, desvio de Allan inicial de $2 \cdot 10^{-12}$, cruzando a ordem de 10^{-14} para 400 s. Tais resultados são suficientes para experimentos em transparência eletromagneticamente induzida e investigação de dinâmica temporal da difusão de radiação em vapor atômico.

Palavras-chaves: pente de frequências ópticas; estabilização eletrônica; frequência de repetição; frequência de *off-set*.

ABSTRACT

In this project, a previously built optical frequency comb (OFC) was electronic stabilized. A Titanium:Sapphire (Ti:s) mode-locked laser spawns over 10^5 modes in frequency domain, connecting microwave region with the optical one. This OFC has two degrees of freedom: repetition rate and off-set frequency, f_{rep} and f_o , respectively. A stable OFC must have both f_{rep} and f_o stabilized, in this case, a Phase-Locked Loop (PLL) was used to do it electronically, where the reference was a commercial Cesium atomic clock. To determine how stable the comb became, it was used Allan deviation, resulting in a fully stabilized OFC with f_{rep} about 1 GHz, initial Allan deviation with $2 \cdot 10^{-12}$, order of 10^{-14} was achieved in 400 s. These results are sufficient to make experiments in Electromagnetically Induced Transparency (EIT) and to investigate temporal dynamics of diffusion of radiation in atomic vapor.

Keywords: optical frequency comb; electronic stabilization; repetition rate; *off-set* frequency.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração do PFO ligando domínios distantes em frequência.	13
Figura 2 – Cadeia de PLL para conectar regime de GHz com THz.	14
Figura 3 – Cadeia de PLL para conectar regime de GHz com THz com PFO.	15
Figura 4 – Perfil temporal do “trem” de pulsos.	17
Figura 5 – Portadora (vermelho) e envoltória (azul).	18
Figura 6 – a) Perdas e ganhos em um ASR; b) Deformação do pulso ao passar por um ASR.	20
Figura 7 – a) Perdas e ganhos em um ASL; b) Deformação do pulso ao passar por um ASL.	21
Figura 8 – (a) Forma temporal do pulso; (b) Alargamento de frequências devido a SPM.	24
Figura 9 – (a) PCF vista por microscopia eletrônica; (b) Ilustração da PCF com parâ- metros 2Λ e ϕ	27
Figura 10 – Ilustração do Interferômetro f-2f.	29
Figura 11 – Estabilidade <i>versus</i> exatidão.	31
Figura 12 – Caverna do Titânio:Safira.	33
Figura 13 – Aparato do PFO.	34
Figura 14 – Espectro do Ti:s em modos travados.	34
Figura 15 – f_{rep} no analisador RF.	35
Figura 16 – f_o no analisador RF.	35
Figura 17 – PFO no analisador RF.	36
Figura 18 – “Régua” de frequências.	37
Figura 19 – PLL.	39
Figura 20 – Entrada do sinal no Detetor Digital de Fase.	40
Figura 21 – Geração de Sinal de Erro no Detetor Digital de Fase.	41
Figura 22 – Primeira parte do <i>Loop Filter</i> , entrada de sinal e ajuste de <i>off-set</i>	42
Figura 23 – Escolha do modo de operação e seleção da frequência na Esquina P.I.	43
Figura 24 – Ganho Grosso, Esquina -9 dB e ajuste da amplitude de saída.	44
Figura 25 – Esquema do circuito da <i>Bias Box</i>	45
Figura 26 – Eletrônica de Travamento da f_{rep}	46
Figura 27 – Eletrônica de Travamento de f_o	47

Figura 28 – Função de autocorrelação x lags: a) Gerador de função sem referência da fonte de Césio; b) Gerador de Sinal RF sem referência da fonte de Césio; c) Distribuição normal de 10000 pontos e d) fonte de Césio.	50
Figura 29 – Imagem ilustrativa da sobreposição de amostras para $m=3$.	52
Figura 30 – Esquema de blocos do travamento eletrônico de f_{rep} .	54
Figura 31 – Esquema de blocos do travamento eletrônico de f_o .	54
Figura 32 – Esquema de blocos da caracterização dos Geradores de Função e Sinal.	55
Figura 33 – Desvio de Allan do 33500B sem Relógio de Cs.	56
Figura 34 – Desvio de Allan do 33500B com Relógio de Cs.	57
Figura 35 – Desvio de Allan do N9310A com e sem o Relógio de Cs.	58
Figura 36 – Esquema da caracterização da fonte de Cs.	59
Figura 37 – Desvio de Allan do 5071A com e sem autoreferência.	59
Figura 38 – Medida de f_{rep} sem travamento eletrônico.	60
Figura 39 – f_{rep} x tempo.	61
Figura 40 – Desvio de Allan de f_{rep} travado eletronicamente.	62
Figura 41 – f_{rep} travado x tempo.	62
Figura 42 – Esquema para espectrograma de f_o .	63
Figura 43 – Espectrograma de f_o sem travamento.	64
Figura 44 – Espectrograma de f_o travado.	64
Figura 45 – Espectrograma de f_o travado ampliado.	65
Figura 46 – Desvio de Allan de f_{rep} para f_{rep} e f_o travados.	66
Figura 47 – Desvio de Allan de f_{rep} travado (azul) e f_{rep} e f_o travados (verde).	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	PENTE DE FREQUÊNCIAS	16
2.1	REGIME DE MODOS TRAVADOS	16
2.1.1	Absorvedor Saturável	19
2.1.2	Efeito de Lente Kerr	21
2.1.3	Automodulação de Fase	23
2.1.4	Elementos Dispersivos e Compensação de Chirp	25
2.2	GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO	26
2.3	INTERFERÔMETRO F-2F	28
2.4	FONTE DE CÉSIO E REFERÊNCIAS DE QUARTZO	30
2.5	PENTE DE FREQUÊNCIAS ÓPTICAS DO LMO	32
2.5.1	Espectro Óptico e Analisador Radiofrequências	33
3	ESTABILIZAÇÃO ELETRÔNICA	37
3.1	LOOP DE TRAVAMENTO EM FASE	38
3.1.1	Detetor Digital de Fase	40
3.1.2	High Speed Loop Filter	41
3.1.3	Bias Box	44
3.2	ESTABILIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO	45
3.3	ESTABILIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE OFF-SET	46
4	RESULTADOS	49
4.1	DESVIO DE ALLAN	49
4.2	ESPECTROGRAMA	53
4.3	CARACTERIZAÇÃO DOS INSTRUMENTOS	54
4.4	TRAVAMENTO DA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO	60
4.5	TRAVAMENTO DA FREQUÊNCIA DE OFF-SET	63
4.6	FREQUÊNCIAS DE REPETIÇÃO E OFF-SET TRAVADAS	65
5	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS	68
	REFERÊNCIAS	70

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho, desenvolvido no Laboratório de Metrologia Óptica localizado no Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco (LMO DF-UFPE), teve como objetivo estabilizar eletronicamente um Pente de Frequências Ópticas (PFO) construído no mesmo laboratório.

O PFO é um laser de modos travados e seu perfil no domínio das frequências é similar a uma vasta “régua”, capaz de conectar região de micro-ondas com à óptica (tipicamente THz). Como as linhas espectrais (modos) do pente são bastante estreitas, podendo ser limitadas pela resolução dos equipamentos, os PFOs tornaram-se úteis ao investigar interação luz-matéria, quer seja por uso direto (espectroscopia por PFO) ou por indireto (travamento de outros sistemas ópticos ao PFO) (PICQUE; HANSCH, 2019).

Para ilustrar a versatilidade dos PFOs pode-se listar algumas aplicações do mesmo: medida da frequência óptica absoluta da linha D_1 do Césio, conseqüentemente medição da constante hiperfina (UDEM et al., 1999); avanços em técnicas para estabilização de lasers, levando a sistemas cada vez mais estáveis e, conseqüentemente, medidas mais precisas (JONES et al., 2000); resfriamento Doppler de várias espécies de átomos/íons usando PFO, sendo possível usar a técnica para resfriar simultaneamente sistemas a base de metais alcalinos (^{40}K , ^{85}Rb e ^{87}Rb) (AUMILER; BAN, 2012); calibração de espectrógrafo astronômico por PFO, melhorando a busca por exoplanetas (WILKEN et al., 2012); geração de estados de fótons emaranhados com uso de PFO (REIMER et al., 2016), que encontra larga aplicabilidade na área de informação quântica.

As contribuições de John L. Hall e Theodor W. Hänsch, renderam a eles em 2005 o Prêmio Nobel de física: “por suas contribuições para o desenvolvimento de espectroscopia de precisão baseada em laser, incluindo a técnica de pente de frequências ópticas”, recebendo cada um, um quarto do prêmio (PRIZE, 2005).

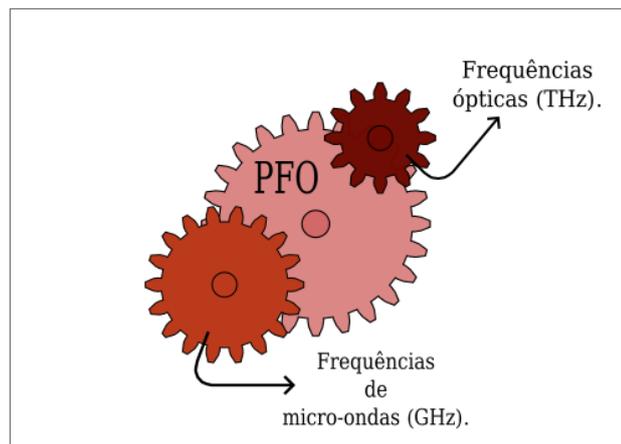
A história dos pentes de frequências ópticas é um capítulo da história dos relógios, onde a precisão vai a cada linha ganhando mais importância. Os primeiros marcadores de tempo feitos pelos humanos datam dos séculos XV e XVI a.C., que são: os relógios solares, a base de água e ampulheta (ROSSUM; DUNLAP, 1996). Dando um salto para século XVII d.C., tem-se a invenção do relógio de pêndulo por Huygens. Graças às tecnologias que foram se desenvolvendo, esse tipo de relógio foi englobado pelo que hoje se chama de relógios mecânicos, dispositivos que

funcionam por princípios mecânicos (pêndulos e molas, por exemplo) e operação na escala de no máximo dezenas de Hertz. Esses permaneceram até o século XX sendo símbolo de precisão, com incerteza relativa de 10^{-4} para os de pêndulo a 10^{-8} para outros mecânicos fabricados no começo do século XX (RIEHLE, 2003).

No século XX, a medição de tempo ganha novos protagonistas, o primeiro deles é o quartzo. O primeiro relógio de quartzo foi desenvolvido em 1927 (HORTON; MARRISON, 1928) e, por volta de 1935, já funcionavam com incerteza por volta de 10^{-9} na escala de 100 kHz a 1 MHz. Um passo mais além foram, e são, os relógios atômicos, o primeiro deles, de Césio, operado em 1955 (ESSEN; PARRY, 1955), com incerteza relativa de 10^{-10} . Os mais modernos desse tipo chegam a incerteza de 10^{-15} , ou seja, suas medidas de tempo irão divergir em 1 segundo após 30 milhões de anos, esses relógios operam em dezenas de GHz.

Similar aos atômicos, têm-se os relógios ópticos, esses se diferenciam por operarem na região de THz e PHz (equivalente a pico e femtossegundo) invés de microondas e têm incerteza próxima a 10^{-14} . Eles são baseados em sistemas atômicos ou iônicos resfriados por lasers, extraindo frequências ópticas estáveis. O PFO está para os relógios ópticos, assim como as engrenagens e/ou molas estão para os mecânicos, ou seja, são a base do seu funcionamento. Isso se dá porque o pente é o *link* entre as frequências ópticas e as de micro-ondas (relógio de Cs, por exemplo) (DIDDAMS et al., 2004), ilustrado na imagem 1.

Figura 1 – Ilustração do PFO ligando domínios distantes em frequência.

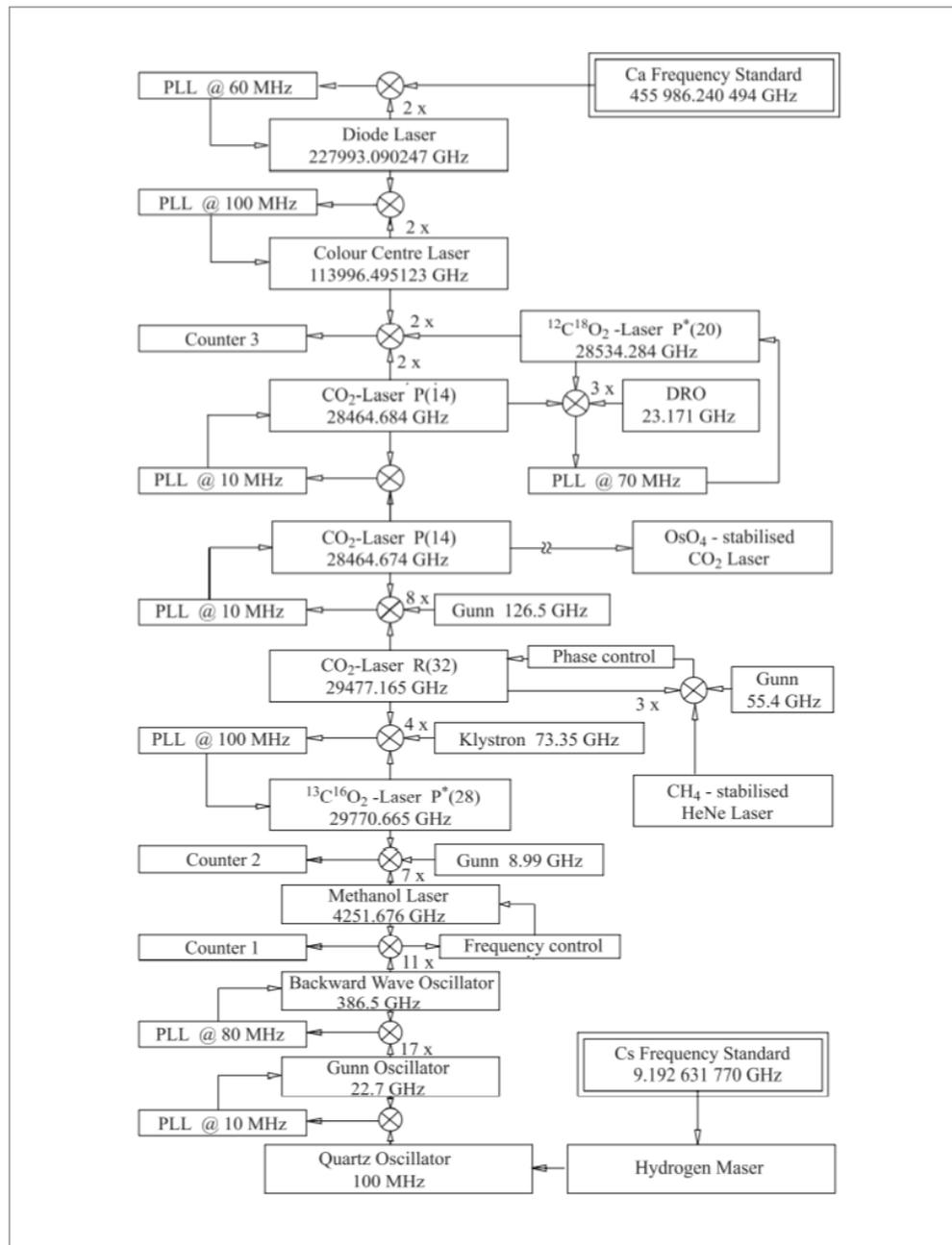


Fonte: O AUTOR (2022)

É nesse contexto da necessidade de fonte de frequências ópticas estáveis que entram os PFO. Os lasers de modos travados são excelentes candidatos para tal tarefa, de modo que as técnicas de estabilização eletrônica os diferenciaram. Figura 2 ilustra a sequência de *Phase-Locked Loop* (PLL), técnica de travamento eletrônico que será discutida no capítulo 3.

conectando domínio de GHz ao de THz para medir a transição ${}^3P_1-{}^1S_0$ com cerca de 455 THz. Em contrapartida, figura 3 mostra uma cadeia de PLL com o auxílio de um PFO, ligando os dois regimes para realizar uma medida similar, no caso linha D_1 do Cs, de aproximadamente 335 THz, de forma mais simples do que na figura anterior. Naturalmente, a aplicabilidade dos PFO hoje vão além da metrologia, como foi dito.

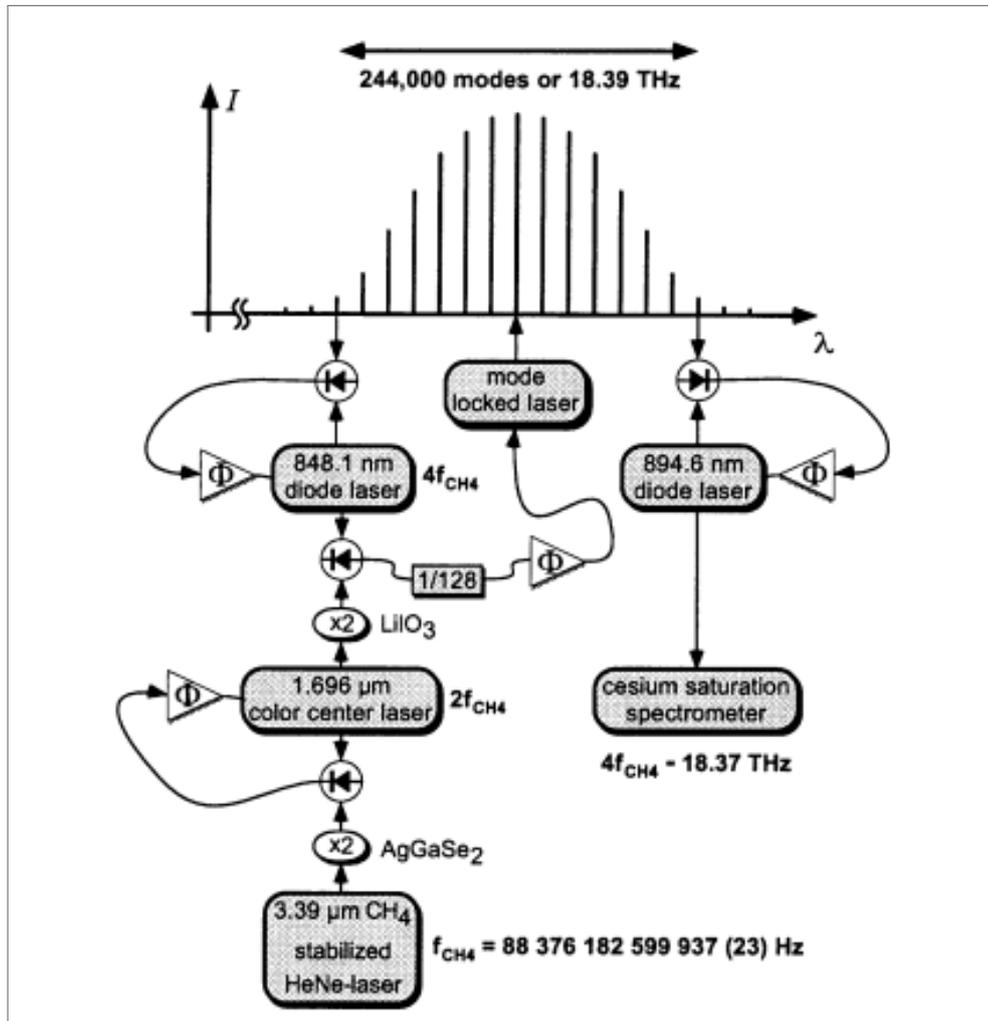
Figura 2 – Cadeia de PLL para conectar regime de GHz com THz.



Fonte: (SCHNATZ et al., 1996)

No DF-UFPE, onde há grupos de óptica com interesses em física atômica, comunicação quântica e fenômenos ultrarrápidos, faz-se importante ter uma ferramenta como o PFO. O

Figura 3 – Cadeia de PLL para conectar regime de GHz com THz com PFO.



Fonte: (UDEM et al., 1999)

objetivo deste projeto de mestrado foi estabilizar eletronicamente os dois graus de liberdade do pente, f_{rep} e f_o usando uma referência de Césio. Além disso, durante a execução, as eletrônicas do laboratório à base de osciladores foram caracterizadas.

Para contextualizar os resultados obtidos, no capítulo 2 discute-se sobre os efeitos físicos chave para o funcionamento de lasers de modos travados e, no final do capítulo, expõem-se as características do laser utilizado no projeto. O capítulo 3 discute a técnica de travamento eletrônico e os principais dispositivos eletrônicos utilizados. No capítulo 4 são apresentadas as caracterizações dos osciladores utilizados e do relógio atômico, de f_{rep} e f_o sem estabilização eletrônica e, então, os resultados da estabilização. Por fim, as conclusões baseadas nos resultados obtidos e perspectivas mais próximas no horizonte são expostas no capítulo 5.

2 PENTE DE FREQUÊNCIAS

2.1 REGIME DE MODOS TRAVADOS

Os lasers amplamente difundidos, como o apontador laser, lasers de corte industrial etc., operam num regime que chamamos de ondas contínuas (*continuous wave*, CW). De maneira simplista, o perfil temporal do campo elétrico dessa radiação é do tipo senoidal. Tais lasers precisam, grosseiramente, de um bombeio, um meio de ganho – que suporte inversão de população entre pelo menos três níveis – e uma cavidade. Esses três parâmetros ditam o balanço entre perdas e ganhos, determinando qual modo oscilatório irá se sobressair, gerando o laser.

O princípio de funcionamento dos lasers de modos travados baseia-se, entretanto, na sobrevivência de vários modos na cavidade coerentes em fase que, embora seja mais fácil em um meio com alargamento inhomogêneo, também é factível para os homogêneos (VERDEYEN, 1995).

No escopo deste projeto, a discussão será para um meio inhomogêneo, onde seu alargamento permite que diferentes grupos de átomos interajam com o bombeio. A não competição direta entre esses diferentes grupos, permite que vários modos sobrevivam na cavidade, desde que estejam dentro da largura espectral livre (*free spectral range*, FSR) da cavidade.

Seja um meio com tais características, a radiação na cavidade será a superposição dos modos longitudinais permitidos. Sua descrição temporal (YARIV, 1988):

$$E(t) = \sum_{n=1}^N E_n(t) \exp [i(2\pi\nu_n t + \varphi_n(t))], \quad (2.1)$$

em que na equação $E_n(t)$ é a parte temporal da amplitude e $\varphi_n(t)$ é a fase dependente do tempo, ambas do campo elétrico. Essas podem variar aleatoriamente, caso não haja nenhum tipo de controle sobre elas. Naturalmente, o termo ν_n é frequência associada a um certo modo, bem como os outros parâmetros com subíndice “n”.

Dessa forma, um laser CW pode ter espacialmente uma forma Gaussiana, mas temporalmente é apenas um dos modos longitudinais (E_0, ν_0 e φ_0) da equação (2.1):

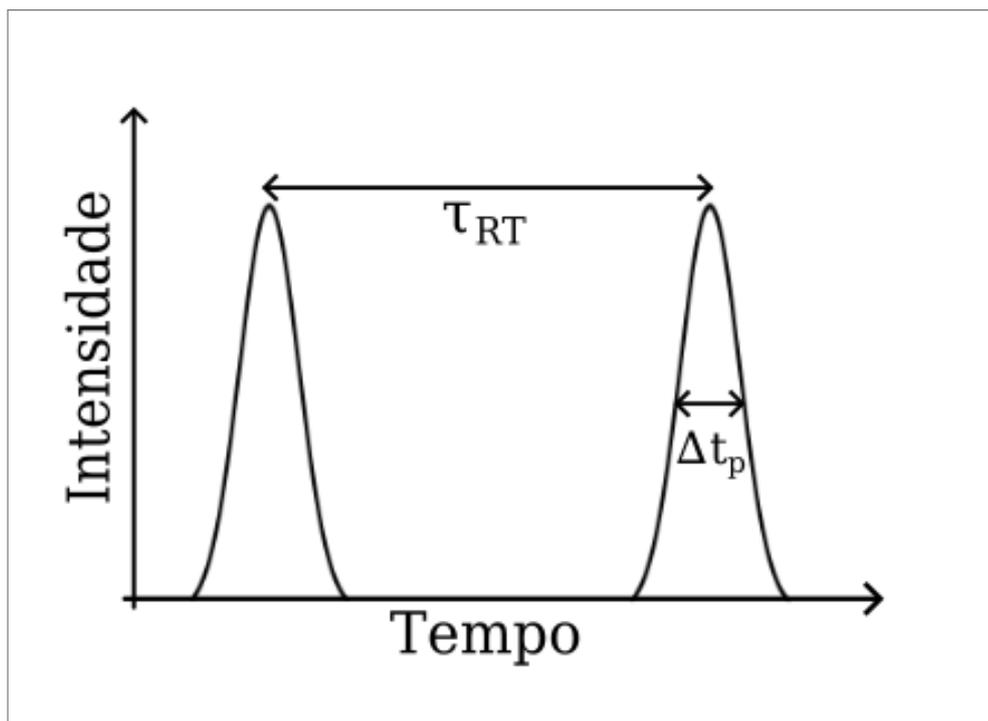
$$E(t) = E_0(t) \exp [i(2\pi\nu_0 t + \varphi_0(t))]. \quad (2.2)$$

Existem mecanismos que permitem gerar lasers pulsados com coerência entre pulsos (VERDEYEN, 1995). As fases desses não são mais aleatórias, fazendo com que pulsos consecutivos tenham a mesma diferença de fase. Essa é a ideia por trás dos lasers de modos travados.

Se os diferentes modos sobreviventes tiverem fase relativa constante, eles podem interferir construtivamente, gerando um “trem” de pulsos com coerência de fase e de alta potência de pico (VERDEYEN, 1995). As distâncias temporais entre esses picos é o tempo necessário para a radiação dar uma volta dentro da cavidade (τ_{RT}), representado na figura (4), junto a largura temporal dos pulsos Δt_p .

Já no domínio das frequências, essa distância é conhecida como frequência de repetição, $1/\tau_{RT} = f_{rep}$. Para cavidades lineares $f_{rep} = c/2L$, enquanto para cavidades tipo anel é igual a c/L , em que c é a velocidade da luz no vácuo e L é o tamanho da cavidade.

Figura 4 – Perfil temporal do “trem” de pulsos.

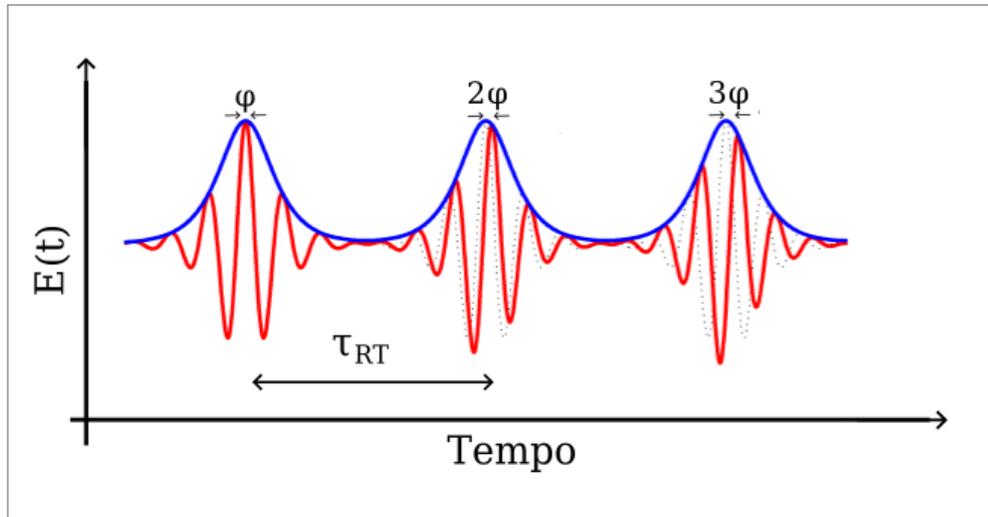


Fonte: O AUTOR (2022)

Essa combinação de ondas senoidais interferindo construtivamente, onda portadora, curva em vermelho na figura (5), produz a onda envoltória ou envelope, curva em azul na figura em questão. Olhando mais atentamente para esses pulsos, vê-se que a diferença de fase entre envoltórias são múltiplas de um fixo φ .

A diferença de fase entre a portadora e envoltória decorre do fato delas terem velocidades distintas. A primeira experimenta o que se chama de velocidade de fase, enquanto a segunda

Figura 5 – Portadora (vermelho) e envoltória (azul).



Fonte: ADAPTADA (SOUZA, 2011)

viaja com velocidade de grupo. A priori elas poderiam ser iguais, se não fossem os processos dispersivos intra-cavidade (JACKSON, 1999). Um modo “k” então desse “trem” pode ser escrito como:

$$E_k(t) \propto \exp [i(2\pi\nu_k t + \varphi)]. \quad (2.3)$$

Ao interferir com um modo consecutivo, por exemplo, só haveria sinal com interferência construtiva, logo, após um tempo $t = \tau_{RT}$, o argumento da exponencial (2.3) tem que ser um múltiplo inteiro de 2π :

$$2\pi\nu_n\tau_{RT} \pm \Delta\varphi = 2n\pi. \quad (2.4)$$

Portanto como $1/\tau_{RT} = f_{rep}$, tem-se a equação do pente de frequências:

$$\nu_n = n f_{rep} \pm \frac{\Delta\varphi}{2\pi} f_{rep}, \quad (2.5)$$

onde o último termo do lado direito da equação (2.5), que remete exatamente à diferença de fase entre a portadora-envelope, chama-se de frequência de *off-set* entre portadora-envelope ou apenas frequência de *off-set* (f_{CEO} ou apenas f_o):

$$f_o \equiv \frac{\Delta\varphi}{2\pi} f_{rep}. \quad (2.6)$$

Note que como a diferença de fase $\Delta\varphi$ pode ser positiva ou negativa, um “dente” do pente de frequências pode ser escrito como a soma ou subtração de um harmônico de f_{rep} , vide figura (17).

Resta saber como, de fato, produzir pulsos coerentes em fase, favorecendo o regime de modos travados. Na literatura encontra-se pelo menos dois tipos de técnicas, as ativas e as passivas.

Um travamento ativo utiliza sinais e instrumentos adicionais aos já existentes no próprio sistema laser, como, por exemplo, o uso de Modulador Eletro-Óptico ou *Shutters* na cavidade, modulando-os. Essa modulação tem frequência igual ao do pulso que deseja-se gerar, podendo ser na amplitude (AM) ou na fase (FM).

Já os processos passivos utilizam efeitos físicos do próprio meio de ganho (efeito de lente Kerr e absorvedores saturáveis); propriedades da cavidade (espelhos com compensação de *chirp*) e/ou da própria radiação (polarização não-linear da luz).

2.1.1 Absorvedor Saturável

Um meio é dotado de diversas propriedades físicas como índice de refração, susceptibilidade e coeficiente de absorção. Esse último, caracteriza como a radiação sofre atenuação ao atravessar um meio. Para baixas intensidades da luz incidente, os átomos respondem linearmente (α_0), mas ao aumentar essa intensidade pode-se produzir respostas não-lineares como a saturação.

O coeficiente de absorção de um meio está relacionado com a dinâmica das populações dos níveis envolvidos na interação luz-matéria (HAUS, 2000). Se a largura temporal do pulso é muito maior que o tempo de relaxação do meio, significa que os átomos desse último respondem instantaneamente a excitação, esses meios são os Absorvedores Rápidos (ASR). Em contrapartida, um Absorvedor Lento (ASL) é aquele em que seu tempo de relaxação é maior que o pulso, desse modo o último experimenta por mais tempo a saturação do meio (CRUZ; FRAGNITO, 2000).

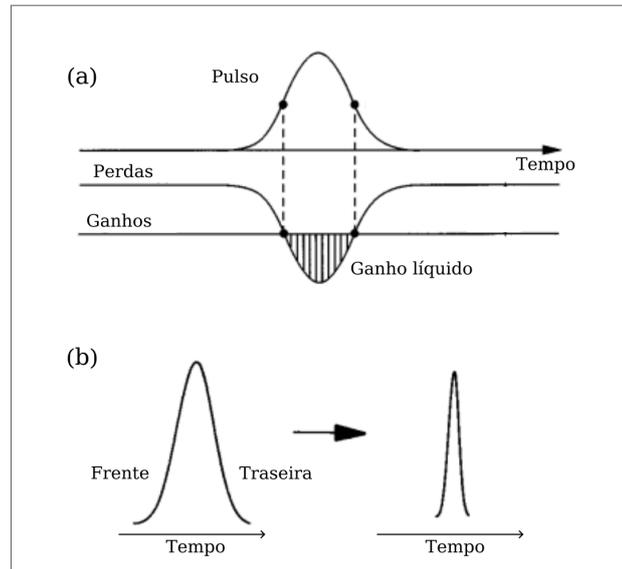
Para os ASRs, pelo pulso ter uma largura muito maior que o tempo característico do meio, a excitação efetivamente não sente a dinâmica da população, com isso é possível modelar o coeficiente de absorção desses meios como:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_s}, \quad (2.7)$$

onde I é a intensidade incidente e I_s é a intensidade de saturação. Ou seja, aumentar a intensidade do campo incidente tende a diminuir a absorção do meio, com valor característico

$\alpha = \alpha_0/2$ quando $I = I_s$. Decorre que o pico do pulso, onde há maior intensidade, sofre uma menor absorção quando comparado as caudas, favorecendo o encurtamento temporal do pulso.

Figura 6 – a) Perdas e ganhos em um ASR; b) Deformação do pulso ao passar por um ASR.



Fonte: ADAPTADA (HAUS, 2000) E (CRUZ; FRAGNITO, 2000)

A figura (6-a) mostra o balanço entre perdas e ganhos no ASR, em que a área hachurada é o ganho líquido. Na (b), uma mera ilustração de como o pulso é “esticado” no centro devido a maior absorção nas bordas.

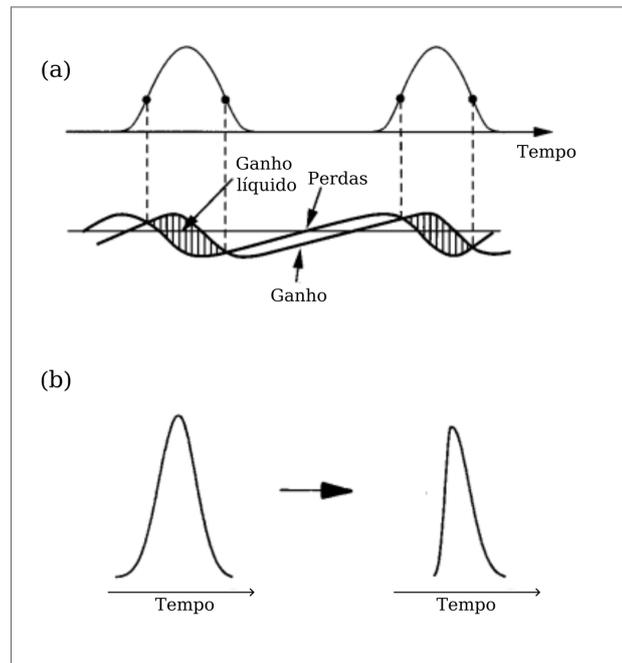
Já o ASL precisa contabilizar o efeito da passagem do pulso pelo meio e a consequência disso no coeficiente de absorção. Ocorre que sua curva de absorção tem uma retomada mais lenta em comparação à curva do ASR, devido aos átomos demorarem a retornar ao seu estado não-excitado.

O resultado também é uma distorção na forma do pulso, mas diferentemente da que ocorre no primeiro tipo, a frente é mais absorvida do que a traseira, uma vez que a dianteira é a primeira a sentir o coeficiente de absorção voltar a aumentar.

A imagem (7-a) ilustra as perdas, ganhos e ganho líquido, dando ênfase na retomada mais cadenciada característica dos ASLs. A (b) mostra a deformação do pulso, onde sua dianteira sente mais o efeito do tempo de relaxação do que o resto do pulso.

Seguramente essa discussão envolve pelo menos um pulso na cavidade, com métodos ativos de travamento de modos esse pulso pode ser gerado graças aos equipamentos moduladores. Para métodos passivos, no entanto, é necessário gerar, via instabilidade no modo CW, tais

Figura 7 – a) Perdas e ganhos em um ASL; b) Deformação do pulso ao passar por um ASL.



Fonte: ADAPTADA (HAUS, 2000) E (CRUZ; FRAGNITO, 2000)

pulsos. No mais, é possível desenhar a cavidade para que regiões de instabilidade no CW permitam um regime de modos travados estável (BRABEC et al., 1992).

2.1.2 Efeito de Lente Kerr

A presença de pulsos de alta potência altera respostas típicas do meio, como visto na subseção 2.1.1, dando margem a vários efeitos não-lineares. Outra consequência direta é a mudança no índice de refração.

O índice de refração está relacionado com a resposta dos átomos de um meio à presença de uma excitação, via polarização. Para altas intensidades – campos com amplitudes da ordem de 10^8 V/m ou maiores – é possível escrever o índice de refração (n) como (BOYD, 2008):

$$n(I) = n_0 + n_2 I, \quad (2.8)$$

em que n_0 é índice de refração típico (linear), n_2 é o índice não-linear e a dependência da intensidade no segundo termo chama-se de efeito Kerr.

De modo a ilustrar um desdobramento, tome um feixe com perfil espacial Gaussiano:

$$I(r) = \frac{\beta}{\pi \omega^2} \exp \left[-2 \left(\frac{r}{\omega} \right)^2 \right], \quad (2.9)$$

onde β é uma constante de proporcionalidade e ω é a cintura do feixe. Se o feixe é largo suficiente, no seu centro é possível expandir (2.9) em primeira ordem e substituir na equação (2.8). Após certa álgebra, pode-se escrever o índice de refração com novas constantes n'_0 e ζ :

$$n(r) = n'_0 \left[1 - \frac{\zeta^2}{2} r^2 \right]. \quad (2.10)$$

Recordando qualquer livro de óptica que tenha o formalismo de Matriz ABCD, se um feixe passa por um meio de tamanho l e com índice de refração proporcional a r^2 – como se tem em (2.10) – sua Matriz ABCD é dada por (YARIV, 1988):

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\zeta l) & \frac{1}{\zeta} \sin(\zeta l) \\ -\zeta \sin(\zeta l) & \cos(\zeta l) \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

No limite em que o meio é suficientemente pequeno, o cosseno vai a 1 e o seno tende ao seu argumento, então (2.11):

$$M_{KLE} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\zeta^2 l & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

que é a Matriz ABCD de uma lente fina, com foco $f = 1/\zeta^2 l$, convergente se $f > 0$ e divergente quando contrário, resultando no efeito de lente Kerr (*Kerr Lens Effect*, KLE). Como ζ se relaciona com n_2 através das equações (2.8 e 2.10), se $n_2 > 0$ o meio funcionará como uma lente convergente e, quando $n_2 < 0$, será divergente.

Logo, um feixe intenso ao atravessar um meio com n_2 positivo experimenta um efeito de lente convergente, realizando uma autofocalização. Vale notar que, como os picos dos pulsos são mais intensos que feixes CW, os primeiros focalizam mais do que os últimos.

Há dois métodos na literatura para favorecer autofocalização (*Hard e Soft Aperture*) (CERULLO et al., 1994), ambos buscam favorecer os ganhos em relação às perdas entre os modos CW e pulsado. O primeiro consiste em colocar uma fenda dentro da cavidade (íris, por exemplo). Desse modo, o pulso passa tranquilamente pela fenda, enquanto o CW é limitado por ela.

A outra forma é usar um bombeio CW Gaussiano e, com um bom alinhamento, o centro do pulso coincidirá com o centro do feixe de bombeio. Assim, a autofocalização dará conta de mudar as cinturas dessas duas componentes (bombeio CW e laser pulsado) a cada volta na cavidade, concentrando espacialmente o modo do laser do regime pulsado (KAERTNER, 2021). Tais efeitos combinados, favorecem ao cristal de Titânio-Safira (Ti:s) a atingir o efeito de absorvedor saturável.

2.1.3 Automodulação de Fase

O efeito descrito na subsecção 2.1.2 focou nas consequências espaciais de um efeito Kerr (2.8), vale agora dedicar-se às implicações temporais. De antemão, ocorre que neste domínio e livre de efeitos dissipativos, a intensidade do pulso não sofre alterações se não por um acréscimo de fase. Já no domínio das frequências percebe-se um alargamento simétrico.

Para um pulso se propagando espacialmente em uma dimensão:

$$\tilde{E}(z, t) = \tilde{E}_0(z, t) \exp [i(kz - \omega_0 t)], \quad (2.13)$$

em que \tilde{E}_0 é a amplitude do campo, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}n$ é o vetor de onda, ω_0 e λ_0 são a frequência e comprimento de onda natural de oscilação, respectivamente. Sua intensidade, $I(t)$, está relacionada com o quadrado da amplitude de (2.13). Seja $I(t)$ um perfil temporal na forma Gaussiana de largura τ :

$$I(t) = I_0 \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right]. \quad (2.14)$$

Substituindo na equação de efeito Kerr (2.8) e tomando sua derivada temporal:

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0 + n_2 \left\{ I_0 \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \right\}, \\ \partial_t [n(t)] &= -n_2 I_0 \left\{ \left(\frac{t}{\tau^2} \right) \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

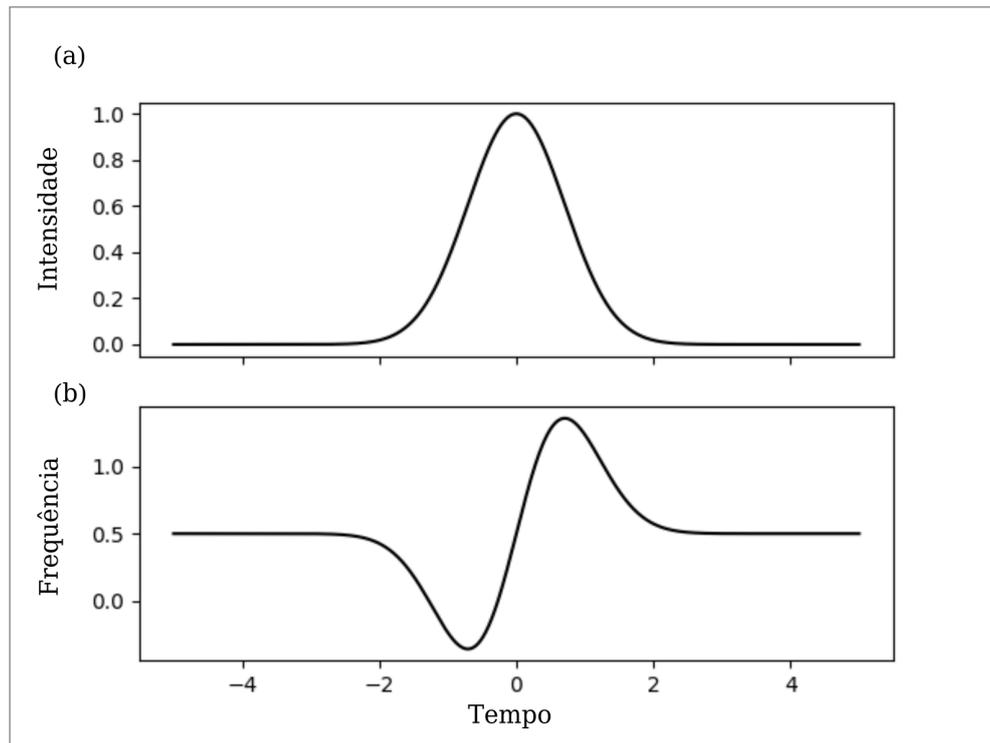
A implicação dessa variação temporal do índice de refração pode ser vista na frequência instantânea. Derivando no tempo o argumento da exponencial em (2.13) e substituindo a expressão final de (2.15), tem-se:

$$\omega(t) = - \left\{ \omega_0 + \frac{4\pi L_{ef} n_2 I_0}{\lambda_0 \tau^2} t \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \right\}, \quad (2.16)$$

onde L_{ef} é o comprimento efetivo do meio. De (2.16) conclui-se que o efeito Kerr induz no pulso uma mudança na sua fase, esse efeito é chamado de automodulação de fase (*Self Phase Modulation*, SPM). Logo, recordando a expressão do pulso (2.13), uma das implicações da SPM é que o campo não tem mais uma frequência fixa, esse efeito é chamado de varredura de frequências ou *chirp*.

A figura (8-b) ilustra o alargamento simétrico das frequências do pulso devido a SPM. Esses efeitos são conhecidos como “desvio para o vermelho” (*Red shift*, RS), quando há um

Figura 8 – (a) Forma temporal do pulso; (b) Alargamento de frequências devido a SPM.



Fonte: O AUTOR (2022)

deslocamento em direção às frequências mais baixas e “desvio para o azul” (*Blue shift*, BS) no caso de ir para frequências mais altas àquela natural.

Até agora não foi levado em conta os efeitos dispersivos intra-cavidade que, certamente, influenciam na sobrevivência e forma do pulso. Antes de entrar neste tópico, cabe adiantar dois possíveis efeitos: o pulso sofre alargamento temporal em regiões de dispersão normal e é comprimido quando sob influência de dispersão anômala.

Isto ocorre porque na dispersão normal, a frente do pulso sofre RS, portanto tem velocidade maior do que a traseira, que experimenta BS, resultando no alargamento temporal. Nas regiões anômalas acontece o oposto. A parte do pulso que teve desvio para o azul se move mais rápido do que àquelas desviadas para o vermelho, dessa forma a parte de trás do pulso move-se mais rápido que a frente, comprimindo-o.

A combinação desse efeito, com os discutidos nas subseções [2.1.2](#) e [2.1.3](#), explicam porque em modos travados tem-se uma maior largura de banda.

Por fim, voltando a equação [\(2.16\)](#), o centro do pulso experimenta um efeito quase linear, região central da [\(8-b\)](#). Expandindo tal expressão em primeira ordem e definindo α como parâmetro de *shift*:

$$\begin{aligned}\omega(t) &= -(\omega_0 + \alpha t), \\ \alpha &\equiv \frac{4\pi L n_2 I_0}{\lambda_0 \tau^2}.\end{aligned}\tag{2.17}$$

2.1.4 Elementos Dispersivos e Compensação de *Chirp*

Até aqui, apenas se pontuou a existência de dispersão para adiantar um desejado resultado, nesta subseção o foco é detalhar tal efeito. Como foi dito, a envoltória e a portadora viajam com velocidades diferentes. A primeira possui velocidade de grupo (v_g), enquanto a última possui velocidade de fase (v_f). Explicitamente:

$$v_g = \partial_\omega k(\omega),\tag{2.18}$$

$$v_f = \frac{\omega}{k},\tag{2.19}$$

onde ω é a frequência angular e k o vetor de onda. Se k é diretamente proporcional à ω , então as duas ondas viajam com velocidades iguais, sem diferença de fase entre elas. Uma relação linear implica nas ondas movendo-se com velocidades diferentes e, outras relações entre k e ω , culminam na deformação do pulso.

Voltando os olhos para os pulsos na cavidade e, portanto v_g , pode-se medir a dispersão da velocidade de grupo (*Group Velocity Dispersion*, GVD) pelo parâmetro β_{GVD} definido por (VERDEYEN, 1995):

$$\beta_{GVD} = \partial_\omega \left(\frac{1}{v_g} \right) \rightarrow \partial_\omega^2 k(\omega),\tag{2.20}$$

em que a última expressão é obtida usando a equação (2.18). Logo, se o parâmetro $\beta_{GVD} > 0$, as componentes de altas frequências viajam com uma velocidade de grupo menor do que as de baixas frequências, essas são as regiões de dispersão normal. No caso contrário, $\beta_{GVD} < 0$, regiões de dispersão anômala, componentes de altas frequências se movem com velocidade de grupo maiores, comparado às de baixas frequências.

Supondo uma cavidade composta por diversos componentes dispersivos, normais ou anômalos, deseja-se a estabilidade na largura temporal do pulso. É nesse intuito o esforço para controlar a GVD, visto que efeitos como retratado na subseção 2.1.3 (*Red shift* e *Blue shift*) podem comprimir ou alargar o mesmo.

A ideia é contabilizar a dispersão dos elementos presentes na cavidade, com a estabilidade do pulso sendo atingida se a soma de β_{GVD} dos elementos é nula (ROQUE, 2017). Como o cristal de Ti:s tem dispersão normal, necessita-se o uso de elementos com dispersão anômala.

As formas mais comuns para controle da GVD são: uso de grades de difração (TREACY, 1969), pares de prismas (FORK; MARTINEZ; GORDON, 1984) e espelhos com *chirp* negativo (*chirped mirrors*) (SZIPOCS et al., 1994).

O uso de grades de difração é o mais antigo dos três. A técnica baseia-se na capacidade de gerar atraso temporal dependente do comprimento de onda a partir de um par de grades. Com o devido alinhamento para as componentes no vermelho e no azul – extremidades do espectro – é possível gerar um efeito de dispersão anômala. Contudo, essa técnica gera bastante perdas devido à formação de ordens mais altas na difração e absorção da camada metálica da grade.

O uso de pares de prismas para compensar GVD positivo é uma alternativa à técnica das grades de difração, uma vez que evita tantas perdas e têm um alinhamento mais fácil. A técnica usa pares de prismas para também gerar atraso temporal dependente do comprimento de onda, mas com melhor controle da GVD.

Atualmente, a técnica mais comum é o uso de espelhos com *chirp* negativo. Esses espelhos são submetidos a processos de deposição das camadas dielétricas em diferentes profundidades. Dessa forma, cada comprimento de onda penetra até certa distância dentro do espelho, gerando um atraso de $\lambda/4$ entre os extremos do espectro. A vantagem dessa estratégia é a compactabilidade (já que espelhos estão naturalmente na cavidade) e na contabilização do controle da GVD.

2.2 GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO

Os processos expostos até então acontecem intra-cavidade e são responsáveis por travar os modos do laser. Agora o interesse parte para os processos que darão origem ao pente de frequências ópticas (PFO).

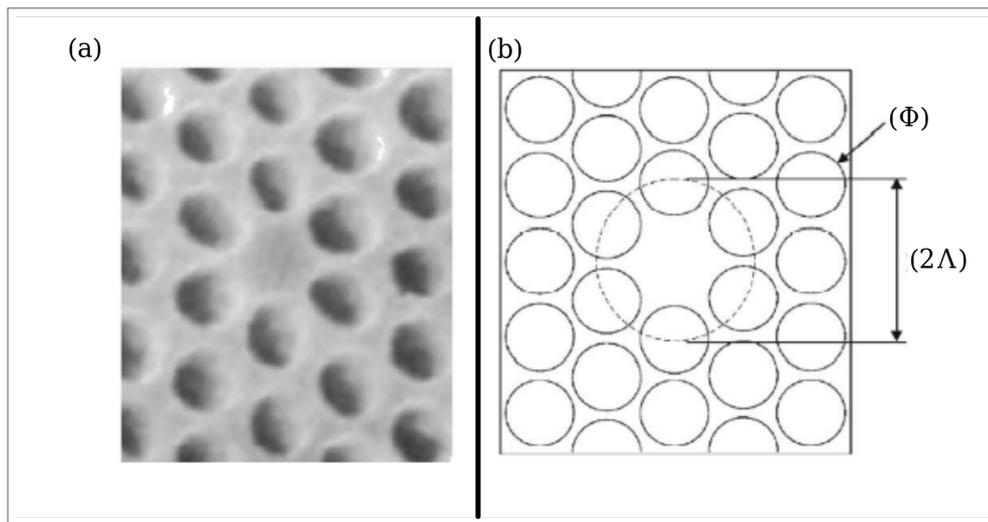
Para detectar o PFO, o aparato experimental manipulado no LMO consiste em alargar espectralmente o pulso via geração de supercontínuo, depois separar, em dois feixes, os harmônicos (532 e 1064 nm) com o interferômetro f-2f. Na sequência: gerar segundo harmônico, filtrar opticamente e fazer o batimento heteródino – ou seja, batimento de duas frequências capaz de extrair informação de diferença de modulação de fase e/ou frequência – dos feixes, que será detectado no fotodetector.

O primeiro deles, geração de supercontínuo, é encarregado de alargar o espectro de frequências do pulso. Seja o laser no regime pulsado, com comprimento de onda λ e largura de banda $\Delta\lambda$, deseja-se ter uma oitava centrada neste λ .

O método utilizado aqui, para gerar tal efeito, foi o uso de fibra de cristal fotônico (*Photonic Crystal Fiber*, PCF), fundamentado pelo trabalho de (RANKA; WINDELER; STENTZ, 2000). De maneira geral, as fibras ópticas são compostas por um núcleo e um revestimento, ambos feitos de Sílica. Dessa forma, se o índice de refração do núcleo for maior que do revestimento, as ondas são guiadas por reflexão interna (BIRKS; KNIGHT; RUSSELL, 1997).

Diferentemente de fibras convencionais, as PCFs são dotadas de tubos capilares de ar, na região onde seria o revestimento, percorrendo toda extensão da fibra num arranjo hexagonal. A PCF usada neste projeto tem uma particularidade: sua região central não é vazada por tais tubos de ar, sendo essa a região de núcleo da fibra. A figura (9) ilustra esses aspectos.

Figura 9 – (a) PCF vista por microscopia eletrônica; (b) Ilustração da PCF com parâmetros 2Λ e ϕ .



Fonte: (DUDLEY; GENTY; COEN, 2006)

As características das PCFs são: a distância entre tubos 2Λ e seu diâmetro ϕ , a área efetiva do núcleo A_{ef} , o índice de refração da fibra n_2 e o comprimento de onda livre de dispersão (*Zero Dispersion Wavelength*, ZDW) λ_D . A partir destes parâmetros pode-se quantificar a não-linearidade dessas fibras pelo parâmetro γ (KELLEY et al., 2008):

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda A_{ef}}. \quad (2.21)$$

Devido à presença dos tubos de ar, cria-se uma região de “revestimento”, pois os tubos aumentam o índice de refração efetivo da região. Com isso, é possível guiar um feixe pelo

núcleo estreito da fibra (KELLEY et al., 2008) e aumentar as não-linearidades da mesma, uma vez que essas são inversamente proporcionais à área efetiva do núcleo, como visto na equação (2.21).

Os parâmetros 2Λ e ϕ são referentes à geometria dos tubos, essenciais para o supercontínuo, visto que influenciam no valor de λ_D . Esse último, por sua vez, dita para quais regiões de comprimento de onda haverá dispersão normal e anômala. Da literatura, sabe-se que a geração de um espectro com uma oitava é otimizado quando o pulso de entrada tem comprimento de onda próximo a λ_D (DUDLEY; GENTY; COEN, 2006).

Para pulsos da ordem de femtossegundos, alguns efeitos atuam na geração de supercontínuo. Fissura de pulsos devido a Espalhamento Raman Induzido (ERI), dispersão e mistura de quatro ondas (*Four Wave Mixing*, FWM) junto aos seus critérios de casamento de fase (*Phase-Matching*), são os principais. Secundariamente, SPM (vista na seção 2.1.3) e modulação cruzada de fase (*Cross Phase Modulation*, XPM) (DUDLEY; GENTY; COEN, 2006).

Com o feixe de entrada na PCF tendo $\lambda > \lambda_D$, os pulsos experimentaram GVD anômalo, de modo que cada um é comprimido temporalmente – alargado espectralmente – e depois sofre alargamento até a fissura, o dividindo em subpulsos de menor amplitude. Após esse processo, os subpulsos vão continuamente sofrendo *Red shift*. O fenômeno de fissura ocorre devido a ERI, ou seja, espalhamento inelástico, nesse estágio inicial.

Para os subpulsos com $\lambda < \lambda_D$ – GVD normal – os efeitos de SPM e XPM dominam a dinâmica. À medida que o λ se aproxima de λ_D e o ultrapassa, entrando em GVD anômalo, FWM vai se tornando mais determinante para o alargamento do espectro, junto aos efeitos dispersivos. Nessa situação, o alargamento do espectro é esperado que seja mais uniforme (DUDLEY; GENTY; COEN, 2006).

A PCF utilizada no LMO é uma *FemtoWhite 800* (NKT Photonics), tendo 12 cm de comprimento, diâmetro do núcleo de aproximadamente $1,8 \mu m$ e λ_D em 750 nm. Devido ao diâmetro do núcleo é preciso usar lentes objetivas para ajudar a acoplar o feixe de entrada e manter colimação do feixe de saída.

2.3 INTERFERÔMETRO F-2F

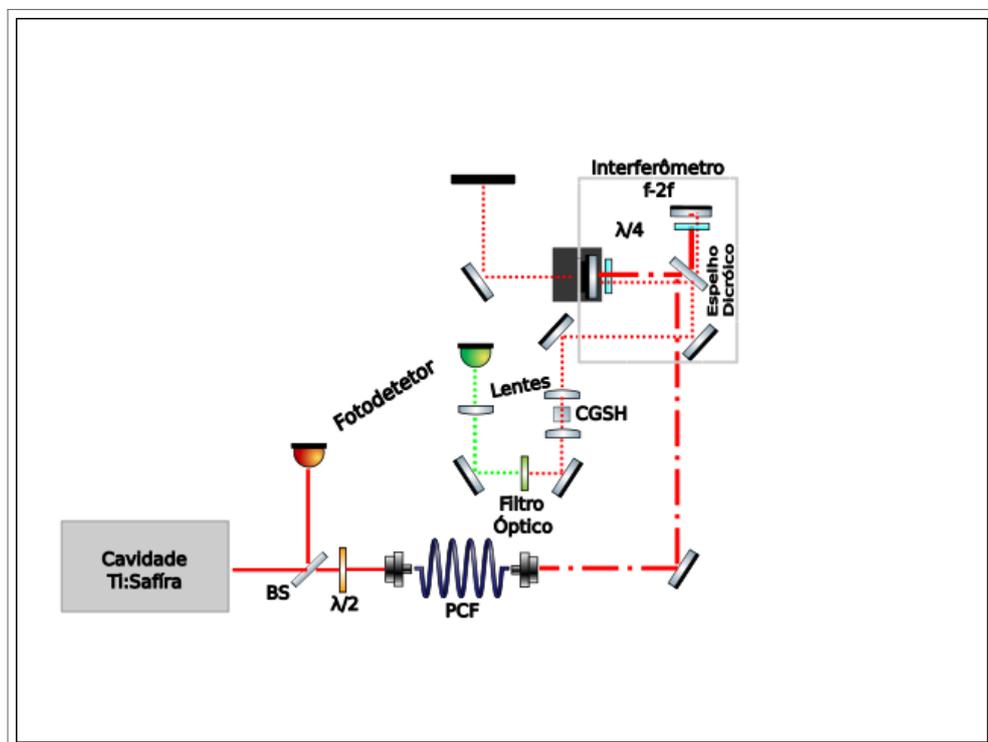
Na seção 2.1 foi discutida a origem da frequência de *off-set*. Nesta seção, será descrito um interferômetro f-2f, cuja finalidade é dividir o feixe alargado após a geração de supercontínuo, com pretexto de detectar f_o . Viu-se que, através de (2.5 e 2.6), pode-se escrever:

$$\nu_n = n f_{rep} \pm f_0. \quad (2.22)$$

O aparato do interferômetro consiste em um espelho dicróico (ED), três espelhos, um par de placas de quarto de onda e um micrômetro, como mostra a figura (10). O feixe alargado é separado em dois “braços” no ED, uma parte contendo 532 nm e outra com 1064 nm, que vão em direção aos respectivos espelhos acoplados com placa de onda.

Em (10), o feixe representado por traço-ponto é o feixe alargado pós-PCF, enquanto o pontilhado representa os feixes após serem separados pelo ED.

Figura 10 – Ilustração do Interferômetro f-2f.



Fonte: O AUTOR (2022)

O feixe transmitido pelo ED contém a parte do infravermelho, enquanto o refletido tem o “braço” do espectro visível. Os caminhos tomados têm a mesma distância, mas o ED introduz uma ligeira diferença de caminho óptico para o feixe transmitido. Essa diferença é controlada com um micrômetro acoplado a um dos espelhos do interferômetro.

Após serem refletidos de volta para o ED, os dois feixes saem do interferômetro através do terceiro espelho, visando continuar seu caminho óptico. As placas de onda servem para regular a intensidade da luz de cada “braço” do feixe.

O interferômetro f-2f separa então um feixe inicial, abrangendo uma oitava de frequências, em dois feixes contendo cada harmônico (532 e 1064 nm). Logo em seguida, esses dois passam por um telescópio, um Cristal Gerador de Segundo Harmônico (CGSH), um par de filtros ópticos até serem detectados num fotodetector.

O CGSH é o responsável gerar, a partir do feixe que contém 1064 nm, fótons com 532 nm.

São esses dois feixes que serão detectados e a aparição de f_o vem da interferência deles. Neste caso, o batimento é do segundo harmônico do n-ésimo modo da parte de menores frequências do pente, com o 2n-ésimo modo da parte de maiores frequências do pente (TELLE et al., 1999). Tem-se:

$$\begin{aligned} 2\nu_n^{(532)} &= 2nf_{rep} + 2f_o \\ \nu_{2n}^{(1064)} &= 2nf_{rep} + f_o. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Portanto, o batimento desses sinais, $2\nu_n^{(532)} - \nu_{2n}^{(1064)} = f_o$, contém a frequência de *off-set*.

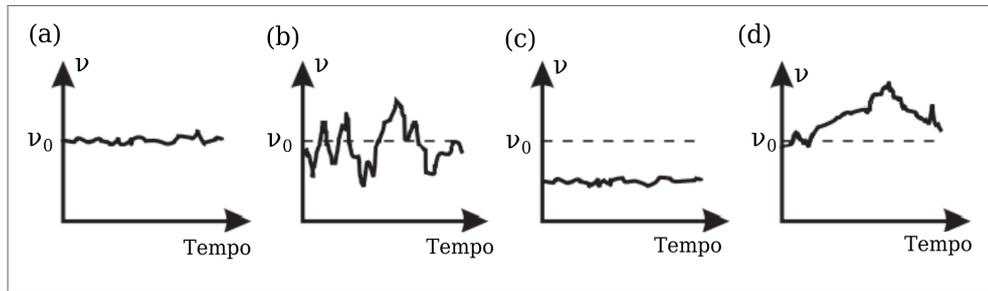
2.4 FONTE DE CÉSIO E REFERÊNCIAS DE QUARTZO

A proposta do PFO é ser um aparato capaz de interrogar sistemas físicos, como átomos e moléculas, extraindo informações em termos de frequências. Para tal, é necessário transformar o pente em uma fonte de frequência estável e exata, fundamentando toda discussão que seguirá no capítulo 3.

Para a estabilização do PFO foi feito o uso de outras fontes calibradas, um Relógio Atômico – fonte de Césio (Cs) – e geradores de função. O relógio de Cs serve para calibrar outros instrumentos, considerado uma fonte padrão de frequências, portanto é uma fonte primária. Levantando a necessidade de diferenciar estabilidade e exatidão, a imagem (11) elucida essas características.

Estabilidade diz sobre a reprodutibilidade do resultado, enquanto exatidão sobre quão próximo do requerido esse resultado é. Por exemplo, na figura (11) o objetivo é medir consecutivamente ν_0 , portanto, (a) e (b) são medidas com exatidão, embora (a) seja estável e (b) não. Em contrapartida, (c) é uma medida estável, mas não exata e (d) não é nem estável, nem exata.

Como exposto anteriormente, a fonte primária de frequência utilizada nesta dissertação foi o relógio de Cs, especificamente o 5071A *Primary Frequency Standard* da Microsemi. Sem

Figura 11 – Estabilidade *versus* exatidão.

Fonte: ADAPTADA (RIEHLE, 2003)

entrar em detalhes, os relógios atômicos foram primeiramente comercializados em 1958 e, como consequência, quase uma década depois redefiniu-se a medida padrão de tempo (BARRELL, 1969).

Os relógios de Cs utilizam o único isótopo estável do elemento, ^{133}Cs , tendo no seu nível mais externo apenas um elétron no estado fundamental. Devido ao spin nuclear ($F = 7/2$) e spin total ($1/2$) do elétron, ^{133}Cs possui dois níveis hiperfinos ($F = 3$ e $F = 4$) que na presença de campo magnético se dividem em dezesseis, onde a transição menos sensível ao campo externo é usada pelo relógio: $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ (RIEHLE, 2003).

Já os instrumentos geradores de função periódicas típicos do LMO, funcionam à base de osciladores de quartzo. Tais instrumentos se baseiam nas propriedades piezoelétricas dos cristais, o quartzo sendo apenas um desses, amplamente usado por ser de fácil e barata produção.

Um cristal sofre deformações quando tensionados por certo estresse e pode ressoar em frequências dependentes do seu tamanho e propriedades. Os cristais piezoelétricos são tridimensionais, onde são coladas lâminas metálicas em faces opostas. Nesses materiais, ao tensionar as faces opostas, as cargas elétricas irão se rearranjar, fazendo com o que o sistema cristal-lâminas funcione como um capacitor (RIEHLE, 2003).

Dessa forma, um material piezoelétrico ao ser tensionado é capaz de gerar tensão elétrica, da mesma forma que a recíproca é verdadeira. Ao submeter as lâminas a uma tensão periódica é possível gerar deformações também periódicas no cristal.

No âmbito desta dissertação, exemplos de instrumentos baseados em osciladores de quartzo são: geradores de função 33500B *Trueform Waveform Generators* e gerador de sinal RF N9310A *RF Signal Generator*, ambos da Keysight.

Portanto, ao combinar o relógio de Cs com outra fonte secundária, gerador de função ou PFO, há transferência da exatidão do relógio para esses sistemas, enquanto a estabilidade fica

por conta das próprias fontes secundárias (RIEHLE, 2003).

2.5 PENTE DE FREQUÊNCIAS ÓPTICAS DO LMO

Os tópicos expostos até então são a teoria que embasam os pentes de frequências ópticas. Neste tópico o objetivo é pontuar as características do laser de Ti:s e do que vem a ser o PFO usado nesta dissertação.

A figura (12) é um esquema do bombeio e da cavidade do Ti:s. O cristal, localizado entre espelhos E2 e E3, é bombeado por um feixe de 532 nm, em verde na figura. Esse feixe de bombeio tem em seu caminho até a cavidade o AOM (modulador acusto-óptico, *Acousto-Optic Modulator*), uma placa de onda $\lambda/2$ e uma lente para focalizar no cristal. Após atingir o limiar para efeito laser CW, dois feixes do Ti:s se propagam na cavidade, E4-E7-E6-E5, linha sólida, e E5-E6-E7-E4-E3-E2, linha tracejada.

O AOM é o responsável por mudar a intensidade do bombeio que chega na cavidade, para estabilização eletrônica de f_o . Já a placa de $\lambda/2$ ajusta a polarização desse feixe para melhor absorção no Ti:s.

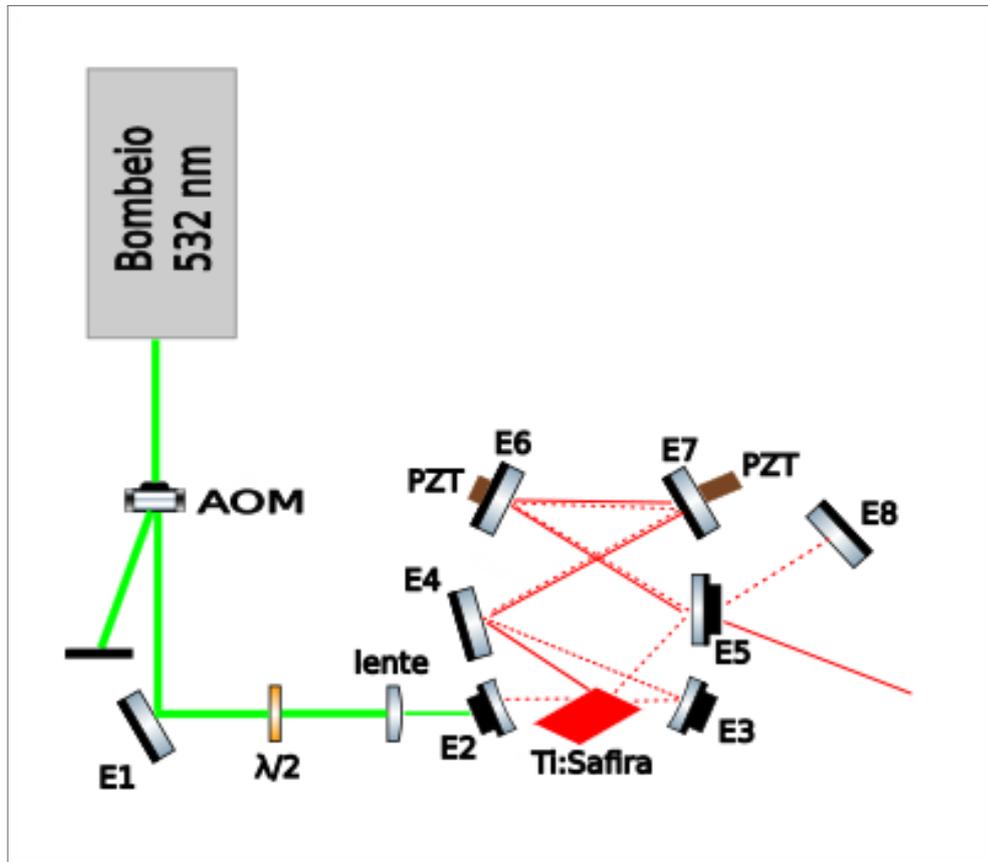
Ambos feixes CW saem da cavidade pelo espelho E5, também chamado de espelho acoplador. No entanto, o de linha tracejada, que sai em direção a E8, é refletido para E5 de modo a aumentar potência do laser nesse regime de operação. Quando operado em modos travados, os pulsos percorrem apenas um dos dois caminhos, se pulsar em direção do espelho E8, é necessário voltar para CW e pôr para pulsar na direção da linha sólida de saída de E5.

O pulso que sai da cavidade segue para figura (13), que é o aparato de geração e detecção do PFO. Após passar por um BS (divisor de feixe) e uma $\lambda/2$, o pulso chega a um conjunto de objetiva-PCF-objetiva, onde é feita a geração de supercontínuo. A primeira objetiva serve para acoplar o “trem” de pulsos com a fibra, visto que a PCF tem diâmetro de aproximadamente $1,8 \mu m$. Já a outra objetiva serve para colimar o que sai da fibra, linha sólida-ponto.

A outra parte dividida no BS vai para o fotodetector vermelho, serve para medidas dos espectros do modo CW e modos travados ou para detecção de f_{rep} . No caso de medições de espectro, o fotodetector é substituído por um espectrômetro.

Em seguida, agora alargado espectralmente, o “trem” de pulso chega no interferômetro f-2f, onde é separado em frequência pelo espelho dicróico. Após passarem voltando pelo ED, os dois “braços” – visível e infravermelho, representados pelas linhas tracejadas – chegam ao conjunto de lente-CGSH-lente, para geração de segundo harmônico, neste projeto o cristal

Figura 12 – Cavity do Titânio:Safira.



Fonte: O AUTOR (2022)

utilizado foi BBO (*Beta Barium Borate*).

Por fim, é feita a filtragem óptica para que apenas uma região centrada em 532 nm chegue ao fotodetector verde. Nele, ambos f_{rep} e f_o são detetados devido ao batimento heteródino dos verdes, um proveniente do visível, outro do infravermelho.

2.5.1 Espectro Óptico e Analisador Radiofrequências

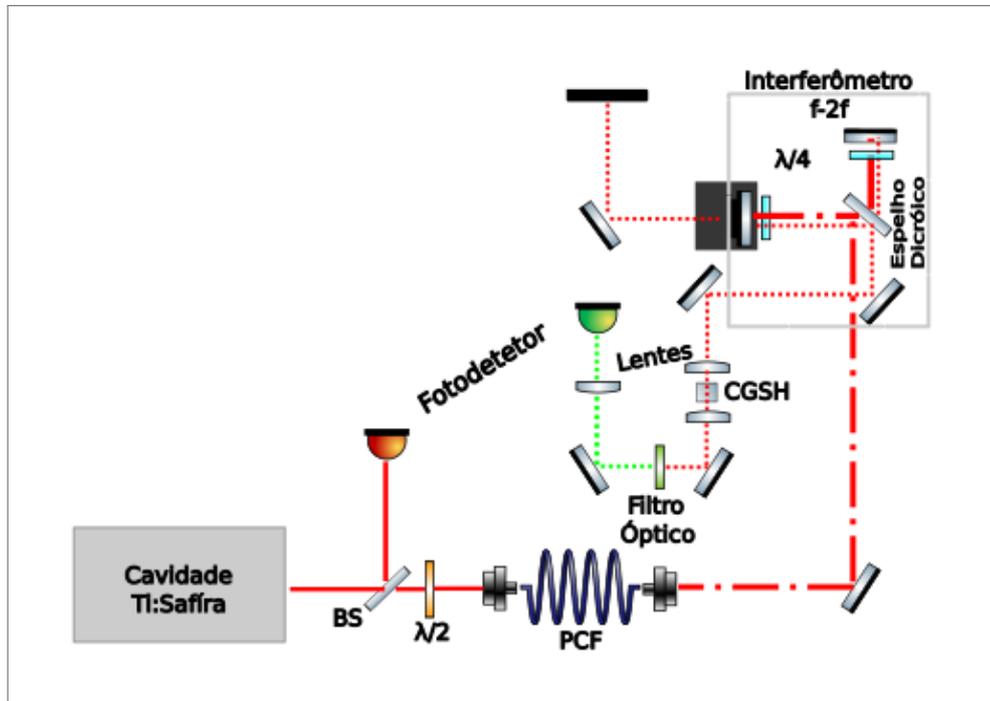
O laser de Ti:s do LMO opera em torno de 800-830 nm, tendo uma frequência de repetição entre 800-850 MHz. O pulso, devido aos espelhos com *chirp*, tem uma largura temporal da ordem de femtossegundos, enquanto a cintura do feixe é de cerca de 1 mm.

A figura (14) mostra o espectro do laser em modos travados obtido pelo *Ocean Optics HR 4000*.

No regime de modos travados, espectro (14), percebe-se uma largura de 24 nm, pontuando o efeito de alargamento do espectro, SPM, discutido ao longo deste capítulo.

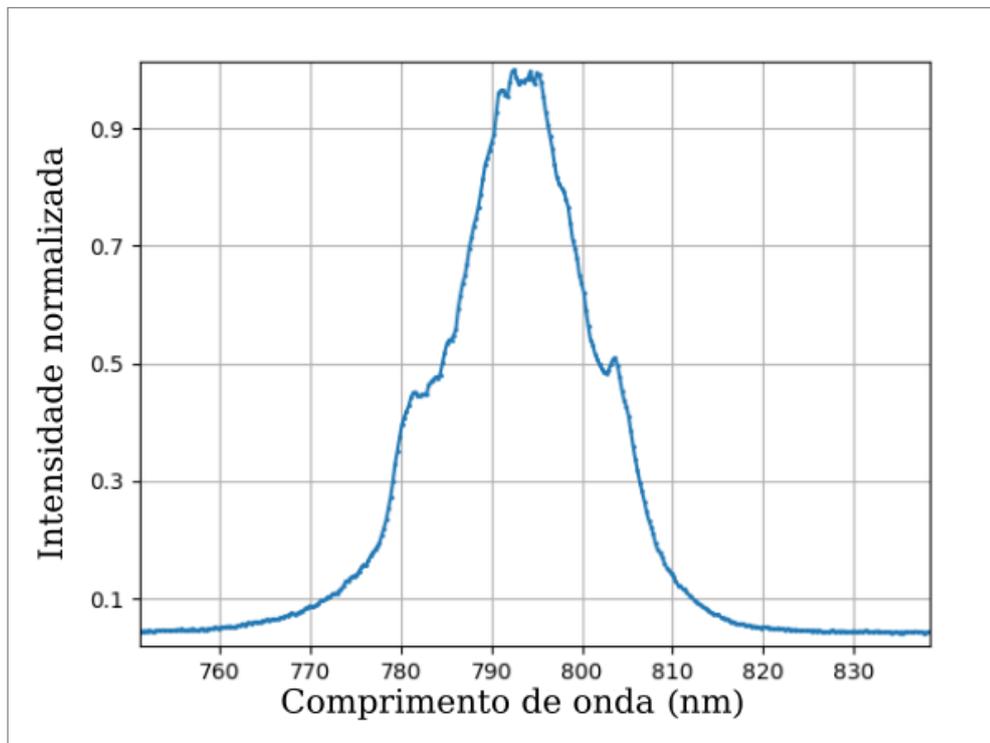
Nas curvas (15, 16 e 17) tem-se f_{rep} , f_o e o pente de frequências ópticas, vistos no

Figura 13 – Aparato do PFO.



Fonte: O AUTOR (2022)

Figura 14 – Espectro do Ti:s em modos travados.

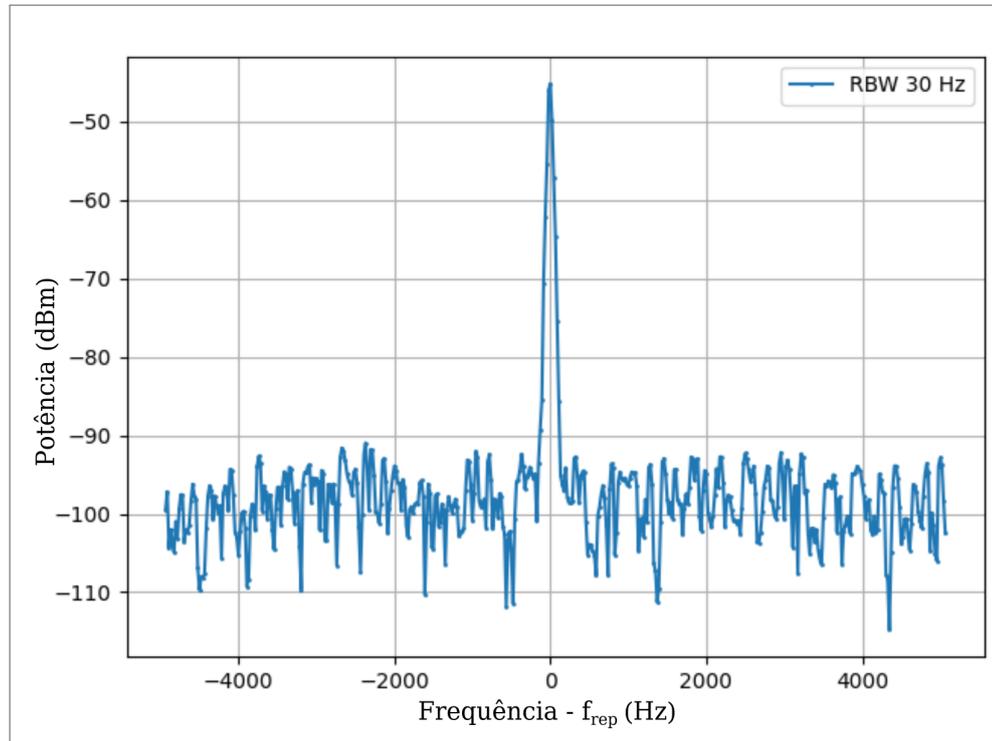


Fonte: O AUTOR (2022)

analisador RF. Para essas imagens, sempre será acompanhada a resolução de largura de banda (RBW), distância entre os pontos consecutivos. Vale salientar que essas medidas não envolvem

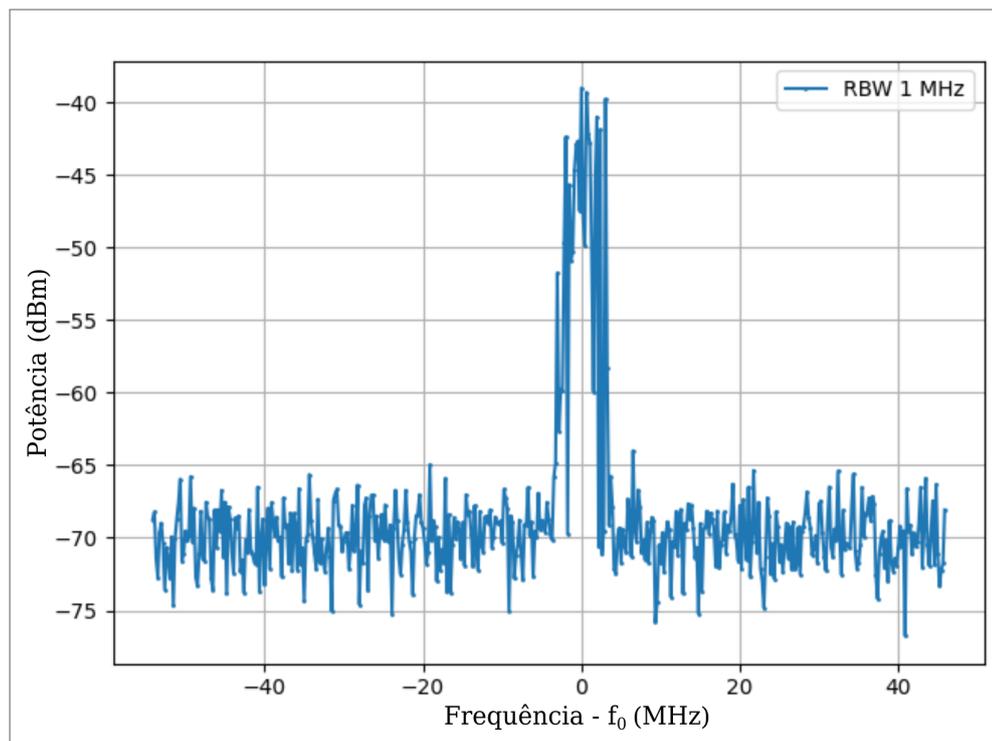
nenhum tipo de travamento eletrônico.

Figura 15 – f_{rep} no analisador RF.



Fonte: O AUTOR (2022)

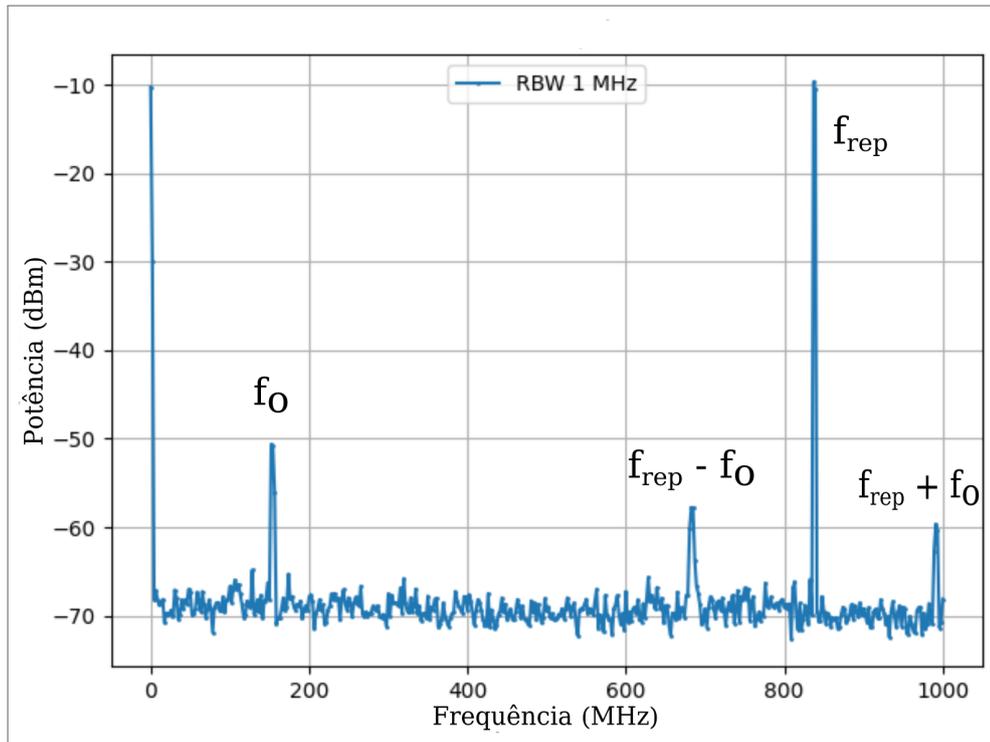
Figura 16 – f_o no analisador RF.



Fonte: O AUTOR (2022)

De (15) e (16), é possível notar que f_o é visivelmente mais instável que f_{rep} , uma vez que mesmo com RBW de 1 MHz f_o ainda é largo. Já para f_{rep} numa janela de cerca de 10 kHz e RBW no limite do aparelho, 30 Hz, apresenta uma largura de banda bem mais estreita quando comparado a f_o .

Figura 17 – PFO no analisador RF.



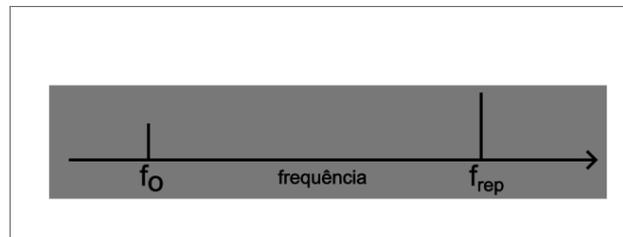
Fonte: O AUTOR (2022)

A figura (17) é o PFO, visto numa janela de 1 GHz com resolução de 1MHz. Nela é possível ver f_{rep} e f_o , bem como o resultado dos batimentos dessas frequências, os harmônicos $f_{rep} \pm f_o$.

3 ESTABILIZAÇÃO ELETRÔNICA

Um Pente de Frequências Ópticas (PFO) possui dois graus de liberdade: a frequência de repetição (f_{rep}) e a de *off-set* (f_o), como visto na figura (17). Uma forma mais intuitiva de entender esses graus seria imaginá-los como graduações de uma régua, ilustradas na imagem (18). Nessa analogia, a “régua” de frequências tem como um dos graus de liberdade mover-se no seu eixo horizontal (análogo à instabilidade de f_{rep}), o outro grau está atrelado às distâncias das graduações (que remete à instabilidade de f_o).

Figura 18 – “Régua” de frequências.



Fonte: O AUTOR (2022)

Para o controle desses graus de liberdade, é preciso munir-se de um sistema de correção e atuadores rápidos o suficiente para compensar os desvios que podem aparecer. Os sistemas de correção são chamados de *Servo Loops* (SL) e os Atuadores, em geral, são dotados de transdutores, por exemplo, PZT (*Piezoelectric transducer*) e Modulador Acusto-Óptico (AOM).

Os SLs são sistemas em laço que visam correção, convertendo tensão elétrica em deslocamento (tanto de posição, quanto angular). No caso em que se pretende correção contínua das frequências, os SLs são alimentados por sinais de erros constantemente (*feedback loop*), processando-os e convertendo em sinais de correção (YOUNKIN, 1996).

No caso empregado neste projeto, o SL na totalidade é composto por Detetor Digital de Fase (DDF), responsável por gerar o sinal de erro ao discriminar o sinal de entrada (f_{rep} ou f_o), em relação a um sinal de referência; Filtro de Alta Velocidade em *Loop* (*High Speed Loop Filter*, HSLF) que faz o processamento do sinal de erro através de estágios de filtros, amplificadores e controladores; e, por fim, o *Driver* dos atuadores que vão amplificar os sinais DC e Modulação para os transdutores.

Na geração de sinal de erro no DDF, a frequência de entrada (ν_s) é comparada com uma frequência referência, ν_0 . Se a diferença entre ν_s e ν_0 é suficientemente pequena, pode-se escrever o sinal de saída deste aparelho como (e):

$$e \approx \kappa \delta \nu, \quad (3.1)$$

onde $\delta \nu = \nu_s - \nu_0$ e κ é o ganho desse instrumento. Esse sinal de erro é enviado ao HSLF, seu processamento, melhor abordado na subseção 3.1.2, visa minimizar $\delta \nu$. É essencial que e seja monotônico, havendo uma inversão de sinal ao passar por $\nu_s = \nu_0$. Isso porque o SL deve ser capaz de distinguir para qual lado a correção de frequência deverá ser feita (RIEHLE, 2003).

Como foi dito, os transdutores são encarregados de corrigir os graus de liberdade, convertendo o sinal elétrico em efeito mecânico. Para o controle de f_{rep} utilizou-se dois PZTs acoplados a espelhos intra-cavidade, enquanto para f_o o transdutor está presente no AOM.

Um dos PZTs é encarregado de corrigir flutuações rápidas, como as de tensão da rede elétrica e outro para as lentas, como variação de temperatura. Ambos atuam modificando o tamanho da cavidade, logo modificando f_{rep} , visto que conseguem expandir ou contrair na presença de tensão. Já o AOM controla o f_o através da variação da intensidade do feixe de bombeio, uma vez que ambos parâmetros são relacionados (HOLMAN et al., 2003).

Na prática, os próprios sinais de correção também estão suscetíveis a empecilhos: impedância dos cabos e dos aparelhos, assim como largura de banda de atuação dos elementos presentes no laço de travamento. Isso justifica, por exemplo, o uso de PZTs diferentes para respostas diferentes. O PZT rápido tem largura de banda com cerca de 30 kHz, enquanto o lento de 1 kHz, quando aplicado uma tensão de 100V.

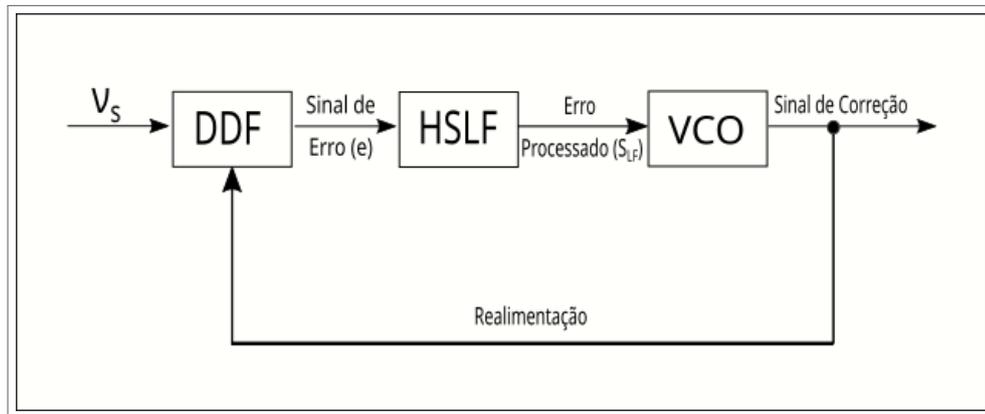
A técnica eletrônica para o travamento de frequências empregada aqui é o *loop* de travamento em fase (*Phase-Locked Loop*, PLL). O PLL será o SL e consiste nos estágios já mencionados para tais sistemas, mas com algumas especificações que detalhadas na seção 3.1 a seguir.

3.1 LOOP DE TRAVAMENTO EM FASE

Os PLLs são SLs de laço fechado, visto que há retroalimentação com sinal de erro gerado após cada interação. Eles são compostos por detetores de fase analógicos ou digitais; laço de filtragem, neste caso um filtro passa-baixa, HSLP; e oscilador controlado por tensão elétrica (*voltage-controlled oscillator*, VCO), que são os *Drivers* para os atuadores (MAJI; MANDAL; SAW, 2016). Todos esses estágios estão representados no esquema (19).

A primeira etapa é a discriminação da frequência e fase, o que ocorre no DDF. Neste

Figura 19 – PLL.



Fonte: O AUTOR (2022)

estágio, o sinal provido pelo oscilador local ($\nu_s = f_{rep}$ ou f_o) é comparado com uma referência ν_0 (gerador de função com referência de Cs) para então gerar o sinal de erro. Como esses detectores funcionam similarmente a um misturador de frequências, eles formam sinais do tipo $\nu = \nu_s \pm \nu_0$, saída do DDF.

Em seguida é a vez do laço de filtragem, onde a componente referente a soma das frequências é filtrada, por isso, os HSLF são na sua essência filtros ativos passa-baixa. Na realidade, o *Loop Filter* tem mais nuances como etapas de ganho, controle de sinal DC e inversão sinal. Portanto, a saída do HSLF é um sinal proporcional à componente $\nu = \nu_s - \nu_0$.

Por fim, a saída do HSLF chega aos VCOs (*Drivers*) responsáveis por entregar sinal DC e modulação para os atuadores. Após um transiente, o sinal de saída do VCO estará sincronizado com o de entrada no *loop* de travamento. Nesse regime, é possível mostrar que igualar ν_0 a ν_s implica travar as fases relativas desses sinais (HSIEH; HUNG, 1996).

O laço de travamento tem um ganho total K atrelado à sensibilidade dos *Drivers*, aos ganhos e perdas do DDF e HSLF. Como exposto acima, no travamento em fase, o sinal de saída do *Loop Filter* é encarregado em manter $\nu_s \approx \nu_0$. O travamento é quebrado quando a diferença dessas frequências é maior do que K consegue corrigir.

Os HSLF, DDF e *Driver* dos PZTs são equipamentos montados no próprio LMO com ajuda do Laboratório de Eletrônica do Departamento de Física da UFPE. Os seus respectivos projetos são adaptações de versões utilizadas pelo grupo do Jun Ye no *Joint Institute for Laboratory Astrophysics* (JILA).

3.1.1 Detetor Digital de Fase

Como foi exposto anteriormente, precisa-se discriminar o sinal proveniente do PFO em relação a um sinal de referência, esse é o trabalho do DDF. Sua função é algo similar a de um misturador de frequências, onde dois sinais entram e formam harmônicos, neste caso, o intuito é gerar um sinal referente às diferenças de fase entre entrada e referência.

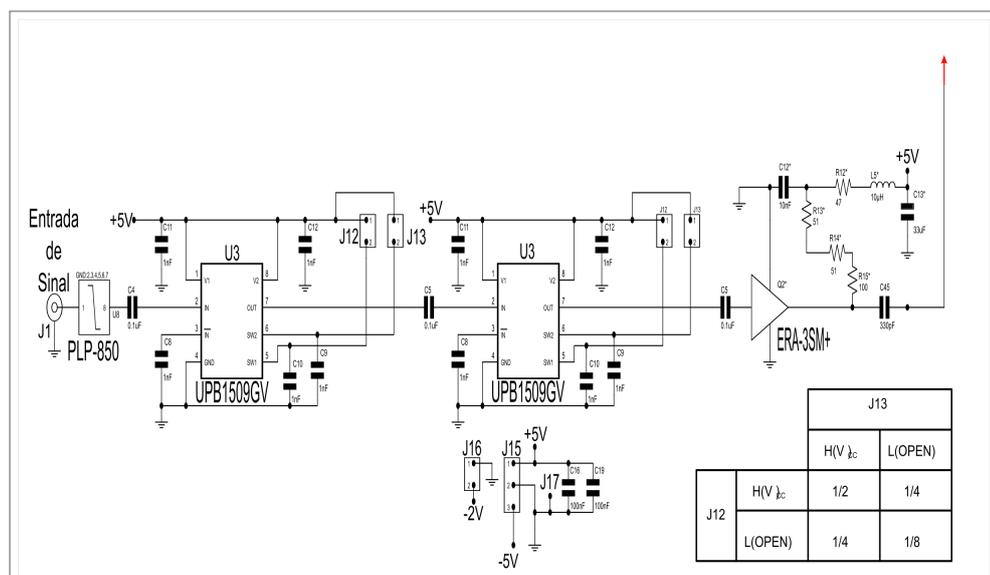
Figuras (20 e 21) mostram o esquema da eletrônica do DDF, dividido em 2, de modo que a continuação das imagens é representada pela seta vermelha.

Na imagem (20), tem-se a entrada de sinal no DDF no ramo principal (J1) e fontes de alimentação dos componentes ativos presentes nas duas figuras (J16 e J17). O primeiro componente, PLP-850, é um filtro passa-baixa operando na ordem de 850 MHz, que serve para evitar frequências mais altas no circuito, embora haja filtros eletrônicos prévios.

O sinal segue para o estágio de divisão de frequência, feitos por um Circuito Integrado (CI) digital UPB1509GV. O conjunto de dois desses CIs, como visto em (20) faz com que o sinal que entra por J1 tenha seu valor nominal dividido por 64. A lógica dos CIs U3 é mostrada na tabela no canto inferior da figura, onde a divisão por 8 acontece quando se deixa aberta as chaves J12 e J13.

Em seguida, o sinal vai para um amplificador de banda larga (ERA-3SM+) e então para a figura (21).

Figura 20 – Entrada do sinal no Detetor Digital de Fase.

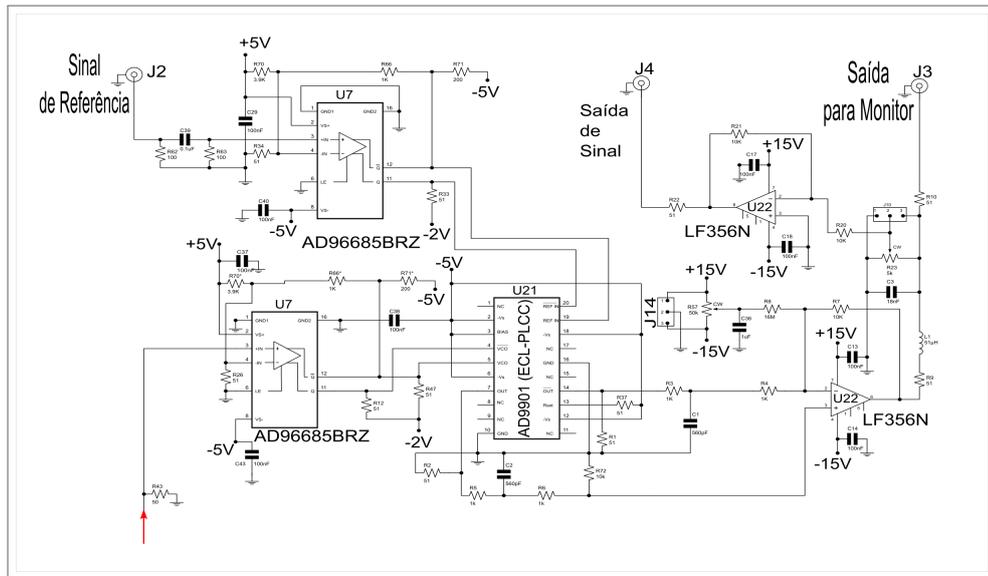


Fonte: LMO ADAPTADO DO JILA

Já na imagem (21), tem-se o sinal proveniente de (20) e o de referência (J2), ambos são

processados de analógico para digital através dos comparadores AD996685BRZ. Prontamente, eles se encontram no discriminador AD9901, gerando a diferença de frequência e fase. Os sinais discriminados são entregues em formato analógico e seguem, respectivamente, para J3 e J4, saídas para monitor e continuação do PLL.

Figura 21 – Geração de Sinal de Erro no Detetor Digital de Fase.



Fonte: LMO ADAPTADO DO JILA

3.1.2 High Speed Loop Filter

Nesta etapa do PLL, o sinal oriundo do DDF, $e(t)$, é filtrado e segue para estágios de ganho Proporcional Integral (PI), este é o trabalho do HSLF. Dessa maneira, os *Loop Filters* com estágios PI têm sinal de saída (S_{LF}) representados por:

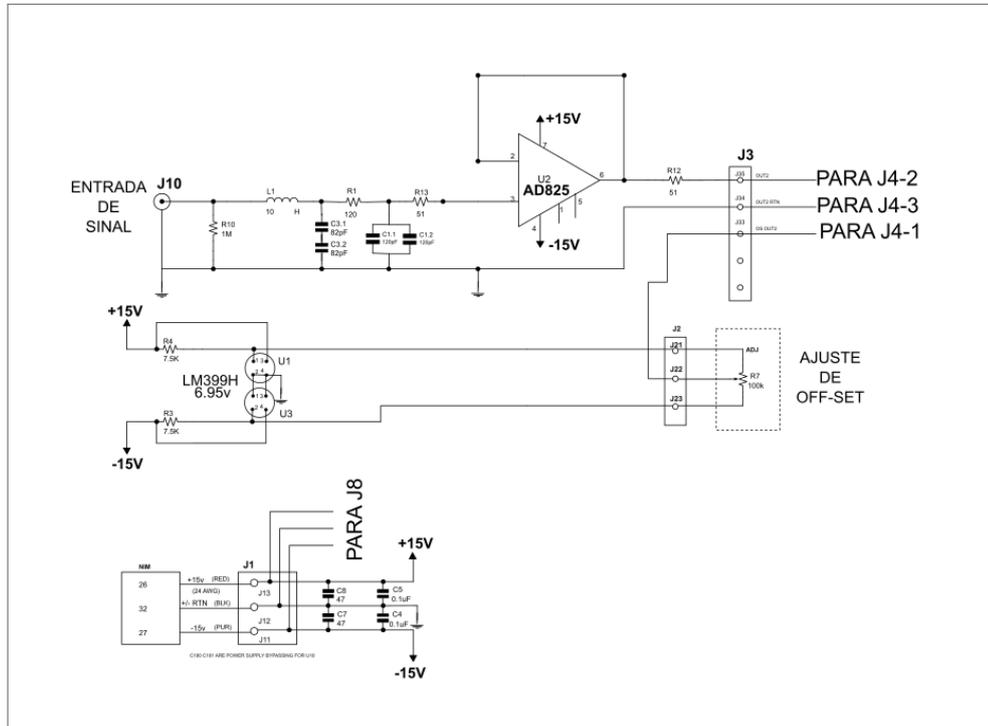
$$S_{LF} = \alpha \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t') dt' \right], \quad (3.2)$$

onde α é a constante de ganho, $e(t)$, como visto anteriormente, é o sinal de erro e T_i é o tempo de integração. Como a equação (3.2) indica, o primeiro termo nos colchetes representa o ganho proporcional, enquanto o segundo integral.

Uma vez que o circuito do HSLF é grande, esse foi dividido em três imagens para melhor explicação dos seus detalhes. Primeiro, tem-se na imagem (22) a entrada de sinal no HSLF em J10, seguido imediatamente por um filtro passa-baixa (região entre J10 e J3). Na parte que contém os LM399H, ocorre o ajuste do *off-set*, ou seja, uma tensão DC que pode ser entregue

no sinal de saída do aparelho. Os dois sinais passam para o resto do circuito através de J3. O circuito na parte de baixo da (22) é alimentação para os componentes ativos do HSLF.

Figura 22 – Primeira parte do *Loop Filter*, entrada de sinal e ajuste de *off-set*.



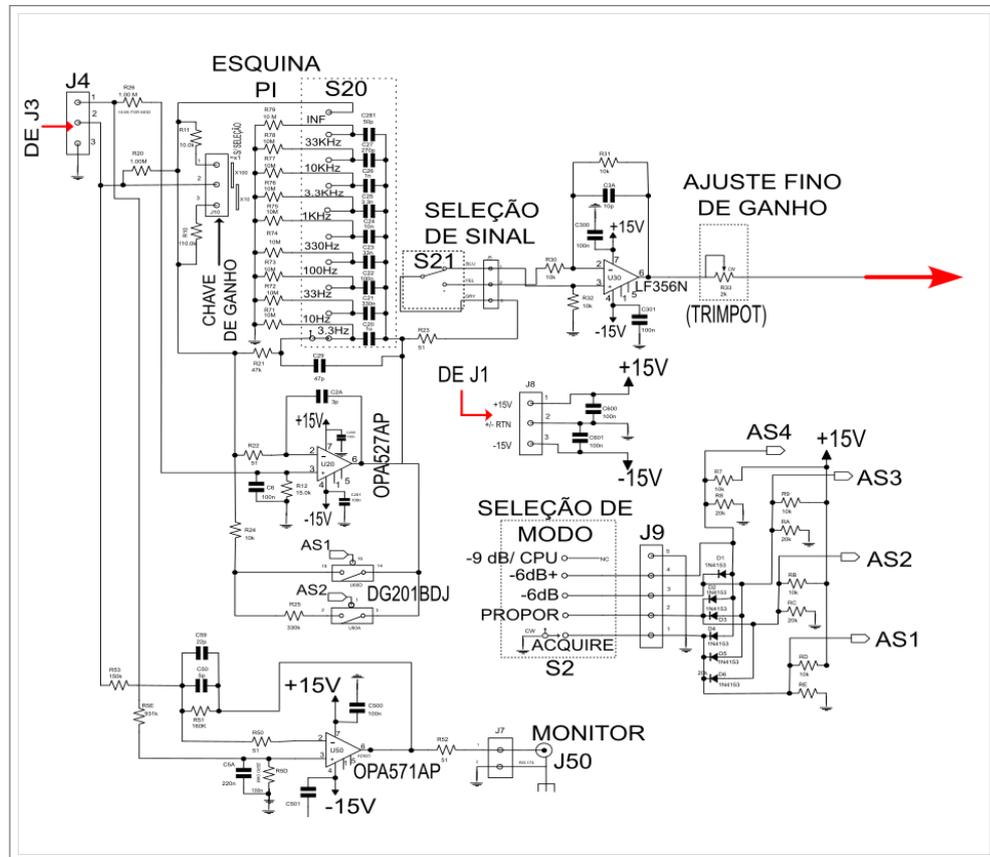
Fonte: CIRCUITO ORIGINAL DO JILA

Figura (23) mostra a continuação do sinal: chave de ganho, escolha de frequência para a Esquina PI, chave de inversão de sinal e saída para monitor. Na parte destacada, S2, tem-se a escolha do modo de operação no HSLF, são eles: *Acquire*, *Proporcional*, -6 dB , $-6\text{ dB}+$ e -9 dB . A seleção do modo, mostrada em (23), é feita por um jogo de diodos. Nesta parte do esquema, está visível apenas as chaves para os modos *Acquire* e *Proporcional*, AS1 e AS2, respectivamente. Os modos -6 dB , $-6\text{ dB}+$, AS3 e AS4, estão na figura (24), enquanto o -9 dB contém todos esses estágios.

Tanto o modo *Acquire*, quanto *Proporcional* são apenas ganhos proporcionais, com a diferença de que o último entrega mais magnitude do que o primeiro.

O sinal em J4, em parte, é mandado para a chave de ganho (*Jumpers*) e outra para monitorar o sinal no osciloscópio (J50). A parte que segue para os *Jumpers* encaminha-se para as chaves AS1, AS2 e Esquina P.I (S20). A seleção de velocidade em S20 é feita por um conjunto de resistores e capacitores selecionados para velocidades entre 3.3 Hz e 33 KHz, selecionar *INF* resulta em um tempo maior ainda. Por fim, o sinal passa por uma chave de inversão em S21 e um ajuste fino do ganho no *trimpot*, partindo para o esquema na figura

Figura 23 – Escolha do modo de operação e seleção da frequência na Esquina P.I.



Fonte: CIRCUITO ORIGINAL DO JILA

(24) (seta vermelha). Os circuitos de J8 são alimentações para os elementos ativos, uma vez que o circuito de (22) estão em uma placa e os das (23) e (24) em outra.

O esquema final, (24), mostra o Ganho Grosso do Servo (GGs) em S30, as chaves de caminho AS3 e AS4 (Modos -6 dB e $-6\text{ dB}+$). Além disso, a Esquina -9 dB , controle da amplitude do sinal de saída e a própria saída do sinal em J40.

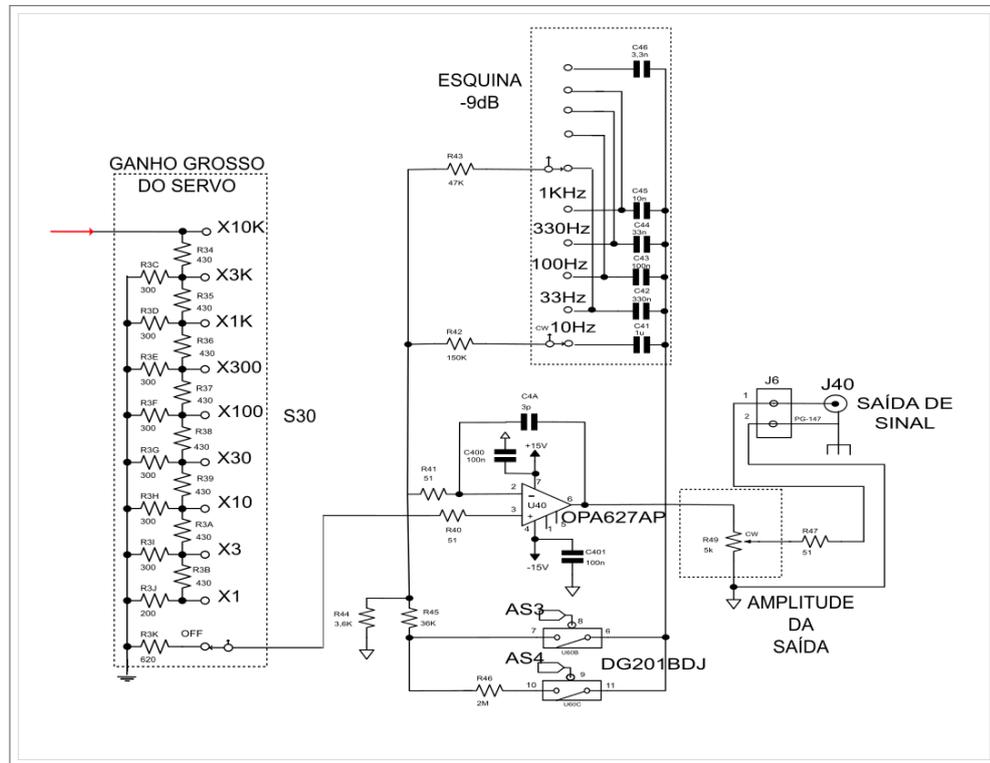
O GGS é feito através de um mecanismo de resistores em (24). Os valores variam entre um fator multiplicativo de 1 até 10 000. Na realidade, é um sistema de atenuação, basta notar que o fator $\times 10K$ é o que menos penetra no jogo de resistores.

As chaves AS3 e AS4 selecionam os modos Integrais do HSLF. As diferenças entre os dois modos é que com $-6\text{ dB}+$ selecionado há um estágio extra de ganho proporcional, enquanto no modo -6 dB há apenas integração.

O modo -9 dB tem todos os estágios mencionados até então, portanto, conta com ganho proporcional e integral. A velocidade de integração é selecionada na Esquina -9 dB , em uma combinação de resistor e capacitores, mostrado no esquema (24).

No fim, há um potenciômetro que regula a amplitude do sinal de saída, entregue em

Figura 24 – Ganho Grosso, Esquina -9 dB e ajuste da amplitude de saída.



Fonte: CIRCUITO ORIGINAL DO JILA

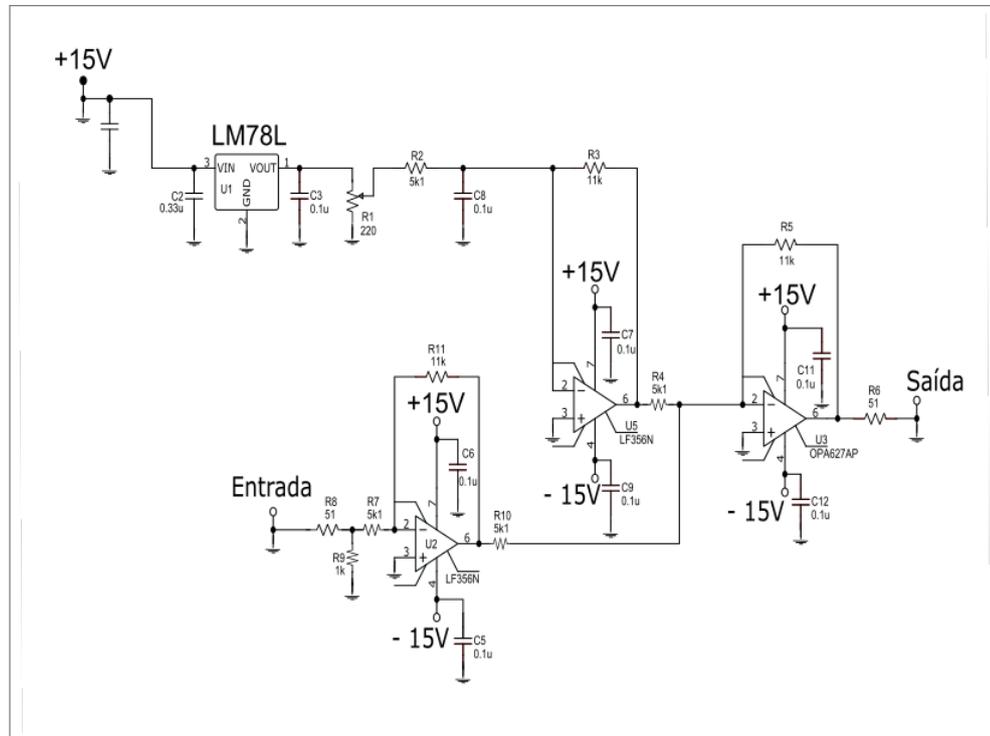
J40. A saída do HSLF segue para os devidos *Drivers* levando sinal DC e modulação para os atuadores. O *Driver* dos PZTs, responsáveis pelo controle de f_{rep} , é simplesmente um amplificador. Embora o do AOM também seja, foi adicionado um estágio extra, a *Bias Box*, que será tratada na seção (3.1.3) a seguir.

3.1.3 *Bias Box*

Antes que o sinal de saída do HSLF seja entregue ao *Driver* do AOM, utiliza-se a *Bias Box*. Tal aparelho adiciona uma tensão DC à modulação entregue pelo HSLF. Seu esquema é mostrado a seguir em (25).

No topo da imagem (25), ocorre a entrada de tensão DC, +15 Volts. Seguindo para duas regulagens de tensão, uma em LM78L e outra no potenciômetro R2. Na parte inferior ocorre a entrada do sinal proveniente do HSLF, que é invertido e amplificado em U2.

A saída, portanto, da *Bias Box* é uma composição de modulação e um nível de DC, chamado de *off-set*. Tal sinal segue para o *Driver* do AOM e, conseqüentemente, para o próprio AOM.

Figura 25 – Esquema do circuito da *Bias Box*.

Fonte: LMO

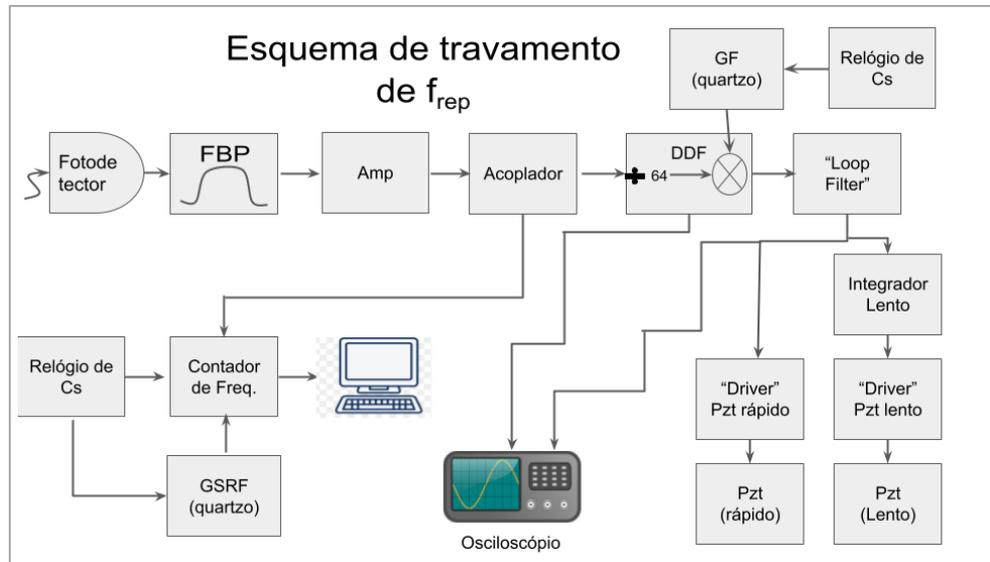
Vale lembrar que os HSLF entregam também modulação com *off-set*. Ocorre que, para a finalidade do travamento eletrônico de f_{rep} e f_o , é interessante zerar esse nível DC após conseguir o travamento. No entanto, para o travamento de f_o é necessário ser capaz de ajustar o *off-set*, no limite de operação do *Driver* do AOM.

3.2 ESTABILIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO

Ao longo dos capítulos 2 e 3, viu-se que a f_{rep} depende exclusivamente do tamanho da cavidade, L . Com isso, nada mais intuitivo que o controle de f_{rep} seja manter L o mais estático possível.

Na discussão inicial deste capítulo foi pontuado o uso de PZTs para conseguir o controle de L . Especificamente, é necessário utilizar dois PZTs, um para controle de flutuações rápidas e outro para flutuações lentas. Eles são indicados na figura (12) nos espelhos E6 e E7.

O esquema de travamento de f_{rep} é mostrado na figura (26), onde os elementos prévios ao DDF são eletrônicas para garantir que apenas f_{rep} entre no laço de travamento. Onde na figura (26), Amp significa amplificador; GF e GSRF, Gerador de Função e Gerador de Sinal RF, respectivamente, e FPB filtro passa-banda.

Figura 26 – Eletrônica de Travamento da f_{rep} .

Fonte: O AUTOR (2022)

Embora o esquema pareça ter muitas etapas, sua compreensão é simples. No DDF, o sinal que vem do fotodetector é comparado ao sinal de referência provido pelo GF (que, por sua vez, está referenciado à fonte de Césio) e então parte para o HSLF. O sinal de erro é processado no HSLF e vai para os *Drivers* dos respectivos PZTs. A única diferença é que a saída destinada ao PZT lento, passa por um integrador (com tempo característico de dezenas de segundos), composto por um circuito simples de amplificadores operacionais. Dos *Drivers*, cabe aos atuadores corrigirem o tamanho da cavidade.

Não menos importante, uma pequena parcela do sinal oriundo do fotodetector é destinada a monitorar sinal e/ou ao contador de frequências para medida de Desvio de Allan, esse sinal é obtido através do acoplador. Além disso, há também monitoramento de sinais do DDF e do HSLF com o uso do osciloscópio.

3.3 ESTABILIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE *OFF-SET*

Para o controle da f_o , o artifício utilizado é desviar, com um AOM, uma pequena fração de intensidade do feixe de bombeamento. Para tal, o AOM é calibrado para desviar no máximo 1%. Tal técnica é embasada em estudos que demonstram que f_o tem sensibilidade à intensidade do feixe de bombeamento (I_B) (HOLMAN et al., 2003). Isso, junto ao fato de f_o ser muito ruidoso, justifica o uso da *Bias Box*. O controle do sinal DC que essa eletrônica permite, faz-se necessário para deslocar f_o para uma região de frequências que seja mais interessante

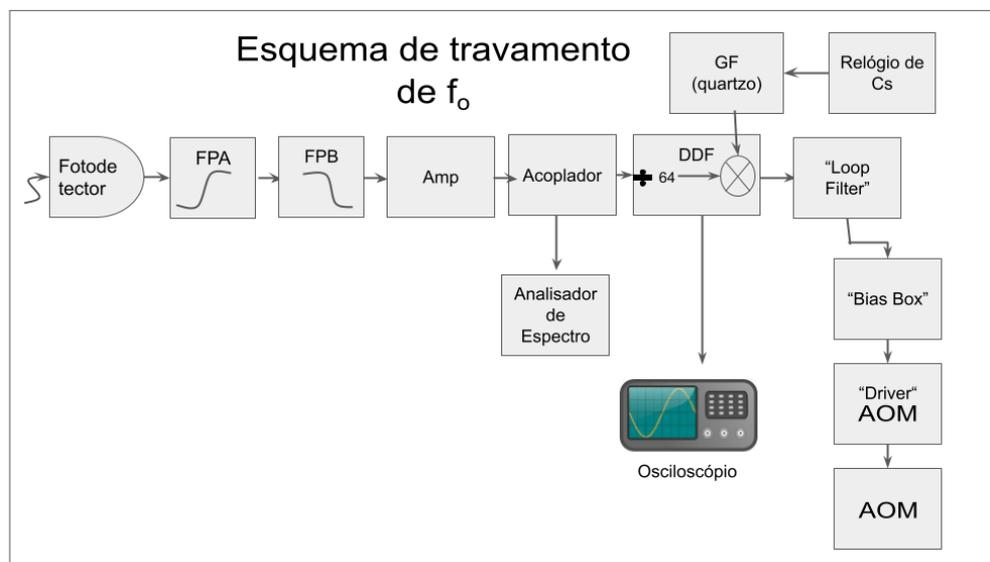
de acordo com os filtros eletrônicos disponíveis.

Há outras observações da referência (HOLMAN et al., 2003) que valem ser pontuadas nesta seção. A primeira delas é a relação não monotônica entre f_o e I_B , resultando num ponto de inflexão para f_o quando varia esse último parâmetro.

A segunda delas é um resultado do estudo da largura de linha de f_o ao variar I_B . No caso, perto do ponto de inflexão, é quando f_o tem largura de linha mais fina, facilitando o travamento eletrônico. Por inflexão entende-se que há um regime onde aumentar I_B leva f_o para frequências mais baixas, mas após certo ponto, $I_B^{(0)}$, continuar aumentando a intensidade desloca f_o para frequências mais altas, por exemplo.

Com esses aspectos considerados, o esquema de travamento de f_o é mostrado em (27). Os equipamentos são similares aos apresentados na seção 3.2, com a diferença que invés de usar apenas um filtro passa-banda, aqui é mais prudente usar um FPA (filtro passa-alta) com um FPB (filtro passa-baixa).

Figura 27 – Eletrônica de Travamento de f_o .



Fonte: O AUTOR (2022)

Desta forma, a figura (27) mostra um esquema de eletrônica com uma lógica parecida com a usado para f_{rep} . Após devidamente filtrado e amplificado, f_o é comparado a uma referência no DDF, essa referência é fornecida por GF (o qual é referenciado à fonte de Césio).

O sinal de erro parte para o HSLF, onde é processado e enviado à *Bias Box*. Desse último o sinal é encaminhado ao *Driver* e para o AOM.

Como exposto anteriormente, o uso da *Bias Box* serve para trazer f_o à região perto da inflexão, mas também, devido à grande instabilidade de f_o , serve para acertá-lo na frequência

de referência no momento de travar eletronicamente.

Naturalmente, parte do sinal de f_o é desviado no acoplador para monitoramento e/ou medidas de estabilidade. O uso do osciloscópio é para monitorar o sinal de travamento, que pode ser feito desviando parte do sinal do DDF.

4 RESULTADOS

4.1 DESVIO DE ALLAN

Em qualquer sistema experimental há diversos processos físicos que estão fora do nosso controle, gerando flutuações irregulares – ruído – nos parâmetros físicos mensuráveis (amplitude, fase e frequência), comprometendo assim sua previsibilidade.

Os sistemas usados neste projeto, como osciladores, lasers e fontes de frequência, serão tratados via seus respectivos campos elétricos, cujas flutuações na fase e amplitude são pequenas comparadas com os ruídos na frequência (RIEHLE, 2003). Com isso, devemos tratar nossas medidas de frequência com uma estatística que sirva a tal propósito.

Sejam medidas feitas por um contador de frequências em um intervalo de tempo (τ), dito tempo de medição (*gate time*), de maneira que o valor disponibilizado pelo instrumento é uma média temporal das frequências lidas por ele, ou seja:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{\tau} \int_{t_i}^{t_i+\tau} y(t) dt. \quad (4.1)$$

Para medidas consecutivas costuma-se usar variância ou desvio padrão para quantificar quão disperso de um valor central, a média, as medidas estão. A média de uma sequência de N medidas portanto:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n. \quad (4.2)$$

A variância (S^2) por sua vez:

$$S_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2, \quad (4.3)$$

e o desvio padrão (D):

$$D_y = \sqrt{S_y^2}. \quad (4.4)$$

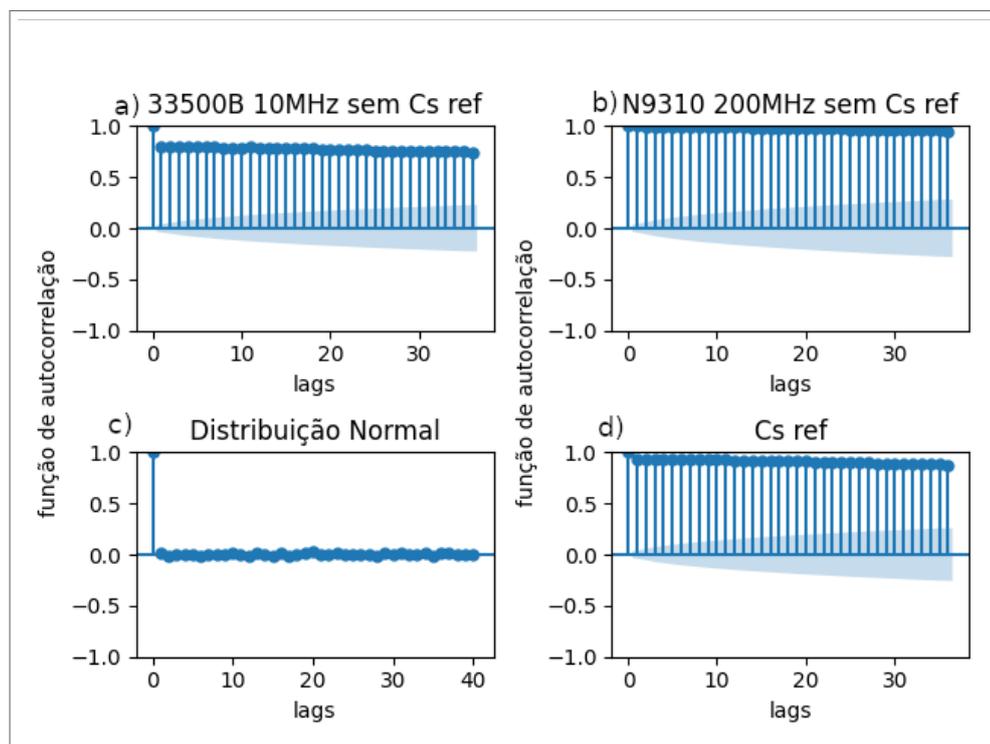
Contudo, o desvio padrão não converge bem para medidas correlacionadas e para alguns ruídos presentes em sistemas aqui tratados, como relógio atômico (RILEY, 2008). Note que sem perda de generalidade, na equação (4.3) pode-se fazer uma translação para que a média seja zero, portanto, é possível mostrar (ALLAN, 1966) que a variância pode se relacionar com a autocorrelação via:

$$S_y^2 = \frac{2}{\tau} [R_x(0) - R_x(\tau)], \quad (4.5)$$

onde a função $R_x(\tau) = \langle x(t + \tau) \cdot x(t) \rangle$ é a autocorrelação de uma variável x . R_x varia no intervalo $[-1, +1]$, $+1$ significando total correlação entre os pontos e -1 total anticorrelação. Os gráficos (28) a seguir mostram as autocorrelações de alguns osciladores típicos do Laboratório de Metrologia Óptica (LMO) que foram usados durante este projeto e, em contraste, a da distribuição normal, que serve de parâmetro para eventos sem correlação.

No eixo vertical tem-se a função de autocorrelação, enquanto o eixo horizontal é a distância ou atraso entre as medidas, *lags*. Por exemplo, suponha dez medidas consecutivas de frequência de um oscilador, a autocorrelação correspondente a *lag* 9 seria calculada utilizando a primeira e a décima medida.

Figura 28 – Função de autocorrelação x *lags*: a) Gerador de função sem referência da fonte de Césio; b) Gerador de Sinal RF sem referência da fonte de Césio; c) Distribuição normal de 10000 pontos e d) fonte de Césio.



Fonte: O AUTOR (2022)

Percebe-se que para os dois geradores de função/sinal e a fonte de Césio, as medidas são bem correlacionadas mesmo em janelas de 30 *lags*, com um intervalo de confiança de 95% (hachadura clara). Na distribuição normal (28-c), como esperado, as medidas não são correlacionadas, uma forma de visualizar é tomar como exemplo um evento de cara ou coroa,

esse independe de qualquer lançamento anterior. Isso, em conjunto com a (4.5), reforçam a necessidade de usar outra grandeza invés da variância e desvio padrão tradicionais.

Tendo em vista os pontos acima, em 1966 David W. Allan formulou uma grandeza estatística, hoje conhecida com variância de Allan e desvio de Allan (σ^2 e σ , respectivamente) (ALLAN, 1966), amplamente empregada em medidas sobre a estabilidade de sistemas atômicos tipo pentes de frequências, relógios atômicos e osciladores. A ideia é medir consecutivamente a frequência de uma fonte (oscilador) e ver como varia no tempo, com o cuidado em tratar esses eventos como correlacionados.

Suponha N amostras tomadas, cada uma em T segundos, com $T \equiv \tau + \tau_d$. O tempo morto (*dead time*), τ_d , é um tempo característico de cada instrumento para que se prepare uma nova coleta de dados. A variância de Allan é definida como (RILEY, 2008):

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \quad (4.6)$$

Equação (4.6) ressalta o fato das medidas serem correlacionadas, visto que calcula-se a variância tomando pontos consecutivos dois a dois.

Medidas mais modernas em estabilidade de osciladores costumam utilizar sobreposição de todo conjunto de dados. Dessa forma, os desvios de Allan são calculados sobre as amostras coletadas até o momento, aumentando a confiabilidade da medida (RILEY, 2008).

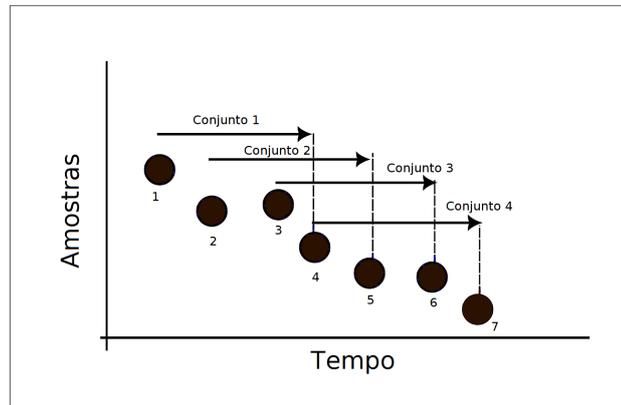
Portanto, a variância de Allan com sobreposição (*Overlapped Allan Variance*, OADEV) é calculada:

$$\sigma_y^2(m\tau_0) = \frac{1}{2m^2(N-2m+1)} \sum_{j=1}^{N-2m+1} \left(\sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{i+m} - y_i) \right)^2, \quad (4.7)$$

em que m é um fator de interação, τ_0 é neste caso o *gate time* – escolhido no instrumento – e $\tau = m\tau_0$ é o tempo médio associado à interação m . A figura (29) sumariza melhor a ideia da equação (4.7), a medida em que mais pontos são englobados pelo tempo médio, esses são adicionados no cálculo de σ^2 , com o devido peso dado pelos termos de m no denominador de (4.7). Por fim, o mais comum são os gráficos $\sigma \times t$ (Desvio de Allan *versus* tempo de medição).

A figura (29) ilustra um conjunto de $N = 7$ amostras, com a finalidade de elucidar como o OADEV transforma o espaço amostral ao agrupá-lo em subconjuntos. Suponha que para um dado tempo de coleta, τ , tem-se $m = 3$, então cada subconjunto contém as $m = 3$ primeiras amostras seguidas. Dessa forma, o subconjunto 1 é composto pelas amostras 1, 2 e 3; já o 2

Figura 29 – Imagem ilustrativa da sobreposição de amostras para $m=3$.



Fonte: O AUTOR (2022)

pelas amostras 2, 3 e 4 e assim por diante. A partir desses subconjuntos, o OADEV computa todas as combinações dois a dois na equação (4.7) disponíveis para tais parâmetros m e τ_0 .

Escolhendo o OADEV como medida estatística, é necessário definir as variáveis de interesse e entender os erros associados ao OADEV. Para fontes com ruídos em frequência muito maiores do que na fase e amplitude, o módulo do campo elétrico pode ser modelado como (RILEY, 2008):

$$E(t) = [E_0 + \Delta E_0(t)] \cos(2\pi\nu_0 t + \phi(t)), \quad (4.8)$$

onde ν_0 é a frequência nominal do oscilador, $\Delta E_0(t)$ são flutuações aleatórias de amplitude, bem como $\phi(t)$ representam as flutuações de fase. Sem perda de generalidade, assume-se que tais flutuações são ortogonais, portanto, não há efeitos cruzados entre as flutuações na fase e na amplitude. A frequência instantânea ($\nu(t)$) deste campo é a derivada temporal do argumento do cosseno:

$$\begin{aligned} \nu(t) &= \frac{1}{2\pi} \partial_t [2\pi\nu_0 t + \phi(t)], \\ &= \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \partial_t \phi(t). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Com isso, definem-se as grandezas fase ($x(t)$) e frequência ($y(t)$) fracionárias, respectivamente:

$$x(t) \equiv \frac{\phi(t)}{2\pi\nu_0}, \quad (4.10)$$

$$y(t) \equiv \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} \rightarrow \partial_t \left[\frac{\phi(t)}{2\pi\nu_0} \right] \rightarrow \partial_t x(t). \quad (4.11)$$

Em que nas passagens (setas) da equação (4.11) usou-se as equações (4.9) e (4.10), na devida ordem. A escolha das variáveis x e y para serem fase e frequência fracionárias são propositalis com a discussão sobre a estatística usada neste trabalho (equação (4.7)).

No que diz respeito ao erro associado às medidas de frequências, espera-se que a confiabilidade dos pontos de desvio de Allan dependa do tipo de ruído presente no sistema (RIEHLE, 2003). Quanto ao erro associado aos pontos de OADEV, desde que os sistemáticos sejam desprezíveis, é o erro padrão ou desvio padrão da média para cada ponto (TAYLOR, 1996):

$$Er_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (4.12)$$

De modo a não carregar a nomenclatura, os OADEVs tratados mais adiante serão chamados apenas de desvio de Allan.

4.2 ESPECTROGRAMA

Outro gráfico que merece devida atenção é o espectrograma produzido pelo Analisador de Espectro N9340B. Nesta medida monitora-se dois parâmetros: frequência e amplitude do sinal. Isto é feito repetidamente num intervalo de tempo (τ), definido previamente pelo usuário ou pré-determinado pelo instrumento, tendo um limite de 1500 aquisições, que o aparelho chama de *frame*.

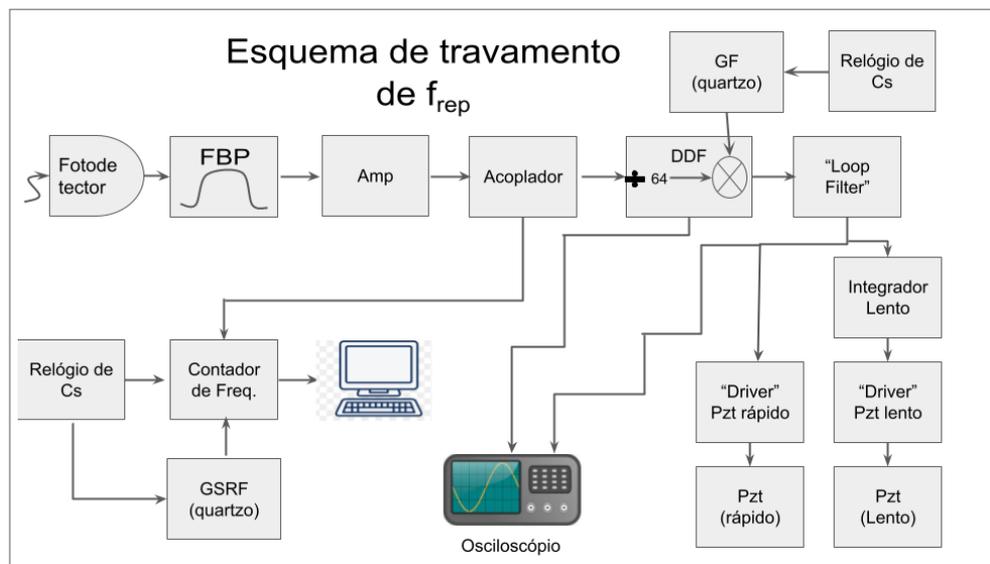
Como foi mencionado na seção anterior, cada instrumento tem um tempo morto próprio, sendo determinado por um espectrograma teste de um sinal RF. Tendo acesso aos dados basta ver o tempo médio entre as aquisições de dados e comparar com o valor de *gate time* pré-estabelecido pelo usuário. Verifica-se que o tempo morto é de 180 ms.

Como a cada τ pega-se frequência e amplitude, o espectrograma é um gráfico tridimensional (tempo \times amplitude \times frequência), que pode ser visto como um mapa de calor. Tal gráfico será utilizado para analisar a estabilidade da frequência de *off-set*, f_o , visto que este é o mais instável dos graus de liberdade do pente. Essa instabilidade faz com que, quando livre de travamento eletrônico, f_o varie na escala de megahertz, perdendo o sentido do uso de desvio de Allan para sua caracterização. Outra vantagem do espectrograma é que ele dará visualmente o ponto onde se perde o travamento eletrônico deste sinal.

4.3 CARACTERIZAÇÃO DOS INSTRUMENTOS

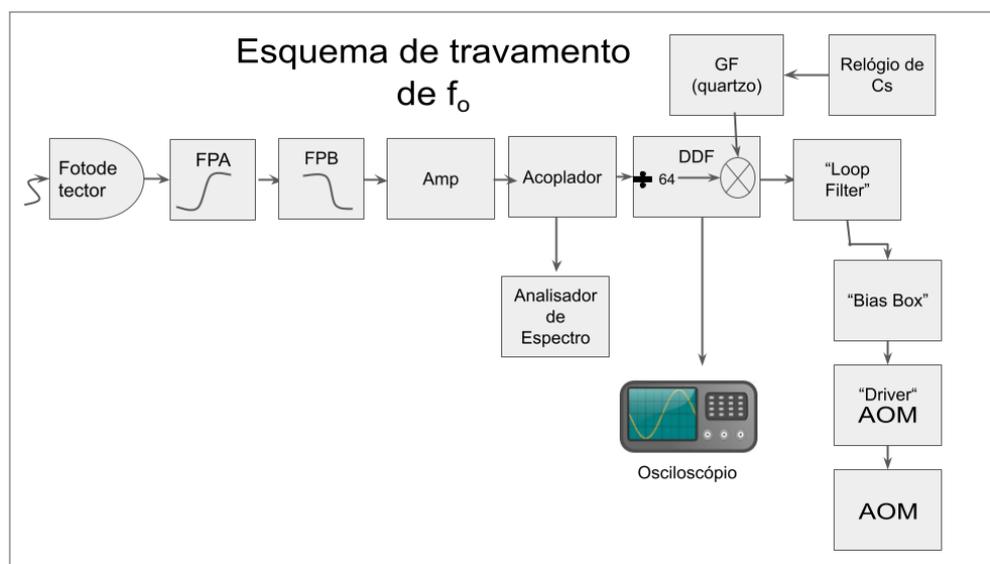
O objetivo principal deste projeto foi travar eletronicamente a frequência de repetição (f_{rep}) e f_o . Embora no corpo do texto já tenha sido mencionado boa parte dos instrumentos, as figuras a seguir (30 e 31) mostram o aparato eletrônico envolvido no travamento de f_{rep} e f_o .

Figura 30 – Esquema de blocos do travamento eletrônico de f_{rep} .



Fonte: O AUTOR (2022)

Figura 31 – Esquema de blocos do travamento eletrônico de f_o .



Fonte: O AUTOR (2022)

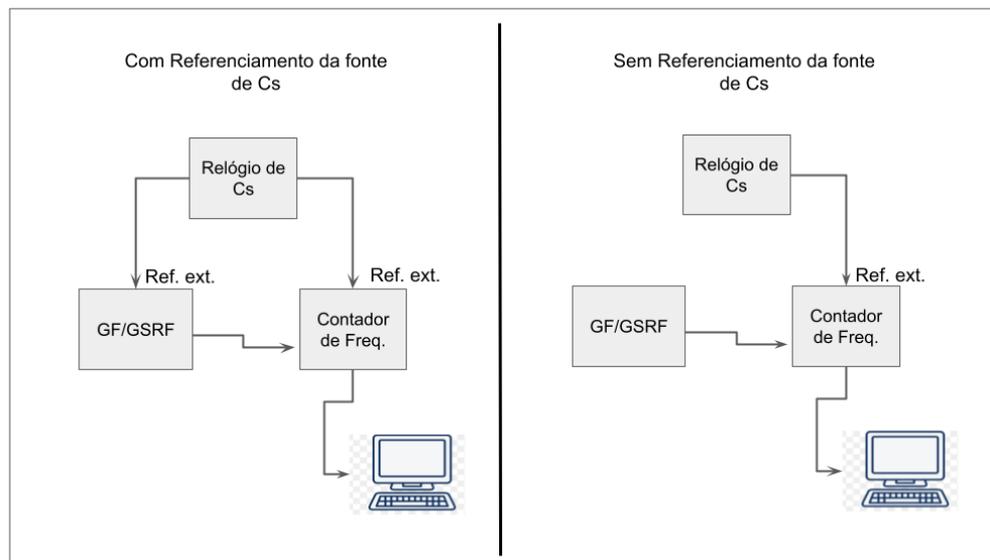
Em que Amp, amplificador; DDF, Detetor Digital de Fase; GF e GSRF, Gerador de Função

e Gerador de Sinal RF, respectivamente. FBP, FPB e FPA significam filtro passa-banda, passa-baixa e passa-alta, na devida ordem.

Logo, é necessário caracterizar os osciladores envolvidos nos processos de medidas. Dada a discussão prévia sobre desvio de Allan é natural que tal ferramenta será usada como medida de caracterização dos instrumentos.

O GF utilizado foi o 33500B (*Trueform Waveform Generators*, Keysight), utilizado para gerar ondas senoides de até 30 MHz em dois canais. O GSRF foi o N9310A (*RF Signal Generator*, Keysight), este podendo ir de 9 kHz até 3 GHz, mas com apenas 1 canal. O esquema de como a medida foi feita segue na imagem (32) abaixo.

Figura 32 – Esquema de blocos da caracterização dos Geradores de Função e Sinal.

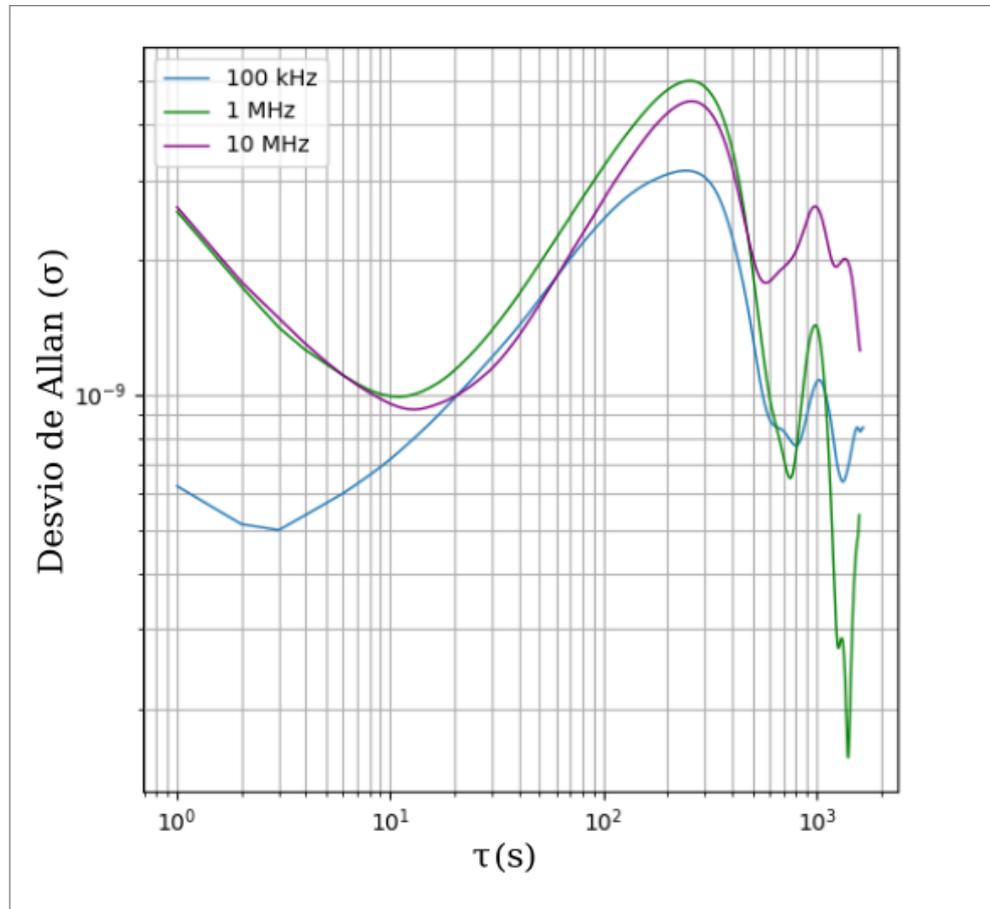


Fonte: O AUTOR (2022)

O Contador de Frequências utilizado, 53132A (*Universal Frequency Counter*, Keysight), lê sinais de até 225 MHz e passou por uma medida teste onde se determinou o seu tempo morto, 24 *ms*. Portanto, foi escolhido um *gate time* de 1s, sendo os dados obtidos através de um programa feito em LabView. Além disso, a fonte de Césio usada foi a 5071A (*Primary frequency Standard*, Microsemi), que fornece saídas de 1, 5 e 10 MHz; neste trabalho sempre utilizaremos a saída de 10 MHz.

A figura (32) mostra como a caracterização foi feita com e sem o uso da fonte de Cs como referência. Para o 33500B coletou-se dados para 100 kHz, 1 MHz e 10 MHz que são as ordens de sinais utilizados em procedimentos como os das figuras (30) e (31). Os desvios de Allan dessas medidas são mostrados pelas figuras (33) e (34).

Figura 33 – Desvio de Allan do 33500B sem Relógio de Cs.



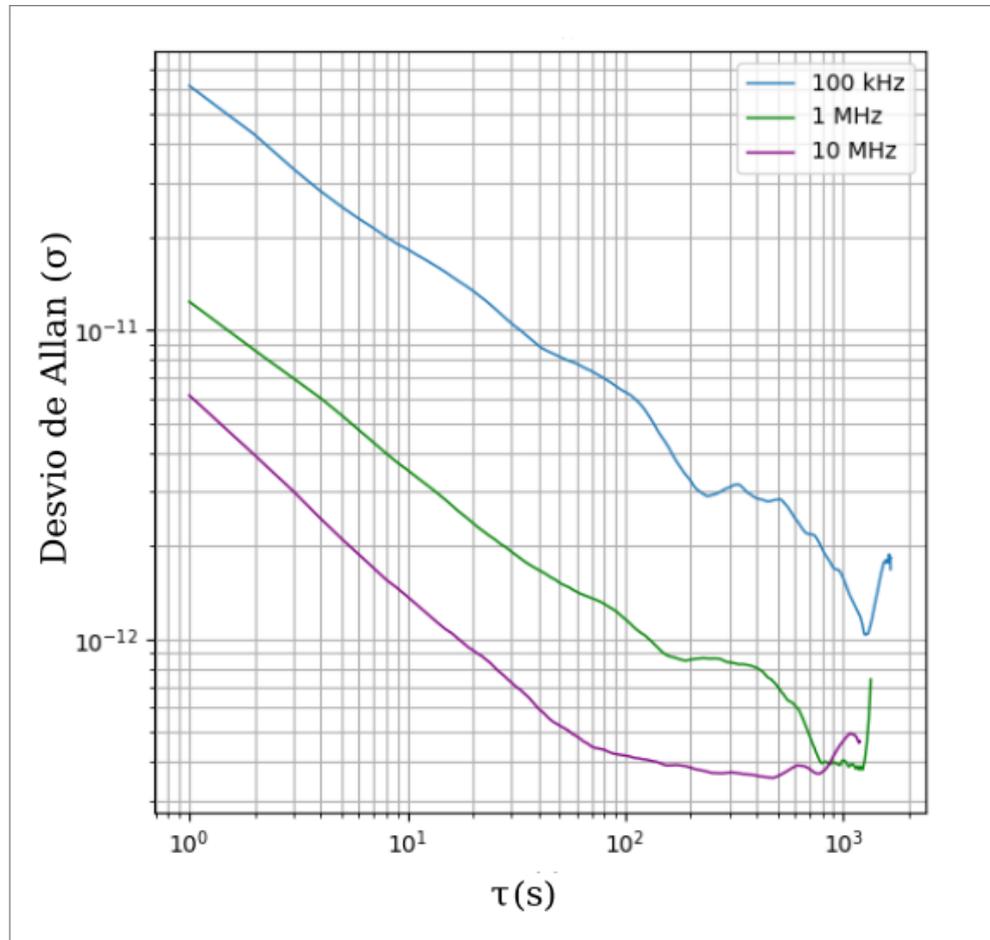
Fonte: O AUTOR (2022)

Algumas nuances devem ser observadas nos desvios de Allan. A primeira é a ordem de grandeza em que a curva começa no eixo vertical, tipicamente de $\sigma \approx 10^{-12}$ a $\sigma \approx 10^{-17}$ (RIEHLE, 2003; HUNDERTMARK et al., 2004; SHAO et al., 2019), depois note como a mesma evolui no decorrer do tempo, tomando o devido cuidado visto que os eixos são log-log. Em geral, para o eixo do tempo, foca-se na ordem de 10^2 segundos.

Nestes primeiros resultados nota-se que sem a referência de Cs, gráfico (33), o 33500B começa com melhor estabilidade para sinais da ordem de 100 kHz. Logo após os primeiros 10 s, há uma janela até 400 s, em que os três sinais têm estabilidades próximas. A situação muda quando se referencia o instrumento ao relógio atômico (figura 34), neste caso, notoriamente 10 MHz torna-se o sinal mais estável.

Para o GSRF N9310A, apenas sinais em 200 MHz foram coletados. A justificativa é a aplicação do aparelho, vide figura (30), e limitação do contador de frequência suportar sinais de até 225 MHz. O gráfico comparativo entre o instrumento com e sem a referência da fonte de Cs é mostrado a seguir (35).

Figura 34 – Desvio de Allan do 33500B com Relógio de Cs.



Fonte: O AUTOR (2022)

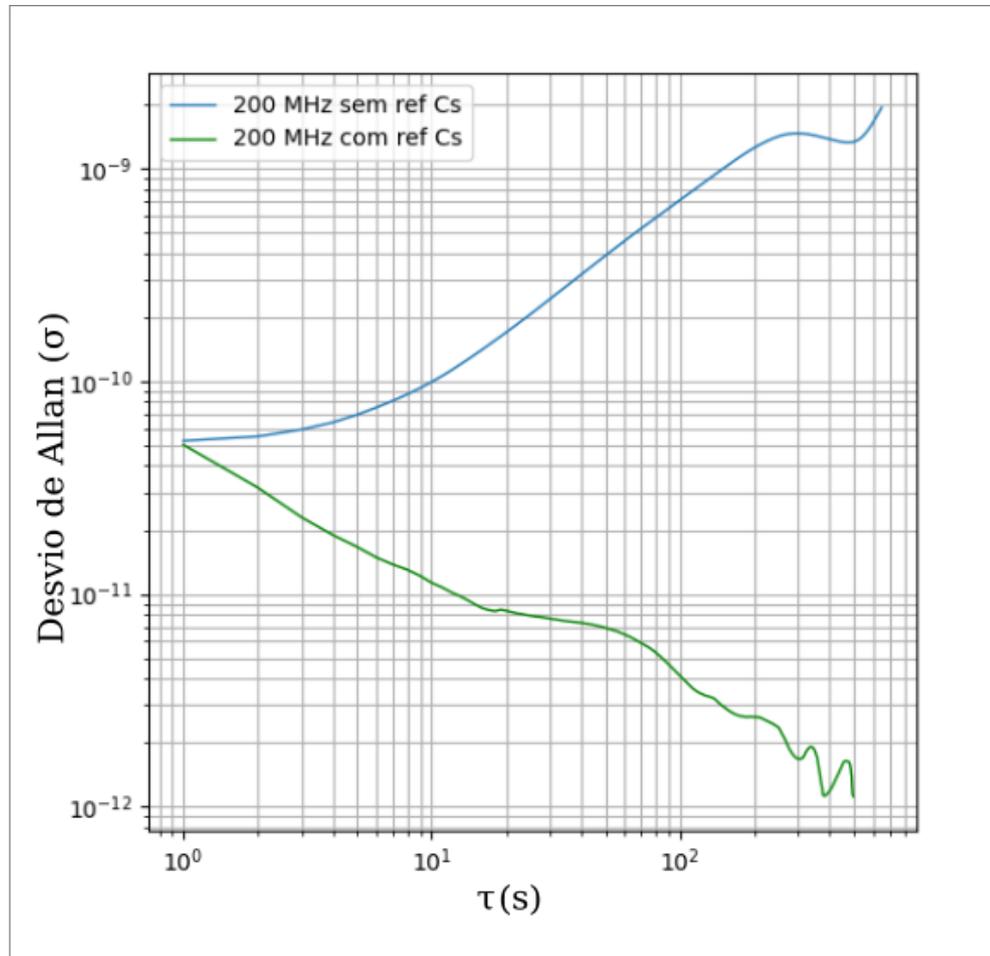
Neste caso, a estabilidade dos sinais começam iguais em $\sigma \approx 5 \cdot 10^{-11}$, mas a evolução temporal das curvas são distintas. Para o instrumento sem a referência de Cs, a medida que o tempo passa a instabilidade vai aumentando, basta notar como a curva azul evolui na figura (35). Em contrapartida, tem-se o efeito da referência, em verde, que melhora a estabilidade no decorrer do tempo, levando σ para ordem de 10^{-12} por volta dos 100 s.

Naturalmente este resultado já é esperado, justificando o uso da fonte de Cs nos instrumentos que funcionam à base de osciladores, portanto também é válido “caracterizar” a mesma. Para que fosse possível de fato caracterizar o relógio de Cs, seria necessário outra fonte padrão de frequências, o que não foi possível. Entretanto, as seguintes medidas (gráfico 37) trazem a tona características do contador de frequências e do relógio.

A figura (36) a seguir mostra o esquema de como tais medidas foram feitas e, em seguida, o desvio de Allan utilizando o 5071A como entrada de sinal, figura (37).

Note que a medida com a fonte livre significa que o contador de frequências não estava

Figura 35 – Desvio de Allan do N9310A com e sem o Relógio de Cs.

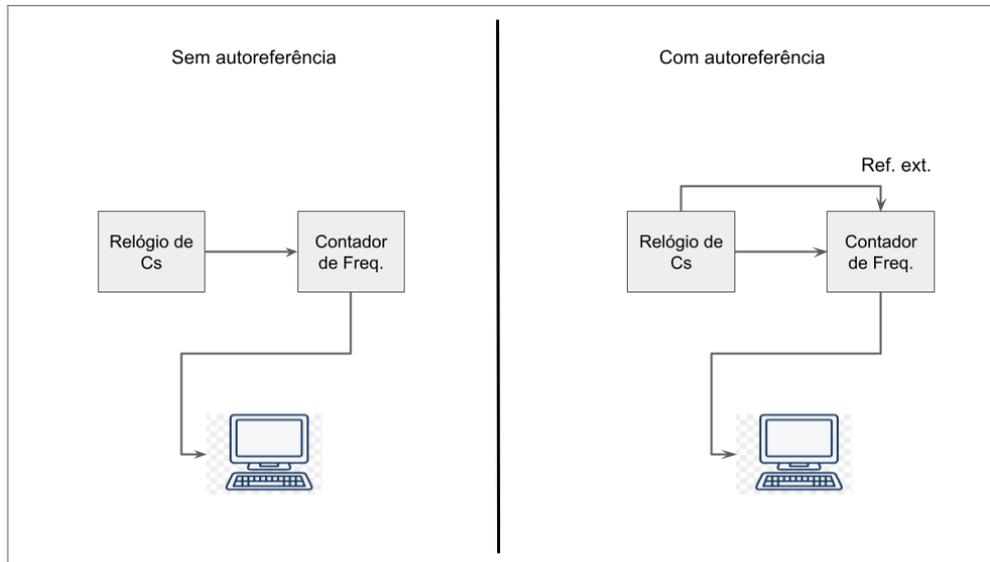


Fonte: O AUTOR (2022)

referenciado, neste caso o que é observado é a estabilidade do oscilador do próprio contador. Já para medida com o contador referenciado à fonte de Cs, o 5071A é dito como autorreferenciado, ilustrado na figura (36), essa situação serve para comparar com os dados disponibilizados pelo fabricante sobre a estabilidade do relógio: desvio de Allan em 1 s de $1,2 \cdot 10^{-11}$ e $8,5 \cdot 10^{-13}$ para 1 000 s.

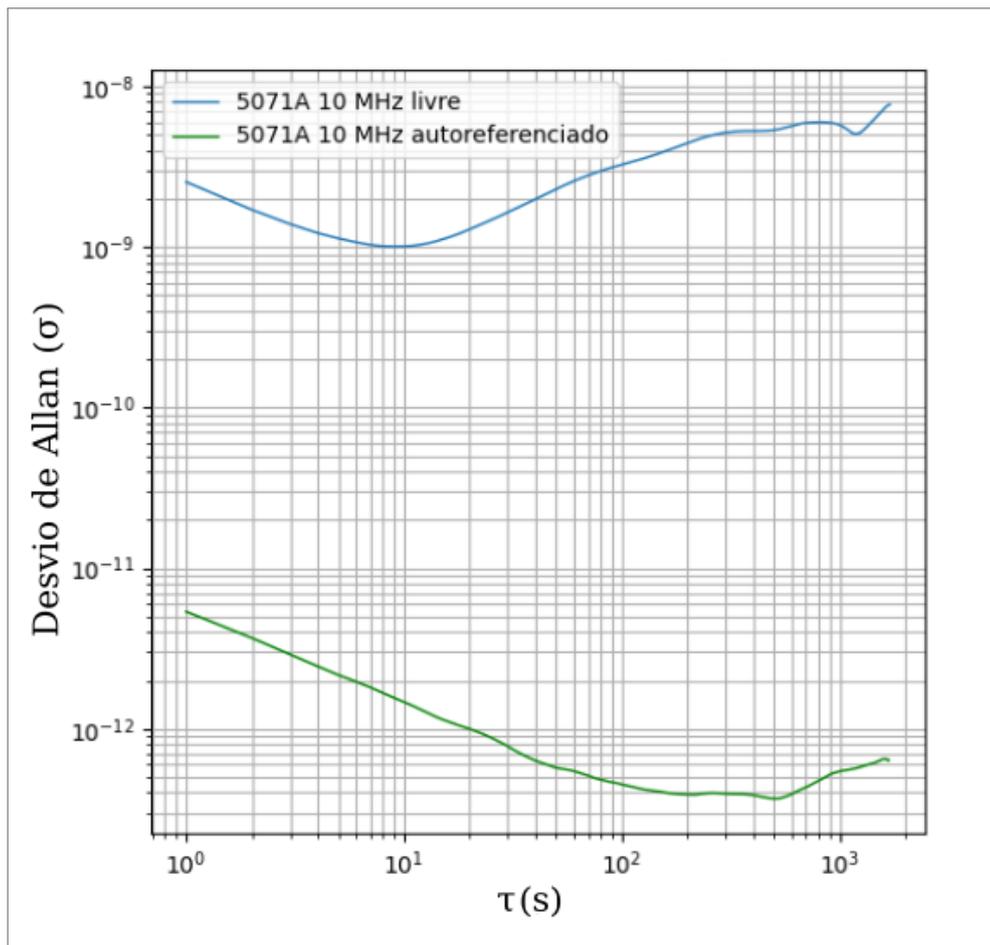
Na figura (37), vê-se mais uma vez o efeito da transferência de estabilidade da fonte de Cs, uma vez quando o oscilador do contador está mimetizando o sinal do relógio há um resultado próximo do esperado para o relógio.

Figura 36 – Esquema da caracterização da fonte de Cs.



Fonte: O AUTOR (2022)

Figura 37 – Desvio de Allan do 5071A com e sem autoreferência.



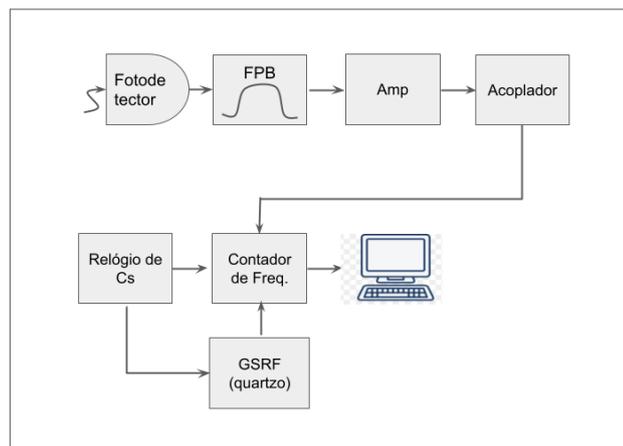
Fonte: O AUTOR (2022)

4.4 TRAVAMENTO DA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO

A frequência de repetição varia menos com o tempo em comparação a f_o , por isso, é mais fácil de ser travada eletronicamente. Mudar o tamanho da cavidade altera o valor de f_{rep} , dessa forma, faz mais sentido mostrar f_{rep} normalizada nos gráficos de frequência *versus* tempo, invés do seu valor nominal. Isso ajudará a ver o quanto f_{rep} variou num intervalo de tempo, como mostram as curvas (39 e 41).

Para ter noção dessa variação natural de f_{rep} , é preciso visualizar como essa se comporta sem estabilização eletrônica. A aquisição dos dados é feita de maneira similar ao esquema mostrado na figura (30), mas sem a participação dos elementos de travamento, explicitamente mostrado a seguir em (38).

Figura 38 – Medida de f_{rep} sem travamento eletrônico.

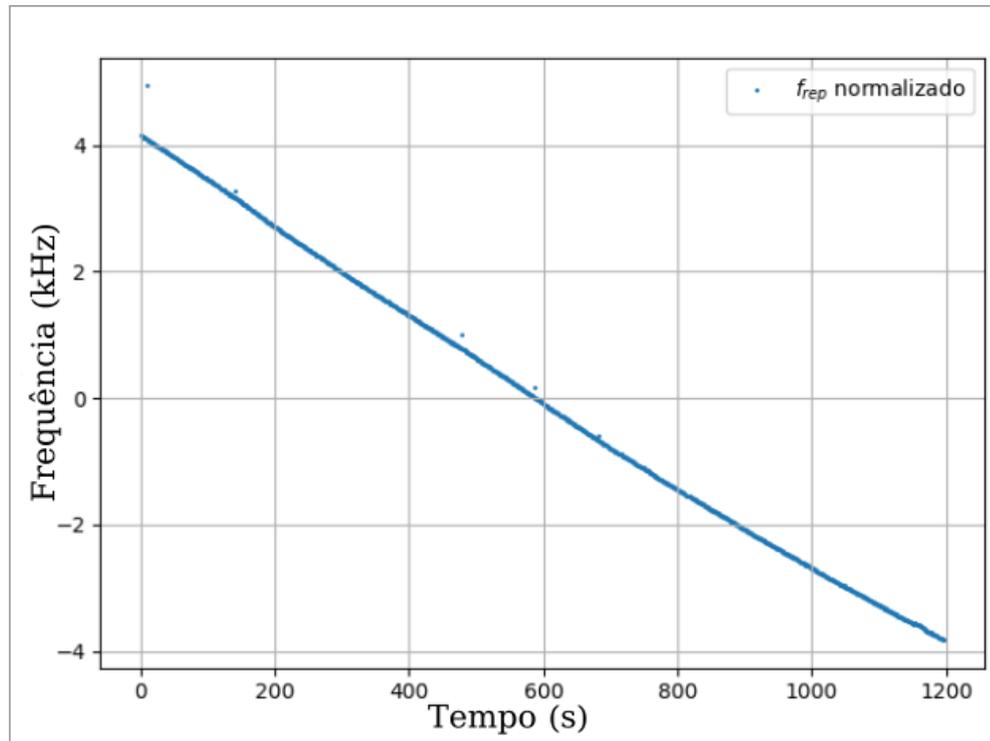


Fonte: O AUTOR (2022)

O gráfico (39) abaixo mostra f_{rep} variando livremente no tempo. Em geral, tanto para este sinal quanto para f_o , não nos interessa o desvio de Allan nesta situação, uma vez que mostrariam instabilidade maiores do que as dos instrumentos à base de osciladores, caracterizados na seção anterior.

Ainda na curva (39), é possível extrair f_{rep} , sem o auxílio do sistema de travamento, pode variar em alguns minutos algo na ordem de ± 4 kHz, o que é muito quando se busca estabilidade. Tipicamente o que se espera são variações na escala de mili-Hertz e até menos (ZHANG et al., 2007).

Com a eletrônica de travamento ligada, *vide* figura (30), em que o *Loop Filter* estava na configuração: modo servo proporcional, esquina P.I. 10 kHz, ganho grosso do servo x3000 e a esquina -9 dB em 330 Hz, bem como o integrador para o *driver* do PZT lento com uma

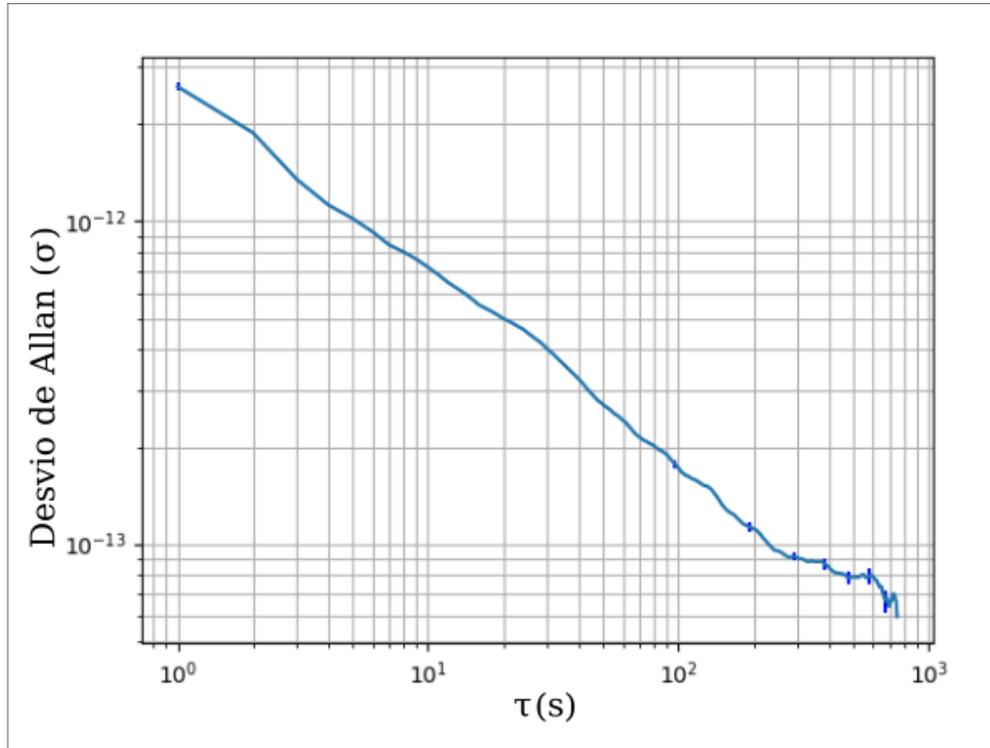
Figura 39 – f_{rep} x tempo.

Fonte: O AUTOR (2022)

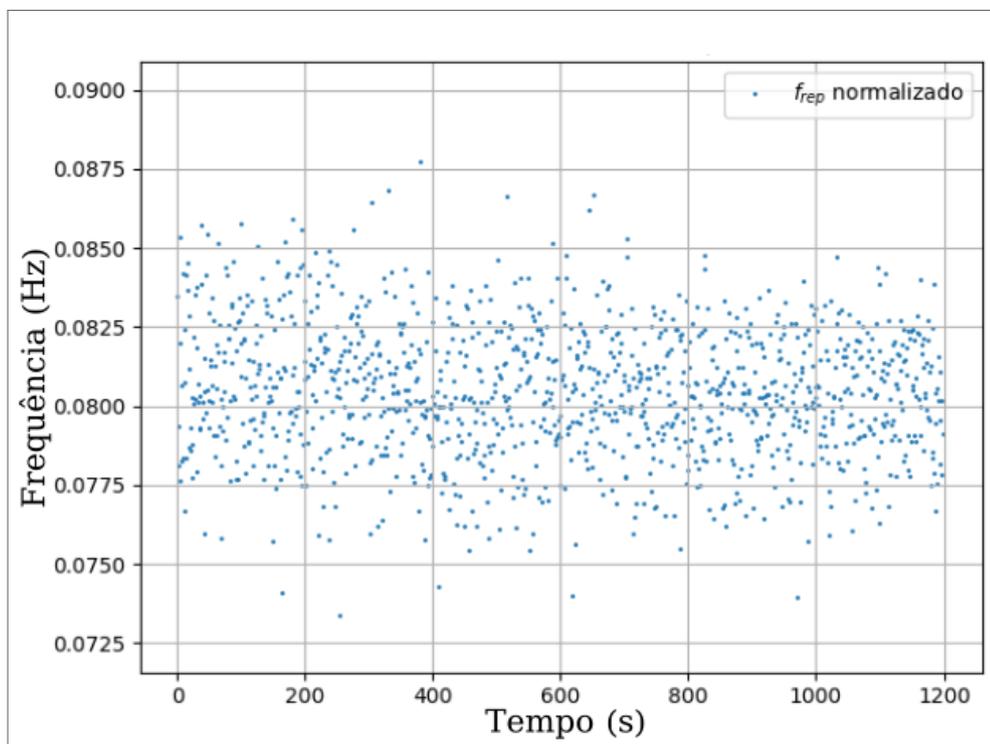
constante de cerca de 50 segundos, tem-se o desvio de Allan a seguir em (40), no qual as barras verticais representam o erro associado ao desvio de Allan.

Essas configurações do *Loop Filter* são as que reproduziram os melhores resultados, ou seja, menor desvio de Allan. Veja primeiramente que f_{rep} começa apenas um pouco melhor do que os GF, GSRF e a fonte de Cs (curvas 34, 35 e 37). No entanto, f_{rep} atinge rapidamente desvios mais baixos e, a partir de 100 segundos, $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-13}$, continuando mais estável do que os instrumentos citados. Esse regime dos 100 segundos é importante, pois é onde os ruídos aleatórios se sobressaem (HALL; TAUBMAN; YE, 2000).

Ao plotar frequência por tempo nesta situação, vê-se que a variação de f_{rep} restringe-se a ordem de 10 mHz. Quando comparado ao gráfico (39), há uma melhora de aproximadamente 1 000 000 vezes. A figura (41) mostra tais dados.

Figura 40 – Desvio de Allan de f_{rep} travado eletronicamente.

Fonte: O AUTOR (2022)

Figura 41 – f_{rep} travado x tempo.

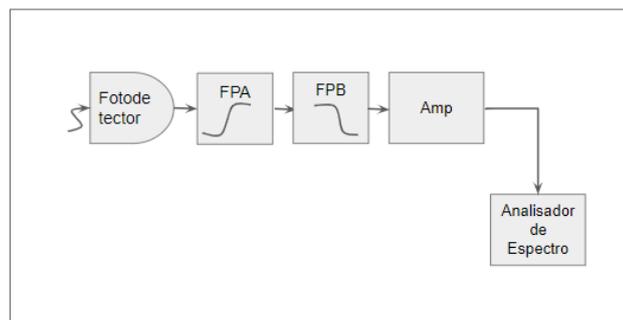
Fonte: O AUTOR (2022)

4.5 TRAVAMENTO DA FREQUÊNCIA DE OFF-SET

Travar f_o é, sem dúvidas, o desafio deste projeto e a razão vai ficar evidente quando for apresentado quão instável o sinal é. Relembrando, f_o está associado aos processos dispersivos intracavidade. Sua detecção é fruto do batimento heteródino entre os dois feixes separados no interferômetro f-2f, explicado na seção 2.3.

Como pontuado na seção 4.2, os espectrogramas obtidos pelo analisador de espectro N9340B, serão usados para caracterizar f_o . Tanto para f_o sem travamento, quanto para o mesmo travado eletronicamente, a coleta de dados é feita como mostra a figura (31), a diferença é o sistema de travamento estar operando ou não. A figura (42) mostra apenas o segmento de coleta de dados para o espectrograma.

Figura 42 – Esquema para espectrograma de f_o .

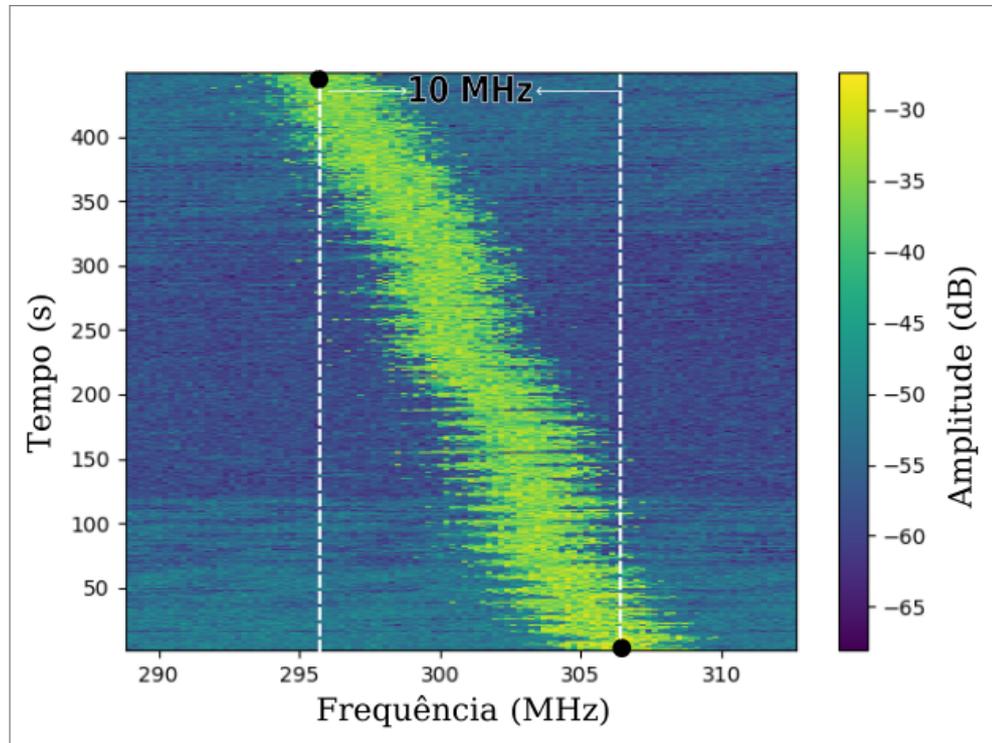


Fonte: O AUTOR (2022)

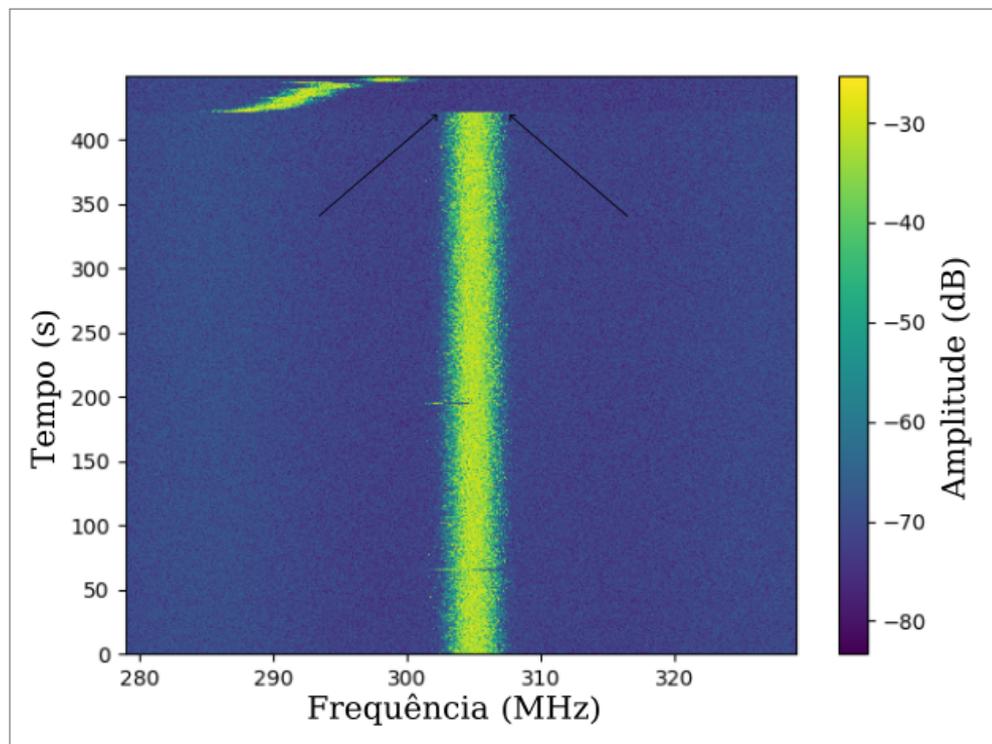
A figura (43) mostra a dificuldade de travar f_o , basta perceber que em cerca de 400 segundos (7 minutos) de observação o sinal variou mais de 10 MHz. Se serve de comparativo, relembre a figura (39) e note que f_{rep} demora dez minutos para variar 4 kHz, quando não travado.

Nesta dissertação, por conta das dificuldades em estabilizar f_o , travou-se esse último após o travamento de f_{rep} , ou seja, quando no próximo espectrograma (44) for mostrado f_o travado, f_{rep} também estará. Como esta seção é dedicada ao travamento de f_o , as implicações de ter os dois graus travados serão discutidas posteriormente em (4.6).

Com f_{rep} travada na configuração do *Loop Filter*, pontuada na seção 4.4, aciona-se a eletrônica de travamento de f_o (vide (31)). Assim, a configuração do *Loop Filter* que melhor estabilizou f_o foi: modo servo -6 dB, esquina P.I. 1 kHz, ganho grosso do servo em x100 e a esquina -9 dB 100 Hz.

Figura 43 – Espectrograma de f_o sem travamento.

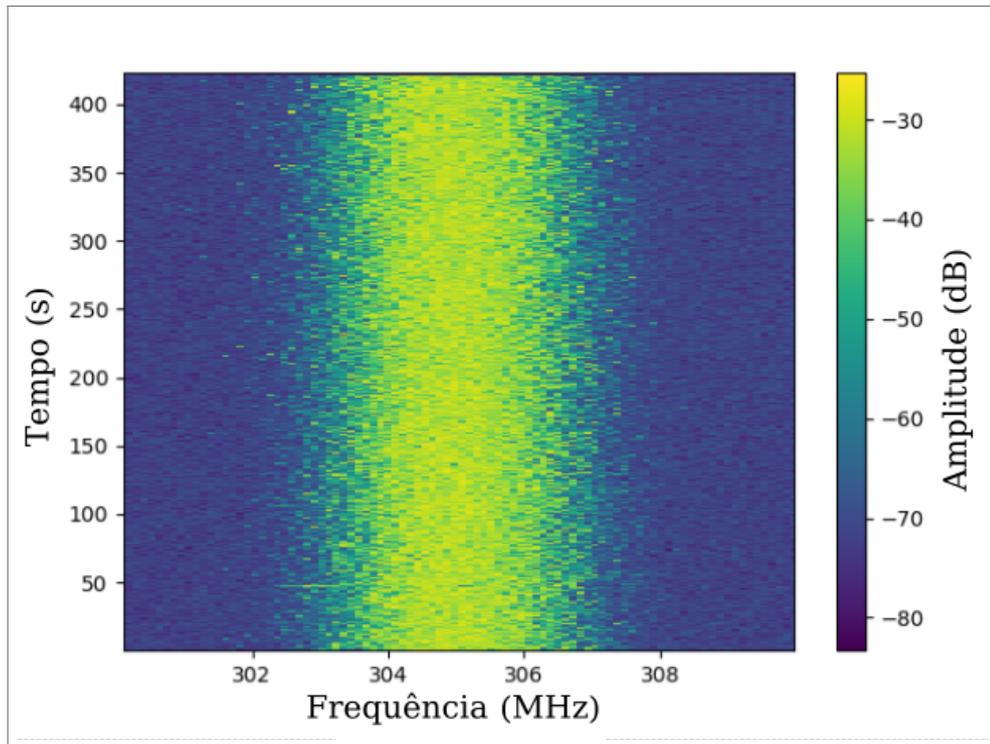
Fonte: O AUTOR (2022)

Figura 44 – Espectrograma de f_o travado.

Fonte: O AUTOR (2022)

Atente que agora f_o variou menos, comparando com o gráfico (43). Além disso, é visível quando a eletrônica não consegue continuar estabilizando o sinal, os últimos segundos de (44), apontado pelas setas.

Figura 45 – Espectrograma de f_o travado ampliado.



Fonte: O AUTOR (2022)

A figura (45) apresenta os mesmos dados da (44), mas com *zoom* no eixo das frequências, isso permite ver que f_o na totalidade, mantém-se dentro de um intervalo de 4 MHz. Analisando o pico (área com cor equivalente a -30 dB) varia ainda menos, demonstrando uma melhora considerável, embora tenha margem para melhoria.

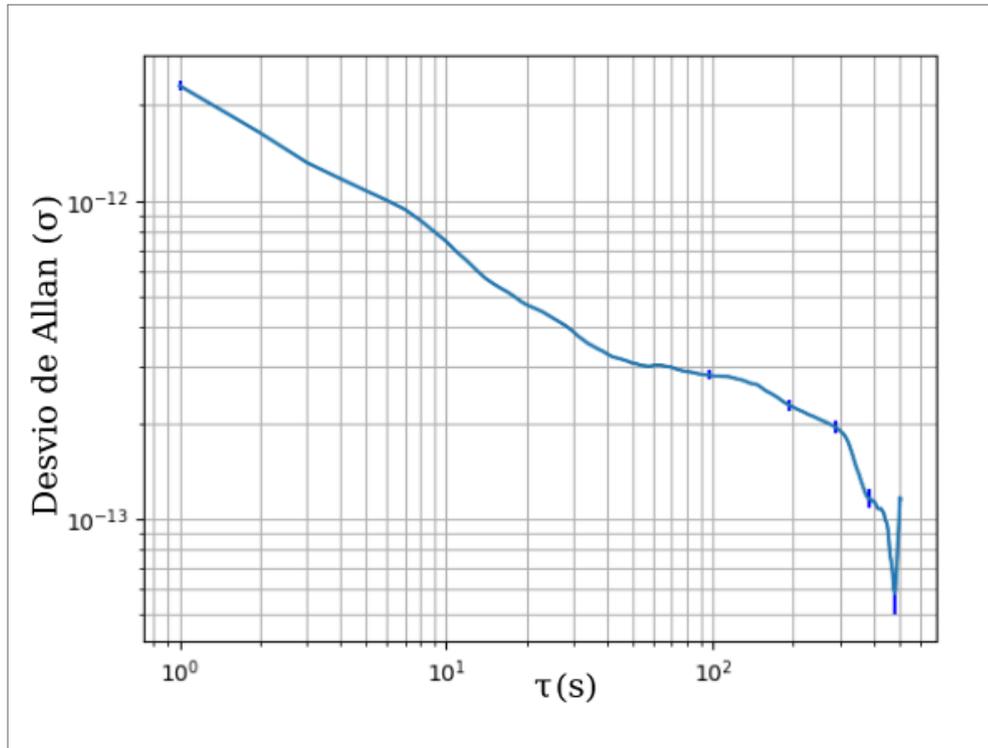
4.6 FREQUÊNCIAS DE REPETIÇÃO E *OFF-SET* TRAVADAS

Com os dois sinais estabilizados eletronicamente, a medida de desvio de Allan para f_{rep} foi repetida visando observar respostas cruzadas nos travamentos. Ou seja, se a eletrônica e o atuador (PZT's ou AOM) de um laço influencia negativamente no outro, bem como verificar se o travamento dos dois sinais melhora a estabilidade de f_{rep} .

O desvio de Allan na figura (46) representa o melhor resultado deste projeto: um pente de frequências da ordem de 1 GHz com ambos graus de liberdade travados por cerca de 10

minutos, cuja estabilidade beira inicialmente algo em torno de 1 parte em 10^{12} , atingindo aproximadamente 4 em 10^{13} em 100 segundos.

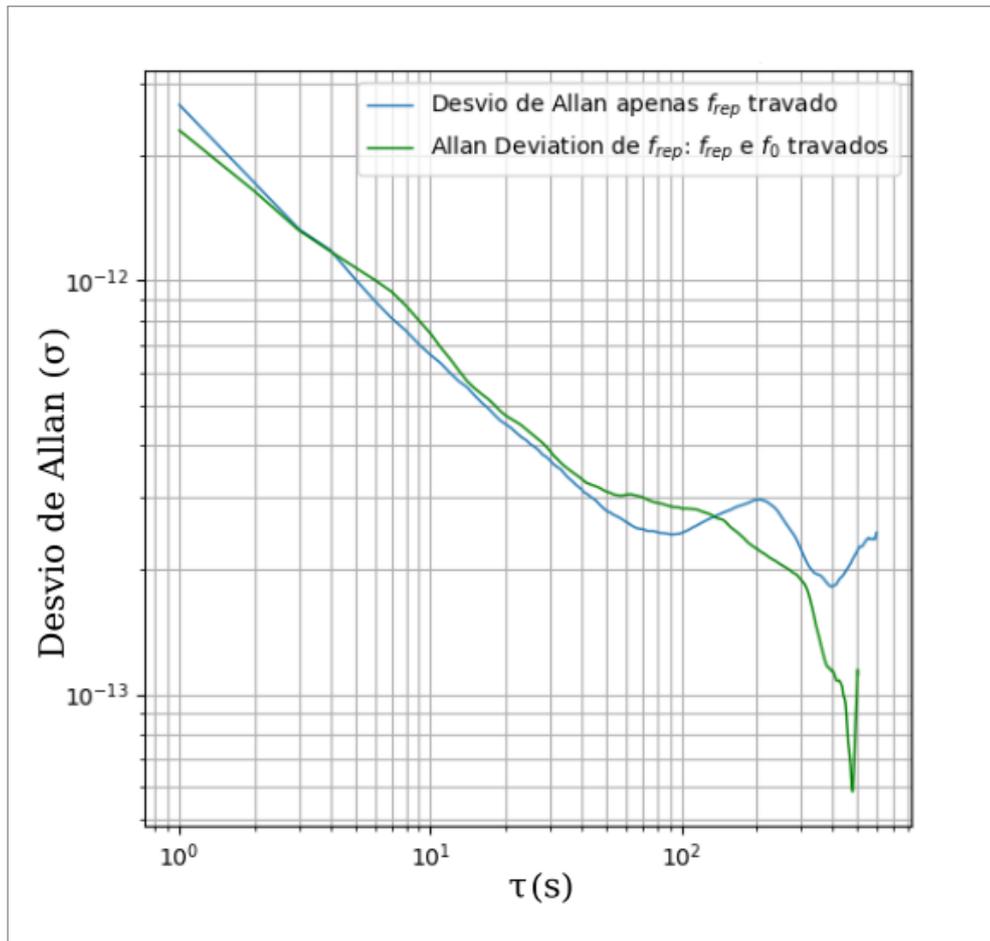
Figura 46 – Desvio de Allan de f_{rep} para f_{rep} e f_o travados.



Fonte: O AUTOR (2022)

Já a figura (47) deixa nítido que não há resposta cruzada entre os laços de travamento, embora fosse esperado uma melhora mais significativa na estabilidade de f_{rep} ao manter ambos sinais eletronicamente travados. Na literatura, tem-se valores de cerca de 10^{-13} e 10^{-14} (HEINECKE; BARTELS; DIDDAMS, 2011; ZHANG et al., 2007), respectivamente, com ambos graus de liberdade estabilizados.

Figura 47 – Desvio de Allan de f_{rep} travado (azul) e f_{rep} e f_0 travados (verde).



Fonte: O AUTOR (2022)

5 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

O resultado deste trabalho está sintetizado na imagem [46](#). O PFO começa com estabilidade $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-12}$ e, logo após os primeiros 10 s, atinge a ordem de 10^{-13} ; com 400 s, perto de destravar, cruza para 10^{-14} .

Quando comparado com outras fontes de frequências estabilizadas do LMO – [34](#), [35](#) e [37](#) – o PFO é a fonte mais estável dentre elas, justificando seu uso para estabilização de outros sistemas ópticos futuros no laboratório. Nesse caso, a vantagem de utilizar o pente para travamento vai além, pois é possível pegar seus múltiplos de frequências, *vide* equação [2.22](#), presentes no vasto espectro óptico.

Em termos de avanço no LMO, tomando como base o trabalho anterior, ([ROQUE, 2017](#)), apenas f_{rep} era travada eletronicamente com estabilidade inicial na ordem de 10^{-10} e em 100 s atingindo a marca de 10^{-12} . Ao comparar com os resultados deste projeto, houve uma melhora significativa, uma vez que a atual estabilidade inicial é o melhor resultado obtido no passado. Outro avanço é a estabilização eletrônica de f_o , agora possível. Esses avanços se deram, em geral, devido à melhoria da eletrônica utilizada, bem como um melhor entendimento da mesma. O fato do grosso da eletrônica do PLL ser caseira, faz com que esses fatores se aperfeiçoem ao longo do tempo.

Olhando a literatura, ([HEINECKE; BARTELS; DIDDAMS, 2011](#); [ZHANG et al., 2007](#)) são exemplos de trabalhos de geração de PFO com Ti:S, reportam medidas de desvios de Allan para f_{rep} e f_o . O primeiro conseguiu uma estabilidade inicial de 10^{-13} e o segundo, embora não explicita em qual regime de tempo, $\sigma \approx 10^{-14}$, resultados melhores dos aqui apresentados, mas similares.

Outros trabalhos, que utilizam sistemas diferentes, o artigo ([OATES; CURTIS; HOLLBERG, 2000](#)) mostra uma armadilha magneto-óptica de íons de Ca^+ resfriada à laser, tem estabilidade inicial de 10^{-15} . Já na referência ([YOUNG et al., 1999](#)), trava-se um laser de corante a uma cavidade Fabry-Pérot ultraestável, obtendo uma estabilidade inicial de 10^{-16} .

Espera-se usar o PFO diretamente nos experimentos, além de fonte estável de frequências para outros lasers do LMO. Um dos possíveis caminhos são experimentos em transparência eletromagneticamente induzida (*Electromagnetically Induced Transparency, EIT*), baseados nos artigos ([MORENO; VIANNA, 2011](#)) e ([GARCÍA-WONG et al., 2018](#)) feitos numa célula de Rubídio (Rb), mas com um pente de frequências não estabilizado.

Nesses experimentos foram utilizados um laser de diodo – travado a uma espectroscopia saturada – e um PFO para interrogar o Rb. Espera-se obter melhor resolução nos resultados, visto que o PFO travado eletronicamente pode, além de ser usado diretamente no Rb, transferir estabilidade ao laser de diodo, travando o último ao primeiro.

Outra proposta de experimento é investigar dinâmica temporal da difusão de radiação em vapor atômico, buscando observar voos de Lèvy. Essa ideia é uma colaboração entre o LMO e laboratório de voos de Lèvy, ambos do DF-UFPE, baseada nos trabalhos de (SAVO et al., 2014) e (ARAÚJO; SILANS; KAISER, 2021). Embora o primeiro trabalho seja em meios complexos desordenados (vidros de Lèvy), o intuito da colaboração é realizar experimentos em células de Rb, assim como feito em (ARAÚJO; SILANS; KAISER, 2021), mas com ênfase da dinâmica temporal, justificando o uso do PFO.

REFERÊNCIAS

- ALLAN, D. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, v. 54, p. 221–230, 1966. ISSN 0018-9219. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1446564/>.
- ARAÚJO, M. O.; SILANS, T. P. de; KAISER, R. Lévy flights of photons with infinite mean free path. *Physical Review E*, v. 103, p. L010101, 1 2021. ISSN 2470-0045.
- AUMILER, D.; BAN, T. Simultaneous laser cooling of multiple atomic species using an optical frequency comb. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, v. 85, 6 2012. ISSN 10502947.
- BARRELL, H. Thirteenth general conference of weights and measures. *Physics Bulletin*, v. 20, n. 2, p. 61, feb 1969. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/0031-9112/20/2/006>.
- BIRKS, T. A.; KNIGHT, J. C.; RUSSELL, P. J. S. Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *OPTICS LETTERS*, v. 22, p. 961, 1997.
- BOYD, R. W. *Nonlinear Optics, Third Edition*. [S.l.: s.n.], 2008. ISBN 9780123694706.
- BRABEC, T.; SPIELMANN, C.; CURLEY, P. F.; KRAUSZ, F. Kerr lens mode locking. *OPTICS LETTERS*, v. 17, 1992.
- CERULLO, G.; SILVESTRI, S. D.; MAGNI, V.; PALLARO, L. Resonators for kerr-lens mode-locked femtosecond ti:sapphire lasers. *OPTICS LETTERS*, v. 19, 1994.
- CRUZ, C. H. D. B.; FRAGNITO, H. L. *Fenômenos Ultrarápidos: Geração de Pulsos Laser Ultracurtos e Suas Aplicações*. [s.n.], 2000. Disponível em: <http://www.ifi.unicamp.br/~gfurco/index.html>.
- DIDDAMS, S. A.; BERGQUIST, J. C.; JEFFERTS, S. R.; OATES, C. W. Standards of time and frequency at the outset of the 21st century. *Science*, v. 306, p. 1318–1324, 11 2004. ISSN 0036-8075.
- DUDLEY, J. M.; GENTY, G.; COEN, S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Reviews of Modern Physics*, v. 78, p. 1135–1184, 2006. ISSN 00346861.
- ESSEN, L.; PARRY, J. V. L. An atomic standard of frequency and time interval: A caesium resonator. *Nature*, v. 176, p. 280–282, 8 1955. ISSN 0028-0836.
- FORK, R. L.; MARTINEZ, O. E.; GORDON, J. P. Negative dispersion using pairs of prisms. *Optics Letters*, v. 9, p. 150, 5 1984. ISSN 0146-9592. Disponível em: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ol-9-5-150>.
- FORREST Gump. [S.l.]: Paramount Pictures, 1994.
- GARCÍA-WONG, A.; ALMEIDA, A. de; MELO, N. de; VIANNA, S. Velocity-selective spectroscopy of rb vapor with a train of short pulses and a diode laser. *Optics Communications*, v. 427, p. 462–468, 11 2018. ISSN 00304018.
- HALL, J.; TAUBMAN, M.; YE, J. Laser stabilization. In: *Handbook of Optics*. 2nd edition. ed. [S.l.]: McGraw Hill, 2000. v. 4, cap. 27.

- HAUS, H. Mode-locking of lasers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 6, p. 1173–1185, 11 2000. ISSN 1077-260X. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/902165/>.
- HEINECKE, D. C.; BARTELS, A.; DIDDAMS, S. A. Offset frequency dynamics and phase noise properties of a self-referenced 10 ghz ti:sapphire frequency comb. *Optics Express*, v. 19, p. 18440, 9 2011. ISSN 1094-4087. Disponível em: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-19-19-18440>.
- HOLMAN, K. W.; JONES, R. J.; MARIAN, A.; CUNDIFF, S. T.; YE, J. Intensity-related dynamics of femtosecond frequency combs. *OPTICS LETTERS*, v. 28, 2003. Disponível em: <http://opticsexpress.org>.
- HORTON, J.; MARRISON, W. Precision determination of frequency. *Proceedings of the IRE*, v. 16, p. 137–154, 2 1928. ISSN 0096-8390.
- HSIEH, G.-C.; HUNG, J. C. Phase-locked loop techniques-a survey. *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, v. 43, 1996.
- HUNDERTMARK, H.; WANDT, D.; FALLNICH, C.; HAVERKAMP, N.; TELLE, H. R. Phase-locked carrier-envelope-offset frequency at 1560 nm. *Optics Express*, v. 12, p. 770, 2004. ISSN 1094-4087. Disponível em: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-12-5-770>.
- JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 3rd ed.. ed. New York, NY: Wiley, 1999. ISBN 9780471309321. Disponível em: <http://cdsweb.cern.ch/record/490457>.
- JONES, D. J.; DIDDAMS, S. A.; RANKA, J. K.; STENTZ, A.; WINDELER, R. S.; HALL, J. L.; CUNDIFF, S. T. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, v. 288, p. 635–639, 4 2000. ISSN 0036-8075.
- KAERTNER, F. X. *ULTRAFAST OPTICS*. [s.n.], 2021. Disponível em: <https://LibreTexts.org>.
- KELLEY, P. L.; KAMINOW, I. P.; AGRAWAL, G. P.; BECKER, P. C.; OLSSON, N. A.; SIMPSON, J. R. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Elsevier, 2008. ISBN 9780123743022. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780123743022X50013>.
- MAJI, S.; MANDAL, S.; SAW, S. K. Phase locked loop – a review. In: . [S.l.]: IJERT, 2016.
- MORENO, M. P.; VIANNA, S. S. Femtosecond 1 ghz ti:sapphire laser as a tool for coherent spectroscopy in atomic vapor. *Journal of the Optical Society of America B*, v. 28, p. 2066, 9 2011. ISSN 0740-3224.
- OATES, C. W.; CURTIS, E. A.; HOLLBERG, L. Improved short-term stability of optical frequency standards: approaching 1 hz in 1 s with the ca standard at 657 nm. *Optics Letters*, v. 25, p. 1603, 11 2000. ISSN 0146-9592.
- PICQUE, N.; HANSCH, T. W. Frequency comb spectroscopy. *Nature Photonics*, v. 13, p. 146–157, 3 2019. ISSN 1749-4885.
- PRIZE, T. N. *The Nobel Prize in Physics 2005*. 2005. Acessado: 20 de nov. de 2022. Disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2005/press-release/>.

RANKA, J. K.; WINDELER, R. S.; STENTZ, A. J. Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm. *OPTICS LETTERS*, v. 25, 2000.

REIMER, C.; KUES, M.; ROZTOCKI, P.; WETZEL, B.; GRAZIOSO, F.; LITTLE, B. E.; CHU, S. T.; JOHNSTON, T.; BROMBERG, Y.; CASPANI, L.; MOSS, D. J.; MORANDOTTI, R. Generation of multiphoton entangled quantum states by means of integrated frequency combs. *Science*, v. 351, p. 1176–1180, 3 2016. ISSN 0036-8075.

RIEHLE, F. *Frequency Standards*. Wiley, 2003. ISBN 9783527402304. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/3527605991>

RILEY, W. J. *Handbook of Frequency Stability Analysis*. [s.n.], 2008. ISBN 3019753058. Disponível em: <http://www.nist.gov>,

ROQUE, G. F. P. *Construção, caracterização e estabilização de um pente de frequências ópticas*. 67 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

ROSSUM, G.; DUNLAP, T. *History of the Hour: Clocks and Modern Temporal Orders*. University of Chicago Press, 1996. ISBN 9780226155111. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=xYhINoUu-toC>.

ROWLING, J. *Harry Potter and the Deathly Hallows*. [S.l.: s.n.], 2006.

SAVO, R.; BURRESI, M.; SVENSSON, T.; VYNCK, K.; WIERSMA, D. S. Walk dimension for light in complex disordered media. *Physical Review A*, v. 90, p. 023839, 8 2014. ISSN 1050-2947.

SCHNATZ, H.; LIPPHARDT, B.; HELMCKE, J.; RIEHLE, F.; ZINNER, G. First phase-coherent frequency measurement of visible radiation. *Physical Review Letters*, v. 76, p. 18–21, 1 1996. ISSN 0031-9007.

SHAO, X. D.; HAN, H. N.; SU, Y. B.; WANG, H. B.; ZHANG, Z. Y.; FANG, S. B.; CHANG, G. Q.; WEI, Z. Y. Precision locking cw laser to ultrastable optical frequency comb by feed-forward method. *AIP Advances*, American Institute of Physics Inc., v. 9, 11 2019. ISSN 21583226.

SOUZA, M. P. M. de. *Trem de Pulsos Ultracurtos*. 2011. Acessado: 05 de nov. de 2022. Disponível em: <https://www.polofisica.com.br/2011/04/trem-de-pulsos.html>

SZIPOCS, R.; FERENCZ, K.; SPIELMANN, C.; KRAUSZ, F. Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers. *OPTICS LETTERS*, v. 19, 1994.

TAYLOR, J. R. *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. 2 sub. ed. University Science Books, 1996. ISBN 093570275X. Disponível em: <http://www.amazon.com/Introduction-Error-Analysis-Uncertainties-Measurements/dp/093570275X%3FSubscriptionId%3D13CT5CVB80YFWJEPWS02%26tag%3Dws%26linkCode%3Dxm2%26camp%3D2025%26creative%3D165953%26creativeASIN%3D093570275X>

TELLE, H. R.; STEINMEYER, G.; DUNLOP, A. E.; STENGER, J.; SUTTER, D. H.; KELLER, U. Applied physics b lasers and optics carrier-envelope offset phase control: A novel concept for absolute optical frequency measurement and ultrashort pulse generation. *Appl. Phys. B*, v. 69, p. 327–332, 1999.

TREACY, E. Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 5, p. 454–458, 9 1969. ISSN 0018-9197. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1076303/>.

UDEM, T.; REICHERT, J.; HOLZWARTH, R.; HANSCH, T. W. Absolute optical frequency measurement of the cesium $d_{1,1}$ line with a mode-locked laser. *Physical Review Letters*, v. 82, p. 3568–3571, 5 1999. ISSN 0031-9007.

VERDEYEN, J. T. *Laser Electronics*. Third edition. [S.l.]: Pearson, 1995. ISBN 013706666X.

WILKEN, T.; CURTO, G. L.; PROBST, R. A.; STEINMETZ, T.; MANESCAU, A.; PASQUINI, L.; HERNÁNDEZ, J. I. G.; REBOLO, R.; HÄNSCH, T. W.; UDEM, T.; HOLZWARTH, R. A spectrograph for exoplanet observations calibrated at the centimetre-per-second level. *Nature*, v. 485, p. 611–614, 5 2012. ISSN 0028-0836.

YARIV, A. *Yariv A. - Quantum Electronics, Third Edition*. [S.l.: s.n.], 1988.

YOUNG, B. C.; CRUZ, F. C.; ITANO, W. M.; BERGQUIST, J. C. Visible lasers with subhertz linewidths. *Physical Review Letters*, v. 82, p. 3799–3802, 5 1999. ISSN 0031-9007.

YOUNKIN, G. *Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applications*. M. Dekker, 1996. (Fluid power and control). ISBN 9780824796860. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=QvVSAAAAMAAJ>.

ZHANG, W.; HAN, H.; WANG, P.; WEI, Z. Stabilization and phase control of femtosecond ti:sapphire laser with a repetition rate of 90mhz. In: . [S.l.]: SPIE, 2007. v. 6279, p. 62793X. ISBN 0819463493. ISSN 0277786X.