

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELOS DE DECISÃO EM GRUPO PARA
AGREGAÇÃO DE PREFERÊNCIAS BASEADOS EM FUNÇÃO
UTILIDADE ADITIVA**

TESE SUBMETIDA À UFPE
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE DOUTOR
POR

SUZANA DE FRANÇA DANTAS DAHER
Orientador: Prof. Adiel Teixeira de Almeida, PhD

RECIFE, JULHO/2009

Daher, Suzana de França Dantas
Modelos de decisão em grupo para agregação de preferências baseados em função utilidade aditiva / Suzana de França Dantas Daher. – Recife : O Autor, 2009.
xi, 116 folhas: il., fig., tab.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Engenharia de Produção, 2009.

Inclui bibliografia

1. Engenharia de produção – Decisão multicritério. 2. MAUT. 3. Modelo aditivo. 4. Decisão em grupo. 5. Consenso. I. Título.

658.5	CDU (2.ed.)	UFPE	
658.5	CDD (22.ed.)	BC	-
		2009 - 088	



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE TESE DE
DOUTORADO DE

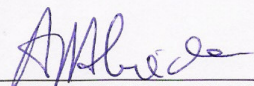
SUZANA DE FRANÇA DANTAS DAHER

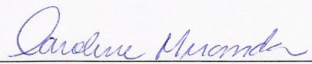
“MODELOS DE DECISÃO EM GRUPO PARA AGREGAÇÃO DE PREFERÊNCIAS
BASEADOS EM FUNÇÃO UTILIDADE ADITIVA”

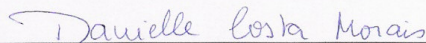
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

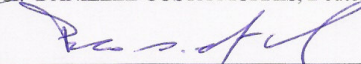
A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do(a) primeiro(a), considera a candidata **SUZANA DE FRANÇA DANTAS DAHER** APROVADA COM DISTINÇÃO.

Recife, 01 de julho de 2009.


Prof. ADIEL TEIXEIRA DE ALMEIDA, PhD (UFPE)


Prof.^a CAROLINE MARIA DE MIRANDA MOTA, Doutor (UFPE)


Prof.^a DANIELLE COSTA MORAIS, Doutor (UFPE)


Prof. PAULO AUGUSTO CAUCHICK MIGUEL, PhD (USP)


Prof. ANDRÉ MARQUES CAVALCANTI, Doutor (UFPE)

Dedico este trabalho a Mario e a meus
pais Martha e Murilo, com todo o meu
amor.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Adiel Teixeira de Almeida, um exemplo de profissional e a quem admiro bastante. Muito obrigada por acreditar na minha capacidade, por me apresentar o instigante mundo da decisão multicritério e cujos conselhos sempre valiosos espero contar por muitos anos ainda.

Aos professores da banca examinadora pelas contribuições dadas para a melhoria desta tese. Em especial, agradeço à Prof^a. Caroline Mota e à Prof^a. Danielle Moraes, membros do Comitê de Acompanhamento, cujos comentários aos artigos submetidos para as disciplinas de Estudo Dirigido I e II e também na pré-banca engrandeceram o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

Aos professores do PPGE/UFPE por transmitirem em sala de aula um pouco dos seus conhecimentos.

À Coordenação e à Secretaria do PPGE/UFPE pelo apoio e pela solicitude com que sempre atenderam.

Ao PPGE/UFPE pelos suportes financeiros para minhas participações em eventos internacionais e ao Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq) pela concessão da bolsa de doutorado.

Ao meu marido, meus pais e minhas irmãs por entenderem as minhas ausências e me apoiarem na busca de mais uma conquista.

A Deus, com toda a minha fé, pelo dom da vida e pela saúde.

THE ENGINEER'S CREED
(Adolph J. Ackerman)

*I take the vision
Which comes from dreams
And apply the magic of science and mathematics,
Adding the heritage of my profession
And my knowledge of nature's materials,
To create a design.*

*I organizer the efforts and skills
Of my fellow workers,
Employing the capital of the thrifty
And the products of many industries,
And together we work toward our goal,
Undaunted by hazards and obstacles.*

*And when we have completed our task
All can see
That the dreams and plans
Have materialized
For the comfort and welfare of all.*

*I am an Engineer;
I serve mankind
By making dreams come true*

RESUMO

Em processos decisórios envolvendo múltiplos decisores, nem sempre as decisões em grupo convergem para uma solução que agrada a todos os decisores. Em geral, os modelos baseados na Teoria da Utilidade Multiatributo fazem uso de uma função aditiva. Um dos aspectos negativos desses modelos é o efeito compensatório que existe quando se agrega as utilidades dos decisores para construir uma função única de síntese. A pergunta que norteia o desenvolvimento desse trabalho é se existe alguma forma de agregar as preferências dos decisores em uma estrutura única e ainda assim minimizar uma possível insatisfação dos decisores quanto à recomendação final do modelo. Sendo assim, essa tese baseia-se no método aditivo de agregação de preferências e almeja estabelecer novos modelos que privilegiem soluções em grupo consideradas, além de viáveis, mais conciliadoras. Neste trabalho dois modelos são propostos. O primeiro introduz os conceitos de limiar de veto ou de veto cuja definição correta depende do tipo de problemática envolvida. Busca-se através desse artifício dividir o espaço das consequências em regiões de concordância positiva, concordância negativa e discordâncias entre os decisores. O modelo combina essa nova informação com o uso de um fator redutor de utilidade para promover as alternativas mais consensuais. O segundo modelo além dos limiares de veto, utiliza um modelo vetorial para suportar o processo decisório. Através do modelo vetorial, duas novas métricas são consideradas: o grau de similaridade e a magnitude da projeção de um vetor sobre outro. Em ambos os modelos a modelagem individual de preferência dos decisores baseia-se na Teoria da Utilidade Multiatributo. Os modelos desenvolvidos mostraram que quando se faz uso de alguns artifícios como os discutidos nesse trabalho é possível trazer à luz do processo decisório mais argumentos úteis que possibilitem aos decisores conhecer um pouco mais sobre o problema de decisão, sobre o contexto no qual eles estão inseridos e sobre a forma como as alternativas envolvidas são avaliadas pelos demais decisores, estimulando o debate e a escolha de alternativas mais conciliadoras.

Palavras-chave: *Decisão multicritério; MAUT; Modelo aditivo; Decisão em grupo; Consenso.*

ABSTRACT

In decision processes involving multiple decision-makers, it is not always possible to ensure that the final group recommendation will converge to a solution that satisfies all participants. In general, models based on Multi Attribute Utility Theory (MAUT) make use of an additive function. One of the negative aspects of such models is the compensatory effect that arises when the utility preferences of decision-makers are aggregated into a unique synthesis criterion function. The question that guides this paper is if there is some way to aggregate individual preferences into a unique structure and yet also to minimize any possible dissatisfaction among decision-makers as to the final recommendation of the model. Therefore, this thesis is based on the additive method of aggregating preferences and its main goal is to propose new group decision models which consider not only feasible group solutions but also more conciliatory ones. In this thesis, two models are proposed. The first introduces the concepts of utility threshold or veto threshold which depend on the type of problematic involved. Using this resource the attempt is made to divide the consequence space into regions of positive concordance, negative concordance and discordance among decision-makers. The model combines this new information and a reduction utility factor to promote more consensual solution. The second model also makes use of the concepts introduced by the first model and considers a vector model to support the decision-making process. By using this vector model, two new decision metrics are considered: the degree of similarity and the magnitude of the projection of one vector onto another. In both models proposed, the individual modeling of the decision-makers' preference is based on Multi-Attribute Utility Theory. The models developed showed that, when use is made of devices like those discussed in this paper, it is possible to introduce useful arguments to support the decision process thus making it possible for the decision makers to learn a little more about the decision problem, about the decision context and also about the way in which the other decision-makers evaluate the alternatives involved, thus stimulating debate and the selection of more conciliatory alternatives.

Keywords: *Multicriteria decision-making; MAUT; Additive model; Group decision; Consensus.*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Justificativa.....	1
1.2	Objetivo geral	2
1.3	Objetivos específicos.....	3
1.4	Metodologia de pesquisa	3
1.5	Estruturação da tese.....	4
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE DECISÃO EM GRUPO	6
2.1	Decisão multicritério	6
2.1.1	Definição de decisão multicritério.....	7
2.1.2	Teoria da Utilidade Multiatributo.....	8
2.1.3	Métodos de sobreclassificação	13
2.2	Decisão em Grupo: Conceitos Básicos	14
2.2.1	Agregação de entrada ou de saída	15
2.2.2	Teorema da Impossibilidade de Arrow.....	16
2.2.3	Condorcet x Borda.....	18
2.2.4	Consenso	19
2.3	Decisão em Grupo: Revisão Bibliográfica	21
2.3.1	Modelos de agregação	22
2.3.2	Modelos baseados em consenso.....	25
2.4	Conclusão do capítulo	32
3	MODELO DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO EM UM FATOR REDUTOR DE UTILIDADE	35
3.1	Descrição do problema básico	35
3.2	Modelo Proposto	38
3.2.1	Limiar de veto	39
3.2.2	Alternativa virtual.....	39
3.2.3	Fator redutor de utilidade (FRU).....	41
3.2.4	Construção do modelo	43
3.3	Aplicação numérica do modelo	46
3.3.1	O problema.....	47

3.3.2	Identificação das preferências individuais dos decisores.....	50
3.3.3	Limiares de veto e alternativa virtual	56
3.3.4	Determinação da função utilidade global e avaliação das alternativas.....	56
3.3.5	Recurso gráfico.....	63
3.3.6	Análise de sensibilidade sobre os limiares de veto	64
3.3.7	Alocação das alternativas segundo a limitação do recurso e o ano do início do investimento.....	68
3.4	Discussão do modelo e sua contribuição.....	69
4	MODELO DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO NA APROXIMAÇÃO AO VETOR CONSENSO	74
4.1	Descrição do problema básico	74
4.2	Modelo proposto	75
4.2.1	Representação vetorial de uma alternativa.....	76
4.2.2	Vetor consenso e alternativa ideal.....	78
4.2.3	Grau de similaridade entre duas alternativas	79
4.2.4	Magnitude da projeção de um vetor sobre outro vetor.....	83
4.2.5	Construção do modelo	84
4.3	Aplicação numérica do modelo	89
4.3.1	O problema.....	89
4.3.2	Determinação do grau de similaridade entre alternativas.....	89
4.3.3	Determinação das magnitudes das projeções das alternativas sobre o vetor consenso	90
4.3.4	Ordenação das alternativas.....	91
4.3.5	Recurso gráfico.....	94
4.3.6	Análise de sensibilidade.....	94
4.3.7	Alocação das alternativas segundo a limitação do recurso e o ano do início do investimento.....	96
4.3.8	Comparação entre os modelos apresentados.....	97
4.4	Discussão do modelo e sua contribuição.....	99
5	CONCLUSÕES	103
5.1	Principais contribuições da tese.....	107
5.2	Trabalhos futuros	107
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Independência aditiva.....	11
Figura 3.1. Alternativas avaliadas segundo as preferências dos decisores	36
Figura 3.2. Identificação das regiões de concordância e discordância	40
Figura 3.3. Etapas da construção e avaliação do modelo com FRU	43
Figura 3.4. Função utilidade marginal do DM1 para o critério de redução de custos operacionais.....	53
Figura 3.5. Função utilidade marginal do DM1 para o critério de redução percentual de perdas de água	53
Figura 3.6. Função utilidade marginal do DM2 para o critério de redução de custos operacionais.....	53
Figura 3.7. Função utilidade marginal do DM2 para o critério de redução percentual de perdas de água	54
Figura 3.8. Função utilidade marginal do DM3 para o critério de redução de custos operacionais.....	54
Figura 3.9. Função utilidade marginal do DM3 para o critério de redução percentual de perdas de água	54
Figura 3.10. Representação tridimensional das avaliações dos decisores	64
Figura 3.11. Exemplo de misrepresentation. Situação original.....	72
Figura 3.12. Exemplo de misrepresentation. Situação alterada pelo decisor DM1.....	73
Figura 4.1. Exemplo da representação tridimensional das alternativas	77
Figura 4.2. Modelo vetorial usado em Sistemas de Recuperação de Informação.....	80
Figura 4.3. Modelo vetorial usado grau de similaridade	81
Figura 4.4. Projeção de um vetor sobre outro	83
Figura 4.5. Etapas da construção e avaliação do modelo baseado na aproximação ao vetor consenso	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Total de investimento necessário para cada área operacional da empresa (em unidades monetárias)	48
Tabela 3.2. Avaliação das alternativas segundo os critérios adotados pelo modelo	49
Tabela 3.3: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM1	51
Tabela 3.4: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM1 ...	51
Tabela 3.5: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM2	51
Tabela 3.6: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM2 ...	52
Tabela 3.7: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM3	52
Tabela 3.8: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM3 ...	52
Tabela 3.9. Constantes de escala e limiar de veto de cada decisor.....	55
Tabela 3.10. Resumo dos valores obtidos pelas funções utilidades individuais e globais para o exemplo proposto	59
Tabela 3.11. Resumo das ordenações obtidas para o exemplo proposto	60
Tabela 3.12. Alocação das alternativas por ano de investimento.....	69
Tabela 4.1. Grau de similaridade entre a alternativa avaliada e a alternativa ideal.....	90
. Tabela 4.2. Magnitude das projeções das alternativas sobre o vetor consenso.....	90
Tabela 4.3. Limiares de veto dos decisores.....	91
Tabela 4.4. Alocação das alternativas segundo as zonas de concordância e discordância	92
Tabela 4.5. Alocação das alternativas por ano de investimento.....	97
Tabela 4.6. Resumo dos resultados apresentados pelos três modelos discutidos.....	99

1 INTRODUÇÃO

A mudança de um problema baseado em um único decisor para múltiplos decisores envolve a necessidade de agregar diferentes estruturas de preferência sobre as alternativas e construir uma estrutura coletiva. Este trabalho investiga o que existe na literatura científica como modelos de decisão em grupo voltados à resolução de conflitos e para a busca do consenso e propõe algumas soluções no processo de agregação de preferências nos modelos de critério único de síntese. Busca-se através desta tese apresentar modelos onde as suas recomendações finais sejam satisfatórias aos participantes, possibilitando que os decisores tenham um maior aprendizado sobre o contexto do problema e sobre as visões dos demais decisores.

1.1 Justificativa

Em processos decisórios envolvendo múltiplos decisores, nem sempre as decisões em grupo convergem para uma solução que agrada a todos os decisores. Alguns métodos, como os modelos de votação, privilegiam a posição da maioria, independente do ponto de vista da minoria (BEN-ARIEH; EASTON, 2007). Em outros casos, os modelos de decisão em grupo procuram agregar essas opiniões para construir um modelo matemático que represente a opinião do grupo. Essa agregação pode ou não considerar a necessidade de obter um consenso (McKINNEY, 1997; CONTRERAS, 2008). Quanto mais divergentes forem as opiniões dos participantes, mais difícil fica para os modelos sintetizarem de maneira eficiente e justa os desejos de todos os decisores. Existe a possibilidade de que a recomendação final dos modelos não agrade a nenhum decisor, ou atenda apenas a uma parte deles, pois uma alternativa pode ser considerada muito boa para um decisor (ou um subconjunto do grupo de decisores) e ser também considerada muito ruim para outro decisor (ou outro subconjunto do grupo de decisores). Nos modelos multicritério baseados em funções de critério único de síntese, a intensidade de divergência entre os decisores acerca de uma solução não é considerada e uma das causas para a ausência de uma solução que satisfaça a todos os decisores é o efeito compensatório inerente a esse tipo de abordagem (BANA E COSTA, 1988).

Em processos de decisão colaborativa almeja-se que os decisores estejam dispostos a encontrar uma solução que seja boa ou aceitável para todos. Não se trata de um processo de negociação no contexto de cada parte buscar obter o máximo de vantagem em seu favor em

detrimento do interesse dos demais negociadores (DIAS; CLÍMACO, 2000). Busca-se, sim, uma solução conciliadora. Busca-se uma solução eficiente e que nenhum decisor saia da sala de reunião achando que foi prejudicado ou que sua opinião foi preterida. Entretanto, sabe-se que os modelos de decisão em grupo existentes não conseguem construir a chamada função de bem estar social proposta por Arrow (1950) e dessa forma agradar a todos os decisores.

O objetivo principal de um processo baseado num consenso é a busca de um acordo que possibilite a aceitação de uma recomendação final de solução em problema de decisão. Encontrar soluções através de considerações sobre o consenso requer um esforço especial por parte dos decisores e requer tempo para se alcançar uma decisão aceitável para todos os decisores. Ao adotar a busca do consenso, o processo decisório procura considerar a opinião das minorias, procura minimizar arrependimentos e deve considerar que todos os decisores estão dispostos a desistir de suas alternativas mais preferíveis em prol de alternativas mais conciliadoras (TJOSVOLD; FIELD, 1983).

A pergunta que norteia o desenvolvimento desse trabalho é se existe alguma forma de agregar as preferências individuais, obtidas através da metodologia da Teoria da Utilidade Multiatributo, em uma estrutura única, e ainda assim, minimizar uma possível insatisfação dos decisores quanto à recomendação final do modelo. Sabe-se que dentre os modelos mais comuns de agregação de preferências dos decisores destacam-se os modelos que fazem uso de uma função utilidade aditiva. Entretanto, os resultados obtidos na utilização de uma função aditiva não consideram a intensidade de aceitação que uma dada alternativa possui para todos os decisores. A informação dessa intensidade poderia ser útil na minimização de conflitos. Essa tese investiga a possibilidade de incorporar outros elementos a função utilidade aditiva de forma a minimizar os efeitos compensatórios do modelo e se existem outros mecanismos de agregação de preferências que permitam a obtenção de um consenso entre os decisores.

1.2 Objetivo geral

O objetivo geral desta tese é desenvolver dois novos modelos de decisão em grupo que permitam agregar as preferências individuais através de um critério único de síntese, mas que minimizem os conflitos que possam vir a existir entre os decisores.

1.3 Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta tese são:

- Investigar as dificuldades existentes na resolução de conflitos e na busca de consenso em processos decisórios envolvendo mais de um decisor;
- Propor modelos de decisão em grupo baseados em função de utilidade aditiva como mecanismo de agregação de preferências, que permitam obter recomendações de solução mais consensuais através da minimização dos problemas causados pelo efeito compensatório em alternativas consideradas conflituosas;
- Propor modelos de decisão em grupo baseados em critério único de síntese que permitam obter recomendações de solução mais consensuais, mas que fazem uso de elementos da álgebra vetorial e de medidas de distância entre alternativas para promover a busca de consenso entre os decisores, em substituição ao modelo aditivo tradicional.

1.4 Metodologia de pesquisa

A pesquisa baseada em modelos quantitativos pode ser vista como uma abordagem para geração racional do conhecimento (MEREDITH *et al.*, 1989 *apud* WILL *et al.*, 2002). Essa afirmação baseia-se na consideração de que é possível construir modelos objetivos que podem explicar (parte de) o comportamento real de processos operacionais ou que podem capturar (parte de) problemas de tomada de decisão que surgem para os gestores dos processos. Segundo Will *et al.* (2002) é importante considerar que as relações entre as variáveis utilizadas pelo modelo quantitativo sejam causais. Isto é, deve ficar claro que uma mudança de valor x numa variável, leva a uma mudança de valor $f(x)$ em outra variável. O termo “quantitativo” é adotado para explicar quantitativamente a mudança numa variável dependente (ou variável resposta) quando ocorre uma mudança numa variável independente. Como consequência, modelos cujos relacionamentos entre variáveis são causais e quantitativos podem ser utilizados para não somente explicar observações já ocorridas, mas também para previsões de estados futuros.

Neste trabalho de pesquisa optou-se pela construção de modelos quantitativos utilizando um tipo de pesquisa denominada axiomática e normativa. As pesquisas axiomáticas produzem conhecimento sobre o comportamento de um sistema, considerando o comportamento de algumas variáveis do modelo. Os métodos formais são utilizados para gerar esse

conhecimento (WILL *et al.*, 2002). Uma pesquisa normativa está primeiramente interessada em desenvolver políticas, estratégias e ações para melhorar os resultados disponíveis na literatura existente, bem como para encontrar uma solução ótima para uma nova definição de um problema ou para comparar várias estratégias para um problema específico (WILL *et al.*, 2002).

A metodologia adotada neste trabalho baseia-se no modelo de Mitroff *et al.* (1974) cuja proposta é dividida em quatro fases: contextualização, modelagem, aplicação do modelo e implantação dos resultados propostos pelo modelo. Nesta tese, abordaram-se apenas as três primeiras fases dessa metodologia.

Na fase de contextualização e concepção dos modelos. Nessa fase descreveu-se o problema e realizou-se um levantamento bibliográfico sobre o problema que está sendo estudado, posicionando o trabalho nesse contexto e definindo a relevância científica da pesquisa. Durante a concepção dos modelos procurou-se utilizar tanto quanto possível conceitos e termos já consolidados na literatura.

Na fase de modelagem estão as especificações dos modelos propostos. Procurou-se apresentá-los em linguagem formal, em termos matemáticos. O desenvolvimento dos modelos e a verificação de suas consistências estão incluídos nessa segunda fase da metodologia.

A terceira fase da metodologia envolve a aplicação do modelo para resolução de um dado problema. Nesta fase, uma aplicação numérica foi considerada e serviu para consolidar a aplicabilidade dos modelos e comparar com os resultados obtidos por outro modelo já consolidado na literatura. Os valores numéricos utilizados neste trabalho de pesquisa como resultado das avaliações das alternativas segundo os critérios adotados são fictícios. Entretanto, o processo de elicitação das preferências dos decisores utilizando a Teoria da Utilidade Multiatributo de fato ocorreu. Foi nesta fase da metodologia que se procurou consolidar as propostas dos modelos e fazer análises críticas acerca dos modelos propostos.

A quarta fase da metodologia proposta por Mitroff *et al.* (1974) envolve a implantação dos resultados obtidos pelo modelo, mas isso não foi feito nesta tese por não ter sido utilizado um problema real como proposta de estudo.

1.5 Estruturação da tese

Essa tese está estruturada da seguinte forma: no Capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica acerca do tema adotado para esse trabalho e destacam-se os principais conceitos que nortearam o desenvolvimento do mesmo; no Capítulo 3 discute-se um modelo que

combina a metodologia proposta pela Teoria de Utilidade Multiatributo com um fator redutor de utilidade informado pelos decisores. Busca-se nesse modelo promover a escolha de alternativas mais conciliadoras e aceitáveis por todos os decisores; no Capítulo 4 discute-se uma segunda proposta para um modelo de decisão em grupo que apresenta um diferencial ao modelo proposto no Capítulo 3 modificando a forma como as utilidades individuais são agregadas. Nesse novo modelo, busca-se uma forma de minimizar os problemas causados pelo efeito compensatório, típico dos modelos baseados em critérios únicos de síntese, mas também de continuar promovendo a recomendação de soluções mais consensuais. Por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho fazendo-se uma discussão sobre os aspectos abordados, destacando a contribuição dessa tese e propondo alguns trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE DECISÃO EM GRUPO

Neste capítulo faz-se uma breve contextualização da área de pesquisa na qual esse trabalho está baseado. Inicialmente apresenta-se uma visão geral sobre as principais linhas de abordagem multicritério existentes na literatura, destacando as duas principais correntes de pesquisa: a baseada em critério único de síntese e os modelos de sobreclassificação. Em seguida, introduzem-se os principais conceitos e dificuldades existentes quando se trata de decisão em grupo e por fim uma revisão bibliográfica acerca do problema de obtenção de consenso em decisões em grupo é apresentada. Os aspectos aqui discutidos serviram de subsídios para o desenvolvimento dos novos modelos de decisão em grupo, objetos desta tese.

2.1 Decisão multicritério

Tomar decisões é algo inerente ao ser humano. Algumas decisões são fáceis de serem tomadas. Outras nem tanto. Algumas só dependem de um decisor. Outras, de vários. Algumas implicam numa escolha. Outras, em uma ordenação ou classificação das opções existentes. Em todos os casos, os decisores fazem uso de um ou mais critérios para ajudá-los na resolução dos problemas.

Muitas vezes, o próprio decisor não percebe que está resolvendo um problema de decisão, nem qual critério está adotado. É quase instintivo. Entretanto, existem situações onde é necessário adotar vários critérios conflitantes. Segundo Zeleny *apud* Bana e Costa (1988), *“a tomada de decisão pode ser de forma simples definida como um esforço para resolver o dilema dos objetivos conflituosos, cuja presença impede a existência de ‘a solução ótima’ e nos conduz para a procura da ‘solução de melhor compromisso’”*. Neste caso, cabe ao decisor tomar sua decisão considerando seu conjunto de valores (isto é, suas crenças, desejos, sua ética e sua moral) e também dados que retornam da avaliação desses critérios sobre as alternativas existentes.

Os especialistas em decisão multicritério costumam dividir os métodos em três grandes abordagens: a de critério único de síntese, onde se faz a agregação de diferentes critérios através de uma função de síntese; a de sobreclassificação, baseada nos métodos de sobreclassificação; e os métodos interativos baseados em modelos de tentativa-e-erro (Roy,

1996). Nos próximos itens desta seção, discute-se um pouco mais sobre a definição de decisão multicritério e as duas primeiras correntes citadas acima.

2.1.1 Definição de decisão multicritério

A proposta dos modelos de apoio à decisão multicritério é fornecer ao decisor mecanismos para permitir que ele consiga resolver um problema de decisão onde muitas vezes pontos de vista (ou critérios) contraditórios precisam ser considerados (VINCKE, 1992). O foco é sempre o de apoiar o decisor, e não em descrever como as decisões precisam ser tomadas (BELTON; STEWART, 2002).

Existem três grandes mitos em torno das abordagens de apoio à decisão multicritério (BELTON; STEWART, 2002). O primeiro mito é o de que um modelo de decisão multicritério fornecerá a “resposta correta”. Não existe a “resposta correta”. O modelo deve fornecer um processo para a estruturação do problema, para a promoção de um mecanismo de discussão e de uma recomendação de solução e/ou subsídios para que o decisor faça sua escolha. A idéia de otimização não faz sentido no contexto de decisão multicritério (VINCKE, 1992). O segundo mito é o de que um modelo de decisão multicritério promove uma análise objetiva e livra o decisor da responsabilidade em tomar decisões difíceis. Todo o processo de tomada de decisão envolve subjetividade. Cada decisor tem sua forma particular de avaliar os critérios e definir os *tradeoffs* entre eles. O terceiro mito é o de que os modelos de apoio à decisão multicritério retiram do decisor o fardo pela decisão.

Um processo de decisão multicritério não começa quando o problema já está definido e estruturado, mas envolve a estruturação do problema como uma parte de todo o modelo de apoio à decisão (BELTON; STEWART, 2002). O processo, assim, poderia ser estruturado em três fases: a identificação do problema e a sua estruturação; a modelagem propriamente dita; e o desenvolvimento de um plano de ação baseado nos resultados obtidos com a manipulação do modelo.

Um modelo de decisão multicritério pode ser desenvolvido para considerar as preferências de um único decisor ou de vários. Mesmo num problema com um único decisor, vários *stakeholders* podem estar envolvidos e influenciando esse decisor. Num problema com vários decisores, as preferências de todos os decisores devem ser consideradas e agregadas. Um analista ou facilitador pode estar ou não presente ao longo do processo decisório (BANA E COSTA, 1988). Um problema de decisão multicritério pode ser definido como sendo uma

situação onde existe um conjunto de ações e uma família consistente de critérios para resolver um problema de escolha, de ordenação ou de classificação (VINCKE, 1992).

Para a adoção de qualquer modelo de decisão multicritério é necessário que seja feita a modelagem das preferências do decisor. Para tanto, assume-se que todo decisor é capaz de analisar duas ações a e b , e reagir de três formas possíveis (VINCKE, 1992):

- Preferir uma ação a outra;
- Ser indiferente entre as duas;
- Se recusar ou não ser capaz de compará-las.

As combinações entre “preferível”, “indiferente” e “incomparável” constroem a estrutura de preferência do decisor.

A determinação de que método deve ser adotado no processo decisório dependerá da problemática, do contexto ao qual o problema está inserido, do perfil dos decisores e de suas estruturas de preferência (GOMES *et al.*, 2009).

2.1.2 Teoria da Utilidade Multiatributo

O surgimento da Teoria da Utilidade Multiatributo (*Multiple Attribute Utility Theory* – MAUT) antecede o surgimento de uma visão mais ampla de apoio multicritério à decisão, onde o MAUT se enquadra em uma dentre várias opções de modelagem para problemas multicritério existentes na literatura.

Dentre todos os modelos existentes, a Teoria da Utilidade Multiatributo é a única que pode utilizar o termo “teoria”, uma vez que está baseada numa bem definida estrutura axiomática, herdada da Teoria da Utilidade. A Teoria da Utilidade Multiatributo estende a Teoria da Utilidade para problemas envolvendo mais de um atributo (ou critério) e considera, além da estrutura axiomática, a estrutura de preferência do decisor. O protocolo para estabelecimento das estruturas de preferência e seu alinhamento com os axiomas da teoria é chamado de elicitación (ou educação, para alguns autores) (CAMPELLO DE SOUZA, 2007).

A Teoria da Utilidade Multiatributo por seguir a Teoria da Utilidade possui “ligações” com outras teorias tais como a Teoria dos Jogos e a Teoria da Decisão (GOMES *et al.*, 2009). O elemento que enfatiza essa interligação é a existência da incerteza associada ao processo decisório. No caso da Teoria da Decisão, os estados da natureza, o conjunto de ações possíveis e as consequências esperadas conduzem a um estudo onde se procura determinar um curso de

ações que maximize a utilidade da consequência esperada em face à incerteza existente sobre o verdadeiro estado da natureza. Vários mecanismos probabilísticos estão envolvidos e são apresentados através de distribuições de probabilidade (CAMPELLO DE SOUZA, 2007). Na Teoria da Decisão, para cada ação existe um conjunto de consequências possíveis que dependerão do estado da natureza. Na Teoria da Utilidade Multiatributo, essas consequências são avaliadas segundo os vários critérios adotados.

A Teoria da Utilidade Multiatributo pertence ao grupo dos métodos de critério único de síntese e baseia-se num axioma fundamental: todo decisor tenta inconscientemente (ou implicitamente) maximizar alguma função $U = U(g_1, g_2, \dots, g_n)$, agregando através desta função todos os diferentes critérios g_j ($j = 1, \dots, n$) considerados para o problema (VINCKE, 1992). Essa função analítica chamada de função utilidade representa um índice de desejabilidade da consequência obtida pela escolha de um dado curso de ação. Essa função também representa a atitude do decisor diante do risco (propenso, avesso ou neutro). Na realidade, os g_j ($j = 1, \dots, n$) são as consequências das avaliações das alternativas segundo cada critério j . A Teoria da Utilidade Multiatributo considera a consistência da racionalidade humana, onde se assume que as preferências do decisor podem estabelecer uma pré-ordem completa (KEENEY; RAIFFA, 1976). Assim, é possível construir uma função que permita a ordenação de todas as alternativas, da melhor para a pior.

Os axiomas da Teoria da Utilidade foram apresentados por Von Neumann e Morgenstern em 1944 no livro *Theory of Games and Economic Behavior* (VON NEUMANN; MORGENSTERN *apud* CAMPELLO DE SOUZA, 2007). Devido ao forte embasamento probabilístico que a Teoria da Utilidade Multiatributo possui, as investigações necessárias para a construção da função utilidade e identificação do perfil do decisor são baseadas em loterias (CAMPELLO DE SOUZA, 2007). Uma loteria entre duas consequências A e B com a probabilidade p de ocorrer A e uma probabilidade $1-p$ de ocorrer B é apresentada da seguinte forma: $\langle A, p; B, 1-p \rangle$ ou $\langle A, p, B \rangle$. A expressão $pA + (1-p)B$ denomina-se loteria composta (GOMES *et al.*, 2009; KEENEY; RAIFFA, 1976).

Sejam $X_1, X_2, X_3, \dots \in \mathcal{P}^*$, onde X_1, X_2, X_3 são possíveis consequências e \mathcal{P}^* é o espaço de consequências, têm-se os seguintes axiomas da Teoria da Utilidade (CAMPELLO DE SOUZA, 2007):

Axioma 1. *Completeza (Ordem Total ou Linear)*: Dadas as consequências X_1 e X_2 podemos dizer que $X_1 \succ X_2$ (X_1 é preferível a X_2) ou $X_1 \sim X_2$ (X_1 é indiferente a X_2) ou

$X_2 \succ X_1$ (X_2 é preferível a X_1).

Axioma 2. *Transitividade*: Dadas as conseqüências X_1 , X_2 e X_3 podemos dizer que

- Se $X_1 \succ X_2$ e $X_2 \succ X_3 \Rightarrow X_1 \succ X_3$;
- Se $X_1 \sim X_2$ e $X_2 \sim X_3 \Rightarrow X_1 \sim X_3$;

Axioma 3. *Dominância*: Dadas as conseqüências X_1 , X_2 e X_3 podemos dizer que

- Se $X_1 \succ X_2$ e p é uma probabilidade ($1 \geq p > 0$), então para todo $X_3 \in \mathcal{P}^*$ a relação entre duas loterias é verdadeira: $pX_1 + (1-p)X_3 \succ pX_2 + (1-p)X_3$;
- Se $X_1 \sim X_2$ e p é uma probabilidade ($1 \geq p \geq 0$), então para todo $X_3 \in \mathcal{P}^*$ a relação entre duas loterias é verdadeira: $pX_1 + (1-p)X_3 \sim pX_2 + (1-p)X_3$;

Axioma 4. *Arquimediano*: Dadas as conseqüências X_1 , X_2 e X_3 e se $X_1 \succ X_2 \succ X_3$, então existem duas probabilidades p ($1 \geq p > 0$) e q ($1 \geq q > 0$), tais que $1 > p > q > 0$ e tais que $pX_1 + (1-p)X_3 \succ X_2 \succ qX_1 + (1-q)X_3$.

Quanto à modelagem de preferência, a Teoria da Utilidade Multiatributo admite apenas duas situações possíveis: preferência estrita e indiferença. É comum a notação **P** para denominar preferência estrita e **I** para denominar indiferença. Sendo assim, sejam duas alternativas a e b , pode-se obter apenas uma das seguintes afirmações como verdadeira: aPb , bPa ou aIb . Preferência estrita é uma relação irreflexiva, assimétrica e transitiva. Indiferença é uma relação reflexiva, simétrica e transitiva (GOMES *et al.*, 2009).

Tradeoffs entre critérios devem ser avaliados e são elementos chaves para a construção de uma função utilidade. Eles representam uma medida do quanto um decisor está disposto a aceitar como ganho em um critério para compensar a perda de uma unidade em outro critério. Note que a agregação imposta pelo modelo faz com que a Teoria da Utilidade Multiatributo seja um modelo compensatório. Isso significa que uma alternativa pode ser muito bem avaliada em um critério e ter um desempenho muito ruim em outro critério e ainda assim ter em sua avaliação global uma posição melhor que uma alternativa com desempenho mediano em ambos os critérios. Em alguns casos, a identificação precisa dos *tradeoffs* pode ser difícil, especialmente quando o critério não está numa escala numérica de razão. Os *tradeoffs* permitem a associação de “pesos” aos critérios que, na realidade, representam constante de escala entre todos os critérios (KEENEY; RAIFFA, 1976).

Quando mais de um critério é considerado, a função utilidade gerada precisa considerar alguns estudos sobre as condições de independência entre critérios. A forma da função utilidade depende das condições de independência dos critérios. Keeney (1992) define em quatro as principais condições de independência em problemas de múltiplos critérios: independência preferencial; independência com diferença fraca; independência em utilidade; e independência aditiva.

Um par de critérios $\{X_1, X_2\}$ é preferencialmente independente de outros critérios $X_3, X_4, X_5, \dots, X_N, \in \mathcal{P}^*$, onde \mathcal{P}^* é o espaço de consequências, se a ordem de preferência sobre as consequências envolvendo apenas mudanças nos níveis de X_1 e X_2 não depender de um nível particular dos demais critérios.

Um critério X_1 é independente com diferença fraca de outros critérios se a ordem da diferença de preferência entre pares de valores de X_1 não depende de um nível particular dos demais critérios $X_2, X_3, \dots, X_N, \in \mathcal{P}^*$, onde \mathcal{P}^* é o espaço de consequências.

Independência em utilidade detecta a independência de preferências do decisor entre critérios. Comparando-se dois critérios, diz-se que um critério é independente em utilidade de outro quando as preferências condicionais para loterias no primeiro critério não dependem de um nível particular do segundo critério. Pode acontecer de apenas um dos critérios ser independente em utilidade do outro, ou de ambos serem independentes entre si em utilidade (neste caso eles são mutuamente independentes) ou de nenhum dos dois critérios ser independente em utilidade do outro.

A independência aditiva é uma condição mais restritiva. Acontece quando dados dois pares de consequências A, C e B, D seja possível construir loterias onde o decisor seja indiferente entre elas. A Figura 2.1 ilustra um exemplo considerando dois critérios Y e Z e que y^1, y^*, z^1, z^* são valores de utilidade em Y e Z, respectivamente. Neste caso, as loterias são:

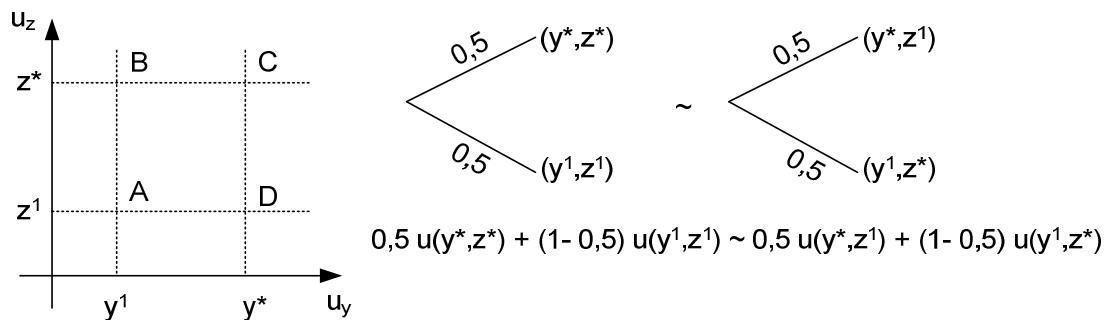


Figura 2.1. Independência aditiva

A independência aditiva permite a construção de um dos modelos mais comumente utilizados para funções de utilidade multiatributo, possuindo a forma aditiva conforme apresentado na Equação (2.1).

$$u(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N k_i u_i(x_i) \quad (2.1)$$

Onde existem N critérios, os k_i 's são as constantes de escala e $\sum_{i=1}^N k_i = 1$.

Quando a quantidade de critérios envolvidos num problema de decisão é grande, a complexidade do modelo aumenta. Assegurar a independência entre critérios e o atendimento a todos os axiomas da teoria pode ser uma tarefa bastante árdua. Por essa razão, alguns analistas ou mesmo decisores preferem relaxar as exigências e utilizar a Teoria da Utilidade Multiatributo como método em vez de uma teoria, tendo em mente que os resultados que serão obtidos deverão ser vistos como aproximações (GOMES *et al.*, 2009).

O procedimento de construção de funções de utilidade multiatributo pode ser dividido em cinco passos: Preparação para avaliação, explicando a metodologia para os decisores e identificando as características qualitativas consideradas relevantes; Identificar as afirmações de independência; Avaliar as funções utilidade condicionais e as curvas de isopreferência; Determinação das constantes de escala; e Verificação de consistência e reinteração (KEENEY; RAIFFA, 1976).

Uma das vantagens da Teoria da Utilidade Multiatributo é sua independência à inserção de alternativas irrelevantes (KEENEY; RAIFFA, 1976). Isto é, a inclusão de novas alternativas no processo decisório não altera a forma como as demais alternativas foram previamente avaliadas. A justificativa é que os valores das avaliações de cada alternativa segundo cada critério são independentes entre si (por exemplo, na compra de uma casa, o decisor pode considerar “área útil” como um critério. As “áreas úteis” das alternativas são independentes entre si) e também a função utilidade que representa a estrutura de preferência do decisor é sempre a mesma, independente da quantidade de alternativas avaliadas. Isso introduz uma robustez ao modelo.

Baseados na Teoria da Utilidade Multiatributo, pode-se citar métodos como o SMARTS e o SMARTER (EDWARDS; BARRON, 1994) que propõem facilitar o processo de elicitación dos pesos entre os critérios, obtendo as constantes de escala.

2.1.3 Métodos de sobreclassificação

Enquanto a abordagem de critério único de síntese segue princípios axiomáticos, pressupõe a comparabilidade total entre alternativas e considera a construção de uma função que sintetiza as preferências do decisor, a abordagem de sobreclassificação não tem como premissa a comparabilidade nem a busca de uma estrutura única.

Os métodos de sobreclassificação baseiam-se na construção de relações de subordinação (ou sobreclassificação) que incorporam as preferências do decisor diante do problema de decisão ao qual o mesmo está inserido. São métodos que realizam comparações par a par entre alternativas. Uma alternativa sobreclassifica outra, isto é, “*a sobreclassifica b*” se existirem argumentos suficientes para decidir que a alternativa *a* é tão boa quanto a alternativa *b*, e não existir razões suficientes para discordar dessa afirmação (ROY, 1996).

Usa-se a letra *S* para representar a relação de sobreclassificação.

a S b significa *a* sobreclassifica *b*;

Para os métodos de sobreclassificação, quatro situações básicas de preferência são possíveis: Indiferença (*I*), Preferência Estrita (*P*), Preferência Fraca (*Q*) e Incomparabilidade (*R*) (ROY, 1996).

Admitindo que *a* e *a'* são alternativas existentes no problema de decisão, em linhas gerais, tem-se que:

$$a S a' \text{ e } a' S a \Rightarrow a I a';$$

$$a S a' \text{ e } \text{não } (a' S a) \Rightarrow a P a' \text{ ou } a Q a' \text{ ou } a I a'$$

Um sistema básico de relação de sobreclassificação (*Basic System of Outranking Relations - BSOR*) pode ser definido como um sistema de relações de preferência onde *S* é não-vazio e onde:

- Se o sistema só possuir relação *S*: o BSOR é dito completo e total;
- Se o sistema é formado pelas relações (*S, R*), (*S, I*) ou (*S, I, R*): o BSOR é dito incompleto ou parcial.

A relação *S* pode ser simétrica ou assimétrica e assegura a transitividade. Já a relação *R* é simétrica, entretanto não assegura a existência da transitividade (*a R b* e *b R c* não implica que *a R c*). A relação *I* é reflexiva e simétrica.

Nesses métodos, aos critérios adotados são atribuídos pesos que representam a importância relativa entre os critérios na visão de um decisor. São métodos onde não há compensabilidade entre critérios e isso favorece a seleção de alternativas sem grandes discrepâncias em suas avaliações (ROY, 1996).

Alguns defensores dos modelos de sobreclassificação argumentam que nem sempre é necessária uma grande quantidade de informação ou de grandes esforços de modelagem para se chegar a uma recomendação de decisão. Citam o fato de que se é sabido que a alternativa *a* é preferível a *b* e *c*, então pouco importa a análise de preferência entre *b* e *c*. Argumentam também que a resolução de um problema de decisão é um processo temporal no qual as preferências do decisor vão evoluindo em função da inserção de novas informações. Nos modelos de sobreclassificação o fato do decisor não querer ou não ser capaz de decidir em um dado momento, seja por ausência de informações suficientes seja por incertezas associadas ao processo decisório, pode ser tratado como uma relação de incomparabilidade. Uma das vantagens alegadas pelos pesquisadores dessa área é que a incomparabilidade traz ao decisor a necessidade de entender mais sobre os aspectos do problema em questão e isso pode ser algo positivo. Por fim, argumenta-se que forçar o decisor a estabelecer uma pré-ordem completa como o MAUT faz, pode incorrer no risco de que essa pré-ordem completa ter sido estabelecida com dados que não são confiáveis (ALMEIDA; RAMOS, 2002).

Dentre os métodos de sobreclassificação mais conhecidos citam-se os da família ELECTRE e os da família PROMETHEE (BELTON; STEWART, 2002; VINCKE, 1992).

Qual método adotar?

Não existe a clara definição sobre qual abordagem é a melhor ou qual método é o mais eficiente. Como comentado na seção 2.1.1, o modelo adotado deve ser visto como um mecanismo de apoio ao decisor no processo de tomada de decisão. O que se deve ter em mente é que a escolha do método depende exclusivamente **estrutura de preferência** do decisor. Ao analista/facilitador cabe identificar o perfil do decisor e escolher o método que mais se adapta ao problema e a esse perfil.

2.2 Decisão em Grupo: Conceitos Básicos

Quando se considera apenas um único decisor, tanto a Teoria da Utilidade Multiatributo quanto os métodos de sobreclassificação estão bem contextualizados e os resultados tendem, quando bem aplicados, a ajudar ao decisor em sua tomada de decisão. Ao se estender esses modelos multiatributos existentes para situações envolvendo múltiplos decisores, outros fatores e considerações devem ser observados, dificultando a sua aplicação direta.

Nem sempre existe consenso entre os decisores. Considera-se consenso como a situação onde todos os decisores concordam com o resultado final. Os métodos baseados nas regras de

maioria, tais como o de votação, procuram minimizar a incerteza da decisão considerando que a probabilidade da maioria está mais próxima da escolha correta que o contrário. Isso significa que mesmo em processos colaborativos de decisão pode acontecer de nem todos os decisores ficarem satisfeitos com o resultado final. Por exemplo, o efeito compensatório dos métodos de critério único de síntese tais num modelo aditivo baseado na Teoria da Utilidade Multiatributo pode contribuir para geração de uma recomendação final que não representa a estrutura de preferência de nenhum decisor. Note que esse modelo aditivo sempre produzirá uma recomendação, pois se trata de um modelo matemático. Contudo essa recomendação não considera de quão conflitante e indesejável para alguns decisores ela possa ser.

Nesta seção discute-se o problema da construção de uma representação global das preferências dos decisores.

2.2.1 Agregação de entrada ou de saída

Existem dois tipos de agregação de preferências: as que são feitas no início do processo (entrada) e as que são feitas final do processo (saída) (DIAS; CLÍMACO, 2000). Considere um grupo de N decisores onde cada um possui um conjunto T_n de valores aceitáveis para os n ($n=1, \dots, N$) parâmetros estudados. Quando ocorre agregação no nível de entrada, significa que existe um operador $f(.)$ que agrega os T_n valores individuais em um único conjunto T de valores aceitáveis pelo grupo de decisores. Em seguida outro operador $e(.)$ é utilizado para apresentar todos os resultados possíveis considerando um método compatível com T . Em outras palavras, agrega-se todos os possíveis parâmetros e procura-se empregar um método multicritério para encontrar a recomendação da solução. Neste caso o método adotado entende o problema como se ele fosse de um único decisor.

Na agregação de saída, cada decisor tem suas preferências avaliadas separadamente utilizando-se um operador específico $e(.)$ e depois um outro operador $h(.)$ é empregado para agregar os resultados obtidos pelo emprego do operador $e(.)$ (DIAS; CLÍMACO, 2000). A escolha da melhor estratégia dependerá do problema a ser estudado.

Numa problemática de ordenação, a agregação de saída, por exemplo, ocorre quando se estabelece as funções utilidades individuais e se constrói ordenações individuais para depois se procurar alguma forma de agregar essas ordens numa única ordem global. Por outro lado, Munda (2008) afirma que em problemas sociais esse tipo de estratégia promove mais conflitos que os gerados pela agregação de entrada, pois a transparência do modelo fica comprometida. Neste caso, os decisores reúnem-se para estabelecer um conjunto comum de

alternativas, critérios e de *tradeoffs* entre critérios (ou os pesos dependendo do tipo do modelo adotado).

Enfim, é necessário que um acordo entre os decisores seja previamente estabelecido acerca de qual forma os decisores estão dispostos a interagir para que se possa empregar adequadamente um modelo multicritério.

2.2.2 Teorema da Impossibilidade de Arrow

Arrow (1950) demonstrou que não há um sistema de votação envolvendo três ou mais decisores capaz de gerar uma função de bem estar social, onde um conjunto de preferências individuais é transformado em uma única estrutura de preferência sem violar pelo menos uma das cinco propriedades do teorema que ele postulou: O Teorema da Impossibilidade de Arrow. Essas propriedades são: não-ditatorial; não-impositiva; possuir domínio irrestrito; possuir independência a alternativas irrelevantes; e ser uma função monotônica.

Propriedade 1. *Não-ditatorial*: A função de bem estar social não deve ser ditatorial. Isto é, deve considerar os desejos de vários decisores. Diz-se que uma função é ditatorial se existir um indivíduo tal que para toda alternativa as preferências desse indivíduo prevalecem sobre a preferência dos demais decisores;

Propriedade 2. *Não-impositiva*: A função de bem estar social não deve ser imposta. Diz-se que uma função de bem estar social é imposta se para algum par de alternativas distintas x e y , têm-se que $x R y$ (R representa a ordem da função social para algum conjunto de indivíduos) independente das ordens geradas por esses decisores individualmente.

Propriedade 3. *Domínio irrestrito*: A função de bem estar social deve considerar as preferências de todos os decisores para gerar uma ordem única e completa das escolhas do grupo. Assim, a função de bem estar social deve ser vista como um processo ou uma regra onde, para cada conjunto de ordens individuais (R_1, R_2, \dots, R_n), e considerando que alternativas são comuns a todos os decisores, existe uma ordem social para essas alternativas apresentadas (R).

Propriedade 4. *Independência a alternativas irrelevantes*: a função de bem estar social deve prover uma mesma ordem das preferências, tanto num subconjunto de opções quanto num conjunto completo de opções. Se

mudanças ocorrem nas ordens individuais devido à inclusão de alternativas irrelevantes, nenhum impacto deveria ocorrer na ordenação global do subconjunto de alternativas relevantes. Assim, sejam (R_1, R_2) e (R_1', R_2') são dois conjuntos de ordens individuais. Se para ambos os indivíduos duas alternativas x e y seguem uma ordem tal que $x R_i y$ se e somente se $x R_i' y$, então se espera que a escolha social das alternativas seja a mesma, independente se as ordens individuais são (R_1, R_2) ou (R_1', R_2') .

Propriedade 5. *Monotonicidade*: se um indivíduo modifica sua ordem de preferência, por exemplo, promovendo uma alternativa, então a ordem global de preferência deve responder apenas de duas formas: promovendo a alternativa ou não a modificando de posição. Nunca posicionado-a numa posição inferior.

As afirmações de Arrow poderiam ser resumidas da seguinte forma: sejam n decisores, onde cada um é capaz de estabelecer uma pré-ordem completa das consequências das possíveis ações, a informação contida nessas n pré-ordens não é suficiente para univocamente determinar outra pré-ordem completa que as agregue. Lembrando que uma pré-ordem envolve apenas as relações de preferência e indiferença entre pares de consequências. Diante dessa constatação, duas reações são possíveis: a primeira reação é a de que mais informação deve ser fornecida aos decisores de forma que os axiomas da Teoria da Utilidade de Von Newman e Morgenstern possam ser atendidos; a segunda reação baseia-se na adoção de uma estrutura menos rica que uma pré-ordem completa global tal como uma ordem parcial, uma relação quasi-transitiva, possibilidade de torneios, etc. (VINCKE, 1992).

Analisando as afirmações de Arrow, um modelo de agregação de preferências para construir uma pré-ordem completa deve atender a pelo menos três das propriedades por ele postuladas: domínio irrestrito, independência a alternativas irrelevantes e monotonicidade. Entretanto, se isso acontece é porque a função de bem estar social foi imposta (seja de maneira impositiva seja de maneira ditatorial). Isto é, a única ordenação capaz de respeitar a todos os axiomas deve coincidir com a ordenação proposta por um único decisor (MUNDA, 2008).

Em seu artigo original, Arrow batizou o teorema de *Teorema da Possibilidade*, onde como comentado anteriormente o autor advogava que para existir uma função de escolha

social as cinco propriedades deveriam ser atendidas, mas o mesmo ficou conhecido no meio científico como o Teorema da Impossibilidade de Arrow por enfatizar o fato de não ser possível atender a todas as propriedades do teorema simultaneamente.

2.2.3 Condorcet x Borda

É comum na sociedade moderna fazer-se uso de mecanismos de votação para ordenar e/ou selecionar a alternativa mais votada como uma manifestação democrática. O modelo mais antigo e comum dentre os sistemas de votação é o baseado na regra da pluralidade onde a alternativa que for ordenada na primeira posição mais vezes será considerada vencedora. Isto é, o candidato que receber mais votos é eleito (TJOSVOLD; FIELD, 1983). Entretanto, num modelo desse tipo, uma alternativa posta na primeira posição da lista ordenada pode também ter uma grande oposição contra ela. Na tentativa de solucionar esse problema, duas abordagens são amplamente discutidas na literatura: Borda e Condorcet.

Jean-Charles de Borda propôs em 1781 um modelo de contagem para sistemas de votação. Nesse modelo, cada decisor ordena as alternativas conforme suas preferências. Em seguida, cada decisor pontua essas alternativas segundo a posição que ela possui em sua ordenação. Assim, a alternativa localizada na última posição receberá zero ponto, a anterior um ponto, e assim por diante. Somam-se os pontos das alternativas. A alternativa com maior pontuação posicionar-se-á na primeira posição, seguida pela segunda colocada e assim por diante (YOUNG, 1988; MUNDA, 2008).

A abordagem de Borda pode ser generalizada como uma regra de votação baseada na intensidade de preferência. Três importantes considerações precisam ser destacadas: a primeira é a existência do efeito compensatório em função dos valores atribuídos às alternativas para cálculo das posições na ordem final; a segunda consideração é a de que o modelo de contagem de Borda é vulnerável a alternativas irrelevantes e à truncagem de preferência, significando que a inserção ou retirada de alternativas pode promover uma inversão na ordem de preferência do grupo; e a terceira, a propriedade de monotonicidade pode ser violada pela eliminação sucessiva de alternativas (BRAMS; TAYLOR, 1996; MUNDA, 2008). O método Borda privilegia alternativas com avaliações mais regulares entre todos os decisores do que aquelas com grandes divergências nas avaliações.

Por sua vez, o modelo Condorcet baseia-se na comparação par-a-par das alternativas. Na abordagem Condorcet, uma matriz de sobreclassificação é construída considerando para cada par de alternativas (a, b) quantos critérios “a alternativa a é considerada tão boa quanto a

alternativa *b*”. Considerando a propriedade da transitividade, uma ordenação final é determinada. O modelo Condorcet também viola o Teorema de Arrow, pois não existirá um “candidato Condorcet” se o resultado do uso da regra da maioria gerar um modelo intransitivo de preferências (esse problema é conhecido na literatura como paradoxo de votação ou paradoxo Condorcet). Uma característica do modelo Condorcet é que ele é não compensatório (YOUNG, 1988).

Na literatura discute-se que a abordagem Condorcet é mais adequada para problemas de ordenação ou quando se quer utilizar pesos como coeficientes de importância. Borda parece ser um modelo mais adequado para problemas de seleção (YOUNG, 1988).

2.2.4 Consenso

Consenso é uma palavra de origem latina e significa anuência, consentimento. Tradicionalmente, o consenso implica num acordo unânime entre todos os participantes (BEN-ARIEH; EASTON, 2007). O consenso pode ser representado por um grupo solidário em sentimentos e crenças. Por outro lado, o termo consentimento pode ser entendido como uma concordância ou aprovação por algo feito ou proposto por outro; um acordo voluntário entre pessoas. Por essa razão, é comum associar o termo consenso à negociação.

Negociações raramente são estritamente competitivas, mas os negociadores podem se comportar como se assim o fosse, enxergando os demais negociadores como oponentes em vez de colaboradores num processo de decisão cooperativa (RAIFFA, 1982). A necessidade de um acordo muitas vezes é interpretada como obter um consenso. Num processo de negociação deve existir uma “fase inicial” quando se objetiva a estrutura de negociação que conduzirá à construção de um consenso. Nessa fase de pré-negociação deve ficar claro (1) qual é o problema, (2) como se dará o processo de negociação e (3) a motivação de cada decisor envolvido (POITRAS; BOWEN, 2002). Esses três elementos devem servir como alicerces para que o processo de negociação atinja seu objetivo e a proposta discutida em Poitras e Bowen (2002) pode ser facilmente estendida para um processo de decisão em grupo.

Uma vez que unanimidade é algo difícil de acontecer, especialmente em grupos não-homogêneos, muitos fazem uso de processos de votação para resolução de conflitos e de tomada de decisão. Isso muitas vezes leva a processos que terminam com frustrações e podem ser considerados como coercivos. Um processo coercivo não é um consenso (McKINNEY, 1997). Consenso é um processo que decide o que é melhor para o grupo. Trata-se de uma decisão onde todos os decisores concordam em aceitá-la em prol da coletividade, mas isso não

significa que a decisão final seja a preferida nas avaliações individuais de todos os participantes (McKINNEY, 1997).

Ness e Hoffman (1998 *apud*. BEN-ARIEH; EASTON, 2007) apresentaram uma definição mais moderada para consenso, definindo-o como uma decisão que foi obtida quando a maioria dos participantes concorda com uma opinião e os outros poucos que se opunham a essa idéia pensam ter tido oportunidade suficiente de influenciar os demais quanto à escolha final. Assim, todos os participantes do grupo apóiam a decisão final.

Para obter um consenso algumas condições são necessárias (TJOSVOLD; FIELD, 1983):

- Todos os participantes devem estar alinhados quanto a um objetivo comum;
- Todos os participantes devem estar comprometidos em alcançar um consenso, muitas vezes requerendo paciência, tolerância e boa vontade dos decisores;
- Deve haver confiança entre os participantes do grupo para que haja um compartilhamento de opiniões, um maior comprometimento entre os decisores e direitos iguais para todos;
- Todos devem entender como se dará o processo decisório. Existem diversos tipos de procedimentos metodológicos para se obter o consenso, então isso deve ficar claro no início da reunião;
- Deve-se esperar uma participação ativa de todos os decisores já que a decisão final deve ser aceita por todos;
- A presença de um facilitador pode ajudar no encaminhamento dos trabalhos;
- Tempo não deve ser um fator limitador ao processo decisório.

Em geral, as abordagens para alcançar um consenso podem ser divididas em dois grandes grupos: Baseados no uso de um modelo matemático de agregação; Baseado na modificação das opiniões do grupo até a convergência de opiniões em um acordo (BEN-ARIEH; EASTON, 2007). Na primeira abordagem, algum tipo de acordo é definido e os decisores não precisam convergir em suas opiniões. Nessa abordagem, o consenso é obtido pela modificação dos pesos dos decisores ou é recalculado de forma que a diferença de opiniões entre os decisores seja minimizada. Neste caso, tem-se que o consenso é uma “opinião calculada” e pode refletir a opinião de nenhum decisor. Os modelos de votação e de decisão multicritério baseados em critério único de síntese ou em modelos de

sobreclassificação pertencem a essa abordagem. Na seção 2.3 discutem-se os problemas desses modelos na obtenção de um consenso.

Num segundo grupo de modelos para obtenção do consenso, os decisores estão dispostos a construir um acordo. Dentre vários modelos, os baseados nos métodos como Delphi (ANISSEH *et al.*, 2009) ou Técnica de Grupo Nominal (TGN) (SHYUR; SHIH, 2006) poderiam ser apresentados como exemplos (BERUVIDES, 1995). Nessa abordagem, a interação entre os participantes é extremamente necessária, pois os decisores precisam convergir para uma recomendação que atenda aos interesses comuns do grupo. Neste caso, o processo de tomada de decisão pode requerer mais tempo e recursos que o desejado. Na seção 2.3 apresenta-se o que está sendo proposto na literatura para esse tipo de abordagem.

2.3 Decisão em Grupo: Revisão Bibliográfica

Agregar as opiniões das pessoas é um problema crucial em qualquer sociedade (MONTERO, 2008). Ao tratar problemas envolvendo as preferências individuais três questões devem ser consideradas (WANG *et al.*, 2005): decidir sobre como as informações sobre as preferências individuais serão coletadas e representadas; resolver problemas de inconsistência nas preferências fornecidas pelos decisores; e definir como será a combinação das preferências dos decisores para obter uma recomendação final e/ou o consenso.

Os modelos típicos de decisão são: os sistemas de votação (BRAMS; TAYLOR, 1996), os modelos de decisão multicritério (VINCKE, 1992; KEENEY; RAIFFA, 1976; ROY, 1996) e os modelos de escolha social (KNIGHT; JOHNSON, 1994). As abordagens de tomada de decisão em grupo podem ou não focar o consenso. Os sistemas de votação e os modelos de decisão multicritério baseados em critério único de síntese ou em modelos de sobreclassificação são considerados **modelos de agregação**. A Teoria da Escolha Social estuda como medidas de interesses individuais ou de valores podem ser agregadas para alcançar uma decisão coletiva. Engloba, dentre outros estudos, os de Jean-Jacques Rousseau em O Contrato Social onde se discute a vontade da maioria versus a vontade geral (ROUSSEAU, 1968), os estudos de Condorcet (paradoxo da votação) (YOUNG, 1988) e de Arrow com o Teorema da Impossibilidade (ARROW, 1950). Em geral, os modelos desenvolvidos buscando uma decisão coletiva são considerados **modelos baseados em consenso**. Além dos modelos de escolha social, existem na literatura outras abordagens focadas na obtenção do consenso que serão discutidas nessa seção.

Sobre a Teoria da Democracia, van Mill (1996) apresenta duas diferentes correntes que lidam com conflitos de forma legítima: a primeira é defendida por Habermas, onde a resolução de conflitos é feita por deliberação e consenso; e a segunda é proposta por Arrow, Black e Riker onde as preferências individuais devem ser agregadas em um resultado social. Isto é, dentre os modelos baseados em consenso ainda encontram-se àqueles baseados na modificação das opiniões do grupo até a convergência de opiniões em um acordo; e os que utilizam modelos matemáticos mais complexos e iterativos e/ou associados a outras teorias.

2.3.1 Modelos de agregação

Os modelos de agregação buscam a recomendação de solução através de uma regra de cálculo (BEN-ARIEH; EASTON, 2007). Os sistemas de votação consideram a opinião da maioria, os modelos de decisão em grupo baseados em critério único de síntese, tais como o modelo aditivo, agregam as preferências individuais através de uma função analítica cujo efeito compensatório do modelo pode gerar um resultado que não agrada a todos. Por sua vez os modelos de sobreclassificação também agregam as opiniões dos decisores quando calculam as intensidades de preferência e de indiferença, ou de concordância e de discordância dos decisores sobre cada alternativa avaliada. Também não há garantias que os resultados agradem a todos os decisores. Sendo assim, percebe-se que esses modelos não objetivam o consenso, pois não é necessário que todos decisores concordem ou estejam satisfeitos com a recomendação final. Nesses modelos, os decisores não precisam alterar suas avaliações individuais nem suas estruturas de preferência. Prevalece a opinião da maioria como resultado final.

Quando as pessoas discordam entre si, mas precisam agir coletivamente, é comum utilizar-se algum tipo de mecanismo de votação para resolver os conflitos (RAIFFA, 1982). Os sistemas de votação contém regras para condução do processo de votação e para definição de como os votos serão agregados. Os sistemas de votação podem seguir uma regra de maioria ou uma representação proporcional. Em decisões baseadas na regra da maioria, os mecanismos de votação simples fazem com que a alternativa selecionada seja aquela aceita que recebe a maioria dos votos (TJOSVOLD; FIELD, 1983; BRAMS; TAYLOR, 1996). Dentre os mecanismos de representação proporcional citam-se: o sistema de transferência simplificada dos votos; o mecanismo de contagem de Borda; a votação acumulada; sistemas de decisores adicionais (BRAMS; TAYLOR, 1996). O princípio da representação

proporcional busca a oportunidade de promover a representatividade dos elementos do grupo, independente de facções ou interesses, proporcionalmente a sua quantidade. Entretanto, eles diferenciam-se entre si na forma como essa representação proporcional é alcançada, especialmente no tratamento das minorias (BRAMS; TAYLOR, 1996).

Não existe um procedimento de votação perfeito e os modelos existentes podem apresentar resultados diferentes. O modelo de transferência de votos envolve a eliminação sucessiva de alternativas menos votadas e a transferência desses votos para as alternativas mais votadas buscando a existência do candidato com a maioria dos votos. O problema desse modelo é a sua vulnerabilidade à truncagem de preferência e sua não-monotonicidade. Condorcet mostrou que o paradoxo da votação acontece quando toda alternativa pode superada por outra devido a existência de ciclos (a preferível a b , b preferível a c e c preferível a a), e consequentemente, inexistindo o candidato Condorcet. O método da contagem de Borda, conforme apresentado na seção 2.2.3, é vulnerável à truncagem de preferência e à inserção de alternativas irrelevantes. O modelo de votação acumulada, diferentemente dos dois outros modelos, solicita que os decisores expressem suas intensidades de preferência acerca das alternativas existentes. Entretanto sua aplicabilidade pode exigir um esforço operacional muito grande para a condução correta de todo o processo decisório. Por fim, o modelo da inserção de membros adicionais é adotado para garantir que as minorias terão sua representatividade assegurada inserindo a possibilidade de novos membros dentre os eleitos. Assim, se não houver restrições rígidas quanto ao número de eleitos, os artifícios propostos nesse modelo podem suprir as deficiências de não-monotonicidade e de manipulação de resultados dos modelos de o sistema de transferência simplificada dos votos e de contagem de Borda (BRAMS; TAYLOR, 1996).

Os problemas de decisão em grupo também podem ser classificados em cardinais e ordinais (CONTRERAS, 2008). Em problemas cardinais, os decisores devem expressar a preferência de uma alternativa sobre outra e também a intensidade dessa preferência. Neste caso, por exemplo, todas as alternativas precisam ser avaliadas pelos decisores e os axiomas da Teoria da Utilidade assegurados (CHEN; CHENG, 2009). Em problemas ordinais, os decisores precisam expressar apenas se preferem uma alternativa em relação à outra. Como esse tipo de problema requer menos informação, em geral é mais fácil elicitar as preferências dos decisores em problemas ordinais (CONTRERAS, 2008). Nessa segunda abordagem, a avaliação poderia ser feita considerando um subconjunto de alternativas envolvendo modelos de sobreclassificação. Em ambas as abordagens os resultados podem ser estabelecidos

segundo uma ordem completa ou uma ordem parcial (VINCKE, 1992; CHEN; CHENG, 2009).

Borda foi o primeiro a examinar o problema da agregação de preferências ordinais (CONTRERAS, 2008) através do seu sistema de pontuação. Em 1962, Kendall reapresentou o modelo de Borda em um *framework* estatístico. Esse modelo é conhecido na literatura como regra de Borda-Kendall (COOK; SEIFORD, 1982) e é considerado como a origem dos procedimentos de agregação de preferência conhecidos como regras de pontuação ponderadas (CONTRERAS, 2008).

Os modelos multicritério de apoio à decisão baseados em único decisor buscam fornecer subsídios para que seja possível ao tomador de decisão obter uma recomendação de solução e este que seja capaz de avaliar essa recomendação. Os modelos multicritério de apoio à decisão envolvendo múltiplos decisores também buscam obter uma recomendação comum de solução. Entretanto os modelos atuais precisam lidar com a dificuldade de agregação das preferências dos decisores, pois como apresentado na seção 2.2.2 sobre o Teorema da Impossibilidade de Arrow, não existe uma função que represente simultaneamente as preferências de todos os decisores sem que pelo menos uma das propriedades do teorema seja violada.

Assim como os modelos de votação são formas de agregação de preferências dos decisores, a abordagem da Teoria da Utilidade Multitributo poderia ser estendida para processos de decisão em grupo considerando que numa segunda etapa do modelo os decisores seriam vistos como critérios e estabelecendo-se uma função aditiva que os agregasse (IZ; GARDINER, 1993; CHAN *et al.*, 2006). Para os modelos de sobreclassificação, versões do ELECTRE e do PROMETHEE para decisões em grupo foram propostas, tais como o ELECTRE GD (LEYVA-LÓPEZ; FERNÁNDEZ-GONZÁLEZ, 2002) e PROMETHEE GDSS (MACHARIS *et al.*, 1998). Em outros casos, alguns dos modelos já existentes na abordagem monousuário foram utilizados como uma parte de um novo modelo proposto, como, por exemplo, o PROMETHEE II (HARALAMBOPOULOS; POLATIDIS, 2003). Em comum esses modelos não medem o quão conflituoso o resultado final possa ser. Baseiam-se na aplicação do modelo, fundamentados em regras de agregação pela preferência da maioria ou na decisão pela intensidade de preferência da maioria por uma alternativa qualquer.

Observa-se que quando tempo é um fator limitador para a tomada de decisão, os modelos de agregação são os mais adequados, pois os resultados são obtidos rapidamente e sem a necessidade de acordo entre os decisores. Após a elicitación das preferências

individuais, os modelos de agregação costumam ser de fácil entendimento pelos decisores e, em geral, possuem baixa complexidade computacional.

2.3.2 Modelos baseados em consenso

Como discutido na seção 2.2.4, consenso enquanto unanimidade pode ser algo difícil ou demorado de ocorrer. Quando se considera consenso como um acordo entre os decisores onde todos acreditam que estão escolhendo a melhor recomendação possível de solução, então os modelos que estão sendo propostos na literatura científica tomam força e relevante significado. Grupos que usam tomada de decisão baseada em consenso em geral trabalham em condições de cooperação que sobre condições de competição.

A Teoria da Escolha Social postula que eleitores têm preferências sobre os candidatos disponíveis, mas ela não define como, em suas ordens de preferência, esses eleitores podem definir uma “linha divisória” entre os candidatos aceitáveis e inaceitáveis. Os modelos de votação não perguntam aos eleitores para construir essa linha, ignorando-a (BRAMS; SANVER, 2009).

Em problemas de ordenação em um dado conjunto de alternativas para problemas de agregação de preferência ordinais, o trabalho de Kemeny (1959) é considerado como um marco e uma referência para os modelos que utilizam medidas de distância entre os *rankings* individuais para resolução desse tipo de problema. Vários outros modelos derivaram-se do modelo de Kemeny para resolução de problemas de preferência ordinais, tais como o de Cook *et al.* (1997), Cook (2006), o de Klamler *et al.* (2000), o de Klamler (2008) e o de Miller e Osherson (2009).

Entretanto, podem ocorrer situações onde os decisores podem achar que ordenar as alternativas é uma tarefa difícil de realizar, seja por falta de informação, seja por incapacidade de posicionar-se num dado momento. Na tentativa de resolver esse problema, uma das estratégias propostas é a utilização de modelos baseados na combinação de votação por aprovação de preferências, fazendo uso de modelos já propostos para problemas de negociação tal como o *Fallback Bargaining* (BRAMS; SANVER, 2009; BRAMS; KILGOUR, 2001). Dentre as vantagens desse modelo é que se pode inicialmente identificar alternativas consideradas suficientemente aceitáveis por todos os decisores para serem desafiadas e delas identificar possíveis ganhadores. Em seguida, combinam-se esses subconjuntos de preferências para a construção de uma lista ordenada das alternativas potencialmente ganhadoras para identificar a existência de uma aprovação majoritária. O que

o modelo de *Fallback Bargaining* advoga é que pela restrição do conjunto de alternativas pode-se buscar a alternativa vencedora de maneira mais confortável para os decisores.

Como citado anteriormente, os modelos baseados em consenso buscam uma decisão coletiva, aceita por todos os decisores livre de arrependimentos e/ou sentimentos de inveja e/ou frustrações. Esses modelos podem ou não basearem-se em modelos matemáticos. Dentre os baseados em modelos matemáticos destacam-se os que realizam cálculos de distância entre preferência dos decisores, os que realizam mineração de dados para resolução de conflitos, os baseados nas Teorias dos Grafos e na Teoria do Consenso, os que trabalham com informações imprecisas e os que procuram mecanismos de estruturação de problemas. Sobre esses modelos, comentam-se a seguir alguns trabalhos recentes da literatura científica:

São modelos que utilizam métricas tais como distância euclidiana, distância geométrica, distância de Hamming, distância máxima, etc. para medir a diferença que existe entre as avaliações dos decisores entre si, bem como entre os decisores e a recomendação final do grupo (XU; CHEN, 2008). Quando o objetivo é minimizar a possibilidade de divergências (e consequentemente, o conflito) entre decisores, os métodos baseados no cálculo da distância são bastante utilizados por não serem de grande complexidade computacional e de possibilitarem o fácil entendimento dos decisores. São, em geral, modelos de comparações par a par das alternativas baseados em métodos de sobreclassificação (MARTEL; KHÉLIFA, 2004).

Alguns autores argumentam que para que haja o consenso é preciso que haja diálogo entre os decisores de forma que alguns deles mudem de opinião e todos concordem com as mudanças (BEM-ARIEH; EASTON, 2007). Existe um custo para obter o consenso que envolve dentre outras tarefas a repetitividade dos questionários junto aos especialistas, longas conversas, visitas e entrevistas que escalonam os custos para alcançar o consenso. Não obstante, o custo para resolver uma ausência ou divergências de opiniões entre especialistas envolve, dentre outros aspectos, o processamento dessas opiniões, a manutenção do envolvimento do analista/facilitar, custos com diárias, com comunicações, etc. também deve ser considerado. Assim, é necessário encontrar o consenso de uma forma que minimize esses custos. Em Bem-Arieh e Easton (2007), o conceito de “consenso de custo mínimo” utilizado como uma ferramenta mediadora para encontrar o ponto ótimo de convergência entre todos os decisores é apresentado. Alguns estudos baseados em distância discutem como agregar as preferências dos decisores e as ordenações individuais para construir o consenso (TAVANA *et al.*, 2007; KRUGER; KEARNEY, 2008). A possibilidade de utilizar modelos híbridos

como os que combinam os modelos de Beck e de Lin (1983 *apud.* TAVANA *et al.*, 2007) e os de minimização do desacordo (ou distância) entre as ordens individuais através da resolução de problemas de programação linear (COOK; KRESS, 1985 *apud.* TAVANA *et al.*, 2007) permitiram a construção de modelos para resolver problemas de ordenação baseados em consenso. Entretanto, esses modelos não consideram a complexidade computacional que por ventura possa surgir com o aumento do número de alternativas e/ou decisores.

A desvantagem dos modelos apresentados é que os resultados variam de acordo com a métrica escolhida para medir a distância entre opiniões. A escolha da métrica é por si só um problema de decisão.

Quando recursos computacionais estão disponíveis, várias abordagens mais complexas podem ser adotadas, tais como mineração de dados, lógica *fuzzy*, teoria dos grafos, etc. Neste caso, algoritmos iterativos podem ser desenvolvidos de forma a auxiliar o decisor a entender o problema e a identificar, por exemplo, qual ranking pode ser considerado menos conflitante face às informações existentes sobre as preferências dos decisores.

Uma das abordagens presentes na literatura é a de mineração de dados (CHEN; CHENG, 2009). Além do uso de mineração de dados, alguns trabalhos fazendo uso de inteligência artificial e redes neurais (SINGH *et al.*, 2007) foram desenvolvidos. No que se refere à mineração de resultados mais consensuais, discute-se o problema de construção de ordenação global ou parcial baseados nas ordenações individuais das alternativas. Argumenta-se que os modelos que estendem o MAUT ou os métodos de sobreclassificação procuram de alguma forma forçar os decisores a fornecerem uma ordem global como solução para o problema, mesmo que isso seja uma tarefa árdua. Como solução propõe-se a descoberta de sequências de consenso máximo (*maximum consensus sequences*), onde essas sequências representam a maior possibilidade de alcançar um consenso entre a maioria dos decisores (CHEN; CHENG, 2009). Durante o processo decisório negociações com a minoria para resolução dos objetivos são necessários. O algoritmo identifica quais as alternativas conflitantes que precisam ser negociadas. A vantagem do modelo é que através de um processo iterativo de mineração de padrões (sejam de dados ou de perfil de decisores) e de comparações par a par entre alternativas pode obter sequências mais próximas de um consenso.

Como uma forma de modelar o entendimento do problema e trabalhar também com a necessidade de menos informações, alguns estudos utilizando a Teoria dos Grafos foram desenvolvidos e continuam sendo estudados (HIPEL, 2002; CAKLOVIC, 2003; HAMOUDA

et al., 2006). Esse tipo de modelo incorpora a intensidade de preferência dos decisores em um modelo baseado na Teoria dos Grafos para resolução de conflitos. São utilizados quando não há informações suficientes para se adotar modelos de preferência cardinais. Para determinação das estruturas denominadas de “intensidade de preferência” não se faz necessário a consideração de transitividade de preferências nem a imposição de restrições nas sequências de movimento dos decisores ao longo do grafo. Em um modelo de grafo para um dado conflito, um estado pode ser estável ou instável para um decisor sobre um específico “conceito de solução”. Conceitos de solução são descrições do comportamento humano sob conflito e têm sido definidos dentro do paradigma do modelo de grafo (HAMOUDA *et al.*, 2006).

Com o uso da Teoria dos Grafos, métricas para medidas de similaridade e de inconsistência dos resultados dos decisores podem ser propostas (CAKLOVIC, 2003). Aos decisores é solicitado que realizem comparações par a par entre as alternativas. O autor advoga que é possível calcular o fluxo do consenso e construir um grafo que represente esse fluxo, considerando todos os critérios e os pesos desses critérios (fornecidos pelo grupo). Os critérios são agrupados em clusters e as distâncias entre eles são calculadas e usadas no processo de decisão e resolução de conflitos. Os principais problemas dessa abordagem são: pode haver inconsistência de grupo quando mais de dois clusters são construídos e o modelo não consegue tratar esses cenários; e quando se realizou a análise de sensibilidade sobre a matriz de dissimilaridade, verificou-se que o modelo é bastante sensível.

O uso de modelos baseados na abordagem *fuzzy* e/ou em informações imprecisas para resolução de conflitos têm se tornado cada vez mais frequentes (CHENG, 2004). Os conjuntos *fuzzy* são capazes de representar a vagueza e a subjetividade inerente ao julgamento humano e porque os números *fuzzy* têm a habilidade de representar a tendência central e a divergência entre resultados ao longo do processo (CHENG, 2004). O conjunto de avaliações é visto como uma amostra da distribuição de probabilidade das possibilidades de resultados ao longo do processo decisório. Assim, através da determinação dos pesos e do espalhamento dos números *fuzzy* considerados, métodos de ordenação podem identificar a alternativa que possui a maior avaliação média e atrai um alto grau de consenso entre os decisores.

Existem diversas incertezas associadas ao processo de decisão em grupo, tais como o papel do decisor, suas estruturas de preferência e a determinação dos *tradeoff* entre critérios (EKEL *et al.*, 2008). A validação de resultados obtidos nessas situações de incerteza pode ser reduzida e por isso o uso da teoria dos conjuntos *fuzzy* pode ser interessante, pois promove

uma maior flexibilidade aos valores informados pelos decisores. A construção de cenários de consenso (sequências de alternativas, por exemplo) que possam ser utilizados como instrumento regulador e possam controlar os conflitos que venham surgir quando diferentes especialistas se confrontam, permite que a resolução do problema conduza a uma agregação consistente das opiniões dos decisores, mesmo em face às incertezas do ambiente. Nesse tipo de modelo, todas essas informações dos decisores (ordem de preferência, relações de preferência multiplicativa, funções utilidade, relações *fuzzy* de preferência, etc.) são transformadas em relações *fuzzy* de preferências e agregadas através de um modelo aditivo. Índices de concordância e discordância são calculados para estabelecer os níveis de consenso e definir os cenários de consenso que podem ser escolhidos.

Alguns autores discutem o problema da estruturação da linguagem a ser adotada nos problemas de decisão (MARTZ JR; SHEPHERD, 2004). Dentre as incertezas e imprecisões nas quais os decisores estão inseridos está o problema lingüístico (JIANG *et al.*, 2008). Resolver problemas de decisão em grupo gerados quando se avalia os critérios por uma escala ordinal (por exemplo, uma escala do tipo “muito bom – bom – médio – ruim – péssimo”) pode gerar conflitos por interpretações diferentes entre os decisores. Uma solução é aproximar a opinião do grupo com as opiniões individuais dos decisores utilizando modelos de programação linear para integrar as informações *fuzzy* e gerar a ordem global sobre as alternativas sem que seja necessário realizar algum tipo de transformação na informação.

Existem situações onde, num processo de decisão em grupo, os participantes são representantes de outros grupos (RAIFFA, 1982). A complexidade para se obter um consenso aumenta com a necessidade de que haja também um alinhamento inter-grupos. Uma das propostas encontradas na literatura é fazer uso de considerações acerca das diferenças inter-grupos em vez de *commonalities*, bem como fazendo uso de estratégias de isolamento antes de seguir para estratégias de cooperação (REUCK *et al.*, 2004). O uso de abordagens *fuzzy* em vez de modelos baseados em distância visa diminuir a complexidade de gerenciamento do modelo e as facilidades em readaptações face às mudanças nas preferências dos subgrupos.

O uso de abordagens *fuzzy* também pode ser combinado com modelos aditivos (CONTRERAS; MÁRMOL, 2007) e de sobreclassificação (DAMART *et al.*, 2007). Sabendo que os decisores forneceram informações imprecisas por não serem capazes de considerar um conjunto comum de pesos para os critérios, procura-se estabelecer relações de compromisso entre as preferências do grupo para poder obter relações de compromisso para um vetor de pesos. Da mesma forma, com modelos de sobreclassificação também são encontradas

situações onde os decisores deparam-se com a necessidade de que fornecer dados incertos ou imprecisos (DAMART *et al.*, 2007). Cabe ao modelo assegurar que todo o grupo convirja para um conjunto comum de avaliações robustas e de um vetor de pesos comum, bem como a necessidade de garantir a consistência tanto individual quanto coletiva dos decisores. Trata-se de um processo baseado no acordo progressivo (e, portanto, trata-se de um método iterativo) entre os decisores considerando uma ou poucas ações por vez.

Na busca de modelos voltados a soluções menos conflituosas alguns estudos incorporam trabalhos da Teoria do Consenso (DAY; MCMORRIS, 2003) e da Teoria da Perspectiva (LAHDELMA; SALMINEN, 2009). Em Day e McMorris (2003) discutiu-se que a Teoria do Consenso e diversas formas de construir uma estrutura (de dados, de idéias, de alternativas, etc.) que possibilite o fornecimento de mais informação útil para os decisores do que simplesmente uma estrutura transitiva de ordenação dos dados. Comparações e diferentes formas de ordenação poderiam ser analisadas para auxiliar a tomada de decisão. O quanto o emocional interfere na tomada de decisão em grupo para obtenção do consenso (THAGARD; KROON, 2006) e como tratar a obtenção de consenso em problemas envolvendo estruturas de preferência diferentes (HERRERA-VIEDMA *et al.*, 2002) também são objetos de estudo encontrados na literatura.

A Teoria da Perspectiva apesar de ter um excelente poder descritivista tem tipo pouca aplicação em decisões multicritério em grupo. A idéia básica da Teoria da Perspectiva é que alternativas podem ser avaliadas por diferentes funções em termos de perdas e ganhos considerando a um dado ponto de referência (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979). Em Lahdelma e Salminen (2009) propõem combinar a Teoria da Perspectiva com análises estocásticas multicritério de aceitabilidade (*Stochastic multicriteria acceptability analysis* – SMAA). Os SMAAs são métodos que permitem representar imprecisões, incertezas e informações parciais sobre os critérios e sobre as preferências dos decisores utilizando distribuições de probabilidade. Entretanto, os autores argumentam que mais estudos precisam ser feitos sobre o tema.

Analisando-se os modelos apresentados, percebe-se que existe uma necessidade de se obter modelos de apoio à decisão em grupo que forneçam aos decisores soluções mais consensuais. Os modelos de agregação não foram desenvolvidos para alcançar o consenso e por sua vez os modelos existentes para propor soluções mais consensuais exigem recursos computacionais mais complexos. Nota-se também que a complexidade dos modelos de consenso aumenta com o crescimento do número de decisores envolvidos o que pode ser um

fator limitador para os modelos, especialmente aqueles que fazem comparações par a par entre as preferências dos decisores.

Quanto à estruturação de problemas, nota-se que esse assunto é um dos grandes desafios do processo de decisão em grupo. Já nessa fase, os primeiros fatores complicadores para obtenção do consenso podem surgir. A utilização de metodologias *soft* (CHECKLAND, 1999) para estruturação de problemas com modelos multicritério de apoio à decisão pode auxiliar a condução de um processo decisório mais eficiente (PETKOV *et al.*, 2007). A necessidade de fornecer informações sobre preferências pode levar os decisores a promoverem inconsistência nos modelos. Estudos para identificar essa inconsistência de modelagem são realizados com o intuito de garantir os resultados do modelo (LIMAYEM; YANNOU, 2007) e checar a agregação das opiniões dos decisores de forma a minimizar o chamado “estresse social” (MONTERO, 1994).

Andersen *et al.* (2007) definem o termo “construção de modelos de grupo” (do inglês, *Group Model Building- GMB*) para referenciar as técnicas utilizadas na construção modelos de sistemas dinâmicos que trabalham diretamente com os decisores em problemas estratégicos de decisão. Eles propõem uma metodologia para elicitar as preferências dos decisores e estimular o comprometimento dos decisores na concepção do modelo, na sua formalização, análise e decisão.

Em Matsatsinis *et al.* (2005) é proposta uma metodologia baseada nos modelos de critério único de síntese que numa primeira etapa preocupa-se em definir o conjunto de critérios, o conjunto de alternativas e o peso dos decisores. Se todos os decisores concordarem com os resultados da primeira etapa, então o método segue para a segunda etapa, caso contrário retorna para o início e reavalía os dados iniciais. Na segunda etapa, as funções utilidade individuais e do grupo são calculadas e passa-se para a fase de medição da satisfação do grupo quanto ao resultado, comparando um valor gerado a partir do modelo com níveis pré-estabelecidos de satisfação. O atendimento ou não a esses níveis pode levar desde aceitação do resultado pelo grupo como a rejeição total e o retorno à primeira etapa.

Verificou-se que na literatura existem vários modelos desenvolvidos com o objetivo de promover o consenso em uma decisão em grupo, seja em problemas de seleção, escolha ou classificação. A maioria deles utiliza as idéias existentes nos métodos de sobreclassificação para construir modelos onde: procura-se por alternativas consideradas tão boas quanto outras para todos os decisores; segundo, procura-se estabelecer mecanismos para possibilitar que a minoria conseguia impor sua presença; e por fim, evitar o efeito compensatório dos métodos

baseados em critério único de síntese. Um fator complicador para o uso dos modelos baseados em consenso é a complexidade computacional exigida.

2.4 Conclusão do capítulo

Nesse capítulo apresentou-se a definição de decisão multicritério e discutiu-se sobre as duas principais correntes filosóficas: a dos métodos baseados em critério único de síntese no qual a Teoria da Utilidade Multiatributo está inserida e a dos métodos de sobreclassificação.

O consenso, e os modelos de agregação definem as estratégias nas quais os grupos tomam suas decisões (TJOSVOLD; FIELD, 1983). Note que o contexto cooperativo e competitivo do problema pode afetar o sucesso da abordagem selecionada (se pela agregação ou pelo consenso). O ambiente cooperativo ocorre quando as pessoas percebem que seus objetivos estão positivamente relacionados. Por sua vez, em competições, as pessoas acreditam que seus objetivos estão negativamente relacionados (isto é, a melhoria do objetivo de um decisor interfere no objetivo do outro). A ênfase do competitivo é vencer. A ênfase do cooperativo é trabalhar para um benefício comum.

Os modelos de agregação baseiam-se na regra da maioria. Será esta uma representação justa da decisão do grupo? As chamadas sociedades democráticas utilizam esses mecanismos de agregação para suportar as idéias de governo do povo e para o povo, advindas da Grécia Antiga. Entretanto mesmo no berço da democracia, destaca-se que mulheres, estrangeiros e escravos não tinham direito a participar das decisões. As vozes das minorias eram suprimidas. A democracia não é apenas apoiada em um procedimento de votação, mas também em um prévio processo deliberativo (MONTERO, 2008).

Existem na literatura vários modelos para decisão em grupo. Infelizmente, segundo o Teorema da Impossibilidade de Arrow não é possível construir um modelo que satisfaça as preferências de todos os decisores, logo o consenso como unanimidade só existe se todos os decisores possuírem a mesma estrutura de preferência.

Neste capítulo, alguns aspectos relevantes ao processo de decisão em grupo tais como o Teorema da Impossibilidade de Arrow e os problemas envolvendo as abordagens baseadas em procedimentos de votação para problemas de decisão em grupo foram apresentados. A regra da pluralidade é bastante usada na sociedade, porém não considera a intensidade de discordância sobre as alternativas. Na tentativa de considerar essa discordância e trazer à luz um processo de decisão mais democrático estão os métodos propostos por Condorcet e Borda. Condorcet é um modelo de sobreclassificação e, portanto, não compensatório. Borda é um

modelo de contagem, agregativo e, portanto, compensatório. A escolha de qual linha seguir dependerá das preferências dos decisores e da problemática.

Fez-se também uma breve apresentação do conceito de consenso. Em geral associa-se consenso a problemas de negociação, mas o mesmo pode ser empregado a problemas de decisão em grupo. Uma vez que unanimidade é algo difícil de acontecer, especialmente em grupos não-homogêneos, muitos fazem uso de processos de votação para resolução de conflitos e de tomada de decisão baseados na busca do consenso entre os decisores.

As abordagens para tomada de decisão em grupo podem ser classificadas em: baseadas em votação e em agregação de preferências e as baseada em consenso. Em modelos de votação, preocupa-se com a identificação da preferência da maioria, isto é, o resultado apresentado pelo grupo não está relacionado com a quão conflituosa a decisão final será. Os modelos de agregação de preferência baseados em modelos aditivos enquadram-se nessa abordagem. Os modelos tradicionais baseados na agregação aditiva não tratam do problema do consenso e sabe-se que o efeito compensatório do método pode gerar soluções que não satisfazem aos anseios dos decisores.

Entretanto, como visto no trabalho de Brams e Sanver (2009), desenvolvido para a problemática de escolha, a redução do conjunto de alternativas para um subconjunto aceitável por todos os decisores possibilita a obtenção da melhor alternativa. Essa redução do espaço de alternativas é obtida quando todos os decisores informam quais alternativas consideram aceitáveis. Para problemas de ordenação, a questão permanece em aberto e é onde o trabalho desta tese se propõe a resolver.

Em problemas de ordenação, a identificação de áreas de acordo ajuda os decisores a posicionarem-se melhor acerca do problema de decisão, mas não é suficiente. Os decisores precisam considerar todo o conjunto de alternativas, logo precisam identificar quais são as alternativas conflitantes e a intensidade desse conflito. Por outro lado, considerando os modelos baseados em consenso, percebe-se que muitos deles utilizam métricas para identificar a distância de opiniões entre os decisores.

Com base no levantamento bibliográfico sobre o estado da arte, percebe-se existe espaço na literatura para a construção de modelos de agregação que considerem o consenso como um elemento inerente ao modelo. A proposta para este trabalho, então, é verificar a possibilidade de construir novas métricas para modelos de agregação aditiva de preferência de forma a identificar a distância entre as opiniões do grupo. O conhecimento dessa distância permitirá trazer à luz informações que faltavam aos modelos compensatórios baseados em

funções de utilidade aditiva para torná-los modelos que suportam a tomada de decisão baseada em consenso.

3 MODELO DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO EM UM FATOR REDUTOR DE UTILIDADE

Um processo de decisão em grupo pode ser descrito segundo algumas características típicas: é baseado em objetivos fundamentais comuns; normalmente possui um conjunto bem definido de alternativas; a troca de informação pode reduzir incertezas e as discussões favorecem o crescimento do conhecimento sobre o problema. A votação é um recurso que pode ser adotado para resolver divergências, aceitando-se a opinião da maioria. Entretanto, a votação não busca identificar maneiras de atender aos anseios e visões de todos os decisores, isto é, a satisfação de todos decisores.

O foco dessa discussão é definir modelos que possam agregar as perspectivas individuais para alcançar um consenso ou pelo menos uma recomendação aceitável por todos os decisores.

Neste capítulo, apresenta-se uma variação à abordagem tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo (MAUT), introduzindo para tanto um mecanismo que procura beneficiar as alternativas mais conciliadoras e desfavorecer aquelas mais conflitantes.

3.1 Descrição do problema básico

Na abordagem tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo para decisões em grupo as utilidades individuais dos decisores são agregadas através de uma função aditiva para gerar uma função de utilidade global. Seja N o número de critérios e M o número de decisores, então se poderia escrever essa função global segundo a Equação (3.1).

$$u(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{j=1}^M w_j u_j(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (3.1)$$

Onde u_j é a função utilidade do decisor j e w_j representa o grau de importância, ou peso, desse participante no processo decisório (note que $\sum_{j=1}^M w_j = 1$).

A Equação (3.1) não garante que a solução final representa a preferência dos decisores, pois o efeito compensatório causado pela agregação das utilidades poderia gerar uma recomendação de solução que representa as preferências de nenhum decisor. Esse seria o pior

caso. O modelo também poderia satisfazer os interesses de parte dos decisores, remanescendo os demais sem que suas preferências fossem atendidas. Isso significa que algumas alternativas consideradas indesejáveis por um decisor (ou por alguns) poderiam ser selecionadas, gerando discussões, insatisfação, inveja, etc., o que pode vir a promover uma situação de conflito.

Para exemplificar melhor esse problema causado pelo efeito compensatório, considere dois decisores (DM1 e DM2) cujas racionalidades são consistentes e permitem a elicitación das suas estruturas de preferência e construção de suas funções individuais de utilidade conforme discutido na seção 2.1.2. A Figura 3.1 ilustra um cenário onde quatro alternativas (a, b, c, d) foram avaliadas individualmente segundo as preferências de cada decisor e cujos valores de utilidade são apresentados num plano cartesiano.

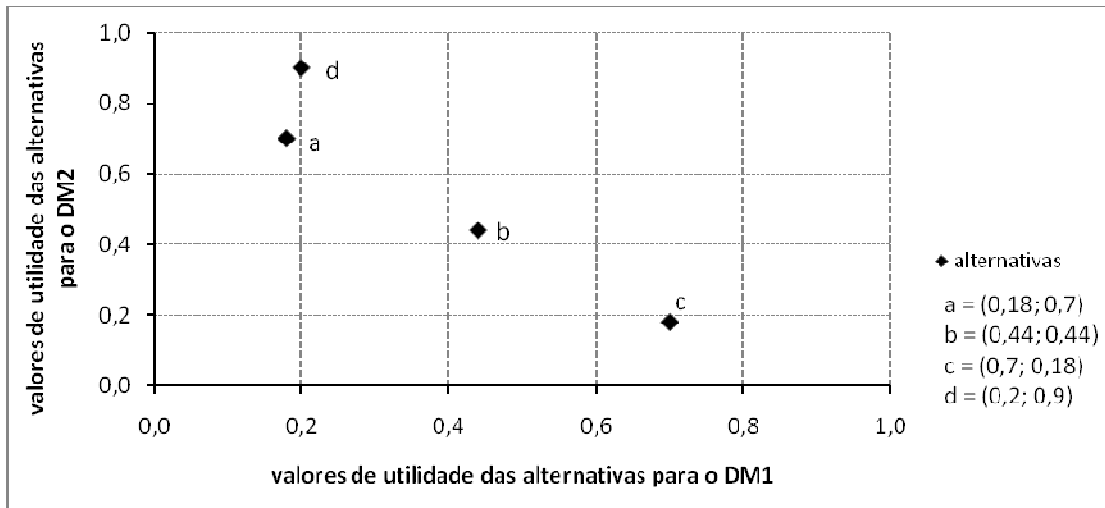


Figura 3.1. Alternativas avaliadas segundo as preferências dos decisores

Usando a Equação (3.1) e admitindo-se que todos os decisores possuem o mesmo peso ($w_{DM1} = w_{DM2} = 1/2$), tem-se que os valores de utilidade global das alternativas **a**, **b** e **c** são iguais e valem 0,44, pois:

$$u(a) = \frac{1}{2} * 0,18 + \frac{1}{2} * 0,7 = 0,44 \quad (3.2)$$

$$u(b) = \frac{1}{2} * 0,44 + \frac{1}{2} * 0,44 = 0,44 \quad (3.3)$$

$$u(c) = \frac{1}{2} * 0,7 + \frac{1}{2} * 0,18 = 0,44 \quad (3.4)$$

Por sua vez, a alternativa **d** possui o maior valor de utilidade global $u(d)=0,55$, visto que:

$$u(d) = \frac{1}{2} * 0,2 + \frac{1}{2} * 0,9 = 0,55 \quad (3.5)$$

De posse desses resultados numéricos, a pergunta que emerge é: Deveriam os decisores aceitar alternativa **d** como a recomendação final?

As estruturas de preferência dos decisores são:

$$DM1: c \text{ } P \text{ } b \text{ } P \text{ } d \text{ } P \text{ } a \quad DM2: d \text{ } P \text{ } a \text{ } P \text{ } b \text{ } P \text{ } c$$

P significa preferência estrita

Note que para o DM2 a alternativa **d** é a mais preferível, entretanto para o DM1 existem duas outras opções consideradas mais preferíveis que essa alternativa. Assim, não parece razoável que o DM1 aceite facilmente a alternativa **d** como a recomendação final. Trata-se de uma alternativa conflituosa e que não retrata a preferência de ambos os decisores.

Por outro lado, as alternativas **a** e **c** possuem o mesmo valor global, mas perspectivas diferentes entre os decisores. Enquanto a alternativa **c** é considerada a mais preferível para o DM1, ela é a pior opção na preferência do DM2. Assim como a alternativa **d**, essa alternativa também é conflituosa. O mesmo poder-se-ia dizer da alternativa **a**, já que ela é considerada a pior opção para o DM1 e não seria facilmente aceita por esse decisor.

Por fim, a alternativa **b** não possui o valor global mais alto nem as maiores preferências de nenhum decisor, mas, diferentemente, das demais alternativas, ela representa um consenso. Essa alternativa foi igualmente avaliada por todos os decisores e deveria ser a escolhida como a recomendação de solução para o problema de decisão em grupo. Não há conflito em torno da escolha dessa alternativa nem sentimentos de inveja ou de desfavorecimento.

O cenário de decisão apresentado nesse exemplo não é incomum e justifica o modelo que está sendo proposto nesse capítulo. Busca-se a possibilidade de construir um modelo de agregação de preferências onde os dois ou mais decisores estão dispostos a abandonar suas alternativas mais preferíveis e procurar por alternativas mais consensuais ou que resultem numa recomendação final livre de arrependimentos e conflitos.

A existência de pesos diferentes entre decisores ou a existência de um supradecisor certamente conduziria a um resultado diferente do que ora está sendo apresentado. Na agregação da utilidade dos decisores, os pesos são vistos como indicadores de intensidade de

preferência e não como *tradeoffs* entre decisores. Sendo assim, e sabendo que, a função utilidade dos decisores encontra-se em uma escala normalizada, não se fez estudos mais detalhados sobre o comportamento do resultado quando os decisores possuem pesos diferentes. Uma das razões é que se tentou tornar o modelo o mais igualitário possível, na esperança de se aproximar de decisões mais democráticas.

3.2 Modelo Proposto

O maior objetivo do modelo proposto é identificar alternativas que promovam mais facilmente um acordo, com menos arrependimentos, entre os decisores, identificando as alternativas que de algum modo possam promover um menor conflito entre os decisores. O modelo proposto é uma variação ao modelo aditivo tradicional e utiliza a Teoria da Utilidade Multiatributo para construir as funções utilidades individuais (DAHER *et al.*, 2008).

Admitindo-se que todos os decisores estão inseridos num processo colaborativo e dispostos a abrir mão de suas alternativas mais preferidas em prol de um resultado mais consensual, busca-se, através deste modelo, modificar o modelo tradicional de agregação aditiva e beneficiar as alternativas que seriam preteridas, penalizando as alternativas consideradas indesejáveis ou inaceitáveis por alguns decisores. Sabe-se que pelo efeito compensatório do modelo de agregação aditiva, algumas alternativas podem ser avaliadas com um valor de utilidade global maior do que alternativas menos conflituosas e aceitáveis por todos os decisores. O modelo, assim, procura incentivar a escolha de alternativas consideradas aceitáveis por todos os decisores, favorecendo a criação de um consenso em torno da recomendação de solução escolhida.

O modelo proposto pode ser dividido em duas etapas: a primeira é a determinação das estruturas de preferências de cada decisor. Através da Teoria da Utilidade Multiatributo, uma função utilidade é definida para cada decisor, considerando os vários critérios e seus *tradeoffs*. Para tanto, admite-se que os decisores são capazes de expressar suas preferências e indiferenças através de várias loterias. Ainda na primeira etapa do modelo, verificam-se as características dos decisores quanto à propensão ou aversão ao risco. Essa informação poderá ser útil na segunda etapa do modelo onde os participantes do processo decisório devem interagir e agregarem suas preferências. A segunda etapa dar-se-á através da agregação das preferências individuais em uma função de utilidade global aditiva. O modelo proposto diferencia-se da Teoria da Utilidade Multiatributo nesta segunda etapa e faz uso de novos

conceitos propostos nesse trabalho: limiar de veto, alternativa virtual e fator redutor de utilidade. Esses conceitos serão apresentados nas seções seguintes.

Não obstante a problemática apresentada como exemplo nesta tese seja a de ordenação, o modelo proposto pode ser adotado em outras problemáticas tais como seleção e classificação. Para tanto, poucas alterações no modelo são necessárias visto que numa problemática de seleção a solução pode vir pela escolha da primeira opção de uma lista ordenada de alternativas. Na problemática de classificação, uma etapa adicional seria incorporada ao modelo para a identificação dos perfis das classes que serão adotadas.

3.2.1 Limiar de veto

Seja α_i um número real, $\alpha_i \in [0,1]$. Diz-se que α_i é um **limiar de veto** se α_i for o menor valor de utilidade aceitável para o decisor i em um problema de decisão. Isto é, qualquer alternativa cuja utilidade seja avaliada como inferior a α_i será considerada uma alternativa conflituosa, pois será vista como indesejável ou como inaceitável para o decisor i . Assim, a depender da problemática envolvida, uma alternativa cujo valor de utilidade seja menor que α_i pode não deve ser considerada como uma solução ou recomendação no processo de decisão em grupo. Não se deve confundir o conceito aqui adotado com o limiar de discordância adotado nos modelos multicritérios de sobreclassificação. Não se trata de uma medição da intensidade de concordância ou discordância do grupo acerca de uma alternativa, mas sim, uma informação a mais sobre as preferências de cada decisor. O que se propõe é a introdução do conceito de veto aos modelos compensatórios.

Admite-se que todo decisor i é capaz de determinar um limiar de veto α_i . Cabe ao analista realizar uma análise de sensibilidade sobre os limiares informados pelos decisores e expor o impacto causado pelas variações desses valores sobre os resultados. Desta forma, os decisores podem entender ainda mais as suas preferências sobre as alternativas e sobre a visão que os outros decisores possuem das mesmas alternativas e como eles entendem o problema que está sendo discutido.

3.2.2 Alternativa virtual

Seja $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ um vetor formado por todos os limiares de veto de um grupo de n decisores. Diz-se que A_{α} é uma **alternativa virtual** cujas utilidades individuais compõem o

vetor $\vec{\alpha}$. A agregação das utilidades individuais do vetor $\vec{\alpha}$ determina a utilidade global de uma alternativa virtual.

Os limiares de veto e a alternativa virtual permitem a determinação de zonas de concordância e discordância entre os decisores. A identificação dessas zonas favorece um entendimento de quais alternativas são mais (ou menos) conflituosas tendo em vista a sua aceitação por todos os decisores, sua rejeição por todos os decisores e sua rejeição por pelo menos um decisor.

Graficamente fica mais fácil entender o papel da alternativa virtual e para isso utiliza-se um exemplo com dois decisores: DM1 e DM2. Nesse exemplo, toda alternativa A_j , $j=1,2,\dots,m$, onde m é o número de alternativas, pode ser representada pelo vetor $(u_{DM1}(A_j), u_{DM2}(A_j))$ e possui uma representação gráfica no plano cartesiano. As coordenadas $u_{DM1}(A_j)$ e $u_{DM2}(A_j)$ são os valores das utilidades individuais da alternativa A_j . A Figura 3.2 destaca os limiares de veto α_1 e α_2 e as quatro regiões definidas pela combinação deles.

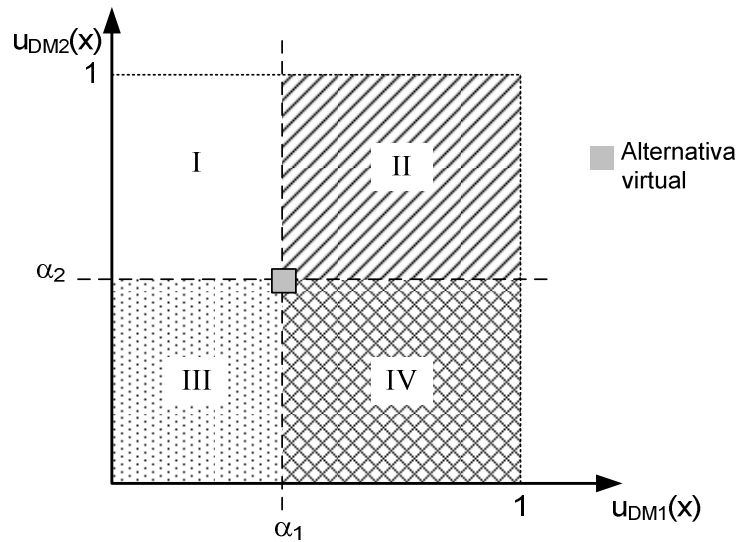


Figura 3.2. Identificação das regiões de concordância e discordância

Observando a Figura 3.2, nota-se que:

Região I: têm-se $u_{DM1}(A_j) < \alpha_1$ e $u_{DM2}(A_j) > \alpha_2$. Qualquer alternativa A_j que esteja localizada nessa região será considerada indesejável ou inaceitável pelo DM1;

Região II: têm-se $u_{DM1}(A_j) \geq \alpha_1$ e $u_{DM2}(A_j) \geq \alpha_2$. Qualquer alternativa A_j que esteja localizada nessa região será considerada aceitável pelos decisores DM1 e DM2;

Região III: têm-se $u_{DM1}(A_j) < \alpha_1$ e $u_{DM2}(A_j) < \alpha_2$. Qualquer alternativa A_j que esteja localizada nessa região será considerada indesejada ou inaceitável pelos decisores DM1 e DM2;

Região IV: têm-se $u_{DM1}(A_j) > \alpha_1$ e $u_{DM2}(A_j) < \alpha_2$. Qualquer alternativa A_j que esteja localizada nessa região será considerada indesejada ou inaceitável pelo decisor DM2;

Assim, as regiões I e IV são **regiões de discordância** e as alternativas que estão situadas nessas regiões são potenciais geradoras de conflito e de desapontamento caso venham a servir como solução ou recomendação de solução pelo grupo. Por outro lado, as alternativas localizadas na região III são aquelas que todos os decisores concordam que não devem ser indicadas como solução ou recomendação de solução pelo grupo. Trata-se, neste caso, de uma **região de concordância negativa**. E por fim, a região II também é uma região de concordância e deve ser a região onde os decisores devem focar os esforços para determinar uma recomendação de solução, visto que todos os decisores concordam em aceitar as alternativas que ali se posicionam. Trata-se de uma **região de concordância positiva**.

Considerando o modelo tradicional de agregação aditiva e que todos os decisores possuem o mesmo peso, segue-se que a alternativa virtual A_α possui a menor utilidade global dentre todas as alternativas possíveis da Região II. Isto é, qualquer alternativa A_j definida pelo vetor $(u_{DM1}(A_j), u_{DM2}(A_j))$, localizada graficamente nesta região de concordância positiva, terá sua utilidade global, no mínimo, igual a da alternativa virtual A_α .

Para um problema com mais de dois decisores, as quatro regiões continuam válidas. A região de concordância positiva será aquela onde todos os decisores concordam e aceitar as alternativas ali posicionadas; a região de concordância negativa representa a decisão comum de rejeitar todas as alternativas posicionadas nessa região; e as regiões de discordância serão aquelas onde pelo menos um decisor não considera aceitável ou desejável as alternativas dessas áreas. Caso seja propício, o modelo pode ser modificado para identificar outras regiões de discordância identificando claramente quantos decisores não aceitam uma dada alternativa.

3.2.3 Fator redutor de utilidade (FRU)

Como já discutido previamente, um dos grandes problemas dos métodos de critério único de síntese para decisões em grupo é o efeito compensatório. Dependendo de como as alternativas foram avaliadas pelos decisores, os resultados finais podem levar a uma situação que não satisfaz a nenhum dos participantes envolvidos no processo decisório ou só atender às

preferências de parte dos decisores. Esse quadro fica mais evidente quando há uma grande discrepância entre as avaliações individuais feitas para uma mesma alternativa.

O fator redutor de utilidade (FRU) foi definido para penalizar qualquer alternativa localizada numa região de discordância (como as regiões I e IV da Figura 3.2) cuja utilidade global é maior que a utilidade global da alternativa virtual. O FRU deve reduzir essa utilidade para um valor igual ou menor que o da utilidade global da alternativa virtual.

A proposta mais simples para o emprego do FRU é igualar a utilidade global de uma alternativa à utilidade global da alternativa virtual. Neste caso, num cenário com N critérios e M decisores, o modelo de agregação aditiva pode ser reescrito como apresentado na Equação (3.6):

$$u^*(x_1, x_2, \dots, x_N) = FRU * u(x_1, x_2, \dots, x_N) = FRU * \left[\sum_{j=1}^M w_j u_j(x_1, x_2, \dots, x_N) \right] \quad (3.6)$$

Onde,

$$u^*(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Função utilidade global considerando M decisores, N critérios e o uso do FRU no modelo.

FRU é o fator redutor de utilidade e pode assumir dois valores:

$$FRU = \frac{u(A_\alpha)}{u(x_1, x_2, \dots, x_N)},$$

Se a alternativa \mathbf{x} estiver numa zona de discordância e sua utilidade global pela agregação tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo for maior que a utilidade global de A_α a alternativa virtual.

$$FRU = 1,$$

Se a alternativa \mathbf{x} estiver numa zona de concordância ou se a alternativa \mathbf{x} se estiver numa zona de discordância, mas a sua utilidade global pela agregação tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo for menor que a utilidade global de A_α a alternativa virtual.

$$u_j(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Função utilidade do decisor j considerando N critérios construída utilizando a abordagem tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo.

W_j Peso do decisor j

$$u(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{j=1}^M w_j u_j(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Agregação aditiva das utilidades individuais baseada no modelo tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo considerando M decisores e N critérios.

3.2.4 Construção do modelo

Para o emprego do modelo, a presença do analista é fundamental. Ele é responsável pela condução de todo o processo decisório, guiando os decisores ao entendimento do problema, da metodologia adotada e dos conceitos envolvidos na mesma. O modelo é dividido em três etapas: a primeira refere-se à determinação das funções utilidade individuais utilizando a Teoria da Utilidade Multiatributo; a segunda etapa é a utilização de função utilidade aditiva que incorpora o FRU e identifica as zonas de concordância e discordância para agregar as preferências individuais dos decisores; e a terceira é a etapa de análise dos resultados para se chegar a uma recomendação de solução. A Figura 3.3 ilustra essas etapas.

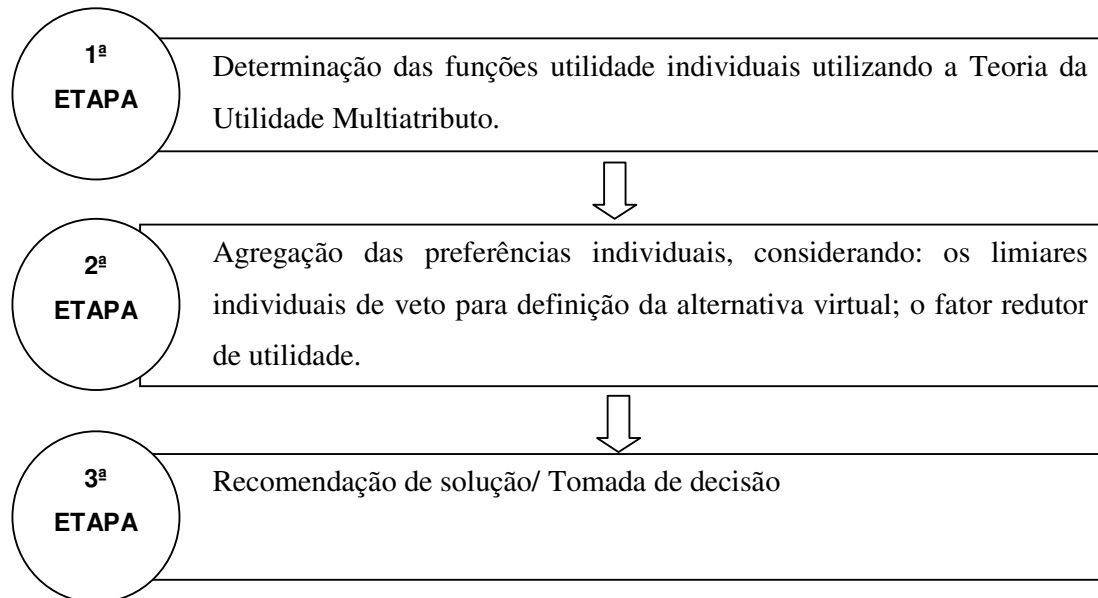


Figura 3.3. Etapas da construção e avaliação do modelo com FRU

Admite-se que todo o processo que antecede a aplicação do modelo tais como a estruturação do problema, definição dos critérios a serem adotados e de quais alternativas serão avaliadas foi realizado previamente e encontra-se bem definido e aceito por todos os decisores.

1ª ETAPA:

O procedimento para elicitare as preferências dos decisores e construir as funções de utilidade multiatributo segue a metodologia proposta por Keeney e Raiffa (1976). Essa metodologia é apresentada em cinco passos:

- Primeiro passo: *Introdução da terminologia e das idéias envolvidas na modelagem do problema.* É importante que o analista reúna inicialmente todos os decisores para nivelar os conhecimentos e dirimir todas as suas dúvidas antes de realizar o processo de elicitação. Os decisores devem entender que não há uma preferência correta e sim a representação dos sentimentos de cada decisor. Sendo assim, para cada decisor deverá existir uma função utilidade. A qualquer momento o decisor pode alterar alguma informação já fornecida, pois um dos propósitos da análise de utilidade é ajudar o decisor a pensar sobre suas preferências. Todo decisor deve entender o significado da representação do espaço de consequências e ser capaz de manifestar sua preferência sobre elas.
- Segundo passo: *Identificação das condições de independência entre critérios.* A definição dos critérios a serem adotados pode ser tomada em conjunto ou já ter sido previamente estabelecida. Entretanto, cabe ao analista checar as condições de independência entre critérios para poder construir adequadamente as funções utilidade de cada decisor. Para tanto, diversas loterias sobre o espaço de consequências deverão ser feitas para identificar se existe independência em utilidade ou independência aditiva entre critérios. Sabe-se que à medida que o número de critérios aumenta, a complexidade para realizar esse tipo de investigação também aumenta.
- Terceiro passo: *Identificando as funções utilidade condicionais.* Considerando as propriedades de independência em utilidade e independência aditiva, cada critério pode ser avaliado separadamente. Para construir as funções utilidade unidimensionais, Keeney e Raiffa (1976) estabelecem a necessidade de avaliar os aspectos qualitativos da função, dentre elas: a verificação se a função é ou não, monotônica; qual o perfil de risco do decisor – propenso, avesso ou neutro; e se a função é monotonicamente crescente ou decrescente. Algumas loterias são

apresentadas ao decisor para que seja possível determinar os equivalentes certos, que por sua vez permitiram que, através de técnicas de regressão, a função utilidade monocritério possa ser estabelecida.

- Quarto passo: *Avaliação das constantes de escala*. As constantes de escala representam tradeoffs entre os critérios. Segundo Keeney e Raiffa (1976) para avaliar n constantes de escala é necessário gerar n equações independentes e resolvê-las. Autores como Edwards e Barron (1994) propuseram alguns procedimentos para facilitar o processo de determinação das constantes de escala.
- Quinto passo: *Verificação de consistência*. Segundo Keeney e Raiffa (1976) trata-se de verificar possíveis falhas no modelo. Para tanto, alguns mecanismos são: escolher outras loterias e verificar a consistência entre as respostas apresentadas pelo decisor e as do modelo; realizar de análises de sensibilidade sobre as constantes de escala.

Em qualquer um dos passos acima citados, o decisor pode retornar a um dos passos anteriores caso sinta necessidade de rever suas avaliações ou o analista perceba alguma inconsistência nos resultados e conduza o decisor a rever suas avaliações.

Estabelecidas as funções de utilidade individuais é possível avaliar cada alternativa segundo a visão de cada decisor.

2ª ETAPA:

A etapa seguinte é responsável pela identificação dos limiares de veto, da alternativa virtual e pelo cálculo das utilidades globais de cada alternativa considerando a necessidade ou não, da utilização do FRU.

O primeiro passo da segunda etapa é identificar os limiares de veto de cada decisor. Conforme discutido na seção 3.2.1 admite-se que cada decisor é capaz entender o significado desse limiar e de fornecer um valor para ele. A combinação desses limiares de veto permitirá identificar a alternativa virtual cujo valor de utilidade global poderá ser utilizado na determinação do FRU.

O segundo passo dessa segunda etapa é o cálculo das utilidades globais das alternativas segundo o modelo aditivo tradicional e a identificação de qual região (concordância positiva, concordância negativa ou discordâncias) cada alternativa se encontra. Essas regiões foram comentadas na seção 3.2.2.

O terceiro, e último, passo dessa etapa é recalcular as utilidades globais das alternativas segundo a Equação (3.6), considerando agora o uso do FRU.

3ª ETAPA:

Com os valores finais de utilidade global de cada alternativa, o analista pode apresentar os resultados para discussão em grupo. Em um problema de escolha, por exemplo, a solução recomendada será aquela que possuir o maior valor de utilidade e certamente estará situada na região de concordância positiva (por exemplo, a região II da Figura 3.2) uma vez que nenhuma alternativa situada fora dessa região terá valor de utilidade maior do que qualquer valor de utilidade possível de ser obtido dessa região de concordância positiva. Como citado anteriormente, o menor valor de utilidade encontrado nessa região é justamente o da utilidade da alternativa virtual. Num problema de ordenação, pode acontecer de várias alternativas terem suas utilidades globais reduzidas pelo FRU e serem tratadas como indiferentes. Entretanto, isso não deve ser visto com um aspecto negativo, pois prevalece o objetivo de priorizar as alternativas menos conflituosas, buscando, assim, minimizar os conflitos de uma decisão em grupo.

É relevante destacar que é possível que algum(ns) decisor(es) julgue(m) difícil identificar claramente o valor exato do(s) seu(s) limiar(es) de utilidade. Para isso, cabe ao analista realizar análises de sensibilidade no modelo, variando os valores dos limiares, para que os decisores sintam-se confortáveis em aceitar os resultados que forem encontrados.

3.3 Aplicação numérica do modelo

Uma aplicação numérica foi desenvolvida para melhor exemplificar o modelo proposto. Na metodologia de pesquisa proposta por Mitroff *et al.* (1974 *apud* WILL *et al.*, 2002) é a fase de aplicação do modelo para resolução do problema. O cenário adotado é fictício, porém plenamente factível. O contexto escolhido foi o de alocação de investimento em automação por uma empresa de saneamento (DAHER; ALMEIDA; 2007). O processo de elicitação das preferências individuais de fato aconteceu, considerando os decisores com os perfis citados no

problema, porém as alternativas e os valores numéricos aqui adotados são fictícios. A escolha dos critérios foi discutida com os decisores, buscando-se identificar a independência entre os critérios e a sua aplicabilidade, porém não coube aos decisores a escolha final dos critérios que seriam adotados neste trabalho. Essa decisão ficou a cargo da autora deste trabalho de pesquisa.

Os resultados obtidos pelo modelo proposto foram comparados com os obtidos pelo modelo aditivo tradicional. Esse recurso comparativo foi adotado como uma forma de verificação do modelo, de identificação das suas vantagens e desvantagens e de entendimento de suas limitações.

3.3.1 O problema

Uma empresa de saneamento necessita decidir como alocar uma verba para investimentos em automação nos sistemas de adução e distribuição de água, durante os próximos quatro anos. A captação de água e o seu tratamento não estão contemplados nesse problema devido à maior complexidade na automação do processo.

O problema envolve múltiplos objetivos e múltiplos decisores que divergem entre si quanto aos interesses na escolha das alternativas. Para facilitar o estudo, apenas dois critérios de avaliação serão adotados: a redução dos custos operacionais (pessoal, energia, manutenção, etc.) em unidade monetária, e o percentual de redução das perdas de água se todos os investimentos necessários forem feitos.

Geograficamente, o Estado atendido por essa empresa pode ser dividido em três regiões: R1, R2 e R3. Elas divergem em termos do número de habitantes, investimentos em indústrias e em agricultura, qualidade de vida dos habitantes, nível educacional, capacidade da infraestrutura de abastecimento de água já existente e disponibilidade de recursos hídricos. Por razões operacionais essas três regiões foram divididas em 20 (vinte) áreas menores (A_i), sendo que: A_1 a A_6 pertencem a R1; A_7 a A_{13} pertencem a R2 e A_{14} a A_{20} pertencem a R3. Por razões políticas, pelo menos uma área de cada uma das três macroregiões deve ser atendida em cada ano e como não há verba para atender a todas as áreas, caberá aos decisores determinarem quais regiões serão beneficiadas e em que ano suas obras serão iniciadas.

Cada uma dessas 20 áreas possui uma capacidade operacional diferente que depende da quantidade de unidades operacionais (também conhecidas como “estações”) que nelas existem. Entende-se por estações: as estações de tratamento de água, as estações elevatórias,

os reservatórios e os poços profundos. Cada estação possui uma necessidade de automação diferente que depende do seu tipo, do seu porte, do estado atual dos equipamentos nela existente, das necessidades operacionais dos sistemas de abastecimento de água a que pertencem e das facilidades de comunicação com o Centro de Controle Operacional. Sendo assim, o valor do investimento necessário em cada área não é o mesmo.

A equipe técnica fez um levantamento dos custos necessários para automatizar e melhorar a operação do sistema nas 20 áreas do Estado. A Tabela 3.1 apresenta esses valores. Para essa empreitada, a empresa disponibilizou um recurso orçamentário de 100 unidades monetárias para ser distribuído ao longo dos quatro anos. As áreas foram avaliadas segundo os critérios acima mencionados e os valores são apresentados na Tabela 3.2. As áreas operacionais são as alternativas adotadas pelo modelo.

Tabela 3.1. Total de investimento necessário para cada área operacional da empresa (em unidades monetárias)

ÁREA	\$ (unidade monetária)	ÁREA	\$ (unidade monetária)
A ₁	8	A ₁₁	9
A ₂	4	A ₁₂	4
A ₃	10	A ₁₃	3
A ₄	9	A ₁₄	10
A ₅	8	A ₁₅	5
A ₆	7	A ₁₆	5
A ₇	6	A ₁₇	7
A ₈	3	A ₁₈	3
A ₉	4	A ₁₉	2
A ₁₀	8	A ₂₀	10

Os decisores envolvidos nesse processo de decisão em grupo são três. Dois deles pertencem ao quadro funcional da empresa e o terceiro, ao governo. São eles:

- Gerente de Operações (DM1);
- Gerente Financeiro (DM2);
- Representante do Governo (DM3).

Tabela 3.2. Avaliação das alternativas segundo os critérios adotados pelo modelo

Área	Redução dos custos operacionais (em unidades monetárias)	Percentual de redução de perda de água (%)	Área	Redução dos custos operacionais (em unidades monetárias)	Percentual de redução de perda de água (%)
A ₁	2	4	A ₁₁	5	15
A ₂	10	40	A ₁₂	15	17
A ₃	5	18	A ₁₃	2	8
A ₄	15	15	A ₁₄	3	24
A ₅	2	9	A ₁₅	12	15
A ₆	3	18	A ₁₆	9	13
A ₇	6	5	A ₁₇	7	20
A ₈	15	12	A ₁₈	10	9
A ₉	5	21	A ₁₉	5	8
A ₁₀	9	16	A ₂₀	2	13

O maior objetivo do Gerente de Operações é melhorar a operação dos sistemas de abastecimento de água da empresa e identificar o quanto os mesmos serão afetados/melhorados quando as intervenções necessárias forem feitas. Trata-se de um decisor com grandes conhecimentos sobre a planta operacional da empresa e sobre o que deveria ser feito para melhorá-la. Ele tem consciência que outros tipos de investimentos, além da automação, necessitam ser feitos para se alcançar uma excelente eficiência operacional. Para esse decisor algumas áreas estão funcionando como um gargalo e precisam de atenção urgente, mesmo que isso não seja economicamente favorável no momento devido à necessidade de consumir um valor maior sobre a verba disponível.

O Gerente Financeiro entende o problema e a necessidade de investimentos nesse segmento da empresa, mas ele acredita que quanto mais áreas puderem ser atendidas, melhor. Seu interesse é reduzir o número de operadores e, assim, diminuir gastos. Ele discorda do Gerente de Operação quanto às áreas e a ordem com que devam ser atendidas.

Apesar de ser uma empresa pública e de seus dirigentes terem certa autonomia, o Governo do Estado pode influenciar na escolha de algumas áreas que sejam consideradas estratégica e politicamente interessantes. O Representante do Governo muitas vezes não está preocupado com aspectos técnicos e operacionais na escolha das áreas beneficiadas nem com retornos financeiros à empresa.

Um analista/facilitador é necessário para condução do processo de decisão em grupo. Não se faz necessário que as eliciações de preferência dos decisores sejam feitas em grupo. Essa fase do processo poderia ser feita em encontros separados entre o analista/facilitador e cada decisor. Todavia é importante que no início dos trabalhos uma reunião com a presença de todos os decisores seja promovida com o intuito de esclarecer os objetivos do processo decisório e como funciona a metodologia adotada. É importante deixar explícito que não existe uma resposta certa ou errada e que todos os decisores são livres para expressar suas idéias e opiniões, sem julgamentos.

De posse dos resultados, o analista/facilitador convocará uma nova reunião para apresentação dos resultados. Nessa reunião os decisores podem entender mais sobre as perspectivas dos demais decisores, sobre o problema, e aceitar/rejeitar a recomendação de solução proposta pelo modelo. É importante ressaltar que num processo onde deve haver diálogo, é possível que alguns decisores revejam seus pontos de vista e alterem suas preferências. Trata-se de um processo cíclico, que pode ser revisto a qualquer momento e modificado caso seja necessário.

3.3.2 Identificação das preferências individuais dos decisores

Para o problema em questão, os decisores devem conjuntamente fornecer uma ordem de preferência para as áreas a serem selecionadas. Para tanto suas preferências individuais foram elicitadas e uma função de utilidade para cada decisor foi construída segundo os princípios da Teoria da Utilidade Multiatributo.

Seguindo as instruções propostas por Keeney e Raiffa (1976) e apresentadas na seção 3.2.4, a independência de utilidade entre os critérios foi analisada e, para esse problema, o modelo aditivo poderá ser adotado. O *range* de cada critério foi identificado: para o critério “redução dos custos operacionais” a faixa de valores vai de 0 a 100 unidades monetárias e para o critério “percentual de redução de perda de água” a faixa de valores vai de 0 a 100%. Faixas de valores permitem que as funções utilidade possam ser construídas e os *tradeoffs* estabelecidos.

Em seguida, várias loterias foram propostas e vários equivalentes certos foram coletados para que as funções utilidade marginais pudessem ser construídas para cada critério por cada decisor. Para determinação de alguns pontos da função utilidade de cada decisor em cada critério, várias loterias do tipo $\langle x_i, 50, x_j \rangle$, onde x_i e x_j são valores que pertencem ao espaço de consequências. Os equivalentes certos encontrados estão apresentados nas Tabelas 3.3 a 3.8 que se seguem.

Tabela 3.3: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM1

x	u(x)	x	u(x)
0	0	25	0,75
1	0,125	40	0,875
2	0,25	55	0,9375
3	0,375	65	0,96875
14	0,5	85	0,98438
18	0,625	100	1

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério redução de custos operacionais para o decisor DM1 foi $u(x) = 1 - 0,85e^{-0,05x}$.

Tabela 3.4: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM1

x	u(x)	x	u(x)
0	0	30	0,75
2	0,125	50	0,875
4	0,25	90	0,9375
5	0,375	95	0,96875
10	0,5	97	0,98438
17	0,625	100	1

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério percentual de perdas de água para o decisor DM1 foi $u(x) = 1 - 0,7e^{-0,036x}$.

Tabela 3.5: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM2

x	u(x)	x	u(x)
0	0	38	0,875
3	0,25	55	0,9375
5	0,5	70	0,96875
10	0,625	90	0,98438
20	0,75	100	1

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério redução de

custos operacionais para o decisor DM2 foi $u(x) = 1 - 0,55e^{-0,04x}$.

Tabela 3.6: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM2

x	u(x)	x	u(x)
0	0	37	0,75
1	0,125	55	0,875
5	0,25	75	0,9375
10	0,375	95	0,96875
20	0,5	99	0,98438
25	0,625	100	1

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério percentual de perdas de água para o decisor DM2 foi $u(x) = 1 - 0,9e^{-0,035x}$.

Tabela 3.7: Avaliação do critério redução de custos operacionais para o decisor DM3

x	u(x)	x	u(x)
0	0	35	0,96875
1	0,25	40	0,98438
5	0,5	50	0,992
10	0,75	60	0,996
20	0,875	100	1
25	0,9375		

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério redução de custos operacionais para o decisor DM3 foi $u(x) = 1 - 0,7e^{-0,091x}$.

Tabela 3.8: Avaliação do critério percentual de perdas de água para o decisor DM3

x	u(x)	x	u(x)
0	0	50	0,75
3	0,125	70	0,875
5	0,25	87	0,9375
15	0,375	95	0,96875
25	0,5	98	0,98438
30	0,625	100	1

Fazendo uma análise de regressão, a função utilidade adotada para o critério percentual de perdas de água para o decisor DM3 foi $u(x) = 1,1 * (1 - 0,85e^{-0,02x})$.

As curvas das funções utilidade marginais de cada critério para cada decisor são apresentadas nas Figuras 3.4 a 3.9 e foram construídas utilizando as funções analíticas obtidas através das análises de regressão já mencionadas.

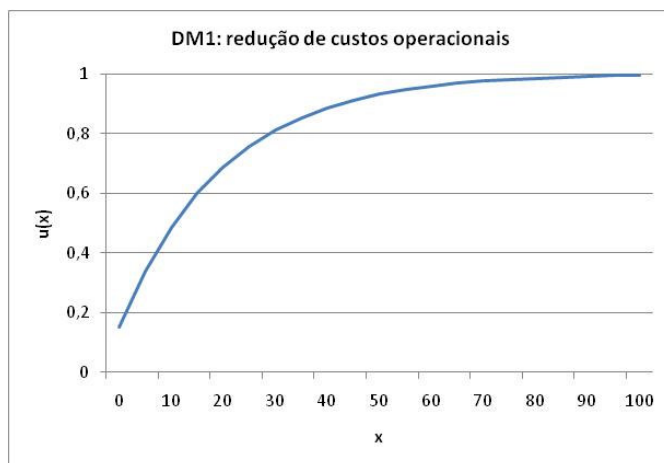


Figura 3.4. Função utilidade marginal do DM1 para o critério de redução de custos operacionais

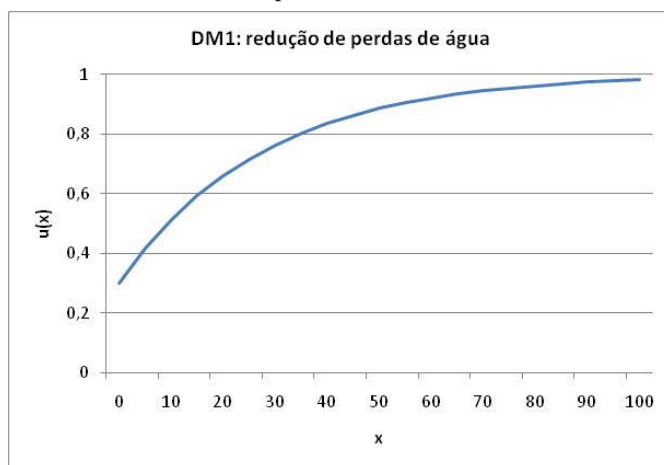


Figura 3.5. Função utilidade marginal do DM1 para o critério de redução percentual de perdas de água

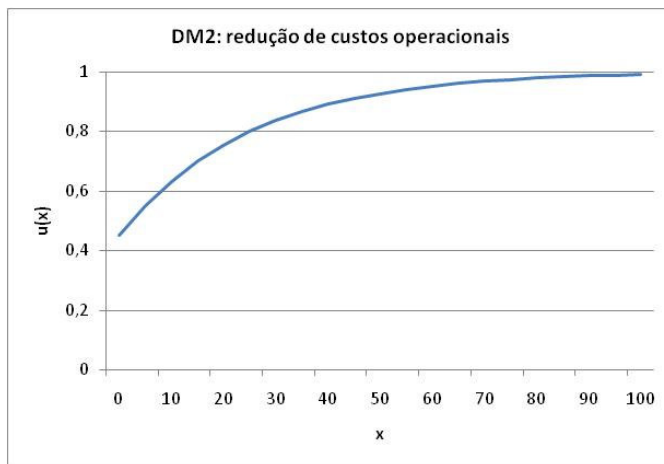


Figura 3.6. Função utilidade marginal do DM2 para o critério de redução de custos operacionais

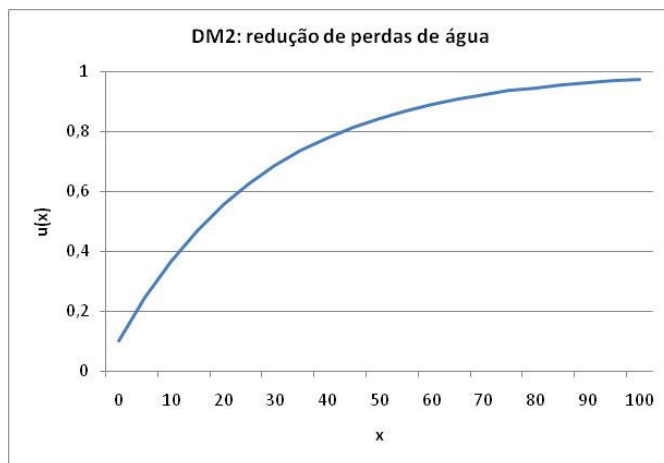


Figura 3.7. Função utilidade marginal do DM2 para o critério de redução percentual de perdas de água

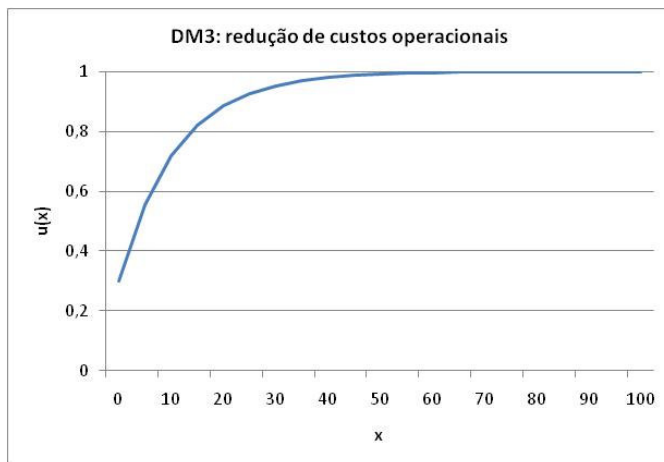


Figura 3.8. Função utilidade marginal do DM3 para o critério de redução de custos operacionais

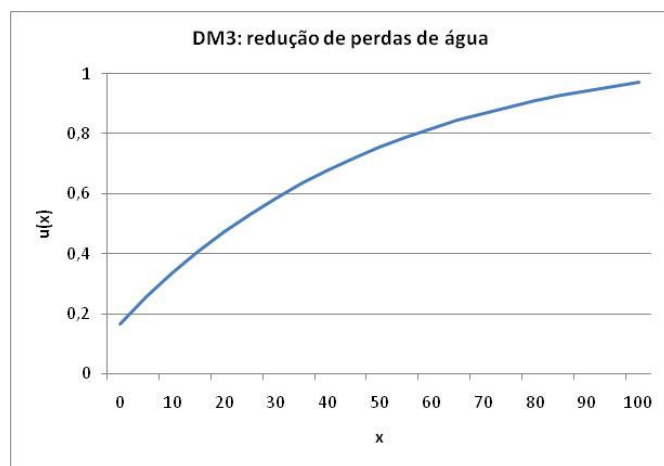


Figura 3.9. Função utilidade marginal do DM3 para o critério de redução percentual de perdas de água

Para determinação das constantes de escala seguiu-se os procedimentos sugeridos Keeney e Raiffa (1976). Conhecendo as funções utilidades de cada critério para cada decisor, é possível determinar n equações independentes, onde n é o número de critérios. Neste problema estudado, são necessárias duas equações independentes. As constantes de escala eram as incógnitas deste sistema de equações. À medida que o número de critérios aumenta a complexidade da metodologia da Teoria da Utilidade Multiatributo para a determinação das constantes de escala também aumenta. Neste caso, a metodologia proposta por Edwards e Barron (1994), denominada de *swing weights*, facilitaria a determinação das constantes de escala. A Tabela 3.9 apresenta os resultados obtidos para cada decisor.

Tabela 3.9. Constantes de escala e limiar de veto de cada decisor

Decisores	Constantes de escala		Limiar de veto (α)
	Custo	Perdas	
DM1: Gerente de Operação	0,4	0,6	0,44
DM2: Gerente Financeiro	0,55	0,45	0,55
DM3: Representante do Governo	0,8	0,2	0,72

Conhecendo as constantes de escala e as funções utilidade marginais para cada decisor, foi possível, assim, construir a função utilidade multiatributo de cada decisor. Como já mencionado neste trabalho, o modelo aditivo foi adotado para isso. As funções resultantes são expressas nas Equações 3.7 a 3.9.

$$u_{DM1}(x_{custo}, x_{perda}) = 0,4 * (1 - 0,85 * e^{-0,05x_{custo}}) + 0,6 * (1 - 0,7 * e^{-0,036x_{perda}}) \quad (3.7)$$

$$u_{DM2}(x_{custo}, x_{perda}) = 0,55 * (1 - 0,55 * e^{-0,04x_{custo}}) + 0,45 * (1 - 0,9 * e^{-0,035x_{perda}}) \quad (3.8)$$

$$u_{DM3}(x_{custo}, x_{perda}) = 0,8 * (1 - 0,7 * e^{-0,091x_{custo}}) + 0,2 * (1,1 * (1 - 0,85 * e^{-0,02x_{perda}})) \quad (3.9)$$

3.3.3 Limiares de veto e alternativa virtual

As primeiras tarefas da segunda etapa do modelo proposto é a identificação dos limiares de veto e da alternativa virtual. Isto é, para a aplicação do modelo é necessário identificar, junto a cada decisor, um limiar de veto conforme discutido na seção 3.2.1. Cabe ao analista/facilitador explicar o significado desse limiar e realizar análise de sensibilidade sobre os resultados através de variações nesses valores de limiar. Os valores obtidos estão dispostos na Tabela 3.9.

Uma maneira simples para orientar os decisores, dando-lhes uma noção dos valores de utilidade, poderia ser apresentar as alternativas ordenadas segundo suas preferências individuais. Dessa forma o decisor, avaliando a ordem das alternativas disponíveis e o valor de utilidade associado a cada uma delas, poderia identificar mais facilmente esse limiar de veto.

A interseção dos limiares de veto identifica da alternativa virtual A_α . Essa alternativa por sua vez permite a identificação das zonas de concordância positiva, de concordância negativa e de discordância entre os decisores. Essas regiões podem ser usadas no processo decisório para esclarecer os diferentes pontos de vista entre os participantes do processo, favorecendo o diálogo e a busca de um entendimento favorável a todos os decisores.

3.3.4 Determinação da função utilidade global e avaliação das alternativas

Ainda na segunda parte do modelo proposto determina-se a função utilidade global, que deverá representar a visão do grupo sobre as alternativas disponíveis. Essa função global contará com um fator redutor de utilidade (FRU), conforme apresentado na seção 3.2.3, e penalizará as alternativas cujo valor de utilidade é maior que o valor global da utilidade da alternativa virtual e esteja posicionada numa zona de discordância.

Utilizando a Equação (3.1), o valor global da alternativa virtual para esse problema vale 0,57. Esse valor permite a identificação de um FRU e possibilita reescrever o modelo aditivo tradicional para o modelo proposto utilizando a Equação (3.6). Admite-se para esse problema que todos os decisores possuem o mesmo peso, isto é, $w_i = 1/3$.

Para ilustrar o procedimento dos cálculos, tome-se como exemplo a alternativa A_1 . A alternativa A_1 foi avaliada segundo os dois critérios adotados. Os valores das constantes de escala e dos limiares de veto de cada decisor estão apresentados na Tabela 3.9.

• Cálculo da utilidade de A_1 para DM1:

○ Cálculo das utilidades marginais:

$$u_{DM1custo}(A_1) = 1 - 0,85e^{-0,05x} = 1 - 0,85e^{-0,05*2} = 0,231$$

$$u_{DM1perdas}(A_1) = 1 - 0,7e^{-0,036x} = 1 - 0,85e^{-0,05*4} = 0,394$$

$$\begin{aligned} u(A_1)_{DM1} &= k_{DM1custo} * u_{DM1custo}(A_1) + k_{DM1perdas} u_{DM1perdas}(A_1) = \\ &= 0,4 * 0,231 + 0,6 * 0,394 = 0,329 \end{aligned}$$

• Cálculo da utilidade de A_1 para DM2:

○ Cálculo das utilidades marginais:

$$u_{DM2custo}(A_1) = 1 - 0,55e^{-0,04x} = 1 - 0,55e^{-0,04*2} = 0,271$$

$$u_{DM2perdas}(A_1) = 1 - 0,9e^{-0,035x} = 1 - 0,9e^{-0,035*4} = 0,098$$

$$\begin{aligned} u(A_1)_{DM2} &= k_{DM2custo} * u_{DM2custo}(A_1) + k_{DM2perdas} u_{DM2perdas}(A_1) = \\ &= 0,55 * 0,271 + 0,45 * 0,098 = 0,369 \end{aligned}$$

• Cálculo da utilidade de A_1 para DM3:

○ Cálculo das utilidades marginais:

$$u_{DM3custo}(A_1) = 1 - 0,7e^{-0,091x} = 1 - 0,7e^{-0,091*2} = 0,333$$

$$u_{DM3perdas}(A_1) = 1,1 * (1 - 0,85e^{-0,02x}) = 1,1 * (1 - 0,85e^{-0,02*4}) = 0,047$$

$$\begin{aligned} u(A_1)_{DM3} &= k_{DM3custo} * u_{DM3custo}(A_1) + k_{DM3perdas} u_{DM3perdas}(A_1) = \\ &= 0,8 * 0,333 + 0,2 * 0,047 = 0,381 \end{aligned}$$

• Cálculo da utilidade global de A_1 (Modelo aditivo):

$$\begin{aligned} u(A_1) &= k_{DM1} * u_{DM1}(A_1) + k_{DM2} u_{DM2}(A_1) + k_{DM3} u_{DM3}(A_1) = \\ &= \frac{1}{3} * 0,329 + \frac{1}{3} * 0,369 + \frac{1}{3} * 0,381 = 0,359 \end{aligned}$$

• Cálculo da utilidade global de A_1 (Modelo com uso do FRU):

○ Identificação da região a qual A_1 está posicionada:

$$\text{Para o DM1: } u(A_1)_{DM1} = 0,329 < \alpha_{DM1} = 0,44$$

$$\text{Para o DM2: } u(A_1)_{DM2} = 0,369 < \alpha_{DM2} = 0,55$$

$$\text{Para o DM3: } u(A_1)_{DM3} = 0,381 < \alpha_{DM3} = 0,72$$

Logo, a alternativa A1 está na região de concordância negativa. Neste caso, a utilidade global será igual ao valor calculado pela Teoria da Utilidade Multiatributo:

$$u(A_1) = u(A_1)_{MAUT} = 0,359$$

- Cálculo da utilidade da alternativa virtual (A_α):

A alternativa virtual é representada pelo vetor (0,44; 0,55; 0,81) que são os valores dos limiares de veto informados pelos decisores.

$$\begin{aligned} u(A_\alpha) &= k_{DM1} * u_{DM1}(A_\alpha) + k_{DM2} u_{DM2}(A_\alpha) + k_{DM3} u_{DM3}(A_\alpha) = \\ &= \frac{1}{3} * 0,44 + \frac{1}{3} * 0,55 + \frac{1}{3} * 0,72 = 0,57 \end{aligned}$$

Se a alternativa estivesse na região de concordância positiva, a utilidade da alternativa também seria igual à gerada pelo modelo aditivo tradicional. Apenas se a alternativa estivesse posicionada na região de discordância e sua utilidade fosse maior que a utilidade da alternativa virtual é que fator redutor de utilidade seria diferente de 1 (um), conforme apresentado na seção 3.2.3.

A Tabela 3.10 sumariza os valores de utilidade de cada alternativa desse estudo. São apresentadas as avaliações individuais feitas por cada decisor e os valores globais obtidos utilizando as duas abordagens: o modelo tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo e o modelo com uso do fator redutor de utilidade. As informações apresentadas na Tabela 3.10 permitem ordenar as alternativas.

A Tabela 3.11 reapresenta as informações da Tabela 3.10 mostrando a lista ordenada das alternativas segundo cada decisor, segundo o modelo da Teoria da Utilidade Multiatributo, segundo o modelo aditivo tradicional e segundo o modelo proposto.

Segundo o modelo com o fator redutor de utilidade, as alternativas com concordância positiva devem localizar-se no início da lista ordenada, seguidas pelas alternativas localizadas nas zonas de discordância e finalizando com alternativas da zona de concordância negativa. Pelo fato de ter sido utilizado um FRU que reduz a utilidade de alternativas conflitantes que estejam em zonas de discordância para um valor igual ao da utilidade da alternativa virtual, ocorre empates na quarta posição da lista ordenada. A interpretação para esses empates seria que essas alternativas são consideradas como indiferentes entre si em utilidade pelo grupo.

Tabela 3.10. Resumo dos valores obtidos pelas funções utilidades individuais e globais para o exemplo proposto

Área (alternativas)	DM1	DM2	DM3	Valor global da utilidade (modelo aditivo)	Valor global da utilidade (modelo proposto)	Diferença
A ₁	0,329	0,369	0,381	0,359	0,359	
A ₂	0,694	0,697	0,711	0,701	0,570	0,131
A ₃	0,516	0,537	0,534	0,529	0,529	
A ₄	0,595	0,594	0,738	0,642	0,642	
A ₅	0,389	0,425	0,397	0,404	0,404	
A ₆	0,488	0,516	0,463	0,489	0,489	
A ₇	0,397	0,422	0,526	0,449	0,449	
A ₈	0,567	0,568	0,730	0,621	0,621	
A ₉	0,538	0,558	0,542	0,546	0,546	
A ₁₀	0,547	0,558	0,637	0,581	0,570	0,011
A ₁₁	0,490	0,513	0,526	0,510	0,510	
A ₁₂	0,612	0,611	0,744	0,655	0,655	
A ₁₃	0,377	0,415	0,394	0,395	0,395	
A ₁₄	0,530	0,557	0,478	0,522	0,522	
A ₁₅	0,569	0,573	0,694	0,612	0,570	0,042
A ₁₆	0,520	0,532	0,629	0,560	0,560	
A ₁₇	0,556	0,570	0,598	0,575	0,570	0,005
A ₁₈	0,490	0,502	0,638	0,543	0,543	
A ₁₉	0,420	0,446	0,505	0,457	0,457	
A ₂₀	0,429	0,464	0,409	0,434	0,434	
Limiar de veto	0,44	0,55	0,72			

Na Tabela 3.10 as alternativas que aparecem na coluna “diferença” são aquelas que pertencem à zona de discordância e tiveram sua utilidade global reduzida pelo FRU. Essa medida de diferença pode servir como instrumento de debate entre os decisores.

Tabela 3.11. Resumo das ordenações obtidas para o exemplo proposto

Posição no ranking	Ranking DM1	Ranking DM2	Ranking DM3	Ranking modelo aditivo	Ranking MODELO COM FRU
1	A2	A2	A12	A2	A12
2	A12	A12	A4	A12	A4
3	A4	A4	A8	A4	A8
4	A15	A15	A2	A8	A2, A10, A15, A17
5	A8	A17	A15	A15	
6	A17	A8	A18	A10	
7	A10	A9	A10	A17	
8	A9	A10	A16	A16	A16
9	A14	A14	A17	A9	A9
10	A16	A3	A9	A18	A18
11	A3	A16	A3	A3	A3
12	A11	A6	A7	A14	A14
13	A18	A11	A11	A11	A11
14	A6	A18	A19	A6	A6
15	A20	A20	A14	A19	A19
16	A19	A19	A6	A7	A7
17	A7	A5	A20	A20	A20
18	A5	A7	A5	A5	A5
19	A13	A13	A13	A13	A13
20	A1	A1	A1	A1	A1

Utilizando os limiares de veto informados pelos decisores percebe-se a seguinte distribuição de alternativas entre as diferentes regiões:

- Alternativas na zona de concordância positiva: A₄, A₈, A₁₂;
- Alternativas na zona de discordância: A₂, A₃, A₆, A₉, A₁₀, A₁₁, A₁₄, A₁₅, A₁₆, A₁₇, A₁₈;
- Alternativas na zona de concordância negativa: A₁, A₅, A₇, A₁₃, A₁₉, A₂₀.

Observe que 11 alternativas, representando mais de 50% do conjunto de alternativas, estão localizadas na zona de discordância. Dentre as quais quatro (A₂, A₁₀, A₁₅, A₁₇) possuem

utilidade global quando calculada através do modelo aditivo tradicional maior que a da alternativa virtual. Com a aplicação do FRU, elas passaram a ter o valor de utilidade global igual ao da alternativa virtual.

Quanto à violação às propriedades do Teorema da Impossibilidade de Arrow comentadas na seção 2.2.2, o modelo proposto também não consegue construir uma função de bem estar social que atenda a todas as propriedades do teorema. Analisando o modelo proposto segundo cada propriedade, tem-se que:

Propriedade 1. *Não-ditatorial*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois não impõe o resultado final considerando a preferência de um único

Propriedade 2. *Não-impositiva*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois não impõe o resultado final considerando a preferência de único decisor.

Propriedade 3. *Domínio irrestrito*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois considera que todos os decisores são capazes e fornecer suas estruturas de preferência e todas elas são consideradas pelo modelo proposto.

Propriedade 4. *Independência a alternativas irrelevantes*. O modelo proposto faz uso da Teoria da Utilidade Multiatributo, que utiliza uma função de síntese, para cálculo da utilidade de cada decisor sobre cada alternativa. Neste caso, o resultado obtido pelas avaliações de cada decisor sobre uma dada alternativa é sempre independente das avaliações feitas sobre alternativas já analisadas.

Entretanto, uma alternativa considerada irrelevante para um decisor, pode não ser para outro. O modelo aditivo tradicional agrega essas informações, independentemente de ser ou não se a alternativa é considerada irrelevante para algum decisor. Como consequência e, devido ao efeito compensatório do modelo, uma inversão na ordem final pode ocorrer. No modelo tradicional, uma alternativa considerada irrelevante por um decisor pode ser a escolhida pelo grupo.

O modelo proposto minimiza esse problema, pois, em primeiro lugar identifica que se trata de uma alternativa considerada irrelevante para pelo menos um decisor, sendo localizada na zona de discordância ou, considerada irrelevante para todos os decisores, sendo posicionada na zona de concordância negativa; em seguida, garante que o valor da utilidade global dessa alternativa não seja maior que o de nenhuma alternativa localizada na

zona de concordância positiva. O FRU assegura que isso acontecerá. O modelo proposto resolve totalmente o problema da independência a alternativas irrelevantes para problemática de escolha, mas não para problemáticas de ordenação ou de classificação, pois a ordem final construída pelo grupo pode apresentar uma inversão em relação às ordens individuais em função da existência de alternativas consideradas inaceitáveis, indesejáveis ou irrelevantes para os decisores, mas que ainda precisam ser consideradas.

Propriedade 5. *Monotonicidade*. O modelo viola o Teorema da Impossibilidade de Arrow, pois uma alternativa posicionada numa posição qualquer na avaliação de um dado decisor, pode ter, na avaliação do grupo, uma inversão de posição que leva a alternativa para uma posição pior na ordem final

A alternativa A_2 é um bom exemplo para ilustrar o problema da função de utilidade global não garantir a monotonicidade e gerar um sistema sujeito a inversões da ordem das alternativas. Se apenas o modelo aditivo tradicional baseado na Teoria da Utilidade Multiatributo fosse empregado, então a alternativa A_2 seria posta na primeira posição do *ranking*, fazendo prevalecer a opinião da maioria. Entretanto, trata-se de uma alternativa que é considerada indesejável ou inaceitável por um dos decisores. Estabelecendo-se, assim, uma situação indesejável ou de conflito. A função de utilidade global promoveria uma inversão na ordem das alternativas quando comparada à ordem individual desse decisor que não aceita essa alternativa como solução, violando o Teorema da Impossibilidade de Arrow na propriedade de monotonicidade. A causa desse efeito indesejável é o modelo compensatório.

No modelo proposto as alternativas A_2 , A_{10} , A_{15} e A_{17} cujos valores de utilidade global são maiores que o valor da utilidade global da alternativa virtual ($u(A_\alpha) = 0,57$) tiveram seu valor de utilidade global reduzido pelo FRU segundo a Equação (3.6). Com o modelo proposto, a alternativa A_{12} foi elevada à primeira posição por ser, dentre as alternativas localizadas na zona de concordância positiva, àquela com o maior valor de utilidade global.

Como comentado anteriormente os modelos de critério único de síntese estão sujeitos à inversão de ordem das alternativas quando comparadas às ordenações individuais. Para ilustrar esse fato mostra-se que para o DM2 a alternativa A_3 é preferível à A_{16} , sendo as mesmas posicionadas na décima e décima primeira posições, respectivamente. Entretanto, ao examinar as ordens globais apresentadas tanto no modelo tradicional baseado na Teoria da Utilidade Multiatributo como o modelo proposto que faz uso de um fator redutor de utilidade

percebe-se que a alternativa A_{16} foi posta na oitava posição enquanto que a alternativa A_3 foi para a décima primeira. Mais uma vez isso se deve ao efeito compensatório do modelo e, como mencionado anteriormente, viola a propriedade de monotonicidade do teorema proposto por Arrow.

Por outro lado, o modelo proposto que faz uso de um fator redutor de utilidade traz mais informações ao processo decisório que o modelo aditivo tradicional. Note que neste exemplo dois dentre os três decisores consideraram tanto a alternativa A_3 quanto A_{16} indesejáveis ou inaceitáveis e para o único decisor que considerou essas alternativas como aceitáveis não houve inversão de ordem. Os decisores deixam suas perspectivas acerca do problema mais explícitas, o que favorece a construção de uma recomendação de solução mais próxima dos anseios de todos os decisores. Em problemáticas de seleção, o modelo proposto ajuda a escolher a alternativa menos conflitante e melhor avaliada por todos os decisores. Em problemáticas de ordenação, uma pergunta que emerge é a seguinte: faz sentido num processo de decisão em grupo discutir posição de ordem para alternativas consideradas indesejáveis pela maioria dos decisores? Talvez a inversão de ordem ocorrida tenha pouco significado prático para o problema e, sendo assim, talvez não valha gastar maiores esforços por parte dos decisores em tentar assegurar a monotonicidade da função utilidade global.

3.3.5 Recurso gráfico

É possível fazer uso de uma ferramenta gráfica para visualizar melhor as posições das alternativas em um plano n -dimensional R^n , onde n é o número de decisores. A visão espacial pode ser um recurso bastante útil no processo de tomada de decisão em grupo, pois permite que os decisores interajam, analisem suas percepções do problema e alterem seus limiares de veto mais facilmente. A Figura 3.10 foi gerada usando o software Statistica 6.0, aplicativo desenvolvido pela StatSoft, Inc., e ilustra num plano tridimensional como cada decisor avaliou as alternativas propostas. Os dados utilizados foram apresentados na Tabela 3.10.

A Figura 3.10 tem uma quantidade simplificada de informações para facilitar a sua visualização, entretanto com o uso da ferramenta é possível identificar cada uma das alternativas avaliadas. Note que as alternativas passam a ter uma representação vetorial e os decisores passam a ter noção de quão convergentes ou não, eles estão acerca das alternativas existentes. Essa informação indiretamente deve estimular o diálogo e auxiliar a obtenção de um consenso. No aplicativo adotado, é possível rotacionar a figura e enxergá-la por vários

ângulos diferentes, contribuindo com mais um recurso visual na obtenção de uma recomendação que satisfaça a todos os decisores.

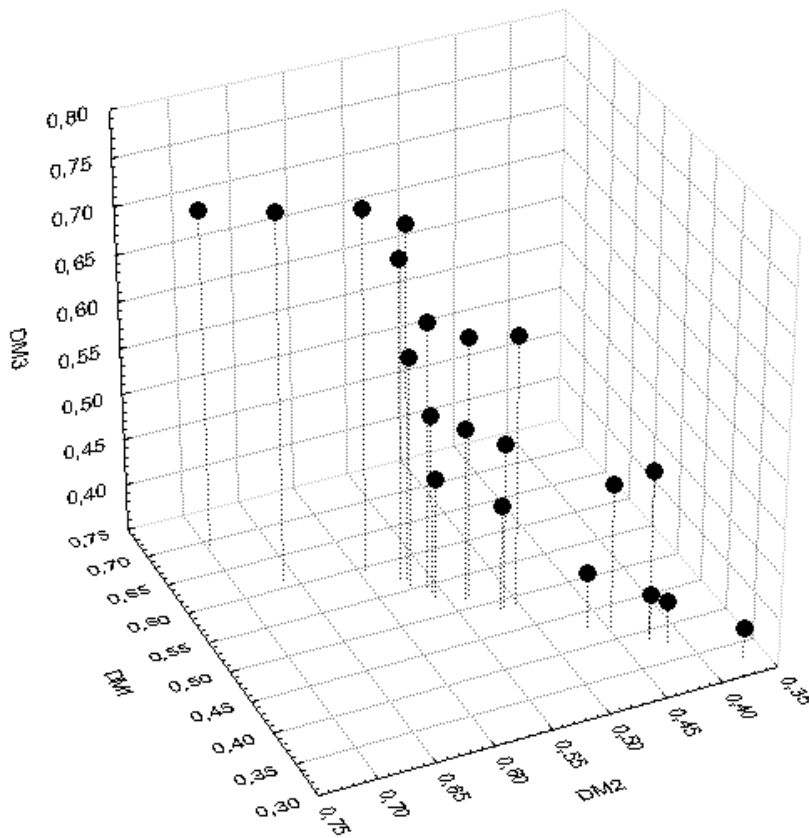


Figura 3.10. Representação tridimensional das avaliações dos decisores

3.3.6 Análise de sensibilidade sobre os limiares de veto

O analista/facilitador deve sempre promover testes de análise de sensibilidade sobre os dados para avaliar o impacto das mudanças causadas por essas variações sobre os resultados alcançados pelo modelo. Podem ser feitas análises de sensibilidade para verificação de consistência das constantes de escala fornecidas pelos decisores e sobre os limiares de veto fornecidos pelos decisores. Para esse exemplo assume-se que não há variações nos resultados com variações nas constantes de escala na ordem de 10%.

Detalhar-se-á a análise de sensibilidade sobre os limiares de veto fornecidos pelos decisores. Essa informação serviu para ajudar os decisores a ratificar seus limiares de veto ou a ajustá-los melhor. Foram realizadas variações de 10% em torno dos valores informados. Essa variação fez com que algumas alternativas mudassem de um tipo de zona para outra e,

consequentemente, tivessem suas posições alteradas na ordenação final. Os resultados dessas variações estão resumidos a seguir:

Sequência original da ordem de preferências geradas pelo modelo proposto:

A12 *P* A4 *P* A8 *P* [A2 *I* A15 *I* A10 *I* A17] *P* A16 *P* A9 *P* A18 *P* A3 *P* A14 *P* A11 *P* A6 *P* A19 *P* A7 *P* A20 *P* A5 *P* A13 *P* A1

Onde *P* significa “preferível a” e *I* significa “indiferente a”.

Variando apenas o limiar de veto de DM1:

Para limiar original mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,585. A ordenação global não foi alterada. Entretanto, as alternativas A₁₀ e A₁₇ que antes possuíam utilidade global maior que a alternativa virtual deixaram de possuir e sendo assim não se fez mais necessário o uso do FRU sobre as utilidades dessas alternativas. A ordem global das preferências passou a ser:

A12 *P* A4 *P* A8 *P* [A2 *I* A15] *P* A10 *P* A17 *P* A16 *P* A9 *P* A18 *P* A3 *P* A14 *P* A11 *P* A6 *P* A19 *P* A7 *P* A20 *P* A5 *P* A13 *P* A1

Para limiar original menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,555. A alternativa A₁₆ teve sua utilidade reduzida pelo FRU e continua na zona de discordância. O conjunto das alternativas consideradas aceitáveis por DM1 passou a considerar também A₇, A₁₉ e A₂₀. As duas últimas alternativas mudaram de zona e passaram a fazer parte do conjunto das alternativas pertencentes a zona de discordância. Apesar desse fato não houve alteração na ordem global entre as alternativas, pois:

A12 *P* A4 *P* A8 *P* [A2 *I* A10 *I* A15 *I* A16 *I* A17] *P* A9 *P* A18 *P* A3 *P* A14 *P* A11 *P* A6 *P* A19 *P* A7 *P* A20 *P* A5 *P* A13 *P* A1

Variando apenas o limiar de veto de DM2:

Para limiar original mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,588. A alternativa A₄ e A₈ passaram para a zona de discordância, restando apenas a alternativa A₁₂ na zona de concordância positiva. As alternativas A₂, A₄, A₈ e A₁₅ sobre redução de utilidade através do FRU. As alternativas A₁₀ e A₁₇ passam a ter utilidade global menor que a utilidade da alternativa virtual. Apesar desse fato não houve alteração na ordem global das alternativas admitindo-se que as alternativas com o mesmo valor de utilidade são consideradas indiferentes entre si. A sequência final das alternativas foi:

$A_{12} P [A_4 I A_8 I A_2 I A_{15}] P A_{10} P A_{17} P A_{16} P A_9 P A_{18} P A_3 P A_{14} P A_{11} P A_6 P A_{19} P A_7 P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Para limiar original menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,552. Apenas a alternativa A_{17} mudou seu *status* e passou a ser considerada aceitável por esse decisor. A alternativa A_{16} teve sua utilidade global reduzida pelo FRU. Apesar desse fato não houve alteração na ordem global das alternativas admitindo-se que as alternativas com o mesmo valor de utilidade são consideradas indiferentes entre si. A sequência final das alternativas foi:

$A_{12} P A_4 P A_8 P [A_2 I A_{15} I A_{10} I A_{17} I A_{16}] P A_9 P A_{18} P A_3 P A_{14} P A_{11} P A_6 P A_{19} P A_7 P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Variando apenas o limiar de veto de DM3:

Para limiar original mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,594. O DM3 passou a não possuir alternativas consideradas aceitáveis e por tanto não há alternativas na zona de concordância positiva. A ordem global não é alterada, mas as alternativas A_2 , A_4 , A_8 , A_{12} e A_{15} passaram a ser indiferentes entre si, posicionadas na primeira posição da lista ordenada.

$[A_2 I A_4 I A_8 I A_{12} I A_{15}] P A_{10} P A_{17} P A_{16} P A_9 P A_{18} P A_3 P A_{14} P A_{11} P A_6 A_{19} P A_7 P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Para limiar original menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,546. As alternativas A_2 e A_{15} passaram a fazer parte da zona de concordância positiva e A_2 assume a primeira posição da lista ordenada global. A alternativa A_9 apesar de pertencer à zona de discordância possui o valor de sua utilidade igual ao da alternativa virtual. Neste caso a ordem final das preferências passou a ser:

$A_2 P A_{12} P A_4 P A_8 P A_{15} P [A_{10} I A_{16} I A_{17}] P A_9 P A_{18} P A_3 P A_{14} P A_{11} P A_6 P A_{19} P A_7 P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Variando dois limiares de veto. Como exemplo os de DM1 e DM2:

Variando os dois limiares com mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,603. Apenas a alternativa A_{12} permanece na zona de concordância positiva. Tem-se que:

A12 **P** [A4 **I** A8 **I** A2 **I** A15] **P** A10 **P** A17 **P** A16 **P** A9 **P** A18 **P** A3 **P** A14 **P** A11 **P** A6 **P** A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

O resultado obtido foi semelhante ao encontrado quando se variou apenas o limiar de DM2 para +10%.

Variando os dois limiares com menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,537. A alternativa A₁₈ teve sua utilidade global reduzida pelo FRU e isso promoveu uma mudança de ordem em relação à sequência original. Tem-se como sequência final:

A12 **P** A4 **P** A8 **P** [A2 **I** A15 **I** A10 **I** A17 **I** A16 **I** A18] **P** A9 **P** A3 **P** A14 **P** A11 **P** A6 **P** A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

Variando o limiar de DM1 para mais 10% e o de DM2 para menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,566. Obteve-se a mesma sequência original:

A12 **P** A4 **P** A8 **P** [A2 **I** A15 **I** A10 **I** A17] **P** A16 **P** A18 **P** A9 **P** A3 **P** A14 **P** A11 **P** A6 **P** A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

Variando o limiar de DM1 para menos 10% e o de DM2 para mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,574. Apenas a alternativa A₁₂ permanece na zona de concordância positiva. Obteve-se a sequência:

A12 **P** [A4 **I** A8 **I** A2 **I** A15 **I** A10 **I** A17] **P** A16 **P** A9 **P** A18 **P** A3 **P** A14 **P** A11 **P** A6 **P** A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

Avaliações semelhantes foram feitas comparando DM1 e DM3; DM2 e DM3. Percebe-se que comportamentos semelhantes aconteceram. Algumas alternativas cujas utilidades são próximas ao valor da utilidade da alternativa virtual mudam de região a depender da direção do incremento realizado nos limiares de veto.

Variando três limiares de veto:

Variando todos para mais 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,627. Nenhuma alternativa posicionou-se na zona de concordância positiva. Obteve-se a sequência:

[A2 **I** A4 **I** A12] **P** A8 **P** A15 **P** A10 **P** A17 **P** A16 **P** A9 **P** A18 **P** A3 **P** A14 **P** A11 **P** A6 A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

Variando todos para menos 10%: o valor de utilidade da alternativa virtual passou a ser de 0,513. Houve uma inversão da ordem das alternativas se comparada à sequência original do exemplo, pois mais alternativas passaram a pertencer à zona de concordância positiva e A₂ passou a ocupar a primeira posição da lista ordenada. A sequência final passou a ser:

A2 **P** A12 **P** A4 **P** A8 **P** A15 **P** [A10 **I** A17 **I** A16 **I** A18 **I** A9 **I** A3] **P** A14 **P** A11 **P** A6
P A19 **P** A7 **P** A20 **P** A5 **P** A13 **P** A1

Percebe-se que comportamentos semelhantes aconteceram. Algumas alternativas cujas utilidades são próximas ao valor da utilidade da alternativa virtual mudam de região a depender da direção do incremento realizado nos limiares de veto.

3.3.7 Alocação das alternativas segundo a limitação do recurso e o ano do início do investimento

Uma vez de posse da ordem de preferência dos decisores, a empresa deve agora, decidir quais alternativas serão selecionadas e em que ano. Sabe-se que existe uma limitação de recursos (100 unidades monetárias) e que existe disponível a informação de quanto cada alternativa necessita (Tabela 3.1). Também é sabida a exigência de que pelo menos uma área de cada uma das três macroregiões seja alocada em cada ano.

Sendo assim, a alocação final deu-se de forma sequencial, distribuindo-se as alternativas de forma a atender primeiramente as alternativas mais preferíveis e, caso houvesse, disponibilidade de recurso, aquelas alternativas consideradas indesejáveis por todos os decisores seriam contempladas. Se aos decisores fosse dada a opção de desconsiderar as alternativas localizadas na região de concordância negativa, certamente eles o fariam. Entretanto, para o problema aqui apresentado, os decisores apenas ordenaram as alternativas. A verba disponibilizada precisaria se alocada sob pena de devolvê-la à entidade financeira responsável pelo empréstimo e dificultar futuros financiamentos. Para essa aplicação numérica, utilizou-se o recurso do Solver do Microsoft Excel e a alocação final é apresentada na Tabela 3.12.

Analisando os resultados, percebe-se que as alternativas A1, A5 e A20 não foram selecionadas. Entretanto, suas ausências não geram insatisfação dos decisores uma vez que elas estão situadas em uma zona de concordância negativa. Note também que foram alocadas

99 unidades monetárias das 100 disponíveis para o empreendimento. A não utilização ou a devolução de 1% do montante monetário disponibilizado não parece ser um fator complicador, pois se pode justificar facilmente esse fato. Além disso, caso seja necessário executar alguma intervenção não prevista durante as obras, esse dinheiro poderia ser utilizado para esse fim, funcionando como uma verba de contingência.

Tabela 3.12. Alocação das alternativas por ano de investimento

Região	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4
R1	A2	A3	A6	A4
R2	A8, A7	A11	A9, A12	A10, A13
R3	A15	A17, A19	A14	A16, A18
INVESTIMENTO	18	28	25	28
(em unidades monetárias)	$18+28+25+28=99$			

3.4 Discussão do modelo e sua contribuição

O modelo proposto baseia-se na Teoria da Utilidade Multiatributo e desta herda algumas características. Nesse novo modelo, as estruturas de preferências individuais são elicitadas e representadas através de uma função utilidade. Todos os axiomas da teoria de utilidade multiatributo continuam válidos no novo modelo. A agregação de preferências individuais dá-se através de uma função aditiva onde os decisores podem assumir pesos diferentes, mas entende-se que num processo mais democrático todos os decisores deveriam possuir o mesmo peso.

O modelo proposto possibilita aos decisores encontrarem uma zona de concordância positiva onde um acordo em torno de alternativas localizadas nessa região torna-se mais fácil de ser obtido e menos conflituoso. Através da valorização de alternativas aceitáveis por todos os decisores, a decisão em grupo aproxima-se mais facilmente da resolução de conflitos e aumenta a possibilidade de alcançar um consenso. Assim, para aplicação do modelo proposto, admite-se que todos os decisores estão dispostos a desistir de suas alternativas mais preferíveis em prol de alternativas mais conciliadoras. Trata-se de uma proposta para decisões em grupo colaborativas.

Com o uso dos limiares de veto, os decisores fornecem mais uma informação relevante ao processo decisório: a explícita definição de um limite onde os decisores estão dispostos a

aceitar as alternativas que o modelo recomendará ao grupo. Esse dado adicional possibilita evitar futuros arrependimentos, sentimentos de inveja e de desfavorecimento, pois esses limites estabelecem a zona de concordância positiva, onde se pressupõe que as alternativas nela posicionadas são consideradas viáveis por todos os decisores. Essas alternativas devem ser priorizadas pelo modelo de decisão em grupo. Por exemplo, em uma problemática de escolha, certamente a recomendação final seria sobre uma alternativa localizada nessa região. A combinação dos limiares de veto gera a chamada alternativa virtual que representa a alternativa com o menor valor de utilidade global aceitável por todos os decisores. Isto é, todas as alternativas localizadas na zona de concordância positiva possuirão um valor de utilidade global maior ou igual ao da alternativa virtual.

Utilizando o modelo aditivo tradicional poderia acontecer de alternativas localizadas fora da zona de concordância positiva e que possuem valores de utilidade global maior que as alternativas localizadas nessa região de preferência retornassem como recomendação final. Como forma de evitar esse tipo de problema, o modelo proposto incorpora um fator redutor de utilidade (FRU) que penaliza as alternativas que recaem sobre esse cenário. Esse FRU pode ser gerado de várias formas. Numa primeira abordagem, apresentada nessa tese, adotou-se a utilidade global da alternativa virtual como um elemento para a criação de um FRU. Como um trabalho futuro a essa tese, segue a necessidade de estudar outros índices de FRU e comparar a eficiência de cada um deles.

Certamente o modelo de decisão em grupo baseado em um fator redutor de utilidade apresenta uma evolução em relação ao modelo tradicional. Além das vantagens ora expostas, destaca-se o fato de que apesar de também tratar-se de um modelo baseado num critério único de síntese, o uso do FRU possibilita a minimização dos impactos negativos que possam ser causados pelo efeito compensatório, inerente ao método. Alternativas localizadas nas zonas de discordância são aquelas que foram avaliadas de forma divergente entre os decisores. A simples utilização de um modelo aditivo não traz à luz a visão coletiva sobre essas alternativas. Pelo contrário, as alternativas são avaliadas por um valor médio, intermediário. A agregação das funções de utilidade individuais em uma função utilidade global pode (como discutido no Capítulo 2) gerar uma estrutura de preferências que não agrada a nenhum (ou a uma minoria) dos decisores.

A Figura 3.10 mostra a utilização de um recurso gráfico no auxílio ao processo decisório. Um software que permita a visualização do espaço de consequências em vários ângulos diferentes, rotacionando, transladando, aumentando ou diminuindo a figura,

permitiria aos decisores aumentar seu entendimento sobre o problema e perceber as divergências de avaliação que há entre eles, de maneira mais intuitiva e prática. Favorecendo, assim, o estabelecimento de uma discussão mais produtiva. Outra vantagem seria na determinação de um limiar de veto, pois informar com precisão um valor pode ser algo bastante difícil para um decisor. Neste caso, o software permitiria que ele ajustasse esse valor, através de uma interface gráfica amigável. Isso traria maior conforto e confiança aos decisores sobre as recomendações propostas pelo modelo.

Nessa primeira versão do modelo que ora está sendo proposta, a zona de discordância define uma região onde **pelo menos um** decisor não aceita as alternativas ali posicionadas. Assim num processo decisório envolvendo vinte decisores, se um deles não aceitar uma dada alternativa, a mesma estará posicionada na zona de discordância. Uma evolução natural do modelo é a fragmentação dessa zona de discordância. Acredita-se que o modelo poderia identificar grupos de decisores que pensam de forma semelhante. Por exemplo, imagina-se que numa decisão em grupo envolvendo vinte decisores, mais de um podem avaliar uma dada alternativa como viável. Mesmo num processo colaborativo, alianças podem ser úteis como forma de estimular o debate e a formação das opiniões.

Infelizmente o modelo proposto ainda possui alguns problemas. O primeiro aspecto é o fato de que, assim como o modelo aditivo, o modelo proposto também não atende a todos os axiomas do Teorema da Impossibilidade de Arrow. O modelo proposto é imune a inserção de alternativas irrelevantes em problemas de seleção, mas por ser um modelo compensatório não assegura a não inversão de ordem das preferências, portanto viola a propriedade de monotonicidade. O efeito compensatório pode levar um resultado que não agrada aos decisores.

Um segundo aspecto negativo é que o modelo proposto não está imune a *misrepresentation*. O termo *misrepresentation* é mais comumente utilizado em negociação, no contexto de mascarar as reais intenções de um negociador em prol de obter vantagens na negociação. No processo de decisão em grupo espera-se que todos os decisores exponham suas opiniões de forma clara e justa. Entretanto pode ocorrer dos decisores não expressarem verdadeiramente seus limiares de veto com o intuito de beneficiar ou prejudicar alguma alternativa. Um exemplo simples ilustra esse fato: sejam dois decisores DM1 e DM2 cujas funções utilidade foram elicitadas e utilizadas para avaliar as alternativas *a* e *b*. Os decisores também forneceram seus limiares de veto que foram utilizados para determinar o valor da utilidade global da alternativa virtual. A Figura 3.11 ilustra essas alternativas e seus valores de

utilidade segundo cada decisor. Utilizando o modelo aditivo e considerando que os decisores possuem pesos iguais ($w_{DM1} = w_{DM2} = 1/2$) têm-se os valores globais de utilidade para as alternativas a e b são 0,66 e 0,63, respectivamente. Como o valor da utilidade da alternativa virtual é igual a 0,5, conclui-se que ambas as alternativas estão localizadas na zona de concordância positiva e que a é preferível a b .

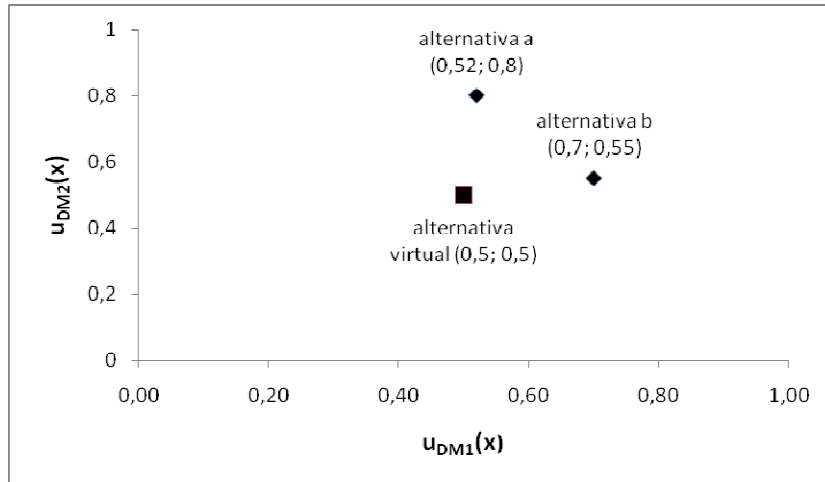


Figura 3.11. Exemplo de misrepresentation. Situação original.

Entretanto, para o DM1, a alternativa b é preferível a alternativa a e uma das formas desse decisor inverter esse resultado é alterando o seu limiar de veto. Por exemplo, caso o limiar de veto de DM1 passe a ser igual a 0,6 em vez de 0,5, percebe-se que a alternativa a passa a pertencer a zona de discordância por ser uma alternativa considerada inaceitável pelo DM1. Com isso, pela definição do modelo, sua utilidade será reduzida por um fator redutor de utilidade para um valor igual ao da alternativa virtual e, conseqüentemente, menor do que o valor da utilidade da alternativa b . Sendo, portanto, a alternativa b a escolhida. A Figura 3.12 ilustra esse segundo cenário.

Apesar dos problemas comentados, acredita-se que a introdução dos conceitos de zonas de concordância e de discordância, bem como a definição de uma alternativa virtual que representa a pior alternativa dentre as alternativas aceitáveis por todos os decisores e a construção de um fator redutor de utilidade a ser aplicado em alternativas conflituosas possibilita um ganho ao processo de decisão em grupo. O propósito de fazer com que todos os decisores percebam as visões dos demais participantes foi atingido permitindo um melhor

entendimento sobre o problema. A clara percepção das zonas de conflito estimula o debate entre os envolvidos e torna-se uma ferramenta importante na busca do consenso.

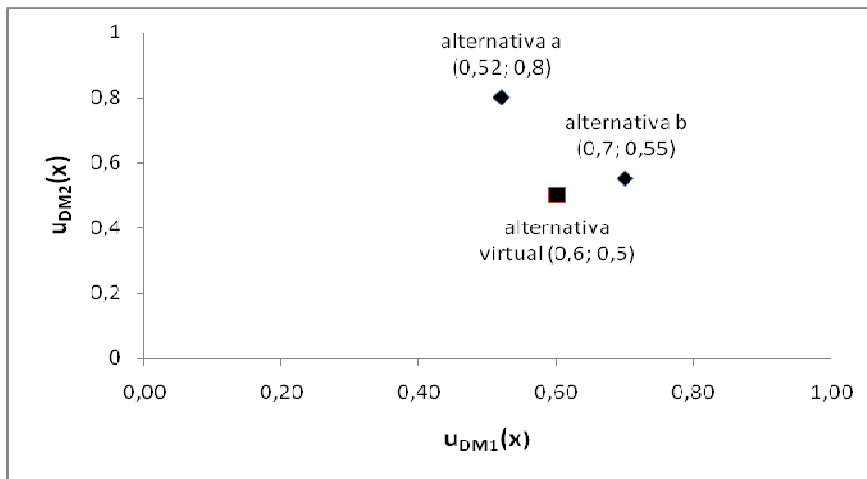


Figura 3.12. Exemplo de misrepresentation. Situação alterada pelo decisor DMI.

O modelo com uso do FRU procura minimizar os problemas do efeito compensatório, mas não têm como objetivo principal o consenso. Neste modelo, o consenso é visto como uma consequência já que o mesmo procura estimular o debate e permitir que os decisores entendam mais sobre como o problema é interpretado por outros decisores. A agregação baseada no modelo aditivo busca uma solução, que não necessariamente seja um consenso entre todos os decisores. Na tentativa de minimizar o impacto do efeito compensatório, outra forma de agregação e um modelo cujo foco principal é o consenso estão sendo propostos no Capítulo 4.

4 MODELO DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO NA APROXIMAÇÃO AO VETOR CONSENSO

No Capítulo 3 apresentou-se um modelo de decisão em grupo baseado em um fator redutor de utilidade (FRU) onde se mostrou as vantagens de sua utilização e do uso dos limiares de veto para a determinação, em especial, da zona de concordância positiva. Entretanto, o modelo proposto no capítulo anterior tratou apenas do problema do efeito compensatório que surge quando se agrega as preferências individuais através de uma função aditiva. O modelo baseado em FRU não se preocupou em investigar a qualidade da decisão final nem se todos os decisores a apóiam, principalmente quando se trata de alternativas localizadas nas zonas de discordância. O consenso é visto apenas como uma informação calculada e não como o cerne do modelo. Isto é, o modelo tratou de penalizar as alternativas mais conflitantes, mas não teve como objetivo principal a busca de uma recomendação final onde todos os decisores acreditavam que a solução seja a melhor possível para o grupo.

Uma função aditiva, considerando que há independência aditiva, pode também ser chamada de soma ponderada. Sabe-se que caso o desvio padrão entre os valores obtidos pelas utilidades individuais seja grande, essa média tem pouco significado prático, pois não vai retratar corretamente as opiniões dos participantes no processo decisório. Sendo assim, faz-se necessário a proposição de outra maneira de agregar essas preferências e comparar as alternativas.

Nesse capítulo propõe-se um novo modelo cujo foco é a definição de um novo mecanismo de agregação de preferências buscando o consenso como um dos objetivos do modelo. Espera-se que esse modelo também minimize os impactos gerados pelo efeito compensatório do modelo aditivo e permita aos decisores alcançar um consenso ou pelo menos uma recomendação aceitável por todos. Assim como o modelo proposto no Capítulo 3, esse novo modelo também faz uso dos limiares de veto para a criação de zonas de concordância e de discordância.

4.1 Descrição do problema básico

O problema descrito na seção 3.1 continua válido para justificar esse novo modelo. Isto é, quando se utiliza a Teoria de Utilidade Multiatributo e o modelo aditivo para decisões em grupo, faz-se uso de uma função construída para agregar as estruturas de preferências

individuais: a função utilidade global. Nessa função utilidade global conforme apresentada na Equação (3.1), as utilidades individuais são tratadas como critérios e os pesos desses novos critérios representam o grau de importância do decisor. Não faz sentido, neste caso, o conceito de *tradeoff*.

Devido ao efeito compensatório do modelo baseado em critério único de síntese, uma função utilidade global pode não apresentar uma recomendação de solução que agrade a todos, ou que represente um cenário livre de conflitos ou de inveja. Decisores com visões distintas podem sentir-se prejudicados com o resultado apresentado pelo modelo uma vez que o modelo tradicional não se propõe a buscar uma solução mais consensual. Percebe-se que o modelo aditivo como apresentado na Equação (3.1) ainda não é a melhor forma de avaliar as alternativas. Assim, em vez de utilizar uma média ponderada, faz-se necessário utilizar outra forma – mais justa e democrática – de agregar as preferências dos decisores. Essa agregação deve considerar as opiniões das minorias e permitir aos decisores perceberem mais claramente as divergências que possuem em torno da avaliação das alternativas (DAHER; ALMEIDA, 2009).

Duas questões permeiam esse capítulo: a primeira é se existe algum modelo que se aproxime do que Arrow (1950) chamou de função de bem-estar social. Isto é, seria possível o consenso? A segunda questão é se é possível associar ao modelo algum mecanismo que não estimule *misrepresentation*, fazendo com que os decisores sejam os mais fiéis possíveis as suas reais avaliações das alternativas existentes.

Relevante se faz enfatizar que na construção de um novo modelo se pressupõe que os decisores estão dispostos a declinar de suas alternativas mais preferíveis em prol de uma solução mais conciliadora. Espera-se que ao final do processo decisório, o resultado obtido atenda aos desejos de todos participantes do processo decisório, sem que nenhum deles acredite ter sido prejudicado ou ter sua opinião sido preterida pelos demais decisores.

4.2 Modelo proposto

O modelo proposto nesse capítulo procura associar as idéias de zona de concordância e discordância (já discutidas no modelo apresentado no Capítulo 3) com novas formas de avaliar quão convergente são as opiniões dos decisores acerca das alternativas existentes e quão próximas de um consenso essas alternativas estão.

No novo modelo necessita-se de uma representação vetorial para os decisores e alternativas. Os decisores compõem um plano m -dimensional, onde m é o número de decisores. Cada eixo desse plano expõe a utilidade das alternativas para cada decisor. Todas as alternativas serão representadas nesse plano vetorial através de suas coordenadas. É necessário que todas as informações na construção desse modelo vetorial estejam numa mesma unidade (isto é, a escala de utilidade).

Nesse modelo faz-se uso de duas métricas novas, além das informações sobre a alternativa virtual e das zonas de concordância e discordância. A primeira é denominada de grau de similaridade entre duas alternativas e a segunda é a projeção da magnitude de um vetor de uma alternativa sobre outro vetor. De posse dessas duas informações, o modelo é capaz de selecionar, ordenar ou classificar as alternativas. Nas próximas subseções discutiremos mais detalhadamente esses (e outros) novos conceitos.

4.2.1 Representação vetorial de uma alternativa

Considere um contexto de decisão que envolve M decisores e N alternativas. Os elementos a_{ij} da matriz $A_{m \times n}$ representam a avaliação de cada decisor sobre a utilidade de cada alternativa.

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,1} & a_{M-1,2} & a_{M-1,3} & \dots & a_{M-1,N} \\ a_{M1} & a_{M2} & a_{M3} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix} = [a_{ij}]_{m \times n} \quad (4.1)$$

Cada alternativa pode ser representada por um vetor formado por todos os elementos de uma coluna da matriz $A_{M \times N}$. Isto é, a alternativa j pode ser obtida pela transposta da matriz-produto resultante da multiplicação da matriz $A_{m \times n}$ pela matriz $B_{n \times 1}^j = [b_i]_{n \times 1}^j$, onde $b_i = 0$ se $i \neq j$ e $b_i = 1$ se $i = j$. Seja J a representação vetorial da alternativa j , então:

$$J = [A_{m \times n} \bullet B_{n \times 1}^j]^T = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{Mj} \end{bmatrix}^T = [a_{1j} \quad a_{2j} \quad \dots \quad a_{Mj}] \quad (4.2)$$

Considerando até três decisores, uma representação gráfica é viável conforme ilustrado na Figura 4.1. Os eixos do plano tridimensional representam as utilidades individuais e cada alternativa pode ser representada pela combinação dessas utilidades. Na Figura 4.1 apresentamos a representação gráfica de duas alternativas. Neste exemplo, toda alternativa j , com representação vetorial J , localizar-se-á dentro do cubo formado pelos limites dos valores admissíveis para a função utilidade, isto é,

$$\exists J, J = [x, y, z], \text{ tal que } 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1 \quad (4.3)$$

Esse resultado pode ser estendido para um modelo com m decisores envolvidos, pois todas as alternativas serão representadas por um vetor composto por elementos cujos valores variam de zero a um.

A representação de uma alternativa por um vetor composto pelas utilidades individuais de todos os decisores já é por si só uma forma de agregação de preferência diferente do modelo aditivo. A distância entre as alternativas já informa ao grupo as diversas percepções acerca do problema e já estimula o debate.

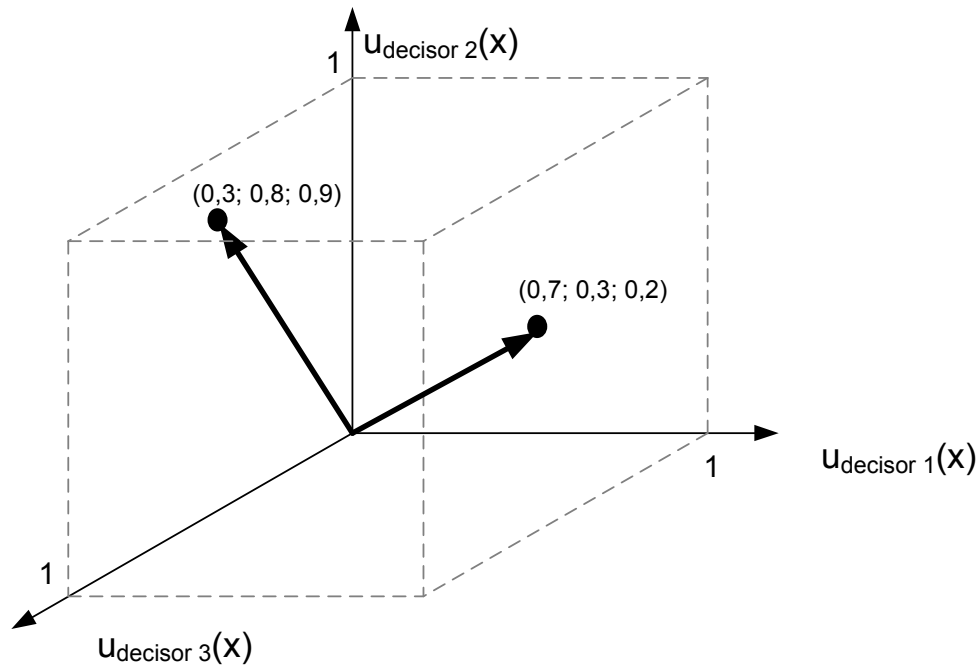


Figura 4.1. Exemplo da representação tridimensional das alternativas

4.2.2 Vetor consenso e alternativa ideal

Uma vez que se busca identificar vetorialmente todas as alternativas envolvidas no problema de decisão em grupo e que essa informação será utilizada para identificar alternativas mais consensuais e buscar soluções menos conflituosas, necessário se faz a introdução de dois conceitos: vetor consenso e alternativa ideal.

Definição 4.1. Dado o espaço vetorial V , o **vetor consenso** é composto por todas as alternativas j , $j \in V$, cujas consequências das utilidades individuais de todos os decisores possuem o mesmo valor.

Assim, toda alternativa j definida pelo vetor apresentado na Equação (4.2) e cujo $a_{1j} = a_{2j} = \dots = a_{mj}$ pertence ao vetor consenso. Isto é, todos os decisores foram unânimes na avaliação da alternativa j . Existe consenso quanto à utilidade da alternativa analisada.

Definição 4.2. Dado o espaço vetorial V , a **alternativa ideal** x^* , cuja representação vetorial denomina-se X^* , é uma alternativa que pertence ao vetor consenso e que todos os m decisores a avaliaram com o máximo valor de utilidade.

$$X^* = [a_{1x} \quad a_{2x} \quad \dots \quad a_{mx}], \text{ tal que } a_{1x} = a_{2x} = \dots = a_{mx} = 1 \quad (4.4)$$

Assim como a alternativa virtual introduzida no Capítulo 3, a alternativa ideal também pode não existir. Todavia, assim como a alternativa virtual tem a função de permitir a identificação das zonas de concordância e discordância entre os decisores, a alternativa ideal também terá uma função importante na aplicação do modelo, pois representa a melhor alternativa possível de ser obtida considerando que há um pleno consenso entre os decisores.

O modelo proposto procura identificar quão próximas do vetor consenso as alternativas propostas estão. Para tanto se deve escolher uma alternativa pertencente ao vetor consenso para que se possa medir essa aproximação. Essa alternativa escolhida será tida como uma referência para o modelo. A alternativa ideal é uma excelente candidata a ser selecionada dentre todas àquelas pertencentes ao vetor consenso, pois além de facilitar os cálculos matemáticos representa a melhor de todas as possibilidades de alcançar um consenso entre os decisores. Quanto menor a distância entre essas duas alternativas, mais próxima do consenso essa alternativa avaliada será.

4.2.3 Grau de similaridade entre duas alternativas

Os modelos baseados em consenso encontrados na literatura procuram medir uma distância entre as alternativas para a construção do consenso. Como discutido no Capítulo 2, esses modelos, em geral, utilizam procedimentos recursivos e interativos e cuja complexidade aumenta com o aumento do número de decisores e de alternativas. Existem diversas métricas possíveis para medir essa distância. Citam-se algumas tais como distância euclidiana, distância geométrica, distância de Hamming, distância de Chebshev e medida do cosseno (COOK *et al.*, 1997; XU; CHEN, 2008; KLAMER, 2008).

Utilizando os conceitos de álgebra linear tais como produto interno e correlação entre vetores, é possível caracterizar a métrica denominada grau de similaridade que será adotada pelo modelo aqui proposto.

Sabe-se que realizando o produto interno entre dois vetores A e B , obtém-se como resultado uma escalar. Isto é,

$$Q = A \bullet B \quad (4.5)$$

Também é sabido que o cosseno do ângulo formado entre dois vetores é usado para quantificar a correlação entre os mesmos.

$$\cos \theta = \frac{|A \bullet B|}{\|A\| \cdot \|B\|} \quad (4.6)$$

A correlação permite descrever o grau de relacionamento entre duas variáveis e pode variar entre -1 e +1. Quando o $\cos \theta$ é igual a zero significa que não há relação entre as variáveis analisadas. Diz-se que não há correlação entre as duas variáveis. Quando o $\cos \theta$ se aproxima de -1 ou +1, mais correlacionadas as duas variáveis estarão. A correlação pode ser positiva ou negativa. A correlação positiva significa que se uma variável aumenta, a outra também aumenta na mesma direção de crescimento. A correlação negativa implica que quando uma variável aumenta, a outra também aumenta, mas em sentido oposto.

Entretanto, apesar da correlação ser uma ferramenta estatística bastante utilizada, o $\cos \theta$ pode ser utilizado em muitas outras aplicações, tais como em Sistemas de Recuperação de Informação (SRI). O termo **grau de similaridade** que está sendo adotado no modelo que está sendo proposto é originário do modelo vetorial utilizado pelos SRI. Esse modelo vetorial calcula a correlação entre o vetor documento e o vetor consulta para identificar se um

documento indexado no banco de dados de um sistema computacional deve ser considerado relevante e pode ser retornado como uma resposta à consulta do usuário. Nesse modelo de recuperação da informação todos os documentos são indexados por palavras-chaves (ou termo) e representados vetorialmente. Isto é,

$$\text{Documento} = [\text{palavra-chave}_1 \quad \text{palavra-chave}_2 \quad \dots \quad \text{palavra-chave}_n] \quad (4.7)$$

Em geral, um SRI possui um conjunto finito de palavras-chaves e as utiliza para indexar os documentos em seu sistema. Nem todas as palavras-chaves aparecem em um documento ou servem para indexá-lo, entretanto elas aparecem na representação vetorial daquele documento com o valor igual a zero na posição referente ao dado termo. No modelo vetorial de um SRI, o peso que uma determinada palavra-chave possui em um dado documento é proporcional à frequência com que essa palavra-chave aparece no documento. O peso representa a importância daquela palavra-chave na descrição de um dado documento. O sistema pode estabelecer um limiar de similaridade de tal forma que um documento cujo grau de similaridade entre ele a consulta do usuário seja menor que esse determinado valor limite, não seja retornado como resposta para o usuário (BAEZA-YATES; RIBEIRO-NETO, 1999). O grau de similaridade varia entre -1 e +1. Quão mais próximo de +1, mais relevante deve ser o documento para o usuário e ele deve ser retornado como resposta à consulta formulada. A Figura 4.2 ilustra o que está sendo apresentado nesse parágrafo. Quanto menores os valores dos θ 's, mais os documentos se aproximam da consulta q .

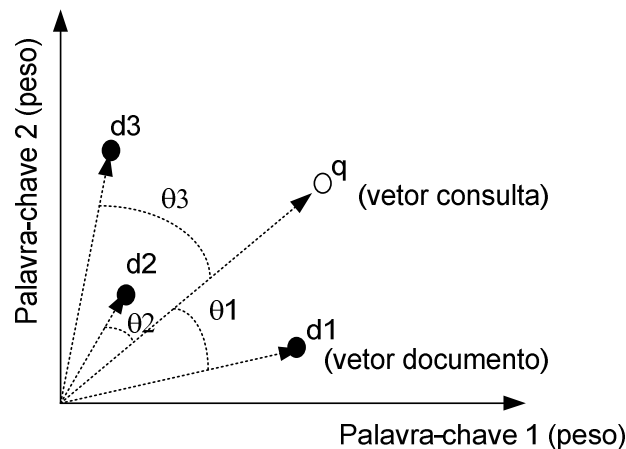


Figura 4.2. Modelo vetorial usado em Sistemas de Recuperação de Informação

Em Baeza-yates e Ribeiro-Neto (1999), a Equação (4.6) é reescrita e apresentada na Equação (4.8):

$$Sim(d, q) = \frac{\sum_{j=1}^n d_j * q_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n d_j^2} * \sqrt{\sum_{j=1}^n q_j^2}} \quad (4.8)$$

Para o modelo de decisão em grupo que está sendo proposto, faz-se um raciocínio análogo ao adotado no modelo vetorial de um SRI.

Definição 4.3. Seja J a representação vetorial da alternativa j e X^* a representação vetorial da alternativa ideal x^* . Define-se como **grau de similaridade** $Sim(j, x^*)$ o valor obtido pelo cosseno do ângulo formado entre uma alternativa qualquer e a alternativa ideal. Assim, a Equação (4.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Sim(j, x^*) = \frac{\sum_{i=1}^n u_{j_i}(j) * u_{x_i}(x^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{j_i}^2(j)} * \sqrt{\sum_{i=1}^n u_{x_i}^2(x^*)}} \quad (4.9)$$

Fazendo uma analogia com a Figura 4.2, pode-se imaginar que o elemento q que aparece na citada figura representa a alternativa ideal x^* e que o documento dI é representado pela alternativa j . Finalmente, o $\cos \theta_1$ representa o equivalente ao grau de similaridade entre a alternativa ideal e a alternativa j . Os eixos cartesianos agora representam os valores das utilidades individuais. Essa nova visão do problema é ilustrada na Figura 4.3.

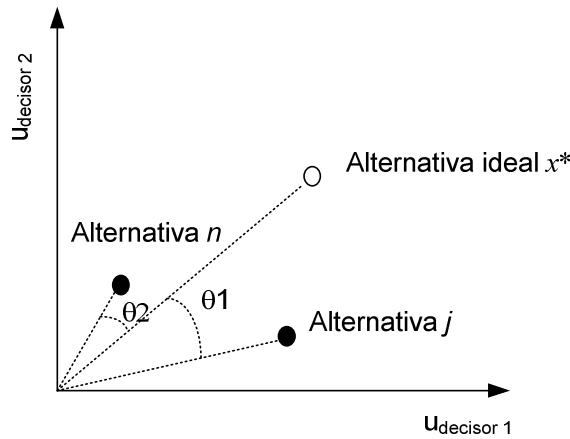


Figura 4.3. Modelo vetorial usado grau de similaridade

O cálculo do grau de similaridade pode envolver mais de dois decisores. Como exemplo numérico simples, pode-se assumir que em um processo decisório envolvendo três participantes, eles precisam resolver em conjunto pela escolha de uma dentre três alternativas possíveis.

Exemplo. Sejam as alternativas x , y e z representadas vetorialmente por $X = (0,1; 0,9; 0,1)$, $Y = (0,75; 0,9; 0,8)$ e $Z = (0,5; 0,5; 0,5)$. A alternativa ideal x^* será utilizada como referencial. Sua representação vetorial é $X^* = (1; 1; 1)$. Usando a Equação (4.9), têm-se o cálculo dos graus de similaridade:

$$\text{Sim}(x, x^*) = 0,6870$$

$$\text{Sim}(y, x^*) = 0,9970$$

$$\text{Sim}(z, x^*) = 1$$

Nota: Admite-se que os vetores são construídos na seguinte ordem: $[u_{\text{Decisor } 1}(\cdot); u_{\text{Decisor } 2}(\cdot); u_{\text{Decisor } 3}(\cdot)]$. ■

Do exemplo apresentado podem-se destacar algumas considerações importantes. Note que o Decisor 2 tem uma opinião bem diferente dos demais decisores quanto à alternativa x . Esse decisor avalia muito bem essa alternativa, enquanto que os demais a avaliam como a pior das três opções. Trata-se de uma alternativa polêmica, conflituosa. No modelo proposto, quanto maior a divergência, menor é o grau de similaridade entre a alternativa analisada e a alternativa ideal. Note que isso de fato está ocorrendo com os valores acima apresentados.

Por outro lado, a alternativa z , mesmo não sendo a melhor opção de nenhum dos três decisores representa um acordo pleno entre todos os decisores (i.é, existe um consenso). O grau de similaridade foi máximo. Note que essa alternativa pertence ao vetor consenso.

Diante desse exemplo, é possível identificar um problema que impede a adoção do grau de similaridade como única métrica de resolução de um problema de decisão em grupo. Analisando as utilidades individuais das alternativas y e z , percebe-se que a alternativa y está melhor avaliada por todos os decisores que a alternativa z . Isso significa que dentre as duas candidatas, a melhor alternativa deve ser a alternativa y . Entretanto, se apenas o critério de maior grau de similaridade fosse adotado, a alternativa selecionada seria a z .

Outro problema em adotar apenas essa métrica é quando se compara duas alternativas distintas pertencentes ao vetor consenso. Obviamente ambas terão o mesmo grau de similaridade igual a uma unidade. Entretanto, uma deve ser mais preferível que a outra já que se admite que elas sejam distintas. Isso representaria uma inconsistência do modelo. Como

solução para esse problema, uma segunda métrica precisa ser adotada: a magnitude da projeção de um vetor sobre o outro.

De toda sorte, a identificação do grau de similaridade permite aos decisores perceberem quão alinhados eles estão em torno das alternativas existentes e permite também que um dado decisor possa entender melhor o ponto de vista dos demais decisores. Essas informações extraídas do modelo permitem a adoção de uma postura de decisão mais pró-ativa e mais focada em alcançar uma solução considerada satisfatória por todos os decisores.

4.2.4 Magnitude da projeção de um vetor sobre outro vetor

Em álgebra linear, a projeção do vetor A sobre o vetor B pode ser obtida pela Equação (4.10).

$$proj_B A = \frac{A \bullet B}{\|B\|^2} B \quad (4.10)$$

A magnitude dessa projeção pode ser calculada pela $\|proj_B A\|$.

A Figura 4.4 ilustra graficamente o resultado dessa projeção considerando um cenário com dois decisores.

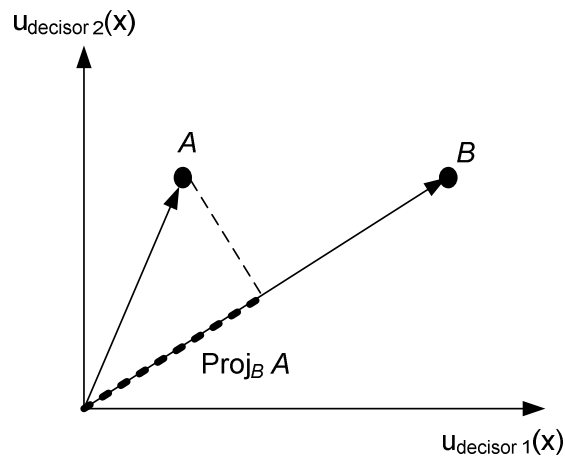


Figura 4.4. Projeção de um vetor sobre outro

O uso da magnitude da projeção resolve os problemas de inconsistência apresentados na seção 4.2.3, pois quanto maior a projeção, mais próximo da alternativa ideal a solução estará. Assim, comparando as alternativas *y* e *z* do exemplo apresentado na seção 4.2.3 tem-se que as magnitudes de suas projeções sobre a alternativa ideal valem respectivamente, 1,419 e 0,866. Sendo assim, a melhor alternativa para o problema apresentado é a alternativa *y*.

No caso de duas alternativas com o mesmo grau de similaridade, a menos que elas sejam absolutamente simétricas em relação ao vetor consenso, é possível distingui-las pelo valor da magnitude da projeção.

O modelo proposto usará a combinação dessas duas informações: o grau de similaridade e a magnitude da projeção de um vetor sobre outro para seleção, ordenação ou classificação das alternativas em um processo de decisão em grupo.

4.2.5 Construção do modelo

Semelhante ao modelo proposto no Capítulo 3, também se faz necessária a presença de um analista/facilitador para conduzir todo o processo de decisão em grupo. Ele é responsável por promover um melhor entendimento do problema, explicar a metodologia adotada e suas consequências. Cabe ao analista deixar os decisores confortáveis e confiantes quanto ao emprego do modelo, quanto à possibilidade de rever suas opiniões individuais e quanto à possibilidade de uma visão melhor e mais abrangente dos diversos pontos de vista envolvidos no processo decisório. O modelo traz à luz a possibilidade de discussão, de alinhamento de opiniões e a possibilidade de alcançar uma solução que pode não ser a melhor para um dado decisor, mas ainda é considerada aceitável para o mesmo. Tudo isso em prol de uma decisão mais próxima do que se entende por consenso.

A definição dos critérios a serem adotados pode ser tomada em conjunto ou já ter sido previamente estabelecida. O analista/facilitador deve checar as condições de independência entre critérios para construir adequadamente as funções utilidade de cada decisor.

A primeira etapa do modelo proposto é a mesma do modelo apresentado no Capítulo 3. Assim, cabe ao analista/facilitador realizar as entrevistas com os decisores em sessões individuais (preferencialmente) ou em grupo; identificar o perfil do decisor (propenso, neutro ou avesso ao risco); traçar as funções utilidade de cada critério por decisor; identificar os *tradeoffs*; definir uma função utilidade individual que represente a estrutura de preferência de

cada decisor. Estabelecidas as funções de utilidade individuais é possível avaliar cada alternativa segundo a visão de cada decisor (KEENEY; RAIFFA, 1976).

A segunda fase do modelo envolve a identificação dos limiares de veto para cada decisor para definição das zonas de concordância e de discordância, envolve os cálculos dos graus de similaridade entre cada alternativa e a alternativa ideal; e envolve também o cálculo das magnitudes de projeção de cada alternativa sobre o vetor consenso.

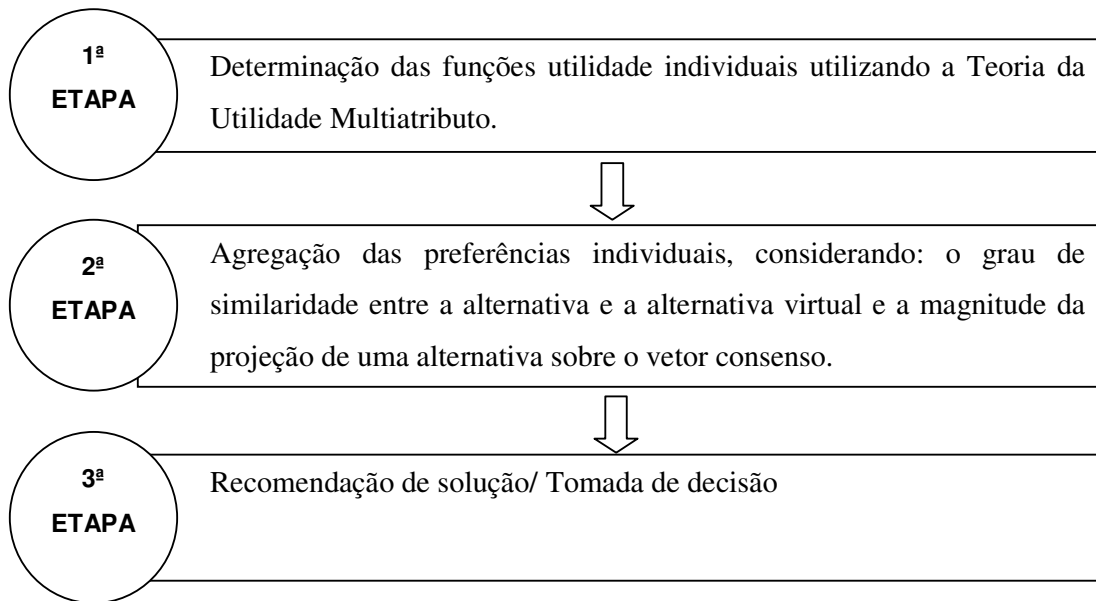


Figura 4.5. Etapas da construção e avaliação do modelo baseado na aproximação ao vetor consenso

A terceira etapa é a fase de análise dos resultados e de recomendação da solução.

Numa problemática de seleção, a melhor alternativa recomendada pelo modelo será aquela que estiver mais próxima da alternativa ideal. Isto é, será a alternativa melhor aceita por todos os decisores. Caso essa alternativa esteja localizada na zona de concordância positiva, pouco sentido faz utilizar o grau de similaridade para essa indicação. O melhor parâmetro, nesse caso, será a magnitude da projeção dessa alternativa sobre o vetor consenso. Entretanto, o grau de similaridade pode ser utilizado como um critério de desempate caso duas alternativas possuam o mesmo valor para a magnitude da projeção de uma alternativa sobre o vetor consenso. Neste caso, quanto maior a similaridade, melhor.

Na zona de concordância negativa, não há alternativas aceitáveis para nenhum decisor. Caso, ao final da verificação da localização de cada alternativa por zona, todas as alternativas

avaliadas estejam localizadas nessa zona de concordância negativa, cabe, então, uma recomendação de investigação de novas alternativas para o problema em estudo. De maneira análoga à zona de concordância positiva, o melhor parâmetro, nesse caso, será a magnitude da projeção dessa alternativa sobre o vetor consenso. Entretanto, o grau de similaridade pode ser utilizado como um critério de desempate caso duas alternativas possuam o mesmo valor para a magnitude da projeção de uma alternativa sobre o vetor consenso. Neste caso, quanto maior a similaridade, melhor.

O maior problema encontra-se nas alternativas localizadas nas zonas de discordância. Neste cenário, propõe-se a adoção do critério de similaridade em conjunto com a magnitude da projeção de uma alternativa sobre o vetor consenso. O objetivo é buscar qual dentre as alternativas existentes é a que mais se aproxima de um consenso. A medida da magnitude da projeção de uma alternativa sobre o vetor consenso será utilizada apenas se acontecer de uma alternativa i ter utilidade maior para todos os decisores quando comparada à alternativa j , mas possuir um grau de similaridade menor que j . Neste caso, a alternativa i é preferível à alternativa j .

Numa problemática de ordenação, busca-se organizar uma lista única. Para tanto, será necessário fazer uso das três situações apresentadas no parágrafo anterior a depender de qual zona a alternativa pertence. Quando poucos decisores e alternativas estão sendo considerados, o uso de planilhas como a do Microsoft Excel podem ser facilmente adotadas. Entretanto, quando vários decisores e alternativas estão envolvidos é importante a utilização de um aplicativo computacional baseado num algoritmo recursivo.

Esse algoritmo pode ser descrito usando poucos passos. Considera-se que todas as alternativas estão representadas por uma estrutura de dados que considera as utilidades individuais (neste caso, seria a representação vetorial discutida nesse capítulo) e que essa estrutura está alocada numa outra estrutura de dados do tipo fila ou vetor. Segue-se o pseudocódigo dessa segunda parte do modelo:

Modelo_Consenso{

Definir Fila Origem; // criação de uma estrutura de dados tipo fila que receberá as alternativas representadas pelas utilidades individuais;

Definir Fila Final; // criação de uma estrutura de dados tipo fila que receberá as alternativas de forma ordenada. No início dessa fila ficará a melhor alternativa e no final dessa lista ficará a pior alternativa;

Armazenar dados na Fila Origem;

Armazenar os limiares de veto dos decisores;

Enquanto houver elemento na Fila Origem, faça {

Retire o primeiro elemento da Fila Final;

Se algum decisor considera essa alternativa como inaceitável, será feita uma comparação partindo do final para o início para inclusão dessa alternativa na Fila Final {

Situação 1. Se todos os decisores consideram a alternativa j inaceitável.

A ordenação será feita pela magnitude da projeção da alternativa sobre o vetor consenso. A comparação inicia pela ultima alternativa posicionada na Fila Final. Se essa última alternativa da Fila Final pertencer à zona de discordância, então a alternativa j será posicionada na última posição da Fila Final; Senão compara-se com as alternativas ali já alocadas que pertençam à zona de concordância negativa. Note que para duas alternativas i e j se $\| \text{proj}_{X^*} J \| > \| \text{proj}_{X^*} I \|$, $i \neq j, \forall i, j$, então a alternativa j é preferível à alternativa i . Se $\| \text{proj}_{X^*} J \| = \| \text{proj}_{X^*} I \|$, $i \neq j, \forall i, j$, então a alternativa j é preferível a alternativa i se $\text{Sim}(J, X^*) > \text{Sim}(I, X^*)$, senão a alternativa i é preferível a alternativa j .

Situação 2. Se pelo menos um decisor considera a alternativa inaceitável.

Toda alternativa que pertence à zona de discordância deve ficar posicionada após todas as alternativas da zona de concordância positiva e antes de todas as alternativas da zona de concordância negativa. A ordenação entre as alternativas da zona de discordância dar-se-á da seguinte forma:

Seja i uma alternativa que está sendo analisada e seja D o conjunto de todas as alternativas da zona de discordância já analisadas e ordenadas na Fila Final. Para duas alternativas i e j , $j \in D$, se $\text{Sim}(J, X^*) > \text{Sim}(I, X^*)$, $i \neq j, \forall i, j$, mas a $u(I) > u(J)$ para todos os decisores individualmente, então a alternativa i é preferível à alternativa j ; senão a alternativa j é preferível à alternativa i . É necessário comparar a alternativa i com todos os elementos de D para determinar a posição correta da alternativa i no ranking final.

Na próxima interação do modelo, a alternativa I já irá pertencer ao conjunto D .

}

Senão (todos os decisores aceitam a alternativa, pois pertence à zona de concordância positiva), então será feita uma comparação partindo do início para o final para inclusão dessa alternativa na Fila Final {

Situação 3. *Todos os decisores aceitam a alternativa.*

A ordenação seguirá pela magnitude da projeção dessa alternativa sobre o vetor consenso. Note que para duas alternativas i e j , se $\|proj_{X^}J\| > \|proj_{X^*}I\|, i \neq j, \forall i, j$, então a alternativa j é preferível à alternativa i . Se $\|proj_{X^*}J\| = \|proj_{X^*}I\|, i \neq j, \forall i, j$, então a alternativa j é preferível a alternativa i se $Sim(J, X^*) > Sim(I, X^*)$, senão a alternativa i é preferível a alternativa j .*

}

} //fim Enquanto

Imprima Fila Final; // listar a sequência ordenada das alternativas. A alternativa na primeira posição da lista é a mais preferível, seguida pela segunda posição e assim por diante.

} // fim Modelo_Consenso

Resumindo:

- Se a alternativa pertencer à zona de concordância positiva ela deve estar posicionada nas primeiras posições da nova lista. A ordenação dar-se-á pela magnitude da sua projeção sobre o vetor consenso.
- Se a alternativa pertencer à zona de discordância, ela deve estar posicionada nas posições intermediárias da nova lista, imediatamente após todas as alternativas pertencentes à zona de concordância positiva. A ordenação será feita segundo o seu grau de similaridade.
- Se a alternativa pertencer à zona de concordância negativa ela deve estar posicionada nas últimas posições da nova lista e ordenada segundo a magnitude da sua projeção sobre o vetor consenso.

Na próxima seção, uma aplicação numérica envolvendo o modelo proposto será apresentada. O mesmo problema proposto para a aplicação numérica adotada no Capítulo 3 servirá de exemplo para a aplicação desse segundo modelo.

4.3 Aplicação numérica do modelo

4.3.1 O problema

Para fins de comparação entre os modelos discutidos nesse trabalho, o mesmo problema apresentado na seção 3.3.1 será considerado. Uma empresa estadual de saneamento possui um recurso para ser utilizado na automação dos seus sistemas de adução e distribuição de água. Operacionalmente, o estado é dividido em regiões e áreas. São três macro-regiões que quando subdivididas geram 20 áreas de controle operacional. Cada uma dessas áreas possui características operacionais diferentes, considerando os tipos e quantidades de unidades operacionais (reservatórios, estações elevatórias, etc.).

Aos três decisores envolvidos coube a responsabilidade de definir uma ordem de preferência sobre quais áreas serão beneficiadas durante os próximos quatro anos. É importante que em cada ano, pelo menos uma área de cada região seja beneficiada. As estruturas de preferência dos decisores serão as mesmas apresentadas na seção 3.3.2 e os limiares de veto serão os mesmos aos da seção 3.3.3.

4.3.2 Determinação do grau de similaridade entre alternativas

Como apresentado na seção 4.2.3, o grau de similaridade é calculado para verificar qual similar uma alternativa é de outra. A intenção desse trabalho é identificar quão próxima de um consenso uma alternativa está. Sendo assim, pode-se comparar qualquer alternativa com uma alternativa pertencente ao vetor consenso e identificar o seu grau de similaridade. Para fins práticos, as alternativas serão comparadas com a alternativa ideal.

Ressalta-se que o grau de similaridade é um primeiro indicador para os decisores sobre quão convergentes são suas opiniões sobre uma dada alternativa. Esse indicador possibilitará uma visão geral sobre como cada decisor avalia àquela alternativa e quão próximos de um acordo os decisores estão. Como o grau de similaridade é o valor do cosseno do ângulo formado entre alternativa avaliada e a alternativa ideal, então a secante do grau de similaridade fornece o valor desse ângulo. Alguns decisores podem se sentir mais confortável em comparar ângulos do que os graus de similaridade. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 4.1.

A ordenação final dependerá de duas outras informações: a magnitude da projeção do vetor que representa essa alternativa sobre o vetor consenso e da zona a qual essa alternativa está alocada (concordância positiva, concordância negativa ou discordância).

Tabela 4.1. Grau de similaridade entre a alternativa avaliada e a alternativa ideal

Alternativa	Grau de similaridade	Alternativa	Grau de similaridade	Alternativa	Grau de similaridade
A ₁	0,998098387	A ₈	0,992481574	A ₁₅	0,995562067
A ₂	0,999949164	A ₉	0,99987226	A ₁₆	0,996242367
A ₃	0,999840512	A ₁₀	0,997602722	A ₁₇	0,999528408
A ₄	0,994470232	A ₁₁	0,999582655	A ₁₈	0,992401442
A ₅	0,999248512	A ₁₂	0,99547112	A ₁₉	0,996984966
A ₆	0,999032223	A ₁₃	0,999258994	A ₂₀	0,99864446
A ₇	0,992313359	A ₁₄	0,998037971		

4.3.3 Determinação das magnitudes das projeções das alternativas sobre o vetor consenso

O cálculo da magnitude da projeção do vetor de uma alternativa sobre o vetor consenso dar-se-á conforme discutido na seção 4.2.4. Para a determinação dos valores acima se utilizou a Equação (4.10) considerando a alternativa ideal $X^* = (1; 1; 1)$ para caracterizar o vetor consenso. Esses valores são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2. Magnitude das projeções das alternativas sobre o vetor consenso

Alternativa	Magnitude da projeção da alternativa sobre o vetor consenso	Alternativa	Magnitude da projeção da alternativa sobre o vetor consenso
A ₁	0,6247	A ₁₁	0,8652
A ₂	1,1079	A ₁₂	1,1179
A ₃	0,8873	A ₁₃	0,6644
A ₄	1,1030	A ₁₄	0,8386
A ₅	0,6736	A ₁₅	1,0543
A ₆	0,7994	A ₁₆	0,9742
A ₇	0,8140	A ₁₇	0,9702
A ₈	1,0934	A ₁₈	0,9638
A ₉	0,9076	A ₁₉	0,8061
A ₁₀	0,9975	A ₂₀	0,7083

4.3.4 Ordenação das alternativas

A ordenação das alternativas será conduzida segundo as instruções fornecidas na seção 4.2.5. Todavia, para a aplicação do modelo é indispensável identificar as zonas de concordância e discordância e em qual delas cada alternativa se encontra. Essas zonas são definidas pelos limiares de veto de cada decisor, conforme discutido na seção 3.3.3.

Para essa aplicação numérica serão adotados os mesmos limiares de veto utilizados no exemplo numérico do Capítulo 3 e apresentados na Tabela 3.9. Os valores são reapresentados na Tabela 4.3. No Capítulo 3 utilizou-se a combinação vetorial desses três limiares para gerar a alternativa virtual que representa a “*pior alternativa dentre as alternativas aceitáveis por todos os decisores*”. Neste capítulo não se está fazendo uso da alternativa virtual apesar de que o modelo proposto permite substituir a alternativa ideal por uma alternativa qualquer, dentre elas a alternativa virtual.

Tabela 4.3. Limiares de veto dos decisores

Decisores	Limiar de veto (α)
DM1: Gerente de Operações	0,44
DM2: Gerente Financeiro	0,55
DM3: Representante do Governo	0,72

De posse desses dados, podem-se alocar as alternativas segundo a sua zona de concordância ou discordância. Se todos os decisores concordam que a alternativa é aceitável então ela pertence à zona de concordância positiva, se todos os decisores concordam que a alternativa é inaceitável então ela pertence à zona de concordância negativa, e se pelo menos um decisor considera a alternativa como inaceitável então ela pertence à zona de discordância. O termo “concordar” significa que a alternativa possui um valor de utilidade individual maior que o limiar de veto fornecido por esse decisor. Neste exemplo numérico, as alternativas estão localizadas nas zonas identificadas na Tabela 4.4.

Seguindo os passos propostos no pseudocódigo apresentado na seção 4.2.5, segue-se que a ordenação final das alternativas será:

$$A_{12} P A_4 P A_8 P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{16} P A_{18} P A_7 P A_{19} P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$$

Onde **P** significa preferência estrita.

Tabela 4.4. Alocação das alternativas segundo as zonas de concordância e discordância

Alternativa	Zona	Alternativa	Zona
A ₁	Concordância negativa	A ₁₁	Discordância
A ₂	Discordância	A ₁₂	Concordância positiva
A ₃	Discordância	A ₁₃	Concordância negativa
A ₄	Concordância positiva	A ₁₄	Discordância
A ₅	Concordância negativa	A ₁₅	Discordância
A ₆	Discordância	A ₁₆	Discordância
A ₇	Concordância negativa	A ₁₇	Discordância
A ₈	Concordância positiva	A ₁₈	Discordância
A ₉	Discordância	A ₁₉	Concordância negativa
A ₁₀	Discordância	A ₂₀	Concordância negativa

A alternativa mais preferível é a alternativa A₁₂, seguida pela alternativa A₄ e assim por diante. Note que a alternativa A₁₂ têm grau de similaridade igual a 0,9955 que é menor que o outras alternativas pertencentes ao conjunto de alternativas, significando que existem outras alternativas que se aproximam mais do vetor consenso do a alternativa A₁₂. Entretanto, trata-se de uma alternativa pertencente à zona de concordância positiva e, portanto, aceita por todos os decisores. Além disso, A₁₂ é uma alternativa onde o consenso em utilidade não foi obtido, mas é a alternativa mais próxima da alternativa ideal. O exemplo discutido na seção 4.2.3 ilustra de forma parecida o que acontece com a alternativa A₁₂.

Nesse exemplo numérico, apenas três alternativas posicionaram-se na zona de concordância positiva (A₁₂, A₄ e A₈) e a ordenação deu-se pelo valor da magnitude da projeção, conforme os passos apresentados na seção 4.2.5. As alternativas pertencentes à zona de concordância negativa também foram ordenadas segundo a magnitude da projeção da alternativa e as alternativas pertencentes à zona de discordância foram ordenadas segundo o grau de similaridade com a alternativa ideal, representando vetor consenso.

Quanto à violação às propriedades do Teorema da Impossibilidade de Arrow comentadas na seção 2.2.2, o modelo proposto também não consegue construir uma função de bem estar social que atenda a todas as propriedades do teorema. Analisando o modelo proposto segundo cada propriedade, tem-se que:

- Propriedade 1. *Não-ditatorial*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois não impõe o resultado final considerando a preferência de um único
- Propriedade 2. *Não-impositiva*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois não impõe o resultado final considerando a preferência de único decisor.
- Propriedade 3. *Domínio irrestrito*. O modelo proposto não viola essa propriedade, pois considera que todos os decisores são capazes e fornecer suas estruturas de preferência e todas elas são consideradas pelo modelo proposto.
- Propriedade 4. *Independência a alternativas irrelevantes*. O modelo proposto faz uso da Teoria da Utilidade Multiatributo, que utiliza uma função de síntese, para cálculo da utilidade de cada decisor sobre cada alternativa. Neste caso, o resultado obtido pelas avaliações de cada decisor sobre uma dada alternativa é sempre independente das avaliações feitas sobre alternativas já analisadas. Entretanto, uma alternativa considerada irrelevante para um decisor, pode não ser para outro. O modelo aditivo tradicional agrega essas informações, independentemente de ser ou não se a alternativa é considerada irrelevante para algum decisor. Como consequência e, devido ao efeito compensatório do modelo, uma inversão na ordem final pode ocorrer. No modelo tradicional, uma alternativa considerada irrelevante por um decisor pode ser a escolhida pelo grupo. O modelo proposto minimiza esse problema, pois, em primeiro lugar identifica que se trata de uma alternativa considerada irrelevante para pelo menos um decisor, sendo localizada na zona de discordância ou, considerada irrelevante para todos os decisores, sendo posicionada na zona de concordância negativa; Se algum decisor avaliou uma alternativa irrelevante com um valor de utilidade alto e os demais decisores não o fizeram, significa que essa alternativa estará localizada na zona de discordância e provavelmente terá um grau de similaridade pequeno, não devendo assim, comprometer o resultado final.
- Propriedade 5. *Monotonicidade*. O modelo viola o Teorema da Impossibilidade de Arrow, pois uma alternativa posicionada numa posição qualquer na avaliação de um dado decisor, pode ter, na avaliação do grupo, uma inversão de posição que leva a alternativa para uma posição pior na ordem final

4.3.5 Recurso gráfico

Assim como apresentado na seção 3.3.5, o uso de um recurso gráfico pode ser extremamente útil no auxílio à tomada de decisão em grupo. O uso desse tipo de ferramenta possibilitaria aos decisores um melhor entendimento do problema e da percepção que os demais decisores têm sobre as alternativas apresentadas. A Figura 3.10 pode ser utilizada como um exemplo.

4.3.6 Análise de sensibilidade

Foram feitos testes de sensibilidade variando em 10% para mais e para menos os limiares de veto informados pelos decisores. O que se percebeu foi que alternativas que se localizavam próximas a essas fronteiras poderiam migrar de uma zona para outra dependendo dos valores dos limiares de veto adotados. Essa mudança promoveu variações de posição na ordenação final das alternativas em virtude da alteração na forma de ordenação que deve ser aplicada a cada alternativa (utilizando o grau de similaridade ou a magnitude da projeção de um vetor sobre outro).

Variando apenas o limiar de veto de DM1:

Inicialmente, considerando o limiar de veto igual a 0,44, teve-se que 70% das alternativas eram consideradas aceitáveis por esse decisor. A variação de 10% para mais (isto é, mudar de 0,44 para 0,482) no seu limiar de veto não alterou essa quantidade nem promoveu mudanças de zonas entre as alternativas. A variação de 10% para menos (isto é, mudar de 0,44 para 0,396) fez com que três alternativas consideradas indesejáveis (A_7 , A_{19} e A_{20}) passassem a ser consideradas aceitáveis por esse decisor e portanto mudassem da zona de concordância negativa para a zona de discordância. Isso promoveu uma mudança na ordem de preferência do grupo porque na zona de discordância o importante é o quão próximo do vetor consenso a alternativa está, a saber:

$A_{12} P A_4 P A_8 P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{19} P A_{16} P A_{18} P A_7 P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Variando apenas o limiar de veto de DM2:

Inicialmente, considerando o limiar de veto igual a 0,55, teve-se que 45% das alternativas eram consideradas aceitáveis por esse decisor. A variação de 10% para mais (isto

é, mudar de 0,55 para 0,605) no seu limiar de veto fez com que sete alternativas passassem a ser consideradas como indesejáveis, migrando para a zona de discordância. A lista ordenada das preferências do grupo foi:

$A_{12} P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{20} P A_{14} P A_{10} P A_{19} P A_{16} P A_4 P A_8 P A_{18} P A_7 P A_5 P A_{13} P A_1$

A variação de 10% para menos (isto é, mudar de 0,55 para 0,495) incluiu cinco novas alternativas no grupo das alternativas aceitáveis, entretanto essa mudança não as inclui na zona de concordância positiva visto que elas são consideradas indesejáveis por outros decisores. A ordenação final não se alterou em relação à sequência original. A lista ordenada das preferências do grupo foi:

$A_{12} P A_4 P A_8 P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{16} P A_{18} P A_7 P A_{19} P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Variando apenas o limiar de veto de DM3:

Inicialmente, considerando o limiar de veto igual a 0,72 apenas 15% das alternativas são consideradas aceitáveis por esse decisor. A variação de 10% para mais (isto é, mudar de 0,72 para 0,792) no seu limiar de veto fez com que nenhuma alternativa passasse a ser vista como aceitável. Não houve alteração na zona de concordância negativa. A lista ordenada das preferências do grupo foi:

$A_{12} P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{16} P A_4 P A_8 P A_{18} P A_7 P A_{19} P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

A variação de 10% para menos (isto é, mudar de 0,72 para 0,648) fez com que duas novas alternativas passassem à zona de concordância positiva, contabilizando 25% do total de alternativas. Não houve alteração na zona de concordância negativa. A lista ordenada das preferências do grupo foi:

$A_{12} P A_4 P A_8 P A_2 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{16} P A_4 P A_{18} P A_7 P A_{19} P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Variando três limiares de veto:

Realizando uma análise dos extremos possíveis (todos os decisores variam 10% para mais ou 10% para menos) tem-se que:

Caso os três decisores aumentassem em 10% seus limiares de veto, as consequências seriam: não haveria alternativas na zona de concordância positiva uma vez que um dos decisores rejeitaria todas as alternativas; não haveria alteração na zona de concordância negativa. A alternativa A_2 seria posta na primeira posição da lista ordenada. A sequência final seria:

$A_2 P A_{12} P A_4 P A_{15} P A_{17} P A_9 P A_{13} P A_{11} P A_6 P A_{14} P A_{10} P A_{16} P A_8 P A_{18} P A_7 P A_{19} P A_{20} P A_5 P A_{13} P A_1$

Caso os limiares fossem decrementados de 10%, cinco alternativas fariam parte da zona de concordância positiva e três alternativas fariam parte da zona de concordância negativa. A sequência final seria:

$A_{12} P A_2 P A_4 P A_{15} P A_8 P A_{17} P A_9 P A_3 P A_{11} P A_6 P A_{20} P A_{14} P A_{10} P A_{19} P A_{16} P A_{18} P A_7 P A_5 P A_{13} P A_1$

Assim, percebe-se que os testes de sensibilidade indicam que os resultados obtidos são intimamente dependentes dos limiares de veto adotados. Cabe aos decisores avaliarem os resultados e posicionarem-se da melhor e mais justa maneira possível com relação aos valores assumidos como seus limiares de veto.

4.3.7 Alocação das alternativas segundo a limitação do recurso e o ano do início do investimento

O problema de alocação não pode ser diretamente resolvido por aplicação direta do resultado do modelo no Solver do Microsoft Excel, pois ordenação final está numa escala ordinal e não cardinal. Note que apesar dos valores de utilidade das alternativas terem sido calculados, eles foram gerados para que duas novas métricas pudessem ser utilizadas.

Para fins ilustrativos, o exemplo numérico de alocação será realizado adotando-se o mesmo procedimento assumido na seção 3.3.7 e considerando apenas uma métrica. As alternativas foram ordenadas considerando apenas a métrica da magnitude da projeção do vetor sobre outro. Há a restrição de que pelo menos uma área (alternativa) de cada uma das

três macro-regiões esteja presente em cada ano do empreendimento. Existe uma verba de 100 unidades monetárias para ser alocada. O quanto é necessário de investimento financeiro em cada área foi apresentado na seção 3.3.7. O resultado é apresentado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5. Alocação das alternativas por ano de investimento

Região	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4
R1	A3	A4	A2	A6
R2	A8	A9	A11, A12	A7, A10
R3	A14, A19	A17, A18	A15	A16
INVESTIMENTO	25	23	22	26
(em unidades monetárias)	$25+23+22+26=96$			

Não houve alocação de todo o recurso disponível, porém as alternativas que não foram contempladas pertencem à zona de concordância negativa. O valor restante poderá ser utilizado como um fator de contingência para o desenvolvimento do empreendimento.

4.3.8 Comparação entre os modelos apresentados

Para fins comparativos, utilizou-se o mesmo problema para servir de aplicação numérica para os dois modelos apresentados nessa tese. A Tabela 4.6 apresenta um resumo com todas as ordenações possíveis. As preferências dos três decisores (DM1, DM2 e DM3) são as mesmas utilizadas no Capítulo 3. Para a agregação das preferências individuais, os três modelos discutidos nesse trabalho são listados: a solução utilizando a abordagem tradicional do modelo aditivo; a solução utilizando o modelo baseado no fator redutor de utilidade; e a solução baseada na aproximação ao vetor consenso.

Observa-se que nos dois modelos propostos, as alternativas localizadas na zona de concordância positiva mantiveram-se nas mesmas posições. Na zona de concordância negativa houve uma inversão de posição entre as alternativas A₇ e A₁₉ quando comparado com o modelo aditivo. As maiores divergências aconteceram com as alternativas localizadas na zona de discordância. Entretanto, essa é a grande diferenciação entre os modelos. Na primeira proposta, houve uma preocupação de manter-se o mais próximo possível da abordagem tradicional da teoria de utilidade multiatributo, penalizando apenas as alternativas que poderiam ser vistas como conflituosas por estarem numa zona de discordância mais

possuírem um valor de utilidade global maior que a da alternativa virtual. Na segunda abordagem, todas as alternativas localizadas na zona de discordância receberam o mesmo tratamento e a ordenação deu-se considerando o grau de convergência (chamado de grau de similaridade) existente entre os decisores acerca das alternativas e em situações particulares, a magnitude da projeção. Quanto menos conflitantes, melhor.

A alternativa A_2 e A_{12} alternam-se na primeira posição das ordenações apresentadas na Tabela 4.6. Dentre os rankings gerados pelos três modelos, apenas no método tradicional de agregação a alternativa A_2 ficou primeira posição apesar de aparecer como a melhor alternativa para dois dos decisores. Entretanto, a alternativa é uma alternativa considerada indesejável ou inaceitável pelo terceiro decisor, e sua seleção seria considerada uma situação propícia ao conflito. Por essa razão essa alternativa foi preterida pela A_{12} .

No modelo que faz uso do FRU, quatro alternativas são consideradas indiferentes: A_2 , A_{10} , A_{15} , A_{17} . São alternativas consideradas conflitantes e possuíam o valor de utilidade global maior ou igual ao da alternativa virtual. Por essa razão, sofreram uma redução de utilidade global pelo uso do FRU.

A alternativa A_{15} também retrata bem as diferenças entre as três abordagens. No modelo tradicional da teoria multiatributo, essa alternativa encontra-se na quinta posição. Na abordagem utilizando um fator redutor de utilidade essa alternativa teve sua utilidade global reduzida à utilidade da alternativa virtual, posicionando-se imediatamente após todas as alternativas pertencentes à zona de concordância positiva, pois é uma alternativa que pertence à zona de discordância. Entretanto no modelo utilizando o grau de similaridade percebe-se essa alternativa ocuparia a décima terceira posição caso apenas o grau de similaridade fosse considerado. Veja-se a situação da alternativa A_6 . Essa alternativa possui um grau de similaridade maior que o das alternativas A_{10} , A_{14} , A_{15} , A_{16} . Entretanto, para todas essas alternativas os decisores as avaliaram, separadamente, como melhores que A_6 , apesar de todas serem consideradas indesejáveis para pelo menos um decisor. Neste caso é necessário fazer um ajuste no modelo e considerar também a magnitude da projeção como uma segunda grandeza na definição da ordem final.

As alternativas A_1 e A_{13} foram consideradas as piores para todos os decisores e ficam nas últimas posições das listas ordenadas. Note que neste caso houve uma unanimidade entre os decisores e as listas geradas pelos modelos respeitaram essa posição dos decisores.

Tabela 4.6. Resumo dos resultados apresentados pelos três modelos discutidos

Posição no ranking	Ranking DM1	Ranking DM2	Ranking DM3	Ranking MAUT	Ranking MODELO COM FRU	Ranking MODELO VETORIAL
1	A2	A2	A12	A2	A12	A12
2	A12	A12	A4	A12	A4	A4
3	A4	A4	A8	A4	A8	A8
4	A15	A15	A2	A8	A2, A10, A15, A17	A2
5	A8	A17	A15	A15		A15
6	A17	A8	A18	A10		A17
7	A10	A9	A10	A17		A9
8	A9	A10	A16	A16	A16	A3
9	A14	A14	A17	A9	A9	A11
10	A16	A3	A9	A18	A18	A6
11	A3	A16	A3	A3	A3	A14
12	A11	A6	A7	A14	A14	A10
13	A18	A11	A11	A11	A11	A16
14	A6	A18	A19	A6	A6	A18
15	A20	A20	A14	A19	A19	A7
16	A19	A19	A6	A7	A7	A19
17	A7	A5	A20	A20	A20	A20
18	A5	A7	A5	A5	A5	A5
19	A13	A13	A13	A13	A13	A13
20	A1	A1	A1	A1	A1	A1

4.4 Discussão do modelo e sua contribuição

O modelo baseado na aproximação ao vetor consenso introduz uma nova forma de agregação das preferências individuais num processo de decisão em grupo. Diferente de uma agregação aditiva, típica dos modelos baseados em um critério único de síntese, propõe-se a utilização de uma representação vetorial e da álgebra linear para resolução do problema e recomendação de uma solução. O novo modelo faz uso de duas novas métricas de seleção/ordenação: o grau de similaridade entre uma alternativa e a alternativa ideal (localizada no vetor consenso) e da magnitude da projeção de um vetor alternativa sobre o

vetor consenso. As zonas de concordância e de discordância apresentadas no Capítulo 3 continuam sendo utilizadas nesse novo modelo.

A identificação das zonas de concordância e de discordância introduz as mesmas vantagens ao modelo apresentadas no Capítulo 3: identificação das alternativas aceitáveis por todos os decisores; identificação das alternativas não aceitáveis por todos os decisores; identificação de alternativas conflituosas; identificação da alternativa virtual que representa o menor valor de utilidade global aceitável por todos os decisores; e um melhor entendimento sobre a visão que os decisores têm sobre o problema. No modelo baseado na aproximação ao vetor consenso, a escolha de qual métrica de seleção/ordenação de alternativas será utilizada dependerá da zona a qual as alternativas estarão localizadas.

O grau de similaridade entre alternativa e alternativa ideal informa quão próximo ou similar o vetor que representa uma dada alternativa está (ou é) do vetor consenso. A proposta de utilizar o grau de similaridade como uma métrica de seleção/ordenação das alternativas originou-se nos modelos dos sistemas de recuperação de informação (SRI) já existentes. Ao receber uma consulta, os modelos realizam uma busca em suas bases de dados, retornando documentos que se aproximam vetorialmente da consulta formulada pelo usuário. Com essa idéia em mente, o modelo de decisão em grupo baseado na aproximação ao vetor consenso procura ordenar as alternativas conflituosas utilizando essa métrica. Entende-se que as alternativas localizadas nas zonas de discordância são as alternativas que podem gerar maiores entraves ao processo decisório. Quanto maior for o cosseno de ângulo entre uma alternativa e alternativa ideal, mais consensual essa alternativa será. Num problema de ordenação, o modelo utiliza essa informação para determinar a sequência final a ser recomendada. Alternativas mais consensuais terão prioridade sobre as mais conflituosas.

Para as zonas de concordância positiva e concordância negativa, o modelo entende que os decisores concordam que todas as alternativas ali posicionadas são aceitáveis ou não-aceitáveis, dependendo da zona. Neste caso, a magnitude da projeção do vetor que representa uma dada alternativa sobre o vetor consenso que é representado pelas coordenadas da alternativa ideal seja a melhor métrica a ser adotada. Quanto maior for essa projeção, mais próxima da magnitude do vetor consenso essa alternativa estará. Num problema de ordenação, o modelo utiliza essa informação para determinar a sequência final a ser recomendada.

Espera-se que num modelo colaborativo de decisão em grupo, os decisores hajam de forma transparente e positiva, buscando uma solução que represente o desejo da maioria, e no melhor caso, de todos os participantes. Todavia, nenhum modelo está totalmente livre de

misrepresentation. O modelo proposto também não estará. Por exemplo, digamos que o decisor DM1 sabendo da avaliação do decisor DM2 sobre a alternativa a decida alterar sua função utilidade de forma a prejudicar essa alternativa. Essa atitude traz duas consequências possíveis: a primeira é a diminuição do grau de similaridade $Sim(a, x^*)$ causado pelo o aumento da divergência entre as avaliações dos decisores; as segunda, é a diminuição da magnitude da projeção desse novo vetor sobre o vetor consenso. A depender de qual zona a alternativa a pertença, o resultado final poderá ser alterado. Entretanto, espera-se que o impacto desse tipo de atitude no modelo proposto será menor do que num modelo tradicional multiatributo, pois não se trata de uma média ponderada das utilidades individuais e sim de uma representação vetorial.

A manipulação dos valores dos limiares de veto ou das funções de utilidade individuais só faz sentido se os decisores estiverem dispostos a modificar a avaliação final de alternativas próximas aos limiares de veto estabelecidos conforme mostrado durante a análise de sensibilidade sobre o exemplo numérico apresentado nesse trabalho. Entretanto, percebe-se que na zona de concordância negativa todos os decisores concordam que aquelas alternativas ali localizadas não devem ser escolhidas, logo não há interesse em mascarar nenhuma opinião. Isto é, não faz sentido pensar em prejudicar ou melhorar uma alternativa avaliada como inadequada.

Por sua vez, na zona de concordância positiva, também não faz sentido um decisor diminuir a avaliação de uma alternativa que ele considera aceitável. Essa mudança implicaria no afastamento dessa alternativa da alternativa ideal. Qualquer mudança diferente aproximaria essa alternativa da alternativa ideal, e, portanto, do consenso.

O modelo proposto viola o Teorema da Impossibilidade de Arrow, pois não assegura a transitividade na ordenação final das alternativas. Entretanto, a preocupação de priorizar as alternativas mais aceitáveis por todos os decisores e de não utilizar um modelo aditivo para construir um modelo de preferência do grupo faz do modelo proposto uma interessante ferramenta na busca da função de bem estar social discutida por Arrow (1950). O modelo proposto considera as preferências das minorias da mesma forma que das maiorias, aproximando-se assim de um processo mais democrático. Como na teoria dos jogos de Nash, espera-se que com a utilização desse modelo, os participantes não tenham interesse em mudar suas avaliações sobre as alternativas sem que os demais assim o façam. Em geral, espera-se que variações individuais tenham pouco impacto nos valores do grau de similaridade ou da magnitude da projeção de um vetor. Trata-se de busca de um equilíbrio. Entende-se que

apenas coalisões entre decisores poderiam alterar significativamente um resultado, entretanto é preciso deixar claro que o modelo está sendo proposto para um processo colaborativo. Infelizmente, o modelo não garante que os participantes terão uma postura ética durante todo o processo decisório de forma a assegurar esse equilíbrio, mas espera-se que a confiança depositada pelos decisores na recomendação do modelo retrate de forma clara e justa um entendimento positivo para todos.

Assim como apresentado para o modelo baseado num fator redutor de utilidade (Capítulo 3), o modelo proposto nesse capítulo também se beneficiaria caso um software de apoio à decisão fosse desenvolvido. Uma interface gráfica amigável que permitisse aos decisores visualizar melhor como as alternativas estão sendo avaliadas pelos demais decisores e que permitisse a manipulação gráfica de seus limites de veto seria de extremo valor.

Uma das principais vantagens do modelo é o fato de que possui uma baixa complexidade matemática e computacional quando comparado com outros modelos existentes na literatura baseados em distância entre os decisores. Note que, dentre as alternativas consideradas aceitáveis o modelo não procura medir a distância entre opiniões, mas sim, procura destacar o quão próximo ou distante uma alternativa qualquer está da alternativa ideal. Neste caso, parte-se do pressuposto que os decisores estão num processo colaborativo e dispostos a abrir mão de alternativas que individualmente consideram melhores por outras que possam promover uma solução considerada melhor para o grupo, e sendo assim, não cabe a discussão da intensidade da diferença entre opiniões, mas a identificação de qual dentre as alternativas apresentadas mais se aproxima da alternativa ideal.

Nas regiões de conflito (ou discordância) a informação da distância entre opiniões passa a ser útil para identificar o quanto divergentes as avaliações dos decisores estão acerca da avaliação de utilidade de uma alternativa qualquer. Neste caso em vez de utilizar métricas como a distância euclidiana, o modelo procura utilizar uma medida de similaridade comparando o quanto as visões dos decisores divergem de um possível consenso. Essa medida de similaridade fornece uma informação entre a existência ou não de uma correlação entre as avaliações dos decisores (através do vetor que representa a combinação das utilidades individuais para uma alternativa qualquer) e uma situação onde todos avaliam a alternativa com a mesma utilidade (o vetor consenso). Neste caso, o modelo propõe minimizar os conflitos considerando as alternativas com graus de similaridade maiores como alternativas mais consensuais e, portanto, melhores para o modelo de decisão em grupo.

5 CONCLUSÕES

Conflitos são comuns em processos de decisões em grupo, bem como sentimentos de arrependimento, inveja e frustração, que podem ser causados devido às diferentes expectativas sobre a solução do problema e/ou devido à forma como foi feita a seleção/ordenação/classificação das alternativas existentes. Muitos modelos de apoio ao processo de decisão já foram propostos na literatura na tentativa de ajudar os decisores na busca de uma recomendação final, porém nem sempre esses modelos estão focados na busca de um consenso.

Inicialmente acreditava-se que consenso só existiria se a unanimidade fosse alcançada. Isso gerou sérias limitações aos modelos de decisão em grupo, pois o consenso pode nunca ser alcançado ou demandar mais tempo de que o necessário e/ou disponível. Um exemplo desse tipo de abordagem é quando um júri precisa, através da unanimidade, decidir sobre a culpa ou inocência de um réu. Entretanto, usa-se atualmente uma definição mais relaxada para o termo, visando não mais a unanimidade, mas sim um acordo, onde todos os participantes acreditam estar obtendo a melhor solução para o grupo. Essa nova definição possibilitou a consolidação de vários modelos baseados em consenso.

Em suma, os modelos de decisão em grupo podem ser organizados em sistemas de votação, decisão multicritério e escolha social. Nos modelos de agregação são baseados nos sistemas de votação e de alguns modelos de decisão multicritério, onde a opinião da maioria representa a opinião do grupo; Os modelos baseados em consenso entre os decisores buscam uma decisão coletiva, que seja apoiada por todo o grupo. Os modelos tradicionais baseados na agregação aditiva não tratam do problema do consenso e sabe-se que o efeito compensatório do método pode gerar soluções que não satisfazem aos anseios dos decisores. Como mostrado neste trabalho, ao utilizar um modelo aditivo, as utilidades de cada decisor são agregadas e o resultado é uma média ponderada pelo peso dos decisores. Isto é, as preferências individuais são agregadas de forma a construir uma função única de síntese que represente a opinião do grupo.

Quando os decisores possuem opiniões convergentes, próximas umas das outras, o resultado naturalmente aproxima-se do consenso, mas em casos onde as opiniões divergem bastante (isto é, o desvio padrão entre os valores de utilidade para uma dada alternativa é alto) o resultado final tem um valor pouco representativo da opinião do grupo. Quanto maior a

divergência entre os decisores sobre uma alternativa qualquer, pior será a avaliação global da mesma e mais distante um consenso estará.

Sendo assim, necessário se fez propor mecanismos que minimizassem o desconforto gerado por esses cenários de discórdia ou pela eleição de uma alternativa pouco aceitável para um decisor ou um grupo de decisores. Buscou-se também propor modelos cujas complexidades matemática ou computacional fossem baixas e, ainda assim, fosse possível viabilizar o consenso.

Verificou-se que na literatura a existência de vários modelos desenvolvidos com o objetivo de promover o consenso em uma decisão em grupo, seja em problemas de seleção, escolha ou classificação. A maioria deles utiliza as idéias existentes nos métodos de sobreclassificação para construir modelos onde: primeiro, procura-se por alternativas consideradas tão boas quanto outras para todos os decisores; segundo, procura-se estabelecer mecanismos para possibilitar que a minoria conseguia impor sua presença; e terceiro, evitar o efeito compensatório dos métodos baseados em critério único de síntese. Muitos desses métodos envolvem uma complexidade computacional grande e/ou uso de métodos iterativos e recursivos que demandam recursos para que possam comparar todas as alternativas entre si e comparar combinações de grupos dessas alternativas entre si.

Na tentativa de construir modelos baseados na agregação aditiva de preferências e ainda assim promover a busca por soluções mais consensuais, os modelos dessa tese foram propostos. O primeiro modelo, apresentado no Capítulo 3, faz uso de um fator redutor de utilidade (FRU) para minimizar os efeitos compensatórios do modelo aditivo atuando sobre as alternativas consideradas conflitantes. Desse modelo destacam-se três contribuições relevantes: a primeira contribuição deste modelo é a introdução do conceito de veto, tipicamente utilizados em modelos de sobreclassificação, em modelos compensatórios. Através dos limiares de veto, os decisores expressam claramente os limites mínimos de utilidade para as alternativas que eles estão dispostos a aceitar em prol de um interesse coletivo; a segunda contribuição do modelo é o fato de que a combinação dos limiares de veto permite dividir o espaço de consequências em pelo menos quatro regiões: as zonas de concordância positiva, de concordância negativa e de discordância. A percepção de em qual zona uma dada alternativa está localizada fornece aos decisores mais informações sobre o problema e sobre quais são as alternativas conflitantes. Essa informação adicional pode ser utilizada para estimular o debate entre os decisores e promover mais facilmente o consenso. Numa problemática de escolha, a zona de concordância positiva pode ser entendida como um

“conjunto viável” de alternativas e recomendação de solução adotada seria a alternativa com maior utilidade global, calculada utilizando o modelo aditivo tradicional; e a terceira contribuição do modelo é a utilização do FRU, construído com as informações sobre os limiares de veto. O FRU assegura que nenhuma alternativa localizada numa região de discordância possua utilidade global maior que aquelas localizadas na região de concordância positiva. O modelo com FRU mostrou-se eficiente ao penalizar as alternativas conflituosas e ao assegurar uma redução do valor da utilidade dessas alternativas.

Note que um pressuposto do modelo é que os decisores estejam dispostos a abrir mão de suas alternativas mais preferíveis para aceitar outras com utilidade menor, mas ainda dentro da sua região de aceitação. Porém percebeu-se que o modelo de decisão em grupo baseado no FRU não está totalmente imune ao efeito compensatório, apenas o minimizando em alguns casos. Por exemplo, dentre as alternativas da zona de concordância positiva a comparação entre elas é feita pelo valor da utilidade global obtido pelo modelo aditivo tradicional, o efeito compensatório está presente e ainda podem ocorrer insatisfações entre os decisores. Outro aspecto negativo do modelo com FRU é o fato de que ele também não está imune a manipulações que por ventura os decisores desejem fazer para obter mais vantagens sobre os resultados da decisão do grupo (*misrepresentation*).

O modelo com FRU foi desenvolvido para minimizar os efeitos compensatórios do modelo aditivo e estimular o debate, e podendo promover, como uma consequência possível, o consenso. Logo, esse modelo não considera o consenso como um elemento inerente ao modelo. Deste fato surgiu a necessidade de propor outra forma de agregação das utilidades individuais. Esse segundo modelo deveria, além de agregar as preferências dos decisores, contemplar as medidas de distância entre as alternativas como uma informação de qualidade da decisão e de proximidade de opinião dos decisores.

As principais contribuições do modelo apresentado no Capítulo 4 foram: em primeiro lugar a visualização das alternativas em uma representação vetorial e a possibilidade de utilizar as técnicas da álgebra linear para auxiliar a tomada de decisão; a segunda contribuição foi a introdução dos conceitos de vetor consenso e de alternativa ideal e a combinação de duas métricas para medida de distância entre alternativas. Essas métricas são o grau de similaridade entre alternativas e a magnitude da projeção de um vetor sobre o outro. A magnitude da projeção de um vetor sobre o vetor consenso construído com a alternativa ideal transforma uma informação vetorial em uma informação escalar para que se possa comparar e ordenar as alternativas. Nas zonas de discordância, a métrica adotada prioritariamente é o grau de

similaridade, pois ele fornece uma medida de quão próxima é a percepção dos decisores acerca da utilidade de uma dada alternativa e quão próxima essa alternativa está de um consenso. Todavia, o modelo precisa assegurar que, mesmo na zona de discordância, se uma alternativa a é mais bem avaliada para todos os decisores que a alternativa b , então a alternativa a não pode ficar posicionada numa posição inferior à alternativa b , mesmo que possua um grau de similaridade menor. Por essa razão a magnitude da projeção de um vetor sobre o vetor consenso deve ser utilizada em situações desse tipo. Esse problema só ocorre em problemáticas de ordenação.

Na busca por alternativas mais conciliadoras e comparando os resultados obtidos pelo modelo aditivo, percebe-se que a combinação da magnitude da projeção de um vetor e do grau de similaridade possui uma resposta ao efeito compensatório melhor que o do modelo aditivo por não se tratar de uma média ponderada. Isso traz uma vantagem ao modelo quando comparado ao modelo aditivo. Nas zonas de concordância positiva e concordância negativa, a métrica principal é a magnitude da projeção de um vetor sobre o vetor consenso. Nessas zonas o grau de similaridade pode ser utilizado para os casos de empate entre alternativas. Nas zonas de discordância a métrica principal é o grau de similaridade, ficando a métrica da magnitude da projeção de um vetor sobre o vetor consenso para ser utilizada em casos especiais.

Na busca de modelos mais igualitários, o modelo baseado na aproximação ao vetor consenso mostra-se como um candidato, pois considera que todos os decisores possuem o mesmo grau de importância. Nesse modelo não existe o conceito de peso de um decisor. Por outro lado, essa característica pode ser vista como uma limitação do modelo. O segundo modelo proposto neste trabalho de pesquisa herda do modelo baseado em FRU a necessidade da divisão do espaço de consequência em zonas de concordância e discordância. Desta forma o modelo prioriza as alternativas aceitáveis por todos os decisores, mas fornece uma informação adicional: o quanto de divergência existe entre os decisores, considerando suas avaliações individuais e a possibilidade de chegar a um consenso.

O modelo baseado na aproximação ao vetor consenso, assim como o modelo com FRU, não está imune a manipulações que os decisores possam vir a fazer para obter vantagens durante o processo decisório.

Mesmo violando as propriedades do Teorema da Impossibilidade de Arrow nas propriedades de monotonicidade e independência a alternativas irrelevantes (em alguns casos), os modelos propostos cumprem o objetivo que motivou o desenvolvimento deste

trabalho. São modelos de agregação das preferências individuais, com baixa complexidade computacional, minimizam o efeito compensatório do modelo aditivo em alternativas conflituosas e estimulam o desenvolvimento de recomendações de solução focadas num consenso.

5.1 Principais contribuições da tese

Como principais contribuições destacam-se:

- A introdução dos conceitos de zonas de concordância e de discordância entre os decisores. Essas zonas permitem uma melhor identificação de como os decisores avaliam cada alternativa. As zonas são construídas a partir dos limiares de veto fornecidos pelos decisores;
- A identificação da alternativa virtual que representa o menor valor de utilidade global aceitável por todos os decisores, caso uma função aditiva fosse adotada como modelo de agregação de preferência;
- O desenvolvimento de um modelo de decisão baseado num fator redutor de utilidade, onde se introduz uma pequena variação ao modelo aditivo, penalizando as alternativas que estão localizadas nas zonas de discordância e possuem uma utilidade global maior que a da alternativa virtual. Alternativas localizadas na zona de concordância positiva são priorizadas;
- A introdução de outra forma de agregar as utilidades dos decisores, utilizando uma representação vetorial para identificar as alternativas. Nesse novo modelo faz-se uso da informação do grau de similaridade entre a alternativa e a alternativa ideal, e da magnitude da projeção do vetor que representa a alternativa sobre o vetor consenso. Alternativas localizadas na zona de concordância positiva são priorizadas. O modelo desenvolvido é baseado em distância entre as alternativas e estimula a busca do consenso.

5.2 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros a esta tese sugere-se:

- Como apresentado no Capítulo 3, no modelo de decisão em grupo baseado num fator redutor de utilidade (FRU), pode-se buscar outros índices para funcionar como FRU e avaliar os benefícios de utilizá-los. Um trabalho futuro será avaliar os resultados utilizando diferentes FRU e compará-los;
- No Capítulo 4 sobre o modelo de decisão em grupo baseado na aproximação ao vetor consenso, as distâncias das alternativas foram calculadas em relação à alternativa ideal. Um trabalho futuro será avaliar os resultados utilizando diferentes alternativas e comparar os resultados dos modelos. Isso poderia trazer como resultado, por exemplo, a informação de que as alternativas existentes são muito parecidas ou muito divergentes para serem comparadas;
- Sugere-se o desenvolvimento de softwares de apoio à decisão (SAD), com recursos gráficos e interativos como os apresentados na Figura 3.10, para ambos os modelos propostos, de forma a construir um ambiente convidativo e útil para o desenrolar de todo o processo decisório;
- A zona de discordância nesse trabalho foi definida como uma região onde pelo menos um decisor não aceita as alternativas ali posicionadas. Como uma extensão do trabalho, propõe-se a fragmentação da zona de discordância em zonas menores, identificando decisores que possuem linhas de pensamento parecidas e verificando o impacto dessa informação nos resultados do modelo;
- Os dois modelos propostos consideraram alternativas já existentes para realizar suas análises. Entretanto, o modelo de decisão em grupo baseado na aproximação ao vetor consenso, por se tratar de uma representação vetorial, poderia ser expandido para um modelo de busca de novas alternativas, introduzindo idéias como áreas de vizinhança das alternativas e verificando através das métricas propostas a possibilidade de encontrar novas alternativas dentro de um conjunto viável de soluções (estabelecido através da zona de concordância positiva).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, A T (Org.); RAMOS, F. S. (Org.). *Gestão da Informação na Competitividade das Organizações*. 2ª. Edição. Recife: Editora Universitária, 2002.
- ANDERSEN, D.F. VENNIX, J.A.M., RICHARDSON, G.P., ROUWETTE, E.A.J.A. Group model building: problem structuring, policy simulation and decision support. *Journal of the Operational Research Society*. V.58, p.691-694, 2007.
- ANISSEH, M., YUSUFF, R.B.M., SHAKARAMI, A. Aggregating group MCDM problems using a fuzzy Delphi model for personnel performance appraisal. *Scientific Research and Essays*, v.4, n.5, p.381-391, 2009.
- ARROW, K. A Difficulty in the Concept of Social Welfare. *The Journal of Political Economy*, vol. 58, n. 4, p.328-346, 1950.
- BAEZA-YATES R; RIBEIRO-NETO B. *Modern Information Retrieval*. Pearson, 1999.
- BANA E COSTA, C. Introdução Geral às Abordagens Multicritério de Apoio à Tomada de Decisão. *Investigação Operacional*, v.8, n.1, p.117-139, 1988.
- BANA E COSTA, C.A., A multicriteria decision aid methodology to deal with conflicting situations on the weights. *European Journal of Operational Research* v.26, p.22–34, 1986.
- BELTON, V., STEWART, T. *Multiple Criteria Decision Analysis*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- BEN-ARIEH D., EASTON T. Multi-criteria group consensus under linear cost opinion elasticity. *Decision Support Systems*, vol.43, p.713–721, 2007.
- BERUVIDES, M. Group decision support systems and consensus building: Issues in electronic media. *Computer Industrial Engineering*, v.29, n.1-4, p.601-605, 1995.
- BRAMS, S. E KILGOUR, D.M. Fallback Bargaining. *Group Decision and Negotiation*, v.10, n.4, p.287-316, 2001.

-
- BRAMS, S. E. SANVER M. Voting Systems That Combine Approval and Preference. Em
Brams, S. et al. (eds.), *The Mathematics of Preference, Choice and Order: Essays in
Honor of Peter C. Fishburn, Studies in Choice and Welfare*. Berlin: Springer Berlin
Heidelberg, 2009.
- BRAMS, S., TAYLOR, A. *Fair division. From cake-cutting to dispute resolution*. New
York: Cambridge University Press, 1996.
- BRANS, J. P.; VINCKE, P.H. A preference ranking organization method, the PROMETHEE
method for MCDM. *Management Science*, vol.31, p.647-656, 1985.
- CAKLOVIC, L. Graph Distance in Multicriteria Decision Making Context. *Developments in
Applied Statistics*. Ljubljana: FDV, 2003
- CAMPELLO DE SOUZA, F. M. *Decisões Racionais em Situações de Incerteza*. 2ª. Edição.
Recife: Gráfica Dom Bosco, 2007.
- CHAN, E.H.W., SUEN, H. C.H, CHAN, C. K. *MAUT-Based Dispute Resolution Selection
Model Prototype for International Construction Projects*. *Journal of Construction
Engineering and Management*, v, n. 5, p. 444-451, 2006.
- CHECKLAND P.B. *Soft Systems Methodology in Action*. Chichester: John Wiley and Sons
Ltd, 1999.
- CHEN, Y-L., CHENG, L-C., Mining maximum consensus sequences from group ranking
data, *European Journal of Operational Research*, v.198, n.1, p.241-251, 2009.
- CHENG, C-B. Group Opinion Aggregation Based on a Grading Process: A Method for
Constructing Triangular Fuzzy Numbers. *Computers and Mathematics with
Applications*, v. 48, p.1619-1632, 2004.
- CONTRERAS I., MÁRMOL A.M. A lexicographical compromise method for multiple
criteria group decision problems with imprecise information. *European Journal of
Operational Research*, v.181, p.1530–1539, 2007.
- CONTRERAS, I. A Distance-Based Consensus Model with Flexible Choice of Rank-
PositionWeights. *Group Decision and Negotiation* (2008), doi: DOI 10.1007/s10726-
008-9127-9

-
- COOK, W.D. Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking. *European Journal of Operational Research*, v.172, n.2, p.369-385, 2006.
- COOK, W.D., KRESS, M., SEIFORD, L.M. A general framework for distance-based consensus in ordinal ranking models. *European Journal of Operational Research*, v.96, n.2, p.392-397, 1997.
- COOK, W.D., SEIFORD, L.M. On the Borda-Kendall Consensus Method for Priority Ranking Problems. *Management Science*, v.28, n.6, p. 621-637, 1982.
- DAHER, S., ALMEIDA, A. T. Evaluating a Water Utility Automation Investment Problem in a Multicriteria Approach. In: TECER ENCUESTRO DE LA RED IBEROAMERICANO SOBRE EVALUACIÓN Y DECISIÓN MULTICRITERIO, Culiacan, México, 2007. *Proceedings...* Culiacan: Universidad de Occidente, 2007.
- DAHER, S., ALMEIDA, A.T. A New Preference Aggregation Technique for Reaching a Consensus Decision in a Water Utility Context. In: GROUP DECISION AND NEGOTIATION MEETING 2009, Toronto, 2009. *Proceedings...* Toronto: Westin Harbour Castle, 2009, p. 50-52.
- DAHER, S., MORAIS, D. C., ALMEIDA, A. T. A Decision Group Approach for a Water Utility Automation Investment Problem. In: GROUP DECISION AND NEGOTIATION 2008, Coimbra, 2008. *Proceedings...* Coimbra: Universidade de Coimbra, 2008, p. 37-38.
- DAMART, S., DIAS, L., MOUSSEAU, V. Supporting groups in sorting decisions: Methodology and use of a multi-criteria aggregation/disaggregation DSS. *Decision Support Systems*, v. 43,p. 1464-1475, 2007.
- DAY, W., MCMORRIS, F.R. *Axiomatic Consensus Theory in Group Choice and Biomathematics (Frontiers in Applied Mathematics)*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- DIAS, L., CLÍMACO, J., ELECTRE TRI for Groups with Imprecise Information on Parameter Values. *Group Decision and Negotiation*, v.9, p.355-377, 2000.

-
- EDWARDS W., BARRON F. SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multiattribute Utility Measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v.60, p.306-325, 1994.
- EKEL, P., QUEIROZ, J., PARREIRAS, R., PALHARES, R. Fuzzy set based models and methods of multicriteria group decision making, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* (2008), doi:10.1016/j.na.2008.11.087.
- GOMES, L., GOMES, C., ALMEIDA, A. *Tomada de Decisão Gerencial: Enfoque Multicritério*. 3ª. Edição. Rio de Janeiro: Editora Atlas, 2009.
- HAJKOWICZ, S. Supporting multi-stakeholder environmental decisions. *Journal of Environmental Management*, v. 88 , p. 607–614, 2008
- HAMOUDA, L., KILGOUR,M., HIPEL, K. Strength of Preference in the Graph Model for Conflict Resolution. *Group Decision and Negotiation*, v.13, p.449–462, 2004.
- HARALAMBOPOULOS D.A., POLATIDIS H. Renewable energy projects: structuring a multicriteria group decision-making framework. *Renewable Energy*, v.28, p. 961–973, 2003.
- HERRERA-VIEDMA, E., HERRERA, F., CHICLANA,F. A Consensus Model for Multiperson Decision Making With Different Preference Structures, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, v. 32, n.3, p.394-402, 2002.
- HIPEL,K. W. *Conflict Resolution*. Theme Overview Paper in Encyclopedia of Life Support Systems. United Kingdom: EOLSS Publishers, Oxford, 2002.
- IZ, P. H.; GARDINER, L.R. Analysis of multiple criteria decision support systems for cooperative groups. *Group Decision and Negotiation*, v.2, n.1, p.61-79, 1993.
- JABEUR K. , MARTEL J-M., BENKHELIFA S. A Distance-Based Collective Preorder Integrating the Relative Importance of the Group's Members. *Group Decision and Negotiation*, v. 13, p.327–349, 2004
- JIANG, Y., FAN,Z., MA,J. A method for group decision making with multi-granularity linguistic assessment information. *Information Sciences*, v. 178, p. 1098–1109, 2008.

-
- KAHNEMAN, D., TVERSKY, A. Prospect Theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, v.47, p. 263-291, 1979.
- KEENEY, R. L. *Value-Focused Thinking. A Path to Creative Decision-making*. London: Harvard University Press, 1992.
- KEENEY, R.L.; RAIFFA, H. *Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. New York: John Wiley and Sons, 1976.
- KEMENY, J. Mathematics without numbers. *Daedalus*, v.88, p.571–591, 1959.
- KIM, S.H., CHOI, S.H., KIM, J.K. An interactive procedure for multi-attribute group decision making with incomplete information: Range-based approach. *European Journal of Operational Research* v118, p.139–152, 1999.
- KLAMER, C. A distance measure for choice functions. *Social Choice and Welfare*, v.30, n.3, p.419-425, 2008.
- KLAMLER, C., ECKERT, D., MITLÖHNER, J., SCHLÖTTERER, C. A distance based comparison of basic voting rules. *Central European Journal of Operations Research*, v.14, n.4, p.377–386, 2000.
- KNIGHT, J., JOHNSON, J. Aggregation and deliberation: On the possibility of Democratic legitimacy. *Political Theory*, v.22, n.2, p. 277-296, 1994.
- KRUGER, H.A., KEARMEY, W.D. Consensus ranking – An ICT security awareness case study. *Computers & Security*, v. 27, p.254 – 259, 2008.
- LAHDELMA, R., SALMINEN, P. Prospect theory and stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA). *Omega*. V.37, p.961 – 971, 2009.
- LEYVA-LÓPEZ, J. C., FERNÁNDEZ-GONZÁLEZ, E. A new method for group decision support based on ELECTRE III methodology. *European Journal of Operational Research*, v.148, p. 14-27, 2003.
- LIMAYEM, F., YANNOU, B. Selective assessment of judgmental inconsistencies in pairwise comparisons for group decision rating. *Computers & Operations Research*.v.34, p.1824–1841, 2007

-
- MACHARIS, C.; BRANS, J. P., MARESCHAL, B. The GDSS PROMETHEE Procedure. *Journal of Decision Systems*, v.7, p. 283-307, 1998.
- MARTZ JR, W., SHEPHERD, M. Group Consensus: The Impact of Multiple Dialogues. *Group Decision and Negotiation*, v.13, n.4, p.315-325, 2004.
- MATSATSINIS N.F., GRIGOROUDIS E., Samaras A. Aggregation and Disaggregation of Preferences for Collective Decision-Making. *Group Decision and Negotiation*, v. 14, p.217–232, 2005.
- McKINNEY, M.J. What do we mean by consensus? Some Defining Principles. *Chronicle of Community*, v. 1, n. 3, P. 46-50, 1997.
- MILLER MK, OSHERSON D. Methods for distance-based judgment aggregation. *Social Choice and Welfare*, v.32, n.4, p.575-601, 2009.
- MITROFF, I.I., BETZ, F., PONDY, L.R., SAGASTI, F. On managing science in the systems age: two schemas for the study of science as a whole systems phenomenon. *Interfaces*, v.4, n.3, p.46-58, 1974.
- MONTERO, J. Rational aggregation rules. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 62, p. 267–276, 1994.
- MONTERO, J. The impact of fuzziness in social choice paradoxes. *Soft Computing- A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, v.12, n.2, p. 177-182, 2008.
- MUNDA, G. *Social Multi-Criteria Evaluation for a Sustainable Economy*. Springer, 2008.
- PETKOV D., PETKOVA, O. ANDREW,T., NEPAL, T. Mixing Multiple Criteria Decision Making with soft systems thinking techniques for decision support in complex situations. *Decision Support Systems*, v.43, p.1615–1629,2007
- POITRAS, J., BOWEN, R.E. A Framework for Understanding Consensus-Building Initiation. *Negotiation Journal*, v.18, n.3, 2002.
- RAIFFA, H. *The Art Science of Negotiation*. Cambridge: Harvard University Press, 1982.
- RAMSEY K. GIS, modeling, and politics: On the tensions of collaborative decision support. *Journal of Environmental Management*, v.90, p.1972–1980, 2009.

-
- REUCK, J., KLASS, D. AND SCHMIDENBERG, O. Arbitrage Possibilities in Conflict Situations. *Group Decision and Negotiation*, v. 13, n.5, p.437–448, 2004.
- ROUSSEAU, J. J. *The Social Contract*. Trans. Maurice Cranston. England: Penguin Books, 1968.
- ROY, B. *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- SHYUR, H-J. , SHIH, H-S., A hybrid MCDM model for strategic vendor selection, *Mathematical and Computer Modelling*, v. 44, n.7-8, p.749-761, 2006.
- SINGH, R.K., CHOUDHURY A.K, TIWARI M.K., SHANKAR R. Improved Decision Neural Network (IDNN) based consensus method to solve a multi-objective group decision making problem. *Advanced Engineering Informatics*, v.21, p.335–348, 2007.
- TAVANA M., LOPINTO F., SMITHER J. A Hybrid Distance-Based Ideal-Seeking Consensus Ranking Model. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, Article ID 20489, v.2007, 18 pp., 2007.
- THAGARD, P., KROON, F. Emotional consensus in group decision making. *Mind & Society*, v.5, n.1, p.85-104, 2006.
- TJOSVOLD D., FIELD R. Effects of Social Context on Consensus and Majority Vote Decision Making. *Academy of Management Journal* , v.26, n.3, p.500-506, 1983.
- VAN MILL, D. The possibility of rational outcomes from democratic discourse and procedures. *The Journal of Politics*, v.58, n.3, p.734-752, 1996.
- VINCKE, P. *Multicriteria Decision-Aid*. Londres: John Wiley and Sons, 1992.
- WANG Z., LI, K.W., WANG, W. An Approach to Multiattribute Decision Making with Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Assessments and Incomplete Weights, *Information Sciences*, v.179, n.17, p.3026-3040, 2009.
- WANG, Y.M., YANG, J.B., XU, D.L. A preference aggregation method through the estimation of utility intervals. *Computers & Operations Research*, v. 32, n.8, p.2027–2049, 2005.

-
- WILL, J., BERTRAND, M., FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v.22, n.2, p.241-264, 2002.
- XU,ZS., CHEN,J. Ordered weighted distance measure. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, v.17, n.4, p.432-445, 2008.
- YANG T., CHEN M-C., HUNG C-C. Multiple attribute decision-making methods for the dynamic operator allocation problem. *Mathematics and Computers in Simulation* v.73, p.285–299, 2007.
- YOUNG, H. Condorcet's Theory of Voting. *The American Political Science Review*, v.82, n.4, p.1231-1244, 1988.