



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLOGICA

WANESSA MAYARA SILVA DA ROCHA

**MÉDIA ARITMÉTICA NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS
ANOS FINAIS: compreensão de professores e possibilidades de ensino**

Recife
2023

WANEISSA MAYARA SILVA DA ROCHA

**MÉDIA ARITMÉTICA NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS
ANOS FINAIS: compreensão de professores e possibilidades de ensino**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Processos de Ensino-Aprendizagem em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho

Coorientador: Prof. Dr. Robson da Silva Eugênio

Recife

2023

WANESSA MAYARA SILVA DA ROCHA

MÉDIA ARITMÉTICA NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS ANOS FINAIS: compreensão de professores e possibilidades de ensino

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Processos de Ensino-Aprendizagem em Educação Matemática.

Aprovado em: 09/03/2023.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho (Presidente e Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Prof. Dr. Robson da Silva Eugênio (Coorientador e Examinador Externo)
Universidade de Pernambuco – UPE

Profa. Dra. Irene Maurício Cazorla (Examinadora Externa)
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

Dedico esta dissertação a Deus por tudo que Ele tem me proporcionado no decorrer da minha trajetória pessoal e acadêmica, pelas lutas enfrentadas e vitórias alcançadas, pois tudo é permissão Dele. Sou grata pelo dom da vida, por Ele possibilitar conhecer e conviver com pessoas maravilhosas e especiais. Ele tem sido o meu amigo fiel e verdadeiro e, nos momentos mais difíceis, Ele tem repreendido os ventos e aquietado o mar, fazendo-me repousar em verdes pastos e dando sempre palavras de ordem: seja forte e corajosa, Eu Sou Teu Deus, estou contigo. Dedico também aos meus pais, avós, esposo, irmãs, tios(as), familiares, amigos(as) e professores que estão sempre por perto nos momentos difíceis e alegres e me marcaram positivamente de alguma forma.

AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente a Deus por tudo que Ele tem me proporcionado no decorrer da minha trajetória pessoal e acadêmica, pelas lutas enfrentadas e vitórias alcançadas, pois tudo é permissão Dele. Sou grata pelo dom da vida, por Ele me proporcionar conhecer e conviver com pessoas maravilhosas e especiais. Ele tem sido o meu amigo fiel e leal: “O Senhor é o meu pastor; de nada terei falta”.

Aos meus pais, Rinaldo e Rosilene, que sempre me incentivaram a ir em busca dos meus sonhos e objetivos de vida. Eles são exemplos de determinação e coragem para mim. Aos meus avós, em especial a minha avó materna, que durante a minha trajetória pessoal desenvolveu um papel de mãe e amiga, acreditando sempre em mim, me dando palavras de conforto e ânimo. As orações de vocês têm me acompanhado.

Agradeço também ao meu querido esposo Luan Emerson, que tem sido para mim um amigo e companheiro de todas as horas. Ele tem sido um verdadeiro guerreiro e valente diante das adversidades. Ele é especial para mim.

Agradeço às minhas irmãs (Vaniele, Versangela, Wanúbia e Vernângela), à Valéria, uma amiga-irmã-tia, e ao meu tio, Ronaldo, que me ajudaram bastante, dando conselhos e incentivos constantemente. Sempre estiveram dispostos a me ajudar e são os motivos do meu orgulho por trazer sempre alegrias através de suas conquistas.

À minha querida amiga Maria Gabriela (Gabi), presente de Deus, a qual pretendo levar a amizade para o resto da vida. Apesar da distância, ela esteve comigo ao longo destes 2 anos, me dando palavras de incentivo, de coragem e de ânimo. Aos poucos eu fui conhecendo a mulher forte que ela é, a sua trajetória e o seu coração bondoso. Contemplar cada vitória dela aquece o meu coração, pois ela merece e tem um lindo caminho pela frente. Muita luz divina.

Aos meus amigos Micaela, Julianne, Rannyelle e Fábio Renan, que sempre estiveram comigo desde a graduação, me dando forças e incentivo. A amizade de vocês é fundamental para mim.

Especialmente agradeço aos meus orientadores: a Profa. Dra. Liliane Carvalho (orientadora) por aceitar orientar este trabalho. Ela foi/é bastante compreensível e atenciosa, me dando forças, aconselhando e incentivando em todo processo. Ela tornou-se, para mim, um exemplo de professora, pesquisadora, mulher e por tudo que ela é. Ela é um espelho para as pessoas à sua volta. Ao meu coorientador Prof. Dr.

Robson Eugênio, que ganhei ao longo do mestrado. Ele tem sido um grande ajudador nesse processo. A sua positividade, bondade e fé foram características fundamentais no decorrer dessa jornada. O senhor também é um exemplo de professor, pesquisador e por tudo que é. Gratidão por vocês me auxiliarem no decorrer da escrita desta dissertação e me proporcionarem, por meio de orientações, ricas contribuições. Sou infinitamente grata a Deus pela preparação de vocês em minha vida, os quais são especiais e fundamentais.

Gratidão aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (PPGEduamatec) por todo conhecimento partilhado nas disciplinas. E aos colegas de turma, Wanuza, Karine, Diana, Anderson, Flávia, Edicarlos, Joseane e Amanda. Aos participantes do grupo GPEME e GPEMCE pelas ricas contribuições e discussões, que auxiliaram a construção deste estudo.

À banca examinadora, Ivanildo Carvalho e Irene Cazorla, por aceitar o convite e pelas contribuições valiosas que buscaram aprimoramento final deste trabalho.

Meus agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo apoio financeiro no desenvolvimento desta pesquisa.

Por fim, a todos que contribuíram e torceram por esta conquista.

“Sê forte e corajoso; não temas, nem te espantes; porque o Senhor teu Deus é contigo, por onde quer que andares” (JOSUÉ 1:9).

RESUMO

O conceito de média aritmética se encontra presente nas mais variadas situações e contextos, como, por exemplo, nos meios de comunicação para veicular notícias diversificadas. A leitura de notícias da mídia envolve análises e avaliações críticas baseadas em elementos do conhecimento e disposicionais e requer das pessoas certo nível de Letramento Estatístico (LE), conforme modelo teórico de Iddo Gal. Nesta pesquisa, analisa-se, em termos gerais, a compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, buscando identificar possibilidades para o ensino desse conteúdo em sala de aula a partir da perspectiva do LE. Em termos específicos, busca-se identificar conhecimentos prévios de professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média aritmética; caracterizar abordagens de ensino sobre situações envolvendo o uso da média; e analisar com professores de Matemática possibilidades de ensino do conceito de média na perspectiva do LE. A metodologia, de cunho qualitativo, envolveu realização de questionário virtual com 14 professores de Matemática de escolas localizadas em diferentes municípios do estado de Pernambuco; e de grupo focal com quatro desses professores que aceitaram continuar participando da pesquisa. O questionário envolveu questões abertas e fechadas sobre perfil e formação dos participantes, e aspectos relacionados à compreensão do conceito de média aritmética. A maioria dos professores compreendeu esse conceito relacionando-o à definição de média simples. Além disso, muitos deles não reconhecem as propriedades da média e têm dificuldades em interpretá-las em gráficos estatísticos. Um erro comum foi eles reconhecer a média destacando os resultados que mais se repetem, confundindo assim com o conceito de moda. Eles também apresentaram dificuldades em compreender o conceito de média móvel. O grupo focal, realizado de modo síncrono em dois encontros no Google Meet e de forma assíncrona com o auxílio do WhatsApp, incluiu problematizações, teorizações e elaboração de atividade em duplas para o ensino do conceito de média nos anos finais. Os encontros oportunizaram aos participantes reflexões e análises sobre tipos de erros na resolução de problemas de média aritmética. As abordagens propostas pelos docentes apresentaram-se potencialmente mobilizadoras de questionamentos críticos, todavia, não incluíram distinção das variáveis que possibilitam o cálculo da média, reforçando dificuldades na compreensão do conceito,

suas propriedades e significados. Portanto, é necessário trabalhar a natureza das variáveis como um conceito-chave para os professores entenderem quando é possível calcular a média de um conjunto de dados, a fim de desenvolver propostas para esse conceito na perspectiva do LE.

Palavras-chave: média aritmética; letramento estatístico; formação de professores de matemática; ensino fundamental anos finais.

ABSTRACT

The concept of arithmetic mean is present in the most diverse situations and contexts, such as, for example, in the communication media to convey diversified news. Reading media news involves analysis and critical evaluations based on knowledge and dispositional elements and requires people to have a certain level of Statistical Literacy (SL), according to the theoretical model of Iddo Gal. This research analyses, in general terms, the understanding of the concept of arithmetic mean by Mathematics teachers in the final years of Elementary School, aiming to identify possibilities for teaching this content in the classroom from the SL perspective. In specific terms, we carry out an attempt to identify previous knowledge of Mathematics teachers in the final years about situations concerning the use of the arithmetic mean; to characterize teaching approaches on situations related to the use of the average; and to analyze with teachers the possibilities of teaching the concept of average in the SL perspective. The methodology, of a qualitative nature, conducts a virtual questionnaire with 14 Mathematics teachers from schools located in different cities in the state of Pernambuco; and promotes a focal group formed by four of these teachers, who agreed to continue participating in the research. The questionnaire carried out open and closed questions about the profile and background of the participants, as well as aspects related to understanding the concept of arithmetic mean. Most teachers understood this concept by relating it to the definition of simple average. Furthermore, many of them did not recognize the properties of the average and had difficulties in interpreting them in statistical graphs. A common mistake was that they recognize the average, highlighting the results that are most repeated, thus confusing it with the concept of mode. They also had difficulties understanding the concept of moving average. The focal group gathered in two meetings on Google Meet and asynchronously with the help of WhatsApp, included questioning, theorizing, and elaboration of activity in pairs, for teaching the concept of average in the final years. The meetings provided opportunities for participants to reflect and to analyze types of mistakes in solving arithmetic mean problems. The approaches proposed by the professors were potentially mobilizing critical questionings; however, they did not include a distinction of the variables that make it possible to calculate the average, reinforcing difficulties in understanding the concept, its properties, and meanings. Therefore, it is necessary to work on the nature of variables as a key concept for

teachers to understand when it is possible to calculate the average of a data set, in order to develop proposals for this concept from the SL perspective.

Keywords: arithmetic mean; statistical literacy; mathematics' teacher education; elementary school final years.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Conteúdos indicados nos PCN (1997, 1998) e BNCC (2018)	29
Figura 2 –	Modelo de LE de Gal	39
Figura 3 –	Média aritmética simples	48
Figura 4 –	Média aritmética ponderada	48
Figura 5 –	Média móvel simples	56
Figura 6 –	Variação percentual no cálculo da média móvel	57
Figura 7 –	Prints do grupo Letramento Estatístico	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados pessoais dos professores participantes da pesquisa	80
---	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Habilidades estatísticas distribuídas conforme os bimestres letivos do Ensino Fundamental anos finais em Pernambuco	31
Quadro 2 –	Aspecto estatístico da média aritmética	51
Quadro 3 –	Aspecto abstrato da média aritmética	51
Quadro 4 –	Protocolo de busca de artigos nos anais do XI, XII e XIII do ENEM	61
Quadro 5 –	Artigos selecionados nos Anais XI, XII e XIII do ENEM	62
Quadro 6 –	Protocolo de busca de artigos científicos nos Periódicos da Capes	63
Quadro 7 –	Artigos selecionados no Portal de Periódicos da Capes	64
Quadro 8 –	Procedimentos metodológicos em consonância com os objetivos específicos	72
Quadro 9 –	Questões do questionário aplicado a professores dos anos finais distribuídas conforme as categorias	73
Quadro 10 –	Encontro e ações propostas na discussão de GF	77
Quadro 11 –	Protocolo de respostas com erros de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental	78
Quadro 12 –	A proposta da dupla 1 (Laura e Maria)	104
Quadro 13 –	A 1ª proposta de ensino da dupla 2 (Ana e Joaquim)	106
Quadro 14 –	A 2ª proposta de ensino da dupla 2 (Ana e Joaquim)	108

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
GF	Grupo Focal
GT	Grupo de Trabalho
LDB	A Lei de Diretrizes e Bases da Educação
LE	Letramento Estatístico
IASE	International Association for Statistical Education
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	22
2.1	ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS	22
2.2	ORIENTAÇÕES CURRICULARES BRASILEIRAS	24
3	A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NA LEITURA E COMPREENSÃO DE MUNDO	35
3.1	EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E LETRAMENTO ESTATÍSTICO	35
3.2	FORMAÇÃO ESTATÍSTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA ESTATÍSTICA NOS ANOS FINAIS	42
4	CONCEITUAÇÃO, PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA	47
4.1	CONCEITUAÇÃO DA MÉDIA	47
4.2	PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA	49
4.3	MÉDIA EM PRÁTICAS SOCIAIS: PANDEMIA DE COVID-19 E A MÉDIA MÓVEL	54
4.4	MÉDIA A PARTIR DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA	57
5	ESTUDOS PRÉVIOS SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS ANOS FINAIS	59
5.1	SELEÇÃO DOS ARTIGOS NOS ANAIS DO ENEM E NOS PERIÓDICOS DA CAPES	60
5.1.1	Seleção de artigos nos anais do ENEM	61
5.1.2	Seleção de artigos nos periódicos da Capes	62
5.2	DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS ARTIGOS SELECIONADOS	64
6	METODOLOGIA	71
6.1	TIPO DE PESQUISA	71
6.2	PARTICIPANTES DA PESQUISA	71
6.3	PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS	72
6.3.1	Questionário virtual	72
6.3.2	Grupo focal	76
6.4	ORGANIZAÇÃO DAS ANÁLISES	79

7	RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO	80
7.1	PERFIL DOS PROFESSORES	80
7.2	ENSINO DE MÉDIA ARITMÉTICA	82
7.3	COMPREENSÃO SOBRE PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA	85
8	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO GRUPO FOCAL	95
8.1	ANÁLISE DOS PROFESSORES SOBRE TIPOS DE ERROS EM PROBLEMAS DE MÉDIA ARITMÉTICA	95
8.1.1	Breve reflexão sobre os problemas pelos professores	95
8.1.2	Análise de tipos de erros pelos professores	98
8.2	PROPOSTAS DE ENSINO SOBRE A MÉDIA ARITMÉTICA	103
8.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O GRUPO FOCAL	112
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
	REFERÊNCIAS	118
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	127
	APÊNDICE B – ROTEIRO DO QUESTIONÁRIO REALIZADO COM OS PROFESSORES	128
	APÊNDICE C – FORMAÇÃO DOCENTE DOS PROFESSORES PARTICIPANTES DA PESQUISA	134
	APÊNDICE D – EXPERIÊNCIA DOCENTE DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	135

*

1 INTRODUÇÃO

As medidas de tendência central ou medidas de centralidade são empregadas para descrever o comportamento e as características de um conjunto de dados e expressá-lo em torno de um único número. As três principais medidas de tendência central são a média, a moda e a mediana, porém, dentre elas, a média é a mais utilizada no cotidiano (DUQUIA; BASTO, 2006). A média aritmética¹ é concebida na estatística como “ponto de equilíbrio dos desvios dos valores da distribuição” ou o “valor que equivale ao centro de massa de um conjunto de dados” (NOVAES; COUTINHO, 2009, p. 80).

Este conceito, por sua vez, se encontra presente nos mais variados contextos, em que as pessoas, mesmo sem uma intencionalidade, a empregam intuitivamente, fazendo estimativas e inferências sobre situações cotidianas. Além disso, indivíduos podem se deparar com situações envolvendo a média em informações divulgadas pelos sistemas midiáticos e/ou materiais impressos (revistas, artigos, jornais, panfletos etc.) como, por exemplo: “o tempo médio de casa para o trabalho”, “o tempo médio que gasta fazendo exercícios físicos”, “o salário médio de uma determinada empresa”, “a média anual das notas em Matemática”, “média de preços”, “renda *per capita*”, “a média de filhos por casal”, “média de gols”, “o tempo médio nas redes sociais ou na internet”, “o tempo médio que assistem televisão”, “o tempo médio de estudo”, entre incontáveis outros.

No contexto da pandemia de Covid-19, ocasionado pelo vírus SARS-CoV-2 ou novo coronavírus, vemos menções à média em noticiários veiculados pela televisão e internet, como também em jornais impressos, destacando-se a noção de média móvel do número de casos e de mortes por essa doença. Também, nesse contexto, a média de desempregados etc. Essas notícias, dentre outras, causam repercussões e impactos sociais, econômicos, políticos, culturais, educacionais, como também nos sistemas de saúde, podendo determinar algumas decisões e posicionamentos das pessoas.

Watson e Callingham (2003) destacam que o Letramento Estatístico (LE) é importante para a sociedade como um todo e para todas as pessoas em particular,

¹ Nessa pesquisa, exploramos a ideia de média aritmética simples e ponderada, como também, a ideia de média móvel aritmética simples e ponderada em virtude da sua alusão no contexto da pandemia de covid-19.

pois elas constantemente precisam tomar decisões em suas vidas, como, por exemplo, onde pretendem morar, que tipo de emprego almejam, qual modelo de carro desejam comprar etc. Para tomar essas decisões ou outras, muitas vezes, as pessoas se baseiam em informações estatísticas e análises comunicadas e fornecidas por outras pessoas e/ou pelos sistemas midiáticos.

Mais recentemente, Watson e Callingham (2020) destacam que a pandemia de covid-19 apresentou uma abundância de dados, de estatísticas e de previsões, mais do que em qualquer outra ocasião na sociedade, e que algumas pessoas vêm fazendo afirmações fortes e tomando decisões a partir dessas informações, muitas vezes sem refletir sobre elas. Essas autoras destacam uma preocupação com a atenção inadequada que o ensino de Estatística e Probabilidade na perspectiva do Letramento Estatístico ainda recebe em sala de aula. Esse fato se agrava na medida em que esses conhecimentos são importantes para todos os cidadãos, que precisam tê-los para dar sentido e fundamentar as suas afirmações e tomar decisões assertivas e adequadas diante das situações e informações que se deparam no dia a dia.

As informações veiculadas pelas mídias não são neutras, podem conter armadilhas arquitetadas e montadas por meio de palavras, de números, de símbolos e de discursos. Essas armadilhas podem prender os cidadãos mediante os noticiários, que ganham credibilidade e podem ser difíceis de serem contestadas. Muitos indivíduos nem chegam a questionar a veracidade das informações ou quando chegam a fazê-lo, grande parte não possui conhecimentos estatísticos suficientes para contra-argumentar (CAZORLA; CASTRO, 2008). Dessa forma, parafraseando Cazorla e Castro (2008), é preciso que os cidadãos sejam letrados estatisticamente para poderem desarmar as armadilhas que envolvem dados estatísticos.

À vista disso, fica evidente a relevância do ensino e da aprendizagem da Estatística e Probabilidade durante a Educação Básica (LOPES, 2012), particularmente referente ao conceito de média, pois os cidadãos precisam desses conhecimentos para o exercício de trabalho, para a vida, para conseguirem entender as informações apresentadas nos jornais impressos e/ou digitais. Dessa forma, entende-se que o Letramento Estatístico potencializa desarmar e desfazer *Fake News*, desinformação e má-informação que constantemente acompanha os dados em nossa sociedade.

O LE é uma habilidade-chave esperada dos cidadãos em sociedades carregadas de informações (GAL, 2002, 2021). O termo letramento sugere um amplo

agrupamento não apenas de conhecimento factual e certas habilidades formais e informais, mas também de crenças, hábitos mentais ou atitudes desejadas, bem como consciência geral e uma perspectiva crítica. Esses aspectos resultariam de articulações entre os elementos do componente de conhecimento (habilidades de letramento; conhecimentos de matemática, estatística e do contexto; questões críticas) e os elementos do componente de disposição (crenças e atitudes pessoais; posturas críticas) (GAL, 2002, 2021). Essa perspectiva de LE coloca em evidência a importância de processos de ensino que coloquem em articulação os componentes de conhecimento e de disposição do modelo de Gal (2002).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) recomenda o ensino de média ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, precisamente na Unidade Temática de Probabilidade e Estatística. Segundo essas diretrizes, espera-se que os estudantes realizem coletas, organizem, representem, interpretem e analisem dados presentes em situações-problemas da vida cotidiana em diferentes contextos, fazendo inferências, julgamentos e tomando decisões fundamentadas e adequadas.

Embora a BNCC apresente um detalhamento voltado para o desenvolvimento de pesquisas estatísticas, considerando o contexto, a realidade e a construção da criticidade dos alunos, não se encontra menção ao LE (MONTEIRO; CARVALHO, 2021). Contudo, na reorganização do Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2020), que toma como base a BNCC, por exemplo, espera-se que ao final do 9º ano o(a) estudante seja capaz de destacar as medidas de tendência central, média, moda e mediana, em atividades de construção, interpretação e escolha de gráficos estatísticos em situações de pesquisa.

Em geral, os processos de ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos na escola realçam aspectos procedimentais e utilização de listas de exercícios padronizados a serem repetidas (SANTANA, 2016), sendo comum, então, professores se referirem à média aritmética apenas com base em aspectos técnicos (ALVES *et al.*, 2019), deixando de considerar suas propriedades (STRAUSS; BICHLER, 1988; SILVA JÚNIOR, 2018) e seus significados (BATANERO, 2000).

Alguns estudos prévios discutem abordagens de professores voltadas para possibilidades de compreensão do conceito de média na perspectiva do LE (MACEDO; PIETROPAOLO; CARVALHO, 2016; FERREIRA, SARGES; LACERDA, 2019). Todavia, para uma necessária articulação dos componentes do conhecimento

e disposicional do LE, os autores pontuam a necessidade de mais discussões e explorações sobre esse tema em processos de formação inicial e continuada de professores.

Nesta dissertação, portanto, nos propomos a pesquisar sobre a média aritmética a partir dos seguintes problemas de pesquisa: como professores dos anos finais do Ensino Fundamental compreendem o conceito de média aritmética e quais são as possibilidades de ensino desse conteúdo a partir da perspectiva do LE?

Como objetivo geral, buscou-se analisar a compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, identificando possibilidades para o ensino desse conteúdo em sala de aula a partir da perspectiva do LE. Em termos mais específicos, pretendeu-se: a) Investigar conhecimentos prévios de professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média aritmética; b) Identificar como professores de Matemática dos anos finais ensinam o conceito de média aritmética; c) Analisar com professores de Matemática dos anos finais possibilidades de ensino do conceito de média aritmética na perspectiva do LE.

Este texto, portanto, encontra-se organizado em 9 capítulos. No capítulo 1, representado por essa introdução, discorremos e introduzimos os elementos da pesquisa, situando o leitor sobre o tema abordado. No segundo capítulo realizamos uma breve incursão sobre a Educação Estatística, situando-a no Ensino Fundamental da educação brasileira, focando nos anos finais. No terceiro capítulo discorremos sobre a importância da Estatística para leitura e compreensão de mundo e discutimos sobre o Letramento Estatístico. Ainda, nesse mesmo capítulo, discutimos sobre a formação do professor que ensina Estatística na Educação Básica.

No quarto capítulo, conseqüentemente, apresentamos a conceituação, propriedades e significados da média, discorrendo sobre a representação desse conceito a partir de gráficos, bem como em práticas sociais como na pandemia da Covid-19 e sobre a ideia de média móvel. No quinto capítulo apresentamos os estudos antecedentes sobre média nos anos finais do Ensino Fundamental. Já no sexto, descrevemos a metodologia utilizada e, nos capítulos sétimo e oitavo, respectivamente, apresentamos os resultados e discussão dos dados coletados. Por fim, no nono capítulo descrevemos as considerações finais.

2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Neste capítulo objetivamos discorrer sobre alguns aspectos históricos da Educação Estatística no Brasil e no mundo, situando-a nos anos finais do Ensino Fundamental da educação brasileira; e tecer algumas análises sobre o ensino de Estatística com base em alguns documentos oficiais tais como: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, 1998), Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017), Base Curricular Comum de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) e Reorganização Curricular de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2020). Dessa maneira, o capítulo está organizado em torno dos seguintes tópicos: Alguns aspectos históricos e Ensino de Estatística a partir de orientações curriculares.

2.1 ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS

A Estatística se configurou como uma ciência relativamente recente quando suas primeiras teorias foram formalizadas no século XIX, apesar de ela fazer parte da vida do homem desde muito antes, enquanto este fazia levantamentos de dados (CAMPOS, 2017). Segundo Costa Neto (2002, p. 1), a Estatística pode ser considerada “como a ciência que se preocupa com a organização, descrição, análise e interpretação dos dados experimentais, visando a tomada de decisões”. Corroborando com essas ideias, Cazorla *et al.* (2017) destacam que o significado da Estatística enquanto ciência está intrinsecamente relacionado ao planejamento da pesquisa e dos instrumentos utilizados para a produção e análise dos dados cuja intenção seria buscar e avaliar padrões e comunicar os resultados. Dessa maneira, “a Estatística é a ciência do significado e uso dos dados” (CAZORLA *et al.*, 2017, p. 14).

Importantes associações, eventos e grupos de pesquisas têm sido criados com o objetivo de socializar conhecimentos relacionados ao ensino e aprendizagem na Estatística no Brasil, contribuindo para consolidar importantes comunidades de práticas na área, conforme discorreremos em seguida.

No ano de 1984, por exemplo, foi criada a Associação Brasileira de Estatística (ABE), cujo objetivo consiste em promover trocas de conhecimentos entre professores que ensinam Estatística, pesquisadores, profissionais e estudantes que consideram essa ciência uma ferramenta na produção e fundamentação dos seus trabalhos

científicos. Com isso, a ABE atua na organização e no suporte para eventos, congressos e publicações no campo da Estatística e do seu ensino em nosso país (SANTOS, 2015).

Nos contextos dos programas de Pós-Graduações brasileiras, Santos e Fiorentini (2016a, 2016b) destacam que algumas dissertações e teses foram produzidas no campo da Educação Estatística, como, por exemplo, os estudos de Sganzerla (1984), Lopes (1988), Costa (1994), Coutinho (1994), Wada (1996) etc. Segundo Santos e Fiorentini (2016a), as primeiras teses e dissertações se centralizavam no ensino superior e no ensino dos conteúdos de Estatística e/ou probabilidade. Pontuamos conforme as palavras desses autores que:

As primeiras teses e dissertações davam ênfase ao ensino superior; até o ano de 1998, todas as pesquisas na área foram produzidas exclusivamente nas regiões Sul e Sudeste; até o ano de 1999, todas as pesquisas na área enfocavam o ensino dos conteúdos de Estatística e/ou Probabilidade; as primeiras teses e dissertações traziam como focos temáticos: Currículo no ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória; História, Filosofia, Epistemologia e Revisão da Literatura e Concepções, Competências, Percepções e Representações (SANTOS; FIORENTINI, 2016a, p. 215).

Em 1991, foi criada International Association for Statistical Education (Associação Internacional de Educação Estatística) – IASE, que visa aprimorar a Educação Estatística em todos os níveis de escolaridade até a formação de profissionais na área. Nesse sentido, a IASE viabiliza a cooperação de cunho internacional, estimulando discussões e pesquisas na área da Educação Estatística para difundir ideias, estratégias, resultados das pesquisas, materiais didáticos, informações e publicações (ESTEVAM; CYRINO, 2016).

A inserção oficial da Estatística no currículo escolar brasileiro, conseqüentemente, aconteceu a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, 1998, 1999). Todavia, em conformidade com Santos e Fiorentini (2016a), antes da publicação dos PCN, a Estatística já fazia parte da Ensino Básico de alguns estados brasileiros, como foi o caso da escola do Rio de Janeiro e a escola da Bahia, porém, ainda não se tinha tanta visibilidade dessa área.

Um importante marco histórico à Educação Estatística no Brasil foi a criação, em 2000, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), o Grupo de Trabalho em Ensino de Estatística e Probabilidade - GT12, que congrega pesquisadores e interessados em pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de

Estatística. Atualmente, tem-se no Brasil em torno de 15 grupos de pesquisa vinculados ao GT 12, que trazem grandes contribuições para a Educação Estatística.

Na seção apresentada em seguida analisamos de forma mais detalhada os aspectos relacionados às orientações curriculares brasileiras, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2.2 ORIENTAÇÕES CURRICULARES BRASILEIRAS

Em 1997, 1998 e 2000 foram estabelecidos os PCN dos anos iniciais, anos finais e do Ensino Médio, respectivamente. Dessa forma, os PCN lançaram recomendações para a Educação Escolar básica de estudantes dos 6 aos 17 anos de idade.

Na época, os PCN, que tinham uma natureza aberta e flexível, constituíram-se como uma referência para os professores do Ensino Fundamental e Médio, orientando-os e auxiliando na ação reflexiva e discursiva sobre os aspectos da prática pedagógica tais como coerência com os conteúdos programáticos, formas de encaminhamento das atividades, processos avaliativos e expectativas de aprendizagem. Essas orientações situam os professores como agentes transformadores no panorama educacional brasileiro, na perspectiva de resolver problemas que podem afetar o processo de ensino e aprendizagem das diferentes áreas de conhecimento (BRASIL, 1997, 1998, 1999).

Entretanto, os PCN apresentam sugestões pedagógicas e metodológicas de natureza não obrigatória, ou seja, desempenharam o papel de direcionadores dos currículos brasileiros, cabendo aos sistemas educacionais acolhê-los ou não (TEIXEIRA, 2016; GIORDANO; ARAÚJO; COUTINHO, 2019; CAZORLA; GIORDANO, 2021).

Conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (BRASIL, 1996, p. 8), “a educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”. Para o Ensino Fundamental, esse documento viabiliza a formação cidadã dos estudantes em relação às atitudes e valores necessários para se viver em sociedade, como também, no desenvolvimento da compreensão do ambiente natural e social, do sistema político

e tecnológico pelos estudantes. Desse modo, a formação de cidadãos críticos recebeu menção em currículos oficiais desde as disposições gerais da LDB.

Conseqüentemente, os conteúdos Estatísticos basilares foram incluídos de forma oficial nos dois ciclos do Ensino Fundamental a partir dos PCN, no quarto bloco Tratamento da Informação no componente curricular Matemática (BRASIL, 1997, 1998). E nas séries do Ensino Médio, no quarto bloco Análise de Dados e Probabilidade (BRASIL, 1999), demarcando um grande progresso para a Educação Básica. Segundo Costa e Pamplona (2011), a inserção desse quarto bloco foi conferida em razão do uso constante dos conhecimentos estatísticos e probabilísticos na sociedade, na busca dos estudantes compreenderem as informações divulgadas pela mídia, por meio de inferências e ponderações que alicerçam as tomadas de decisão, que influi tanto na sua vida pessoal quanto na vida social. A expectativa das recomendações com esse bloco de conhecimentos era que os estudantes construíssem métodos para coletar, organizar, interpretar e comunicar dados por meio de tabelas, gráficos e representações presentes no cotidiano (BRASIL, 1997, 1998).

Nos PCN, o quarto bloco engloba noções de Estatística, Probabilidade e Combinatória, e mesmo que apresente essa estrutura estocástica, é perceptível que atribui mais ênfase à Estatística em detrimento das demais noções. Lopes (2008, 2012) aponta que a estocástica investiga o ensino e aprendizagem dessas três noções de maneira conectada e que permita compreender os fenômenos aleatórios, como os dados são produzidos, as inferências Probabilísticas e as conclusões Estatísticas.

Cazorla e Giordano (2021) destacam que nos PCN, a Estatística estava presente na Matemática, mas também estava em Ciências da Natureza e Ciências Humanas, evidenciando sua importância na leitura do mundo. Esses documentos oficiais abrangeram os seguintes temas transversais: Ética, Saúde, Trabalho e Consumo, Meio Ambiente, Pluralidade Cultural e Orientação Sexual.

Sendo assim, no bloco Tratamento da Informação, a interdisciplinaridade é considerada como possibilidade de os estudantes poderem perceber que o conhecimento não é um saber fragmentado, fechado em si, que como já mencionado, a Estatística pode ser encontrada em outras áreas do conhecimento, não sendo restrita apenas à disciplina de Matemática, até mesmo por ela ser uma ciência que transpassa as demais áreas (SILVA; FIGUEIREDO, 2019).

Os conteúdos nos quatro blocos de Matemática foram estruturados em quatro ciclos para as duas etapas do Ensino Fundamental - anos iniciais e anos finais, que

nesse documento refere-se, em uma nomenclatura antiga, a séries do Ensino Fundamental I e II. O primeiro e segundo ciclo correspondem respectivamente ao 2° e 3° ano (1° e 2° série) e 4° e 5° ano (3° e 4° série) do Ensino Fundamental anos iniciais, o terceiro e quarto ciclo correspondiam respectivamente ao 6° e 7° ano (5° e 6° série) e 8° e 9° ano (7° e 8° série) do Ensino Fundamental anos finais (BRASIL, 1997, 1998).

Para a segunda etapa do Ensino Fundamental (anos finais), os PCN destacam que devem ser ampliadas as noções estatísticas contempladas nos dos primeiros ciclos, tencionando que os estudantes aprendam a formular questionamentos pertinentes para um conjunto de dados, bem como aprendam a interpretar e comunicar esses dados por diagramas e fluxogramas. Além disso, é planejado o estudo das medidas de tendência central (Média, Mediana e Moda) e seus significados, na pretensão de realizar uma interpretação mais aperfeiçoada das informações estatísticas provindas da sociedade. Com base nesse documento, espera-se que os estudantes saibam coletar, organizar, interpretar e comunicar informações por meio de imagens, de fluxogramas, de gráficos e tabelas em diferentes situações reais veiculadas pelos meios de comunicação e, por fim, analisar, avaliar, fazer previsões, inferências e tomar decisões que tenham imbricações no meio social e pessoal (BRASIL, 1998).

O ensino de média aritmética nos PCN é sugerido desde o segundo ciclo do Ensino Fundamental, sugerindo a obtenção e a interpretação desse conceito em gráficos, tabelas e textos escritos. Nos dois últimos ciclos, referentes à segunda etapa desse nível de ensino, é ampliado o estudo da média para indicar a tendência da pesquisa e aperfeiçoar as análises de dados, explorando os seus significados por meio de inferências e presunções em diferentes situações-problemas.

Atualmente, as recomendações curriculares dos PCN deram lugar à Base Nacional Comum Curricular – BNCC que consiste desde 2017 (Ensino Infantil e Ensino Fundamental) e 2018 (Ensino Médio), em normativa para orientar a construção dos currículos das escolas brasileiras. Esse documento é considerado obrigatório na estruturação ou adequação dos currículos e propostas de ensino de todas as escolas nacionais, sejam de natureza pública ou particular (PONTES *et al.*, 2019). Dentro das competências específicas para o Ensino Fundamental anos iniciais (1° ao 5° ano) e finais (6° ao 9° ano), a BNCC organiza os conteúdos (objetos de conhecimento) e habilidades associadas às competências em cinco Unidades Temáticas para o

componente curricular Matemática: “Álgebra”, “Geometria”, “Grandezas e medidas” e “Probabilidade e Estatística” (BRASIL, 2017).

O campo da Matemática contempla tanto fenômenos determinísticos (cálculo, medição, contagem, grandezas, axiomas, teoremas), como fenômenos não determinísticos (incerteza, aleatoriedade, sistemas abstratos), criando sistemas que os relacionam entre si, por meio de ideias e objetos, pelas quais são fundamentais na construção do conhecimento, perpassando por todas as Unidades Temáticas.

Sendo assim, a BNCC propõe um trabalho em espiral, em que no decorrer da escolarização as habilidades alinhadas aos objetos de conhecimento vão se tornando mais complexos. Isso significa que os conteúdos devem ser trabalhados mais de uma vez ao longo da Educação Básica, como, por exemplo, nos anos finais é ampliado a conceituação dos conteúdos estatísticos em que foram aludidos nos anos iniciais e, também, são inseridos novos conceitos, como o caso das medidas de tendência central, os quais são revistos no Ensino Médio. Desse modo, espera-se que os estudantes formalizem os conhecimentos estatísticos ao longo da escolaridade.

Dentro da Unidade Temática Probabilidade e Estatística, espera-se que os estudantes, ao longo dos níveis de escolarização, construam os seus conhecimentos sobre Estatística a partir de situações-problema vinculados a diversos contextos sociais, visando o desenvolvimento de habilidades para coletar, organizar, interpretar, analisar, descrever, explicar, representar e prever fenômenos. Espera-se ainda que eles, ao final da Educação Básica, sejam capazes de construir julgamentos de maneira fundamentada e de tomar decisões de forma crítica, consciente e adequada (BRASIL, 2017).

Monteiro e Carvalho (2021) enfatizam que a BNCC apresentou diretrizes que reafirmam a importância do ensino de Estatística desde os primeiros anos escolares. Para os anos iniciais, conforme a BNCC, a expectativa é que os estudantes desenvolvam de forma gradativa as seguintes habilidades: de leitura, interpretação e comparação de dados expressos em tabelas e gráficos, como também de coletar e classificar dados em uma pesquisa com e sem o uso de tecnologias digitais. Para os anos finais, essa normativa evidencia que é necessário considerar os conhecimentos estatísticos que os estudantes já vivenciaram nos anos iniciais, ampliando-os para compreensões estatísticas mais complexas através de múltiplos aspectos quantitativos e qualitativos presentes em contextos reais (BRASIL, 2017).

Ao final do 6º ano do Ensino Fundamental, espera-se que os estudantes registrem em diferentes tipos de gráficos, planilhas eletrônicas, fluxogramas e texto os dados coletados em pesquisas sucedidas em contextos sociais escolhidos por eles. No 7º ano, a expectativa é que os estudantes planejem e realizem pesquisa amostral e censitária e que desenvolvam compreensões sobre média e amplitude e interpretem e analisem dados veiculados na mídia. Para o 8º ano, os estudantes precisam desenvolver habilidades para calcular valores de medidas de tendência central (média, moda e mediana), compreendendo os significados dessas medidas, relacionando-as com a dispersão de dados de acordo com a amplitude. E finalmente, no 9º ano, espera-se que os estudantes, com ou sem uso de planilhas eletrônicas, escolham e construam gráficos (de colunas simples ou agrupados, de setores, de linhas, de barras e pictóricos), destacando as medidas de tendência central. Além disso, a expectativa é que eles analisem gráficos veiculados na mídia, identificando elementos que possam conduzir a erros de interpretação e de leitura (BRASIL, 2017). Nesse sentido, é feita alusão à média aritmética na BNCC a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo necessário compreensões estatísticas e matemáticas vivenciadas anteriormente.

Segundo Cazorla, Utsumi e Santana (2020), a BNCC (2017, 2018), precisamente na Unidade Temática Probabilidade e Estatística, apresenta praticamente os mesmos conceitos estatísticos mencionados no quarto bloco nos PCN. No entanto, essas autoras evidenciam que a BNCC reforça a necessidade de um trabalho metodológico com o planejamento e execução de pesquisas amostrais na realidade social desde o 1º ano (anos iniciais) até o 9º ano (anos finais), como também no desenvolvimento de habilidades e competências para a formação cidadã dos estudantes, tornando-os capazes de ler o mundo de forma crítica.

Na figura abaixo, essas autoras apresentam a organização que fizeram dos conteúdos apresentados nos PCN em consonância com os da BNCC.

Figura 1 – Conteúdos indicados nos PCN para o Ensino Fundamental (1997, 1998) e BNCC (2018)

PCN (MEC, 1997 e 1998)	BNCC (MEC, 2018)
<ul style="list-style-type: none"> • Conceitos básicos da Estatística: população, amostra, censo, amostragem, variáveis, tipos de variáveis, dados, frequência e frequência relativa; • Coleta, organização e descrição de dados. • Interpretação e elaboração de listas, fluxogramas, tabelas simples, de dupla entrada; • Leitura e construção de gráficos, pictogramas, setores, barras ou colunas (simples, lado a lado, empilhadas e opostas), gráfico de linhas, histograma, e polígonos de frequência. Sintetizar informações e elaborar inferências; • Medidas de tendência central (Média, Mediana e Moda); • Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples; • Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas; • Coleta, organização e descrição de dados; • Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada, fluxogramas; • Resolver problemas cujos dados estão em tabelas ou em gráficos; • Leitura e construção de gráficos de colunas simples e agrupadas, barras, pictóricos, de setores, linhas; • Diferenciação entre variáveis categóricas e numéricas; • Pesquisa amostral e censitária; • Medidas de tendência central (Média, Mediana e Moda); • Dispersão de dados (amplitude).

Fonte: Cazorla, Utsumi e Santana (2020, p. 3).

Giordano, Araújo e Coutinho (2019) destacam que a inserção da Estatística e da Probabilidade na BNCC em relação aos PCN apresenta avanços, identificando-se a presença de conteúdos dessas áreas em toda a Educação Básica e em todos os bimestres escolares, desde a Educação Infantil até o fim do Ensino Médio, evidenciando uma melhor organização e distribuição dos seus conteúdos. A BNCC aponta orientações para articulação da Estatística e Probabilidade com outros componentes curriculares e com as demais Unidades Temáticas da Matemática, propondo uma ideia de abordagem interdisciplinar, intradisciplinar e transdisciplinar.

Sendo assim, a Estatística permeia as demais áreas do conhecimento e, em relação à disciplina de Matemática, transpassa as demais Unidades Temáticas, atribuindo sentido e significados aos fenômenos que ocorrem nos mais variados contextos. Oliveira Junior e Salerno (2021) pontuam que a BNCC para os anos finais preconiza um processo de ensino que considera contextos significativos para o ensino, tanto vinculados ao cotidiano como também de outras áreas de estudo.

A Educação Estatística possui a perspectiva de contribuir para a constituição pessoal e social dos estudantes para que eles tomem posturas críticas, conscientes e responsáveis em suas ações. Nesse cenário, notamos possibilidades de abordagens de conceitos estatísticos na perspectiva do LE. Contudo, esse documento não usa de

forma explícita o termo Letramento Estatístico, conforme destacam Monteiro e Carvalho (2021, p. 614, **tradução nossa**) na seguinte passagem: “Este documento, que atualmente regulamenta o currículo brasileiro, utiliza os termos Letramento Matemático e Letramento científico, mas não menciona explicitamente o termo LE”.

O Letramento Científico proposto na BNCC “envolve a capacidade de compreender e interpretar o mundo (natural, social e tecnológico), mas também de transformá-lo com base nos aportes teóricos e processuais das ciências” (BRASIL, 2017, p. 321). Essa ideia de letramento científico, segundo Giordano, Araújo e Coutinho (2019), remete ao Letramento Estatístico na medida em que exige que os estudantes desenvolvam algumas competências necessárias para compreender e interpretar problemas cotidianos advindos, também, de outras áreas de conhecimento como as Ciências da Natureza e Humanas, questões econômicas ou tecnológicas veiculadas pelas mídias. Nesse sentido, depende muito dos aspectos metodológicos-pedagógicos adotados pelos professores que ensinam Estatística na Educação Básica o ensino de Estatística na perspectiva do LE.

A Base Comum Curricular de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), em consonância com a BNCC (BRASIL, 2017), orienta o trabalho pedagógico do Ensino Infantil e Fundamental nas escolas em todo o estado de Pernambuco, sendo um referencial para professores, técnicos, gestores e estudantes. A Unidade Temática Estatística e Probabilidade destaca que é necessário o desenvolvimento de competências relativamente à “formulação de questões que envolvam a obtenção de dados; coleta, organização e apresentação de informações; observação e interpretação de fenômenos” (PERNAMBUCO, 2019, p. 83-84). Além disso, ela aborda a importância do LE:

Há algum tempo, abordamos a importância do letramento estatístico o qual requer que um grupo ou indivíduo utilize socialmente a competência estatística como resultado de sua apropriação, permitindo-lhe a construção e interpretação de argumentos de natureza estatística que são comumente apresentados em reportagens jornalísticas, em noticiários, em mídias e redes sociais (PERNAMBUCO, 2019, p. 84).

Dessa forma, é sugerido por esse documento um trabalho pedagógico centrado no desenvolvimento do pensamento crítico a partir de situações-problema advindas da realidade sociocultural dos estudantes para que eles realizem análises e tirem conclusões bem fundamentadas e, assim, se posicionem e tomem decisões adequadas em cada ocasião. Além disso, é recomendado que os estudantes

formulem questionamentos críticos, realizem pesquisas e organizem as informações coletadas em tabelas e/ou gráficos. Outro aspecto também destacado no Currículo de Pernambuco refere-se à importância do uso de tecnologias como planilhas eletrônicas e calculadoras, que podem auxiliar na avaliação, comparação e organização de um conjunto de dados em gráficos, tal como na efetuação de cálculos e análise das medidas de tendência central, como a média (PERNAMBUCO, 2019).

No ano de 2020, em decorrência da pandemia de Covid-19, por conseguinte, do isolamento social, o Currículo de Pernambuco passou por uma Reorganização Curricular para instruir o prosseguimento do ano letivo por meio de aulas não presenciais viabilizando, também, a retomada das aulas presenciais. Esse documento reúne habilidades e objetos de conhecimentos prioritários de Matemática para os anos iniciais e habilidades e objetos de conhecimento prioritários e complementares de Matemática para os anos finais, em que, para essas duas etapas do Ensino Fundamental, se apresenta uma organização dos conteúdos estatísticos para os quatro bimestres do ano letivo, precisamente na Unidade Temática “Probabilidade e Estatística”, conforme é declarado na BNCC.

Segundo o Reorganizador Curricular de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2020), nos anos iniciais, na Unidade Temática “Probabilidade e Estatística”, espera-se que os estudantes colem dados e realizem leituras e interpretações dos mesmos, além de classificarem e representarem por meio de tabelas e gráficos. E para os anos finais a expectativa é que os estudantes ampliem essas habilidades e conhecimentos estatísticos, acrescentando outras expectativas, que as explanamos no quadro abaixo.

Quadro 1 – Habilidades estatísticas distribuídas conforme os bimestres letivos do Ensino Fundamental anos finais em Pernambuco

ANO	BIMESTRE	HABILIDADES	
6° ano	1°	Habilidade prioritária	(EF06MA31PE) Espera-se que os estudantes identifiquem as variáveis e suas frequências em determinados tipos de gráficos.
	2°		(EF06MA32PE) Espera-se que os estudantes interpretem e resolvam situações - problemas em determinados contextos veiculados em diferentes gráficos pela mídia.

	3°	Habilidade complementar	<p>(EF06MA33PE) Espera-se que os estudantes planejem e coletem dados a partir de temas sociais escolhidos por eles, colocando-os em planilhas eletrônicas e, depois, realizem a representação e interpretação das informações em tabelas, em gráficos adequados e em texto.</p> <p>(EF06MA34PE) Pretende-se que os estudantes saibam interpretar e desenvolver fluxogramas simples.</p>
7° ano	2°	Habilidade prioritária	(EF07MA35PE) A partir de contextos significativos, a expectativa é que os estudantes compreendam o significado da média, relacionando-o com a amplitude de um conjunto de dados.
	3°	Habilidade complementar	(EF07MA36PE) Espera-se que os estudantes planejem e realizem pesquisa sobre tema da sua realidade (censitária ou amostral). E também, que eles interpretem os dados coletados e os comuniquem, com apoio de planilhas eletrônicas, em relatórios escritos, tabelas e gráficos adequados.
	4°	Habilidade prioritária	(EF07MA37PE) Espera-se que os estudantes saibam interpretar e analisar gráficos de setores veiculados pela mídia.
8° ano	2°	Habilidade prioritária	(EF08MA23PE) A expectativa é que os estudantes avaliem e representem um conjunto de dados em gráficos adequados.
	3°		(EF08MA24PE) Espera-se que os estudantes desenvolvam habilidades de classificar frequências, de maneira que os estudantes resumem os dados adequadamente na tomada de decisões.

	4°		(EF08MA27PE) Pretende-se que os estudantes realizem uma pesquisa amostral, utilizando representações (gráficos, tabelas, fluxograma) de amostragem adequada, como também, que eles destaquem as medidas de tendência central (média, mediana e moda) e amplitude.
9° ano	2°	Habilidade prioritária	(EF09MA21PE) Espera-se que os estudantes analisem e identifiquem, a partir de representações gráficas veiculadas pela mídia, indução de erros de leitura e interpretação, como escalas inadequada, omissão de informações, como legendas, fontes e datas, entre outros.
	3°		(EF09MA22PE) Pretende-se que os estudantes escolham e construam gráficos adequados a cada conjunto de dados, com ou sem o uso de planilhas eletrônicas. Além disso, que eles destaquem as medidas de tendência central com a média aritmética (simples, ponderada e geométrica), moda e mediana.
	4°		(EF09MA23PE) Intenciona-se que os estudantes planejem e executem pesquisa amostral em contextos da realidade social, sendo assim, espera-se que eles realizem pesquisa de campo. Além disso, que eles comuniquem os resultados dessas pesquisas em relatórios, destacando a avaliação de medidas de tendência central e amplitude, gráficos e tabelas.

Fonte: Adaptado da Reorganização Currículo de Pernambuco (2021).

Conforme o quadro 1, notamos que habilidades complementares são recomendadas para o 6° e 7° anos, destinadas à realização de pesquisa. No entanto, pode ocorrer que os professores não atribuam tanta atenção para essas habilidades justamente por elas serem complementares, sobrepondo-as às habilidades

prioritárias. Essa forma de organização curricular é preocupante tendo em vista que a realização de pesquisa é importante para a construção do Letramento Científico e do LE dos alunos nesses anos de escolaridade.

Conclui-se, então, que as recomendações curriculares brasileiras evoluíram com o tempo. Com relação ao ensino de Estatística observam-se avanços das normativas, como é caso por exemplo da vinculação da Estatística e Probabilidade em um mesmo campo do conhecimento. Contudo, ainda temos muito a percorrer em relação ao Letramento Estatístico haja vista as recomendações da BNCC não mencionarem de forma explícita essa abordagem. Esse processo tem repercussões importantes no desenvolvimento de propostas didáticas na perspectiva do LE, ficando ao encargo dos professores contemplá-las ou não.

Como as recomendações direcionam o desenvolvimento do currículo das escolas, com implicações para formação inicial de professores, é crucial que aspectos relacionados ao ensino sejam apresentados de forma explícita nas políticas públicas em Educação. Dada a importância do Letramento Estatístico na leitura e compreensão de mundo consideramos que a sua abordagem não pode ficar na dependência apenas de políticas de formações continuadas de professores.

3 A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NA LEITURA E COMPREENSÃO DE MUNDO

Neste capítulo discorreremos sobre a importância do Letramento Estatístico para a leitura e compreensão de mundo, sendo fundamental a sua abordagem na Educação Estatística e na formação de professores. Sendo assim, o capítulo encontra-se organizado em dois tópicos: Educação Estatística e Letramento Estatístico e formação estatística do professor que ensina estatística nos anos finais.

3.1 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E LETRAMENTO ESTATÍSTICO

A multiplicidade de informações veiculadas nos meios de comunicação impulsionam as pessoas a questionar, opinar, escolher e a tomar decisões, cujo reverberações podem causar impacto não apenas pessoal, mas também social. Assim, são necessárias muitas reflexões, ponderações, inferências e avaliações críticas antes de tomar decisões, pois as escolhas podem ser individuais, mas os resultados delas podem envolver um coletivo.

Nesse sentido, as decisões individuais podem ter implicações na vida das demais pessoas, como, por exemplo, no contexto da pandemia de Covid-19 e de outras doenças respiratórias em que uma pessoa que não segue as medidas preventivas necessárias pode colocar sua vida e das pessoas ao seu redor em risco, podendo levar até mesmo a óbito. Assim, como consequência, a decisão individual nessa situação pode contribuir para o aumento do número de casos de contágio e de mortes. Neste exemplo, podemos ver a importância da compreensão do conceito “taxa de contágio”, que é o número médio esperado que uma pessoa uma vez contagiada pode contagiar outras pessoas. Quando essa taxa é maior que 1 a doença se propaga rapidamente e a capacidade hospitalar não consegue dar atendimento aos doentes, causando uma alta mortalidade.

A Educação Estatística exerce uma função importante na educação para a cidadania e, assim como Lopes (2008), entendemos que a cidadania se encontra relacionada com a capacidade de reflexão crítica das pessoas. Sendo assim, o desafio é a escola desenvolver processos de ensino voltados para aprendizagens de conceitos estatísticos que promovam a cidadania.

A Educação Estatística como campo de investigação envolve a necessidade de serem desenvolvidas abordagens de ensino específicas e que promovam

aprendizagens e o desenvolvimento profissional de professores para lidarem com os desafios curriculares impostos (ESTEVAM; CYRINO, 2016).

Dessa forma, a Educação Estatística contempla conhecimentos necessários para a vida em sociedade, sendo considerada uma ciência do coletivo que consegue mobilizar os cidadãos tornando-os ativos, críticos e engajados, perpassando e auxiliando nas demais áreas do conhecimento. Em consideração a isso, Campos *et al.* (2011) destacam que a grande preocupação da Educação Estatística é com os instrumentos que a Estatística pode proporcionar para a pesquisa científica e para o desenvolvimento de uma atitude investigativa, crítica e reflexiva dos estudantes em uma sociedade repleta de informações, em que eles constantemente precisam tomar decisões em situações de incerteza.

A Educação Estatística, a partir de contribuições de outras áreas do conhecimento, como da própria área que a engloba, a Estatística, da Educação Matemática, da Matemática, da Filosofia, da Pedagogia, entre outras, busca estudar a compreensão e as formas como as pessoas aprendem os conceitos estatísticos, como também estuda possíveis práticas de ensino (pedagógicas e metodológicas) (CAZORLA *et al.*, 2017, p. 14).

Os dados estatísticos então são recolhidos das mais diversas áreas do conhecimento e são transformados em informações que podem gerar conhecimentos, estes, comunicados através de diversas representações estatísticas. Um aspecto relevante da aprendizagem em Estatística, segundo Cazorla, Utsumi e Monteiro (2021, p. 111) refere-se:

À compreensão de sua essência – extrair informação subjacente aos dados –, o que implica no conhecimento da transformação de grandes massas de dados em estatísticas – tabelas, gráficos e medidas resumo – e na interpretação dos seus significados, permitindo a compreensão do fenômeno em estudo. Esse processo tem sido denominado de transnumeração.

A transnumeração, nesse sentido, relaciona-se ao processo de modificar as representações para suscitar a compressão, ocorrendo em três instâncias específicas, segundo Pfannkuch e Wild (2004): 1) na coleta de dados brutos; 2) na transformação desses dados brutos para representações estatísticas, como tabelas, gráficos, frequência, medidas de centralidade etc.; e por último, 3) nos significados atribuídos aos dados obtidos através de julgamentos, inferências e avaliações que devem ser comunicados para serem compreendidos em termos por outras pessoas.

Conseqüentemente, na Educação Estatística, o desenvolvimento dos conhecimentos estatísticos dos estudantes deve considerar três grandes competências: Pensamento Estatístico, Raciocínio Estatístico e Letramento Estatístico (SCHWANCK; NUNES, 2021). Todavia, nesta dissertação, demos ênfase ao Letramento Estatístico por ser o nosso objeto de estudo.

Segundo Soares (2019), a palavra letramento surgiu na segunda metade dos anos 1980. Originária do termo em inglês *literacy*, do latim *littera*, que significa “letra”. *Literacy* é a condição que admite aquele que sabe ler e escrever. Implicitamente a esse conceito, está o pensamento de que a escrita traz implicações nos contextos socioculturais, políticos, cognitivos, linguísticos, econômicos, ou seja, é a condição que as pessoas atingem ao se habituar a leitura e escrita na prática social e individual.

Kleiman (2005) destaca que quando as pessoas estão aprendendo a ler e a escrever estão conhecendo as práticas de letramento da sociedade, encontrando-se então envolvidas em um processo de letramento. Esse conceito foi criado para se referir a utilização da língua escrita não exclusivamente no contexto escolar, mas em qualquer parte onde encontrarmos a escrita.

É importante destacar, conforme pontua Kleiman (2005), que letramento inclui a ideia de alfabetização, mas se situa muito além. Essa autora descreve a alfabetização como sendo uma das práticas do letramento, fazendo parte do conjunto de práticas sociais que utilizam a escrita na escola. Sendo assim, a alfabetização seria a prática de ensinar a ler e escrever e o letramento abrange essa prática na leitura e escrita nos meios socioculturais. Para Vendramini (2000), a escola é o principal ambiente que as crianças e jovens podem desenvolver a competência para a escrita e leitura, em que essas práticas são ideais para alcançar um elevado nível de compreensão da sua realidade sociocultural e sobre o que ocorre no mundo.

À vista disso, a escola deve formar leitores historicamente situados, pois a leitura é uma ferramenta de luta numa sociedade injusta e de privilégios. A leitura nesse sentido possibilita desmontar armadilhas, pois as letras podem representar armadilhas e os números as farpas, pela qual perdura a injustiça e desigualdade social e todas as mazelas da nossa sociedade (CAZORLA; CASTRO, 2008). Segundo as palavras dessas autoras:

uma experiência de leitura não será completa sem o entendimento da lógica das informações matemáticas e estatísticas que permeiam os discursos, as ciladas e as armações dos “donos das informações”. Nesse sentido, é preciso romper esse hiato palavra/número, é preciso letrar e numerar todo cidadão,

para que esse possa entremear-se nas armadilhas discursivas perigosas e traiçoeiras, produzir sentidos outros das coisas, dos fatos, dos fenômenos, desarmá-las, enfim. (CAZORLA; CASTRO, 2008, p. 47).

Dessa forma, letrar os cidadãos, como também numerá-los, é um caminho importante na sociedade para ajudá-los a desarmar armadilhas divulgadas. O Letramento Estatístico, portanto, consiste em relevante competência da Educação Estatística.

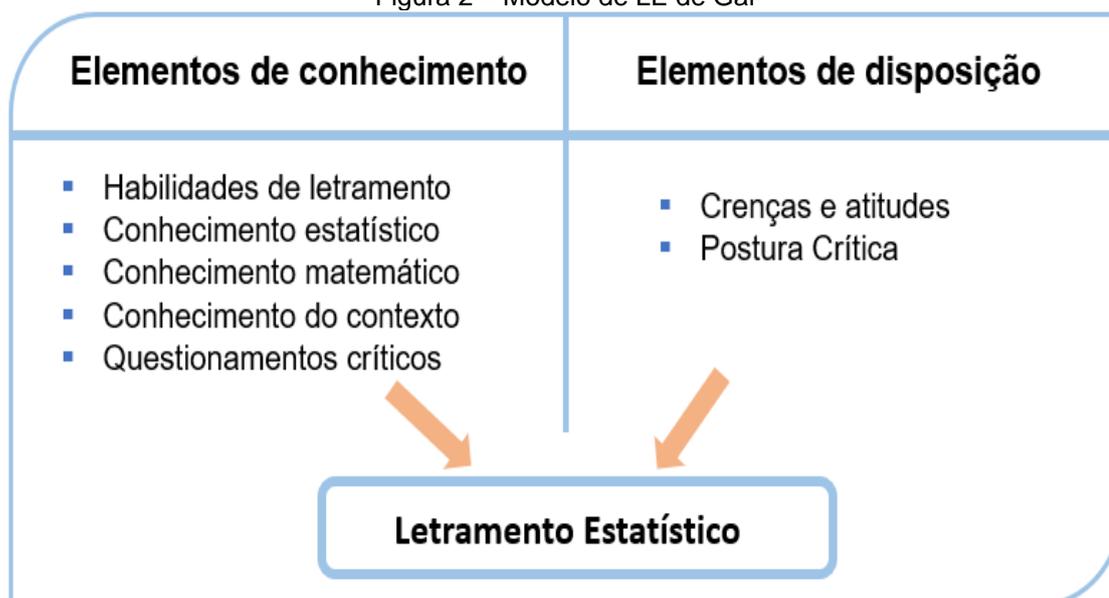
Ido Gal (2002) propõe um modelo de Letramento Estatístico tendo como preocupação uma inquietação com relação à constituição do LE por pessoas adultas, considerando que todos deveriam desenvolver essas habilidades de Letramento, tendo em vista que a Estatística é um tema prático, não somente acadêmico.

Segundo Gal (2002), o LE é uma habilidade-chave que os cidadãos precisam ter em sociedades repletas de informações, ou seja, é a capacidade de interpretar, analisar e avaliar criticamente, para posteriormente comunicar as informações estatísticas. Para esse pesquisador, essa competência pode contribuir na vida das pessoas e na sociedade de diversas maneiras, auxiliando-as para uma consciência crítica sobre tendências e fenômenos de importância social e nas suas escolhas diárias.

Gal (2021) também destaca que a promoção do LE deve receber bastante atenção dentro e fora do ensino de Matemática e das demais ciências, pois essa competência visa um resultado educacional desejado pelas Instituições de Ensino (IES), pois os estudantes passam a se envolver com informações estatísticas advindas do mundo real, sendo capazes de lidar com elas, com argumentos e justificativas baseadas em dados.

O modelo de LE desenvolvido por Gal (2002), conforme mostra a figura a seguir, é composto por componentes do conhecimento (cognitivo) e componentes disposicionais (afetivo ou atitudinal). Os primeiros envolvem habilidades de letramento; conhecimentos de Matemática, de Estatística e do contexto; questões críticas, enquanto os segundos fazem referência às crenças e atitudes pessoais; posturas críticas. O LE então resulta de articulações entre esses dois elementos ou componentes. Gal (2002) destaca a importância de processos de ensino que coloquem em articulação esses componentes para possibilitar o desenvolvimento do LE.

Figura 2 – Modelo de LE de Gal



Fonte: Adaptado de Gal (2002, 2021).

Segundo Gal (2002), as competências subjacentes ao modelo da figura acima resultam em dois componentes inter-relacionados: 1) A capacidade das pessoas interpretarem e avaliarem criticamente as informações estatísticas, relacionadas aos dados ou fenômenos estocásticos (Estatística, Probabilidade e Combinatória), que eles podem encontrar em diversos contextos; e 2) A capacidade de discutir ou comunicar suas ações diante de informações estatísticas, bem como a compreensão do significado da informação, opiniões sobre as implicações desta informação, ou preocupações quanto à aceitabilidade de conclusões dadas. Esses recursos e os comportamentos não existem por si próprios, porém são fundadas em várias bases de conhecimento inter-relacionadas e disposições.

Seguindo a sequência do modelo apresentado na figura anterior, descrevemos em seguida cada elemento do componente do conhecimento separadamente. Porém, eles não operam independente uns dos outros, conforme Gal (2002) destaca.

Habilidades de letramento envolvem a ideia de as pessoas necessitarem ativar habilidades específicas de leitura, uma vez que praticamente todas as mensagens estatísticas são transmitidas por meio de texto escrito ou oral, ou exigem que os leitores interpretem dados apresentados por meio de tabelas ou gráficos. A compreensão de mensagens estatísticas requer a ativação de várias habilidades de processamento de texto para que os leitores possam extrair significados e possam construir uma compreensão e julgamento sobre as informações.

A base do conhecimento estatístico é um pré-requisito na compreensão e interpretação de mensagens estatísticas, porém, Gal (2002) elenca 5 aspectos essenciais do conhecimento estatístico: 1) Saber por que os dados são necessários e como os dados podem ser produzidos; 2) Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas a estatísticas descritivas; 3) Familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas a exibições gráficas e tabelares; 4) Compreender noções básicas de probabilidade; 5) Saber como conclusões ou inferências estatísticas são alcançadas.

O conhecimento matemático é necessário, mas no início é recomendado que as noções desse conhecimento sejam utilizadas de forma limitada, ou seja, servir-se de uma Matemática mais elementar (operações básicas, porcentagem), já que os computadores agora podem automatizar muitos cálculos e que isso pode atrapalhar o desenvolvimento da compreensão intuitiva da Estatística.

O contexto é a fonte de significação dos dados, pois a interpretação adequada e desejada de mensagens estatísticas pelos cidadãos depende de suas compreensões de mundo e da capacidade de colocar essas mensagens em um contexto, dando-as sentido. Gal (2002) ressalta que o ouvinte ou leitor deve estar familiarizado com o contexto no qual os dados foram extraídos, pois caso contrário, as interpretações e afirmações podem estar erradas.

Gal (2019) chama a atenção para o fato de o significado de contexto poder envolver à primeira instância uma ideia de algo simples. No entanto, ele argumenta que na sala de aula é preciso que os professores façam emergir diversos contextos, principalmente os que fazem parte da vida dos estudantes. E esses contextos não vão estar presentes automaticamente necessitando de uma mobilização pelos docentes. O autor organiza três perguntas a se fazer sobre os contextos e tarefas na perspectiva do LE, sendo elas: a) Quais são os contextos “significativos e importantes” que são dignos de atenção ao ensinar alfabetização Estatística? b) Como trazemos esses contextos “significativos e importantes” para a sala de aula e nos certificamos de que os estudantes os entendem? c) Quais perguntas ou tarefas sobre contextos “significativos e importantes” são adequados ou dignos de serem perguntados na sala de aula?

Os contextos precisam ser autênticos, advindos do mundo real, partindo de uma genuína necessidade de saber, pelas quais devem ser de interesse para os cidadãos, políticos, eleitores, gerentes em um ministério do governo etc. Um exemplo

de noção de um contexto significativo e importante foi examinado em detalhes sobre os termos atuais das “estatísticas cívicas” pelo Projeto ProCivicStat (GAL, 2019).

Segundo Engel (2019), o projeto ProCivicStat desenvolveu um embasamento teórico para as estatísticas cívicas, identificando habilidades específicas para compreendê-las na sociedade. O projeto discute sobre a importância de compreender essa Estatística com relação a temas que estão em alta, como desemprego, racismo, migração, acessibilidade, dinheiro, pobreza, poluição etc.

Esses temas são conteúdos de Geografia, História, Sociologia, Biologia e devem ser trabalhados nas escolas, na Educação Básica, como o índice de Gini, IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), VBP (Valor Bruto da Produção) etc. Além disso, fazem parte do dia a dia das pessoas, ativando sempre a necessidade de uma postura crítica diante das tomadas de decisões. Sendo assim, a grande questão é como o professor de Matemática que ensina Estatística poderia ser instigado a transversalizar esses conteúdos.

As estatísticas cívicas se concentram na compreensão de informações sobre a sociedade, fornecidas pelos meios de comunicação, institutos de estatísticas e outros fornecedores de estatísticas. Elas envolvem habilidades necessárias para a participação na democracia, incluindo dados abertos, oficiais, multivariados e dinâmicos, que geralmente são temas negligenciados no ensino regular de Estatística (ENGEL, 2019).

Além de conhecer o contexto, as pessoas precisam saber que tipo de questionamentos devem fazer quando encontram essas mensagens estatísticas. Segundo Gal (2019, p. 4) “o contexto é o motivador para as questões que informam a instrução em estatísticas e as respostas que geramos com base em dados fornecidos”. À vista disso, o quinto elemento do componente do conhecimento, questionamentos críticos, é fundamental, pois as informações destinadas aos cidadãos podem ser tendenciosas, moldadas pelos setores políticos, comerciais e outros. Nesse caso, seria a capacidade de elaborar questões que colocam em xeque a informação veiculada pelos meios de comunicação.

Segundo Gal (2002), as crenças e atitudes fundamentam a postura crítica e a atitude questionadora (levantar temáticas polêmicas), pois para que a postura crítica seja firmada, os cidadãos precisam desenvolver uma crença, defendendo a ideia do legítimo ser crítico diante das mensagens, estatísticas ou argumentos lançados pelas fontes oficiais, ou de outros meios de veiculação de informações.

Cazorla, Utsumi e Santana (2020) destacam que a criticidade perpassa os dois componentes do modelo de LE de Gal. Sendo assim, além de ter conhecimento sobre o objeto de estudo, a pessoa precisa situar-se sobre a sua importância e como utilizá-lo no mundo. Logo, os aspectos cognitivos em si não bastam para se mobilizar habilidades de Letramento Estatístico.

Embora o LE seja indispensável para que os cidadãos possam intervir de forma consciente na realidade, sendo capazes de questioná-la, utilizando diferentes fontes de informações e interpretando-as de forma reflexiva e criativa (COSTA; CAZORLA, 2017), segundo Gal (2021), muitos professores ainda declaram ter pouco conhecimento de Estatística (competências básicas) e quando eles a abordam em suas aulas é de forma superficial, remetendo a apenas aspectos técnicos, em que os estudantes devem pensar como matemáticos (conceitos abstratos, fórmulas, objetos visuais, lógica etc.).

Nessa perspectiva, os professores precisam ser letrados estatisticamente para que levem para sala situações-problema que envolvam essa ciência, como também, 'riscos' (questões sociais, finanças, saúde, cidadania), determinando as competências necessárias, tanto cognitivas quanto afetivas, ponderando uma visão externa que considera as demandas das tarefas reais. Dessa forma, os professores devem proporcionar aos seus estudantes discussões de situações reais. Por exemplo, problematizar em conjunto os noticiários sobre a pandemia de Covid-19, falas e textos de políticos oficiais (GAL, 2021).

3.2 FORMAÇÃO ESTATÍSTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA ESTATÍSTICA NOS ANOS FINAIS

No Ensino Fundamental da Educação Básica brasileira conceitos estatísticos são ensinados na disciplina de Matemática, sendo esta geralmente ministrada nos anos iniciais por professores licenciados em pedagogia e nos anos finais por professores licenciados em Matemática. Entretanto, diante do interesse dessa pesquisa, focamos nossa discussão sobre os cursos de licenciatura em Matemática.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2001), não trazem para formação de professores de Matemática direcionamentos para o estudo de Estatística e

Probabilidade, somente para o curso de bacharelado. Sendo assim, a inclusão de disciplinas voltadas a essas áreas do conhecimento fica a critério de cada curso.

No entanto, a pesquisa de Silva (2014, p. 114) aponta que, “os componentes curriculares de formação conceitual em Estatística e Probabilidade estão presentes nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática de forma obrigatória”. Segundo Viali (2008), a matriz curricular desses cursos comumente apresenta somente uma disciplina típica de quatro créditos (60 horas), envolvendo Estatística e Probabilidade.

A estrutura curricular de alguns cursos de Licenciatura em Matemática ainda apresenta uma perspectiva de formação de professores pautada exclusivamente nos aspectos conceituais e procedimentais da Estatística e Probabilidade, deixando de considerar os aspectos didáticos e pedagógicos apropriados (VIALI, 2008; SILVA, 2014).

Outro aspecto consiste em insuficiente carga horária disponibilizada nos referidos cursos para as disciplinas de Estatística. Tal situação tem implicações pedagógicas para a formação dos licenciandos em Matemática, os quais podem estar saindo da formação inicial até mesmo sem o conhecimento desses conteúdos tão necessários para a docência. Dessa forma, esse ponto pode ser constatado como prejudicial ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Estatística na Educação Básica, gerando insegurança no trabalho docente (RODRIGUES; SILVA, 2019).

Viali (2008), Damin, Santos Júnior e Pereira (2016) e Rodrigues e Silva (2019) alegam que o ensino focado nos algoritmos da Estatística dificulta o desenvolvimento do pensamento estatístico dos estudantes, considerando a necessidade de se implementar nos cursos de licenciatura em Matemática um componente curricular de Educação Estatística voltado para o Ensino Fundamental anos finais, pois as formas que as disciplinas de Estatística vêm sendo estruturadas na matriz curricular dos referidos cursos não são suficientes para possibilitar conhecimentos básicos, pedagógicos e metodológicos aos futuros professores de Matemática.

Assim, conforme esses autores, alguns cursos de Licenciatura em Matemática não apresentam a devida atenção ao ensino e aprendizagem dos conteúdos estatísticos na Educação Básica. Como resultado tem-se uma distância do que é trabalhado nesses cursos com o que é requisitado nas propostas curriculares escolares. Alguns pesquisadores consideram que incluir uma disciplina de Educação

Estatística pode proporcionar a diminuição do distanciamento entre a formação inicial de professores de Matemática e a prática pedagógica no ensino básico (VIALI, 2008, DAMIN; SANTOS JÚNIOR; PEREIRA, 2016; RODRIGUES; SILVA, 2019).

Sendo assim, o desafio para os professores que ensinam Estatística no ensino básico, além de dominar o conhecimento dos conteúdos estatísticos e matemáticos (conhecimentos específicos) precisam saber ensiná-los (conhecimentos didáticos), devendo conhecer a realidade dos estudantes que estão inseridos nesse contexto, como também as formas que eles aprendem.

Muitas vezes a Estatística é confundida com a própria Matemática, porém, a Estatística não é um campo da Matemática, mesmo que ela tenha sido englobada no currículo como uma parte constituinte da área. Ela, como já mencionamos, é uma ciência que perpassa outras áreas do conhecimento. Gal (2019) e Lopes (2012, 2013) apontam que a Estatística, diferentemente da Matemática, não estuda os dados como sendo apenas números, entretanto, números dentro de um contexto a ser explorado. Sendo assim, os números dentro de contextos são carregados de intenções e significados.

A título de exemplo, Watson e Callingham (2020), que corroboram com esse pensamento, destacam que calcular a média de 10 números é aritmética, não Estatística. E, além disso, esse conceito é melhor empregado para responder questões estatísticas vinculadas aos contextos sucedidos da ciência, do esporte, da geografia, dentre outras áreas. Segundo Memória (2004, p. 82):

A Estatística não é propriamente Matemática, nem mesmo matemática aplicada. Como lida com a coleta, a análise e a interpretação de dados, inclui, naturalmente, muita conjectura sagaz, diferente do rigor da demonstração matemática, para não mencionar o raciocínio indutivo envolvido na inferência estatística. Evidentemente, saber Matemática é importante para um estatístico e quanto mais melhor, pois a teoria estatística não envolve apenas conceitos, necessitando também ser formalizada. Contudo, conhecer Matemática, embora necessário, não é suficiente para formar um estatístico.

Assim, a Estatística e a Matemática são duas áreas importantes e diferentes, que se complementam em alguns aspectos e em outros se divergem diante das suas particularidades nas maneiras de estudar e analisar os fenômenos que lhe são apresentados. Por exemplo, para a Matemática pura/teórica esse modelo de ser axiomática é necessário, mas na Estatística a abordagem deve ser diferente por requerer que os números estejam inseridos em contextos da realidade trabalhada.

Nesse sentido, observamos que entender a diferença entre a Matemática e Estatística é de suma importância no processo de ensino e aprendizagem, pois são campos do conhecimento diferentes. Lopes (2008) aponta que, no ensino de Estatística, não é suficiente que os estudantes entendam as porcentagens exibidas em índices estatísticos como o desemprego, taxas de inflação, crescimento populacional etc. É necessário realizar análises e relações críticas dos dados expostos fazendo ponderações, questionamentos e inferências para saber se são verídicos, precedências e o que eles nos comunicam. Com isso, não basta os estudantes desenvolverem a capacidade de organizar e representar conjuntos de dados estatísticos, porém, é preciso realizar interpretações, comparações sobre eles e, por fim, tirar conclusões. Além disso, essa autora destaca que é fundamental trabalhar na Educação Básica com a formação de conceitos que auxiliem no exercício de sua cidadania.

A Estatística percorre na área das Ciências da Natureza, das Exatas e das Ciências Humanas, quer dizer, perpassa por situações advindas da realidade dos estudantes que está relacionada com outras áreas do conhecimento. Entretanto, os professores que lecionam Estatística no Ensino Fundamental anos finais geralmente não têm acesso, em sua formação, às demais áreas de conhecimento como Geografia, Ciências, História, a não ser que procurem por conta própria. Todavia, os temas de interesse dos seus estudantes podem surgir desses campos de estudos considerados importantes para compreensão e leitura de mundo: áreas de conhecimentos que trazem contextos que auxiliam na promoção do LE.

Segundo Carvalho (2015), a construção de propostas de ensino de Estatística e probabilidade na Licenciatura em Matemática deve considerar a hipótese de que o principal objetivo do ensino dessa disciplina na Educação Básica é a constituição do LE e pensamento estatístico e probabilístico dos estudantes que atuarão como cidadãos e profissionais das mais diversas áreas. Além disso, “No mundo atual de estatísticas de Big Data², os educadores enfrentam a tarefa de preparar cidadãos letrados em estatística, bem como inspirar alguns a se tornarem estatísticos profissionais” (WATSON; FITZALLEN; WRIGHT, 2019, n. p., **tradução nossa**).

² *Big Data* diz respeito a uma multiplicidade de fontes e conjuntos de dados que apresentam uma série de atributos em comum, porém, em exemplos diferentes não mostram características iguais, como, por a palavra ‘jogo’ que pode retratar tanto paciência quanto futebol (RIDGWAY, 2016).

Assim, como discutido, uma pessoa ser letrada estatisticamente é uma exigência de uma sociedade repleta de informações, desinformações e má-informações, sendo necessário fazer avaliações e análises críticas antes de tomar decisões e posicionamentos nas mais variadas situações e contextos sociais, econômicos, culturais, educacionais, áreas de saúde, ambientais etc. (GAL, 2002, 2021; WATSON, 2006; WATSON; CALLIGHAM, 2003).

Com isso, a promoção do LE é um dos grandes desafios da Educação Estatística defronte de diferentes contextos sociais que exigem posturas críticas das pessoas. Costa Júnior e Monteiro (2020) reforçam que um dos problemas encontrados na literatura em relação à Licenciatura em Matemática é que a Estatística é contemplada como um campo da Matemática aplicada, que em muitas ocasiões acentuam os aspectos técnicos dos cálculos matemáticos (algoritmos) e demonstrações de teoremas, ou seja, a busca por soluções finais, por respostas aos problemas lançados. No entanto, isso é preocupante, porque são eles os responsáveis por ensinar e apresentar abordagens de ensino na perspectiva do LE (COSTA JÚNIOR; MONTEIRO, 2020).

4 CONCEITUAÇÃO, PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA

Neste capítulo tratamos sobre o campo conceitual e definições da média. E, conseqüentemente, discutimos sobre as propriedades (invariantes) (STRAUSS; BICHLER, 1988; SILVA JÚNIOR, 2018) e significados (BATANERO, 2000) que compõem esse campo conceitual, como também se debate sobre a representação gráfica e tabelar desse conceito. Por fim, trazemos a média no contexto da pandemia de covid-19 e a ideia de média móvel.

4.1 CONCEITUAÇÃO DA MÉDIA

A média é uma medida de tendência central que pode determinar algo, uma medida, um valor ou uma atitude, que, porém, remete a um pensamento comum, que agrupa ou generaliza um conjunto de ideias e valores para dar sentido ao termo em uso (QUEIROZ, 2021).

Esse conceito estatístico é considerado elementar por envolver uma simplicidade na obtenção do algoritmo, porém, a sua apropriação envolve uma complexidade no que concerne ao seu significado, suas propriedades (invariantes), a rede de conceitos que conecta (campo conceitual), as representações e a gama de situações e contextos, requerendo cuidado em sua aplicação e análises. Além disso, a média pode representar, em algumas perspectivas, um conjunto de dados, servindo de base para o cálculo e compreensão de outras medidas como o desvio padrão, coeficiente de variação, de correlação, dentre outras, necessitando, assim, um estudo mais sistemático em todos os níveis de escolaridade (CAZORLA; SANTANA; UTSUMI, 2019).

Na estrutura do conceito da média aritmética, conforme Cazorla, Santana e Utsumi (2019), concebe-se três classes: a média agregada ou razão entre duas grandezas; a média simples e a média ponderada. A média agregada ou razão entre duas grandezas é aplicada quando não se conhece os valores individuais da variável, mas se conhece o somatório dos valores dessa variável, como por exemplo, a renda *per capita* ou o consumo *per capita* de água.

Já a média aritmética simples de um conjunto de dados não agrupados e que não sofreram nenhum tratamento (dados brutos) é obtida ao dividir o somatório dos valores de todos os dados desse conjunto pela quantidade de elementos (MAGINA *et*

al., 2010; CAZORLA; SANTANA, 2010; FALCO; MEDEIROS JÚNIOR, 2012; RODRIGUES *et al.*, 2021), Conforme mostra a figura abaixo.

Figura 3 – Média aritmética simples

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} \text{ ou } \bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

\bar{X} = é a média aritmética da amostra
 n = Quantidade de dados ou tamanho da amostra

Fonte: Adaptado de Falco e Medeiros Júnior (2012).

Por outro lado, o cálculo de média aritmética ponderada de um conjunto de dados agrupados (com ou sem intervalos de classes) considera o peso ou frequência de cada valor da série (FALCO; MEDEIROS JÚNIOR, 2012; MAGINA *et al.*, 2010), como ilustra a figura abaixo.

Figura 4 – Média aritmética ponderada

Média Aritmética Ponderada

$$\bar{X}_p = \frac{\sum X_i \cdot p_i}{\sum p_i}$$

Fonte: Adaptado de Falco e Medeiros Júnior (2012).

Cazorla (2003, p. 3) destaca que “a média ponderada é bastante utilizada na escola para avaliar o desempenho geral do aluno durante um semestre letivo ou ano acadêmico, quando as provas ou disciplinas têm diferentes pesos ou ponderações”. Essa classe da média aritmética é distinguida por Cazorla, Santana e Utsumi (2019) em três subclasses: A primeira subclasse é a ponderada genuína, em que os pesos são resultados de valoração (pesos e ponderações diferentes), como, por exemplo, o cálculo das notas nas disciplinas. A segunda é a ponderada pela frequência de valores pontuais e marca de classe (faixa), que pode ser discreta, quando se toma poucos

valores, como também pode ser contínua, quando são se têm muitos valores, nas quais são agrupados em classes. E a terceira, por sua vez, é a ponderada a partir das médias parciais, ou seja, a média geral é encontrada por meio da soma das médias parciais calculadas ou apresentadas.

Na média simples, todos os valores de um conjunto de dados possuem o mesmo peso e não sofreram tratamento (dados brutos) (figura 3). Enquanto na média ponderada, os valores dos pesos ou frequências diferentes causam influência no resultado da média.

Em tópico futuro trazemos sobre a média móvel simples, uma extensão da média aritmética simples. Entretanto, existem outros tipos de médias como a Geométrica e Harmônica, que não serão abordadas nessa pesquisa, conforme os objetivos apontados na introdução. Em seguida abordamos as propriedades e significados desse conceito.

4.2 PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA

No que concerne aos aspectos conceituais da média, Strauss e Bichler (1988) listaram sete propriedades. São elas: 1) A média está entre o maior e o menor valor, ou seja, entre os valores extremos; 2) A soma dos desvios dos valores da variável em relação à média resulta zero; 3) A média é influenciada por valores diferentes dela, ou seja, a média é influenciada por cada valor e por todos os valores; 4) A média não coincide necessariamente com os valores operacionalizados; 5) A média pode ser um valor que não tem um correspondente na realidade física (pode ser uma fração, um número decimal, podendo não fazer sentido para a variável considerada); 6) No cálculo da média todos os valores são considerados, incluindo os nulos e negativos (não positivos); e 7) O valor da média representa e se aproxima dos dados que foram calculados, ou seja, a média é um representante dos dados que foram operacionalizados.

De acordo com esses autores, essas sete propriedades são fundamentais na aquisição da compreensão do conceito de média aritmética e abrangem três aspectos: a) O aspecto estatístico (primeira, segunda e terceira propriedade), envolvendo conceitos básicos da Matemática; b) Aspecto abstrato (quarta, quinta e sexta propriedade); e c) Aspecto representativo (sétima propriedade). Os dois primeiros

aspectos permitem valores não observados e o terceiro aspecto é considerado peça central e essencial para a compreensão da média aritmética.

Strauss e Bichler (1988) realizaram uma pesquisa com 80 crianças israelenses, entre 8 e 14 anos (foram selecionadas 20 crianças em cada uma das idades de 8, 10, 12 e 14 anos), buscando determinar o desenvolvimento da compreensão intuitiva delas em relação a sete propriedades da média aritmética a partir da promoção de algumas tarefas, contínuas e discretas, expostas de forma hipotética (histórica/verbal), concreta (real/ concreto) e numérica, ou seja, os autores variaram o tipo de dados e o(s) instrumento(s) (hipotética, concreta e numérica) utilizado(s). Por outras palavras, mesmo que em Israel, na época, a média aritmética era ensinada nas escolas a partir dos 12 anos. Esses autores investigaram em qual idade as crianças podem começar a compreender e aplicar corretamente essas propriedades, abrangendo participantes entre 8 e 14 anos, como mencionado.

Ao total foram 32 tarefas, sendo 5 de cada uma das seis primeiras propriedades e 2 para a sétima propriedade. As crianças foram testadas de forma individual em uma sessão de 30 a 60 minutos. A palavra média não foi usada nos testes ou nas instruções. Essa pesquisa foi dirigida pelas seguintes questões: as dificuldades apresentadas na resolução das atividades se diferem nos três meios de apresentação (hipotética, concreta e numérica)? As dificuldades apresentadas na resolução das situações contínuas e discretas se diferem? Possuem diferentes rotas de desenvolvimento para a compreensão das crianças das sete propriedades da média aritmética?

Strauss e Bichler (1988) encontraram em seu estudo que houve dois resultados significativos. O primeiro foi em relação à idade, indicando diferenças expressivas entre cada uma das faixas etárias e, o segundo, indicou diferenças expressivas entre dois grupos de propriedades, 1, 3, 4 e 2, 6, 7, em que as tarefas do primeiro grupo foram mais fáceis do que o último. Algumas das crianças não consideraram os valores nulos, como denota a propriedade 6, outras disseram que a média coincide com algum dos valores operacionalizados.

Marnich (2008), em sua pesquisa de doutoramento, explica (as propriedades do aspecto estatístico) e exemplifica (as propriedades do aspecto abstrato) 6 das propriedades de Strauss e Bichler (1988), em que adaptamos e apresentamos nos quadros abaixo que seguem respectivamente.

Quadro 2 – Aspecto estatístico da média aritmética

PROPRIEDADE STRAUSS E BICHLER (1988)	EXPLICAÇÃO DE MARNICH (2008)
A média está entre o maior e o menor valor.	A média aritmética não pode ser localizada acima do valor mais alto ou abaixo do valor mais baixo e, de fato, pode não ser igual a nenhum dos valores, a menos que todos os pontos de dados sejam iguais.
A soma dos desvios dos valores da variável em relação à média resulta zero.	A soma das diferenças da média subtraída de cada ponto de dados é zero.
A média é influenciada por valores diferentes dela.	Qualquer novo valor adicionado ao conjunto de dados original, a média muda, a menos que o novo valor seja igual a média.

Fonte: Adaptado de Marnich (2008).

Quadro 3 – Aspecto abstrato da média aritmética

PROPRIEDADE STRAUSS E BICHLER (1988)	EXEMPLOS DE MARNICH (2008)
A média não coincide necessariamente com os valores operacionalizados.	A média, por exemplo, de 10 e 20 é 15. Nota-se que o 15 não é um dos valores operacionalizados.
A média pode ser um valor que não se baseia em dados reais.	Se uma escola tem duas turmas da primeira série (segundo ano) com 22 e 25 alunos em cada uma delas, então o número médio de alunos em cada sala de aula é 23,5. Isso denota uma impossibilidade física para uma dessas salas de aula.
No cálculo da média todos os valores são considerados, incluindo os nulos e negativos (não positivos).	Questionaram a 5 crianças, quantos livros de matemática eles têm em suas casas. As respostas dessas crianças foram: 1, 0, 4, 2 e 0. Ao se calcular a média dessas respostas, observamos que apesar do somatório não ser influenciado pelos valores zero ($1 + 0 + 4 + 2 + 0 = 1 + 4 + 2 = 7$), todos os valores devem ser considerados. Nesse caso, o tamanho da amostra é 5, ou

	seja, o somatório será dividido por 5.
--	--

Fonte: Adaptado de Marnich (2008).

Silva Júnior (2018) e Cazorla, Santana e Utsumi (2019) acrescentam outras três propriedades da média além daquelas listadas por Strauss e Bichler (1988), tais como: 8) O somatório de todos os valores da variável é igual ao produto do número de observações e a média; 9) Ao crescer a variável (a cada valor observado) um valor constante, a média fica acrescida nessa constante; e 10) Ao multiplicar a variável (a cada valor observado) por uma constante, a média fica multiplicada por essa constante.

Silva Júnior (2018) destaca que a oitava propriedade torna a média ainda mais forte no que se refere a representação de todas as medidas de centralidade, pois ela é a única que pode restabelecer o todo através do seu domínio e o número de dados associados. Esse autor reforça também que essa medida é a única que pode equiparar em partes iguais todos os valores que a integram, quer dizer, a falta ou sobra de alguns desses valores relativamente à média é compensada. Por outros termos, os desvios negativos são supridos pelos desvios positivos, tornando zero a soma dos desvios, como mostra a propriedade 2 de Strauss e Bichler (1988).

Cazorla, Santana e Utsumi (2019) exemplificam a aplicação dessa oitava propriedade, em que a média é restituída ao se multiplicar a quantidade de dados pela média de cada grupo, como também, a terceira subclasse de média ponderada, a saber: em um elevador há 10 pessoas, sendo 4 homens e 6 mulheres. Com isso, determine a média dos pesos (em quilos) dessas pessoas considerando que a média do peso dos homens é de 80kg e das mulheres é de 60kg. Para resolver esse problema, podemos multiplicar 4 (homens) por 80kg e 6 (mulheres) por 60kg, posteriormente somar esses resultados e dividir pelo total de pessoas, nesse caso, dividir por 10 pessoas. Com isso, a média obtida é de 68kg por pessoa.

Nas propriedades 9 e 10 observamos que qualquer mudança que ocorra nos dados fará com que a média seja também alterada, ou seja, se crescermos, subtrairmos, dividirmos, multiplicarmos uma constante à variável, a média também será alterada por ela.

Com relação aos significados das medidas de tendência central, tal como a média, Batanero (2000) evidencia que estes significados envolvem um caráter complexo, adquiridos ao longo do Ensino Fundamental e Médio, portanto, por uma

proposta progressista. Essa autora lista 4 significados da média, sendo eles: a) Fazer estimativa em uma quantidade desconhecida, na presença de erros de medição (a melhor estimativa em medidas repetidas); b) Obter uma quantidade justa a distribuir para alcançar uma distribuição uniforme (distribuição equitativa); c) Saber que a média representa um conjunto de dados, cuja distribuição é aproximadamente simétrica (a média vista como elemento representante); e d) Conhecer o valor que será obtido com maior probabilidade, quando dispondo de um elemento aleatório de uma população, melhor dizer, contando com a carência de um dado em uma distribuição (a média vista como um valor provável).

Batanero (2000) também destaca que os significados da média são constituídos por cinco tipos de elementos ou componentes, a saber: i) Elementos extensivos ou extensos: a imanência do objeto (campo de problemas). Nesse cenário, se as problemáticas relacionadas não forem reconhecidas, não é suficiente conhecer as definições da média e saber realizar os cálculos; ii) Elementos atuantes ou ativos: são as práticas utilizadas para resolução de problemas; iii) Elementos ostensivos: são as representações (notação, gráficos, palavras etc.) do objeto abstrato; iv) Elementos intensivos: são as definições, operações aritméticas (adição, divisão e multiplicação), propriedades e relações com outros conceitos; e v) Elementos de validação ou validativos: Teste das propriedades das medidas de centralidade, inclusive a média.

As propriedades citadas nos itens iv e v supracitados (elementos intensivos e elementos de validação) referem-se às mesmas listadas por Strauss e Bichler (1988). Batanero (2000) destaca em seu estudo que os significados dos objetos matemáticos e estatísticos se configuram e evoluem no decorrer do tempo, conforme o campo de problema que eles perpassam. A título de exemplo, ela cita a média, em que o conhecimento desse conceito foi edificado lentamente ao longo do tempo, enquanto os problemas foram se diversificando e ficando cada vez mais complexos de se resolver, envolvido por um processo de solução progressista, nesse caso, o conhecimento e compreensão da média nem sempre foi o mesmo que temos atualmente. Vagarosamente ela recebeu definições, especificações, significados, propriedades, podendo ser explorada por diferentes representações estatísticas e diversos contextos.

Nesse sentido, a média aritmética, assim como os demais conceitos estatísticos e matemáticos, possui propriedades e significados. Segundo Batanero (2000), propor o algoritmo do cálculo cedo pode influir de forma negativa na

compreensão desse conceito estatístico, considerando que se deva primeiro abordar as noções intuitivas que as crianças têm desse conceito, considerando-a como uma medida de centralidade, para que então, isso as ajudem no desenvolvimento da compreensão mais sofisticada desse conceito.

4.3 MÉDIA EM PRÁTICAS SOCIAIS: PANDEMIA DE COVID-19 E A MÉDIA MÓVEL

Os conceitos estatísticos, inclusive a média, são melhores empregados em questões associadas a contextos e práticas sociais (WATSON, 1997; GAL, 2002; WATSON; CALLIGHAM, 2020). Segundo Costa Júnior, Monteiro e Cavalcante (2021), a média, quando explorada em múltiplos contextos, pode incentivar e motivar os estudantes a refletirem sobre as problemáticas apresentadas, possibilitando compreender os significados desse conceito. Nesse sentido, os contextos podem contribuir de forma significativa para a construção dos conhecimentos estatísticos, bem como são fundamentais para a promoção do LE dos estudantes por considerar dados reais.

A pandemia de Covid-19, por exemplo, configurou-se em um contexto autêntico e relevante, aumentando a visibilidade de uma infinidade de dados, estatísticas e previsões mais do que em qualquer outra situação na sociedade, requerendo uma leitura e argumentação sobre a realidade pois ela ocasionou impacto na vida de milhares de pessoas, na saúde pública, na esfera econômica, política e cultural. Foi perceptível também que muitos cidadãos acabaram fazendo afirmações fortes, necessitando de base estatística para dar sentido a essas afirmações pelos quais os meios de comunicação e redes sociais veicularam por diversas notícias e desinformações envolvendo dados estatísticos que podem suscitar a tomada de decisões por parte das pessoas (WATSON; CALLINGHAM, 2020; CARVALHO; CARVALHO; CARVALHO, 2021).

Nessa ocasião, o conceito de média móvel, taxa de contágio, de mortalidade, de letalidade, achatamento da curva, crescimento exponencial, dentre outros conceitos estatísticos, matemáticos e epidemiológicos começaram a fazer parte do cotidiano das pessoas, mesmo que de forma implícita e quando muitas delas não compreendem a utilidade e aplicação desses conceitos em sua realidade (MONTEIRO; CARVALHO, 2021; SILVA FILHO; CAMPOS, 2021). Sendo assim, compreender esses conceitos estatísticos se tornou fundamental para o mundo, para

que as pessoas saibam interpretar de forma apropriada as informações e o comportamento do coronavírus e das demais doenças respiratórias e situações da população que podem causar impacto na vida das pessoas.

Se tornou habitual nos meios de comunicação e noticiários o número absoluto de infectados nas últimas 24 horas, a evolução dos óbitos e infectados a cada 7 dias (representada por gráficos). Por outros termos, a média móvel dos casos e óbitos pela covid-19 (RODRIGUES *et al.*, 2021). Esses autores destacam que as médias móveis foram utilizadas para apresentar as oscilações referentes à menor quantidade de registros de casos ou óbitos nos fins de semana e da maior quantidade registrada entre segunda-feira e quarta-feira, em que as secretarias de saúde municipais e estaduais atualizavam. À vista disso, as médias móveis servem para facilitar a visualização da tendência da evolução ou queda da mencionada pandemia.

A denominação de média móvel leva ao entendimento de uma média que se move, que está sempre em mudança, ou seja, na média móvel os dados antigos vão sendo substituídos por dados mais atualizados, proporcionando que a média esteja sempre dinâmica para que resumam e forneçam informações de tendência, que podem variar em função do tempo considerado em seu cálculo (SILVA FILHO; CAMPOS, 2021). Kodama *et al.* (2021, p. 26, **tradução nossa**) evidenciam que:

Existem diversos tipos de médias móveis, como a simples, cumulativa, ponderada, exponencial e a adaptativa. As médias móveis são comumente utilizadas para suavizar flutuações curtas e destacar tendências de longo prazo. As médias móveis mais comuns e que possuem maior efeito para o trabalho em questão são a média móvel simples e a ponderada.

Assim, percebemos que existem vários tipos de médias móveis. Porém, neste trabalho, focamos na ideia de média móvel simples. O cálculo desse tipo de média móvel considera a definição de média aritmética simples em conformidade com o contexto e período trabalhado. No entanto, o que a difere da média aritmética simples é o seu aspecto dinâmico (em movimento) em que ela é recalculada ao passo que os dados são atualizados (SILVA FILHO; CAMPOS, 2021).

A média móvel é utilizada na análise do comportamento de variáveis estatísticas ao longo do tempo, denominadas de séries temporais ou séries de tempo. Em geral, esses tipos de variáveis sofrem a influência das estações, como, por exemplo, a produção de bens da agricultura e pecuária, mostrando um comportamento sazonal dos períodos de safra e entressafra devido ao regime de chuvas e estiagens (variáveis climáticas).

Na área da saúde também é muito utilizada, como pudemos acompanhar no contexto da evolução da pandemia de covid-19. Também é muito utilizada no acompanhamento de outras variáveis cuja influência é determinada não apenas pela sazonalidade do tempo, mas também por outros fatores como no mercado financeiro, bolsa de valores e taxas de câmbio. Essas variáveis sofrem forte impacto de fatores que a fazem variar bruscamente e que se faz necessário “suavizar” esses impactos. Para isso se utiliza a média móvel de um certo comprimento.

Para interpretação e compreensão do cálculo da média móvel é necessário definir o comprimento da média. Por exemplo, no cálculo do número de casos ou óbitos por covid-19, a média móvel foi de comprimento 7 e isso ocorreu devido à forma de registro dos casos e dos óbitos realizados pelas Secretarias de Saúde dos municípios que alimentaram a base de dados do Ministério de Saúde. Desse modo, o registro dos casos e óbitos nos finais de semana ficam represados, pois essas repartições não funcionam nos finais de semana, ocorrendo uma queda substancial nesses dias e um pico no início da semana. Assim, a média móvel de comprimento 7 suaviza essas variações e permitem acompanhar a evolução da tendência da doença. Na figura abaixo podemos observar a fórmula geral e a fórmula da média móvel de comprimento 7.

Figura 5 – Média móvel simples

Média móvel de comprimento k	Média móvel de comprimento 7 (semanal)
$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=0}^{k-1} x_{i-j}}{k}$ <p>Para todo i, tal que: $k \leq i \leq n$</p>	$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=0}^6 x_{i-j}}{7}$ <p>Para todo i, tal que: $7 \leq i \leq n$</p>

Fonte: A autora (2022).

No caso do acompanhamento da evolução da pandemia de covid-19, foi necessário calcular a variação percentual das médias móveis em um intervalo de 14 dias. Por exemplo, a média móvel calculada no dia 15 de fevereiro foi comparada com a média móvel realizada no dia 02 desse mesmo mês. Ressaltamos que os especialistas recomendaram esse período por considerarem o tempo de incubação do novo coronavírus.

O resultado da variação percentual é obtido a partir da diferença entre o valor final pelo valor inicial, dividida pelo valor final, em que, em seguida, o resultado é multiplicado por 100. Contudo, também pode ser expresso pelo quociente entre o valor final pelo valor inicial, na sequência, subtraído a 1 e, por fim, multiplicado por 100, como mostra a figura 6.

Figura 6 – Variação percentual no cálculo da média móvel

$$\text{Variação Percentual} = \frac{(\text{valor final} - \text{valor inicial})}{\text{valor final}} \times 100$$

Ou

$$\text{Variação Percentual} = \left(\frac{\text{valor final}}{\text{valor inicial}} - 1 \right) \times 100$$

Fonte: A autora (2022).

Com isso, a tendência é observada a partir da variação percentual das médias móveis em intervalo de 14 dias, comparando o valor obtido em uma semana com o valor da semana anterior, observando se a oscilação (parâmetro) for alta (igual ou superior a 15%), está em queda (igual ou inferior a -15%) ou estável (entre -15% e 15%). Todavia, a compreensão da média móvel, assim como a média aritmética, engloba propriedades, significados, contextos e práticas socioculturais, requerendo que as pessoas sejam letradas estatisticamente para que interpretem e avaliem as informações de forma apropriada antes de tirarem e emitirem suas conclusões à sociedade, inclusive sobre a situação da referida pandemia.

4.4 MÉDIA A PARTIR DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A compreensão de média aritmética envolve também a leitura e interpretação de gráficos. Vemos que as informações e dados da pandemia de covid-19 e de outras doenças respiratórias veiculadas pelos meios de comunicação, além de terem exibida a média móvel, observa-se que eles são apresentados por meio de gráficos e por

outras formas de representações que exigem habilidades de leitura. Portanto, é necessário compreender, interpretar e avaliar as informações para que assim as pessoas tirem suas próprias conclusões sobre os fenômenos representados. Monte e Carvalho (2021) reforçam a importância do ensino de gráficos no cenário da Educação Estatística.

Curcio (1989) destaca três estágios (níveis) de compreensão para a leitura, interpretação e compreensão de informações apresentadas em gráficos: 1) nível elementar - leitura de dados (ler os dados), para extrair valores de dados, em que a interpretação das informações ainda não é realizada; 2) nível intermediário - leitura entre os dados (ler entre os dados), comparando valores entre eles e o uso de conceitos estatísticos e matemáticos, em que as inferências realizadas são simples; e 3) nível avançado - leitura além dos dados (ler por trás dos dados), prevendo e fazendo inferências com base nas medidas de tendência central, incluindo a média, como também sobre informações que não estão explícitas na representação gráfica.

Esse terceiro nível de leitura foi bastante solicitado na interpretação da média a partir de gráficos no decorrer da pandemia de covid-19, em que foi necessário fazer inferências sobre as informações.

5 ESTUDOS PRÉVIOS SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS ANOS FINAIS

Visando investigar e analisar o que vem sendo discutido nos artigos dos anais do XI, XII e XIII do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e dos periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) (2009 a 2020) sobre o conceito de média aritmética na perspectiva do Letramento Estatístico (LE) nos anos finais do Ensino Fundamental, realizamos uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL).

De acordo com Gomes e Caminha (2014), a RSL, ou síntese criteriosa, busca resumir e apresentar dados existentes, refinar hipóteses e estimar tamanhos de amostragem, servindo de base para trabalhos futuros. Desse modo, a RSL toma como base estratégias de busca e critérios de seleção (inclusão e exclusão), visando uma maior qualidade e confiabilidade dos resultados. “Assim, revisões bem estruturadas podem auxiliar na atualização e construção de novas diretrizes para atuação profissional ou ida a campo em busca de soluções para artigos originais” (GOMES; CAMINHA, 2014, p. 397).

A escolha pelo ENEM se deu pela relevância desse evento para a área da Educação Matemática e pelo fato dele congregar pesquisadores, professores da educação básica e estudantes de graduação e pós-graduação de diversas regiões do Brasil, sendo um evento promovido a cada três anos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Dessa forma, centramos a nossa pesquisa nos artigos (Comunicação Científica) dos anais do XI, XII e XIII do ENEM, que ocorreram, respectivamente, em 2013, 2016 e 2019.

A escolha pelo Portal de Periódicos da Capes se deu por ser esta uma biblioteca virtual que abrange, de forma atualizada, produções científicas nacionais e internacionais (produções científicas em inglês, alemão, francês etc.) organizadas e de qualidade, no qual reunimos estudos de um intervalo de 10 anos (2009 a 2020).

Ressaltamos que primeiro realizamos a busca nos anais do ENEM e em seguida nos Periódicos da Capes, seguindo protocolos específicos devido às particularidades de cada base. Entretanto, ambas as buscas se encaminharam pelo mesmo objetivo de pesquisa e etapas subsequentes de seleção de artigos, sendo elas: 1) Lançamento das palavras-chave conforme o protocolo (quadros abaixo) e base de dados. Organizamos os descritores conforme termos que abrangem a

multiplicidade de discussão sobre o tema com base no objetivo; 2) Seleção de trabalhos a partir do título, conforme o enfoque da pesquisa analisada; 3) Seleção de artigos a partir da leitura dos resumos e considerações finais; 4) Leitura dos artigos selecionados na íntegra, na intenção de encontrarmos discussões, abordagens e possibilidades didáticas que envolvem a média na perspectiva do LE.

Nos artigos, analisamos os enfoques e abordagens da média na perspectiva do LE. De modo geral, em conformidade com os protocolos de busca específicos para cada base de dados explicitadas, encontramos inicialmente 538 resultados, sendo 78 artigos nos anais do ENEM e 460 artigos nos Periódicos da Capes, pela qual selecionamos 3 artigos do ENEM e 2 do Portal de Periódicos da Capes por atenderem ao objetivo dessa pesquisa. Notamos que muitos dos trabalhos encontrados inicialmente exploram a média por perspectiva que não envolve o LE, e muitos trabalhos que discutem sobre o LE não fazem menção a média ou não centralizam no Ensino Fundamental anos finais. Sendo assim, somente 5 artigos compuseram o *corpus* desse estudo e serão tratados com mais detalhes em seguida.

5.1 SELEÇÃO DOS ARTIGOS NOS ANAIS DO ENEM E NOS PERIÓDICOS DA CAPES

Nesse tópico, apresentamos os protocolos de busca da RSL, bem como o processo de seleção dos artigos nos anais XI, XII e XIII do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e nos Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) (2009 a 2020) sobre o conceito de média aritmética na perspectiva do LE nos anos finais do Ensino Fundamental.

5.1.1 Seleção de artigos nos anais do ENEM

Para a busca nos anais do ENEM³ XI e XII utilizamos as teclas de atalho “Ctrl + F”, que concebem um espaço para digitar as palavras-chave. Os anais do ENEM XIII, por apresentarem a função “pesquisar”, facilitaram a nossa busca direta pelo campo “título”.

³ Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>. Acesso em: 14 abr. 2023.

Ao realizar a busca pelo título, tínhamos disponível as opções “contém” ou “é”, mas optamos pelos mecanismos de busca, “títulos” e “contém”, para reunir o máximo de estudos possível. No quadro abaixo apresentamos o nosso protocolo de busca no ENEM.

Quadro 4 – Protocolo de busca de artigos nos anais do XI, XII e XIII do ENEM

QUESTÃO DE PESQUISA	O que os artigos (Comunicação Científica) nos anais do ENEM vêm discutindo acerca da média aritmética na perspectiva do LE?
OBJETIVO	Identificar e analisar o conceito de média pela perspectiva do LE em comunicações científicas nos anais do XI, XII e XIII ENEM (2013, 2016 e 2019).
PALAVRAS-CHAVE (DESCRITORES)	“Estatistic” (Termos abrangidos: Estatística, Estatistic ou Letramento Estatístico); “Média”.
CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO	Repetição; artigos que fogem da temática (que não discutem sobre média e/ou LE); estudos que não contemplem os anos finais do Ensino Fundamental.
CRITÉRIOS DE VALIDADE METODOLÓGICA	Verificação dos critérios de exclusão e caminhos utilizados para busca.

Fonte: A autora (2022).

Considerando o protocolo descrito no quadro acima, nos anais do XI ENEM nos deparamos com 20 artigos (Comunicações Científicas) com o descritor “Estatistic” e nenhum com termo “Média”. Com base nos critérios de exclusão e etapas de seleção, não selecionamos nenhum estudo desses anais para compor as análises.

Nos anais do XII ENEM encontramos 17 artigos, sendo 15 a partir do descritor “Estatistic” e 2 com o uso da “Média”. Desses artigos, aplicando os critérios de exclusão, escolhemos somente 1 artigo para ser lido na íntegra.

Nos anais do XIII ENEM encontramos 41 resultados, sendo 40 artigos com a palavra-chave “Estatistic” e 1 artigo com o descritor “Média”, selecionando apenas 2 artigos desse total. Durante a busca nesses anais percebemos que 6 dos 40 artigos achados a partir do termo “Estatistic” traz a expressão “Letramento Estatístico” em seus títulos, porém, nenhum deles estudam a média com enfoque no LE.

Nos anais investigados do ENEM nos deparamos com trabalhos que citam o LE no corpo do texto, no entanto, não tomam essa perspectiva como embasamento teórico e metodológico e/ou nem a retoma na discussão e análise de dados, isto é,

não apresentam situações didáticas envolvendo o LE. Além disso, não fazem alusão à média aritmética e nem se concentram nos anos finais do Ensino Fundamental. Desse modo, apenas 3 estudos foram selecionados por atender os requisitos estabelecidos no protocolo, pelas quais foram lidos e analisados criticamente na íntegra, conforme mostra o quadro abaixo.

Quadro 5 – Artigos selecionados nos Anais XI, XII e XIII do ENEM

ANAIS DO ENEM	TÍTULO	AUTORES
XII (2016)	Um estudo sobre estatística na formação continuada de professores: experiência com a curva normal.	Macedo, Pietropaolo e Carvalho
XIII (2019)	Professores explicitam seus saberes acerca das propriedades da média ao início de uma formação continuada.	Alves <i>et al.</i>
	Atividade de estatística - leilão do menor lance.	Justo e Magalhães

Fonte: A autora (2022).

Ressaltamos que os artigos que foram ou não selecionados desse evento são de grande importância para a Educação Estatística visto que as discussões contribuem para o ensino e aprendizagem de Estatística e corroboram como embasamento científico para outros estudos, como este que discutiremos.

5.1.2 Seleção de artigos nos periódicos da Capes

Para a busca nos periódicos da Capes⁴, nos conectamos ao acesso remoto CAFE (Comunidade Acadêmica Federada) que foi possível em virtude ao vínculo da autora como aluna de Pós-Graduação (Stricto Sensu) da Universidade Federal de Pernambuco, que é uma das instituições de ensino coligada com o referido portal, através da Rede Nacional de Pesquisa (RNP). No quadro abaixo apresentamos o nosso protocolo de busca nos periódicos da Capes.

⁴ Disponível em: <https://www.periodicos.capes.gov.br>. Acesso em: 15 abr. 2023.

Quadro 6 – Protocolo de busca de artigos científicos nos Periódicos da Capes

QUESTÃO DE PESQUISA	O que os artigos do Portal de Periódicos da Capes vêm discutindo acerca da média aritmética na perspectiva do LE?
OBJETIVO	Identificar e analisar o conceito de média pela perspectiva do LE nos anos Finais do Ensino Fundamental em publicações nos periódicos da Capes.
PALAVRAS-CHAVE (DESCRITORES)	“Média” <i>and</i> “Letramento Estatístico”; “Letramento Estatístico” <i>and</i> “Ensino”; “Letramento Estatístico” <i>and</i> “Anos Finais”; “Estatística” <i>and</i> “Média Aritmética”; “Estatística” <i>and</i> “Anos Finais”; “Letramento Estatístico” <i>and</i> “Medidas de Tendência Central”.
PERÍODO	Últimos 10 anos (2009 a 2021).
CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO	Repetição; artigos científicos que fogem da temática (que não discutem sobre média e LE); estudos que não contemplem os anos finais do Ensino Fundamental.
CRITÉRIOS DE VALIDADE METODOLÓGICA	Verificação dos critérios de exclusão e caminhos utilizados para busca.

Fonte: A autora (2022).

Em seguida, definimos o campo de pesquisa, “buscar assunto”, e na sequência, “pesquisa avançada”, pela qual optamos por artigos de periódicos revisados por pares dos últimos 10 anos, sem definir o idioma. Em cada filtro de busca associamos dois descritores a partir do operador lógico booleano “*and*”. Além disso, essas palavras-chave foram digitadas utilizando o marcador de escrita aspas duplas.

Considerando o protocolo, a princípio nos deparamos com um total de 460 artigos distribuídos em 37 resultados com a associação dos descritores “Média” *and* “Letramento estatístico”; 21 com “Letramento Estatístico” *and* “Ensino”; 7 com “Letramento Estatístico” *and* “Anos Finais”; 313 com “Estatística” *and* “Média Aritmética”; 77 com “Estatística” *and* “Anos Finais”; 05 com “Letramento Estatístico” *and* “Medidas de Tendência Central”.

Em seguida, em cada seção de busca lemos os títulos e selecionamos ao todo 45 artigos, sendo 4 resultados com a associação dos descritores “Média” *and* “Letramento estatístico”; 9 com “Letramento Estatístico” *and* “Ensino”; 5 com “Letramento Estatístico” *and* “Anos Finais”; 12 com “Estatística” *and* “Média Aritmética”; 10 com “Estatística” *and* “Anos Finais”; 5 com “Letramento Estatístico” *and*

“Medidas de Tendência Central”. Por fim, lemos os resumos e conclusões e, após esses procedimentos, restaram apenas 2 artigos, conforme mostra o quadro abaixo.

Quadro 7 – Artigos selecionados no Portal de Periódicos da Capes

TÍTULO	AUTORES
A Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental: contribuições de uma sequência de ensino contextualizada	Walichinski; Santos Junior (2013).
O ensino de conceitos estatísticos: uma proposta com o uso de planilha eletrônica a partir da análise do índice de massa corporal.	Ferreira; Sarges e Lacerda (2019).

Fonte: A autora (2022).

Pontuamos que os artigos que não foram selecionados desse portal são de grande importância para a Educação Estatística, cujas discussões contribuem para o ensino e aprendizagem de estatística e corroboram como embasamento científico para outros estudos, como esse.

5.2 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS ARTIGOS SELECIONADOS

Nesse tópico apresentamos a discussão dos artigos selecionados nos anais do ENEM e nos periódicos da Capes e utilizamos como estratégia a ordem cronológica (ano dos artigos) dessas produções. Esses artigos foram selecionados por apresentarem uma projeção do que vem sendo discutido nas pesquisas científicas sobre a média aritmética na perspectiva do LE nos anos finais do Ensino Fundamental.

Walichinski e Santos Júnior (2013) propuseram em sua pesquisa uma sequência de ensino com base em recomendações feitas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná – DCE (PARANÁ, 2008) e em dados reais, sendo desenvolvida com 27 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental anos finais de uma escola estadual. Na referida proposta, foram abordados os conteúdos estatísticos descritos em tabelas e gráficos, como as medidas de tendência central (média, moda e mediana).

Os recursos pedagógicos que esses autores utilizaram para obtenção dos dados em sua pesquisa foram as atividades escritas pelos estudantes, fotografias, transcrição de áudios, bem como observações dos pesquisadores em todo o processo. A sequência de ensino foi composta por quatro etapas, realizadas durante sete aulas de aproximadamente cinquenta minutos, considerando o contexto dos

estudantes. Na primeira etapa, em que ocorreu a coleta de dados, os estudantes, sem fazer a identificação dos colegas, realizaram pesquisas e anotações em planilhas sobre algumas características da sua classe escolar como: número de calçado, peso em massa, idade, índice de Massa Corporal (IMC), gênero (sexo biológico), número de irmãos, esporte preferido, disciplina favorita e interesse pela Matemática. Foi notável, de modo geral, que os estudantes se mostraram motivados em realizar essa etapa da sequência, fazendo inferências, ponderações e construindo hipóteses.

Na segunda etapa, destinada para a representação tabelar dos dados que foram registrados em planilhas anteriormente, os estudantes montaram tabelas utilizando lápis e folhas de papel. Na terceira etapa eles construíram diferentes tipos de gráficos com os dados das planilhas, fazendo leituras, interpretações e identificações em relação à natureza das variáveis exploradas. E na última etapa, bastante importante, foram trabalhadas as medidas de tendência central através dos dados coletados na primeira fase da sequência. O conceito de média aritmética foi explorado nesse momento pelas características peso, altura, idade e número de irmãos.

Desse modo, Walichinski e Santos Júnior (2013) concluíram que a utilização de dados reais na sequência de ensino proporcionou a construção do LE e do Pensamento Estatístico dos estudantes. A manipulação de dados reais possibilitou que os estudantes tivessem mais familiaridade com os conceitos estatísticos trabalhados nas atividades, inclusive, a medida de tendência central, média aritmética e construção das competências estatísticas como Letramento, Pensamento e Raciocínio Estatístico. Nesse sentido, podemos considerar por essa pesquisa que propostas de ensino baseadas em dados advindos da realidade dos estudantes podem contribuir para compreensão de conceitos estatísticos, inclusive média aritmética. Além disso, os estudantes se sentiram bastante motivados e empolgados no desenvolvimento de todas as etapas da sequência, interagindo entre si e com os pesquisadores.

Seguindo, o estudo de Macedo, Pietropaolo e Carvalho (2016) apresentou reflexões sobre uma sequência didática desenvolvida em uma formação continuada com 14 professores que lecionam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio na rede pública do estado de São Paulo. Esses autores trabalharam nessa formação as medidas de tendência central (média, moda e mediana), na pretensão de discutir com os participantes da pesquisa sobre a

importância e necessidade de propiciar abordagens que resultem no desenvolvimento do LE dos estudantes, para que eles avaliem as informações veiculadas pelos meios de comunicação.

Para identificar os conhecimentos e prováveis dificuldades que os professores possuíam sobre curva normal, foi aplicada uma diagnose. Em sequência, a partir dos resultados os pesquisadores problematizaram o mencionado conteúdo, trabalhando conceitos estatísticos como as medidas de tendência central. Foram feitas leituras compartilhadas entre os participantes da pesquisa sobre a média, desvio padrão e LE. Um dos contextos problematizados foi o salário mensal dos professores por meio de uma reportagem envolvendo a média salarial do professor em aproximadamente quatro mil reais. Com base nessa reportagem, os professores evidenciaram que é necessário avaliar, questionar e analisar criticamente as informações expostas nos sistemas de comunicação, que sejam letrados estatisticamente, ou seja, eles ressaltaram sobre o carência de outras formações e intervenções, na intenção de discutirem sobre as orientações curriculares e o LE (MACEDO; PIETROPAOLO; CARVALHO, 2016).

Esses autores enunciaram também que a média associada com o conceito de desvio padrão pode proporcionar estimativas de eventos, como, por exemplo, responder uma pergunta comum dos processos eleitorais do país: “como uma pesquisa de 2000 habitantes pode prever o resultado de uma eleição?” (MACEDO; PIETROPAOLO; CARVALHO, 2016, p. 5). Nesse sentido, esses pesquisadores concluíram que o ensino de curva normal pode proporcionar a ressignificação de conceitos estatísticos como a média e o desvio padrão. No entanto, foi perceptível que o ensino de média ainda recebe uma atenção inadequada em sala de aula, sendo negligenciado.

Durante o processo formativo, os professores demonstraram incompreensões em relação aos conhecimentos necessários para o ensino de conceitos estatísticos, podendo refletir sobre a sua prática docente em sala de aula, desempenhando a função de aprendente. Eles puderam refletir sobre abordagens de ensino que proporcionam aos seus estudantes a compreensão e a construção de conhecimentos sobre curva normal através do conceito de média aritmética e desvio padrão.

O estudo de Alves *et al.* (2019), por outro lado, foi fruto da aplicação de uma primeira sessão de um processo formativo em que 14 professores que atuam no Ensino Fundamental e Médio responderam a um questionário contendo 8 questões.

No artigo, porém, apenas uma dessas questões foi analisada, estando relacionada com a compreensão que eles possuíam sobre média antes da realização do curso formativo. Foi evidenciado que esses professores eram todos licenciados em Matemática, com atuação média docente de 15 anos, tendo experiência com o ensino da média na Educação Básica. Deste modo, a referida questão (situação-problema) possibilitou que os autores tivessem uma visão sobre a formação pessoal e profissional dos professores investigados, mostrando que eles sabiam sobre os aspectos técnicos do cálculo de média, entretanto, demonstraram limitações no domínio das propriedades desse conceito.

Sendo assim, através desse estudo preliminar, Alves *et al.* (2019) puderam notar as temáticas relevantes para a formação continuada, como, por exemplo, as diversas categorias de conhecimentos de média e os elementos de desenvolvimento do LE.

Justo e Magalhães (2019), conseqüentemente, trouxeram discussões sobre a aplicação do jogo “Leilão do menor lance”, apontando os aspectos metodológicos e potencialidades no desenvolvimento do LE dos estudantes no Ensino Fundamental anos finais e no trabalho com a média e outros conceitos estatísticos e probabilísticos nesse nível de ensino. Esses autores evidenciaram que a Estatística deve ser contemplada desde o início da Educação Básica, através de atividades e recursos didáticos diferenciados. Os autores destacam que esse jogo, por conter observações e considerações em gráficos de pontos, permite que os estudantes façam inferências e estimem palpites sobre os valores de centralidade, média e mediana. Tendo em vista os palpites, os pesquisadores apresentam a resposta correta e fazem comparações entre o lance de cada jogador, observando quem chega mais próximo do valor real. Vence aquele que indicar o menor lance, sendo o próprio lance um resultado do cálculo da diferença entre o valor absoluto, o palpite e o valor real das referidas medidas de centralidade.

O jogo foi aplicado com discentes do primeiro semestre de 2017 de um curso de Licenciatura em Matemática, bem como com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do último ciclo do Ensino Fundamental anos finais de uma escola municipal em São Paulo – SP. Dessa pesquisa, os autores Justo e Magalhaes (2019) focaram no segundo público, estudantes dos anos finais, destacando que foi a professora que ensinava Matemática nessa turma que aplicou o jogo em duplas. Nesse contexto, a pesquisadora observou todo o decorrer dessa atividade e a

interação entre os estudantes e a professora, referenciando que eles gostaram do jogo, considerando-o bastante interessante e colaborativo com o processo de aquisição da compreensão de média e mediana. A cada lance eles avançavam um pouco sobre a compreensão do jogo e na realização de cálculos durante as inferências e estimativas.

Com base nesse estudo de Justo e Magalhães (2019), observa-se que as dificuldades encontradas não partiram apenas dos estudantes, mas também da professora. Esse dado reforça a necessidade de docentes conhecerem e compreenderem os elementos do significado de média concebido por Batanero (2000), bem como, os elementos pertencentes aos dois componentes que integram o modelo de Gal (2002) para poderem promover o ensino com base no LE.

Ferreira, Sarges e Lacerda (2019) propuseram uma intervenção de ensino com 28 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental anos finais de uma escola pública. Para tanto, os estudantes foram dirigidos ao laboratório de informática da Universidade Federal do Pará (UFPA), sucedendo à intervenção em três encontros, sendo eles: no primeiro encontro, coleta e organização de dados, no qual os estudantes assistiram dois vídeos envolvendo obesidade e analisaram índices de massa corporal (IMC). Em duplas eles fizeram a manipulação livre de uma calculadora, de uma balança digital e de fitas métricas para mensurar à altura, o peso, o IMC, como também realizar a classificação do IMC (abaixo do peso, peso normal, sobrepeso e obesidade). Esses dados foram registrados em uma tabela.

No segundo encontro (planilha eletrônica no laboratório), conseqüentemente, os autores dividiram a turma em dois grandes grupos devido a quantidade de computadores. Os alunos teriam que transcrever os dados da tabela organizada na primeira etapa da intervenção para planilhas eletrônicas, tendo explicação e auxílio quanto ao manuseio das ferramentas eletrônicas. Em seguida, aumentaram uma coluna na planilha eletrônica para o cálculo do IMC, sendo desafiados a criar uma fórmula para esse cálculo, bem como a média aritmética do IMC da turma, plotando gráficos de colunas com o nome e o IMC dos componentes dessa turma escolar e, também, produzindo tabelas, dessa vez com título de classificação, frequência acumulada, relativa e absoluta. No terceiro encontro ocorreu a socialização dos momentos anteriores, pelos quais posteriormente foi discutido e mostrado através do projetor os gráficos e tabelas construídas a partir das planilhas eletrônicas.

A intervenção revelou algumas dificuldades dos estudantes, principalmente na criação e inserção da fórmula do cálculo do IMC e da média na planilha eletrônica, pela qual os pesquisadores tiveram que intervir. Por fim, os estudantes se aproximaram do esperado pela atividade. Durante a socialização, também, eles puderam comparar as tabelas construídas no primeiro (manualmente) com as do segundo encontro (planilhas eletrônicas), percebendo que as planilhas eletrônicas facilitam e agilizam no processo de cálculos, evitando os erros que cometeram manualmente, pelas quais demoraram a corrigi-los no primeiro momento.

Nesse contexto, a pesquisa de Ferreira, Sarges e Lacerda (2019) potencializou que os estudantes aprendessem a manusear planilhas eletrônicas, a fim de compreender alguns conceitos estatísticos tais como a média aritmética, fazendo inferências e estimativas. Além disso, discutiram sobre o modelo de Letramento Estatístico de Gal (2002), em que abordagens como essa podem estimular o desenvolvimento do pensamento crítico pelos estudantes, tornando-os capazes de discutir e expor as suas considerações e interpretações dos dados formados na intervenção. Em relação à média aritmética, o artigo trouxe várias situações importantes envolvendo manipulações e comparações desse conceito, sinalizando que propostas como essas podem contribuir e promover o desenvolvimento do LE dos estudantes.

Identificamos que muitos dos trabalhos encontrados na primeira busca em ambas as bases de dados exploram a média por outras perspectivas e teorias e outros que discutem sobre o LE não fazem menção a média ou não centralizam a discussão no Ensino Fundamental anos finais, apesar de serem de suma importância para a Educação Estatística, servindo de embasamento para outras pesquisas científicas, como é o caso dessa.

Os artigos selecionados apresentam situações-didáticas que foram adotadas para o ensino da média aritmética e de outros conceitos como desvio padrão e as medidas de tendência central, moda e mediana. E, também, os autores dos artigos consideraram que tais situações podem proporcionar o desenvolvimento do LE pelos estudantes em relação aos conceitos estatísticos, inclusive a média, explicitando também a importância de trabalhar com esse conceito a partir de reflexões críticas. Ressaltamos a importância desses trabalhos e que o LE precisa ser parte de um planejamento intencional no processo de ensino para que os estudantes possam

realizar as articulações necessárias dos elementos do conhecimento e elementos disposicionais conforme o modelo de Gal (2002).

Do ponto de vista curricular, essa é uma construção paulatina ao longo da Educação Básica e mesmo que o termo LE não seja mencionado explicitamente na BNCC, percebemos que esse documento possibilita um trabalho metodológico que contribui para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos e estatísticos básicos.

No entanto, pensar a média aritmética através de dados reais não garante o desenvolvimento do LE sobre esse conceito pois, conforme destacado por Gal (2002), existe uma diferença entre usar dados reais e vincular a instrução a contextos significativos. Além disso, o modelo requer que os estudantes sejam leitores de contextos significativos, leitores do mundo de forma adequada, situando-se para além dos dados. Nesse sentido, o modelo de LE de Gal (2002) impulsiona a construção da criticidade e ações mais conscientes dentro dos contextos explorados, a fim das pessoas poderem desarmar as armadilhas que às vezes são postas no contexto de uso de dados estatísticos pela mídia impressa, conforme, Cazorla e Castro (2008) argumentam.

Em vista disso, as intervenções apresentadas nos trabalhos analisados se atentaram mais em elencar as dificuldades e incompreensões trazidas pelos alunos e professores acerca desse conceito e das suas propriedades e elementos do seu significado, apontando a importância de uma abordagem na ótica do LE, mas sem explorar as suas dimensões.

Sendo assim, concluímos ser necessário realizar novas pesquisas e intervenções, com a intenção de trazer ao contexto escolar reflexões sobre a média pela perspectiva do LE, explorando as articulações entre elementos do conhecimento e disposicionais.

6 METODOLOGIA

O presente estudo tem o objetivo de analisar a compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, buscando identificar possibilidades para o ensino desse conteúdo em sala de aula a partir da perspectiva do Letramento Estatístico (LE). Em termos mais específicos pretende-se investigar conhecimentos prévios de professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média aritmética; identificar abordagens de ensino dos professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média; analisar com professores de Matemática dos anos finais possibilidades de ensino da média na perspectiva do LE. Neste capítulo, apresentamos a estrutura metodológica, no que concerne ao tipo de pesquisa, os participantes, as etapas, procedimentos e instrumentos de coleta de dados.

6.1 TIPO DE PESQUISA

A pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa que possibilita uma melhor descrição e discussão de dados. Essa abordagem se conduz por procedimentos analíticos e indutivos, tendo o pesquisador um papel importante na interpretação da subjetividade dos participantes da pesquisa (GIL, 2008). Além disso, esse tipo de pesquisa trabalha “com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes” (MINAYO, 2009, p. 21).

A pesquisa qualitativa baseia-se na existência de relação dinâmica entre sujeito e objeto do conhecimento em que o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito são interdependentes (CHIZZOTTI, 1998). Essa relação está permeada por significados, aspirações, valores, crenças e atitudes que não podem ser apreendidos, apenas, por métodos quantitativos ou por técnicas de mensuração. Dessa maneira, a abordagem qualitativa é a mais indicada para o estudo da compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais.

6.2 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os participantes da pesquisa são professores que lecionam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, em escolas de natureza pública (municipal e/ou

estadual) e/ou particular de diferentes municípios do estado de Pernambuco que se propuseram a colaborar com a pesquisa.

A escolha por docentes dos anos finais do Ensino Fundamental, além de estar relacionada à nossa experiência pessoal com esse nível de ensino como professora de Matemática, ancora-se também no fato de o estudo da média ser apresentado e recomendado para esse nível de escolarização, conforme recomendações da BNCC (BRASIL, 2017).

6.3 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

No quadro abaixo apresentamos os procedimentos metodológicos adotados em consonância com os objetivos específicos nesta pesquisa.

Quadro 8 – Procedimentos metodológicos em consonância com os objetivos específicos

OBJETIVOS	PROCEDIMENTOS
Investigar compreensões de professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média.	Realização de questionário no Google Forms com questões abertas e fechadas, envolvendo diferentes situações de uso da média por 14 docentes dos anos finais. Utilização de questões propostas por Eugênio (2013).
Identificar abordagens de ensino dos professores de Matemática dos anos finais sobre situações envolvendo o uso da média.	Discussão de grupo focal com quatro professores que responderam ao questionário e que aceitaram continuar participando da pesquisa.
Analisar com professores de Matemática dos anos finais possibilidades de ensino da média na perspectiva do LE.	

Fonte: A autora (2022).

Conforme quadro 8, o questionário virtual e o grupo focal foram os dois procedimentos de pesquisa realizados. Em seguida, detalhamos cada instrumento utilizado nos procedimentos.

6.3.1 Questionário virtual

O questionário virtual (formulário eletrônico) é um método alternativo que possibilita reunir, de forma rápida e prática, pessoas de diferentes localidades por ser um instrumento de coleta de dados acessível e de fácil divulgação pelos meios de

comunicação (FALEIROS *et al.*, 2016). Desse modo, escolhemos esse instrumento devido ao atual contexto da pandemia de covid-19, que requereu isolamento social. O uso do questionário de forma *online* possibilitou reunir respostas de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental de diferentes cidades do estado de Pernambuco.

O questionário foi produzido em uma das ferramentas do Google Workplace, o Google Forms, e foi compartilhado juntamente com o termo de consentimento livre e esclarecido em diferentes grupos do WhatsApp e Facebook de professores. O período de coleta dos dados do questionário foi de 24 de agosto a 31 de outubro de 2022.

O instrumento é composto por 20 questões relacionadas a três categorias: perfil dos(as) participantes; ensino de média aritmética; compreensão sobre propriedades e significados da média, conforme mostra o quadro abaixo. No apêndice B apresentamos na íntegra o questionário incluindo o termo de consentimento livre e esclarecido.

Quadro 9 – Questões do questionário aplicado a professores dos anos finais distribuídas conforme as categorias propostas

CATEGORIAS	QUANTIDADE DE QUESTÕES	QUESTÕES
Perfil dos(as) participantes.	10	1) Sexo biológico; 2) Faixa etária; 3) Formação Inicial; 4) Ano de conclusão da graduação? 5) Você cursou na graduação a disciplina de Estatística? 6) Pós-Graduação concluída; 7) Pós-graduação em andamento; 8) Há quanto tempo você atua lecionando a disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? 9) Quais os tipos de rede de ensino onde você atua? (pode ser selecionada mais de uma opção); 10) Atualmente você está lecionando Matemática em qual ano de escolaridade do Ensino Fundamental anos finais? (pode ser selecionada mais de uma opção).
Ensino de média aritmética	5	1) O que você compreende sobre média aritmética? 2) Como você costuma ensinar esse conceito em sala de aula? Poderia dar um exemplo.

		<p>3) Quais recursos didáticos você utiliza para abordar média aritmética em sala de aula?</p> <p>4) Quais livros didáticos você costuma utilizar para ensinar o conceito de média aritmética?</p> <p>5) Você sente dificuldade(s) em ensinar o conceito média aritmética em suas aulas de matemática? Caso sim, qual(is)?</p>
Compreensão sobre propriedades e significados da média.	5	<p>1) Uma pesquisa descobriu que “estudantes brasileiros do Ensino Fundamental assistem uma média de 3 horas de TV por dia” (Quesitos a e b) (EUGÊNIO, 2013);</p> <p>2) Você está assistindo televisão e ouve a seguinte notícia: “Em média, as famílias brasileiras têm 2,3 filhos”. (Quesitos a e b) (EUGÊNIO, 2013);</p> <p>3) Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias? (EUGÊNIO, 2013);</p> <p>4) Foi realizada uma pesquisa com estudantes de duas escolas públicas da região metropolitana do Recife. Os pesquisadores perguntaram aos estudantes dessas escolas quantas horas eles passavam por semana navegando na Internet. Os resultados dessa pesquisa foram apresentados nos gráficos abaixo. (Quesitos a à d). (EUGÊNIO, 2013);</p> <p>5) Analisando os dados do gráfico (“Números de covid-19 no Brasil”) responda às questões a seguir (Quesitos a à f).</p>

Fonte: A autora (2021).

Conforme mostra o quadro 9, a categoria “perfil dos(das) participantes” foi composta por 10 questões, sendo 5 discursivas e as demais de múltipla escolha, enquanto a categoria “ensino de média aritmética”, constitui-se por 5 questões discursivas.

A terceira categoria, “compreensão sobre propriedades e significados da média”, envolveu 5 questões abertas a partir das quais investigamos a compreensão dos professores em relação às propriedades (STRAUSS; BICHLER, 1988; SILVA

JÚNIOR, 2018) e os elementos do significado da média aritmética (BATANERO, 2000), em diferentes situações e contextos de uso desse conceito, incluindo o contexto da pandemia de covid-19.

Conforme o quadro anterior, as quatro primeiras questões (1ª, 2ª, 3ª e 4ª) foram adaptadas da dissertação de mestrado acadêmico de Eugênio (2013). Na primeira questão, composta por dois quesitos (1a e 1b) dessa categoria, a média representa um valor inteiro, requerendo que os professores expliquem o processo de obtenção desse número. Na segunda (2a e 2b) e terceira questão a média não corresponde a um valor da realidade física, ou seja, está relacionada com a 5ª (a média pode ser um valor que não se baseia em dados reais (pode ser uma fração, um número decimal, podendo não fazer sentido para a variável considerada) propriedade listada por Strauss e Bichler (1988). A quarta questão, composta por quatro itens (4a, 4b, 4c e 4d), situa-se no cenário de interpretação de gráficos. No quesito 4a propusemos que os professores interpretassem dois gráficos que trazem o número de horas que os estudantes passam na internet durante uma semana, respectivamente da escola A e B. Nos quesitos 4b e 4c é requerido que os professores identifiquem, em cada gráfico, os pontos máximos e mínimos, enquanto o 4d solicitava que eles estimassem o valor do algoritmo da média dos dois gráficos.

A 5ª questão foi formulada a partir de um gráfico veiculado no site Consórcio de veículos de imprensa⁵ e que aborda o conceito de média móvel relacionado ao número de óbitos pela covid-19. Composta por 6 itens (5a, 5b, 5c, 5d, 5e e 5f), essa questão requer interpretação e compreensão de um gráfico em linhas (em segmento ou em curvas), que dispõe de médias móveis dos números de óbitos pela covid-19 no Brasil registradas em 14 dias consecutivos (27/07/2021 a 06/08/2021). A variação percentual é de -23%, apontando tendência de queda.

Ao final do questionário lançamos um convite para os professores que assim desejassem pudessem sinalizar se gostariam de continuar colaborando com a nossa pesquisa. Para tanto, recolhemos o e-mail de cada colaborador(a), entrando em contato apenas com aqueles(as) que optaram por prosseguir nesse estudo, participando da segunda etapa que envolverá a entrevista de grupo focal.

⁵ Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2021/08/06/brasil-registra-1006-mortes-por-covid-em-24-horas-media-movel-completa-uma-semana-em-queda.ghtml>. Acesso em: 15 abr. 2023.

Visando obedecer às normas do código de ética para pesquisas científicas, que institui total anonimato dos colaboradores da pesquisa, os professores foram identificados nas análises do questionário como **P1, P2, ..., Pn**, quando mencionados.

6.3.2 Grupo focal

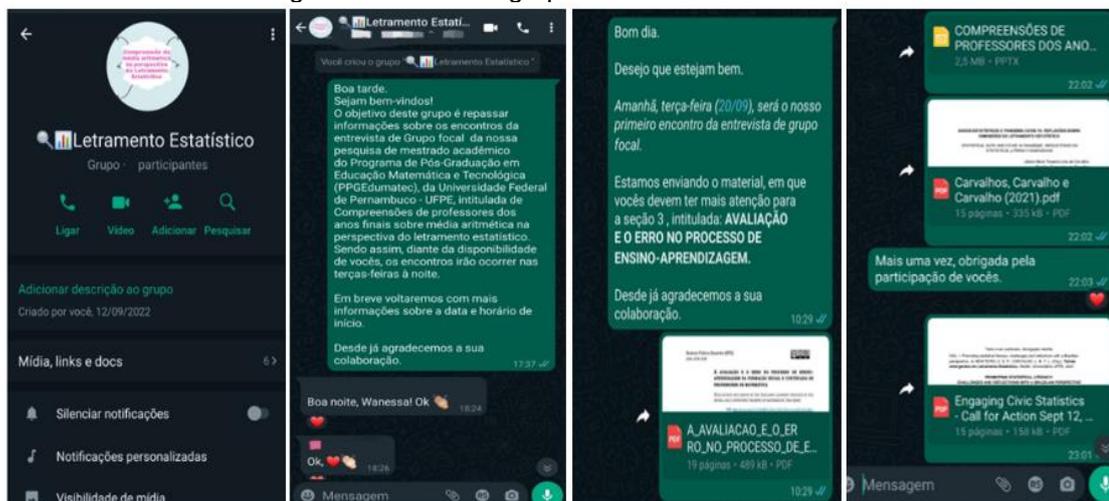
Para realizar explorações e reflexões sobre a média aritmética na perspectiva do LE, realizamos um trabalho de Grupo focal (GF) com alguns professores que participaram da primeira etapa respondendo ao questionário e optaram por prosseguir na pesquisa.

Segundo Gatti (2005), o GF é um instrumento importante em trabalhos de abordagens qualitativas em pesquisa social. Essa autora destaca ainda que o trabalho com o GF possibilita que os pesquisadores compreendam convergências e divergências nos discursos dos participantes sobre determinada temática, sendo, portanto, um procedimento relevante para desenvolver trabalhos com grupos que possuem algumas características em comum, como também uma vivência com o tema em discussão. No caso da nossa pesquisa, o grupo foi constituído por professores que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e possuem vivência de ensino sobre a média aritmética.

Participaram dos encontros quatro professores (**P6, P7, P8 e P11**), os quais nas análises da discussão do GF foram identificados pelos nomes fictícios **Laura, Maria, Ana e Joaquim**. O trabalho de GF foi conduzido de forma remota em dois encontros síncronos de duas horas cada (27/09/2022 e 21/10/2022), realizados no horário noturno pelo Google Meet, os quais foram gravados (audiovisual) conforme a autorização dos professores.

Também foi criado um grupo no aplicativo WhatsApp nomeado de Letramento Estatístico. Neste grupo compartilhamos previamente os textos a serem debatidos nos encontros, auxiliamos os participantes em caso de dúvidas e realizamos o acompanhamento das propostas de ensino elaboradas desenvolvidas por eles, conforme mostram algumas capturas de tela (*prints*) na figura a seguir:

Figura 7 – Prints do grupo Letramento Estatístico



Fonte: A autora (2022).

O quadro abaixo, na sequência, apresenta a organização dos encontros do GF.

Quadro 10 – Encontros e ações propostas na discussão de grupo focal

ENCONTRO SÍNCRONOS	AÇÕES CORRESPONDENTES AOS ENCONTROS	
1º Encontro (27/09/2022)	Problematização	Análise de tipos de erros em problemas sobre média aritmética; Discussão sobre avaliação da aprendizagem e erros em Matemáticas a partir do texto de Pessim e Leite (2020).
	Teorização	Discussão sobre LE com base em Gal (2002) a partir de slides e do texto de Carvalho, Carvalho e Carvalho (2021).
	Proposta de ensino	Organização dos professores em duplas para a elaboração de proposta de ensino sobre a média aritmética na perspectiva do LE.
2º Encontro (21/10/2022)	Socialização e discussão das propostas	Apresentação das propostas de ensino; Discussão com o foco na articulação dos elementos do conhecimento e disposicionais do LE, conforme modelo de Gal (2002).

Fonte: A autora (2022).

Os textos discutidos nos encontros síncronos foram enviados previamente para os professores pelo grupo de WhatsApp e eles foram estimulados a ler e a levantar questionamentos.

Os dois problemas discutidos na problematização foram extraídos da pesquisa de mestrado de Eugênio (2013), da qual destacamos respostas de quatro duplas de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. O quadro abaixo apresenta os problemas e as resoluções das duplas. O primeiro problema envolve análise e interpretação da média em uma informação veiculada pela mídia televisiva, enquanto no segundo é requerido o cálculo da média.

Quadro 11 – Protocolo de respostas com erros de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

PROBLEMAS	RESPOSTAS
<p>Problema 1: Você está assistindo televisão e ouve a seguinte notícia:</p> <p>“Em média, as famílias brasileiras têm 2,3 filhos”.</p> <p>a) O que você pode dizer sobre essa notícia?</p> <p>b) Por quê a média é 2,3 e não um número como 1, 2, 3 ou 4?</p>	<p>Dupla 1: (a) “Que deve ser 2 ou 3 filhos”. (b) “Porque as famílias hoje são menos do que as de antigamente”.</p> <p>Dupla 2: (a) “Que as famílias têm 2 ou 3 filhos, eu acho”. (b) “Porque devem fazer as contas e deu isso”.</p> <p>Dupla 3: (a) “Achamos que fizeram os cálculos e chegaram a essa aproximação”. (b) Achamos que as pessoas hoje em dia têm menos filhos, deve dar muito trabalho.</p> <p>Dupla 4: (a) “Que no Brasil a média de filhos é essa. É isso”. (b) “Deve ser por algum cálculo doido ou fórmula de Matemática”.</p>
<p>Problema 2: Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias?</p>	<p>Todas as duplas responderam 23 eletrodomésticos.</p>

Fonte: Eugênio (2013).

Na articulação das propostas de ensino, Laura e Maria formaram a Dupla 1 e Joaquim e Ana a Dupla 2. Por solicitação da banca de qualificação realizamos um estudo piloto para avaliar as possibilidades da proposta para o GF. Mantivemos o mesmo design com o trabalho conforme o quadro 11 e o processo foi realizado em dois encontros e conduzido de forma síncrona. Participaram 2 professoras e 2 professores, recém-formados em Licenciatura em Matemática. Os 4 professores não responderam ao questionário inicial desta pesquisa. Os resultados mostraram que a proposta pedagógica elaborada para os encontros do grupo focal foi satisfatória, tanto em termos da organização dos seus elementos, quanto em relação ao tempo. As abordagens de ensino dos professores envolveram contextos adequados ao 9º ano e que possivelmente seriam do interesse dos estudantes. Todavia, suas abordagens de ensino não apresentaram questões críticas que pudessem mobilizar os elementos disposicionais do modelo de LE proposto por Gal (2002). Dessa forma, a partir desses resultados do piloto destacou-se a necessidade de enfatizar no estudo principal o processo de teorização (quadro 10), com ênfase na formulação de questões críticas e reforçar também esses aspectos nos *feedbacks* no grupo de WhatsApp.

6.4 ORGANIZAÇÃO DAS ANÁLISES

Os dados foram organizados e analisados seguindo os procedimentos realizados na pesquisa. Sendo assim, os dados obtidos no questionário foram organizados a partir das categorias previamente propostas e analisados nessa perspectiva. No caso do GF, os dados foram organizados com base nas reflexões e análises dos professores quanto as situações e erros dos estudantes e com relação as abordagens de propostas didáticas. Sendo assim, apresentamos no capítulo 7 as análises do questionário, seguindo as categorias descritas no quadro 9; e na sequência, no capítulo 8, apresentamos as análises dos encontros do GF.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO

Os resultados obtidos pelo questionário foram analisados em torno das seguintes categorias: perfil dos professores; ensino de média aritmética; e compreensão sobre propriedades e significados da média.

7.1 PERFIL DOS PROFESSORES

Responderam ao questionário 14 professores dos anos finais do Ensino Fundamental de diferentes municípios do estado de Pernambuco. A tabela 1, abaixo, apresenta os dados mais pessoais dos participantes da pesquisa.

Tabela 1 – Dados pessoais dos professores participantes da pesquisa

Idade	Sexo biológico feminino	Sexo biológico masculino
Entre 21 e 25 anos	4	-
Entre 26 e 30 anos	4	2
Entre 31 e 40 anos	-	2
Entre 41 e 54 anos	-	1
Acima de 55 anos	-	1
Total	8	6

Fonte: A autora (2021).

Observamos na tabela 1 que mais da metade dos docentes (57,1%) é do sexo masculino, contra aproximadamente 43% do sexo feminino. Com relação à idade, a maioria (42,9%) tem entre 26 e 30 anos; seguidos de 28,6% que tem entre 21 e 25 anos; e de 14,3% com idade entre 31 e 40 anos. Uma minoria (7,1%) tem idade entre 41 e 54 anos e acima de 55 anos. Esses dados mostram que a amostra dos docentes participantes da pesquisa é de professores jovens.

Quanto a formação inicial, todos(as) os(as) professores(as) participantes da pesquisa são Licenciados em Matemática. Com relação ao ano de conclusão da graduação, P7 tem a formação mais antiga, tendo concluído os seus estudos em 1989; enquanto P4 e P9 têm a formação mais recente, com conclusão em 2020 (apêndice B).

Em relação a terem cursado alguma disciplina de Estatística na graduação, 13 professores responderam afirmativamente. Apenas um dos professores (P5) referiu não ter cursado.

Mais da metade dos docentes que responderam ao questionário (64,3%) indicou que possui pós-graduação, sendo 2 com mestrado (P6 e P13) e 7 com especialização (P1, P2, P5, P7, P10, P12 e P14). Observamos, ainda, que 6 professores (42,9%) estão cursando pós-graduação, sendo 4 a nível de especialização (P4, P6, P10 e P14) e 2 no mestrado (P5 e P11). É importante mencionar que P5 cursou especialização e encontra-se atualmente cursando o mestrado e P10 e P14 encontram-se cursando outra especialização. Sendo assim, apenas 2 professores (P3 e P9) não cursaram e nem cursam pós-graduação (especialização e mestrado) (apêndice B).

Com relação a experiência docente dos professores participantes da pesquisa, observamos que a maioria (12 ou 85,7%) atua há mais de três anos no Ensino Fundamental anos finais. Percebemos que, a maioria, ou seja, 12 desses professores (12 ou 85,7%), atuam em escolas públicas (estadual e/ou municipal), como mostra o apêndice C.

Observamos também que mais da metade, 9 professores, lecionam atualmente no 9º ano do Ensino Fundamental. Esse dado nos chama a atenção para o fato de que possivelmente esses docentes já trabalharam o conceito de média aritmética com os seus estudantes. Essa hipótese é levantada devido ao fato da BNCC (BRASIL, 2018) e do Reorganizador Curricular de Pernambuco, de 2020, terem a expectativa que ao final dos estudos nos anos finais do Ensino Fundamental os estudantes formalizem a compreensão das medidas de tendência central, incluindo a da média aritmética.

No subtópico que segue discutimos sobre as respostas dos professores em relação ao ensino da média aritmética, bem como os recursos que eles utilizam para abordar esse conceito.

7.2 ENSINO DE MÉDIA ARITMÉTICA

Os professores foram questionados sobre o que eles compreendem sobre o conceito de média aritmética. A maioria (92,9% ou 13) parece compreender esse conceito de um ponto de vista da definição mais comum de média simples, isto é,

como uma medida de tendência central obtida pelo somatório de todos os valores e que é dividido pela quantidade de números de dados. Os recortes das respostas dos professores que apresentamos em seguida colocam em evidência essa forma de compreensão.

P2: Compreendo como média aritmética a soma dos fatores (números) dividido por sua quantidade;

P3: Uma tendência central em uma distribuição de dados;

P4: Como trazem alguns livros, é uma medida central. Sendo um somatório dividido pela quantidade de números de dados;

P5: É uma medida que permite encontrarmos um valor que represente a tendência média de um conjunto de valores;

P6: É utilizada para obter o valor médio de determinado conjunto. A média é encontrada ao somar as parcelas do conjunto e dividi-las pela quantidade de termos;

P9: Compreendo como sendo um conjunto de dados, aos quais se efetua a somando de seus valores e seguida, dividimos o valor encontrado pela quantidade de dados (número de amostras);

P12: A média aritmética é uma medida estatística de tendência central;

P13: A média aritmética é uma dentre as medidas de tendência central. Para determinar a média é necessário somar todos os valores do conjunto de dados e, em seguida, dividir o resultado soma pelo total de elementos do conjunto⁶.

A partir dessas respostas de P2, P3, P4, P5, P6, P9, P12 e P13, podemos conjecturar que esses professores relacionam a média aos procedimentos técnicos (a aritmética - operações matemáticas) e como algo que remete ao domínio do algoritmo.

Segundo Cazorla (2003), compreender a média como sendo o algoritmo que representa um conjunto de dados restringe a compreensão desse conceito ao seu caráter descritivo. Essa autora, em sua pesquisa realizada com 840 estudantes de diferentes cursos de graduação da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) matriculados nas disciplinas de Estatística (primeiro semestre de 1999 e primeiro semestre de 2000), encontrou que a maioria deles definiu a média como o algoritmo que é representativo de um conjunto de dados, tendo a sua compreensão de média restrita ao seu caráter descritivo. Além disso, essas respostas somente englobam a definição de média simples, que conforme Magina *et al.* (2010), convém ao ter um grupo de dados não agrupados, não se estendendo para dados ponderados em que os valores da variável são agrupados consoantes às respectivas frequências ou pesos, envolvendo a ideia de média ponderada.

⁶ Optou-se por trazer recortes das falas dos professores na formatação de citação direta longa para dar o devido destaque e reverberação nas discussões. Além disso, manteve-se na íntegra a fala dos professores como critério de fidelização no registro acadêmico, evitando, portanto, sinalizações de (*sic*) e afins.

Essa compreensão de média apontada pelos professores reflete apenas o 2º significado proposto por Batanero (2000): obter uma quantidade justa a distribuir para alcançar uma distribuição uniforme - distribuição equitativa.

Dando continuidade, questionamos os professores sobre como eles costumam ensinar esse conceito em sala de aula, solicitando que atribuíssem um exemplo de como seria. A maioria dos respondentes (71,4% ou 10 deles) destacou que ensina a partir de exemplos relacionados ao cotidiano e ao convívio escolar para depois introduzir o conceito de média. Essa abordagem está em sintonia com as discussões que envolvem o ensino de Estatística que deve considerar os contextos e problemáticas, pois a Estatística é o número em contexto, sendo mais relevante se ele for significativo e interessante para os estudantes.

É necessário, conforme as orientações curriculares, que os estudantes trabalhem desde a coleta de dados (dados brutos) até o tratamento deles (transnumeração) para que compreendam como as medidas de tendência central, tal como a média, se comportam e qual delas é a mais apropriada diante de cada situação-problema, ou seja, qual medida de centralidade melhor representa determinado conjunto de dados. A seguir apresentamos alguns extratos com exemplos de propostas de ensino apontadas pelos professores, conforme segue:

P1: Ensino a partir de exemplos. Como a determinação da média anual da nota do aluno (soma das notas das 4 unidades, dividido por 4);

P2: Começo apresentando exemplo da aplicação da média aritmética no dia a dia, como ao calcular a média de notas escolares do aluno. Em seguida apresento a fórmula para efetuar o cálculo e explico o modo que deve ser calculado;

P4: Exemplificando como obtemos a média de notas dos próprios alunos. Mostrando que é uma medida que está entre a maior e menor nota;

P5: A partir de situações problemas. Como o próprio cálculo da sua nota ao final de cada bimestre;

P9: Fazendo o aluno refletir sobre as mais variadas situações (sobretudo casos reais), para que possam construir o conhecimento;

P11: Costumo trazer exemplos do cotidiano, utilizando exemplos simples como, por exemplo, a média de idades da sala de aula;

P13: Inicialmente apresento exemplos sobre o conceito, interagindo com os alunos sobre os cálculos e resultados, e, depois apresento o conceito. Em seguida, são realizadas as atividades propostas no livro didático.

P14: Geralmente utilizo as notas ou as metragens antes de introduzir a parte conceitual.

Observa-se que apesar dos professores mencionarem que usam exemplos do cotidiano e da vivência escolar, percebemos em algumas dessas respostas que o sentido do algoritmo permanece bem nítido pelo uso de termos como, por exemplo, “soma”, “cálculo”, “determinação”, “metragem”, “total”, “resultados”, “divisão”,

“fórmula”. A partir disso, pode-se inferir que talvez os exemplos desses professores possam envolver a ideia de exercícios contextualizados ou com texto, mas sem que sejam exploradas as diferentes propriedades e significados da média.

Cabe, contudo, uma ênfase à resposta da professora P4, a qual expressa a 1ª propriedade da média discutida por Strauss e Bichler (1988), em que a média está entre o maior e menor valor. A resposta da professora P8 também se destaca por incluir a ideia de construção do conhecimento sobre esse conceito.

Os demais, 4 professores, relataram que ensinam através de exercícios e/ou a partir da definição. Como mostram as respostas:

P3: A soma de todos os valores dividido pelo total de dados;

P8: Com exercícios para exemplificar melhor o conteúdo;

P10: soma de todos os valores e divide por um número que está abaixo para obter a média.

Uma hipótese para essa forma de ensino, corroborando com Monteiro (2009), é que provavelmente esses professores tem uma visão superficial sobre o conceito da média envolvendo uma perspectiva algorítmica.

Marnich (2008) e Batanero (2000) destacam que o ensino da média deveria atribuir mais ênfase ao desenvolvimento da compreensão da representatividade desse conceito em diferentes situações e contextos em detrimento de uma abordagem centralizada nos procedimentos técnicos. Como também, esses autores evidenciam que introduzir a média aritmética a partir da definição, pedindo que os estudantes encontrem um valor diante de um conjunto de dados, gera uma preocupação para eles por se tratar de um tipo de instrução aplicada precocemente, não auxiliando na construção da compreensão desse conceito pelos estudantes por focar apenas nos procedimentos matemáticos, pela busca de um algoritmo.

Perguntamos aos professores sobre os recursos que eles utilizam na abordagem da média aritmética em sala de aula. De forma geral, eles mencionaram uma variedade de recursos tais como: livro didático, quadro, marcador de quadro (pilotos), papel, lápis, régua, lista de exercícios, atividades, questões de provas de olimpíadas, calculadora, computador, GeoGebra, jogos, gráficos, tabelas, textos, resolução de problemas, situações do dia a dia, *datashow*, slides, pesquisas, informações dos estudantes, textos, exposição oral, pesquisas sociais.

Questionamos também se os professores sentem dificuldade de ensinar o conceito de média aritmética em suas aulas. A maioria (92,9% ou 13 deles)

responderam que não. Todavia, 8 não apresentaram justificativas (P1, P2, P3, P6, P8, P10, P12, P14) e os demais justificaram que acham fácil por esse ser um conteúdo próximo à realidade dos estudantes e, que inclusive, eles costumam demonstrar interesse em aprender. Sendo assim, apenas um dos professores relatou ter dificuldade em ensinar o conceito de média, precisamente, a média ponderada.

7.3 COMPREENSÃO SOBRE PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS DA MÉDIA

Como apontado na metodologia, as primeiras (1°, 2°, 3° e 5°) questões dessa categoria foram adaptadas da pesquisa de Eugênio (2013) e a 5° questão foi produzida a partir de um gráfico veiculado na mídia sobre médias móveis de óbitos pela covid-19.

Na primeira questão, composta por dois quesitos (1a e 2a), foi solicitado que os professores explicassem, a partir de dados de uma pesquisa, a média de filhos das famílias brasileiras, na qual não representa um valor inteiro. Nessa situação, não foi apresentado o conjunto de dados, apenas a média.

Observamos, no item 1a, que 2 (14,3%) professores apontam a forma em que foi calculada essa média, trazendo a definição de média simples, ou seja, não apresentam interpretações dessa medida. E os demais, a maioria (85,7%), nesse contexto, destacam que essa média representa um valor aproximado em horas diárias que os estudantes desta pesquisa passam assistindo televisão.

Dessa porcentagem, 1 (7,1%) deles destaca também, em sua resposta, a ideia da 6ª propriedade (no cálculo da média todos os valores são considerados, incluindo os nulos e negativos) da média, trazida por Strauss e Bichler (1988), ao argumentar que podemos ter estudantes que não assistem televisão, enquanto outros podem assistir 6 horas diárias (variabilidade).

No quesito 1b, os professores evidenciam que esse algoritmo foi obtido a partir da realização de uma pesquisa sobre a quantidade de horas diárias que os estudantes do Ensino Fundamental assistem televisão e, por meio dos dados coletados, eles aplicaram a definição de média aritmética simples.

Na segunda questão, composta por dois itens (2a e 2b), a média não representa um correspondente na realidade física, ou seja, ela está relacionada a 5ª propriedade (A média pode ser um valor que não se baseia em dados reais - pode ser uma fração, um número decimal, podendo não fazer sentido para a variável considerada)

apresentada por Strauss e Bichler (1988). Nessa situação, não foi apresentado o conjunto de dados, apenas a média.

Assim, no quesito 2a, 6 (42,9%) professores argumentaram que essa média foi obtida a partir da definição da média simples e dos dados de uma pesquisa, ponderando uma informação verídica. 2 (14,3%) trazem que as famílias têm entre dois a três filhos, porém não podemos fazer essa inferência, pois a questão não apresenta o conjunto de dados, somente a média, podendo ocorrer uma variação, em que algumas famílias podem ter mais filhos e outras menos e, quem sabe, um *outlier* (discrepância). Respostas como essas foram encontradas nos estudos aplicado a estudantes de Eugênio (2013) e Schreiber *et al.* (2019).

P2 (7,1%) infere que as famílias têm mais de 2 filhos, ocorrendo o mesmo fato de não considerar a variação, na qual há famílias que podem não ter nenhum filho. P10 (7,1%) indica que entre 100 famílias, em média, há 2 filhos, reforçando a nossa consideração anterior. Enquanto 2 (14,3%), no mesmo item, trazem que a maioria das famílias tem entre dois a três filhos, mas essa compreensão evidencia a ideia de moda em detrimento de média aritmética, ou seja, a moda é definida pelo valor mais frequente. P5 e P7 (14,3%) disseram que não existe 0,3 como um valor representante, em que as pessoas são quantidades inteiras e não números decimais, considerando necessário fazer o arredondamento.

Em complementação, no quesito 2b, destacamos a resposta de P2, que demonstrou uma discordância em comparação a sua resposta ao item anterior, ao considerar, dessa vez, a variação de que algumas famílias podem ter mais ou menos de 2 filhos. P6 relatou não saber explicar. P7 reforçou a sua resposta ao quesito anterior, relatando que a variável contínua apenas representa grandezas, que podem assumir valores decimais, como, por exemplo, comprimento, massa, área.

A maioria, 11 (78,6%), relatou que esse valor não poderia ser um número exato devido à divisão (quociente). Desses professores, destacamos P5, pontuando que 0,3 não apresenta um valor expressivo, como também evidenciamos que apenas 2 deles ponderaram ser necessário interpretar a questão para compreender essa média, pois dados estatísticos nem sempre devem ser um número inteiro, reforçando que pode ocorrer a variação dos dados, em que, fazer arredondamentos apresentaria dados irrealistas. Assim, mesmo que grande parte dos professores tenha relatado que seja devido à divisão, contudo, nesse caso, não se pode assumir um valor inteiro, as explicações de 9 (64,3%) deles não apresentam base Estatística e nem denotaram a

compreensão da 5ª propriedade, evidenciando somente a referida operação, ou melhor, conceitos matemáticos para justificar sua resposta.

Retratando outro exemplo dessa 5ª propriedade da média aritmética (STRAUSS; BICHLER, 1988), na terceira questão notamos que a maioria dos professores (92,9% ou 13) acertou o cálculo do algoritmo da média ao trazer 5,5. Observamos que esse resultado remete ao que a maioria deles trouxe na primeira questão da segunda categoria “Ensino de Média Aritmética”, ao apontar a compreensão desse conceito estatístico limitado à definição de média simples. Desses 13 professores, destacamos a resposta de P7 e P11 por apresentarem argumentos sobre sua compreensão do algoritmo obtido acerca das geladeiras:

P7: Caso fossemos utilizar a definição elementar iríamos somar as geladeiras e dividir pela quantidade de dias encontraríamos $22/4$ que é 5,5. Porém como será feita a entrega de meia geladeira cada dia. Provavelmente os alunos do ensino do fundamental não iriam preocupar-se em analisar essa situação com geladeira não poderia ser dividida para ser transportar;

P11: O resultado daria 5,5. Mas como não é possível dividir uma geladeira, então arredondamos, ou diríamos que Aproximadamente 5 geladeiras por dia.

Desses recortes, observamos que os professores P7 e P11 consideram que os estudantes podem não reconhecer a 5ª propriedade da média aritmética (STRAUSS; BICHLER, 1988) e interpretar ser impossível dividir uma geladeira ao meio, sendo necessário fazer arredondamento da média encontrada.

A quarta questão, composta por quatro itens (4a, 4b, 4c e 4d), situa-se no cenário de interpretação de gráficos. No quesito 4a propusemos que os professores interpretassem dois gráficos que apresentam o número de horas que os estudantes passam na internet durante uma semana, respectivamente da escola A e B. Nos quesitos 4b e 4c são requeridos que os professores identifiquem, em cada gráfico, os pontos máximos e mínimos. O quesito 4d solicitava que eles estimassem o valor do algoritmo da média dos dois gráficos (EUGÊNIO, 2013).

Observamos que a quantidade de casos é igual nos dois gráficos (apêndice A), variando os dados de 0 a 38 na escola A, com média de 9,46; e 0 a 52 na escola B, com média de 10,07, em que o último dado apresenta um *outlier* (dado discrepante), pois uma das crianças passa mais de 52 horas semanais na internet. Da escola B, se não tivesse o *outlier*, a distribuição seria a mesma da escola A, cujo os dados iriam variar de 0 a 38 e com média de 9,64. Com isso, observamos, de forma geral, que as

amostras dos dois gráficos são as mesmas, porém as médias deles diferem (EUGÊNIO, 2013).

Ressaltamos que no 4b e 4c, conforme Strauss e Bichler (1988) (1° propriedade), como também Ribeiro (2021), a média aritmética é influenciada pelos valores extremos (máximos e mínimos) e, devido ao *outlier*, nesse caso, a média não seria a medida de centralidade mais apropriada para observar os gráficos dessas duas escolas. Assim, essa questão evidencia a necessidade de os professores conhecerem a medida de tendência central mais eficiente em cada caso e, assim, auxiliar seus estudantes a construírem compreensão dessas medidas além dos cálculos.

No item 4a, 3 professores (P2, P10 e P12) inferem que a escola A representa a maior parcela de estudantes que passam mais horas na internet no decorso de uma semana. Nesse sentido, eles não observaram o *outlier* disposto no gráfico da escola B, pois, como mencionado, os dados da escola A variam de 0 a 38 e o da escola B, variam de 0 a 52. Enquanto P1 traz o inverso, apontando que os estudantes da escola B navegam mais horas por semana na internet do que os da escola A, em que supomos que essa ponderação foi conduzida a partir do *outlier*, ou seja, da informação do estudante que passa 52h semanais na internet.

Notamos que 3 dos professores (P3, P8 e P13) interpretaram o gráfico e o enunciado do quesito 4a de forma inadequada, destacando que a navegação dos estudantes foi mais intensa durante as primeiras horas. No entanto, eles não observaram que cada marcação circular nos gráficos representa um estudante diferente e que a posição que eles ocupam apresenta o total de horas que cada um deles navegou na internet durante uma semana.

Ainda sobre esse quesito, 5 dos professores (35,7%) descrevem o período em horas que apresenta o maior fluxo de estudantes, demarcando os pontos máximos. E apesar de P11 evidenciar que tem um estudante que passa 52 horas semanais navegando na internet, ele não observou que essa variável faz com que a distribuição nos gráficos seja diferente. Enquanto isso, a resposta de P14 somente destacou que as escalas dos gráficos são diferentes, se distanciando do que é questionado neste item. Já P9 destaca que a dispersão vai diminuindo, porém, notamos que ocorre o oposto, no qual os estudantes que acessam mais horas semanais na internet se afastam cada vez mais da média de cada uma das escolas.

No item 4b, 11 (78,6%) professores apresentam respostas inadequadas sobre o maior e menor número de horas por semana que os estudantes da escola A

navegam na internet e como destacado, a média é influenciada por esses valores. E no item 4c, a maioria, 13 (92,9%) dos professores, também teve dificuldade em apontar o máximo e mínimo de navegação da escola B. Ponderamos que essas respostas podem ter sido conduzidas diante da interpretação do enunciado e/ou dos gráficos da questão, em que foi observado nos gráfico as horas que apresentam o maior e menor número de estudantes em detrimento do maior e menor número de horas por uma semana que os estudantes de ambas as escolas navegam na internet, relacionando com a ideia de moda em detrimento de média. Em contrapartida, o estudo de Eugênio (2013) destacou que a maioria dos estudantes do Ensino Fundamental (5º e 9º) conseguiram destacar o ponto máximo e mínimo nesses dois itens (4b e 4c).

No quesito 4d, encontramos que 4 professores (28,8%) não apresentam estimativas da média, como, por exemplo, P6 relatou não ser possível realizar os cálculos porque os gráficos não estão claros com relação à quantidade de alunos por hora, reforçando que sua compreensão desse conceito está alicerçada na definição de média simples. Todavia, foi requerido por esse item que eles estimassem o valor numérico da média nos gráficos sem necessariamente precisar realizar cálculos, ou seja, apontarem em ambos os gráficos o valor que mais se aproxima da média.

Ainda nesse item, percebemos que boa parte dos professores, 8 (57,2%) deles, estimou que a média era igual para as duas escolas, sem observar o *outlier* da escola B. Além disso, as médias estimadas em horas, por eles, foram valores inteiros, sem considerar os minutos e segundos que alguns estudantes puderam apresentar em ambos os gráficos, que, por conseguinte, poderia ser uma representação decimal, conforme destacado na 5ª propriedade de Strauss e Bichler (1988). Desses professores, destacamos o P1, que assim como P6 relatou dificuldades em responder esse quesito em virtude de a questão não dispor do tempo para somar e dividir pela quantidade de alunos de cada escola. Sendo assim, notamos que a compreensão desses dois professores está muito atrelada a definição da média aritmética simples, ou seja, aos aspectos numéricos.

Os outros, 2 (14,3%) professores, ponderam médias diferentes para cada uma das escolas, porém, se distanciam da média de cada gráfico, como mostra:

P11: Escola A: aproximadamente 5,4h. Escola B: aproximadamente 7,4h;

P13: Escola A: 3,2 horas. Escola B: 2,3 horas.

Dessas respostas, supomos que eles estimaram a partir das horas que apresentam maior número de estudantes nos dois gráficos, sem observar a variabilidade, ou dispersão, o valor atípico da escola B. Com isso, esses professores relacionaram a média como o valor que mais se repete (mais frequente). Nessa situação, as horas que apresentam a maior quantidade de estudantes. Assim, eles estimaram a média por meio do valor máximo de horas, aludindo novamente a medida de centralidade da moda.

A quinta questão, composta por 6 itens (5a, 5b, 5c, 5d, 5e e 5f), também consiste na interpretação e compreensão de um gráfico em linhas (em segmento ou em curvas), que dispõe de médias móveis dos números de óbitos pela covid-19 registradas em 14 dias consecutivos (27/07/2021 a 06/08/2021) no cenário brasileiro. A variação percentual é de -23%, apontando tendência de queda. Entretanto, essa variação percentual não é suficiente para concluirmos que estamos voltando à normalidade em relação a referida pandemia, necessitando observar o comportamento entre as médias móveis dos 14 dias; ler, analisar e compreender o que cada uma delas vêm destacando, comparar com a quantidade de casos de contaminação registrada. Notamos que a última média móvel (06/08/2021) desse gráfico foi de 899, tendo 1006 registros de mortes, uma parcela considerável, alarmante.

Sendo assim, em tempos de comunicação instantânea e da rapidez com que as pessoas tiram conclusões, alguns leitores podem compartilhar notícias sem fazer a leitura dos gráficos e textos na íntegra, podendo considerar, nessa ocasião, que a mencionada pandemia está chegando ao fim e como consequência param com os cuidados preventivos necessários, passando a não usar máscara de proteção em lugares públicos ou quando conversam com alguém deixam de lavar as mãos com frequência; de usar álcool em gel, entre outras medidas. Além disso, segundo Curcio (1989), a leitura e interpretação de informações em gráficos possuem três estágios (níveis): ler os dados (nível elementar), ler entre os dados (nível intermediário) e ler por trás dos dados (nível avançado). Nessa perspectiva, é exigido que as pessoas sejam letradas estatisticamente.

No primeiro quesito dessa questão propusemos conhecer as inferências e observações que os professores fazem ao verem o gráfico situado no contexto da covid-19. No quesito 5b buscamos saber se os professores sabem como foi realizado o cálculo das médias móveis apresentadas no gráfico. No quesito 5c intencionamos

saber o que eles compreendem sobre a média móvel a partir dos dados do gráfico. Enquanto o quesito 5d é uma complementação do 5a, viabilizando saber as ponderações dos professores em relação a referida pandemia, se podemos considerar que estamos voltando à normalidade, como mostra o gráfico. No quesito 5e buscamos saber se os professores sabem identificar o tipo de gráfico que foi utilizado. E, por fim, no quesito 5f, complementar ao item anterior, pretendemos saber se eles consideram adequado o uso desse tipo gráfico.

Com base no referido gráfico, 5 professores (35,7%) destacaram que as médias móveis vêm variando conforme os dias datados, tendo uma queda no período de 24/07/2021 a 05/08/2021 e um aumento em seguida.

Enquanto 5 (35,7%) alegaram haver uma diminuição no número de mortes. Desses professores, evidenciamos P5, por arguir que essa queda foi expressiva, pois apesar da variação percentual desse gráfico apontar a tendência de queda, é preciso olhar além de cada média apresentada, ou seja, quando esse professor informa esse valor foi significativo, dá a ideia de que a queda foi muito grande, mas observamos, como relatado, que no último dia teve 1006 mortes. Sendo assim, é necessário olhar além das informações, fazer comparações com outros dados e gráficos de dias e meses anteriores, inclusive, dos casos de infecção antes de tomar decisões e posicionamentos na pandemia.

Como também, dentre esses professores, destacamos P8, ao apontar que o gráfico apresenta o número de mortes ocorridas no determinado dia, porém, como mencionamos, ele dispõe de médias móveis de 14 dias, não necessariamente a quantidade de mortes ocorridas em cada um desses dias, por exemplo, no dia 05/08/2021, que marcou a média móvel de 882 com 1.086 óbitos, em que esse último dado não foi apresentado no gráfico, apenas a média.

Em relação ao processo de obtenção do algoritmo da média móvel, apenas 2 (14,3%) professores evidenciaram o caminho correto, como, por exemplo, P7 destaca:

P7: É calculada somando-se o número de casos de cada um dos sete dias anteriores e dividindo esse resultado por 7, ou outro período de interesse da comunidade científica.

Em contrapartida, 2 (14,3%) responderam não saber como foi realizado esse cálculo. Os demais, 11 professores (78,8%), apenas descreveram ser a partir do número de mortes dos estados brasileiros e/ou calculado da mesma forma que a média aritmética simples, sem destacar o período de dias observados ou referindo

que a soma dos números de mortes é dividida pela quantidade de estados do Brasil, como reportam P2, P8, P11 e P14 respectivamente:

P2: Pela quantidade de números de mortes fornecidos pelas secretárias estaduais de saúde dos estados brasileiros, dividido pela quantidade de estados;

P8: Foi utilizado o somatório de fatores dividido pela quantidade de fatores;

P11: Para calcular a média móvel foi necessário somar o número de casos ou mortes do dia com o de alguns dias anteriores;

P14: Cada Secretaria Estadual de saúde, manda seus dados e a partir dessas informações é feito a média diária.

Sabemos que além de realizar os cálculos da média móvel, é preciso compreender o seu significado e interpretar o seu comportamento nos mais variados contextos trabalhados, inclusive, saber calcular a variação percentual. Sendo assim, no quesito 5c, 3 professores (P3, P9 e P13) não relataram suas interpretações sobre a média móvel, deixando em branco ou justificando que essa foi a primeira vez que ouviram falar desse conceito.

Os professores P2, P4 e P6 descrevem que as médias móveis variam de acordo com os dias e número de mortes; P14 considera que a parcela de óbitos vem diminuindo (tendência de queda); P1, P5 e P12 relatam que esse conceito apresenta o melhor retrato da pandemia e de comunicação a população sobre o comportamento dela; P10 e P11 se restringem a definição de média simples, sem argumentar sobre o comportamento das médias móveis nesse cenário; e, P7, argumenta que não podemos considerar como um valor real por se tratar de vidas. Entretanto, compreendemos que essas médias móveis consideraram os dados da população brasileira e, por conseguinte, dados reais e, quanto mais esses dados se aproximarem da realidade da sociedade, outras medidas podem ser tomadas e outras pessoas podem ser salvas. Por exemplo, observamos que os dados recolhidos na pandemia de covid-19 e das demais doenças respiratórias foram e são importantes para a criação e planejamento da vacinação com relação à faixa etária e à comorbidade.

No quesito 5d, a maioria, 12 dos professores (85,7%), apesar de referir que está tendo um decréscimo da média móvel, alegou que não se pode considerar a volta à normalidade a partir desse gráfico, por apresentar na última data (06/08/2021) um número significativo de óbitos, devendo a população prosseguir com os cuidados preventivos. P13 relata ser necessário saber o que significa o referido conceito antes de tirar conclusões sobre o gráfico. Enquanto P1 e P11 argumentaram que sim, por

demonstrar um decréscimo progressivo, em que no decurso dos dias os casos vêm diminuindo.

A maioria, 11 professores (78,6%), acertou o quesito 5e ao apontar que o gráfico é de linhas ou de segmentos. P10 deixou a resposta em branco. P9 respondeu que seria um gráfico de barras e o P4 atestou que seria um infográfico. Possivelmente essa última resposta tenha sido influenciada pelas informações apresentadas abaixo da fonte do referido gráfico. No entanto, nesse item, perguntamos especificamente sobre o tipo de gráfico que foi utilizado para representar as médias móveis de óbitos pela covid-19 em um determinado período, pois a definição de infográfico não se reduz apenas a gráficos de informações, por envolver imagens e pequenos textos descritivos, que trazem uma visão geral da temática apresentada por ele.

No quesito 5f, todos os professores consideram que o tipo de gráfico disposto na questão é apropriado para esse contexto por possibilitar uma melhor visualização do comportamento dos dados. No entanto, dentre as respostas, destacamos P13, que reforça ser importante conhecer a média móvel para realizar as interpretações gráficas adequadas e, que o seu desconhecimento sobre esse conceito o impossibilitou de embasar sua resposta sobre o tipo de representação apropriado.

Evidenciamos também P14, que alega que os gráficos em linhas possibilitam a compreensão das pessoas que não conhecem a Matemática envolvida neles, por facilitarem a visualização. Entretanto, a interpretação e a compreensão de um gráfico excedem o conhecimento matemático e a visualização dos dados. Para tal, é fundamental ter conhecimentos básicos sobre a Estatística, construir habilidades do Letramento Estatístico (LE) para ler os gráficos além dos dados, interpretando e analisando os contextos trabalhados.

Esses resultados chegam às mesmas conclusões apresentadas na Revisão Sistemática da Literatura (RSL), em que Walichinski e Santos Júnior (2013); Macedo, Pietropaolo e Carvalho (2016); Justo e Magalhães (2019); Alves *et al.* (2019); e Ferreira, Sarges e Lacerda (2019) evidenciaram abordagens de professores que possibilitam a compreensão do conceito de média na perspectiva do LE.

Como também, Eugênio, Carvalho e Monteiro (2016) colocam em evidência diferentes níveis de respostas de estudantes sobre o conceito de média com e sem o uso de recurso tecnológico e concluem que níveis de respostas mais elaboradas na resolução de problemas requerem uma análise crítica da situação. Marcolino (2020) destaca a importância da abordagem dos diferentes significados e propriedades na

compreensão da média e da existência de possibilidades didáticas para trabalhá-lo nas escolas, na perspectiva do LE dos estudantes.

8 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO GRUPO FOCAL

Os resultados do grupo focal realizado com 4 professores (Laura, Maria, Joaquim e Ana) foram organizados e analisados em torno das seguintes categorias: análise dos professores sobre tipos de erros em problemas de média aritmética; e propostas de ensino sobre a média aritmética.

8.1 ANÁLISE DOS PROFESSORES SOBRE TIPOS DE ERROS EM PROBLEMAS DE MÉDIA ARITMÉTICA

Neste subtópico, apresentamos breves reflexões dos professores sobre os problemas antes de apresentar os dados sobre a análise deles sobre os tipos de erros apresentados pelos estudantes da pesquisa de Eugênio (2013).

8.1.1 Breve reflexão sobre os problemas pelos professores

Iniciamos a etapa de problematização com reflexões dos professores sobre os problemas 1 e 2 (quadro 11). O primeiro contato deles com essas questões, como mencionado, se deu através do questionário respondido na primeira etapa da pesquisa. Dessa forma, antes de apresentar o protocolo com tipos de erros de estudantes do Ensino Fundamental dos anos finais referentes a esses problemas, os professores tiveram um tempo para refletir e discutir sobre eles, caso desejassem.

Com relação ao **problema 1**, os professores apresentaram argumentos próximos daqueles evidenciados no protocolo de tipos de erros dos estudantes do 9º ano do estudo de Eugênio (2013), bem como nos resultados do questionário apresentados no capítulo 7, conforme extratos de suas falas que seguem, com marcações da autora:

Maria: depende do conhecimento do leitor, por exemplo, se for **alunos dos anos iniciais** não seguiria a mesma lógica de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Joaquim: quando a gente parte para a Matemática, a gente vê a questão de cadê a grandeza que foi utilizada? Como é que ela foi medida? A parte de **grandezas e medidas**.

Ana: então aí vai depender da soma e do por quanto foi dividido, né. Aí é nesse sentido de se entender o que é a média, né. **Né que todo mundo vai ter isso e também esse não é o valor que as famílias vão ter exatamente.** É uma aproximação, e, quando se leva para os números inteiros, a gente vai ter esse **arredondamento**, digamos assim, né, na prática, digamos assim.

Laura: é em relação a uma média, né, então, juntando a média de todas as famílias que faz uma média aritmética e tudo mais, que divide e dá esse resultado 2,3.

Maria, em sua fala, chama a atenção para a escolaridade dos estudantes na resolução desse problema. Dessa forma, ela faz alusão aos diferentes níveis de conhecimentos de estudantes dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental no processo de resolução, sem, contudo, buscar analisar os dados do problema. Joaquim, por sua vez, levanta questionamentos sobre como os dados foram obtidos, chamando a atenção para as unidades de medida. Nesse sentido, assim como Maria, ele também nesse primeiro momento de reflexão sobre o problema 1 não analisa o problema em si, limitando-se a fazer comentários.

As professoras Ana e Laura enfatizaram o cálculo da média e fazem referência à média de 2,3 filhos como sendo um valor obtido de um arredondamento e resultado da divisão, evidenciando a ideia de média simples, em que nem sempre se tem um valor inteiro. Nesse sentido, utilizam o termo “aproximação” provavelmente associado à ideia de arredondamento. Ao que parece, essa associação que elas fazem reflete a ideia da 7ª propriedade da média de Strauss e Bichler (1988) (o valor da média representa e se aproxima dos dados que foram calculados). Ou seja, as análises iniciais das professoras foram relacionadas à média como uma consequência do cálculo.

Por outro lado, Ana também chama a atenção para a variação dos dados em relação à média “né que todo mundo vai ter isso e também esse não é o valor que as famílias vão ter exatamente”, colocando em evidência a representatividade da média para apresentar um conjunto de dados, conforme destaca o terceiro significado de Batanero (2000).

No entanto, em outro momento, Ana aponta que em média as famílias têm entre dois e três filhos, como destaca o seu extrato de fala com marcação da autora:

Ana: Bom, de início, é, nós quando lemos, a gente já interpreta, **que tipo que são mais de dois filhos e menos de três filhos em média**, né “rsrsrs”, porque é 2,3. Só que muitas vezes, é, na visão do aluno, quando ele ler, possa ser que ele não interpreta assim, né, pode ser que ele interprete como se fosse 2,3 filhos e não há possibilidade de se ter, de uma família que tem 2,3 filhos porque não ia partir um filho em pedaços, nesse sentido.

Contudo, para Ana chegar a essa conclusão seria necessário saber o conjunto de dados e conforme as propriedades, principalmente a propriedade 3ª (a média é influenciada por valores diferentes dela) e 6ª (no cálculo da média o valor zero é

considerado), há possibilidade de algumas famílias terem mais filhos, algumas menos e outras não terem nenhum filho.

As professoras também alegaram que os estudantes podem apresentar dificuldades em compreender esse problema e, por conseguinte, em interpretá-lo, como mostram as falas de Ana, Laura e Maria com os devidos destaques da autora:

Ana: é uma notícia que é comum eu ver, a gente pode ouvir naturalmente, mas se a gente não fizer a interpretação, né, do que a gente está falando, no sentido de média, **pode-se ter uma interpretação errônea.**

Laura: se você não tiver uma boa visão, uma boa interpretação do que é que tá se pedindo. [...] o estudante vai dizer, não, isso tá errado, 2,3, não tá errado? Aí o que você pode dizer sobre essa notícia? que essa notícia, **ela poderia estar um pouco mais contextualizada**, eu acredito, de uma forma contextualizada que o estudante possa no momento que ele ler, ele, já consiga interpretar da forma correta, do que se está se pedindo, [...] Se realmente passasse isso na televisão até qualquer pessoa quando coloca os olhos, quando ler pela primeira vez, né, você não vai entender. **Só quando você ler pela segunda vez é que você diz: ah, então é sobre a média**, né, então, eu acredito que seja em relação a isso.

Maria: se lermos rapidamente não entenderíamos de fato. Concordo com Laura, **talvez precise vir mais informações. Precisasse contextualizar mais.**

Laura e Maria apontaram que o problema deveria ter outras informações, ser mais contextualizado e ter uma explicação mais clara do que está sendo questionado, pois os estudantes poderiam dizer que esse problema estava incompleto e os dados estão errados. Por sua vez, Laura também aponta que para uma boa interpretação e compreensão do problema, os estudantes precisam ler o problema mais de uma vez, com a finalidade de saber qual(is) conceito(s) Matemático(s) e Estatístico(s) está(ão) sendo abordado(s). Nesse caso, saber que se trata de uma média aritmética simples.

No **problema 2**, a despeito dos professores apontarem que ele envolve um cálculo simples, elas (Ana, Laura e Maria) também evidenciaram, assim como no problema 1, que este deveria ser mais contextualizado e conter outras informações, como mostram os excertos de fala com as devidas marcações da autora:

Laura: eu considero simples, mas fica um pouquinho confuso porque me fez lembrar, é, um outro cálculo para gente fazer, entendeu? Me fez lembrar, cálculo de, por exemplo, é, esqueci agora, mas me fez lembrar a utilização de outro cálculo, outra fórmula para fazer. [...] Então, porque fica um pouco confuso, **porque tá faltando alguma coisa aí**, tá faltando contexto melhor, entendeu?

Maria: concordo com Laura, talvez precise vir mais informações. **Precisasse contextualizar mais.**

Ana: Eu concordo com ela. **E, assim, é importante que no próprio problema o aluno identifique qual é a média que se quer.** Porque o próprio problema vai indicar, né?

Laura indicou, assim como Maria e Ana concordaram, que a forma que o problema foi proposto pode conduzir os estudantes a usarem outra noção de Matemática ou não conseguirem identificar que tipo de média o problema se refere. No entanto, compreende-se que seja necessário que os estudantes aprendam a identificar qual conceito matemático o problema está envolvendo, nesse caso, qual o tipo de média se refere, ou seja, analisar os dados e entender o que a questão está exigindo. Além disso, existem vários caminhos para resolver uma mesma questão.

Sendo assim, informações, textos, dados estatísticos e matemáticos não implicam necessariamente em contextualização, pois compreendemos que o sentido atribuído pelos professores, nesses argumentos, não foi alegar que deveria aproximar a situação-problema do contexto e da realidade que seus estudantes estão inseridos, porém, a ausência de dados para solucionar a problemática. Segundo Walichinski (2012), a contextualização visa aproximar o conteúdo escolar da realidade dos estudantes, despertando maior interesse dos estudantes sobre o que está sendo ensinado, ou seja, contextualização é uma forma de atribuir significado ao conteúdo científico sistematizado, inclusive nos conteúdos Estatísticos. Conforme apontado por Gal (2019), o contexto é fundamental para articulações entre elementos do conhecimento e disposicionais na resolução de problemas de Estatística.

Compreende-se que o termo problema (questão) difere de exercício, bem como, as suas finalidades nas aulas de Matemática, pois o objetivo do problema é incentivar que os estudantes o solucionem, enquanto o exercício tem a intenção de fixar o conteúdo estudado. Assim, colocar outras informações no problema aqui analisado, como por exemplo informar o tipo de média, pode torná-lo um exercício. Além disso, se a finalidade for construir a compreensão das propriedades (STRAUSS; BICHLER, 1988) e dos significados (BATANERO, 2000) da média, bem como, mobilizar conhecimentos sobre esse conceito na perspectiva do LE, consideramos ser melhor trabalhar a partir de situações problemas.

8.1.2 Análise de tipos de erros pelos professores

Ao apresentar o protocolo com os **tipos de erros** das 4 duplas de estudantes do estudo de Eugênio (2013) referentes ao **problema 1** (quadro 11), as professoras, destacaram aquela(s) dupla(s) que eles consideraram se aproximar ou se afastar da resposta esperada. Como mostram os excertos de fala:

Ana: [as duplas] 1 e 2, de certa forma, eles tiveram uma interpretação. Agora, talvez não como **aproximação**, talvez mais no sentido de, é, esse dado está aí, mas, na prática quer dizer isso, talvez tenha sido nesse sentido.

Maria: Concordo. **Eles seguem o raciocínio de que cada família teria entre 2 ou 3 filhos.** Creio que teve esse pensamento. Talvez eles ainda sintam dificuldade de mostrar o pensamento. Digamos que, reescrever o que pensam é difícil.

Laura: **A que mais se aproxima mais ou menos de uma lógica seria a dupla 3: achamos que fizeram os cálculos e chegaram a essa aproximação.** Porque eles colocam aproximação, né, que ela é importante, que fizeram os cálculos. Só que assim, mesmo estando, é, algumas coisas não tão exatas, né? Em relação à opinião deles, eles tiveram uma lógica do porquê, né? **Já a dupla 4 disse, é, foi isso mesmo e pronto né?** Eles realmente concordaram com a notícia, sem ao menos pensar numa forma matemática, né, que ali a gente estava falando de matemática, né? Então a gente precisava ir atrás de um conhecimento matemático e isso eles nem pensaram, só concordaram e ponto. **Já os outros, dupla 1 e dupla 2, eles disseram: é, não pode dar 2,3, ou vai dá uma coisa, ou vai dá outra.** Eles pensaram que, ou vai dar 2, um número inteiro ou vai dar 3 que é outro número inteiro.

De maneira geral, as reflexões e análises dessas professoras, ao que parece, se aproximam das colocações que elas fizeram sobre esse problema 1 no início da problematização.

As professoras Ana e Maria, consideram que as duplas 1 e 2 fizeram, de certo modo, uma interpretação da questão ao se referirem que as famílias brasileiras devem ter 2 ou 3 filhos. No entanto, observamos que essas duplas apontaram o 2 e 3, respectivamente, como ponto mínimo e máximo, considerando que as famílias tenham exatamente 2 e 3 filhos.

Ao passo que Laura considerou interessante o raciocínio utilizado pela dupla 3 por indicar a realização de um procedimento matemático (cálculo) e apontar a ideia de aproximação. Por outro lado, diferentemente de Ana e Maria, ela não concordou com as respostas apresentadas pela dupla 1 e 2, apontando que elas não observaram que 2,3 é resultante de uma média aritmética e não necessariamente precisa ser um valor inteiro. Além disso, ela considerou que a 4ª dupla apenas concordou com o noticiário sem fazer alusão a uma lógica Matemática.

No **item b do problema 1** (quadro 11), apesar dos 4 professores considerarem que as respostas das 4 duplas foram bem criativas, estes alegaram que elas não compreenderam o que estava sendo solicitado pela questão, como também não consideraram a ideia do conceito trabalhado e dos aspectos matemáticos, conforme mostram as suas respostas com marcações da autora:

Laura: e tentaram, é, mas não levaram para o lado da Matemática. Não levaram para o lado da Matemática, levaram mais para o lado da família, e não responderam exatamente à pergunta em si. Aí eles quiseram responder em relação à família e não em relação à questão matemática, não que ali tem um raciocínio lógico, com um número racional, mas sim de forma que fosse para a família, eles foram muito mais em relação à família, entendeu? [...] Eu acredito que foi isso, que por isso, que olha, porque as famílias, esse é dupla 1, né, porque as famílias de hoje são menos do que as de antigamente. Porque devem fazer as contas e deu isso [dupla 2]. E eu achei engraçada essa 4, cálculo doido, uma fórmula doida “*rsrsrs*”. Então, eu achei engraçada essa parte que eles falaram isso, mas mesmo assim eles não chegaram no que a gente precisava, né, que seria um raciocínio mais lógico, né, em relação à Matemática e em relação a uma média aritmética, né?

Maria: confesso que as respostas foram engraçadas, **mas que não entenderam de fato o que a pergunta pedia.** Mas foram bem criativos.

Ana: demonstra pra gente, é, se a gente for fazer uma ponte com o item a, **é como se eles não tivessem entendido nada**, aparentemente, porque lá eles dizem: ah, as famílias têm que ter de 2 a 3 filhos. **Ah, foi uma aproximação.** Mas quando chega aqui, pergunta assim, pelo menos quando a gente enquanto professor leu, a gente entendeu, né, aí talvez, é, **eles não tenham compreendido o que a questão estava dizendo ou eles de fato não entenderam e de fato não perceberam que era uma média aritmética, né** [...] Então assim, se a gente for relacionar essas respostas com as primeiras, é como se eles tivessem respondido, assim, por responder, mas sem de fato levar ao conceito do que é uma média.

Joaquim: qual foi a ideia de o aluno levar a pensar nessa resposta? Assim, respostas vazias. Eu fiquei surpreso quando vi aquela sobre a quantidade de filhos, e normalmente temos uma pessoa que salve a resposta, **mas ninguém conseguiu verificar que não podia ter 2,3 filhos.**

Laura indica que os estudantes não usaram uma lógica Matemática e tentaram interpretar a partir de um comparativo entre o número de filhos das famílias de antigamente com daquelas que eles encontram à sua volta. Ana novamente destaca a ideia de aproximação e que os estudantes não perceberam que se refere a uma média aritmética e responderam ao questionamento por responder. Maria apontou que as 4 duplas de fato não compreenderam a questão, entretanto, ela não apontou análises das respostas desses estudantes.

Por outro lado, Joaquim alega que os estudantes apresentaram respostas vazias e não souberam identificar que as famílias não podem ter 2,3 filhos. Ao que parece, ele alega que não existe famílias com 2,3 filhos, mas, esse valor no problema trata-se de uma média, um valor representante, como também, é necessário considerar que a média pode ser um valor que não corresponda com a realidade física, conforme a 5^o propriedade evidenciada por Strauss e Bichler (1988).

Ao analisarem os tipos de erros do **problema 2**, as professoras Ana, Laura e Maria destacaram que os estudantes apenas somaram, ou seja, não calcularam a média aritmética simples. Ressaltamos que Joaquim não apresentou análises dessa

questão. Na sequência apresentamos as falas dessas docentes com as marcações da autora:

Laura: que eles só juntaram. Eles não fizeram uma média aritmética, né, porque não dividiram e nem nada. [...] Como uma sequência, sem ler. **Eles ainda têm uma defasagem muito grande na interpretação.** É, eu sempre peço para os meus estudantes ler na primeira, ler na segunda se não entendeu, ler na terceira, entendeu? Acredito que seja exatamente isso. **A dificuldade que eles têm na interpretação.** Eu acredito que foi dessa forma, talvez eles estejam aprendendo sequência alguma coisa assim e pensaram que seria uma sequência. Mas que não interpretaram corretamente e principalmente naquela parte ali, ô, qual foi a média, né?

Ana: até chegar nessa resposta assim. Ler, leram, mas não interpretaram, não refletiram sobre. Uma preocupação muito comum na nossa realidade, né? É uma coisa que a gente fica, né, assim, perplexo mesmo, porque, qualquer estudante, eles iriam somar os números que estão aí, é, escritos. [...] **Ainda somaram errado né?** A conta, assim, atrapalhada. [...] **A gente percebe que eles não têm conhecimento de média,** eles não têm esse conhecimento de média, de como se calcula, pelo menos assim, até então, né? [...] **Eles não demonstraram ter a compreensão do assunto.**

Maria: me surpreendi, com as respostas, por serem alunos do 9º ano. Podemos perceber a dificuldade que eles ainda sentem nas 4 operações básicas, e em interpretação.

Laura: isso é o básico, né? Isso é o básico. Mas sabe o que é? É porque não leram direito. Eles ainda têm uma defasagem muito grande na interpretação. É, eu sempre peço para os meus estudantes ler na primeira, ler na segunda se não entendeu, ler na terceira, entendeu? Acredito que seja exatamente isso. O que? [...] **Eles não têm compreensão do que é uma média, do que é a conta de estatística, porque isso é estatística básica, a média, a média ponderada, né?**

As 3 professoras (Ana, Maria e Laura) reforçaram a importância de os estudantes fazerem a interpretação da questão, como também apontaram que além dos estudantes errarem o procedimento matemático, realizaram o somatório errado, ou seja, ao invés de a soma ser 22 colocaram 23. Com isso, as falas delas indicaram que as 4 duplas não compreendem o conceito de média e como se calcula.

Com a finalidade de discutir sobre o valor obtido e evidenciar o que eles consideram sobre a média 5,5 geladeiras, a pesquisadora introduziu um questionamento, conforme segue com as marcações.

Pesquisadora: e se os estudantes em sala de aula estivessem discutindo ou pedissem que vocês explicassem o valor 5,5, o que vocês iriam respondê-los? Que estratégias vocês iriam usar para auxiliá-los na compreensão desse conceito, dessa situação?

Laura: nem sempre vai ser natural, vai ser um número inteiro. Sim, pode ser um número racional, um número natural e isso é normal e, que, mais vai dá é um número racional, na verdade, vai ser muito difícil você encontrar um número que seja exato [média], que é muito difícil, muito difícil, que a maioria vai ser um número racional e isso é normal, isso é o que pode acontecer, e, é, e assim, pode brincar também com eles, né [estudantes]: olha, fulano, você tem uma loja e na sua loja, e assim, pode tirar as dúvidas brincando ou até mesmo pedir para eles, mesmo, apresentarem um trabalho, né, que seja em

relacionado também a cada empresa, como se fosse fazer uma, é, montando a sua própria empresa, né, e fazendo a média de vendas e tudo mais, só que a gente está brincando mesmo, né, pega uma questãozinha, elabora, e pede para eles brincar em relação a isso. Não sei se vocês conseguiram compreender o que eu estou falando, mas eu já penso mais um pouquinho, na prática, né?

Ana: mas assim, a explicação que eu daria é de que eles não deveriam se prender a quantidade em si exata em si do dia, digamos assim, não vai vender 5,5 geladeiras num dia, quer dizer que é uma média geral. Então diariamente esse valor seria dividido de forma, é, **como é que eu posso dizer, igualitária [...] como se fosse distribuído,** né, igualmente, durante aqueles dias, então é uma média diária, essa média quer dizer que se vendeu mais de 5 por dia, no caso. Mas por dia é uma média, não quer dizer que foi o quantitativo exato que a pessoa vendeu, quer dizer que é uma média que corresponde a distribuição de um total com relação à quantidade de dias.

Maria: concordo com as meninas, **mostrar que nem sempre a resposta precisa vir com um número exato**, ou seja, um número natural.

As professoras reforçaram a ideia de que nem sempre a média vai ser um valor inteiro, mas pode ser também representada por um número racional, tendo a noção de valor aproximado, ou seja, a média é um resultado de uma divisão que nem sempre resulta em um valor exato.

Em complementação, Laura iria explicar que a média 5,5 seria um valor próximo da quantidade de geladeiras vendidas naquele mês. No entanto, nesse contexto, parafraseando a 7ª propriedade (STRAUSS; BICHLER, 1988), a média seria um valor próximo dos dados que foram calculados, isto é, da quantidade de geladeiras vendidas em cada dia e não do total vendido ao mês. Além disso, Laura alega que iria explicar essa situação aos seus estudantes a partir de outros exemplos e situações.

Ana, mesmo dizendo que não conhecia e que usou outros termos, evidenciou proximidade com o segundo significado da média descrito por Batanero (2000) (obter uma quantidade justa ao distribuir para alcançar uma distribuição uniforme, ou seja, a ideia de uma distribuição equitativa). Todavia, no decorrer de sua fala, Ana expôs que os estudantes não deveriam considerar, por ser uma média, que fossem vendidas diariamente 5,5 geladeiras, afirmando que foram entregues mais de 5 geladeiras a cada dia.

Todavia, conforme o problema 2, o dia que apresentou a maior e menor quantidade de geladeiras entregues foram, respectivamente, o terceiro e primeiro dia, equivalente a 4 e 7 geladeiras. A partir disso, na ausência de *outlier*, temos que a média 5,5 está entre o valor máximo e mínimo, influenciada por valores diferentes delas, em que ela não coincide necessariamente com os valores operacionalizados e com a realidade física, mas representando e se aproximando dos dados calculados.

Após os professores analisarem os tipos de erros de estudantes passamos a conversar com eles sobre a perspectiva do Letramento Estatístico e como nessa abordagem a elaboração de questões críticas a partir do contexto pode ajudar aos alunos na construção de significados. Utilizamos para tanto o suporte de slides com ênfase no modelo de Gal (2002). Além disso, destacamos algumas passagens do texto de Carvalho, Carvalho e Carvalho (2021), entregue previamente para eles via WhatsApp, no qual os autores discutem sobre a importância do contexto na interpretação de dados estatísticos, utilizando o caso de exemplos de situações da pandemia de covid-19.

Um aspecto ressaltado na ocasião consistiu em reforçar para os professores como a elaboração de questionamentos críticos pode ser o elo de articulação dos elementos do conhecimento e disposicionais na Educação Estatística na perspectiva do Letramento Estatístico.

Ao final do primeiro encontro solicitamos e orientamos os professores, em duplas, a elaborarem propostas de ensino sobre a média aritmética na perspectiva do LE e nos mantivemos em contato com eles ao longo das semanas que antecederam o último encontro no qual eles socializaram as propostas de ensino elaboradas.

8.2 PROPOSTAS DE ENSINO SOBRE A MÉDIA ARITMÉTICA

Para explorar o conceito de média na perspectiva do LE, solicitamos que os 4 professores, em duplas (duplas 1 e 2), articulassem propostas de ensino, pelo menos uma de cada dupla, com o foco em questões críticas. Sendo assim, a dupla 1 (Laura e Maria), assim como a dupla 2 (Joaquim e Ana), apresentou duas possibilidades de ensino cada, totalizando 4 propostas.

Todavia, uma das propostas da dupla 1 não será considerada neste estudo por se tratar de um material pedagógico desenvolvido por outro autor, dispondo de direitos autorais e fins lucrativos, ou seja, para ter acesso ao material é necessário a realização do pagamento de uma taxa, o qual não pode ser compartilhado com outras pessoas. Além disso, esse material foca apenas nos aspectos técnicos da média e das demais medidas de tendência central, ou seja, na realização do cálculo da média a partir de conjuntos de números.

Com isso, no decorrer deste tópico, serão apresentadas 3 propostas de ensino, sendo uma da dupla 1 e as demais da dupla 2. De modo geral, elas sugerem que os

estudantes realizem pesquisas e levantamentos de dados, organizando-os em tabelas e gráficos, para posteriormente compartilharem o cálculo da média aritmética.

A proposta de ensino da dupla 1 (Laura e Maria) sugeriu o desenvolvimento de uma pesquisa a partir de temas que fazem parte da realidade (contexto) dos estudantes, como mostra a quadro 12:

Quadro 12 – A proposta da dupla 1 (Laura e Maria)

Séries: 8º ou 9º ano
<p>Inicialmente o professor deve fazer um levantamento de temas que fazem parte da realidade dos estudantes, como, por exemplo, jogos, filmes, séries etc., ou seja, fazer um levantamento de temas que os estudantes gostam.</p> <p>Em seguida, solicitar que os estudantes realizem uma pesquisa conforme o levantamento do tema feito inicialmente pelo professor. Essa pesquisa pode envolver toda a escola ou apenas a sala de aula.</p>
Alguns exemplos
<ol style="list-style-type: none"> 1. Quantos estudantes possuem determinado jogo instalado em seu celular? 2. Na escola quantas pessoas têm esse jogo baixado no celular. 3. Qual jogo os estudantes gostam mais? 4. Qual é o filme preferido? 5. Que anime os estudantes acompanham e gostam mais? 6. Quem gosta de hambúrguer? 7. Quem é que gosta de comer pizza?
<p>Em seguida, os professores poderiam construir questões com os estudantes sobre esses temas, com a finalidade de reunir dados e explorar o conceito de média. Além disso, realizar questionamentos críticos aos estudantes sobre as médias obtidas, para saber o que eles consideram sobre elas.</p>

Fonte: Organizado pela autora (2022).

Laura e Maria (dupla 1) destacaram a importância de trabalhar com os estudantes propostas pedagógicas que possibilitassem a construção de conhecimentos matemáticos e estatísticos a partir de situações práticas, que possam mobilizar a criticidade dos alunos. Por outras palavras, dispor de situações que envolvem a exploração de dados coletados, das médias calculadas, observando que eles pertencem a situações reais, situações próximas do contexto dos estudantes. Essa dupla também destaca que cada turma e escola tem a sua realidade, a qual deve ser considerada na organização das aulas, pois pode ocorrer o caso de os professores conseguirem ou não aplicar determinadas propostas nas aulas de Matemática.

Conforme o quadro 12, apesar de Laura e Maria apresentarem contextos de interesse dos estudantes e que podem mobilizar os elementos do modelo de Letramento Estatístico de Iddo Gal, ao que parece elas não observaram que a amostra

adquirida pela proposta será composta de variáveis discretas (empíricas). Nesse caso, será obtido apenas o somatório, a contagem dos dados coletados e não a média aritmética. Nesse sentido, da forma como a proposta foi organizada, e dada a natureza da variável, não há possibilidades de calcular a média. A não ser que seja incluída outra variável, como ano escolar e se conte, por exemplo, quantos estudantes de cada ano possuem tal jogo baixado no celular ou qual jogo eles mais gostam. Todavia, o mais adequado nessa situação seria trabalhar a porcentagem, por exemplo, quantos % dos alunos possuem tal aplicativo.

De acordo com Cazorla, Silva Júnior e Santana (2018), uma variável conceitual não é diretamente observável, diferentemente da variável empírica que pode ser contada ou mensurada e seu resultado é incontestado. No entanto, a variável conceitual pode ser inferida a partir do comportamento humano, pois o mundo está permeado dessas variáveis, em destaque, as relacionadas com seus hábitos, escolhas, percepção de mundo etc.

O cálculo das variáveis conceituais pode ser contestado e não revelar o real sentimento ou pensamentos dos entrevistados, como o caso de pesquisas de opinião, como, por exemplo, no caso de pesquisas eleitorais. Nesse caso, o eleitor pode ser verdadeiro ou não no momento da entrevista, pois muitos podem ter medo de relatar a sua opinião, assim como também eles podem mudar sua opinião até o dia da votação.

Outro aspecto que esses autores destacam é que essas variáveis geralmente não são ensinadas na Educação Básica e nos cursos de licenciatura no Ensino Superior (CAZORLA; SILVA JÚNIOR; SANTANA, 2018). Considerando esses aspectos teóricos, observamos a partir da proposta da dupla 1 (quadro 12) a necessidade de trabalhar a natureza das variáveis como um conceito chave para os professores entenderem quando pode-se calcular a média.

A primeira proposta da dupla 2 (formada por Ana e Joaquim), por outro lado, propõe um trabalho pedagógico da média aritmética sobre o tema *bullying*, a partir de um trabalho em equipe, como ilustra o quadro 13.

Quadro 13 – A 1ª proposta da dupla 2 (Ana e Joaquim)

Tema: <i>Bullying</i> / Série: 7º ano
Organização das equipes
<p>Inicialmente, a professora realiza uma reflexão a respeito do tema por meio de um vídeo. Em seguida, os estudantes são divididos em equipes, em que cada uma recebe uma atividade específica.</p> <p>Equipe 1 (Denominada como equipe de comunicação): fica encarregada de apresentar as turmas o que se define como <i>bullying</i> e as consequências dele na vida de quem é vítima.</p> <p>Equipe 2, 3, 4 e 5 (Denominadas como equipes de pesquisa): ficam encarregadas de realizarem a pesquisa nas turmas.</p>
Coleta de dados
<p>A coleta de dados baseia-se em 4 perguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Você já sofreu <i>bullying</i>? 2. Você tem algum amigo que já sofreu <i>bullying</i>? 3. Você acha que essa prática prejudica a aprendizagem de quem sofre <i>bullying</i>? 4. Você já ajudou alguém em alguma situação de <i>bullying</i>? <p>Ao se dirigirem às turmas, cada equipe realiza sua respectiva pergunta e faz anotações do quantitativo de alunos que levantam a mão, além do total de alunos presentes na sala. Após coleta, os estudantes devem organizar os dados coletados em uma tabela. Em seguida, serão expostos alguns tipos de gráficos e suas utilidades.</p> <p>Após explanação, as equipes devem se reunir e juntamente com o professor, devem escolher os gráficos conforme as respostas obtidas, podendo ser gráficos em colunas, alguns deles agrupados quando se referirem a turmas diferentes. Ao escolher os gráficos, os estudantes podem utilizar uma cartolina para construí-los e apresentá-los.</p> <p>Ao apresentar e analisar os dados, a professora propõe que os estudantes calculem a média de estudantes que responderam a cada uma das perguntas. A partir disso, serão exploradas a ideia de média e sua implicação na realidade pesquisada. Como, por exemplo: em média, quantos estudantes sofrem <i>bullying</i>?</p>

Fonte: Organizado pela autora (2022).

De acordo com Ana e Joaquim, essa proposta surgiu a partir de situações vivenciadas por eles na escola desde o início do ano letivo, em que notaram que muitos estudantes estavam sofrendo bastante com situações de *bullying*, inclusive, eles presenciaram vários casos na escola. Segundo essa dupla, a temática situa-se no contexto da Educação Socioemocional, sendo recomendado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Essa dupla também destaca que esses temas podem fazer os estudantes refletirem sobre situações vivenciadas fora do contexto escolar. Acerca das questões críticas, Ana evidencia algumas perguntas que podem ser feitas a partir das médias obtidas, conforme sua fala com marcações da autora:

Ana: O que está acontecendo? Como é que a gente está se comportando? O que a gente pode fazer diante desse dado para que ele diminua, né? Para que a gente possa amenizar isso tudo. Por isso que até uma das perguntas é, você já ajudou alguém, né? [...] Até um estudante falou assim, olha, professora, como a gente quer falar sobre isso? [Em uma atividade] eu percebi que é esse aluno que sofre muito bullying. Eu percebi que ele estava sem grupo. Aí eu fui olhar nos grupos, o grupo estava incompleto para encaixar ele. Aí a gente conseguiu um grupo para ele. Então, assim, eu fiquei muito feliz só de ouvir ela falar isso, né? Então, já foi um resultado positivo, que ainda não já traz para a gente uma perspectiva de melhora, né?

Essa professora, Ana, apresenta uma experiência docente que ela vivenciou no desenvolvimento de uma atividade na disciplina de Matemática, em que um dos estudantes estava sem grupo. Diante dessa observação e com a ajuda dos estudantes, ela conseguiu encaixá-lo em uma equipe e identificar a situação que estava ocorrendo na sua própria sala de aula.

E sobre os questionamentos críticos pelos quais ela sugere fazer aos estudantes na promoção de debates, ao que parece, focam na realização de reflexões pessoais sobre ações e posturas na escola, na sala de aula, no dia a dia e nas relações interpessoais. E a partir disso, deve-se buscar soluções com a finalidade de promover a inclusão e dissipar atos de *bullying*, como ocorreu no caso do estudante sem grupo. E nem sempre os casos de *bullying* são visíveis.

Apesar dessa dupla apresentar um contexto relevante e que faz parte da realidade dos estudantes, essa proposta, assim como a da dupla 1, apresenta apenas variáveis discretas. Nesse caso, poderíamos sugerir a inclusão do sexo biológico (masculino e feminino) e ano escolar e, por exemplo, levantar a quantidade de meninos e meninas, conforme o ano escolar, que sofreram *bullying*. Com essa abordagem seria possível trabalhar tanto a porcentagem de meninos e meninas que sofrem *bullying*, assim como a quantidade média de meninas e meninos que sofrem dessa prática, observando se isso aumenta de acordo com a escolaridade etc.

No quadro abaixo apresentamos a segunda proposta da dupla 2, composta por Ana e Joaquim:

Quadro 14 – A 2ª proposta da dupla 2 (Ana e Joaquim)

Tema: Perfil financeiro / **Série:** 8º ou 9º ano

Inicialmente, solicitamos que os estudantes realizem pesquisas com 10 a 15 pessoas acerca do perfil financeiro delas, a partir dos seguintes questionamentos:

<p>Você controla todos os gastos do mês?</p> <p>A <input type="radio"/> Controlo tudo, até as pequenas despesas (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Controlo somente os grandes gastos (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Não controlo nada (1,0)</p>	<p>No final do mês, seu dinheiro</p> <p>A <input type="radio"/> Sempre sobra (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Nem sempre sobra (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Falta (1,0)</p>
<p>Você paga as contas em dia?</p> <p>A <input type="radio"/> Pago sempre em dia ou antecipado (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Atraso de vez em quando (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Atraso todo o mês (1,0)</p>	<p>Você confere seu controle de orçamento?</p> <p>A <input type="radio"/> Confiro sempre (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Às vezes confiro (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Não confiro nunca (1,0)</p>
<p>Você pede dinheiro emprestado?</p> <p>A <input type="radio"/> Já pedi uma vez (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Peço de vez em quando (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Peço com frequência (1,0)</p>	<p>Você tem alguma dívida em atraso?</p> <p>A <input type="radio"/> Não tenho (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Não sei (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Tenho (1,0)</p>
<p>Pesquisa preços antes de comprar?</p> <p>A <input type="radio"/> Nunca (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Às vezes (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Sempre (1,0)</p>	<p>Prefere pagar à vista para ter desconto?</p> <p>A <input type="radio"/> Às vezes (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Sempre (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Não (1,0)</p>
<p>Antes de fazer uma nova prestação, você soma as que já tem que pagar fim do mês?</p> <p>A <input type="radio"/> Nunca somo (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Nem sempre somo (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Sempre somo (1,0)</p>	<p>Quando pretende comprar algo novo, você:</p> <p>A <input type="radio"/> Poupa até o valor necessário (3,0)</p> <p>B <input type="radio"/> Assume parcelas mais ou menos dentro de seu orçamento (2,0)</p> <p>C <input type="radio"/> Pede dinheiro emprestado (1,0)</p>

Após cada entrevista os estudantes devem informar a pontuação de cada entrevistado, como também ler a mensagem em conformidade com o somatório de pontos. Como é mostrado a seguir:

Cuidado!

Pontuação de 0 a 10! Você deve fazer uma avaliação de sua vida financeira e acompanhar seus ganhos e despesas mais de perto.

Parabéns!

Pontuação de 21 a 30! Você está no caminho certo. Lembre-se que somente acompanhar seu orçamento não é o suficiente. É necessário planejamento e investimentos para que seus sonhos se tornem realidade.

Atenção!

Pontuação de 11 a 20! Você tem pouco conhecimento sobre as suas finanças e de sua família. Comece agora mesmo o controle de orçamento.

Na sequência, com os dados coletados e organizados em tabelas em conformidade com cada perfil financeiro (cuidado, parabéns e atenção), os estudantes iriam construir gráficos de setores. Para cada perfil seria um gráfico de setores.

A partir dos gráficos, os professores vão trabalhar e problematizar o conceito de média aritmética a partir dos dados de cada perfil.

Fonte: Organizado pela autora (2022).

O tema dessa proposta (quadro 14) surgiu a partir de um componente curricular eletivo que Ana lecionou no Ensino Médio, que discutia sobre tópicos da Educação Financeira. Sendo assim, essa dupla fez apropriações da discussão da Educação Financeira para o Ensino Fundamental anos finais. Esta, podendo ser desenvolvida com estudantes do 8º e 9º anos desse nível de ensino. Segundo essa dupla, essa temática é importante. É recomendada pela BNCC e possibilita o ensino da média aritmética a partir de contexto significativo para os alunos.

Essa abordagem sugere a realização de uma pesquisa de campo, visando identificar o perfil financeiro das pessoas e trabalhar representações estatísticas como gráficos, tabelas, assim como a realização de cálculo e exploração do conceito de média aritmética. Para cada perfil financeiro é sugerido a produção de um gráfico de setores. Além disso, essa dupla destaca que outros conceitos matemáticos podem ser explorados por meio dessa proposta, como a ideia de grau ou circunferência devido ao tipo de gráfico proposto, bem como o conceito de divisão.

Na organização dessa proposta, Ana e Joaquim tomaram como base um questionário virtual encontrado no blog Cresol⁷, composto por 10 questões que possibilitam traçar o perfil financeiro dos respondentes. Esse questionário foi adaptado para que os estudantes pudessem realizar a pesquisa (entrevista) de modo presencial, em que as alternativas A, B e C das questões receberam, respectivamente, pontuação 1, 2 e 3, como ilustra o quadro 14.

⁷ Disponível em: <https://educacaofinanceira.coop.br/teste-de-perfil-financeiro/>. Acesso em: 18 abr. 2023.

Para despertar questionamentos críticos nos estudantes, quer dizer, mobilizar habilidades do LE, os professores destacam que o próprio contexto dessa proposta faz parte da realidade social dos estudantes, considerando que a discussão sobre Educação Financeira é bastante importante nas escolas. Além disso, antes de produzir os dados da pesquisa, Ana e Joaquim apontaram que os professores podem perguntar aos estudantes sobre os resultados que eles esperam quanto ao perfil financeiro dos entrevistados e o que concluíram a partir da média de cada perfil, o que eles consideram que pode ser feito com aqueles que não estão dentro do nível desejado, quer dizer, que precisam ter cuidado e atenção com o seu planejamento financeiro.

A dupla 2 também apresenta alguns questionamentos e ações que podem ser proporcionadas a partir dessa proposta, como mostram suas falas que seguem com as marcações da autora.

Ana: em média, tantas pessoas estavam em tal perfil, por exemplo, né?

Se a maioria das pessoas, por exemplo, estavam em um perfil indesejado, que é do zero a dez, isso é muito crítico, né? Se a maioria das pessoas, por exemplo, estavam em um perfil indesejado, que é do zero a dez, isso é muito crítico, né? Quer dizer que as pessoas não estão sabendo lidar com o seu dinheiro, estão devendo muito, estão com as contas atrasadas, e aí trazer essa reflexão a partir dos dados, né?

Joaquim: quando traz aquela questão de fazer uma avaliação dos pontos que se consegue para saber qual é o tipo de educação financeira, qual é a situação que se encontra, ali pode ter ações, pode-se tomar ações, medidas, para tentar corrigir, por exemplo, quando não se chega ao desejável. Então, fazer essas reflexões com os estudantes, o que poderia ser feito? O que eles poderiam tentar fazer, quais as perspectivas da educação financeira, juntamente com a perspectiva do letramento estatístico, para que eles reflitam e tentem trazer mesmo para a realidade deles.

Sendo assim, Ana e Joaquim propõem que os estudantes saibam em qual tipo de perfil financeiro os entrevistados se encontram e reflitam sobre quais ações eles precisam tomar para tentar melhorar quando não estão no perfil desejável. O objetivo seria proporcionar aos estudantes reflexões sobre os dados e médias obtidas com o intuito deles levarem essa discussão para suas realidades. Esses professores também destacaram a média como retrato da realidade pesquisada. No entanto, ressaltamos que a média nem sempre retrata a maioria, depende do conjunto de dados e da ausência de dados discrepantes.

Durante a discussão das propostas, Ana realiza uma associação com o texto de Carvalho, Carvalho e Carvalho (2021) que foi discutido no momento da teorização e acrescenta que os estudantes poderão observar a fidedignidade das informações,

analisando como os dados estão sendo trabalhados. E em outro momento ela destaca que poderia problematizar, com base nesse texto, gráficos com informações erradas e manipuladas, para que os estudantes fizessem análises críticas dos dados que foram coletados e organizados por eles.

Observamos que essa proposta destaca o desenvolvimento de uma pesquisa que gera uma variável conceitual e que utiliza a escala de Likert. Cazorla, Silva Júnior e Santana (2018) apontam que esse tipo de escala de resposta psicométrica é bastante utilizado em pesquisas de opinião, em busca de avaliar o nível de satisfação de clientes sobre determinado produto ou prestação de serviço. Consiste em uma escala composta por vários itens (perguntas), sendo cada item do tipo ordinal, geralmente com cinco proposições, a partir das quais o participante da pesquisa deve selecionar somente uma dessas.

Sendo assim, trata-se de um construto psicológico que os autores da enquete do blog Cresol pelo qual a dupla 2 tomou como base (quadro 14) criaram a escala de Likert de 3 pontos, com 10 itens. Em geral, a pontuação dos itens da escala é igualmente espaçada e não se costuma colocar números fracionados, pois em tese trabalha-se com a suposição de ordinalidade, pois a escala é uma contagem e não um somatório.

Sendo assim, para a escala ir de 0 a 30, conforme o quadro 14, existem algumas possibilidades para os valores dos itens: i) 0, 1 e 3 (neste caso seriam premiadas as boas práticas); ii) 0, 2 e 3 (neste caso seriam punidas as más práticas); iii) 0, 1,5 e 3 (igualmente espaçado). Todavia, não sabemos como os autores do blog pontuaram, pois, essa informação não é apresentada pelo site. Sendo assim, as três possibilidades foram pensadas a partir da forma que foi apresentada a proposta da dupla 2 (quadro 14), sendo que a terceira é pouco provável.

Outro aspecto levantado, é que os itens das escalas de Likert têm uma direção, neste caso o de “punir” os maus hábitos e “premiar” os bons hábitos acerca do perfil financeiro. Então, se a pontuação mínima for zero, ao somar os 10 itens o participante com péssimos hábitos obterá 0 pontos e aquele de boas práticas obterá 30 pontos. No entanto, nessa proposta, Ana e Joaquim apresentam em cada item pontuações de 3 a 1, e de acordo com o intervalo de pontuação da categoria cuidado (0 a 10), deveria ser 0 o valor mínimo e não 1 (quadro 14).

Além disso, seria interessante que a ordem das opções (proposições) dos 10 itens estivesse embaralhada, pois se estiver em único sentido o respondente pode ser

induzido a marcar o que se apresenta ser mais conveniente, ou seja, sempre a primeira ou sempre a última opção. Por essa razão os autores do site Cresol devem ter embaralhado os itens 7, 8 e 9.

Com relação a proposta da dupla 2, observamos que os professores, ao construírem a proposta com base nesse site, não observaram esse aspecto, colocando a escala de 3 a 1 em todos os itens. Além disso, conforme apresentado anteriormente, Cazorla, Silva Júnior e Santana (2018) evidenciam que as variáveis conceituais e a escala de Likert não são trabalhadas na Educação Básica e nem nos cursos de Licenciatura em Matemática, geralmente são conceitos trabalhados na área da Psicologia, Marketing, Sociologia etc.

Desse modo, essa abordagem de ensino gera uma variável quantitativa que daria para calcular a média a partir da obtenção dos valores das pontuações dos entrevistados. No entanto, o ideal seria não categorizar os possíveis resultados da pesquisa em grupos (cuidado, parabéns e atenção), pois torna-se impossível de calcular a média. Com isso, ao invés de categorias, seria possível fazer observações da média a partir da tendência dos respondentes, pois de modo geral se compara com o ponto médio da escala, que nesse caso é 15 (o ponto médio de 0 a 30 é 15). Se a média ficar abaixo implica que estamos diante de pessoas descuidadas com o perfil financeiro, se for acima, essas são mais cuidadosas e assim por diante.

8.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O GRUPO FOCAL

A discussão de GF possibilitou observarmos que os professores demonstraram dificuldades na compreensão da média, das suas propriedades e seus significados, pelas quais eles cometeram erros parecidos aos apresentados nas análises do questionário inicial (conforme descrito no capítulo 7), como também, daqueles apresentados no protocolo de tipos de erros de estudantes da pesquisa de Eugênio (2013).

As três abordagens de ensino desenvolvidas, uma pela dupla 1 e duas pela dupla 2, apresentam contextos relevantes para os estudantes, propondo a realização de pesquisa no contexto da escola e/ou fora dela, para posteriormente fazer o tratamento dos dados coletados.

No entanto, os professores reforçaram indícios de que têm dificuldades em compreender o conceito de média, em termos de suas propriedades e significados.

Também podemos pensar que eles não sabem identificar as variáveis que podem gerar a média. Na proposta da dupla 1 e na 1ª proposta da dupla 2, os docentes sugerem a realização de pesquisas que geram variáveis empíricas. Então, no tratamento dos dados coletados, da forma que as propostas foram estruturadas, é possível somente fazer a contagem e somatório e não calcular a média, sendo necessário incluir outras variáveis, como a série, sexo biológico etc.

Quanto à 2ª proposta da dupla 2, tratam-se de variáveis conceituais, porém, o ideal seria não categorizar (classificar) os possíveis resultados da pesquisa em grupos (cuidado, parabéns e atenção), pois, assim, torna-se impossível a realização do cálculo da média. Com isso, compreendemos a necessidade de trabalhar a natureza das variáveis como conceito chave para os professores entenderem quando pode-se calcular a média de um conjunto de dados, para assim desenvolver propostas desse conceito na perspectiva do LE.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo tem o objetivo de analisar a compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, buscando identificar possibilidades para o ensino desse conteúdo em sala de aula a partir da perspectiva do Letramento Estatístico (LE). Inicialmente, aplicamos um questionário com 14 professores e realizamos uma discussão de grupo focal com 4 deles que optaram por prosseguir na pesquisa.

A análise do questionário foi dividida em três categorias, a saber: perfil dos(as) participantes; ensino de média aritmética; e compreensão sobre propriedades e significados da média. Constatamos que esses professores são licenciados em Matemática, e que a maioria cursou ou cursa pós-graduação (especialização e/ou mestrado). Além disso, a maioria deles atua há mais de três anos no Ensino Fundamental anos finais, como também, atuam em escolas públicas (estadual e/ou municipal).

Observamos que a maioria desses professores, apesar de alegar que utilizam diferentes recursos, exemplos do dia a dia e apontar não ter dificuldades em ensinar a média aritmética, demonstrou compreender somente a definição de média simples. Em outras palavras, a maioria deles compreende a média como uma medida de tendência central, obtida pelo somatório de todos os valores, dividido pela quantidade de números de dados. Com isso, supomos que os estudantes desses professores podem reproduzir ou reproduzem essa compreensão sobre a média.

Verificamos, também, que boa parte dos professores apresentaram dificuldades para identificar as propriedades de Strauss e Bichler (1988), principalmente a 5ª, que descreve que a média nem sempre representa uma realidade física. Além disso, grande parte deles destacou sua compreensão de média a partir dos dados que aparecem com mais frequência, aludindo à ideia de moda.

Quando ocorre a interpretação da média a partir de representação gráfica, percebemos que os professores apresentam dificuldades em ler e analisar os gráficos além dos dados e de apresentar respostas baseadas em aspectos estatísticos. Foi verificado, também, que a maioria deles não sabe como realizar o cálculo da média móvel, apesar de ter sido este um conceito bastante mencionado nos meios de comunicação durante a pandemia de covid-19.

Na discussão do GF organizada em dois encontros, foi problematizado um protocolo com tipos de erros de estudantes do Ensino Fundamental anos finais em dois problemas de média aritmética e discutido sobre o LE, como também, os 4 professores de Matemática, em duplas, apresentaram as propostas de ensino que eles articularam desse conceito na perspectiva do LE. De modo geral, o processo pedagógico elaborado para os encontros da discussão de grupo focal mostrou-se satisfatório em termos da organização dos seus elementos e do tempo. As abordagens de ensino dos professores envolveram contextos adequados para o Ensino Fundamental anos finais e que possivelmente seriam de interesse dos estudantes.

Observamos que nas análises de tipos de erros, os professores focaram mais nos aspectos técnicos da média (procedimento), observando se os estudantes sabiam ou não calcular (definição de média simples), como também na estrutura dos problemas, apontando que deveriam conter outros dados, com a finalidade de auxiliar os estudantes na resolução desses problemas. Além disso, constatamos que esses professores em suas falas cometeram erros parecidos com aqueles apresentados nos resultados do questionário e no protocolo com tipos de erros de estudantes da pesquisa de Eugênio (2013). Nesse sentido, eles demonstraram dificuldade, principalmente, em interpretar a média como valor representante de um conjunto de dados, sendo que nessa perspectiva esse conceito nem sempre representa a maioria, pois quem representa a maioria é a moda. Além disso, os professores evidenciaram que o valor encontrado é uma aproximação dos dados operacionalizados.

Neste trabalho, foram apresentadas três propostas de ensino elaboradas pelos 4 professores, sendo uma pela dupla 1 e as demais pela dupla 2, as quais propõem a realização de pesquisas estatísticas sobre temas que fazem parte da realidade dos estudantes e do contexto educacional, como, por exemplo, Educação Financeira, *bullying*, filmes, séries, animes, comidas e jogos. Essas pesquisas, segundo as duplas, podem ser realizadas com os estudantes da turma, envolver toda escola ou com o público externo ao contexto escolar.

A proposta da dupla 1 evidencia alguns contextos e temas que fazem parte da realidade dos estudantes, proporcionando que eles realizem levantamento de dados a partir de pesquisas estatísticas, porém, Laura e Maria, ao que parece, não observaram que a amostra adquirida pela proposta será composta de variáveis discretas (empíricas), nesse caso, será obtido apenas o somatório, a contagem dos

dados coletados e não a média aritmética. A forma como a proposta foi organizada e dada a natureza da variável não permite possibilidade de calcular a média.

As duas propostas da dupla 2 propõem a realização de reflexão e de questionamentos críticos durante a aplicação, fazendo com que os estudantes tomem posicionamento e postura crítica, buscando por soluções para as situações que são evidenciadas mediante os dados coletados. A primeira proposta de ensino da dupla 2, envolvendo a temática *bullying* na escola, propõe a organização de equipes para coleta de dados, delegando funções diferentes a cada uma delas, em que essa atividade visa promover reflexão sobre ações de *bullying* dentro do contexto sala de aula e na vida das pessoas. Todavia, assim como a proposta da dupla 1, serão geradas apenas variáveis discretas.

Na segunda proposta dessa dupla, sobre educação financeira, a dupla 2 propõe que os estudantes façam questionamentos críticos dos dados coletados por eles, refletindo sobre o perfil financeiro dos entrevistados, categorizando os resultados em grupo, como cuidado, parabéns e atenção. Apesar dessa proposta ter sido a única que gera variáveis conceituais, ao sugerir a categorização dos resultados, impossibilita-se o cálculo da média do conjunto de dados coletados.

O processo pedagógico elaborado para os encontros na entrevista do grupo focal mostrou-se satisfatório em termos da organização dos seus elementos e do tempo. As abordagens de ensino dos professores envolveram contextos adequados para o Ensino Fundamental anos finais e que possivelmente seriam do interesse dos estudantes.

No entanto, os professores forneceram indícios de que não conhecem o conceito de média, em termos de suas propriedades e significados, como também, não sabem identificar as variáveis que podem gerar a média. Com isso, compreendemos a necessidade de trabalhar a natureza das variáveis como conceito chave para os professores entenderem quando pode-se calcular a média de um conjunto de dados, para assim, desenvolver propostas desse conceito na perspectiva do LE.

Assim, concluímos sobre a importância de problematizar essa discussão com professores de Matemática, de modo que façam reflexão sobre a sua prática docente. Destacamos a importância de elaborar e realizar propostas de ensino sobre a média na perspectiva do LE, com foco em articulações nas questões críticas e conceituais,

bem como em processo de formação que possa se constituir em modelo para o trabalho com a média aritmética com professores dos anos finais.

REFERÊNCIAS

ALVES, T. A. S. *et al.* Professores explicitam seus saberes acerca das propriedades da média ao início de uma formação continuada. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, XIII, 2019, São Paulo. **Anais do [...]**, Cuiabá, 2019. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>. Acesso em: 24 out. 2021.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Revista de didáctica de las matemáticas**, n. 25, 2000. Disponível em: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/isboa.pdf>. Acesso em: 12 out. 2021.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação**: Lei n.º 9.394/96 – 24 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, SEF, 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf. Acesso em: 23 out. 2021.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Ministério da Educação Conselho Nacional de Educação, CNE/CES 1.302/2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 25 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Ensino Infantil e Ensino Médio. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 25 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 25 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 25 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999

CAMPOS, Celso Ribeiro *et al.* Educação estatística no contexto da educação crítica. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, vol. 24, n. 39, p. 473-494, 2011.

CAMPOS, S. G. V. B. **Sentido de número e estatística**: uma investigação com crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização. 2017. 152 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017.

CARVALHO, Alexandre. A importância do ensino de estatística na formação inicial do professor de matemática. EBRAPEM, XIX, 2015 *In: Anais do [...]*, 2015.

CARVALHO, L. M. T. L.; CARVALHO, C. F.; CARVALHO, R. N. Dados estatísticos e pandemia covid-19: reflexões sobre dimensões do letramento estatístico. *In: MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (Org.). Temas emergentes em Letramento Estatístico*. Recife: Universitária UFPE, 2021. Disponível em: <https://editora.ufpe.br/books/catalog/download/666/677/2080?inline=1>. Acesso em: 03 nov. 2021.

CAZORLA, I. M. *et al.* (Org.). **Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Brasília: SBEM, 2017.

CAZORLA, I. M.; CASTRO, F. C. O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico. **Publicatio UEPG**, vol. 16, n. 1, p. 45-53, Ponta Grossa, 2008.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

CAZORLA, I. M.; SILVA JÚNIOR, A.; SANTANA, E. Reflexões sobre o ensino de variáveis conceituais na Educação Básica. **Rencima**, vol. 9, p. 354-373, 2018.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M.; SANTANA, E. R. S. Desempenho em estatística de estudantes do ensino fundamental, no contexto do D-Estat. **Zetetiké**, vol. 28, p. 1-25, 2020.

CAZORLA, I.; GIORDANO, C. O papel do letramento estatístico na implementação dos temas contemporâneos transversais da BNCC. *In: MONTEIRO, C.E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (Org.). Temas emergentes em Letramento Estatístico*. Recife: Universitária UFPE, 2021. Disponível em: <https://editora.ufpe.br/books/catalog/download/666/677/2080?inline=1> > Acesso em: 03 nov. 2021.

CAZORLA, Irene Mauricio; SANTANA, Eurivalda dos Santos Ribeiro; UTSUMI, Miriam Cardoso. O campo conceitual da média aritmética: uma primeira aproximação conceitual. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, vol. 14, p. 1-21, 2019.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 4ª edição. São Paulo: Cortez, 1998.

COSTA JÚNIOR, J. R.; MONTEIRO, C. E. F. A importância do letramento estatístico na licenciatura em matemática. **RPEM**, vol. 9, n.19, 2020, p. 624-646.

COSTA JÚNIOR, J. R.; MONTEIRO, C. E. F.; CAVALCANTE, N. I. S. Letramento estatístico: explorando dimensões críticas com licenciados em matemática. Campina Grande: EDUFPG, 2021.

COSTA NETO, P. L. **Estatística** 2ª ed. São Paulo. Edgard Blucher, 2002.

COSTA, Marleide Campos Santos; CAZORLA, Irene Maurício. A estatística na promoção da interdisciplinaridade: um dos caminhos possíveis. *In: Encontro Pernambucano de Educação Matemática*, 7, 2017, Garanhuns. **Anais do [...]**, Garanhuns: 2017. Disponível em: http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/CC88644235591_181905.pdf. Acesso em: 03 nov. 2021.

COSTA, S. F. **Recursos para reduzir a predisposição negativa à estatística em cursos da área de ciências humanas**. 1994. Tese (Doutorado em Comunicação) - Programa de Pós-Graduação em Comunicação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Entrecruzando fronteiras: a educação estatística na formação de professores de Matemática. **Bolema**, vol. 24, n. 40, p. 897-911, dez. 2011.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista: estudo epistemológico e didático**. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

CURCIO, F. R. Developing graph comprehension. **National Council of Teachers of Mathematics**, [s. l.], 1989.

DAMIN, W.; SANTOS JÚNIOR, G.; PEREIRA, R. S. G. Educação estatística e os currículos das licenciaturas em matemática. **Vivências**, vol. 12, n. 22, p. 263-273, 2016.

DUQUIA, R. P.; BASTO, J. L. D. Medidas de tendência central: onde a maior parte dos indivíduos se encontra? **Scientia Medica**, vol. 16, n. 4, out./dez. 2006.

ENGEL, J. Statistical literacy and society. *In: CONTRERAS, J. M. et al. (Orgs.), Actas del tercer congreso internacional virtual de educación estadística*, 2019. Disponível em: <https://digibug.ugr.es/handle/10481/55027>. Acesso em: 19 abr. 2023.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Desenvolvimento profissional de professores em educação estatística. **JIEEM / IJSME**, vol. 9, n. 1, 2016. Disponível em: <https://www.revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/3236>. Acesso em: 05 de jan. 2022.

EUGÊNIO, R. S. **Explorações sobre a média no software TinkerPlots 2.0 por estudantes do ensino fundamental**. 230 f., 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

EUGÊNIO, Robson da Silva; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira. Média aritmética em diferentes situações: identificando níveis de interpretação de estudantes do Ensino Fundamental. **Educação Matemática-Pesquisa**, vol. 18, n. 3, 2016.

FALCO, Javert Guimarães; MEDEIROS JÚNIOR, Roberto José. **Estatística**. Curitiba: Instituto Federal do Paraná/Rede e-Tec Brasil, 2012. Disponível em: <http://redeetec.mec.gov.br/images/stories/pdf/proeja/estatistica.pdf> Acesso em: 16 jan. 2022.

FALEIROS, Fabiana *et al.* Uso de questionário online e divulgação virtual como estratégia de coleta de dados em estudos científicos. **Texto & Contexto-Enfermagem**, vol. 25, 2016.

FERREIRA, R. S.; SARGES, A. B.; LACERDA, A. G. O ensino de conceitos estatísticos: uma proposta com o uso de planilha eletrônica a partir da análise do Índice de Massa Corporal. **RCT - Revista de Ciência e Tecnologia**, vol. 5, n. 9, 2019.

GAL, I. Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, vol. 1, n. 70, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Promoting statistical literacy: challenges and reflections with a Brazilian perspective. In: MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (Org.). **Temas emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Universitária UFPE, 2021.

GAL, I. Understanding statistical literacy: about knowledge of contexts and models. In: CONTRERAS, J. M. *et al.* (Eds.). **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**. 2019. Disponível em: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html Acesso em: 23 ago. 2021.

GATTI, B. A. **Grupo focal em ciências sociais e humanas**. Brasília: Líber Livro Editora, 2005.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIORDANO, C. C.; ARAÚJO, J. R. A.; COUTINHO, C. Q. S. Educação estatística e a Base Nacional Comum Curricular: o incentivo aos projetos. **REVEMAT**, vol. 14, p. 1-20, 2019.

GOMES, I. S. CAMINHA, I. O. Guia para estudos de revisão sistemática: uma opção metodológica para as ciências do movimento humano. **Movimento**, vol. 20, n. 01, p. 395-411, jan/mar, 2014.

JUSTO, A. O. R. P.; MAGALHÃES, M. N. Atividade de estatística - leilão do menor lance. Encontro Nacional de Educação Matemática, 13, 2016, São Paulo. In: **Anais do [...]**, Cuiabá, 2019.

KLEIMAN, A. B. **Preciso “ensinar” o letramento?** Não basta ensinar a ler e a escrever? Blog Português do Brasil [online], 2005. Disponível em: <https://oportuguesdobrasil.files.wordpress.com/2015/02/kleiman-nc3a3o-basta-ensinar-a-ler-e-escrever.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2022.

KODAMA, Keisuke *et al.* Prognostic outcomes and risk factors for recurrence after laser vaporization for cervical intraepithelial neoplasia: a single-center retrospective study. **International Journal of Clinical Oncology**, vol. 26, n. 4, p. 770-776, 2021.

LOPES, A. E. C. O. **A estatística e sua história:** uma contribuição para o ensino da estatística. 198 f. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Pontifícia, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1988.

LOPES, C. E. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação da UFSCAR**, vol. 6, n. 1, mai. 2012.

LOPES, C. E. Educação estatística no curso de licenciatura em matemática. **Bolema**, vol. 27, n. 47, p. 901-915, 2013.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, vol. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

MACEDO, R. C. PIETROPAOLO, R. C.; CARVALHO, J. I. F. Um estudo sobre estatística na formação continuada de professores: experiência com a curva normal. Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, São Paulo, 2016. *In: Anais do [...]*, São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6030_3327_ID.pdf > Acesso em: 29 nov. 2021.

MAGINA, S. *et al.* Concepções e concepções alternativas de média: um estudo comparativo entre professores e alunos do ensino fundamental. **Educar em Revista**, n. especial 2, p. 59-72, 2010.

MARCOLINO, Plínio Rubens de Farias. **Compreensões de estudantes do 3º ano do ensino médio sobre o conceito de média aritmética.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

MARNICH, M. A. A. **Knowledge structure for the arithmetic mean:** relationships between statistical conceptualizations and mathematical concepts. 2008. 195 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Pittsburgh, Pensilvânia, 2008.

MEMÓRIA, José Maria Pompeu. **Breve história da estatística.** Portal Alice – Embrapa, 2004. Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/110361/1/sgetexto21.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2022.

MINAYO, M. C. S. **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. Vozes. Rio de Janeiro, 2009.

MONTE, M. J.; CARVALHO, L. M. T. L. Possibilidades de letramento estatístico na abordagem de tabelas e gráficos por professores do Ensino Médio. *In*: MONTEIRO, C.E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (Org.). **Temas emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Universitária UFPE, 2021.

MONTEIRO, Cecília. **Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética**. *In*: XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro, Vila Real, Portugal, 2009.

MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. Statistics education from the perspective of statistical literacy: reflections taken from studies with teachers. **Mathematics Enthusiast**, vol. 18, 2021. Disponível em: <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol18/iss3/10>. Acesso em: 25 dez. 2021.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S. **Estatística para educação profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.

OLIVEIRA JÚNIOR, Ailton Paulo de; SALERNO, Sandra. Research trend on the use of historical approaches for the teaching of Statistics in Brazil. **Journal of Research in Humanities and Social Science**, vol. 7, p. 20-34, 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Paraná: SEED/DEB, 2008.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco**. 2019. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/17691/CURRICULO%20DE%20PERNAMBUCO%20-%20ENSINO%20FUNDAMENTAL.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2023.

PERNAMBUCO. **Reorganização Curricular de Pernambuco**. 2020. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/21557/REORGANIZA%C3%87%C3%83O%20CURRICULAR%20%20FUNDAMENTAL%20ANOS%20FINAIS.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2022.

PESSIM, M. O. S.; LEITE, E. A. P. A avaliação e o erro no processo de ensino-aprendizagem na formação inicial e continuada de professores de Matemática. **Revista Prática Docente**, vol. 5, n. 1, p. 544-562, 2020. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br:443/periodicos/index.php/rpd/article/view/611>. Acesso em: 25 set. 2022.

PFANNKUCH, M.; WILD, C. Towards an understanding of statistical thinking. *In*: BEM-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Org.). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Nova York: Kluwer Academic Publishers, 2004.

PONTES, M. M. de *et al.* A temática 'Probabilidade e Estatística' nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da promulgação da BNCC: percepções pedagógicas. **Educitec**, Manaus, vol. 5, n. 12, 2019.

QUEIROZ, Carlos Alex Barreto de. **Letramento estatístico: gênero textual histórias em quadrinhos para o ensino da média aritmética**. 136 f. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

RIBEIRO, P. M. O ensino de medidas de tendência central com uso de tecnologias móveis como agente facilitador. *In: GUIMARÃES, Gilda Lisboa; CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. Estatística e probabilidade na escola*. Recife: Ed. UFPE, 2021.

RIDGWAY, Jim. Implications of the Data Revolution for Statistics Education. **International Statistical Review**, vol. 86, n. 3, p. 528-549, 2016.

RODRIGUES, C. K. *et al.* Educação estatística: o conceito de média móvel no ensino fundamental na pandemia da covid-19 no Brasil. **Educação Matemática em Pesquisa: Perspectivas e Tendências**, vol. 3, 2021. Disponível em: <https://downloads.editoracientifica.org/articles/210504510.pdf> Acesso em: 05 jan. 2021.

RODRIGUES, M. U.; SILVA, L. D. Disciplina de estatística na matriz curricular dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil. **REVEMAT**, vol. 14, edição especial educação estatística, p. 1-21, 2019.

SANTANA, M. S. Traduzindo pensamento e letramento estatístico em atividades para sala de aula: construção de um produto educacional. **Bolema**, vol. 30, n. 56, p. 1165-1187, dez. 2016.

SANTOS, R. M. **Estado da arte e história da pesquisa em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação**. 2015. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2015.

SANTOS, R. M.; FIORENTINI, D. A. As principais tendências temáticas e teórico-metodológicas da pesquisa stricto sensu brasileira em educação estatística. *In: COLARES, M. L. I. S.; JACOMELI, M. R. (Org.). Teses em educação: a Amazônia sob múltiplos olhares (Dinter Unicamp/Ufopa)*. 1ed., Uberlândia: Navegando Publicações, 2016b.

SANTOS, R. M.; FIORENTINI, D. A. Educação estatística brasileira: um olhar a partir da produção em programas de pós-graduação. **VIDYA**, vol. 36, n. 2, p. 203-217, jul./dez., 2016a.

SCHWANCK, D. I.; NUNES, N. L. A uma proposta pedagógica para o desenvolvimento das competências estatísticas por meio de pesquisa na comunidade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, vol. 6, n. 1, p. 218-237, 2021.

SGANZERLA, N. M. Z. **Contribuição dos bacharéis em estatística, egressos da universidade federal do paraná, ao aprimoramento do currículo do curso**. 1984.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1984.

SILVA FILHO, L. J.; CAMPOS, F. D. O uso da média móvel como indicador de tendência: do mercado financeiro ao acompanhamento dos casos de covid-19. **Revista Negócios em Projeção**. vol.12, n. 2, 2021.

SILVA JÚNIOR, A. V. **Efeitos do ciclo investigativo PPDAC e das transformações de representações semióticas no desenvolvimento de conceitos estatísticos no ensino fundamental**. 207 f. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Ilhéus, Universidade Estadual de Santa Cruz, 2018.

SILVA, Lucicleide Bezerra da. **A estatística e a probabilidade nos currículos dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SILVA, N. A.; FIGUEIREDO, H. R. S. A Educação estatística na educação básica do Brasil, Estados Unidos, França e Espanha segundo os documentos curriculares. **REVEMAT**, vol. 14, edição especial educação estatística, p. 1-18, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e62813>. Acesso em: 14 dez. 2021.

SOARES, Magda. **Letramento**: Um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 19, 1988.

TEIXEIRA, P. J. M. Os PCN e o bloco Tratamento da Informação: algumas possibilidades teórico-metodológicas para a sala de aula da Educação Básica **REMAT**, vol. 2, n. 2, p. 72-91, 2016.

VENDRAMINI, C. M. **Implicações das atitudes e das habilidades matemáticas na aprendizagem dos conceitos de Estatística**. 2000. Tese. (Doutorado em Educação) Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VIALI, L. O ensino de estatística e probabilidade nos cursos de licenciatura em matemática. Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística – SINAPE, Estância de São Pedro, 2008. *In: Anais do [...]*, Estância de São Pedro, 2008.

WADA, R. S. **Estatística e ensino**: um estudo sobre representações de professores de 3º grau. 211 f. 1996. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

WALICHINSKI, D.; SANTOS JÚNIOR, G. Estatística nos anos finais do ensino fundamental: contribuições de uma sequência de ensino contextualizada. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, vol. 6, n. 2. UFSC, Florianópolis, Santa Catarina, 2013.

WALICHINSKI, Danieli. **Contextualização no ensino de estatística: uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

WATSON, J. Assessing statistical thinking using the media. *In*: GARFIELD, J.; GAL, I. (Org.). **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdam: IASE Publishing, 1997.

WATSON, J. CALLINGHAM, R. COVID-19 and the need for statistical literacy. **Australian Mathematics Education Journal**, vol. 2, n. 2, 16-21, 2020.

WATSON, J. **Statistical literacy at school: growth and goals**. New Jersey, Lawrence Erlbaum, 2006.

WATSON, J.; CALLINGHAM, A. R. Statistical literacy: a complex hierarchical construct. **Statistical Education Research Journal**, vol. 2, n. 2, p. 3-46, 2003.

WATSON, Jane; FITZALLEN, Noleine; WRIGHT, Suzie. Practicing statistics in year 4. **Mathematics Education Research Group of Australasia**, Sidney: Independent Publishing, 2019.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estou sendo convidado(a) para participar como voluntário(a) da pesquisa "Compreensões de professores dos anos finais sobre média aritmética na perspectiva do letramento estatístico", que vem sendo realizada pela discente de mestrado Wanessa Silva, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC), da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), sob a orientação da Professora Dra. Liliane Carvalho.

Declaro ter sido esclarecido(a) sobre os seguintes aspectos:

1. Esse questionário é um dos recursos de coleta de dados da referida pesquisa de mestrado e tem a finalidade de analisar a compreensão do conceito de média aritmética por professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental.
2. A sua aceitação em responder as questões apresentadas neste questionário é de suma importância, pois as respostas podem contribuir para refletirmos sobre possibilidades do ensino de Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental;
3. Cabe esclarecer que nesta investigação não tem-se a finalidade de realizar diagnósticos individuais, mas de efetuar um levantamento coletivo. Seu nome e dados serão mantidos em sigilo, assegurando, assim, a sua privacidade. Se por acaso se sentir desconfortável com as perguntas, com um sentimento de arrependimento ou constrangimento, poderá se recusar a participar e ainda retirar o seu consentimento em qualquer momento da realização desta pesquisa, sem prejuízos.
4. Os resultados deste estudo serão apresentados em uma dissertação de mestrado. Caso você tenha alguma dúvida e deseje solicitar algum esclarecimento adicional ou apresente interesse em conhecer os resultados deste questionário, poderá solicitar essas informações à pesquisadora através do e-mail: wanessa.mayara@ufpe.br. Ao se comunicar com a pesquisadora é importante se identificar com o e-mail que foi fornecido na primeira página da pesquisa e registrar no assunto o título da pesquisa "Compreensões de professores dos anos finais sobre média aritmética na perspectiva do letramento estatístico".
5. Ao participar desta pesquisa você irá responder itens de um questionário, que tem uma estimativa de tempo de duração de aproximadamente 15 minutos, o qual pode ser respondido no tempo que você achar necessário.

Diante dos esclarecimentos prestados, concordo em participar como voluntário(a) do referido estudo e, assim, forneço o meu endereço de e-mail válido.

⋮

Endereço de e-mail *

Texto de resposta longa

APÊNDICE B – ROTEIRO DO QUESTIONÁRIO REALIZADO COM OS PROFESSORES



Seção 1 de 5

Compreensões de professores dos anos finais sobre média aritmética na perspectiva do letramento estatístico

Descrição do formulário

Especificar qual a outra graduação (formação inicial)
Descrição (opcional)

Ano de conclusão da graduação? *

Texto de resposta curta

Você cursou na Graduação disciplina de Estatística? *

Sim

Não

Pós-Graduação concluída *

Especialização

Mestrado

Doutorado

Pós-Doutorado

Não tem pós-graduação

Pós-graduação em andamento *

- Especialização
- Mestrado
- Doutorado
- Pós-Doutorado
- Não cursa pós-graduação
- Outro:

Há quanto tempo você atua lecionando a disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? *

- Entre 1 e 2 anos
- Entre 3 e 5 anos
- Entre 6 e 10 anos
- Acima de 10 anos
- Acima de 20 anos
- Outros...

O que você compreende sobre média aritmética? *

Texto de resposta longa

Como você costuma ensinar esse conceito em sala de aula? Poderia dar um exemplo. *

Texto de resposta longa

111

Como você acha que seria o ensino do conceito de média aritmética na perspectiva do letramento estatístico? *

Texto de resposta longa

Quais recursos você utiliza para abordar média aritmética em sala de aula? *

Texto de resposta longa

Você sente dificuldade(s) em ensinar o conceito média aritmética em suas aulas de matemática? Caso sim, qual (is)? *

Texto de resposta longa

Uma pesquisa descobriu que "estudantes brasileiros do ensino fundamental assistem uma média de 3 horas de TV por dia".

Descrição (opcional)

a) O que significa a palavra média nesta frase? *

Texto de resposta longa

b) Como você acha que eles obtiveram esta média de 3 horas de TV por dia? *

Você está assistindo televisão e ouve a seguinte notícia: "Em média, as famílias brasileiras têm 2,3 filhos".

Descrição (opcional)

a) O que você pode dizer sobre essa notícia? *

Texto de resposta longa

b) Por que a média é 2,3 e não um número como 1, 2, 3 ou 4? *

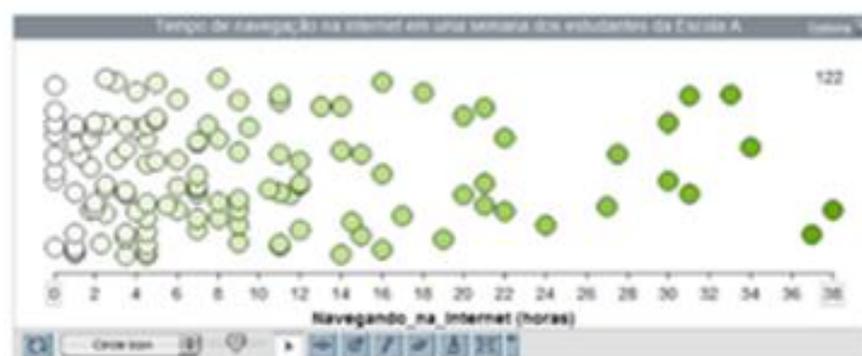
Texto de resposta longa

Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias?

Texto de resposta longa

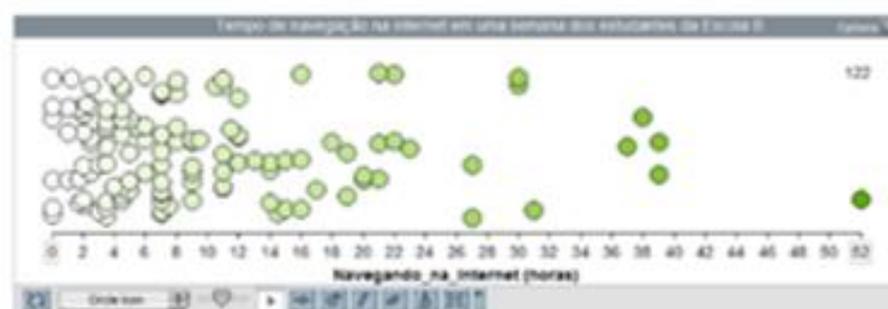
Foi realizada uma pesquisa com estudantes de duas escolas públicas da região metropolitana do Recife. Os pesquisadores perguntaram aos estudantes dessas escolas, quantas horas eles passavam por semana navegando na internet. Os resultados dessa pesquisa foram apresentados nos gráficos abaixo.

Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.



Título d...

Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.



Analisando os dados dos gráficos das escolas A e B responda as questões abaixo:

Descrição (opcional)

a) O que você pode dizer sobre o número de horas navegadas na internet durante uma semana pelos estudantes da escola A e escola B?

Texto de resposta longa

b) Qual o maior e o menor número de horas por semana que os estudantes da escola A navegam na internet?

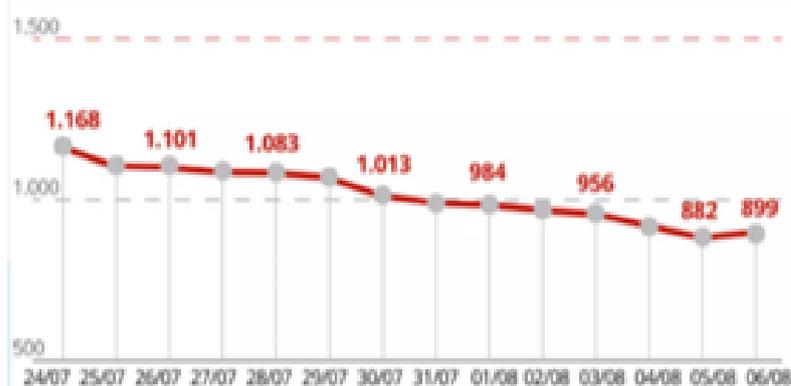
Texto de resposta curta

c) Qual o maior e o menor número de horas por semana que os estudantes da escola B navegam na internet?

Texto de resposta curta

d) Indique no gráfico qual seria a média de horas por semana que os estudantes das escolas A e B passam navegando na internet.

Média móvel de mortes



Fonte: Consórcio de veículos de imprensa a partir de dados da secretarias estaduais de saúde



Infográfico atualizado em: 06/08/2021

Analisando os dados do gráfico ("Números de Covid-19 no Brasil") responda as questões a seguir:

Descrição (opcional)

a) O que você pode dizer a partir desse gráfico (anote todas as suas observações)? *

Texto de resposta longa

b) Na sua opinião, como é calculada a média móvel, isto é, como foi calculada a média móvel de mortes apresentada no gráfico acima? *

Texto de resposta longa

c) O que você compreende sobre média móvel a partir dos dados do gráfico? *

Texto de resposta longa

d) Segundo os dados do gráfico, pode-se dizer que estamos voltando a normalidade em relação a pandemia da Covid-19? Justifique a sua resposta. *

Texto de resposta longa

e) Qual foi o tipo de gráfico utilizado? *

Texto de resposta curta

f) Esse tipo de gráfico foi adequado para apresentar os dados no contexto da Covid-19? Justifique a sua resposta. *

Texto de resposta longa

!!!

Agradecemos a sua colaboração, respondendo as questões da nossa pesquisa. Você deseja participar das demais etapas da pesquisa? *

Sim

Não

**APÊNDICE C – FORMAÇÃO DOCENTE DOS PROFESSORES PARTICIPANTES
DA PESQUISA**

DOCENTE	FORM. INICIAL	CONCL. DA GRAD.	DISCIPLINA DE ESTATÍSTICA	PÓS-GRAD. CONCLUÍDA	PÓS-GRAD. EM ANDAMENTO
P1	Lic. em Matemática	2005	Sim	Espec.	Não cursa
P2	Lic. em Matemática	2019	Sim	Espec.	Não cursa
P3	Lic. em Matemática	2006	Sim	Não tem	Não cursa
P4	Lic. em Matemática	2020	Sim	Não tem	Espec.
P5	Lic. em Matemática	2018	Não teve	Espec.	Mestrado
P6	Lic. em Matemática	2018	Sim	Mestrado	Não cursa
P7	Lic. em Matemática	1989	Sim	Espec.	Não cursa
P8	Lic. em Matemática	2019	Sim	Não tem	Espec.
P9	Lic. em Matemática	2020	Sim	Não tem	Não cursa
P10	Lic. em Matemática	2017	Sim	Espec.	Espec.
P11	Lic. em Matemática	2019	Sim	Não tem	Mestrado
P12	Lic. em Matemática	2014	Sim	Espec.	Outro
P13	Lic. em Matemática	2016	Sim	Mestrado	Não cursa
P14	Lic. em Matemática	2019	Sim	Especialização	Espec.

APÊNDICE D – EXPERIÊNCIA DOCENTE DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

DOCENTE	TEMPO DE EXPERIÊNCIA	REDE DE ENSINO	ANO(S) ESCOLAR(ES) QUE LECIONA ATUALMENTE
P1	Acima de 10 anos	Municipal	8° e 9°
P2	Entre 1 a 2 anos	Estadual e Municipal	9°
P3	Acima de 20 anos	Estadual e Municipal	8° e 9°
P4	Entre 3 a 5 anos	Municipal e Privada	6°, 7°, 9°
P5	Entre 3 a 5 anos	Municipal	7° e 9°
P6	Entre 3 a 5 anos	Municipal	6°
P7	Acima de 20 anos	Estadual e Municipal	6°, 7°, 8°, 9°
P8	Entre 6 a 19 anos	Municipal	7° e 8°
P9	Entre 3 a 5 anos	Municipal e Privada	9° e outro
P10	Entre 6 a 19 anos	Privada	8° e 9°
P11	Entre 6 a 19 anos	Estadual	8°
P12	Entre 6 a 19 anos	Estadual e Municipal	7° e outro
P13	Entre 3 a 5 anos	Privada	6°, 7° 8°
P14	Entre 1 a 2 anos	Municipal e Privada	8° e 9°