



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

EDMILSON ROQUE DA SILVA JÚNIOR

**OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE
POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS DE VIDRO (GFRP) UTILIZANDO
ALGORITMOS GENÉTICOS**

CARUARU

2023

EDMILSON ROQUE DA SILVA JÚNIOR

**OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE
POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS DE VIDRO (GFRP) UTILIZANDO
ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Orientadora: Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono

Coorientador: Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga

CARUARU

2023

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Nasaré Oliveira - CRB/4 - 2309

S586o Silva Júnior, Edmilson Roque da.
Otimização de vigas de concreto armadas com barras de polímero reforçado com fibras de vidro (GFRP) utilizando algoritmos genéticos. / Edmilson Roque da Silva Júnior. – 2023.
146 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Giuliana Furtado Franca Bono.
Coorientador: Charlei Marcelo Paliga.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2023.
Inclui Referências.

1. Vigas. 2. Concreto armado. 3. Otimização estrutural. 4. Barras (Engenharia). I. Bono, Giuliana Furtado Franca (Orientadora). II. Paliga, Charlei Marcelo (Coorientador). III. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2023-031)

EDMILSON ROQUE DA SILVA JÚNIOR

**OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE
POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS DE VIDRO (GFRP) UTILIZANDO
ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em: 16/06/2023

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Coorientador)
Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real (Examinador externo)
Universidade Federal do Rio Grande

Profa. Dra. Letícia Fleck Fadel Miguel (Examinadora externa)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que em meio a um período de incertezas, não me deixou faltar saúde e nem a força necessária para que eu pudesse correr atrás dos meus sonhos.

Aos meus pais, Edmilson Roque e Ivanilda Almeida, que sempre acreditaram na minha capacidade e estiveram ao meu lado nessa caminhada. Por fazerem dos meus sonhos, os sonhos deles. Sou grato pelo amor e o conhecimento transmitido durante todos esses anos, e por serem minha base.

As minhas irmãs, Iara Roque e Maria Eduarda, pela amizade de sempre, pela compreensão e pelo incentivo para seguir nesse caminho de aperfeiçoamento. E ao meu sobrinho, Henrique, por me energizar com sua alegria e seu amor.

A minha namorada, Joicy Cavalcante, que pude conhecer durante esse ciclo e desde então tem estado ao meu lado, apoiando e incentivando, para que eu possa dar o meu melhor e compartilhando dos mesmos sonhos.

Aos meus orientadores, Giuliana Furtado Franca Bono e Charlei Marcelo Paliga, por me guiarem na realização dessa pesquisa com disposição, ensinamentos e compreensão, e confiarem no meu potencial e minhas ideias. Sinto-me privilegiado de poder trabalhar com os dois, de poder aprender com os dois, são profissionais que levo como exemplo para a vida.

Aos meus colegas de turma, Marco Antônio, Alice Costa, João Arthur e Pedro Braga, que sempre estiverem disponíveis para conversar, produzir e se ajudar. Para vocês desejo sucesso.

A Instituição, UFPE Campus Caruaru, que ofertou todos os recursos tecnológicos e humanos necessários, e aos professores do PPGECAm que contribuíram diretamente para o meu desenvolvimento acadêmico, permitindo amplificar minha formação e aprofundar meus conhecimentos na área estrutural.

A Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco – FACEPE – pelo incentivo financeiro, viabilizando a realização da pesquisa com dedicação total.

A todos os meus familiares e amigos, ausentes ou presentes, que contribuíram no meu desenvolvimento pessoal e/ou incentivaram na minha jornada.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram de alguma forma para que eu pudesse realizar mais um sonho.

A ignorância gera mais frequentemente confiança que o conhecimento: são os que sabem pouco, e não aqueles que sabem muito, que afirmam de uma forma tão categórica que este ou aquele problema nunca será resolvido pela ciência (DARWIN, 1871, p. 3).

RESUMO

O concreto armado é amplamente empregado na construção civil devido ao seu melhor custo-benefício. Entretanto, construções localizadas em ambientes de alta agressividade podem apresentar problemas de durabilidade, como a corrosão das armaduras, tornando onerosa a utilização do material. Diante dessa situação, o emprego de barras de polímero reforçado com fibras (*Fiber-Reinforced Polymer* – FRP), substituindo o aço, apresenta-se como uma alternativa interessante para uma melhoria no desempenho das estruturas, uma vez que apresentam uma alta resistência à corrosão. As barras de FRP apresentam ainda um menor peso específico e maior resistência à tração que o aço, entretanto características como menor módulo de elasticidade e maior custo são gargalos para sua disseminação no tradicional mercado da construção civil. Logo, é importante que além da correta consideração das características do material no dimensionamento, busque-se sempre a configuração mais econômica, justificando a utilização do material. Nesse sentido, o presente estudo tem como objetivo otimizar vigas de concreto armadas com barras de GFRP e aço, a fim de analisar o custo final para diferentes situações de projeto. Para tanto, será implementado um programa no *software* MATLAB utilizando o método dos Algoritmos Genéticos para a otimização do custo das vigas de concreto armadas com barras de GFRP (CA-GFRP) e concreto armado convencional (CA-C). As restrições são definidas a partir da NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 440.1R (2015), respeitando as prescrições para o dimensionamento no Estado-Limite Último e Estado-Limite de Serviço, como também limitações arquitetônicas. Ao final, pode-se analisar a influência de diferentes parâmetros no custo final das vigas, suas dimensões e comportamento em serviço, variando os valores de comprimento, carregamento total, relação carga variável/carga total, e resistência característica do concreto. Após o processo de otimização, os resultados mostraram que as vigas de concreto armadas com barras de GFRP apresentaram custos superiores aos das vigas de concreto convencional. O comprimento longitudinal das vigas e o carregamento total das vigas contribuiu para o aumento da diferença de custo das duas soluções e apresentou também grande influência nos valores de altura ótima e largura ótima. Na composição de custo das vigas, a fôrma foi o material que representou maior parcela no custo final de ambos tipos de vigas, entretanto, com o aumento do comprimento longitudinal das vigas, o custo das barras de GFRP passaram a representar uma parcela mais significativa. O controle dos deslocamentos verticais e fissuração nas vigas CA-GFRP apresentaram grande influência nos custos ótimos, uma vez que as restrições tenderam a apresentar valores iguais a zero. Por fim, o estudo da utilização de armadura de GFRP mostrou-se importante, expandido o conhecimento e confiabilidade sobre a aplicação do material fabricado nacionalmente.

Palavras-chave: barras de GFRP; vigas; otimização estrutural; concreto armado.

ABSTRACT

Reinforced concrete is widely used in construction due to its better cost-effectiveness. However, constructions located in highly aggressive environments may have durability problems, such as reinforcement corrosion, making the use of the material costly. Faced with this situation, the use of fiber reinforced polymer (FRP) bars, replacing steel, is an interesting alternative for improving the performance of structures since they have high resistance to corrosion. GFRP bars also have a lower specific weight and greater tensile strength than steel, however characteristics such as a lower modulus of elasticity and higher cost are bottlenecks for their dissemination in the traditional civil construction market. Therefore, it is important that in addition to the correct consideration of the characteristics of the material in the dimensioning, the most economical configuration is always sought, justifying the use of the material. In this sense, the present study aims to optimize concrete beams reinforced with GFRP and steel bars, in order to analyze the final cost for different design situations. Therefore, a MATLAB software program will be implemented using the Genetic Algorithms method to optimize the cost of concrete beams reinforced with GFRP bars (CA-GFRP) and conventional reinforced concrete (CA-C). Constraints are defined from NBR 6118 (ABNT, 2014) and ACI 440.1R (2015), respecting the requirements for dimensioning in the Ultimate Limit State and Service Limit State, as well as architectural limitations. At the end, the influence of different parameters on the final cost of the beams, their dimensions and behavior in service can be analyzed, varying the values of span, total load, variable load/total load ratio, and characteristic strength of the concrete. After the optimization process, the results showed that concrete beams reinforced with GFRP bars had higher costs than conventional concrete beams. The longitudinal span of the beams and the total load of the beams contributed to the increase in the difference in cost of the two solutions and also had a great influence on the values of optimal height and optimal width. In the cost composition of the beams, the formwork was the material that represented the largest share in the final cost of both types of beams, however, with the increase in the longitudinal span of the beams, the cost of the GFRP bars started to represent a more significant share. The control of vertical displacements and cracking in the CA-GFRP beams had a great influence on the optimal costs, since the constraints tended to present values equal to zero. Finally, the study of the use of GFRP reinforcement proved to be important, expanding knowledge and reliability about the application of the nationally manufactured material.

Keywords: GFRP bars; beams; structural optimization; reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Barras de GFRP com diferentes tipos de textura	32
Figura 2 –	Barras de polímero reforçada com fibras disponíveis comercialmente	37
Figura 3 –	Diagrama tensão-deformação para barras de (a) CFRP-HM, (b) CFRP- HS, (c) AFRP (Kevlar 90), (d) S-glass, (e) E-glass e (f) Basalto	41
Figura 4 –	Domínios de dimensionamento	48
Figura 5 –	Distribuição de deformações e tensões em condições de ruptura	55
Figura 6 –	Fator de redução de força em função da taxa de reforço	56
Figura 7 –	Exemplificação da (a) Otimização Paramétrica, (b) Otimização Topológica e (c) Otimização de Forma	64
Figura 8 –	Esquema de representação de um problema de AG	66
Figura 9 –	Fluxograma geral de funcionamento de um AG	67
Figura 10 –	Cruzamento pelo (a) Método do Ponto Único, (b) Método do Ponto Duplo e (c) Método dos Pontos Aleatórios	69
Figura 11 –	Representação da viga de concreto armado analisada	73

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 –	Fluxograma das etapas do trabalho	72
Gráfico 2 –	Efeitos principais para o COV	88
Gráfico 3 –	Gráfico de interação para a média do COV	89
Gráfico 4 –	Testes de verificação para a calibração	90
Gráfico 5 –	Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a largura ótima	95
Gráfico 6 –	Efeitos principais para a largura ótima	96
Gráfico 7 –	Diagrama de Pareto dos efeitos padronizados para a largura ótima com termos até segunda ordem	97
Gráfico 8 –	Interações para largura ótima (cm)	98
Gráfico 9 –	Valores ótimos de largura para $L = 2,5$ m	99
Gráfico 10 –	Valores ótimos de largura para $L = 5$ m	101
Gráfico 11 –	Valores ótimos de largura para $L = 7,5$ m	102
Gráfico 12 –	Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a altura ótima	103
Gráfico 13 –	Efeitos principais para a altura ótima	104
Gráfico 14 –	Diagrama de Pareto dos efeitos padronizados para a altura ótima com termos até segunda ordem	105
Gráfico 15 –	Interações para altura ótima (cm)	106
Gráfico 16 –	Valores ótimos de altura para $L = 2,5$ m	107
Gráfico 17 –	Valores ótimos de altura para $L = 5$ m	108
Gráfico 18 –	Valores ótimos de altura para $L = 7,5$ m	109
Gráfico 19 –	Gráfico de dispersão da relação h/L e b/h para vigas CA-GFRP e vigas CA-C	110
Gráfico 20 –	Boxplot de h/L e b/h para vigas CA-GFRP	111
Gráfico 21 –	Boxplot de h/L e b/h para vigas CA-C	112
Gráfico 22 –	Histograma do número de barras e diâmetro das barras para vigas CA-GFRP	113
Gráfico 23 –	Histograma do número e diâmetro das barras para vigas CA-C na zona tracionada	114
Gráfico 24 –	Histograma do número e diâmetro das barras para vigas CA-C na zona comprimida	115

Gráfico 25 –	Correlação entre h/L e taxa de armadura para as vigas CA-GFRP e CA-C	116
Gráfico 26 –	Boxplot da taxa de armadura para as vigas CA-GFRP e vigas CA-C	117
Gráfico 27 –	Custo das vigas otimizadas com $L = 2,5$ m	118
Gráfico 28 –	Custo das vigas otimizadas com $L = 5$ m	119
Gráfico 29 –	Custo das vigas otimizadas com $L = 7,5$ m	120
Gráfico 30 –	Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 2,5$ m	122
Gráfico 31 –	Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 5$ m	124
Gráfico 32 –	Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 7,5$ m	126
Gráfico 33 –	Modo de ruptura das vigas CA-GFRP otimizadas	127
Gráfico 34 –	Dispersão da flecha total por h/L para as vigas CA-GFRP e CA-C	129
Gráfico 35 –	Diferença entre a flecha total e o limite de flecha permitido para as vigas CA-GFRP e CA-C	130
Gráfico 36 –	Variação das restrições $g(8)$ e $g(9)$ na implementação Viga CA-GFRP	131

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Diâmetro das barras de FRP	34
Tabela 2 –	Propriedades das resinas termorrígidas	35
Tabela 3 –	Propriedade das resinas termoplásticas	36
Tabela 4 –	Propriedade de fibras utilizada em barras poliméricas	37
Tabela 5 –	Densidades típicas de barras de FRP (g/cm ³)	39
Tabela 6 –	Coefficientes de dilatação térmica	39
Tabela 7 –	Propriedades de tração típicas das barras de FRP	40
Tabela 8 –	Valores típicos do fator de redução ambiental	52
Tabela 9 –	Valores típicos para taxa de armadura balanceada para seções retangulares	56
Tabela 10 –	Altura mínima recomendada de vigas	60
Tabela 11 –	Custos unitários do concreto, aço e fôrmas	75
Tabela 12 –	Valores de f_{ck} e f_c' compatibilizados utilizados	81
Tabela 13 –	Diâmetros comerciais das barras de GFRP e suas propriedades	82
Tabela 14 –	Parâmetros de AG na calibração	87
Tabela 15 –	Parâmetros de AG calibrados	90
Tabela 16 –	Dados utilizados no dimensionamento por Berton (2018) e na otimização	92
Tabela 17 –	Vigas dimensionadas por Berton (2018) e pelo programa de otimização	92
Tabela 18 –	Dados utilizados no dimensionamento pela ACI 440.1R (2015)	93
Tabela 19 –	Vigas dimensionadas pela ACI 440.1R (2006) e pelo programa de otimização	94
Tabela 20 –	Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para L = 2,5 m	121
Tabela 21 –	Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para L = 5 m	123
Tabela 22 –	Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para L = 7,5 m	125

LISTA DE SIGLAS

ABECE	Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
AFRP	<i>Aramid fiber-reinforced polymer</i>
BFRP	<i>Basalt fiber-reinforced polymer</i>
CA-C	Concreto armado convencional
CA-FRP	Concreto armado com barras poliméricas
CFRP	<i>Carbon fiber-reinforced polymer</i>
ELS	Estados-limites de Serviço
ELU	Estados-limites Últimos
GFRP	<i>Glass fiber-reinforced polymer</i>
FRP	<i>Fiber-reinforced polymer</i>
AG	Algoritmo Genético
HM	<i>High Modulus</i>
HS	<i>High Strenght</i>
IBRACON	Instituto Brasileiro de Concreto
ISIS	<i>Intelligent Sensing for Innovative Structures</i>
JCSE	<i>Japan Society of Civil Engineering</i>
NBR	Norma Brasileira
PPGECAM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental
SWSSC	<i>Seawater and seawater sea sand concrete</i>
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a	Profundidade do bloco de tensão retangular equivalente
a_f	Flecha diferida no tempo
a_i	Flecha imediata
a_t	Flecha total
b	Largura da seção transversal da viga
b_w	Largura da viga
c	Profundidade da linha neutra do bloco de tensões
$c_{\emptyset_c}$	Custo unitário da armadura de compressão
$c_{\emptyset_e}$	Custo unitário da armadura transversal
$c_{\emptyset_{grp}}$	Custo unitário da armadura de GFRP
$c_{\emptyset_p}$	Custo unitário da armadura de pele
$c_{\emptyset_{p-e}}$	Custo da armadura porta-estribos
$c_{\emptyset_t}$	Custo unitário da armadura de tração
c_b	Distância da fibra de compressão extrema ao eixo neutro na condição de deformação balanceada
c_c	Custo unitário do concreto convencional
c_f	Custo unitário das fôrmas
d	Altura útil da seção da viga
d_c	Espessura da cobertura de concreto medida da fibra de tensão externa ao centro da barra
$d_{c,max}$	Espessura máxima permitida da cobertura de concreto medida da fibra de tensão externa ao centro da barra
f'_c	Resistência à compressão especificada do concreto
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014)

f'_{cr}	Resistência média à compressão do concreto de acordo com a ACI 440.1R (2015)
f_f	Tensão no reforço de FRP
f_{fv}	Máxima tensão no reforço de cisalhamento de FRP
f_{fs}	Nível de tensão induzido em FRP sob cargas de serviço
f_{fu}^*	Resistência à tração nominal das barras de FRP
f_{fu}	Resistência à tração de projeto das barras de FRP
$f(x)$	Função custo de fabricação de uma viga
g	Carregamento permanente
q	Carregamento variável
$g_j(X)$	Restrições de desigualdade
h	Altura da seção transversal da viga
$h_k(X)$	Restrições de igualdade
k	Razão entre a profundidade do eixo neutro e a profundidade do reforço de FRP
k_b	Coefficiente dependente da aderência
n_e	Número de estribos
n_{gfrp}	Número de barras de GFRP
n_t	Número de barras tracionadas
n_c	Número de barras comprimidas
p_p	Peso próprio
p_t	Carregamento total
s	Espaçamento das barras de GFRP
s_e	Espaçamento entre estribos
s_{min}	Espaçamento mínimo permitido entre armaduras transversais ou longitudinais
s_{max}	Espaçamento máximo permitido para controle de fissuração em vigas de concreto armadas com barras de GFRP
w	Máxima abertura de fissura permitida
w_k	Valor característico da abertura de fissuras
x	Profundidade da linha neutra
y	Profundidade do diagrama retangular equivalente

Letras Romanas Maiúsculas

A_c	Área de concreto na seção transversal da viga
A_f	Área total das seções transversais das barras tracionadas de FRP
$A_{f,min}$	Área mínima de armadura controlado pela ruptura do FRP
A_p	Área da armadura de pele
A_{p-e}	Área da armadura porta-estribos
A_s	Área de aço da armadura longitudinal de tração
A'_s	Área de aço da armadura longitudinal de compressão
A_{sw}	Área da armadura transversal
C_a	Custo das barras de aço
C_b	Custo das barras de aço e GFRP
C_c	Custo do concreto
C_E	Fator de redução ambiental
C_f	Custo da fôrma
D	Ações permanentes
E	Ações devido ao peso e empuxo do solo, da água presente no solo, entre outros Módulo de Elasticidade de projeto
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto
$E_{f,ave}$	Módulo de elasticidade médio de uma amostra de corpos de prova
$(EI)_{eq,to}$	Rigidez equivalente do elemento de concreto armado convencional
E_f	Módulo de elasticidade das barras de FRP
E_{si}	Módulo de elasticidade do aço da barra considerada
$F(X)$	Função objetivo
I_c	Momento de inércia da seção bruta de concreto
I_{II}	Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II
L	Ações variáveis ou sobrecargas Comprimento longitudinal da viga
L_r	Sobrecargas de cobertura
M_a	Momento fletor na seção crítica do vão considerado

M_n	Valor nominal da resistência da seção à flexão
M_r	Momento de fissuração do elemento estrutural
M_{rd}	Momento fletor resistente de cálculo
M_{sd}	Momento fletor solicitante de cálculo
M_u	Momento Fletor Fatorado
R	Ações devido à chuva
S	Ações decorrentes da neve
	Desvio-padrão da resistência à compressão do concreto
S_{max}	Espaçamento máximo das barras de FRP
S_s	Desvio-padrão da dosagem
T_g	Temperatura de transição vítrea
U	Valor de cálculo das ações
V_c	Força cortante absorvida pelo concreto por mecanismos complementares ao da treliça
V_f	Resistência de cisalhamento dos estribos de FRP
V_{fc}	Coefficiente de variação do concreto
V_n	Resistência ao cisalhamento nominal de uma seção transversal de concreto armado
V_s	Resistência de cisalhamento do aço de acordo com ACI
V_{sd}	Força cortante solicitante de cálculo na seção
V_{Rd2}	Força cortante resistente de cálculo obtida de acordo com o modelo de cálculo utilizado
V_{Rd3}	Força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal
V_{SW}	Força cortante resistida pela armadura transversal
W	Ações do vento
X	Variáveis de projeto
X_i^l	Restrições geométricas que definem os limites inferiores
X_i^u	Restrições geométricas que definem os limites superiores

Letras Gregas

α_1	Tensão média para a resistência do concret
------------	--

α_c	Parâmetro de redução da resistência do concreto à compressão
β_1	Razão da profundidade do bloco de tensão regular equivalente à profundidade do eixo neutro
ε_{cu}	Deformação última do concreto
ε_{fu}^*	Deformação última nominal das barras de FRP
ε_{fu}	Deformação última de projeto das barras de FRP
η_1	Coefficiente de conformação superficial da armadura considerada
λ	Fator de modificação que reflete as propriedades mecânicas reduzidas do concreto leve
λ_Δ	Multiplicador para a deflexão adicional de longo prazo
ξ	Fator dependente do tempo para a carga de longa duração
ρ	Relação do peso de aço por metro
ρ'	Taxa de armadura de compressão
ρ'_f	Relação de reforço de compressão de FRP
ρ_f	Taxa de armadura longitudinal de FRP
ρ_{fb}	Taxa de armadura balanceada de FRP
ρ_{ri}	Taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento
σ_{si}	Tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II
$(\Delta_i)_{sus}$	Deflexão imediata devido às cargas de longa duração
$\Delta_{(cp+sh)}$	Deflexão de longo prazo devido à fluência e a retração
ϕ	Fator de minoração da resistência
ϕ_i	Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada
ϕ_c	Diâmetro das barras comprimidas
ϕ_e	Diâmetro da armadura transversal
ϕ_{grfp}	Diâmetro da barra de GFRP
ϕ_p	Diâmetro da armadura de pele
ϕ_t	Diâmetro das barras tracionadas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Justificativa	22
1.2	Objetivos	24
1.2.1	<i>Objetivo geral</i>	<i>24</i>
1.2.2	<i>Objetivo específicos</i>	<i>24</i>
1.3	Estado da arte	24
1.4	Organização do texto	28
2	POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS – FRP	30
2.1	Considerações iniciais	30
2.2	Barras de FRP	32
2.2.1	<i>Matriz polimérica</i>	<i>34</i>
2.2.2	<i>Fibras</i>	<i>36</i>
2.3	Propriedades das barras de FRP	38
2.3.1	<i>Densidade</i>	<i>38</i>
2.3.2	<i>Coeficiente de dilatação térmica</i>	<i>39</i>
2.3.3	<i>Resistência à tração</i>	<i>39</i>
2.3.4	<i>Resistência à compressão</i>	<i>41</i>
2.3.5	<i>Resistência ao cisalhamento</i>	<i>42</i>
2.3.6	<i>Aderência</i>	<i>42</i>
2.3.7	<i>Fluência</i>	<i>43</i>
2.3.8	<i>Fadiga</i>	<i>43</i>
2.3.9	<i>Resistência à temperatura</i>	<i>43</i>
2.3.10	<i>Durabilidade</i>	<i>44</i>
2.3.10.1	<i>Resistência à umidade</i>	<i>44</i>
2.3.10.2	<i>Resistência à alcalinidade</i>	<i>45</i>
2.3.10.3	<i>Resistência à radiação ultravioleta</i>	<i>45</i>
3	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	46
3.1	Dimensionamento à flexão segundo a NBR 6118	47
3.2	Dimensionamento ao esforço cortante segundo a NBR 6118	48
3.3	Estado limite de deformação excessiva – ELS-DEF	49
3.4	Estado limite de abertura das fissuras – ELS-W	50

3.5	Vigas armadas com barras de FRP de acordo com ACI 440.1R	50
3.5.1	<i>Propriedades dos materiais</i>	51
3.5.2	<i>Ações e combinações</i>	52
3.5.3	<i>Dimensionamento à flexão</i>	53
3.5.3.1	<i>Fator de minoração de resistência</i>	57
3.5.3.2	<i>Armadura mínima de FRP</i>	58
3.5.3.3	<i>Múltiplas camadas e combinações de diferentes tipos de barras</i>	59
3.5.4	<i>Estado limite de serviço de fissuração</i>	59
3.5.5	<i>Estado limite de serviço de deflexão</i>	60
3.5.6	<i>Dimensionamento ao esforço cortante</i>	61
4	OTIMIZAÇÃO	62
4.1	Formulação matemática	62
4.2	Classificação dos métodos de otimização	63
4.3	Método dos Algoritmos Genéticos	65
4.3.1	<i>Geração de população inicial</i>	67
4.3.2	<i>Função de aptidão</i>	67
4.3.3	<i>Seleção dos indivíduos</i>	68
4.3.4	<i>Cruzamento</i>	68
4.3.5	<i>Mutação</i>	70
4.3.6	<i>Elitismo</i>	70
4.3.7	<i>Crítérios de parada</i>	71
5	METODOLOGIA	72
5.1	Caracterização das vigas	72
5.2	Formulação do problema de vigas CA-C	74
5.3	Formulação do Problema de vigas CA-GFRP	78
5.4	Implementação computacional dos problemas de vigas CA-C e CA-GFRP	84
5.5	Calibração dos parâmetros do AG	86
5.6	Validação da implementação do programa de otimização de vigas CA-GFRP	91
5.6.1	<i>Viga de Berton (2018)</i>	91
5.6.2	<i>Viga da ACI 440.1R (2006)</i>	93
6	RESULTADOS OBTIDOS	95

6.1	Dimensões ótimas	95
6.1.1	<i>Largura</i>	95
6.1.2	<i>Altura</i>	103
6.1.3	<i>Número e diâmetro de barras</i>	112
6.2	Custo das vigas otimizadas	117
6.3	Comportamento em serviço	128
6.3.1	<i>Deformação</i>	128
6.3.2	<i>Fissuração</i>	131
7	CONCLUSÕES	133
7.1	Sugestões para trabalhos futuros	135
	REFERÊNCIAS	137

1 INTRODUÇÃO

Desde o seu surgimento na segunda metade do século XIX, o concreto armado vem sendo amplamente utilizado na construção civil, consolidando-se como um dos materiais mais utilizados. As características ótimas obtidas com a junção do concreto com o aço permitem a confecção de diversos tipos de estruturas submetidas a solicitações que requerem projetos cada vez mais desafiadores (SANTIS *et al.*, 2016).

As estruturas projetadas devem desempenhar sua função com níveis adequados de funcionalidade e segurança durante um determinado período de vida útil, entretanto é recorrente o surgimento de estruturas de concreto armado que apresentam problemas de deterioração prematuramente, logo, aspectos como manutenção e conservação das estruturas estão em evidência (FREITAS, 2016).

De acordo com Jesus (2018), a interação entre o meio ambiente e as estruturas de concreto armado influenciam na sua durabilidade, sendo responsável por uma significativa parte das manifestações patológicas apresentadas por elas. A NBR 6118 (ABNT, 2014) define as diretrizes para durabilidade das estruturas de concreto armado e classifica a agressividade dos ambientes que apresentam diferentes riscos de deterioração, destacando-se o elevado risco em ambientes marítimos e industriais que requerem concretos de maiores resistências e um maior cobrimento das armaduras para garantir a durabilidade da estrutura.

Neste contexto, um dos maiores problemas de redução da durabilidade de construções é ocasionado pela penetração de íons cloretos que contribuem para a corrosão das armaduras convencionais, principalmente em ambientes marítimos, comprometendo o tempo de vida útil da estrutura (PIMENTEL *et al.*, 2020). Desse modo, procura-se mitigar esse problema, atendendo as especificações de concreto e espessura de cobrimento, adotando técnicas de proteção da armadura e/ou utilizando barras alternativas (ARAÚJO *et al.*, 2016).

Uma alternativa promissora para minimizar esse problema pode ser obtida através da utilização de barras de polímero reforçado com fibras (FRP – *fiber-reinforced polymer*), devido à sua alta resistência à corrosão, apresentando-se como um substituto das armaduras de aço, principalmente em ambientes agressivos (SONNENSCHNEIN; GAJDOSOVA; HOLLY, 2016).

As barras de FRP são compostas por uma matriz polimérica reforçada por fibras que podem ser de vidro, carbono ou aramida, denominadas respectivamente por GFRP (*Glass fiber-reinforced polymer*), CFRP (*Carbon fiber-reinforced polymer*) e AFRP (*Aramid fiber-reinforced polymer*) (MELO; TEXEIRA; CARNEIRO, 2018). Além de sua alta resistência à corrosão, as barras poliméricas apresentam alta resistência mecânica e um menor peso

específico. A utilização dessas barras nas estruturas de concreto pode facilitar a construção e manutenção das estruturas e requer uma menor energia de produção, apresentando grande potencial de se obter estruturas de concreto mais sustentáveis (SUN; ACHINTHAN, 2021).

Todavia, a utilização dos materiais poliméricos reforçados com fibras, visando aumentar a durabilidade das estruturas pode tornar as mesmas mais onerosas, devido ao maior custo inicial de empreendimentos com barras de FRP quando comparado com as barras de aço convencionais (NYSTROM *et al.*, 2003). Logo, é interessante que durante a fase de projeto, os elementos estruturais com barras de FRP sejam dimensionados de modo a obter o maior custo/benefício, viabilizando a utilização no empreendimento.

A fim de obter soluções mais econômicas, as metodologias de otimização são uma opção interessante para o projeto de estruturas frente aos procedimentos tradicionais. Nos métodos tradicionais, a solução final depende principalmente da experiência do projetista, sendo que ao projetar uma estrutura ele define uma geometria inicial e verifica se a concepção escolhida atende aos critérios de segurança e utilização. Dependendo da verificação, ele define uma nova estrutura até chegar em uma geometria “ótima”. Entretanto, nem sempre pode-se chegar no melhor resultado e esse processo convencional, na busca por projetos racionalizados, pode demandar uma grande quantidade de tempo.

Já com a metodologia de otimização, o processo de dimensionamento é realizado através da definição de parâmetros que minimizem a função objetivo e respeitem as restrições de projeto. Para isso são empregados métodos computacionais que quando aplicados corretamente resultam em soluções mais econômicas em um tempo hábil.

1.1 Justificativa

O Brasil possui uma extensa zona litorânea onde grande parte das capitais dos estados brasileiros estão localizadas. Desse modo, é nítido o desenvolvimento dessas regiões, propiciando o crescimento de grandes empreendimentos, como o estabelecimento de estruturas portuárias que são peças fundamentais no desenvolvimento econômico do país com a exportação e importação de produtos através do modal aquaviário. Tais estruturas estão expostas diretamente à água do mar e sujeitas à agressividade desse ambiente, podendo apresentar manifestações patológicas que comprometem seu desempenho e requerem manutenção antes do tempo previsto.

De acordo com Mehta e Monteiro (2006), nos países desenvolvidos cerca de 40% dos recursos da construção civil são destinados ao reparo e manutenção das estruturas, tornando uma parcela substancial no orçamento total da construção. Nesse contexto, materiais

compósitos reforçados com fibras vêm se tornando uma realidade cada vez mais presente nas construções e obras de manutenção, devido ao seu menor peso específico e alta resistência à corrosão.

Tratando-se ainda de construções em ambiente marítimo, a utilização de materiais poliméricos reforçados por fibras em estruturas de concreto em contato direto com a água do mar pode tornar viável a utilização de recursos marinhos, como água do mar, areia do mar e agregados de coral. Aplicações de água do mar e concreto de areia do mar (*Seawater and seawater sea sand concrete* – SWSSC) vêm sendo estudadas por diversos pesquisadores (SHAO *et al.*, 2022; WANG *et al.*, 2022) que enxergam a possibilidade de substituir os recursos de água doce e de areia de rio na confecção de concretos. Dessa maneira, os pesquisadores utilizam materiais poliméricos reforçados com fibras para restringir as deficiências associadas ao *Seawater and seawater sea sand concrete* (SWSSC), como a associação a íons cloreto.

Nas últimas décadas, estudos experimentais fomentaram a aplicação das barras de FRP em países como Japão, Estados Unidos, Canadá, entre outros, visando ganhos para a durabilidade das estruturas. Posteriormente, foram elaborados documentos com prescrições e resultados de experimentos a fim de possibilitar a utilização do material nas estruturas em mais construções nesses países. Apesar dos diversos estudos experimentais, no Brasil não existe uma norma vigente que orienta projetos de estruturas de concreto armadas com barras poliméricas reforçadas com fibras. Sendo assim, os projetistas se baseiam principalmente nas normativas internacionais. Mediante a ausência de uma norma nacional, ainda é singela a aplicação dos materiais poliméricos reforçados com fibras como reforço estrutural interno na construção civil.

Sendo assim, a proposta deste trabalho é analisar diferentes parâmetros relacionados ao projeto ótimo de vigas de concreto armado com barras poliméricas reforçadas com fibras de vidro. Com a otimização estrutural é possível obter resultados seguros, eficientes e mais econômicos, trazendo informações sobre a utilização do material em projeto, um tema inédito em pesquisas nacionais.

1.2 Objetivos

1.2.1 *Objetivo geral*

O objetivo principal da presente dissertação é realizar o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armadas com barras poliméricas reforçadas com fibras de vidro levando em consideração as prescrições da ACI 440.1R (2015) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

1.2.2 *Objetivos específicos*

- Determinar a seção ótima de vigas de concreto armado, através da implementação de um programa computacional de otimização, de modo a reduzir os custos de fabricação e atender às especificações de projeto;
- Analisar os parâmetros (altura, largura, número de barras e diâmetros das barras) obtidos no processo de otimização das vigas com barras de GFRP e armaduras de aço convencional para diferentes condições de projeto;
- Determinar a influência da variação da resistência à compressão do concreto, do vão da viga, do carregamento total, da razão entre o carregamento variável e total no custo das vigas dimensionadas;
- Avaliar o potencial de aplicação das barras de FRP em relação às armaduras convencionais de aço na concepção do concreto armado, levando em consideração os custos e estados-limites de serviços.

1.3 Estado da arte

A seguir são apresentados estudos experimentais sobre o comportamento de vigas de concreto com barras poliméricas reforçadas com fibras, e em seguida, são apresentados estudos numéricos sobre a otimização de vigas de concreto com barras poliméricas reforçadas com fibras.

Benmokrane *et al.* (2005) estudaram o comportamento de vigas de concreto reforçadas com barras de GFRP submetidas à flexão, variando a altura das mesmas e fabricantes. Foram ensaiadas 18 vigas com 20 cm de largura e 3,3 m de comprimento, sendo utilizadas alturas de 30 cm, 45 cm e 55 cm. Para cada altura foram confeccionadas diferentes vigas, utilizando as barras de GFRP de dois fabricantes diferentes. Ao final dos ensaios, os autores apontaram que apesar das barras de GFRP serem de diferentes fabricantes, eles apresentaram o mesmo comportamento, entretanto, as vigas com GFRP apresentaram um desempenho inferior às vigas com aço, apresentando maiores fissuras e deformações. As vigas com maior altura apresentaram

maior resistência que as vigas de altura inferior para todos os casos, obtendo uma variação considerável da resistência com a variação da altura. Sobretudo, os autores indicaram uma superestimação dos valores calculados a partir da norma ACI 318 (1989), apresentando valores até 16% maiores que os valores obtidos experimentalmente para vigas que romperam devido ao colapso das barras.

Tavares (2006) analisou experimentalmente o comportamento de vigas de concreto armado convencional e vigas de concreto reforçadas com barras de GFRP submetidas à flexão através da aplicação de carga de quatro pontos. Foram ensaiadas uma viga de concreto armado convencional, com diâmetros de 12,5 mm e 6,35 mm, e quatro vigas de concreto com barras de GFRP, com diâmetros de 9,53 mm e 5,35 mm, sendo utilizadas armaduras transversais de aço de 8 mm e espaçamento a cada 13 cm para ambos os tipos. As vigas possuíam 15 cm de largura, 30 cm de altura, 2,5 cm de cobrimento e um vão de 3,05 m. Desse modo, os resultados obtidos mostraram que as vigas com barras de GFRP apresentaram um maior deslocamento que as vigas de concreto armado convencional, sendo esse comportamento explicado pelo menor módulo de elasticidade apresentado pelas vigas de GFRP. A autora destaca que as vigas de GFRP necessitaram de uma maior área da armadura longitudinal, devido ao seu menor módulo de elasticidade, e os rompimentos ocorreram de forma abrupta.

Innocente *et al.* (2007) estudaram o emprego de diferentes metodologias de otimização para o projeto ótimo de vigas de concreto armadas com barras de GFRP submetidas à flexão utilizando o método do Algoritmo de Enxames de Partículas. Os autores compararam os resultados de dois tipos de otimizadores, o primeiro utilizava a técnica de preservação de viabilidade para lidar com as restrições e possuía como variáveis os valores da largura e altura, sendo a área de aço calculada de forma determinística. Já no segundo otimizador, foi utilizada a técnica de penalização e as variáveis foram a largura, altura, número de barras e diâmetro das barras. Os autores ainda estudaram situações onde variou-se a altura máxima da viga entre 100cm e 35 cm e o custo da fôrma variou em três valores diferentes. Ao final do estudo, os resultados apresentados pelas vigas de 100 cm de altura foram ligeiramente mais econômicos no segundo método, e para vigas de 35 cm, foram obtidos resultado mais econômicos quando utilizou-se o primeiro método. Os autores concluem que ambos os métodos resultaram em vigas mais econômicas, entretanto os métodos utilizados resultaram em ótimos locais.

Barris *et al.* (2012) otimizaram vigas de concreto armadas com barras de GFRP que atendessem ao estado limite último de flexão e estados limite de serviço sob fissuração e deflexão, variando parâmetros como a resistência característica do concreto, taxa de armadura e carregamento. Desse modo, a rotina de otimização utilizada pelos autores tinha como objetivo

determinar a menor altura necessária para que as vigas submetidas a um carregamento uniforme atendessem aos critérios de dimensionamento com a ruptura sendo governada pelo esmagamento do concreto. Os resultados obtidos mostram que a relação entre o vão e altura efetiva da viga (L/d), fator utilizado para o cálculo da deflexão pelos autores, depende apenas da taxa de armadura, resistência característica à compressão e do módulo de elasticidade do FRP. Os autores concluem que valores elevados do módulo de elasticidade, relação de altura efetiva e altura da viga, e taxa de armadura contribuem significativamente para a redução da altura da viga, enquanto que a resistência à compressão do concreto tem uma menor influência.

Kassem *et al.* (2011) estudaram o comportamento à flexão e o desempenho em serviço de vigas de concreto armadas com aço e barras de GFRP, AFRP e CFRP. Ao todo foram utilizadas 24 vigas de concreto armado de 20 cm de largura e 40 cm de altura, sendo 16 vigas com barras de CFRP, quatro vigas com barras de GFRP, duas vigas com AFRP e duas vigas convencionais. Ainda foram utilizadas diferentes texturas de superfície, sendo barras revestidas de areia e barras nervuradas deformadas. Sendo assim, ao final do estudo os autores puderam analisar a deflexão, abertura de fissuras, deformações no concreto e armadura, resistência à flexão e o modo de ruptura das vigas. Com a realização dos ensaios, os autores concluíram que todas as vigas com barras de FRP utilizadas no estudo falharam devido ao esmagamento do concreto, pois a taxa de armadura real resultou em valores superiores à taxa de armadura balanceada. As vigas com barras de FRP apresentaram um alto grau de deformabilidade antes da ruptura, ultrapassando o valor mínimo (4) recomendada pela CSA S6-10 (CSA, 2010). Em relação à abertura de fissuras, as vigas reforçadas com barras revestidas de areia apresentaram mais rachaduras e um menor espaçamento médio de trincas. Com isso, os autores concluíram que as barras revestidas de areia apresentam uma melhor aderência que as barras nervuradas.

Shahnewaz *et al.* (2016) propõem uma otimização das equações de cisalhamento presentes nas diretrizes da ACI 440.1R (2015) e CAN/CSA-S806 (2012) para projeto de vigas esbeltas armadas com barras de FRP empregando o método dos Algoritmos Genéticos. A otimização foi realizada a partir de uma função de desempenho baseado nas diretrizes de cada norma, buscando aproximar os valores calculados aos valores obtidos nos ensaios. Foram utilizados dados de ensaio de 116 vigas esbeltas armadas apenas longitudinalmente com FRP e 46 vigas esbeltas com armaduras longitudinais e transversais de FRP para a determinação do programa e sua validação. Ao final, os autores realizaram uma análise da confiabilidade de vigas dimensionadas pelas novas equações, obtendo uma melhora na Probabilidade de Falha obtidas com as equações modificadas.

Desse modo, as equações de cisalhamento da ACI apresentaram uma modificação considerável, com a relação entre a resistência ao esforço cortante experimental e a resistência ao esforço cortante teórica indo de 1,91 para 1,01, para a equação de cisalhamento do concreto, e 1,81 para 0,98, para a equação do cisalhamento transversal. O erro absoluto médio também apontou um progresso com as equações sugeridas, obtendo uma melhoria de até 27% para as equações de cisalhamento do concreto e 31% nas equações de cisalhamento transversal.

Khan *et al.* (2022) estimaram a resistência à flexão de vigas de concreto armadas com FRP, utilizando métodos de Redes Neurais Artificiais e Regressão de Floresta Aleatória. Os autores utilizaram os dados de 19 autores, totalizando 127 amostras, sendo, a altura da viga, largura da viga, resistência à compressão do concreto, a área da armadura de tração de FRP, o módulo elástico do FRP e a resistência à tração do FRP no momento da ruptura, as informações coletadas e utilizadas na formulação do problema. O estudo, através de índices de avaliação estatística, apontou que a ACI 440.1R (2015) necessita de modelos mais robustos para obter valores de cálculo mais precisos. Os resultados obtidos a partir das Redes Neurais Artificiais apresentam maior acurácia em relação à Regressão de Floresta Aleatória e demais estudos presentes na literatura. Já os resultados obtidos a partir da Regressão de Floresta Aleatória apontaram valores mais compatíveis à norma.

Alrudaini (2022) otimizou vigas de concreto armadas com barras de GFRP, utilizando o método dos algoritmos genéticos, seguindo as prescrições da ACI 440.1R (2015) e ACI 318 (2019). O autor analisou o custo de uma viga otimizada com resistência à compressão igual a 30 MPa e vão igual a 5 m, variando a altura máxima permitida em valores iguais a 450 mm, 500 mm, 550 mm, 600 mm e 650 mm, a largura da viga em valores iguais a 350 mm, 400 mm, 450 mm e 500 mm, e o limite de deflexão, variando de $1/560$ a $1/240$. O dimensionamento otimizado proposto por Alrudaini (2022) visou a obtenção da armadura necessária para que a viga suportasse o momento solicitante e atendesse requisitos de projeto considerado, logo, o autor não detalhou a disposição de barras na seção.

Desse modo, o autor concluiu que o custo ótimo das vigas é sensível a variação dos limites de deflexão considerados no projeto, com o custo ótimo da viga estudada reduzindo com o aumento do limite admissível. O aumento do valor da altura máxima permitida contribui para a redução do custo das vigas e o aumento do valor da largura contribui para o aumento do custo.

Com isso, é possível identificar também que para valores de altura máxima permitida iguais a 500 e 550, não foi possível obter uma solução que respeitasse todas as restrições quando considerado a falha controlada pela tração. Para os valores de largura fixos, as vigas

dimensionadas considerado a falha controlada pela tração resultaram nas soluções mais econômicas.

Diante do atual nível de conhecimento a respeito de vigas de concreto armado com barras de FRP, o presente estudo busca dimensionar vigas de concreto armadas com barras de GFRP visando a obtenção de uma seção transversal que resulte no menor custo possível para diferentes situações de projeto. Desse modo, alguns pontos tornam o estudo único, como o detalhamento da armadura longitudinal com a especificação do número de barras e diâmetro das barras, as características das barras de GFRP intrínsecos ao fabricante e a análise dos resultados obtidos para diferentes situações de projeto.

A otimização estrutural é amplamente empregada em estudos realizados no Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM) do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco. Diversas pesquisas foram desenvolvidas empregando-se AGs na otimização de elementos estruturais de concreto armado convencional como Nascimento (2017), Bezerra (2017), Nunes (2018), Monteiro (2019), Correia (2020) e Silva Junior (2022). Logo, o estudo realizado apresenta-se como uma continuidade dos trabalhos já desenvolvidos no CAA.

1.4 Organização do texto

Esse trabalho é dividido em sete capítulos, organizados de maneira a facilitar o entendimento dos estudos realizados. O **Capítulo 1** apresentou uma contextualização do estudo com considerações iniciais sobre a temática do trabalho e os objetivos que se espera alcançar com a realização da pesquisa.

No **Capítulo 2** é apresentada uma visão geral sobre as barras de polímero reforçado com fibras, com um breve histórico da utilização do material, uma descrição dos materiais constituintes e as principais características das barras.

No **Capítulo 3**, apresenta-se as prescrições para o dimensionamento à flexão, ao cisalhamento e comportamento em serviço de vigas de concreto armadas com barras de FRP segundo a ACI 440.1R (2015).

No **Capítulo 4**, aborda-se a formulação matemática padrão e elementos que constituem os problemas de otimização. É apresentado o método dos Algoritmos Genéticos e os parâmetros de calibração.

No **Capítulo 5** é descrita a metodologia utilizada para a realização do trabalho. É apresentada a configuração estrutural das vigas estudadas, o problema de otimização de vigas

de concreto armadas com barras de GFRP e a metodologia de otimização escolhida. Ao final, o programa implementado é calibrado, validado e os resultados são apresentados.

No **Capítulo 6** são avaliados os resultados provenientes da otimização das vigas de concreto armadas com GFRP para diferentes situações de projeto. É feita uma análise da altura, largura, número de barras, diâmetro das barras e custo. São analisadas, também, as prescrições utilizadas para o controle de deformação e fissuração.

Por último, apresenta-se no **Capítulo 7** as conclusões que foram obtidas com o estudo e elencam-se sugestões para futuros estudos com dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado com barras de FRP.

2 POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRAS – FRP

2.1 Considerações iniciais

Os materiais compósitos se destacam cada vez mais no cenário dos materiais de construção, resultado da combinação de dois ou mais componentes, eles podem apresentar propriedades não vistas ou superiores aos materiais tradicionais, como baixa massa específica, e em alguns casos, alta rigidez e resistência mecânica, resistência à corrosão e isolamento eletromagnético (MOTA *et al.*, 2019).

A classe dos compósitos abrange materiais híbridos metal/compósito, concretos estruturais, compósitos que incorporam matriz metálica ou matriz cerâmica e polímeros reforçados com fibras. A principal característica desses materiais é apresentar pelo menos duas fases, a nível macroscópico, denominadas de matriz e reforço (PARDINI; LEVY NETO, 2006).

Os materiais compósitos tiveram grande desenvolvimento no início do século XX, a partir dos avanços de novos materiais para a construção civil, entretanto suas primeiras aplicações podem ser atribuídas a construções com tijolos reforçados com fibras naturais de palhas encontradas no antigo Egito (JESUS, 2021).

Em 1855, o francês J. L. Lambot fez a primeira aplicação conhecida do concreto armado, utilizando argamassa de cimento e ferro, sendo que o material compósito foi utilizado na construção de um pequeno barco e, em 1867, Joseph Monier aplicou o material em vasos de plantas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Dado o potencial estrutural do concreto armado e impulsionado pelos estudos realizados por Louis Vicat, Henry Le Châtelier, René Féret, e demais pesquisadores, não demorou para que sua aplicação fosse vista na construção civil, rapidamente se espalhando pelo continente europeu e Estados Unidos (HELENE; ANDRADE, 2010).

Em 100 anos, o concreto armado se consolidou na construção civil, assumindo um posto essencial no setor, sobretudo, o material continua em evolução, sendo matéria de pesquisas e experimentações, mostrando que ainda é possível tirar proveito do material e aumentar seu desempenho e aplicabilidade (HELENE; ANDRADE, 2010).

No século XX, questões como durabilidade, reabilitação e otimização das estruturas entraram em cena na construção civil, desse modo, a busca por materiais mais leves, duráveis e de alta resistência impulsionaram pesquisas e aplicações de materiais compósitos poliméricos reforçados com fibras. Durante a década de 40, após a Segunda Guerra Mundial, foi grande a utilização de reforços de polímero reforçados com fibra, dada as vantagens como alta resistência e leveza dos materiais compósitos. Pesquisas com polímeros reforçados possibilitaram seu

desenvolvimento e posteriormente, na década de 60, iniciou-se sua utilização na construção civil (ACI 440-1R, 2015). Durante a década de 90, destaca-se o crescimento do uso de materiais compósitos de polímero reforçados com fibras na engenharia estrutural em novas construções e em reparo e reabilitação de estruturas existentes (BANK, 2006).

Os estudos e aplicações de polímeros reforçados com fibras se deram por diferentes propósitos em países como Estados Unidos, Japão, Canadá e países europeus. De acordo com ACI 440-1R (2015), nos Estados Unidos foram investigadas alternativas para redução dos efeitos da corrosão em armaduras de pontes sujeitas aos sais de degelos na década de 50. Entre as alternativas, foram empregadas barras poliméricas reforçadas com fibras de carbono, entretanto não foi a solução mais promissora.

Contudo, nas décadas seguintes as vantagens dos FRP's passaram a ser mais difundidas e desejadas na construção civil, podendo ser vistas em obras de manutenção de paredes próximo a orlas, construção de pontes e edificações (CUNHA, 2019). Em 1991, o *American Concrete Institute* (ACI) estabeleceu um comitê para elaboração de uma documentação sobre FRP, e em 1996 foi publicado o ACI 440-1R (1996) – *State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) – Reinforcement for Concrete Structures*, documento que reunia o conhecimento obtido sobre os polímeros reforçados com fibras em estruturas de concreto.

No Japão, devido aos terremotos recorrentes no país, como na cidade de Kobe em 1995, que geraram graves danos nas estruturas, o governo promoveu um programa de desenvolvimento de estratégias para reforços sísmicos de estruturas e manutenção, sendo realizados grandes investimentos nos sistemas compósitos de FRP (AZEVEDO, 2008). As pesquisas realizadas com FRP no Japão geraram a publicação do JCSE (1997) – *Japan Society of Civil Engineering – Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures using Continuous Fiber Reinforcing Materials*. O documento apresenta recomendações para projeto, ensaios normalizados e especificações para o uso de FRP (AZEVEDO, 2008).

No Canadá, em 1955 foi criado a ISIS (*Intelligent Sensing for Innovative Structures*). O programa tinha como principal objetivo investir em materiais e metodologias inovadoras, propondo uma revolução na construção civil. Nesse âmbito, os materiais compósitos de FRP ganharam bastante relevância. Como resultado do programa, diversas estruturas foram construídas em barras de FRP, principalmente estruturas rodoviárias, como pontes, e aquelas sujeitas a ambientes agressivos (ISIS DM 3, 2007).

Na Europa, a Alemanha foi pioneira na utilização de FRP, construindo pontes com barras de FRP no ano de 1986. Posteriormente foram estabelecidos projetos de pesquisas na

Inglaterra que culminaram no *fib Bulletin* nº 40 para estruturas de concreto com armaduras de FRP, em 2007 (CUNHA, 2019).

De acordo com Silva (2014), no Brasil, a utilização de materiais compósitos de FRP iniciou-se ainda na década de 90, sendo que a primeira aplicação se deu com a utilização de folhas unidirecionais de fibra de carbono e resina para reforçar laje e longarinas do Viaduto de Santa Teresa, em Belo Horizonte, no ano de 1998. O autor destaca também a manutenção realizada em janeiro de 2012, do Viaduto Pompéia, na cidade de São Paulo. A prefeitura reforçou com folhas de fibra de carbono e resina a estrutura abalada por um incêndio.

Atualmente, o setor da construção civil é o que mais tem utilizado materiais compósitos no Brasil, entretanto, o país ainda se encontra em fase inicial de pesquisas quando comparado a outros países, pouco explorando as vantagens de armaduras de FRP como reforço.

Recomendações que orientam projetos de estruturas de concreto armadas com FRP já são realidade em países como Japão (JSCE, 1997), Estados Unidos (ACI 440.1R, 2015) e na Europa (*fib*, 2010), sendo o Canadá o primeiro a possuir uma norma de projeto, a *Canadian Standards Association* – S806 (2012). No Brasil, apesar da sua utilização desde a década de 90, não existe um texto normativo vigente, se resumindo unicamente a Prática Recomendada publicada recentemente pela IBRACON/ABECE (2021).

Estudos publicados evidenciam as características das barras poliméricas nacionais, levantando informações sobre as propriedades físicas, mecânicas e durabilidade dos diferentes tipos de barras. Nesses trabalhos, são utilizadas as recomendações internacionais para o dimensionamento de elementos estruturais, que no geral utilizam a filosofia de dimensionamento de estruturas de concreto armado convencional. Entretanto, as diferentes características das barras poliméricas em comparação às convencionais armaduras de aço provocam uma mudança no comportamento dos elementos estruturais, e tal mudança é refletida no dimensionamento dos mesmos (ABREU FILHO, 2020).

2.2 Barras de FRP

As barras de polímero reforçado com fibras são compostas por fibras contínuas (reforço) envoltas por resinas poliméricas (matriz). As fibras de reforço têm uma função estrutural, determinando a rigidez e resistência da barra na direção das fibras, enquanto que a matriz polimérica é responsável pela aglutinação e proteção do sistema (*fib*, 2007). A Figura 1 apresenta barras de GFRP com diferentes tipos de texturas superficiais.

Figura 1 – Barras de GFRP com diferentes tipos de textura



Fonte: *Quayyum* (2010).

Os componentes do compósito possuem propriedades mecânicas compatíveis, desse modo, quando as barras poliméricas são solicitadas, a matriz isotrópica de baixo módulo de elasticidade sob tensão transfere as cargas para as fibras de alta resistência mecânica, esse sistema contribui para que as barras de FRP apresentem alta resistência mecânica e alto módulo de elasticidade (ACI 440.1R, 2015).

A utilização de barras de FRP em elementos de concreto estrutural é crescente no segmento de materiais poliméricos, onde a redução do custo do material e a economia de trabalho para aplicação tornou a solução mais interessante frente à armadura de aço para os projetos da engenharia civil (SANTOS, G., 2014). A ACI 440.1R (2015) apresenta algumas vantagens que devem ser consideradas na escolha de barras de FRP em substituição às armaduras de aço em estruturas de concreto armado:

- a) Resistente à corrosão devido aos íons cloretos e ataques químicos, resultando em uma vida útil superior ao aço em ambientes marinhos e possibilitando um menor cobrimento de concreto;
- b) Dispensa a utilização de aditivos para reduzir a corrosão, apresentando maior tolerância a danos de manuseio do que aço revestido com epóxi;
- c) Resistência à tração superior ao aço;
- d) Baixo peso específico quando comparado com o aço;

e) Alta resistência à fadiga.

As barras de FRP estão disponíveis comercialmente em diferentes tamanhos de bitola, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Diâmetro das barras de FRP

Nomenclatura das barras		Diâmetro nominal (mm)	Área (mm ²)
Padrão	Conversão métrica		
Nº 2	Nº 6	6,4	31,6
Nº 3	Nº 10	9,5	71
Nº 4	Nº 13	12,7	129
Nº 5	Nº 16	15,9	199
Nº 6	Nº 19	19,1	284
Nº 7	Nº 22	22,5	387
Nº 8	Nº 25	25,4	510
Nº 9	Nº 29	28,7	645
Nº 10	Nº 32	32,3	819
Nº 11	Nº 36	35,8	1006

Fonte: ACI 440.1R (2015).

O desempenho das barras poliméricas depende dos materiais constituintes e da interface entre matriz e fibra. As fibras têm caráter decisivo nas propriedades mecânicas das barras de FRP, fatores como o teor de fibras, a sua orientação, comprimento, o tipo, composição e a adesão entre fibra e matriz polimérica são determinantes no desempenho das mesmas (CUNHA, 2019).

Machado (2002) explica que a grande variedade de resinas poliméricas e fibras possibilita selecionar a barra mais adequada para cada situação, logo a depender do tipo de fibra ou resina escolhida pode-se obter barras mais resistentes ao meio ambiente, à corrosão, ao fogo e à variação de temperatura.

2.2.1 Matriz polimérica

Conforme abordado anteriormente, a matriz polimérica ou resina tem como principal função unir e proteger as fibras para garantir a transferência de tensões para as mesmas, proteger a superfície mecanicamente desde a sua fabricação e ao longo de toda a vida útil do compósito, além de proteger sua superfície de danos causados pelo ambiente e desgaste por abrasão (DUO *et al.*, 2021). No que diz respeito às características mecânicas das barras de FRP, a resina tem pouca influência na resistência à tração, entretanto, ajuda a evitar a flambagem em barras

submetidas à compressão e são importantes na resistência ao cisalhamento e ao efeito de elevadas temperaturas (TEIXEIRA, 2018).

As matrizes de compósitos poliméricos podem ser classificadas em dois tipos: resinas termorrígidas ou resinas termoplásticas. De acordo com Reis (2009), a principal diferença entre os dois tipos é que as resinas termorrígidas não podem ser fundidas ou dissolvidas depois de curadas, já as resinas termoplásticas amolecem e endurecem sob a variação de temperatura abaixo da temperatura de formação da resina.

Segundo Teixeira (2018), as resinas termorrígidas são mais comuns devido seu caráter irreversível, sendo o material influenciado pela aplicação de nova temperatura ou pressão, impossibilitando também a sua reciclagem. O autor elenca, entretanto, que esse tipo de resina não pode ser armazenado por um longo período de tempo pois pode comprometer a eficiência do processo de fabricação dos materiais poliméricos. As principais resinas termorrígidas empregadas na fabricação de barras são a Epóxi, Poliéster e Vinil éster, tendo suas características apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades das resinas termorrígidas

Propriedade	Matriz		
	Poliéster	Epóxi	Vinil éster
Densidade (kg/m ³)	1200-1400	1200-1400	1150-1350
Resistência à tração (MPa)	34,5-104	55-130	78-81
Módulo de Elasticidade (GPa)	2,1-3,45	2,75-4,10	3,0-3,5
Coefficiente de Poisson	0,35-0,39	0,38-0,40	0,36-0,39
Coefficiente de Dilatação Térmica (10 ⁻⁶ /°C)	55-100	45-65	50-75
Teor de Umidade (%)	0,15-0,60	0,08-0,15	0,15-0,30

Fonte: Adaptado de *fib* (2010).

Entre as resinas termorrígidas, as Epóxis apresentam ótima adesão aos diferentes tipos de fibras devido ao baixo encolhimento durante a cura, sendo que as principais vantagens são as elevadas propriedades mecânicas, facilidade de produção, alta resistência à corrosão e são menos afetadas pelo meio do que as demais resinas (DUARTE, 2022). As resinas Vinil éster apresentam propriedades semelhantes às resinas epóxis como alta resistência química e resistência à tração, e possuem também boa adesão às fibras de vidro. Já as resinas de poliéster apresentam alta resistência à corrosão, entretanto quando utilizadas com fibra de vidro apresentam redução dessa propriedade (DUARTE, 2022).

As resinas termoplásticas requerem um cuidado especial durante o processo de fabricação das barras poliméricas para assegurar o contato entre as fibras e a resina. Devido à sua maior viscosidade, elas podem ser repetidamente fundidas e endurecidas (CARNEIRO; TEIXEIRA, 2008). As resinas termoplásticas são mais rígidas, dúcteis e possuem maior resistência ao impacto que as termorrígidas (REIS, 2009). Os principais tipos são PEEK, PPS e PSUL, tendo suas características apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Propriedade das resinas termoplásticas

Propriedade	Matriz		
	PEEK	PPS	PSUL
Densidade (kg/m ³)	1320	1360	1240
Resistência à tração (MPa)	100	82,7	70,3
Módulo de Elasticidade (GPa)	3,24	3,30	2,48
Coefficiente de Poisson	0,40	0,37	0,37
Coefficiente de Dilatação Térmica (10 ⁻⁶ /°C)	47	49	56
Extensão (%)	50	5	75

Fonte: Adaptado da *fib* (2010).

As resinas representam cerca de 25% a 35% de percentual volumétrico dos materiais compósitos, sendo que os elevados coeficientes de dilatação térmica, baixas propriedades elásticas e expansão devido à umidade são algumas das desvantagens da utilização das resinas em materiais compósitos (CARNEIRO; TEIXEIRA, 2008). Dos tipos de resinas apresentados, a mais utilizada na construção civil para a produção de barras poliméricas são as resinas termorrígidas, por apresentarem melhor estabilidade térmica e maior resistência à fluência quando comparado às resinas termoplásticas (SINGH, 2014).

2.2.2 Fibras

As fibras são materiais de alta resistência e rigidez, elas são as principais responsáveis pelas propriedades mecânicas e físicas das barras poliméricas quando utilizadas como reforço, resistindo aos esforços de tração (DALFRÉ *et al.*, 2019). No mercado há uma grande variedade de fibras para o uso como reforço de materiais compósitos, elas comumente classificam as barras, sendo as principais as fibras de carbono, de vidro e aramida, denominadas por GFRP (*Glass fiber-reinforced polymer*), CFRP (*Carbon fiber-reinforced polymer*) e AFRP (*Aramid fiber-reinforced polymer*) (MELO, 2019), comercialmente ainda se encontra disponíveis as

fibras de basalto (BFRP). A Figura 2 apresenta as principais barras disponíveis comercialmente nomeadas pelo tipo de fibra.

Figura 2 – Barras de polímero reforçada com fibras disponíveis comercialmente



(a) CFRP



(b) BFRP



(c) AFRP



(d) GFRP

Fonte: Adaptado de Obaida e Farid (2016).

As diferentes características das fibras determinam a escolha em cada situação, sendo que as propriedades das principais fibras são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Propriedade de fibras utilizada em barras poliméricas

Tipo de fibra	Densidade (kg/m³)	Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de dilatação térmica longitudinal ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	Coefficiente de Poisson
Vidro - E	2500	3450	72,4	5	0,22
Vidro - S	2500	4580	85,5	2,9	0,22
Vidro - AR	2270	1800-3500	70-76	-	-
Carbono - HM	1950	2500-4000	350-650	-1,2 a -0,1	0,20
Carbono - HS	1750	3500	240	-0,6 a -0,2	0,20
Aramida (Kevlar 49)	1440	3620	124	-2,0	0,35

Fonte: Adaptado de Reis (2009).

As fibras de vidro são as mais utilizadas como reforço em compósitos de FRP devido ao seu baixo custo e propriedades mecânicas, onde as mais comuns são de vidro-E, vidro-S e

vidro AR. As fibras de vidro-S são mais onerosas, resistentes e possuem maior módulo de elasticidade que as fibras-E. Já as fibras de vidro AR apresentam resistência ao meio alcalino (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

Fibras de carbono são bastante atraentes para a utilização em materiais compósitos devido ao seu baixo peso específico e elevado módulo de elasticidade, sendo elas encontradas em dois tipos: Carbono Alto Modulo (*High Modulus* – HM) e Carbono de Alta Resistência (*High Strenght* - HS). O tipo de carbono obtido durante a produção de fibras depende do método utilizado para a sua fabricação, seja grafitação (Carbono HM) ou carbonatação (Carbono HS). O alto custo de fabricação e da matéria-prima tornam as fibras de carbono 30 vezes mais caras que as fibras de vidro-E, sendo essa sua principal desvantagem (*fib*, 2007).

As fibras de aramida apresentam maior resistência longitudinal à tração e menor peso específico quando comparada com as demais fibras apresentadas, além disso, apresentam alta resistência à abrasão e ao impacto. Contudo, esse tipo de fibra é mais vulnerável frente à radiação ultravioleta, os efeitos da fluência e apresenta um alto custo de obtenção. Logo, barras de AFRP apresentam desempenho econômico superior às barras de GFRP e inferior às barras de CFRP (MENEGHETTI *et al.*, 2007).

2.3 Propriedades das barras de FRP

As propriedades físicas e mecânicas das barras de FRP são as principais características analisadas na escolha para reforço de estruturas de concreto. Apesar de serem apresentados valores característicos de normas, os valores devem ser consultados com o fabricante dos produtos.

2.3.1 Densidade

As barras poliméricas reforçadas com fibras, em geral, apresentam 1/4 a 1/6 da densidade das armaduras de aço convencional (ACI 440.1R, 2015), onde os valores característicos da densidade de barras de FRP produzidas com 50% a 70% de volume de fibras, são apresentados na Tabela 5. De acordo com Machado (2002), o baixo peso específico das barras de FRP facilitam o seu manuseio e transporte, diminuindo o tempo gasto com sua instalação, desse modo, esse fator deve ser levado em consideração na análise da viabilidade econômica das estruturas de concreto armado.

Tabela 5 – Densidades típicas de barras de FRP (g/cm³)

Aço	GFRP	CFRP	AFRP
7,90	1,20 a 2,10	1,50 a 1,60	1,25 a 1,40

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

2.3.2 Coeficiente de dilatação térmica

O coeficiente de dilatação térmica das barras de FRP varia nas direções longitudinal e transversal, ele depende do tipo de fibra, tipo da matriz polimérica e da relação volumétrica das fibras. Enquanto que a dilatação térmica longitudinal é afetada pela propriedade das fibras, a dilatação térmica transversal é afetada pelas propriedades das resinas (RIBEIRO, 2009). A Tabela 6 apresenta os coeficientes de dilatação térmica característicos de barras de FRP produzidas com 50% a 70% de volume.

Tabela 6 – Coeficientes de dilatação térmica

Direção	CTE, $\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$				
	Aço	GFRP	CFRP	AFRP	Concreto
LONGITUDINAL	11,7	6,0 a 10,0	-9,0 a 0,0	-6,0 a -2,0	10,8
TRANSVERSAL	11,7	21,0 a 23,0	74,0 a 104,0	60,0 a 80,0	7,2 a 10,8

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

Os coeficientes negativos de expansão térmica significam que os materiais se expandem com a redução da temperatura e retraem com o aumento da temperatura. A diferença entre os coeficientes de dilatação térmica das barras de FRP e do concreto pode ocasionar fissuras no interior do concreto com o aumento da temperatura, podendo resultar no descolamento do cobrimento (ZAIDI *et al.*, 2013). Sobretudo, estudos experimentais realizados pelos autores indicaram que relações de cobrimento e diâmetro de barra (c/d_b) superiores a 1,6 são suficientes para evitar fissuração em concreto sob temperatura de até 80°C. Em estudos realizados por Masmoudi *et al.* (2011), não se obteve efeitos significativos sobre a resistência da união do concreto nas vigas sob temperaturas de até 60° C.

2.3.3 Resistência à tração

As barras de FRP apresentam, geralmente, resistência à tração superior do que as barras de aço convencional, entretanto são menos rígidas, apresentando um módulo de elasticidade inferior às barras de aço convencionais. Desse modo, os FRP levam as estruturas de concreto armado a apresentar um comportamento diferente das estruturas convencionais (PILAKOUTAS *et al.*, 2011).

As barras de FRP, diferentemente das barras de aço convencionais, apresentam uma variação na resistência à tração em função do diâmetro das barras. A resistência à tração e rigidez das barras de FRP dependem principalmente das propriedades das fibras, porque elas apresentam uma resistência muito superior ao da matriz, logo fatores como a fração do volume das fibras influenciam significativamente essa propriedade (REIS, 2009). Valores característicos de resistência à tração das barras de FRP para um volume de fibra de 50% a 70% são apresentados na Tabela 7.

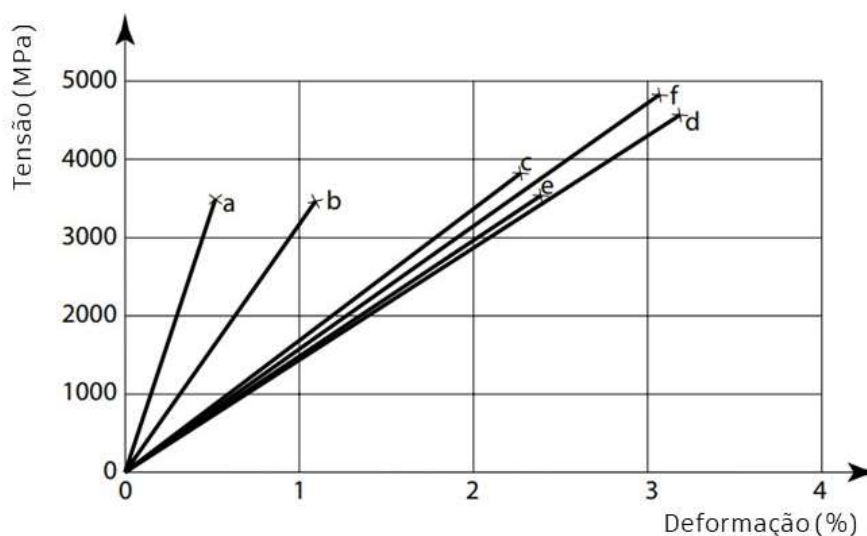
Tabela 7 – Propriedades de tração típicas das barras de FRP

	Aço	GFRP	CFRP	AFRP
Tensão de escoamento nominal (MPa)	276 a 517	-	-	-
Resistência à tração (MPa)	483 a 1600	483 a 1600	600 a 3690	1720 a 2540
Módulo de elasticidade (GPa)	200	35 a 51	120 a 580	41 a 125
Deformação no escoamento (%)	0,14 a 0,25	-	-	-
Deformação na ruptura (%)	6,0 a 12,0	1,2 a 3,1	0,5 a 1,7	1,9 a 4,4

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

O comportamento sob tração das barras de FRP e aço é representado na Figura 3 pela relação tensão-deformação. As barras de FRP apresentam um comportamento elástico-linear quando submetidas à tração, logo elas atingem a resistência última sem apresentar escoamento com a ruptura ocorrendo de forma brusca (WANG; BELARBI, 2005).

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para barras de (a) CFRP-HM, (b) CFRP-HS, (c) AFRP (Kevlar 90), (d) S-glass, (e) E-glass e (f) Basalto



Fonte: *fib* (2007).

Devido às diferenças no comportamento sob tração do aço e do FRP, os procedimentos de dimensionamento de estruturas armadas com barras de FRP podem ser condicionados ao desempenho em serviço, uma vez que o menor módulo de elasticidade pode ocasionar maiores deformações e a estrutura pode apresentar ruptura brusca no estado limite último (OLIVEIRA *et al.*, 2018).

Em geral, as barras de FRP não podem ser dobradas após fabricadas, exceto barras de GFRP com uma resina termoplástica que podem ser remodeladas, entretanto podem ser fabricadas com dobras. Neste caso, há uma redução na resistência de cerca de 40% a 50% na porção da dobra em comparação a uma seção reta devido à concentração de tensões nas fibras (JUVANDES; REIS, 2012; NANNI *et al.*, 1998).

2.3.4 Resistência à compressão

Em relação às propriedades de compressão, a resistência à compressão e o módulo de elasticidade na compressão são inferiores à resistência à tração e o módulo de elasticidade na tração, respectivamente, em barras de FRP. Essas propriedades variam de acordo com o tipo de fibra, sendo que as fibras de vidro apresentam maior resistência, enquanto que as fibras de aramida apresentam menor resistência entre os tipos de fibras (LUKE; ESTRADA, 2013).

Em estudos realizados por Mallick (2007), foram obtidas proporções de aproximadamente 55% para o GFRP, 78% para o CFRP e 20% para AFRP, da resistência à compressão em relação à resistência à tração. Para a relação do módulo de elasticidade à

compressão em relação ao módulo de elasticidade à tração, o autor encontrou proporções de 80% para o GFRP, 85% CFRP e 100% para o AFRP.

De acordo com ACI 440.1R (2015), o modo de falha de barras de FRP sujeitas à compressão longitudinal pode ocorrer devido à falha transversal à tração, falha por cisalhamento e microflambagem das fibras, onde fatores como tipo de fibra, relação volumétrica das fibras e o tipo de resina influenciam no modo de falha. A norma não recomenda o dimensionamento de estruturas reforçadas com FRP resistentes à compressão.

2.3.5 Resistência ao cisalhamento

As barras de FRP são anisotrópicas com um comportamento relativamente frágil na direção transversal das fibras, logo apresentam baixa resistência aos esforços de cisalhamento perpendiculares à orientação longitudinal das fibras (JUVANDES; REIS, 2012).

Conforme a ACI 440.1R (2015), a resistência ao cisalhamento nas barras de FRP geralmente são governadas pela matriz polimérica, que por sua vez apresenta baixa resistência. Uma alternativa para o aumento da resistência ao cisalhamento das barras de FRP é a adoção de fibras em uma direção fora do eixo, assim, o aumento do cisalhamento dependerá do grau do deslocamento.

2.3.6 Aderência

A aderência das barras de FRP depende das propriedades mecânicas das mesmas, propriedades da superfície da barra, processo de fabricação e das condições ambientais. A força de aderência de uma barra de FRP no concreto pode ser transferida pela resistência de adesão da interface (ou adesão química), resistência de atrito na interface e pelo travamento devido à irregularidade da interface. Já a transferência da resistência de aderência na barra é da resina para a fibra, sendo possível uma falha de aderência na resina (RIBEIRO, 2009).

Achillides e Pilakoutas (2004) realizaram um estudo comparativo da aderência de barras de CFRP, GFRP, AFRP e aço em cubos de concreto através do ensaio de arrancamento, sendo analisada a influência de parâmetros como o comprimento de ancoragem, resistência do concreto, irregularidade da superfície e diâmetro das barras. Entre os resultados obtidos, os autores concluíram que para concretos com resistência acima de 30 MPa que a ruptura ocorre na superfície da camada da barra de FRP, essa forma de ruptura ocorre devido ao desprendimento da superfície da barra governado pela resistência ao cisalhamento entre fibras e a resina.

Os autores verificaram também que barras de maiores diâmetros contribuem para uma redução da aderência e a queda precoce do desempenho dessa propriedade, esse comportamento é influenciado por fatores como menor comprimento de ancoragem, o efeito Poisson e a defasagem do cisalhamento.

2.3.7 Fluência

As barras de FRP quando submetidas a uma carga constante ao longo do tempo podem romper subitamente após um determinado período de tempo devido à ruptura por fluência, o período de tempo é chamado de tempo limite de tolerância (*endurance limit*) (ACI 440.1R, 2015).

A ruptura por fluência ocorre nas barras de FRP, pois após um período de tempo, a matriz polimérica perde sua capacidade de absorver esforços passando a ser resistidos apenas pelas fibras. Logo, é necessário limitar no dimensionamento a tensão a 60% da resistência de carga de curta duração para evitar esse fenômeno. A ruptura por fluência depende do tipo, orientação e volume de fibras (*fib*, 2007).

2.3.8 Fadiga

A falha por fadiga ocorre nas barras de FRP por causa da degradação do material, sendo resultado da ação de repetidos carregamentos cíclicos. A deterioração por fadiga nas barras de FRP se dá em diferentes formas, como a trinca da matriz, quebra das fibras e iniciação e crescimento da delaminação, tornando o processo um tanto complexo (SCHAFF, 2001).

De acordo com Curtis (1989), as barras de GFRP apresentam uma alta resistência à fadiga quando comparadas às demais barras de FRP. O estudo realizado com um milhão de ciclos de carregamento concluiu que a resistência de fadiga representa 50% a 70% da resistência inicial e é pouco afetada pela umidade e por altas temperaturas, salvo situações em que a resina ou a interface for degradada substancialmente pelo ambiente.

2.3.9 Resistência à Temperatura

O desempenho de elementos estruturais armados com FRP sob fogo depende intrinsecamente das temperaturas a que as barras de FRP são submetidas. Quando há exposição das barras de FRP ao calor excessivo, a resina começa a se degradar, e consequentemente, perde a capacidade de transferir as tensões do concreto para as fibras, pois as barras de FRP acabam perdendo a aderência com o concreto. O comportamento das barras de FRP dependem do tipo

de fibra empregada, tipo de matriz, diâmetro da barra, fração volumétrica da fibra, processo de produção e tratamento da superfície da barra (NANNI *et al.* 2014).

A temperatura em que a matriz polimérica começa a passar de um estado rígido e sólido para um estado flexível e emborrachado é chamada de temperatura de transição vítrea (T_g). Os materiais de FRP começam a perder suas propriedades próximas à temperatura vítrea, esse valor encontra-se geralmente entre 65°C e 120°C. Quando a temperatura da barra ultrapassa a de transição vítrea, as fibras individuais podem continuar a resistir a solicitações desde que haja aderência adequada em zonas do concreto não expostas ao fogo, entretanto o colapso da estrutura de concreto armado é iminente quando as barras atingem uma temperatura crítica (CHOWDURY *et al.* 2011; BISBY *et al.* 2005; NANNI *et al.* 2014).

Em estudos realizados por Kumahara *et al.* (1993), para temperaturas de 250° C, muito mais elevadas que a temperatura de transição vítrea, houve uma redução de mais 20% da resistência à tração de barras de GFRP e CFRP.

2.3.10 Durabilidade

As barras de FRP podem ter suas propriedades mecânicas reduzidas na presença de determinados fatores de degradação como a água, radiação ultravioleta, elevada temperatura e soluções alcalinas e ácidas, antes mesmo da construção e ao longo de toda a sua vida útil (ACI 440.1R, 2015).

2.3.10.1 Resistência à umidade

Por apresentarem excelente resistência à corrosão, as barras de FRP apresentam-se como excelente alternativa em ambientes marítimos. Entretanto, as barras de FRP estão sujeitas à umidade e aos diferentes produtos químicos presentes no ambiente marítimo que podem comprometer a sua durabilidade. Existem, ainda, resinas resistentes à água, elas devem ser utilizadas principalmente em situações em que as estruturas armadas com FRP estejam em contato direto com a água ou em situações de gelo e degelo (LUKE; WILLIAMS; SADEGHIAN, 2013; *fib*, 2007).

De acordo com Weitsman e Elahi (2000), a absorção da água pelo FRP pode ocasionar a hidrólise e a redução da temperatura de transição vítrea da matriz polimérica, afetando principalmente as propriedades dominadas pela matriz, como a adesão, flexão e a resistência ao cisalhamento. Caso ocorra absorção também pelas fibras, a resistência longitudinal e a rigidez são as principais propriedades afetadas, a tenacidade e a fratura também podem ser afetadas positivamente ou negativamente.

2.3.10.2 Resistência à alcalinidade

As barras de FRP quando sujeitas a soluções alcalinas apresentam degradação das propriedades mecânicas, esses efeitos são mais severos nas barras de GFRP e dependem principalmente da suscetibilidade da matriz polimérica, da presença dos álcalis e temperatura (REIS, 2009).

Logo, a durabilidade das barras de FRP utilizadas como reforço em concreto devem ser avaliadas devido à alta alcalinidade da água presente nos poros do concreto, chegando às vezes até 13,5 (KARBHARI *et al.*, 2003).

2.3.10.3 Resistência à radiação ultravioleta

Os efeitos da radiação ultravioleta (UV) na durabilidade das barras de FRP utilizadas como reforço são preocupantes quando as barras são deixadas ao sol por um longo período de tempo, desse modo, é importante as devidas precauções durante o armazenamento e instalação das barras de FRP (LUKE; WILLIAMS; SADEGHIAN, 2013).

As fibras de vidro e carbono não apresentam sensibilidade frente à presença da radiação UV, o mesmo não acontece com maior parte das matrizes poliméricas e a fibra de aramida. A radiação UV pode causar a degradação da matriz polimérica através de um mecanismo de fotodegradação, na qual a radiação UV pode quebrar ligações de cadeia de polímeros, causando a descoloração, oxidação da superfície, fragilização e micro trincamento da matriz polimérica (MICELLI; NANNI, 2004; KARBHARI *et al.*, 2003).

3 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

As vigas são elementos lineares cujo o seu comprimento longitudinal é no mínimo maior que três vezes a maior dimensão da seção transversal. As vigas têm como função transmitir para elementos de apoio carregamentos provenientes do seu peso próprio, eventuais cargas diretas e cargas recebidas de outros elementos estruturais, estando sujeitas principalmente a momentos fletores e esforços cisalhantes (SANTOS, P., 2014; ALVA, 2007).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o dimensionamento de vigas de concreto armado, assim como de outros elementos de concreto armado, além de levar em consideração aspectos econômicos e estéticos, devem cumprir requisitos que dizem respeito à segurança, bom desempenho em serviço e durabilidade:

- a) Segurança: A estrutura deve suportar as ações que lhe são impostas com um determinado nível de segurança e durante toda a sua vida útil;
- b) Bom desempenho em serviço: Desde que seu uso seja destinado para aquilo que foi projetada, a estrutura deve apresentar deformações e fissuras mínimas que não prejudiquem o conforto, segurança, aparência e outros elementos não estruturais da edificação;
- c) Durabilidade: A estrutura deve apresentar o desempenho previsto durante toda a sua vida útil frente às diferentes influências ambientais.

As normas vigentes para o dimensionamento de estruturas de concreto armado, tais como a NBR 6118 (ABNT, 2014), ACI 318 (2019), *fib Bulletin* 90 (2010) e a EUROCODE (2002), recomendam critérios de projetos que devem ser atendidos para garantir a durabilidade da estrutura e alcançar a segurança e o desempenho em serviço, onde o dimensionamento se dá através da verificação dos Estados-Limites.

Para o dimensionamento nos Estados-limites, as condições analíticas de segurança determinam que a resistência R_d da estrutura deve ser maior ou igual às solicitações S_d . Essa relação é verificada, comparando a capacidade reduzida da estrutura calculada a partir dos valores nominais da resistência dos materiais adotados no projeto com os esforços atuantes determinados através da combinação de ações (ABREU FILHO, 2020).

Os Estados-limites são divididos em Estados-limites Últimos (ELU) e Estados-limites de Serviço (ELS), sendo que para uma estrutura ser considerada segura a relação deve ser respeitada para ambos os casos.

O Estado-limite Último está relacionado ao alcance da máxima capacidade resistente da estrutura, configurando sua ruína ou perda do equilíbrio, comprometendo sua utilização (SANTOS, P., 2014). De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), devem ser verificados os estados-limites últimos relacionados a perda de equilíbrio como corpo rígido, esgotamento da capacidade resistente da estrutura, instabilidade devido às solicitações mecânicas e o colapso progressivo.

Os Estados-limites de serviços são relacionados à durabilidade da estrutura, à aparência e ao conforto de usuário, logo, pode não atingir o colapso da estrutura, e sim, causar desconforto no usuário e a perda da qualidade da estrutura, tais como a abertura e formação de fissuras, deformações excessivas e vibrações excessivas (ABNT NBR 6118, 2014).

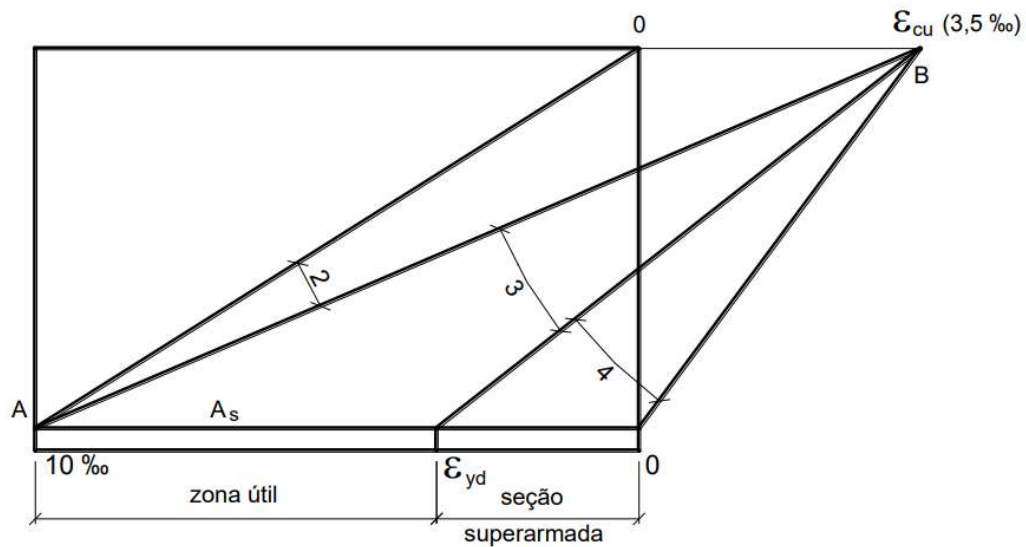
3.1 Dimensionamento à flexão segundo a NBR 6118

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece as seguintes hipóteses básicas que devem ser consideradas para a determinação de esforços resistentes das seções de vigas submetidas aos esforços normais e momentos fletores:

- a) As seções transversais se mantêm planas depois da deformação;
- b) A deformação das barras sob tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- c) As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal da viga, devem ser desprezadas no Estado-limite Último;
- d) A distribuição de tensões no concreto comprimido pode ser substituída por um diagrama retangular com profundidade igual a $y = \lambda x$, onde x representa a profundidade da linha neutra e λ é igual a 0,8 para concretos de resistência menor ou igual a 50 MPa. A tensão constante atuante ao longo da profundidade pode ser considerada como $\alpha_c f_{cd}$, quando a largura da seção não diminuir a partir da borda comprimida, e como $0,9\alpha_c f_{cd}$, em caso contrário, onde α_c é igual a 0,85 para concretos com resistência característica à compressão com resistência menor ou igual a 50 MPa e f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto comprimido;
- e) A tensão nas armaduras é obtida a partir dos diagramas de tensão-deformação, conforme definidos no item 8.3.6 e 8.4.5 da norma;
- f) A distribuição das deformações na seção transversal da viga deve pertencer aos domínios de deformação que caracterizam o estado-limite último.

O dimensionamento de vigas à flexão pela NBR 6118 (ABNT, 2014) verifica o Estado-limite Último de esgotamento da capacidade resistente dos materiais. A ruína da viga pode ocorrer pelo esmagamento do concreto e/ou pela deformação plástica excessiva das armaduras. As diferentes possibilidades de ruína na seção transversal das vigas podem ser definidas pelos domínios de deformação, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Domínios de dimensionamento



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Tratando-se de ruptura em flexão simples, a ruptura dúctil apresentada no domínio 2 e 3 são mais desejáveis, pois a deformação excessiva da armadura ocasiona o surgimento intenso de fissuras que antecedem o colapso da estrutura, a chamada ruptura com aviso prévio. No domínio 4, a ruptura é frágil, a resistência do aço não é totalmente aproveitada e o esmagamento do concreto ocorre de modo brusco (ARAÚJO, 2014).

Para garantir as boas condições de ductilidade das vigas, deve-se respeitar os limites da posição da linha neutra (x/d), e quando necessário deve ser adotada uma armadura de compressão. Conforme o item 14.6.4.3 da norma, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer a relação $x/d \leq 0,45$ para concretos com resistência característica à compressão menor ou igual a 50 MPa.

3.2 Dimensionamento ao esforço cortante segundo a NBR 6118

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), os elementos estruturais submetidos a esforços cortantes devem apresentar armadura transversal. O item 17.4.2.1 da norma estabelece que a segurança estrutural do elemento é satisfatória quando as relações apresentadas na Equação 1 e 2 são respeitadas.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (1)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{SW} \quad (2)$$

onde V_{Sd} é a força cortante solicitante de cálculo na seção, V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo obtida de acordo com o modelo de cálculo utilizado, V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal, V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça e V_{SW} é a parcela resistida pela armadura transversal calculada pelos modelos.

3.3 Estado limite de deformação excessiva – ELS-DEF

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define valores práticos para a avaliação do estado-limite de deformação, presentes no item 13.3 da norma. Os valores-limites de deslocamentos podem ser divididos em quatro grupos de acordo com os efeitos causados na edificação como: aceitabilidade sensorial, efeitos específicos (efeitos estruturais em serviço), efeitos em elementos não estruturais e efeitos em elementos estruturais.

Araújo (2014) prescreve que para uma verificação do estado-limite de deformações excessivas satisfatórias deve utilizar um modelo que leve em consideração a colaboração do concreto na fissuração, não linearidade física em compressão e os efeitos de fluência e retração do concreto. Para a determinação das flechas devem ser consideradas as combinações quase-permanentes de serviço, conforme a Seção 11 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

As flechas em vigas de concreto armado podem ser determinadas analiticamente. Para a verificação aproximada da flecha imediata pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada pela Equação 3.

$$(EI)_{q,t0} = E_{cs} \left[\frac{M_r^3}{M_a^3} I_c + \left(1 - \frac{M_r^3}{M_a^3} \right) I_{II} \right] \leq E_{cs} I_c \quad (3)$$

onde I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, I_{II} é momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural e E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

A flecha diferida no tempo (a_f), calculada considerando os efeitos da fluência, pode ser calculada multiplicando a flecha imediata (a_i) pelo fator α_f expresso na Equação 4. A flecha

total (a_t) é dada pela soma da flecha imediata e a flecha diferida no tempo, também expressa pela Equação 5.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (4)$$

$$a_t = a_i(1 + \alpha_f) \quad (5)$$

onde $\Delta\xi$ é a diferença entre o coeficiente de tempo (ξ) final e inicial e ρ' é a taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão.

3.4 Estado limite de abertura das fissuras – ELS-W

A NBR 6118 (ABNT, 2014) trata das exigências relativas à fissuração necessárias para proteger a armadura para os diferentes tipos de concreto estrutural. O valor característico da abertura de fissuras (w_k), conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), é menor valor obtido entre as Equações 6 e 7, sendo que os valores devem ser inferiores aos apresentados no item 13.4 da norma.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (6)$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (7)$$

onde E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada, η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento e σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II.

3.5 Vigas armadas com barras de FRP de acordo com ACI 440.1R

As vigas armadas com barras poliméricas reforçadas com fibras apresentam um comportamento em serviço diferente das vigas de concreto armado de aço convencional, impulsionado pelas propriedades mecânicas da armadura de FRP. As recomendações existentes para dimensionamento são baseadas em normas de projeto de estruturas de concreto armado convencional modificadas para levar em consideração as particularidades do FRP, utilizando-

se principalmente de equações empíricas disseminadas em trabalhos experimentais (RIBEIRO, 2009).

Neste trabalho serão utilizadas as recomendações da norma ACI 440.1R (2015) – *Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars*. Assim como nas estruturas de concreto armado convencionais, para o dimensionamento dos elementos com FRP deve-se verificar a segurança e o bom desempenho em serviço.

3.5.1 Propriedades dos materiais

Para o projeto de elementos de concreto armados com barras de FRP, deve-se levar em consideração a redução das propriedades mecânicas das barras, devido à exposição prolongada às intempéries. Conforme a ACI 440.1R (2015), a resistência à tração de projeto das barras de FRP (f_{fu}) e a deformação última de projeto (ε_{fu}) são obtidas multiplicando os respectivos valores informados pelos fabricantes pelo fator de redução ambiental (C_E), conforme expresso nas Equações 8 e 9.

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (8)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (9)$$

onde f_{fu}^* é a resistência à tração nominal das barras de FRP e ε_{fu}^* é a deformação última nominal das barras de FRP. Os fatores de redução ambiental dependem do tipo de fibra e do grau de exposição às intempéries condicionadas ao ambiente. Os valores são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Valores típicos do fator de redução ambiental

Condição Ambiental	Tipo de Fibra	Fator de redução ambiental
Concreto não exposto à terra e ao clima	Carbono	1,0
	Vidro	0,8
	Aramida	0,9
Concreto exposto à terra e ao clima	Carbono	0,9
	Vidro	0,7
	Aramida	0,8

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

Já o módulo de elasticidade de projeto (E) deve ser igual ao valor do módulo de elasticidade médio de uma amostra de corpos de prova ($E_{f,ave}$), conforme informado pelo fabricante.

3.5.2 Ações e combinações

De acordo com ACI 440.1R (2015), as cargas utilizadas para o dimensionamento de elementos com FRP podem ser aquelas obtidas pelas combinações presentes na ACI 318 (2019), expressas pelas Equações 10 a 15.

$$U = 1,4D \quad (10)$$

$$U = 1,2D + 1,6L + 0,5(L_r \text{ ou } S_o u R) \quad (11)$$

$$U = 1,2D + 1,6(L_r \text{ ou } S_o u R) + (1,0L_r \text{ ou } 0,5W) \quad (12)$$

$$U = 1,2D + 1,6W + 1,0L + 0,5(L_r \text{ ou } S_o u R) \quad (13)$$

$$U = 1,2D + 1,0E + 1,0L + 0,2S \quad (14)$$

$$U = 0,9D + 1,0W \quad (15)$$

onde D são as ações permanentes, L são as ações variáveis ou sobrecargas, L_r são as sobrecargas de cobertura, S são as ações decorrentes da neve, R são as ações devido à chuva, W são as ações do vento e E são as ações devido ao peso e empuxo do solo, da água presente no solo, entre outros.

3.5.3 Dimensionamento à flexão

Conforme visto no Tópico 3.1, as vigas de concreto armadas com barras de aço são comumente dimensionadas para apresentarem uma ruptura dúctil, uma vez que a situação mais desejável é que o aço atinja o escoamento antes ou juntamente com o esmagamento do concreto. No caso de vigas de concreto armadas com FRP, o comportamento elástico e frágil do FRP faz com que, quando o material falhe, o elemento colapse abruptamente, diferentemente das vigas armadas com aço que apresentam deformação plástica antes da ruptura (DALFRÉ *et al.*, 2020).

Diante disso, a falha governada pelo esmagamento do concreto torna-se uma opção desejável também em vigas de concreto armadas com FRP. O esmagamento do concreto que determina a ruptura do elemento, torna-se interessante nesse caso, pois o elemento submetido à flexão apresenta um comportamento inelástico antes de atingir a ruptura (NANNI, 1993; ACI 440.1R, 2015).

A norma ACI 440.1R (2015) estabelece as seguintes suposições que devem ser consideradas para o cálculo da resistência à flexão da seção transversal:

- a) As deformações no concreto e nas barras de FRP devem ser proporcionais à distância do eixo da linha neutra, ou seja, uma seção inicialmente plana permanece plana após o carregamento;
- b) A deformação máxima de compressão no concreto é igual a 0,003;
- c) Não é considerada a resistência à tração do concreto;
- d) A armadura de FRP apresenta um comportamento de tração linearmente elástico até a ruptura;
- e) Perfeita aderência entre concreto e as barras de FRP.

A filosofia utilizada para o dimensionamento de vigas de concreto armadas com FRP, segundo a ACI 440.1R (2015), segue os pressupostos do Estado Limite Último, onde a resistência à flexão de projeto em uma seção (ϕM_n) deve ser maior ou igual ao momento solicitante fatorado (M_u), expresso na Equação 16.

$$\phi M_n \geq M_u \quad (16)$$

onde ϕ é o fator de minoração da resistência, M_n é o valor nominal da resistência da seção à flexão e M_u é o momento fletor que pode ser obtido através das expressões presentes no tópico 3.5.2.

A resistência à flexão nominal no estado limite último pode ser calculada considerando a compatibilidade de deformação, equilíbrio e ruptura controlada, e o estado limite de resistência de controle. A partir do gráfico de tensão, deformação e forças internas ilustradas na Figura 5, pode-se diferenciar três situações de controle de uma seção retangular reforçada com barras de FRP: (a) falha governada pelo esmagamento do concreto, (b) condição de falha balanceada e (c) falha governada pela ruptura das barras de FRP.

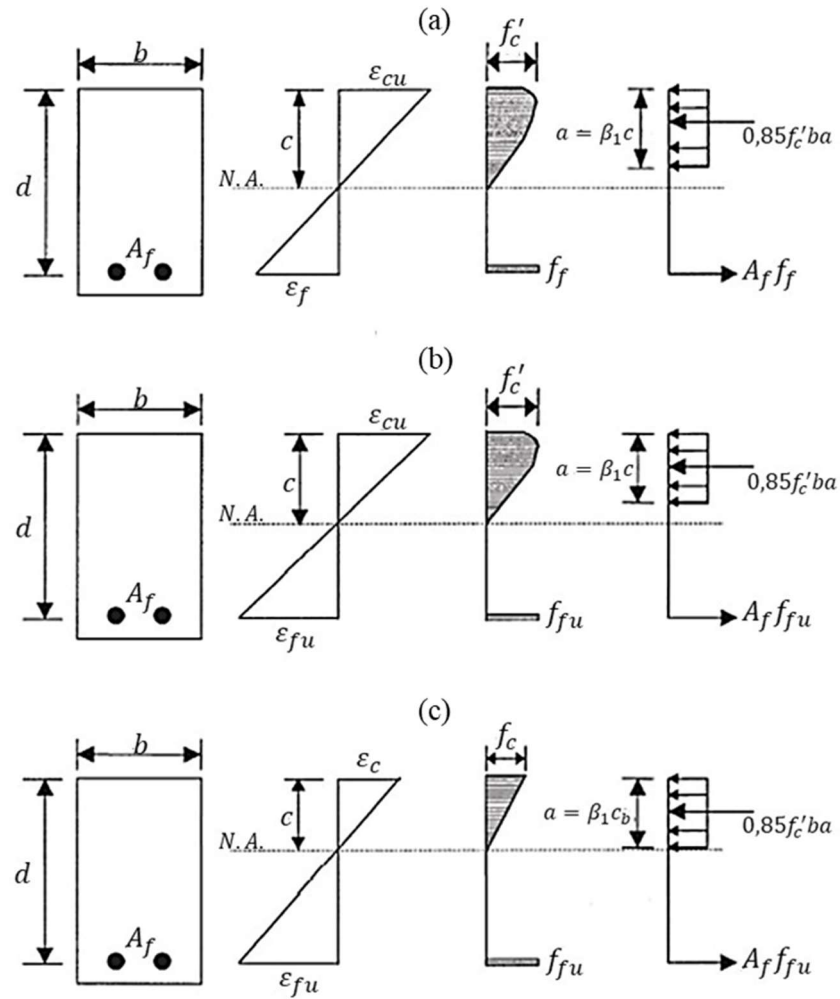
O estado limite de controle pode ser governado pelo esmagamento do concreto ou a ruptura das barras de FRP. O modo de ruptura balanceada é a situação em que o esmagamento do concreto e a ruptura das barras ocorrem simultaneamente. Entretanto, como o FRP não rompe, a razão balanceada do reforço de FRP é calculada utilizando a sua resistência à tração de projeto (ACI 440.1R, 2015). Para determinar o modo de ruptura, são calculadas a taxa de armadura longitudinal (ρ_f) e a taxa de armadura balanceada (ρ_{fb}), obtidas pelas Equações 17 e 18, respectivamente.

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \quad (17)$$

$$\rho_{fb} = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_{fu}} \left(\frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \right) \quad (18)$$

onde A_f é a área total das seções transversais das barras tracionadas, b é a largura da seção transversal, d é a distância da borda comprimida mais extrema até o centro de gravidade da armadura de tração, β_1 é o fator tomado para a resistência do concreto, f'_c é a resistência à compressão especificada do concreto, f_{fu} é a resistência à tração de projeto das barras, E_f é o módulo de elasticidade das barras de FRP e ε_{cu} é a deformação última do concreto.

Figura 5 – Distribuição de deformações e tensões em condições de ruptura



Fonte: ACI 440.1R (2015).

De acordo com ACI 440.1R (2015), se a taxa de armadura for menor que a taxa de armadura balanceada ($\rho_f < \rho_{fb}$), a falha é governada pela ruptura da barra, caso contrário, se a taxa de armadura for maior que a taxa de armadura balanceada ($\rho_f > \rho_{fb}$), o modo de falha é o esmagamento de concreto. Valores típicos de taxa de armadura balanceada para os diferentes tipos de barras são apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores típicos para taxa de armadura balanceada para seções retangulares

Tipo de barra	Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Taxa de armadura balanceada
Aço	414	200	0,0335
GFRP	552	41,4	0,0078
AFRP	1172	82,7	0,0035
CFRP	2070	152	0,0020

Fonte: ACI 440.1R (2015).

Quando a falha da viga é governada pelo esmagamento do concreto ($\rho_f > \rho_{fb}$), a distribuição de tensões no concreto é obtida a partir da Figura 3a. Fazendo o equilíbrio de forças e compatibilidade da deformação, a resistência nominal (M_n) pode ser obtida pela Equação 19.

$$M_n = A_f f_f \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (19)$$

onde A_f é a área total das seções transversais das barras tracionadas, f_f é a tensão no reforço de FRP, d é a distância da fibra comprimida mais extrema até o centro de gravidade da armadura de tração e a é a profundidade do bloco de tensão retangular equivalente.

A profundidade no bloco de tensões (a) é dada pela Equação 20 e a tensão nas barras (f_f) é dada pela Equação 21. Substituindo a Equação 20 em 21, a tensão nas barras pode ser escrita como a Equação 22 e o valor deve ser menor que f_{fu} .

$$a = \frac{A_f f_f}{0,85 f'_c b} \quad (20)$$

$$f_f = E_f \epsilon_{cu} \frac{\beta_1 d - a}{a} \quad (21)$$

$$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \epsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \beta_1 f'_c}{\rho_f} E_f \epsilon_{cu} - 0,5 E_f \epsilon_{cu}} \quad (22)$$

A resistência à flexão nominal também pode ser determinada em termos da taxa de armadura de FRP, conforme expresso na Equação 23.

$$M_n = \rho_f f_f \left(1 - 0,59 \frac{\rho_f f_f}{f'_c} \right) b d^2 \quad (23)$$

Quando a falha da estrutura é governada pela ruptura das barras de FRP ($\rho_f < \rho_{fb}$), não se pode utilizar o bloco de tensão retangular equivalente ao da ACI, pois o concreto não atinge a sua deformação máxima.

Desse modo, utiliza-se um bloco de tensões e deformações equivalente à deformação do concreto alcançada, apresentada na Figura 3c. Nessa análise, a profundidade do eixo neutro (x) e a deformação de compressão do concreto na falha (ϵ_c) são desconhecidos, assim como os fatores α_1 e β_1 , tornando a análise muito complexa.

O fator α_1 corresponde a tensão média para a resistência do concreto e β_1 representa a razão da profundidade do bloco de tensão regular equivalente à profundidade do eixo neutro. A resistência à flexão nominal pode ser expressa pela Equação 24.

$$M_n = A_f f_{fu} \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (24)$$

De acordo com a ACI 440.1R (2015), o produto de $\beta_1 c$ depende das propriedades dos materiais e da taxa de reforço de FRP, com o valor máximo de $\beta_1 c_b$ sendo alcançado quando a deformação máxima do concreto (0,003) é atingida. Desse modo, o cálculo da resistência à flexão nominal pode ser simplificado e conservador, dado pela Expressão 25, e a linha neutra calculada através da Equação 26.

$$M_n = A_f f_{fu} \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad (25)$$

$$c_b = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) \quad (26)$$

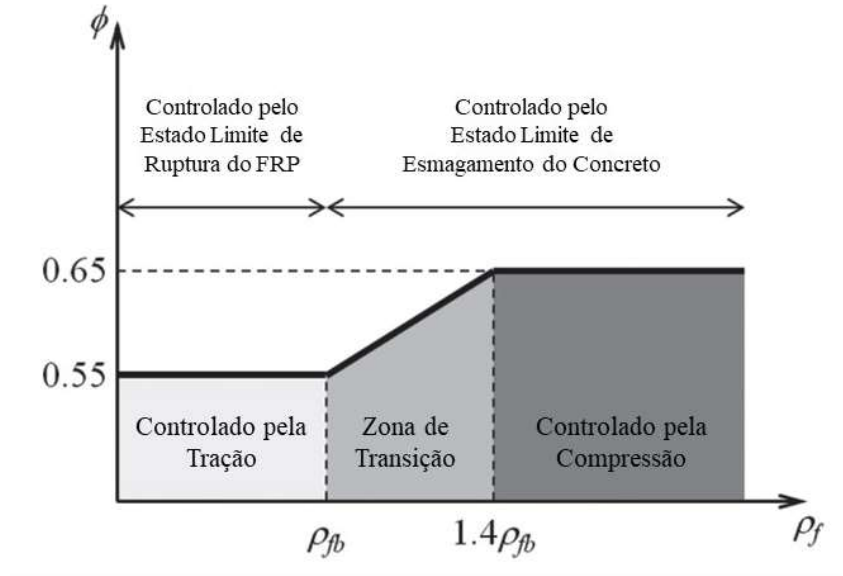
onde β_1 assume valor igual a 0,85 para concreto de resistência à compressão (f'_c) até 28 MPa. Para valores de resistência superior, o fator é reduzido em 0,005 a cada 7 MPa, sendo limitado a 0,65.

3.5.3.1 Fator de minoração de resistência

Devido ao comportamento não dúctil dos elementos com FRP, a ACI 440.1R (2015) prescreve a utilização de um fator de redução de resistência conservador para possibilitar uma

maior reserva de resistência ao elemento. O fator de minoração da resistência pode ser calculado através da Equação 27, sendo representado graficamente pela Figura 6.

Figura 6 – Fator de redução de força em função da taxa de reforço



Fonte: ACI 440.1R (2015).

$$\phi = \begin{cases} 0,55 & \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ 0,3 + 0,25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & \text{para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4\rho_{fb} \\ 0,65 & \text{para } \rho_f \geq 1,4\rho_{fb} \end{cases} \quad (27)$$

O fator de minoração depende da taxa de armadura e da taxa de armadura balanceada. A norma estabelece uma zona de transição entre os modos de ruptura do elemento devido à possibilidade do concreto atingir uma resistência superior à especificada. A seção de concreto armado controlada pela ruptura das barras de FRP é definida como $\rho_f \leq \rho_{fb}$, e uma seção com $\rho_{fb} < \rho_f < 1,4\rho_{fb}$ ou $\rho_f \geq 1,4\rho_{fb}$ é governada pelo esmagamento do concreto.

3.5.3.2 Armadura mínima de FRP

A ACI 440.1R (2015) limita a armadura mínima de FRP quando a falha for governada pela ruptura das barras, ou seja, quando $\rho_f \leq \rho_{fb}$, a área mínima de FRP é dada pela Equação 28, para evitar a ruptura por fissuração do concreto. Quando a seção for controlada pela ruptura das barras de FRP, a quantidade mínima de armadura é a própria área obtida durante os cálculos.

$$A_{f,min} = \frac{4,9\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{330}{f_{fu}} b_w d \quad (28)$$

3.5.3.3 Múltiplas camadas e combinações de diferentes tipos de barras

Em uma seção de viga de concreto convencional em múltiplas camadas controlada por tração, presume-se que a força de tração atua no centro de gravidade da armadura com uma magnitude igual à área da armadura de tração vezes a tensão de escoamento do aço. Logo, todo o esforço de tensão do aço é considerado no cálculo da resistência à flexão nominal da seção dessa viga.

Para a seção de viga de concreto armada com barras de FRP em múltiplas camadas a mesma consideração não pode ser feita, uma vez que as barras de FRP não têm região plástica e a tensão em cada camada de armadura irá variar dependendo de sua distância do eixo neutro. Nesse caso, a ACI 440.1R (2015) determina que a deformação na camada mais externa deve ser usada para determinar a forma de ruptura da viga e a análise da capacidade de flexão da viga deve ser baseada em uma abordagem de compatibilidade e deformação. O mesmo deve ser realizado para o caso de se utilizar barras de diferentes materiais e diâmetros, onde a variação no nível de tensão em cada barra deve ser considerada no cálculo da capacidade de flexão.

3.5.4 Estado limite de serviço de fissuração

As barras de FRP permitem aberturas de fissuras maiores quando a corrosão é a principal preocupação para o controle de fissuras devido à resistência à corrosão das barras poliméricas reforçadas com fibras. A ACI 440.1R (2015) especifica que em situações em que o controle das fissuras é por motivos estéticos, a abertura de fissuras é limitada a uma faixa de 0,4 a 0,7 mm.

Uma das metodologias que podem ser utilizadas para o dimensionamento de armadura para controle de fissuração por flexão é a determinação do máximo espaçamento entre as barras longitudinais. A ACI 440.1R (2015) utiliza as disposições de espaçamento máximo de armadura presentes na ACI 318 (2019) que são obtidas a partir das formulações desenvolvidas por Frosch (1999). O espaçamento máximo das barras (S_{max}) de FRP é dada pela Equação 29.

$$S_{max} = 1,15 \frac{E_f w}{f_{fs} k_b} - 2,5 c_c \leq 0,92 \frac{E_f w}{f_{fs} k_b} b_w d \quad (29)$$

onde w é a máxima abertura de fissura permitida, f_{fs} é o nível de tensão induzido em FRP sob cargas de serviço, k_b é o coeficiente que depende da aderência, c_c é o cobrimento e b_w é a largura da viga.

Conhecido o nível de tensão da armadura e o limite de fissura alvo, deve-se limitar também a espessura da cobertura de concreto medida da fibra de tensão externa ao centro da

barra (d_c) a um valor apresentando na Equação 30. O valor de d_c influência na disposição das armaduras e, conseqüentemente, espaçamento entre barras.

$$d_c \leq \frac{E_f w}{2f_{fs} k_b} \quad (30)$$

3.5.5 Estado limite de serviço de deflexão

A ACI 440.1R (2015) especifica as alturas mínimas de vigas para início de projeto, conforme apresentado na Tabela 10. Entretanto, a utilização da espessura mínima recomendada pela norma não garante que todas as condições de deflexão sejam satisfeitas.

Tabela 10 – Altura mínima recomendada de vigas

Elemento	Altura mínima (h)			
	Simplemente apoiada	Uma extremidade contínua	Ambas as extremidades contínuas	Balanço
Lajes maciças unidirecionais	$L/13$	$L/17$	$L/22$	$L/55$
Vigas	$L/10$	$L/12$	$L/16$	$L/4$

Fonte: Adaptado da ACI 440.1R (2015).

Entre os métodos para o controle de deflexão, a ACI 440.1R (2015) recomenda o método direto de controle de deflexão. A deflexão de longo prazo devido à fluência e a retração ($\Delta_{(cp+sh)}$) pode ser calculada a partir da Equação 31, e os valores calculados devem ser comparados aos limites aceitáveis estabelecidos.

$$\Delta_{(cp+sh)} = \lambda_{\Delta} (\Delta_i)_{sus} \quad (31)$$

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1+50\rho_f'} \quad (32)$$

onde λ_{Δ} é o multiplicador para a deflexão adicional de longo prazo, $(\Delta_i)_{sus}$ é a deflexão imediata devido às cargas de longa duração, ξ é o fator dependente do tempo para a carga de longa duração e ρ_f' é a relação de reforço de compressão de FRP.

3.5.6 Dimensionamento ao esforço cortante

O dimensionamento da armadura transversal de FRP é baseado no método de projeto de resistência, disposto pela ACI 318 (2019), onde a resistência ao cisalhamento de projeto (ϕV_n) deve ser superior ao esforço cortante de cálculo (V_u).

De acordo com ACI 440.1R (2015), o fator de redução (ϕ) igual a 0,75 deve ser também utilizado para a redução da capacidade de cisalhamento nominal de elementos de concreto armados com FRP. A resistência ao cisalhamento nominal de uma seção transversal de concreto armado (V_n) é dada pela soma da resistência ao cisalhamento do concreto (V_c) e a resistência de cisalhamento do aço (V_s), sendo que a mesma relação é válida para elementos armados com barras de FRP (V_f).

A resistência ao cisalhamento (V_c) do concreto, usando FRP, pode ser obtida através da Equação 33.

$$V_c = \left(\frac{5}{2}k\right) 2\sqrt{f'_c}b_{wd} \quad (33)$$

onde k é a razão entre a profundidade do eixo neutro e a profundidade do reforço.

A contribuição à resistência ao cisalhamento dos estribos de FRP (V_f) perpendiculares ao eixo do elemento pode ser expressa pela Equação 34.

$$V_f = \frac{A_{fv}f_{fv}d}{s} \quad (34)$$

onde A_{fv} é a quantidade de armadura de cisalhamento FRP dentro do espaçamento s , f_{fv} é a máxima tensão no reforço de cisalhamento de FRP e s é o espaçamento dos estribos.

O máximo nível de tensão no reforço de cisalhamento de FRP para controlar as aberturas de fissuras de cisalhamento, manter a integridade de cisalhamento do concreto e evitar falhas na porção dobrada, é dada pela Equação 35. O espaçamento necessário e a área de armadura necessários podem ser calculados a partir da Equação 36.

$$f_{fv} = 0,004E_f \leq f_{fb} \quad (35)$$

$$\frac{A_{fv}}{s} = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi f_{fv} d} \quad (36)$$

onde f_{fb} é a resistência da porção dobrada dos estribos de FRP.

4 OTIMIZAÇÃO

O surgimento de métodos computacionais de programação matemática aliado às melhorias no sistema dos computadores possibilitaram que os projetistas estruturais adotassem uma nova abordagem para solucionar os problemas de engenharia (SAKA; GEEM, 2013). Nessa nova abordagem, são utilizadas técnicas de otimização, visando melhorar uma ou mais características das estruturas, variando parâmetros que o influenciam, logo o problema do projeto estrutural é formulado como um problema de tomada de decisão (PARAMO, 2020).

4.1 Formulação matemática

A otimização é definida como o conjunto de técnicas que direcionam a busca dos parâmetros que maximizem ou minimizem um problema, atendendo às restrições impostas, de forma sistemática e automatizada. De acordo com Kirsch (1993), matematicamente, um problema de otimização genérico pode ser escrito como a Equação 37.

$$\begin{aligned} &\text{Encontre } X \text{ que minimize: } F(X) \\ &\text{Sujeito à: } h_i(X) = 0 \quad i = 1, l \\ &\quad \quad \quad g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, m \\ &\quad \quad \quad X_k^l \leq X_k \leq X_k^u \quad k = 1, n \end{aligned} \tag{37}$$

onde a função $F(X)$ representa a função objetivo do problema. As funções $h_i(X)$ e $g_j(X)$ representam restrições impostas através de equações de desigualdade e igualdade, respectivamente, enquanto que X_k^l e X_k^u são as restrições geométricas que definem os limites inferiores e superiores, respectivamente. Os índices l , m e n são os números máximos das respectivas restrições, e X são as variáveis de projeto.

As variáveis de projeto são os parâmetros numéricos que definem o projeto, sendo que essas variáveis podem ser contínuas ou discretas e assumem valores dentro de um espaço de busca viável até obter a solução ótima conforme as configurações adotadas pelo usuário (MAIA, 2009). As variáveis de projeto em problemas de otimização de estruturas de concreto armado podem ser as dimensões de seção transversal e comprimento das barras, parâmetros da geometria global da estrutura e as propriedades dos materiais.

A função objetivo é a função que mede a eficácia do projeto, tratando-se de problemas de otimização estrutural. Geralmente o peso e o custo da estrutura são utilizados como a função objetivo (SAKA; GEEM, 2013). A depender das variáveis de projeto, as funções podem ser classificadas em unidimensional ou multidimensional, quando possuem uma ou mais variáveis

e em linear ou não-linear. Ainda podem ser definidas pelo número de mínimos locais em multimodal ou unimodal, quando apresenta ou não mínimos locais.

As restrições são as funções que limitam o projeto, podendo ser classificadas em restrições geométricas e restrições de comportamento. As restrições geométricas definem os valores máximos e mínimos que as variáveis podem assumir, desse modo, elas delimitam o espaço de projeto, quando os valores de $g_j(X)$ são maiores que zero ou $h_k(X)$ são diferentes de zero, diz-se que a restrição foi violada e a solução definida por X encontra-se numa região inviável. Já se $g_j(X)$ for igual a 0, considera-se a restrição ativa, o mesmo pode se dizer para $h_k(X)$ igual a 0 (TORRES, 2001).

Já as restrições de comportamento (igualdade e desigualdade) definem os requisitos cujo projeto deve atender. As restrições em projetos de concreto armado seguem as recomendações das normas e as limitações arquitetônicas impostas pelos projetistas.

4.2 Classificação dos métodos de otimização

Apesar de atualmente existirem diversos métodos de otimização, não existe um método que apresente ótimos resultados para todos os tipos de situações, e sim, aquele que melhor se enquadrar em um determinado problema. Diversos autores procuraram classificar os diferentes métodos, visando elencar características semelhantes, onde algumas classificações se baseiam no modelo matemático, na abordagem do problema, técnicas empregadas, entre outros.

O modelo matemático para formulação dos problemas de otimização pode ser dividido em programação linear e programação não linear, conforme definido por Luenberger e Ye (2015). Na programação linear, o problema é caracterizado por funções lineares, já a programação não linear apresenta função objetivo e/ou restrições não lineares. Os métodos de programação linear são mais desejáveis devido a maior facilidade de formulação do problema, entretanto, existem mais problemas de otimização não lineares para qual algoritmos eficazes estão disponíveis.

A otimização estrutural pode ser abordada de diferentes modos que dependem da metodologia empregada. Nesse sentido, Bendsøe e Sigmund (2003) explicam que os problemas de otimização estrutural podem ser divididos em três grandes grupos de abordagem definidos por: Otimização Paramétrica, Otimização Topológica e Otimização de Forma.

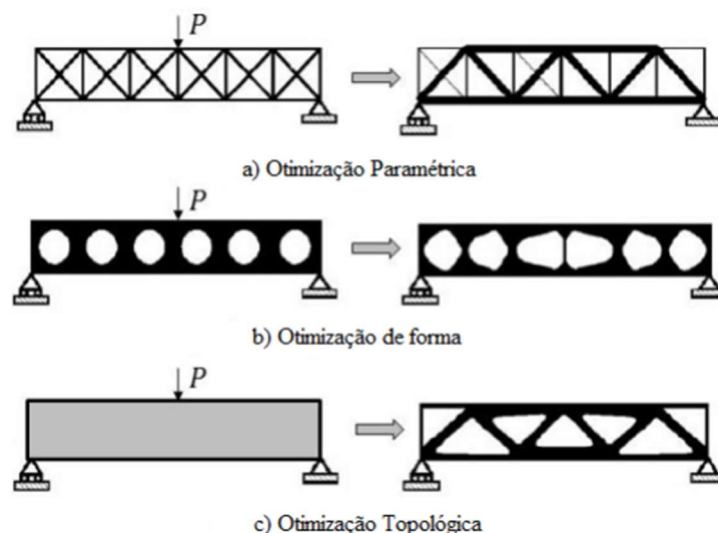
- a) Otimização Paramétrica: Consiste na otimização de parâmetros do problema analisado, mantendo-se fixa a disposição da estrutura, como quantidade de elementos estruturais, condições de contorno e posições dos elementos estruturais.

Nesse método, há alteração apenas dos parâmetros empregados no problema de otimização, como espessuras, dimensões dos elementos estruturais e propriedades mecânicas dos materiais;

- b) Otimização de Forma: Conhecida também como otimização geométrica, tem como intuito determinar a geometria ótima para um determinado domínio sem alterar a sua topologia. O princípio desse método consiste em variar a forma do contorno externo e/ou interno de uma estrutura, porém o número de possíveis cavidades e elementos é fixo. Nela, as variáveis de projeto são definidas como os parâmetros que definem as coordenadas de pontos do contorno que representa a forma de um elemento.
- c) Otimização Topológica: Nessa abordagem mantém-se fixo o domínio e para atingir a configuração ótima realiza-se a distribuição do material em regiões de maior solicitação e eliminando material nas regiões menos solicitadas, dentro do domínio analisado. Geralmente emprega-se uma malha de elementos finitos na região do domínio, e cada ponto do domínio será trabalhado para determinar se deverá ser preenchido por material ou um vazio (sem material).

A Figura 7 ilustra os três grandes grupos definidos por Bendsøe e Sigmund (2003).

Figura 7 – Exemplificação da (a) Otimização Paramétrica, (b) Otimização Topológica e (c) Otimização de Forma



Fonte: Adaptado de Bendsøe e Sigmund (2003).

Os métodos de otimização podem ser classificados em função das técnicas empregadas como determinísticos ou probabilísticos. Carvalho (2014) explica que, geralmente, os métodos determinísticos requerem que a função objetivo seja contínua e diferenciável no espaço de

busca, é o caso dos algoritmos clássicos que dependem das derivadas da função objetivo. Desse modo, esses métodos apresentam rapidez devido ao menor número de avaliações da função, entretanto apresentam limitações frente a funções multimodais.

Ao contrário dos métodos determinísticos, os métodos probabilísticos dispensam a utilização de derivadas da função. Os métodos probabilísticos ou heurísticos trabalham com a incerteza das variáveis otimizarem o modelo, levando em consideração alguma probabilidade gerada anteriormente, utilizando informações sobre a função objetivo. O método exige um maior custo computacional, entretanto, conseguem trabalhar com funções não-diferenciáveis, descontínuas e multimodais (BRANDÃO, 2010).

Dentre os métodos heurísticos mais utilizados destacam-se os Algoritmos Evolucionários que tem como principal característica a utilização de conceitos de seleção natural para a solução de problemas. São exemplos de Algoritmos Evolucionários: o Resfriamento Simulado, a Busca Tabu, Algoritmo de Otimização de Colônia de Formigas, o Algoritmo do Enxame de Partículas e Algoritmo Genético.

Portanto, a escolha do algoritmo de otimização depende principalmente da formulação matemática do problema, onde uma vez definida a função objetivo e as restrições do problema, deve-se optar pela técnica mais eficaz. No presente trabalho foi utilizado o Algoritmo Genético como método de otimização, por ser um método clássico amplamente empregado na PPGECA e permitir trabalhar com funções não diferenciáveis e variáveis discretas. Mais detalhes sobre o método são apresentados no tópico seguinte.

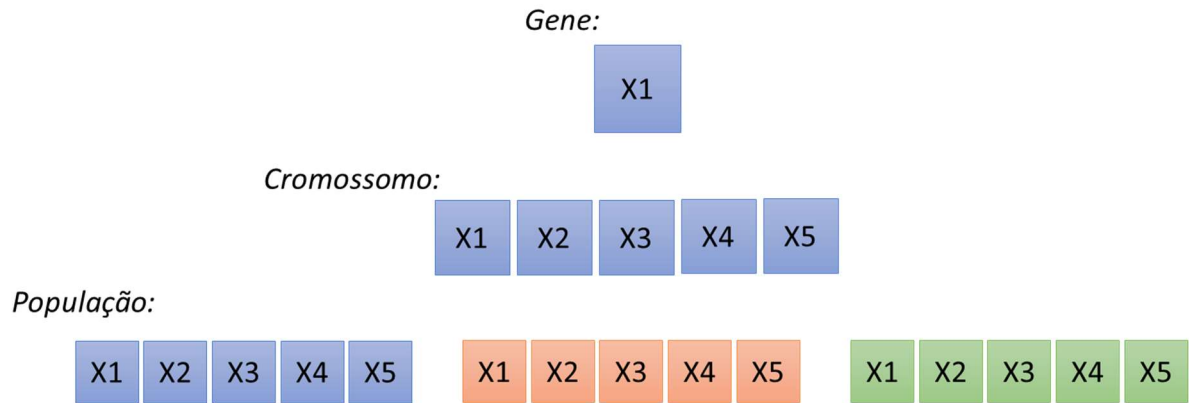
4.3 Método dos Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos (GA) é o método heurístico e evolutivo introduzido por Holland em 1975, sendo que o método surge em meio a estudos realizados nas décadas de 60 e 70 por diferentes pesquisadores que buscavam aplicar a teoria da evolução na resolução de problemas de diversas áreas, com destaque para a otimização (GOMES *et al.*, 2017).

O AG baseia-se na teoria da evolução das espécies de Charles Darwin (DARWIN, 1859), que tem como princípio a seleção natural das espécies, ou seja, indivíduos pertencentes a uma espécie têm chances diferentes de sobrevivência e que modificações fenotípicas (mutações) afetam o desempenho do indivíduo. A teoria de Darwin, resumida também como “sobrevivência do mais apto”, explica que indivíduos mais adaptados ao ambiente têm mais chance de sobreviver e transmitir suas características para a próxima geração. Esses conceitos foram introduzidos na formulação do método dos Algoritmos Genéticos.

Apresenta-se, a seguir, termos da biologia empregados no método AG que correspondem aos termos comumente vistos na linguagem da programação, sendo alguns deles ilustrados na Figura 8.

Figura 8 – Esquema de representação de um problema de AG

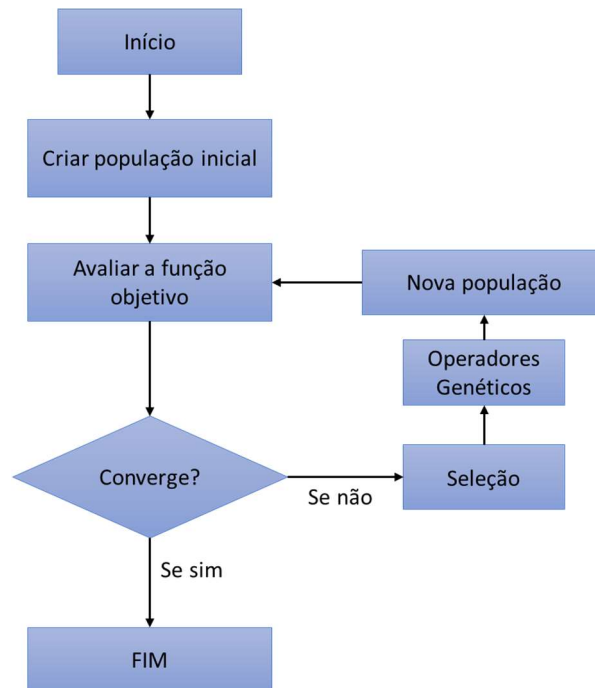


Fonte: Autor (2023).

- a) Gene: a unidade básica que compõe o cromossomo, ela representa a variável do problema;
- b) Alelo: o valor que o gene pode assumir;
- c) Cromossomo: ou indivíduo é o conjunto de genes que descrevem uma solução para o problema;
- d) População: o conjunto de todos os indivíduos;
- e) Geração: Cada população produzida a cada iteração do Algoritmo Genético;
- f) Operações genéticas: técnica aplicada sobre a população para a geração ou escolha de indivíduos de uma nova geração. As operações genéticas podem ser cruzamento, mutação e elitismo.

A Figura 9 apresenta um fluxograma simplificado do funcionamento de um AG. Inicialmente é criada uma população de indivíduos, esses indivíduos são avaliados a partir da função objetivo e atribuída uma nota que representa a sua aptidão. Em seguida, alguns dos cromossomos mais aptos são escolhidos para passar por processos de cruzamento e/ou mutação para criar diversidade para a nova geração, e/ou elitismo para garantir a sobrevivência dos cromossomos mais aptos, criando uma nova população de cromossomos. Esse processo de criação de uma nova população é repetido até que um critério de parada seja alcançado.

Figura 9 – Fluxograma geral de funcionamento de um AG



Fonte: Autor (2023).

4.3.1 Geração de população inicial

A geração da população inicial é a primeira etapa de funcionamento do AG. A primeira geração é na maioria das vezes de forma aleatória e tem como objetivo gerar uma população diversificada contemplando um maior alcance no espaço de busca. Sendo que a não diversificação dos indivíduos pode gerar uma convergência prematura, dificultando a obtenção da melhor escolha para o problema (GOMES *et al.*, 2017).

Oliveira (2013) em estudos realizados com o AG da *Optimization Toolbox* do MATLAB® concluiu que o tamanho da população e o critério de criação da população são características da população inicial que influenciam nos resultados finais.

4.3.2 Função de aptidão

A função objetivo ou função de aptidão (*fitness*) é utilizada para avaliar a aptidão dos indivíduos da população. A avaliação da aptidão dos indivíduos é um importante passo no funcionamento do AG, realizada depois de cada geração, pois atribui uma avaliação a cada um dos indivíduos pertencentes a população e aqueles mais bem avaliados, geralmente, serão submetidos às operações genéticas (EIBEN; SMITH, 2017).

A partir da avaliação da população pode-se medir se a solução está próxima do valor ótimo ou quão boa é a solução. Desse modo, é necessário que a função de aptidão seja

representativa e direcione para soluções promissoras, caso contrário pode consumir muito tempo de processamento.

4.3.3 Seleção dos indivíduos

A etapa de seleção de indivíduos determina quais transmitirão suas informações para a próxima geração a partir da reprodução dos descendentes e a seleção dos sobreviventes da presente geração (DA SILVA; LUDERMIR, 2021). A seleção depende inicialmente da aptidão de cada um dos indivíduos, os métodos de seleção mais conhecidos são:

- a) Seleção por roleta: A chance de um indivíduo ser escolhido é proporcional a sua aptidão, baseado nisso, ele ocupará uma porção maior ou menor em uma “roleta” para uma escolha aleatória;
- b) Seleção por torneio: Dois ou mais indivíduos são escolhidos aleatoriamente na população. Aquele com maior aptidão vence o torneio e é selecionado para a próxima geração. Esse procedimento é repetido até que o número total de indivíduos determinado seja alcançado;
- c) Seleção por ranking: Os indivíduos são ordenados em ordem decrescente baseado em sua avaliação e a probabilidade de seleção é definida de acordo com a sua posição no ranking.

4.3.4 Cruzamento

O cruzamento (recombinação ou *crossover*) é a operação genética em que pares de indivíduos (pais selecionados) têm seus genes combinados para criação de um novo indivíduo (filho) que compõe uma nova geração (OLIVEIRA, 2013).

A taxa de cruzamento no AG define a probabilidade de novos indivíduos serem introduzidos em cada geração, se a probabilidade de cruzamento for alta, novos indivíduos são introduzidos mais rapidamente e indivíduos de alta aptidão podem se perder no processo. Em contrapartida, uma baixa probabilidade de cruzamento requer um alto custo computacional e quando igual a zero não há mudanças na população devido ao cruzamento (SILVA, 2011).

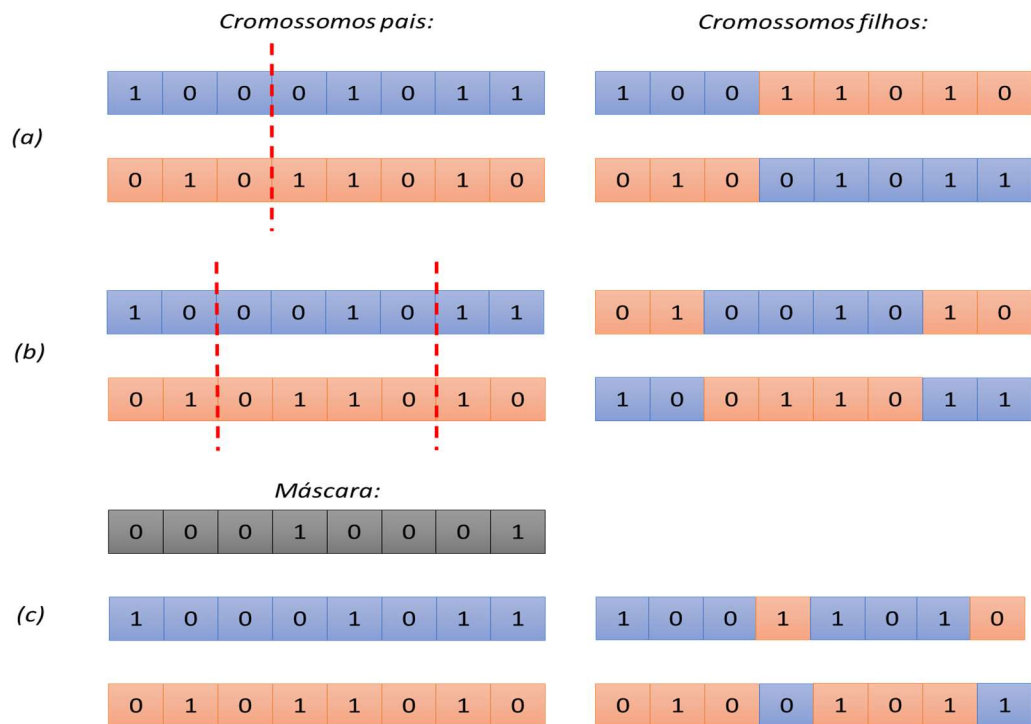
Existem diferentes métodos para realizar o cruzamento entre os genes de dois indivíduos. Os mais utilizados são o método do ponto único, método do ponto duplo e método dos pontos aleatórios, apresentados na Figura 10:

- a) Método do Ponto Único: os dois indivíduos selecionados para o cruzamento têm seus genes ordenados e cortados em um mesmo ponto aleatório. O novo indivíduo

é gerado a partir da junção da metade inicial de um indivíduo com a metade final do outro indivíduo;

- b) Método do Ponto Duplo: com o processo semelhante ao Método do Ponto Único, são definidos dois pontos de corte aleatórios. A junção das partes ocorre de forma intercalada, gerando um novo indivíduo;
- c) Método dos Pontos Aleatórios: utiliza-se uma máscara onde são atribuídos valores binários a cada uma das posições. No local onde o valor é igual a 0 escolhe-se o gene de um indivíduo, e nos locais onde o valor é igual a 1, utiliza o gene do outro indivíduo.

Figura 10 – Cruzamento pelo (a) Método do Ponto Único, (b) Método do Ponto Duplo e (c) Método dos Pontos Aleatórios



Fonte: Autor (2023).

4.3.5 *Mutação*

O operador de mutação modifica aleatoriamente um ou mais genes de um indivíduo para a geração de um indivíduo filho. A modificação dos genes dos indivíduos após a seleção e cruzamento permite a diversificação da população, resgatando soluções perdidas e introduzindo novos genes. Desse modo, a mutação evita a convergência para máximos locais, aumentando a chance de se encontrar um máximo global (EIBEN; SMITH, 2017).

A probabilidade de mutação define a frequência em que as modificações nos cromossomos ocorrem, onde uma probabilidade de mutação alta permite explorar um maior conjunto de soluções. Entretanto, pode ocasionar a perda de indivíduos de alta aptidão. Valores usuais de probabilidade de mutação variam entre 0,1% e 10% (SILVA, 2011). Os operadores de mutação mais comuns em problemas com números reais são a mutação uniforme e a mutação gaussiana:

- a) Mutação Uniforme: Um gene é escolhido aleatoriamente para sofrer uma modificação dentro de um intervalo de valores que o gene pode assumir (KATO; PAIVA; IZIDORO, 2021);
- b) Mutação Gaussiana: Os genes dos indivíduos sofrem modificações aleatoriamente, seguindo uma distribuição gaussiana com média 0 e desvio padrão 1 (MATHWORKS, 2022).

4.3.6 *Elitismo*

O elitismo é implementado no AG para inserir indivíduos de maior aptidão de uma geração na próxima geração. O procedimento pode ser aplicado entre os indivíduos selecionados da geração corrente ou indivíduos gerados pelos operadores de cruzamento e mutação (PUCHTA, 2016).

O mecanismo de seleção elitista contribui significativamente para a melhoria da função objetivo através da propagação das melhores soluções entre gerações, logo o operador garante buscas mais profundas, diferentemente dos demais operadores apresentados que buscam soluções mais diversificadas (GUARISO; SANGIORGIO, 2020). Apesar do elitismo contribuir para o melhoramento do desempenho do AG, sua utilização pode acarretar em uma convergência prematura para um máximo local (BENTO; KAGAN, 2008).

4.3.7 Critérios de parada

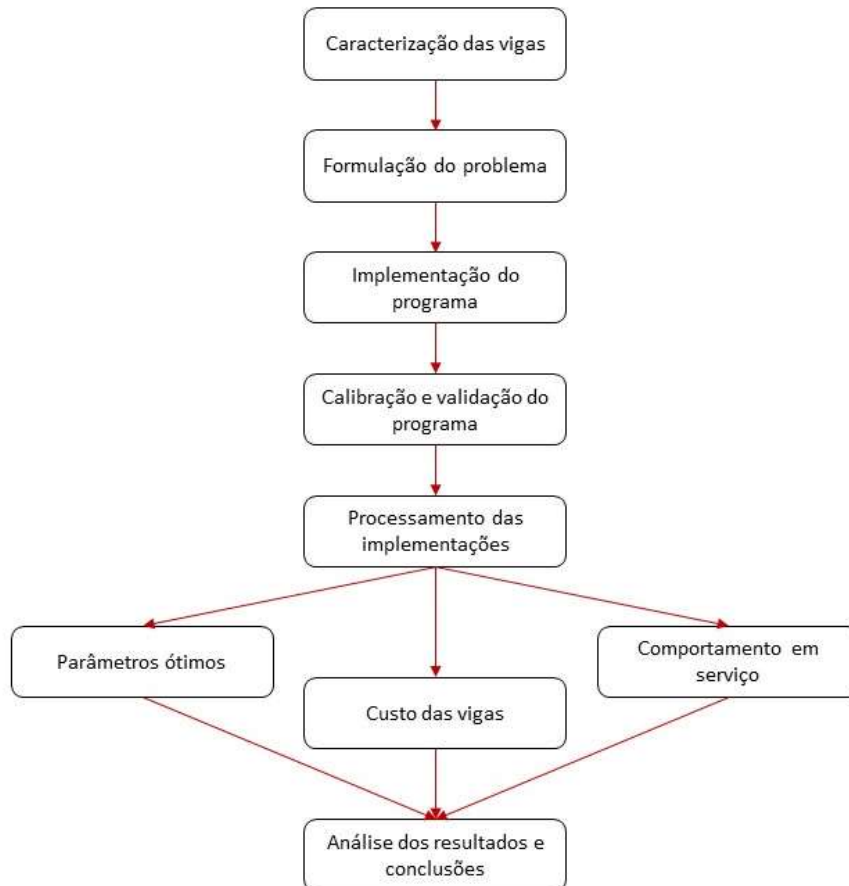
O critério de parada define o encerramento do funcionamento do AG. Enquanto nenhum dos critérios estabelecidos são atingidos, o programa repete os processos de avaliação da aptidão e criação de uma nova população. Os critérios de parada mais comumente utilizados são:

- a) A função de aptidão atingir um valor determinado;
- b) A mudança no melhor valor da função aptidão obtida for menor ou igual a tolerância estipulada na próxima geração;
- c) Número máximo de iterações for atingido;
- d) Não houver melhoria significativa na função objetivo por um determinado período de tempo;
- e) Tempo máximo de processamento;
- f) Número máximo de avaliações de funções.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentadas as atividades necessárias para a realização do estudo. Para uma melhor visualização, o Gráfico 1 apresenta um fluxograma das etapas do trabalho.

Gráfico 1 – Fluxograma das etapas do trabalho

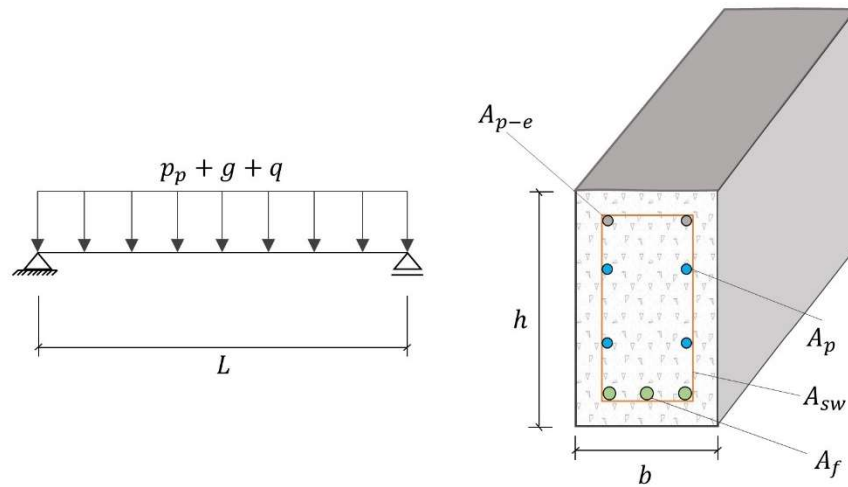


Fonte: Autor (2023).

5.1 Caracterização das vigas

A viga de concreto armado considerada no estudo é biapoiada, de comprimento L e submetida a um carregamento uniformemente distribuído composto pelo peso próprio da viga (p_p), carregamento permanente (g) e carregamento variável (q), conforme ilustrado pela Figura 11.

Figura 11 – Representação da viga de concreto armado analisada



Fonte: Autor (2023).

A viga possui uma seção transversal retangular de largura b e altura h , composta por armadura de GFRP (A_f) na região tracionada, armadura porta-estribos (A_{p-e}), armadura de pele (A_p) e armadura transversal (A_{sw}). O diâmetro do vibrador considerado no estudo é igual a 25 mm e o diâmetro do agregado graúdo igual a 19 mm.

Para armadura de pele, armadura transversal e armadura porta-estribos foram consideradas barras de aço de 6,3 mm para as vigas de concreto armadas com barras de GFRP. Em relação à classe de agressividade ambiental, foi considerada uma CAA igual a III, necessitando um cobrimento de 4 cm, e para o dimensionamento com barras de GFRP foi considerado a viga em um ambiente não exposto ao solo e intempéries, sendo necessário utilizar um C_E igual a 0,8 para barras de GFRP.

Para a obtenção de diferentes situações de projeto foram variados o comprimento da viga (L), o carregamento total aplicado (p_t) dada pela soma das parcelas g e q , a relação entre a carga variável e o carregamento total aplicado (q/p_t), e a resistência característica à compressão do concreto, possibilitando analisar a influência desses parâmetros no custo final da viga.

Considerou-se o comprimento da viga variando de 2,5 a 7,5 metros, em incrementos de 2,5 metros. O carregamento total (p_t) foi variado de 10 a 50 kN/m, em incrementos de 10 kN/m, e a relação (q/p_t) foi variada de 0,2 a 0,8, em incrementos de 0,2. A resistência característica à compressão do concreto variou de 30 MPa a 40 MPa, em incrementos de 5 MPa. Desse modo, foram consideradas 180 situações de projeto, onde para identificar a situação de projeto é utilizada a terminologia $L - f_{ck} - p_t - r$.

Para o desenvolvimento do estudo foram formulados dois problemas de otimização: dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado convencional (CA-C) e dimensionamento otimizado de vigas de concreto armadas com barras poliméricas reforçadas com fibras de vidro (CA-GFRP).

5.2 Formulação do problema de vigas CA-C

Para o problema de vigas de concreto armado seguiu-se a formulação apresentada por Correia (2020), no qual foi possível introduzir as condições de projeto empregadas no presente trabalho. No problema de Vigas CA-C, as variáveis de projeto consideradas foram a largura (b), altura (h), a quantidade de barras tracionadas (n_t), o diâmetro das barras tracionadas ($\emptyset_t$), a quantidade de barras comprimidas (n_c) e o diâmetro das barras comprimidas ($\emptyset_c$). A largura, a altura, a quantidade de barras tracionadas e a quantidade de barras comprimidas são variáveis discretas que podem assumir apenas valores inteiros. Já o diâmetro das barras tracionadas e o diâmetro das barras comprimidas são variáveis discretas que podem assumir apenas valores comerciais.

A função objetivo é a minimização dos custos das vigas, ela é representada pela Equação 38, dada pela soma do custo do concreto (C_c), custo do aço (C_a) e custo de fôrma (C_f), expressa nas Equações 39, 40 e 41, respectivamente.

$$f(x) = C_c + C_a + C_f \quad (38)$$

$$C_c = bhLc_c \quad (39)$$

onde, b é a base da viga, h é a altura da viga, L é comprimento da viga e c_c é o custo unitário do concreto em R\$/m³.

$$C_a = \left(\frac{\pi \emptyset_t^2}{4} L \rho c_{\emptyset_t} \right) + \left(\frac{\pi \emptyset_c^2}{4} L \rho c_{\emptyset_c} \right) + \left\{ \frac{\pi \emptyset_e^2}{4} [2(h + b) - 8c] n_e \rho c_{\emptyset_e} \right\} + \left(\frac{\pi \emptyset_p^2}{4} L \rho c_{\emptyset_p} \right) \quad (40)$$

onde, $\emptyset_t$ é o diâmetro da armadura de aço de tração, $c_{\emptyset_t}$ é o custo unitário da armadura de aço de tração em R\$/kg, $\emptyset_c$ é o diâmetro da armadura de aço de compressão, $c_{\emptyset_c}$ é o custo unitário da armadura de aço de compressão em R\$/kg, $\emptyset_e$ é o diâmetro dos estribos, $c_{\emptyset_e}$ é o custo unitário dos estribos em R\$/kg, n_e é a quantidade de estribos, $\emptyset_p$ é o diâmetro da armadura de pele, $c_{\emptyset_p}$ é o custo unitário da armadura de pele em R\$/kg e ρ é a relação do peso do aço por metro.

$$C_f = (b + 2h)Lc_f \quad (41)$$

onde c_f é o custo unitário da forma em R\$/m².

A Tabela 11 apresenta os custos unitários do concreto C30 a C40, os custos das barras de aço para diâmetros comerciais variando de 5 mm a 25 mm e o custo das fôrmas. Os custos unitários do concreto, aço e fôrmas foram extraídos do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI) para o Estado de Pernambuco referentes ao mês de dezembro de 2022.

Material	Referência	Custo
Concreto C30	01525 – SINAPI PE 12/2022	497,71 (R\$/m ³)
Concreto C35	11145 – SINAPI PE 12/2022	512,57 (R\$/m ³)
Concreto C40	34479 – SINAPI PE 12/2022	527,43 (R\$/m ³)
Aço CA-50 – 6,3 mm	00032 – SINAPI PE 12/2022	12,20 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 8 mm	00033 – SINAPI PE 12/2022	12,27 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 10 mm	00034 – SINAPI PE 12/2022	11,57 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 12,5 mm	43055 – SINAPI PE 12/2022	10,02 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 16 mm	43055 – SINAPI PE 12/2022	10,02 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 20 mm	43056 – SINAPI PE 12/2022	11,55 (R\$/kg)
Aço CA-50 – 25 mm	43056 – SINAPI PE 12/2022	11,55 (R\$/kg)
Fôrmas	43677 – SINAPI PE 12/2022	67,09 (R\$/m ²)

Fonte: Adaptado de SINAPI (2022).

As restrições do problema de otimização das vigas estabelecidas por Correia (2020) são relativas ao colapso ou ruína estrutural (ELU), ao comportamento em serviço (ELS) e as boas práticas de projeto e detalhamento, todas respeitando as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme descritas na Equação 42 a Equação 58:

- Restrição 1 – A largura da seção transversal da viga deve ser maior ou igual a 12 cm, conforme o item 13.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), e menor ou igual a 60 cm, devido às imposições de projeto:

$$12 \text{ cm} \leq b \leq 60 \text{ cm} \quad (42)$$

- Restrição 2 – Para a altura da seção transversal da viga foi imposto um intervalo de projeto entre 25 cm e 120 cm:

$$25 \text{ cm} \leq h \leq 120 \text{ cm} \quad (43)$$

- Restrição 3 – Para o número de barras de compressão ou tração foi imposto um número de barras variando entre 2 a 20:

$$2 \leq n_t, n_c \leq 20 \quad (44)$$

- Restrição 4 – As barras das armaduras longitudinais e transversais devem apresentar diâmetros iguais aos valores comerciais disponíveis:

$$\phi_t, \phi_c = \{6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25\} \text{ mm} \quad (45)$$

- Restrição 5 – A viga deve possuir um comprimento longitudinal maior ou igual a três vezes a maior dimensão da seção transversal, conforme o item 14.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$3h \leq L \quad (46)$$

- Restrição 6 – A área da armadura longitudinal de tração deve ser maior ou igual a área mínima de aço estipulado pelo item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$A_s \geq A_{s,min} \quad (47)$$

- Restrição 7 – A soma das áreas da armadura longitudinal de tração e compressão deve ser inferior ou igual ao estipulado pelo item 17.3.5.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$(A_s + A'_s) \leq 0,04A_c \quad (48)$$

- Restrição 8 – A distância do centro de gravidade das barras ao centro da barra mais afastada da linha neutra deve ser menor ou igual a 10% da altura da viga, conforme item 17.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$a \leq 0,1h \quad (49)$$

- Restrição 9 – A altura da linha neutra deve ser menor ou igual a 45% da altura útil da viga para garantir as condições de ductilidade da viga para concretos com f_{ck} menor ou igual a 50 MPa, conforme item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$x \leq 0,45d \quad (50)$$

- Restrição 10 – O espaçamento entre estribos não deve ser inferior ao valor de espaçamento mínimo entre estribos, devendo ser igual ou superior ao diâmetro

do vibrador (25 mm) acrescido de 1 mm, e à distância necessária para a passagem do vibrador, conforme especificação da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$s \geq s_{min} \quad (51)$$

- Restrição 11 – A quantidade de barras de armaduras longitudinais tracionadas deve ser maior ou igual a quantidade de barras de armaduras comprimidas:

$$n_t \geq n_c \quad (52)$$

- Restrição 12 – O diâmetro das armaduras longitudinais tracionadas deve ser maior ou igual ao diâmetro das armaduras longitudinais comprimidas:

$$\phi_t \geq \phi_c \quad (53)$$

- Restrição 13 – A quantidade de barras tracionadas ou comprimidas na primeira camada deve ser maior ou igual a 2:

$$2 \leq n_{tI}, n_{cI} \quad (54)$$

- Restrição 14 – O momento fletor solicitante de cálculo deve ser menor ou igual ao momento resistente de cálculo, garantindo a segurança através do estado-limite último relacionado à ruína por flexão, conforme item 16.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$M_{sd} \leq M_{rd} \quad (55)$$

- Restrição 15 – O esforço cortante solicitante de cálculo deve ser menor ou igual ao esforço cortante resistente de cálculo da seção, garantindo a segurança através do estado-limite último associado à ruína relacionada ao esforço cortante, conforme o item 14.6.4.3:

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \quad (56)$$

- Restrição 16 – A flecha total deve ser menor ou igual ao deslocamento limite para o efeito de aceitabilidade sensorial:

$$a_t \leq \frac{L}{250} \quad (57)$$

- Restrição 17 – A abertura de fissuras deve ser menor ou igual ao valor limite considerando a classe de agressividade ambiental III:

$$w \leq 0,3 \text{ mm} \quad (58)$$

O problema de otimização é utilizado para encontrar os parâmetros definidos ($x_1 = b$, $x_2 = h$, $x_3 = n_t$, $x_4 = \phi_t$, $x_5 = n_c$ e $x_6 = \phi_c$) para minimizar o custo das vigas, atendendo às restrições impostas, e podendo ser escrito da seguinte forma:

Encontrar o vetor x que minimiza:

$$\begin{aligned} f(b, h, n_t, \phi_t, n_c, \phi_c) &= bhLc_c + \left(\frac{\pi\phi_t^2}{4} L\rho c_{\phi_t} \right) + \left(\frac{\pi\phi_c^2}{4} L\rho c_{\phi_c} \right) \\ &+ \left\{ \frac{\pi\phi_e^2}{4} [2(h+b) - 8c] n_e \rho c_{\phi_e} \right\} + \left(\frac{\pi\phi_p^2}{4} L\rho c_{\phi_p} \right) + (b+2h)Lc_f \end{aligned} \quad (59)$$

Sujeito à:

$$12 \text{ cm} \leq b \leq 60 \text{ cm} \quad (60)$$

$$25 \text{ cm} \leq h \leq 120 \text{ cm} \quad (61)$$

$$2 \leq n_t, n_c \leq 20 \quad (62)$$

$$\phi_t, \phi_c = \{5; 6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25\} \text{ mm} \quad (63)$$

$$3h \leq L \quad (64)$$

$$(A_s + A'_s) \leq 0,04A_c \quad (65)$$

$$a \leq 0,1h \quad (66)$$

$$x \leq 0,45d \quad (67)$$

$$s \geq s_{min} \quad (68)$$

$$n_t \geq n_c \quad (69)$$

$$\phi_t \geq \phi_c \quad (70)$$

$$2 \leq n_{t_I}, n_{c_I} \quad (71)$$

$$M_{sd} \leq M_{rd} \quad (72)$$

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \quad (73)$$

$$a_t \leq \frac{L}{250} \quad (74)$$

$$w \leq 0,3 \text{ mm} \quad (75)$$

5.3 Formulação do problema de vigas CA-GFRP

Para a formulação do problema de vigas CA-GFRP, seguem-se as prescrições da ACI 440.1R (2015). As principais diferenças em relação às vigas CA-C se dão devido ao comportamento elástico-frágil das barras de FRP. O procedimento de dimensionamento à flexão de vigas com FRP não considera a relação entre a profundidade da linha neutra e a altura útil da viga para determinar o comportamento na ruptura, e sim, a taxa de armadura de tração que determina se os elementos rompem devido ao esmagamento do concreto ou ruptura das barras poliméricas.

Sendo assim, o dimensionamento de vigas com FRP dispensa a utilização de barras poliméricas na região comprimida, devido procedimento usado para o processo de dimensionamento e a solicitação decorrente do carregamento que faz com que as vigas trabalhem unicamente à flexão simples. Neste trabalho, utilizou-se apenas porta-estribos de aço para o adequado posicionamento dos estribos para garantir o adequado posicionamento da armação da viga durante sua execução.

Em relação a utilização de múltiplas camadas e barras com diferentes diâmetros, inicialmente, optou-se por utilizar apenas uma camada de barras na zona tracionada e um mesmo diâmetro para todas as barras da camada, diferentemente das Vigas CA-C que podem apresentar mais de uma camada na zona tracionada.

A escolha segue a tendência de estudos numéricos recentes como os realizados por Barris *et al.* (2012), Shahnewaz *et al.* (2016) e Alrudaine (2022), que utilizam apenas uma camada no controle da flexão. Logo, é evidente a necessidade de comparação dessas vigas com vigas de concreto armadas em múltiplas camadas que já são amplamente empregadas.

Outra diferença entre os tipos de viga está relacionada a determinação da resistência de projeto do concreto à compressão. A NBR 6118 (ABNT, 2014) considera a resistência característica à compressão (f_{ck}) como sendo o valor tal que existe uma probabilidade de 5% de se obter resistências inferiores à mesma. Já no dimensionamento de vigas CA-GFRP, seguindo as prescrições da ACI 301-10 (2016), considera-se a resistência específica à compressão do concreto (f'_c) como sendo o valor que apresentar determinada probabilidade de que a média de três ensaios consecutivos seja inferior.

Dada a diferença entre os modos, Souza e Bittencourt (2003) buscaram relacionar ambos os modos de determinação de maneira simplista, resultando na Equação 76. Essa relação permite determinar a resistência à compressão de projeto conforme a normativa americana, utilizando os resultados obtidos conforme a norma brasileira.

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (76)$$

Conforme estudos realizados por Honscha (2020) e Abreu Filho (2020), é possível também estabelecer uma relação entre os parâmetros f_{ck} e f'_c a partir da resistência média à compressão obtidos igualmente em ambas as normas. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor da resistência média à compressão do concreto (f_{cm}) é dada pela Equação 77.

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,645S \quad (77)$$

onde S é o desvio-padrão.

Já segundo a ACI 318 (2019), para concretos com Resistência Característica à Compressão (f'_c) menor ou igual a 35 MPa, a resistência média à compressão do concreto (f'_{cr}) é o maior valor obtido entre a Equação 78 e Equação 79.

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s \quad (78)$$

$$f'_{cr} = f'_c + 2,33S_s - 3,5 \quad (79)$$

Para concretos com Resistência Característica à Compressão (f'_c) menor ou igual a 35 MPa, a resistência média à compressão do concreto (f'_{cr}) é o maior valor obtido entre a Equação 80 e Equação 81.

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s \quad (80)$$

$$f'_{cr} = 0,9f'_c + 2,33S_s \quad (81)$$

onde S_s é o desvio padrão da dosagem.

O valor da resistência média à compressão do concreto utilizado nas normas é obtido a partir da média aritmética da resistência à compressão dos ensaios com corpos de prova. Desse modo, dada uma distribuição normal de probabilidades, temos que f'_{cr} é igual a f_{cm} . Adotando a mesma equação para o desvio padrão e o mesmo coeficiente de variação, pode-se realizar a compatibilização das resistências à compressão do concreto.

Neste trabalho, foram adotados os valores de resistência característica à compressão, e levando em consideração a equivalência da resistência média à compressão das normas, foram calculados os valores de resistência específica à compressão do concreto a partir das Equações 77 a 81. Para o estudo foi considerado o mesmo valor de coeficiente de variação (V_{fc}) adotado por Honscha (2020), valor igual a 0,10, e o desvio padrão é dado pela Equação 82.

$$s = V_{fc}\mu_c \quad (82)$$

onde μ_c é a resistência média à compressão do concreto.

Desse modo, para um concreto de resistência característica à compressão igual a 30 MPa, pode-se calcular a resistência à compressão média substituindo a Equação 82 na Equação 77, obtendo-se a Equação 83.

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645V_{fc}} = \frac{30}{1 - 1,645(0,1)} = 35,91 \text{ MPa} \quad (83)$$

A resistência à compressão média é igual a 35,91 MPa, o valor calculado é empregado na determinação da resistência específica à compressão do concreto. Estima-se que f'_c resulte em um valor inferior a 35 MPa, desse modo, são empregadas as Equações 78 e 79, resultando em valores de f'_c iguais a 31,10 MPa e 31,04 MPa. Logo, a resistência específica à compressão do concreto é igual a 31,10 MPa, maior valor entre os calculados.

A partir dos demais valores de f_{ck} empregados foram calculados os respectivos valores de f'_c , e esses valores compatibilizados estão apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Valores de f_{ck} e f'_c compatibilizados utilizados

f_{ck} (MPa)	f'_c (MPa)
30	31,10
35	36,28
40	41,46

Fonte: Autor (2023).

As variáveis de projeto consideradas serão a largura (b), altura (h), a quantidade de barras tracionadas (n_{gfrp}) e o diâmetro das barras tracionadas ($\emptyset_{gfrp}$). As variáveis b , h e n_{gfrp} são variáveis discretas que podem assumir apenas números inteiros e a variável $\emptyset_{gfrp}$ é uma variável discreta que pode assumir somente valores comerciais.

Como mencionado anteriormente, a função objetivo é a minimização dos custos das vigas, sendo ela representada pela Equação 84, dada pela soma do custo do concreto (C_c), custo das barras de GFRP e aço (C_b), e custo de fôrma (C_f), determinados pelas Equações 39, 85 e 40, respectivamente.

$$f(x) = C_c + C_b + C_f \quad (84)$$

$$C_b = \left(n_{gfrp} L c_{\emptyset_{gfrp}} \right) + \left\{ \frac{\pi \emptyset_e^2}{4} [2(h + b) - 8c] n_e \rho c_{\emptyset_e} \right\} + \left(\frac{\pi \emptyset_c^2}{4} L \rho c_{\emptyset_p} \right) + \left(\frac{\pi \emptyset_{p-e}^2}{4} L \rho c_{\emptyset_{p-e}} \right) \quad (85)$$

onde n_{gfrp} é número de barras de GFRP, $c_{\emptyset_{gfrp}}$ é o custo unitário da armadura de GFRP em R\$/m, $\emptyset_e$ é o diâmetro dos estribos de aço, $c_{\emptyset_e}$ é o custo unitário dos estribos de FRP em R\$/kg, n_e é a quantidade de estribos, $\emptyset_p$ é o diâmetro da armadura de pele, $c_{\emptyset_p}$ é o custo unitário da armadura de pele em R\$/kg, $\emptyset_{p-e}$ é o diâmetro da armadura do porta-estribos, $c_{\emptyset_{p-e}}$ é o custo unitário da armadura de porta-estribos em R\$/kg e ρ é a massa específica do aço.

Os custos unitários do concreto, aço e fôrmas são iguais aos valores apresentados na Tabela 11. Já o custo das barras poliméricas varia com o tipo e diâmetro das mesmas, e são obtidos através de tabela de preços de fabricantes nacionais. Os diâmetros comerciais, propriedades mecânicas e o custo de barras de GFRP foram obtidos com a empresa fabricante Stratus Compostos Estruturais Ltda., conforme apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 – Diâmetros comerciais das barras de GFRP e suas propriedades			
Diâmetros padrões (mm)	f_{fu} * (MPa)	E_f (MPa)	Custo (R\$/m)
6	961	48000	2,82
10	950	48000	7,45
12	917	48000	8,86
16	899	48000	17,4
25	808	46000	35,32

Fonte: Stratus Compostos Estruturais Ltda.

As restrições do problema de otimização das vigas são relativas ao colapso ou ruína estrutural (ELU), ao comportamento em serviço (ELS) e as boas práticas de projeto e detalhamento, todas respeitando as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 440.1R (2015), conforme descritas nas Equações 42, 43, 46, 51 e 56, e Equação 86 a Equação 93:

- Restrição 1 – A largura da seção transversal da viga deve ser maior ou igual a 12 cm, conforme o item 13.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), e menor ou igual a 60 cm, devido às imposições de projeto, conforme descrito na Equação 42.
- Restrição 2 – Para a altura da seção transversal da viga foi imposto um intervalo de projeto entre 25 cm e 120 cm, conforme descrito na Equação 43.
- Restrição 3 – Para o número de barras de GFRP foi imposto um número variando entre 2 a 20, conforme descrito na Equação 86:

$$2 \leq n_{grfp} \leq 20 \quad (86)$$

- Restrição 4 – As barras das armaduras longitudinais e transversais devem apresentar diâmetros iguais aos valores comerciais disponíveis:

$$\phi_{grfp} = \{6; 10; 12,5; 16; 25\} \text{ mm} \quad (87)$$

- Restrição 5 – A viga deve possuir um comprimento longitudinal maior ou igual a três vezes a maior dimensão da seção transversal, conforme o item 14.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), descrito na Equação 44.
- Restrição 6 – A área da armadura longitudinal de tração deve ser maior ou igual a área mínima de FRP estipulado pelo item 7.2.4 da ACI 440.1R (2015) quando a falha do elemento for controlada pela ruptura das barras:

$$A_f \geq A_{f,min} \quad (88)$$

- Restrição 7 – O espaçamento entre estribos não deve ser inferior ao valor de espaçamento mínimo entre estribos, devendo ser igual ou superior ao diâmetro do vibrador (25 mm) acrescido de 1 mm, e à distância necessária para a passagem do vibrador, conforme especificação da NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$s \geq s_{min} \quad (89)$$

- Restrição 8 – O espaçamento entre barras longitudinais não deve ultrapassar o valor máximo, visando o controle de fissuras nas vigas, conforme item 7.3.1 da ACI 440.1R (2015):

$$s \leq s_{max} \quad (90)$$

- Restrição 9 – A espessura da cobertura de concreto medida da fibra de tração externa ao centro da barra não deve ultrapassar o valor máximo estipulado conforme o item 7.3.1 da ACI 440.1R (2015), visando o controle de fissuras:

$$d_c \leq d_{c,max} \quad (91)$$

- Restrição 10 – O momento resistente deve ser maior ou igual ao momento solicitante de cálculo, garantindo a segurança através do estado-limite último relacionado à ruína por flexão, conforme item 7.1.1 da ACI 440.1R (2015):

$$\phi M_n \geq M_u \quad (92)$$

- Restrição 11 – O esforço cortante solicitante de cálculo deve ser menor ou igual ao esforço cortante resistente de cálculo da seção, relacionada a ruína das diagonais comprimidas de concreto, garantindo a segurança através do estado-

limite último associado à ruína relacionada ao esforço cortante, conforme descrito na Equação 54.

- Restrição 12 – A flecha total deve ser menor ou igual ao deslocamento limite para a construção de telhado ou piso suportando elementos não estruturais que provavelmente não serão danificados por grandes deflexões, de acordo com ACI 318 (2019):

$$a_t \leq \frac{L}{240} \quad (93)$$

O problema de otimização é utilizado para encontrar os parâmetros ($x_1 = b$, $x_2 = h$, $x_3 = n_t$ e $x_4 = \phi_t$) definidos para minimizar o custo das vigas, atendendo às restrições impostas, podendo ser escrito da seguinte forma:

Encontrar o vetor x que minimize:

$$\begin{aligned} f(b, h, n_{gfrp}, \phi_{gfrp}) &= bhLc_c + \left(\frac{\pi \phi_{gfrp}^2}{4} L \rho c_{\phi_{gfrp}} \right) + \left\{ \frac{\pi \phi_{wf}^2}{4} [2(h+b)8c] n_{wf} \rho c_{\phi_{wf}} \right\} \\ &+ \left(\frac{\pi \phi_p^2}{4} L \rho c_{\phi_p} \right) + \left(\frac{\pi \phi_{pe}^2}{4} L \rho c_{\phi_{pe}} \right) + (b+2h)Lc_f \end{aligned} \quad (94)$$

Sujeito a:

$$12 \text{ cm} \leq b \leq 60 \text{ cm} \quad (95)$$

$$25 \text{ cm} \leq h \leq 120 \text{ cm} \quad (96)$$

$$2 \leq n_{gfrp} \leq 20 \quad (97)$$

$$n_{gfrp} = \{6; 10; 12,5; 16; 25\} \text{ mm} \quad (98)$$

$$3h \leq L \quad (99)$$

$$A_f \geq A_{f,min} \quad (100)$$

$$s \geq s_{min} \quad (101)$$

$$s \leq s_{max} \quad (102)$$

$$d_c \leq d_{c,max} \quad (103)$$

$$\phi M_n \geq M_u \quad (104)$$

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \quad (105)$$

$$a_t \leq \frac{L}{240} \quad (106)$$

5.4 Implementação computacional dos problemas de vigas CA-C e CA-GFRP

Os problemas formulados foram implementados no MATLAB© (versão R2019a) com o auxílio do *Optimization Toolbox* presente no *software*. O MATLAB possui diversas opções

de *solvers* que podem ser empregados na implementação através das respectivas funções. Dessa maneira, o método dos AG foi empregado na implementação a partir da função *GA* presente na *Optimization Toolbox* do MATLAB, e apresentada posteriormente.

Neste trabalho foi utilizado o método dos AG para resolução dos problemas propostos devido as excelentes características do método para o tratamento com variáveis discretas e funções não diferenciáveis, como nos estudos realizados por Bezerra (2017), Nunes (2018), Cavalcanti Neto (2019), Correia (2020), Silva Júnior (2022) e Alrudaini (2022).

Além disso, nos últimos anos o grupo de pesquisa de Engenharia Computacional da UFPE vem desenvolvendo trabalhos com esse método de otimização, como os realizados por Bezerra (2017), Nunes (2018), Correia (2020), Silva Júnior (2022), entre outros.

O código implementado neste trabalho é uma continuação direta de trabalhos anteriores desenvolvidos no Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM), do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco. Desse modo, foram utilizados os códigos desenvolvidos por Correia (2020) para o dimensionamento otimizado de vigas CA-C. Para o dimensionamento otimizado de vigas CA-GFRP foi criado um código principal e funções para a utilização no código principal localizado em arquivos distintos.

No programa principal *otimizacao_frp.m* são inseridas todas as informações necessárias para reproduzir as definições de projeto e característica das vigas, realizar o dimensionamento de acordo com ACI 440.1R (2015) e NBR 6118 (ABNT, 2014), e otimizar o elemento estrutural proposto a partir do método dos AG.

Foram introduzidos os parâmetros de projeto, conforme definido no Tópico 5.1, e as variáveis de projeto, restrições e função objetivo, conforme definido no Tópico 5.2, e são definidos parâmetros do AG necessários para melhorar o desempenho da implementação, conforme apresentando adiante no Tópico 5.5.

Desse modo, as variáveis de projeto, restrições, função objetivo e as opções para o AG, são os dados de entrada na função *GA.m*, função empregada no programa principal para a resolução do problema de otimização. A função *GA* é inserida na forma apresentada na Equação 107.

$$\begin{aligned}
 &[x, fval, exitflag, output] \\
 &= ga(fobjetivo, nvars, Ain, bin, [], [], lb, ub, restricoes_nl, IntCont, \\
 &opcoes)
 \end{aligned}
 \tag{107}$$

onde x são as variáveis ótimas, $fval$ é o valor da função objetivo, $exitflag$ é o critério de parada do problema, $output$ é uma estrutura que contém o resultado de cada geração e outras informações sobre o desempenho do algoritmo, $fobjetivo$ é a função objetivo introduzida no

programa, *nvars* é número de variáveis a serem otimizadas, *Ain* é a matriz que compõe as restrições lineares, *bin* é o vetor que compõe as restrições lineares, *lb* e *ub* são as restrições geométricas superiores e inferiores, *restrições_nl* são as restrições não-lineares, *IntCont* são as variáveis de projeto identificadas como números inteiros e “[]” é o dado de entrada não preenchido.

As restrições lineares e restrições geométricas foram inseridas diretamente no programa principal, enquanto que as restrições não-lineares de desigualdades foram introduzidas no programa principal a partir da função *restrições_nl_frp.m*. A função objetivo (*fobjetivo*) também é introduzida no programa principal a partir da função, denominada *função_objetivo_frp.m*.

Com o processamento da implementação é possível obter os valores ótimos das variáveis de projeto, os custos das vigas e os valores das restrições.

5.5 Calibração dos parâmetros do AG

Conforme apresentado no Capítulo 4, o desempenho dos AG depende também dos parâmetros que definem cada uma das etapas de funcionamento. Para se obter o melhor resultado para o problema deve-se buscar a configuração dos parâmetros que propicie a maior eficiência do método. Desse modo, após a implementação dos problemas no MATLAB foi realizada a calibração dos parâmetros da função *GA*.

A função *GA* do MATLAB permite que diversos parâmetros internos sejam ajustados para que o *solver* se adeque melhor ao problema implementado, uma lista completa com todos os parâmetros passíveis de mudanças pode ser encontrada em Mathworks (2022).

Bezerra (2017) analisou a calibração de 13 parâmetros da função *AG* na otimização de vigas de concreto armado convencional. A autora observou que o Tamanho da população inicial, Penalidade Inicial e a Função de criação da população e o *Solver* foram os parâmetros alterados que mais influenciaram no seu custo final.

Correia *et al.* (2022) analisou diversos estudos que utilizaram AG na otimização de vigas de concreto armado convencional e verificou que os parâmetros Tamanho de população, Função de cruzamento e a Fração de Mutação apresentaram maior variação entre os estudos analisados. A Mathworks (2022) indica valores padrões para problemas com restrição de número inteiro. Sendo assim, como o problema de vigas de concreto armado com GFRP apresenta restrições com número inteiro, foram utilizados os valores padrões indicados.

Portanto, a partir das informações anteriores, foram definidos e calibrados os parâmetros *PopulationSize*, *CrossoverFraction* e *EliteCount*:

- *PopulationSize* (Tamanho da população inicial): Determina o número de indivíduos que compõe cada geração;
- *CrossoverFraction* (Função de cruzamento): Parâmetro que define como será feito o cruzamento entre indivíduos para a criação de um novo indivíduo que compõe a próxima geração;
- *EliteCount* (Contagem de Elite): Define a porcentagem de indivíduos da atual geração que farão parte da próxima geração;

Para a calibração dos parâmetros da função *GA*, foi utilizado uma estratégia de ajuste de parâmetros através de um método baseado em projeto de experimentos (*design of experiments* – DOE) e testes estatísticos. Diversos autores empregaram essa estratégia na calibração de parâmetros do AG voltados para a otimização de problemas, tal como: Petroviski, Brownlee e McCall (2005); Pinho, Montevechi e Marins (2007); Dao, Abhari e Marian (2016); Matamoros e Kumral, 2019; Mobin *et al.*, 2018; Correia, Bono e Paliga (2022).

O presente estudo utilizou uma estratégia de ajuste baseada em projeto de experimentos fatorial completo (DOE *full factorial*). O planejamento fatorial completo foi escolhido pois inclui todas as combinações possíveis de níveis e fatores, necessária para a calibração, permitindo analisar o efeito de cada valor de parâmetro no custo ótimo das vigas. Para auxiliar na execução do DOE foi utilizado o *software* Minitab 19, um programa computacional estatístico, que facilita o processo de geração dos gráficos de efeitos principais e interações, utilizados para a análise dos parâmetros e seus níveis.

Desse modo, para a calibração utilizando DOE *full factorial*, os parâmetros *PopulationSize*, *CrossoverFraction* e *EliteCount* são os fatores e os valores que esses fatores podem assumir são os chamados níveis. A Tabela 14 apresenta os fatores e os respectivos níveis.

Tabela 14 – Parâmetros de AG na calibração

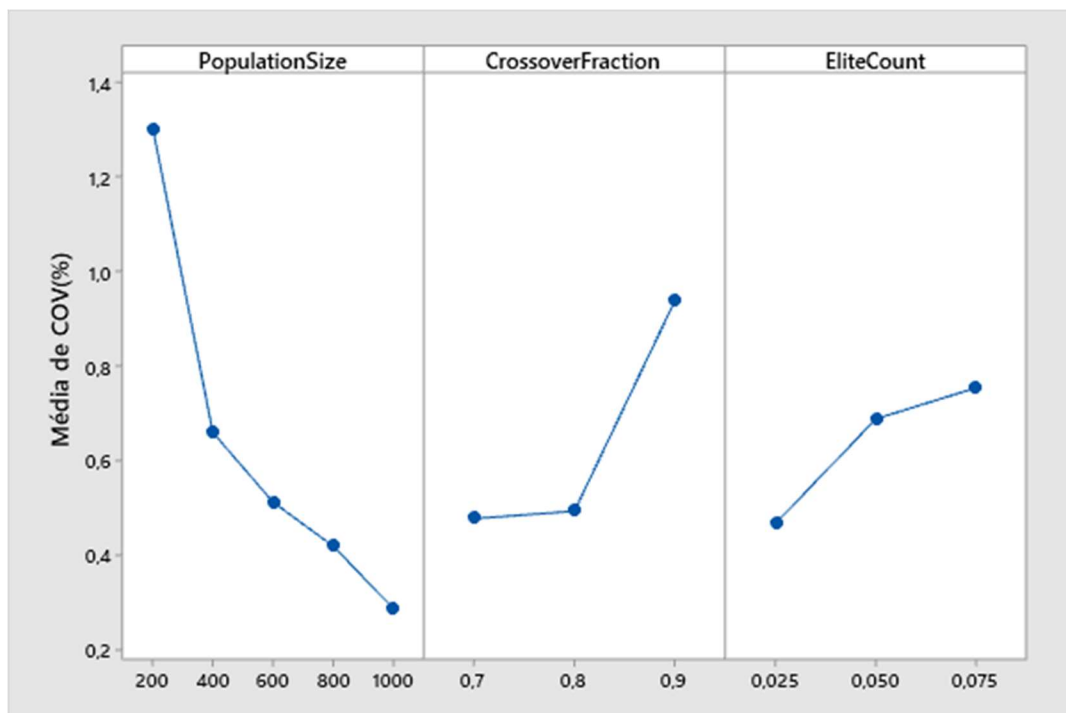
Parâmetros do AG (Fatores)	Default	Níveis
<i>PopulationSize</i>	200	{200; 400; 600; 800; 1000}
<i>CrossoverFraction</i>	0,8	{0,7; 0,8; 0,9}
<i>EliteCount</i>	0,05	{0,025; 0,05; 0,075}

Fonte: Autor (2023).

Para a execução dos experimentos foi considerado uma viga CA-GFRP 5-35-0,2-30. A partir da permutação dos níveis foi obtido um total de 45 experimentos e cada experimento foi

executado 10 vezes. A variável de resposta escolhida é o Coeficiente de Variação (COV) do custo otimizado, onde para cada experimento foi calculado o COV a partir de 10 observações. O COV mede a dispersão dos resultados, e o mesmo foi utilizado como variável de resposta para obtenção de uma configuração de parâmetros que além de resultar em valores ótimos globais, apresente também uma menor variabilidade para diferentes processamentos da implementação. Os gráficos de efeitos principais e interação para o COV são apresentados no Gráfico 2 e 3.

Gráfico 2 – Efeitos principais para o COV

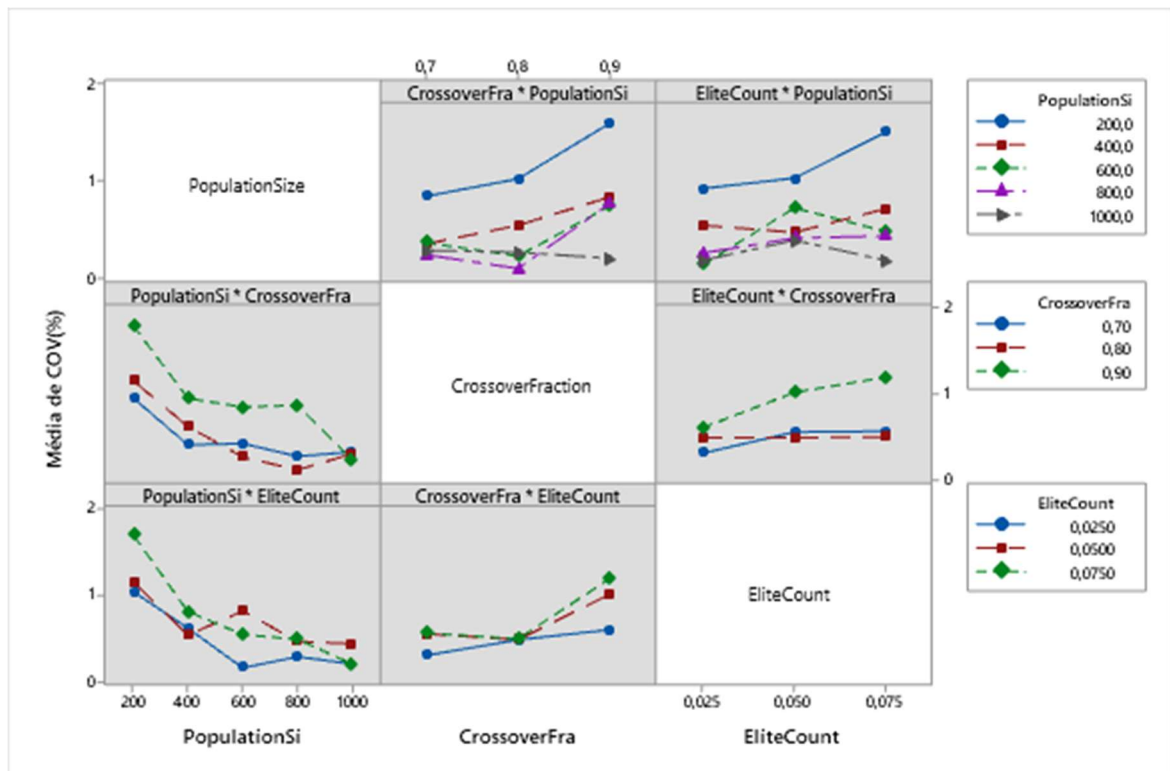


Fonte: Autor (2023).

A partir do gráfico dos efeitos principais para o COV apresentado na Gráfico 2, pode-se verificar que a variável de resposta é consideravelmente influenciada com a mudança dos parâmetros da função *GA* escolhidos. Desse modo, para os parâmetros *CrossoverFraction* e *EliteCount* percebe-se um aumento no valor da variável de resposta com o aumento desses parâmetros. Já para a *PopulationSize*, percebe-se uma redução na variável de resposta com o aumento do valor do parâmetro, obtendo um valor mínimo de 0,28% para uma *PopulationSize* igual a 1000.

Portanto, verifica-se a existência de um efeito principal dos parâmetros escolhidos e a necessidade de analisar a interação entre todos os parâmetros escolhidos para a determinação dos respectivos níveis que apresentam maiores interações. Desse modo, o Gráfico 3 apresenta as interações entre os parâmetros escolhidos para o COV.

Gráfico 3 – Gráfico de interação para a média do COV



Fonte: Autor (2023).

Conforme apresentado no Gráfico 3, geralmente percebe-se que o efeito de um fator depende do nível do outro fator, com a mudança da inclinação das retas para diferentes níveis. Entre as interações analisadas, percebe-se uma menor influência na interação dos fatores *EliteCount* e *CrossoverFraction*, com as retas apresentando uma menor mudança na inclinação de um nível para o outro.

Levando em consideração os níveis que apresentaram o menor valor da média do COV na Gráfico 2, percebe-se que a interação dos parâmetros nos respectivos níveis geralmente apresentou um valor de COV reduzido. Logo, levando em consideração os Gráficos 2 e 3, os valores do parâmetro utilizado no AG e os valores defaults são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Parâmetros de AG calibrados

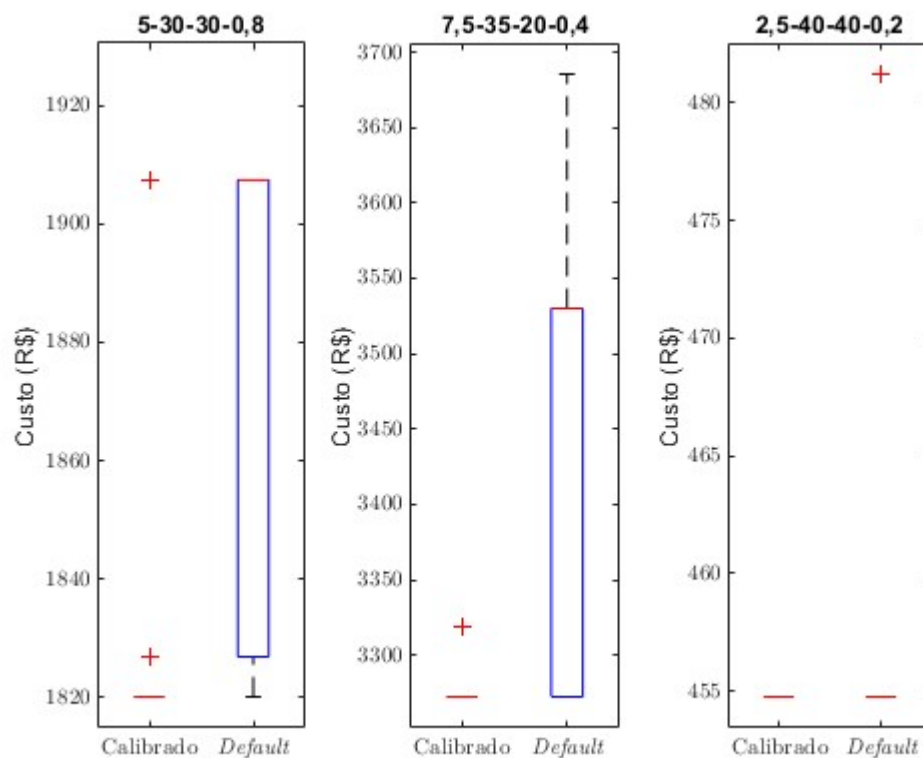
Parâmetros do AG (Fatores)	<i>Default</i>	Calibração
<i>PopulationSize</i>	200	1000
<i>CrossoverFraction</i>	0,8	0,7
<i>EliteCount</i>	0,05	0,025

Fonte: Autor (2023).

Para verificar se a resolução do problema de vigas CA-GFRP, utilizando os valores de parâmetros de AG calibrados, apresentam uma maior eficiência, foram realizadas simulações com diferentes situações de projeto e foi comparado com os resultados do problema de vigas CA-GFRP, utilizando o *default* do programa.

Desse modo, foram otimizadas as vigas CA-GFRP 5-30-30-0,8, 7,5-35-20-0,4, 2,5-40-40-0,2 e 10-35-50-0,6, de terminologia $L - f_{ck} - p_t - r$, em um total de 50 vezes, possibilitando analisar a distribuição dos resultados ilustrados no Gráfico 4 através de um diagrama de caixa.

Gráfico 4 – Testes de verificação para a calibração



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados apresentados no Gráfico 4, pode-se perceber uma menor discrepância dos resultados das vigas otimizadas com parâmetros do AG calibrados. Para as vigas calibradas, os custos obtidos se restringiram quase que exclusivamente ao valor mínimo

obtido. Nas vigas não calibradas (*default*), percebe-se uma maior variação dos resultados, principalmente nas vigas 5-30-30-0,8 e 7,5-35-20-0,4.

Portanto, a calibração contribuiu para a redução da variação dos resultados, aumentando a confiabilidade dos resultados obtidos mesmo para um menor número de repetições do processo de otimização e, em geral, resultando em valores ótimos.

5.6 Validação da implementação do programa de otimização de vigas CA-GFRP

Após a calibração dos parâmetros da função *GA*, uma etapa fundamental para verificar a eficiência e consequentemente garantir a confiabilidade da implementação é a realização da validação do programa através da otimização de exemplos presentes na literatura e comparando os resultados.

Mediante a carência de estudos de otimização de vigas com GFRP, recorreu-se aos estudos que tratam do dimensionamento tradicional de vigas com barras de GFRP, mesmo assim, não foram encontradas pesquisas que apresentassem as mesmas formulações e considerações. Por esse motivo, procurou-se uma coerência nos resultados obtidos e não uma comparação direta no custo entre as vigas.

5.6.1 *Viga de Berton (2018)*

Berton (2018) dimensionou uma viga simplesmente apoiada de concreto armada com barras de GFRP com vão livre de 1,25 m e sujeita à um carregamento permanente uniformemente distribuído de 30 kN/m e um carregamento variável uniformemente distribuído de 5 kN/m.

O f'_c utilizado pelo autor é igual 35 MPa e o f_{fu} é igual 751,21 MPa, a partir dessas descrições não foi possível calcular o custo total da solução, como também não foi possível empregar na implementação, pois não foram encontrados os custos unitários para esses materiais. Desse modo, para a otimização foram utilizadas as propriedades apresentadas na Tabela 16.

Tabela 16 – Dados utilizados no dimensionamento por Berton (2018) e na otimização

Descrição	Berton (2018)	Otimização
f'_c (MPa)	35	36,38
E_c (GPa)	33,13	28,34
f_{fu} (MPa)	751,21	733,6
E_f (GPa)	63,90	48,00
g (kN/m)	30	30
q (kN/m)	5	5
L	1,25	1,25
<i>Cobrimento (cm)</i>	2,5	2,5

Fonte: Autor (2023).

Antes de realizar a comparação entre os resultados obtidos é preciso fazer algumas ressalvas. Berton (2018) seguiu as prescrições da ACI 440.1R (2015) para o dimensionamento à flexão da seção transversal e as prescrições para controle de deflexão e fissuração. Entretanto, desconsiderou a existência de esforço cortante, não efetuando o dimensionamento ao esforço cortante da viga com GFRP. Sendo assim, as dimensões da viga foram os parâmetros escolhidos para comparar ambas soluções. Apresentam-se na Tabela 17 os resultados da otimização e da viga dimensionada por Berton (2018).

Tabela 17 – Vigas dimensionadas por Berton (2018) e pelo programa de otimização

Descrição	Berton (2018)	Otimização	Diferença
b (cm)	20	12	-40%
h (cm)	20	25	+25%
Concreto (m ³)	0,05	0,0375	-25%
Fôrmas (m ²)	0,75	0,775	+3,33%
A_f (mm ²)	201,06	226,19	+11,94%

Fonte: Autor (2023).

Conforme os resultados apresentados na Tabela 17, a viga otimizada apresentou uma redução no volume de concreto e um aumento na área de armadura e fôrmas quando comparada com a mesma viga dimensionada por Berton (2018).

Percebe-se que houve uma redução de 40% na largura da viga e um aumento de 25% da altura da viga, resultando em uma redução de 25% do volume do concreto e aumento de 3,33% na área das fôrmas. Essas diferenças nas dimensões da viga podem ser propiciadas pela diferença entre as características do concreto, entretanto há uma diferença de apenas 1,38 MPa para a resistência característica do concreto (+3,94%), havendo uma influência mínima na solução.

Em relação à área de GFRP, houve um aumento de 11,94% se comparado ao dimensionado por Berton (2018), entretanto o autor utilizou uma barra de GFRP de maior resistência e módulo de elasticidade, como também utilizou uma área uniforme, não precisando atender a restrições de espaçamento.

Portanto, verifica-se uma similaridade entre as soluções, levando em considerações os diferentes materiais adotados, com a maior redução no volume do concreto podendo propiciar uma maior economia com a viga otimizada.

5.6.2 Viga da ACI 440.1R (2006)

A viga dimensionada pelo comitê da ACI 440.1R (2006) possui vão livre de 3,35 m e sujeita à um carregamento permanente uniformemente distribuído de 4,3 kN/m e um carregamento variável uniformemente distribuído de 5,8 kN/m. Foi considerado ainda um CE igual a 0,8, f'_c igual a 27,6 MPa, f_{fu} igual 620,6 MPa e E_f igual a 44800 MPa.

Da mesma forma que o exemplo anterior, os materiais utilizados impedem uma comparação direta dos custos de fabricação das vigas para a solução do Comitê e a solução otimizada. Desse modo, foram empregadas as propriedades de barras apresentadas no Tópico 5.3 e f'_c igual a 31,86 MPa, por ser o valor mais próximo ao problema estudado. Na Tabela 18 apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados para otimizar a viga.

Tabela 18 – Dados utilizados no dimensionamento pela ACI 440.1R (2006)

Descrição	ACI 440.1R (2006)	Otimização
f'_c (MPa)	27,6	31,86
f_{fu} (MPa)	620,6	719,2
E_f (GPa)	44800	48000
w_d (kN/m)	4,3	4,3
w_l (kN/m)	5,8	5,8
L (m)	3,35	3,35
Co (cm)	3,8	3,8

Fonte: Autor (2023).

A principal mudança nas formulações se dá na verificação da deflexão das vigas, onde a viga dimensionada convencionalmente atende as especificações da ACI 440.1R (2006), enquanto que a viga otimizada atende as especificações da ACI 440.1R (2015). Na Tabela 19 são apresentadas as dimensões das seções transversais da viga dimensionada pelo comitê da ACI 440.1R (2006) e da viga otimizada pela implementação.

Tabela 19 – Vigas dimensionadas pela ACI 440.1R (2006) e pelo programa de otimização

Descrição	ACI 440.1R (2006)	Otimização	Diferença
b (cm)	17,8	15	-15,73%
h (cm)	30,5	34	+11,48%
Concreto (m ³)	0,18	0,17	-5,55%
Fôrmas (m ²)	2,64	2,78	+5,30%
A_f (mm ²)	567	402	-29,10%

Fonte: Autor (2023).

Conforme os resultados apresentados na Tabela 19, verifica-se uma redução na área da armadura longitudinal e no volume de concreto, enquanto que há um aumento na área das fôrmas. A viga otimizada apresentou uma seção transversal igual a 15 cm x 34 cm. Desse modo, houve uma redução de 15,73% na largura da viga e um aumento de 11,48% na altura da viga em relação à viga dimensionada convencionalmente. Portanto, o aumento da altura contribuiu para o aumento da área de fôrmas, totalizando 2,78 m², apresentando um aumento de 5,3%. Entretanto, houve uma redução no volume do concreto em 5,55%.

A viga otimizada também apresentou uma redução na área da armadura longitudinal. Enquanto a viga ACI 440.1R (2006) utilizou duas barras de 19 mm, a viga otimizada precisou apenas de duas barras de 16 mm com uma área total de 402 mm², apresentando uma redução de 29,10%.

Ressalva-se que as barras utilizadas pela ACI possuem uma menor resistência e módulo de elasticidade, entretanto, o concreto possui uma maior resistência à compressão. Portanto, percebe-se uma similaridade entre os dimensionamentos, podendo a redução no volume de concreto e armadura longitudinal gerar uma economia para a solução.

6 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir do processamento das implementações dos problemas de vigas CA-C e vigas CA-GFRP. Dessa maneira, pôde-se analisar os resultados e realizar um estudo comparativo das dimensões ótimas e custo das vigas otimizadas, e analisar os valores das restrições relacionadas ao comportamento em serviço.

6.1 Dimensões ótimas

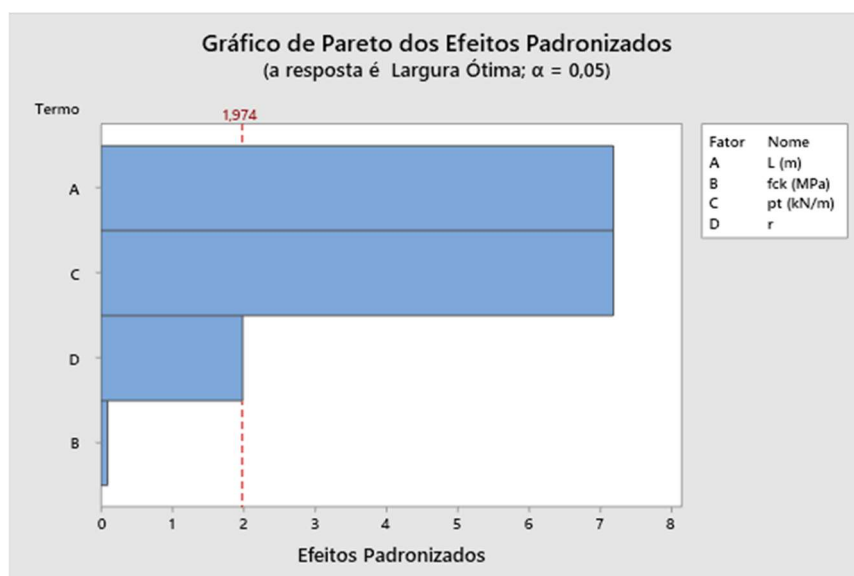
Para o estudo dos valores ótimos das variáveis largura (b) e altura (h), inicialmente foram determinados os efeitos principais e de interação dos parâmetros (L , f_{ck} , p_t e r) para determinar a influência dos mesmos nas variáveis das vigas CA-GFRP, utilizando o *software* Minitab 19. Em seguida, foi realizada uma análise comparativa entre os valores ótimos de largura e altura obtidos com o dimensionamento ótimo de vigas CA-GFRP e dimensionamento ótimo de vigas CA-C para as diferentes situações de projeto.

Para as variáveis número de barras (n_b) e diâmetro das barras (d_b) foi analisada a frequência dos mesmos em projetos ótimos de vigas CA-GFRP e CA-C e a variação da taxa de armadura de GFRP (ρ_f) e taxa de armadura de aço (ρ_s).

6.1.1 Largura

Para verificar os parâmetros que influenciam na largura e as suas magnitudes, apresenta-se o Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados (Gráfico 5). Para isso, foi empregado um nível de significância de 5%, gerando um nível de confiança de 95%, para traçar a linha de referência.

Gráfico 5 – Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a largura ótima



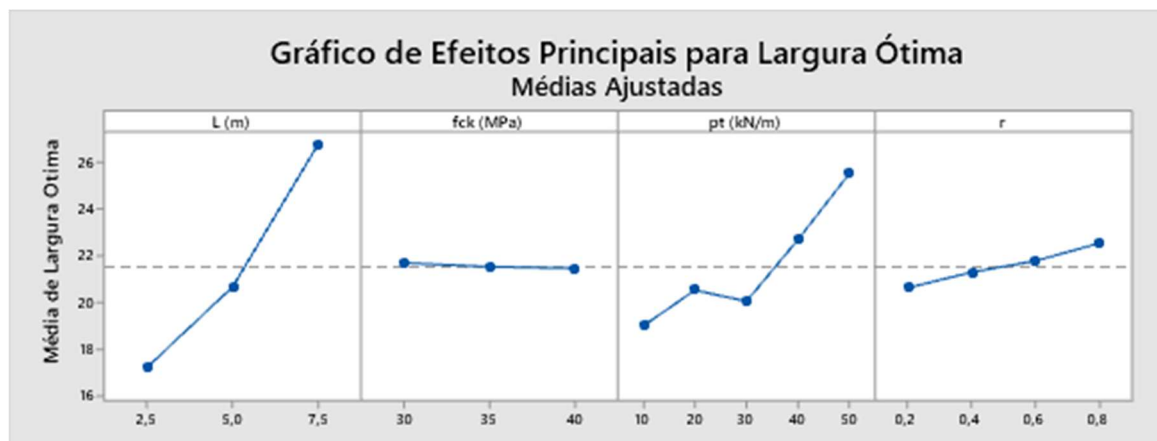
Fonte: Autor (2023).

A partir do Gráfico 5 é possível observar que os fatores L , p_t e r apresentaram efeitos principais estatisticamente significativos ao nível 0,05, uma vez que apresentaram efeitos superiores a 1,974, conforme indicado no Gráfico 5 através da linha vermelha tracejada. Os parâmetros L e p_t apresentaram maiores influências na largura ótima, apresentando magnitudes de efeito superiores a 1,974.

O parâmetro r apresentou efeito significativo, uma vez que apresentou magnitude de efeito igual a 1,991, entretanto próximo ao limite, apresentando assim menor influência. Já o parâmetro f_{ck} apresentou magnitude de efeito igual a 0,09, inferior a 1,974, sendo o único termo que apresenta efeito principal estatisticamente insignificante para o nível 0,05.

Para melhor compreender os efeitos dos parâmetros na largura ótima foi construído o gráfico de efeitos principais. No Gráfico 6, apresentam-se os efeitos principais para a largura ótima que mostra a evolução da largura média para diferentes valores dos parâmetros.

Gráfico 6 – Efeitos principais para a largura ótima



Fonte: Autor (2023).

Como já mencionado anteriormente, um efeito principal é definido pela inclinação da reta traçada entre dois valores de média de largura ótima. Desse modo, quanto mais inclinada for a linha traçada em relação ao eixo horizontal mais expressivo é o efeito principal e se a reta traçada for paralela ao eixo horizontal pode-se dizer que não existe um efeito principal daquele parâmetro.

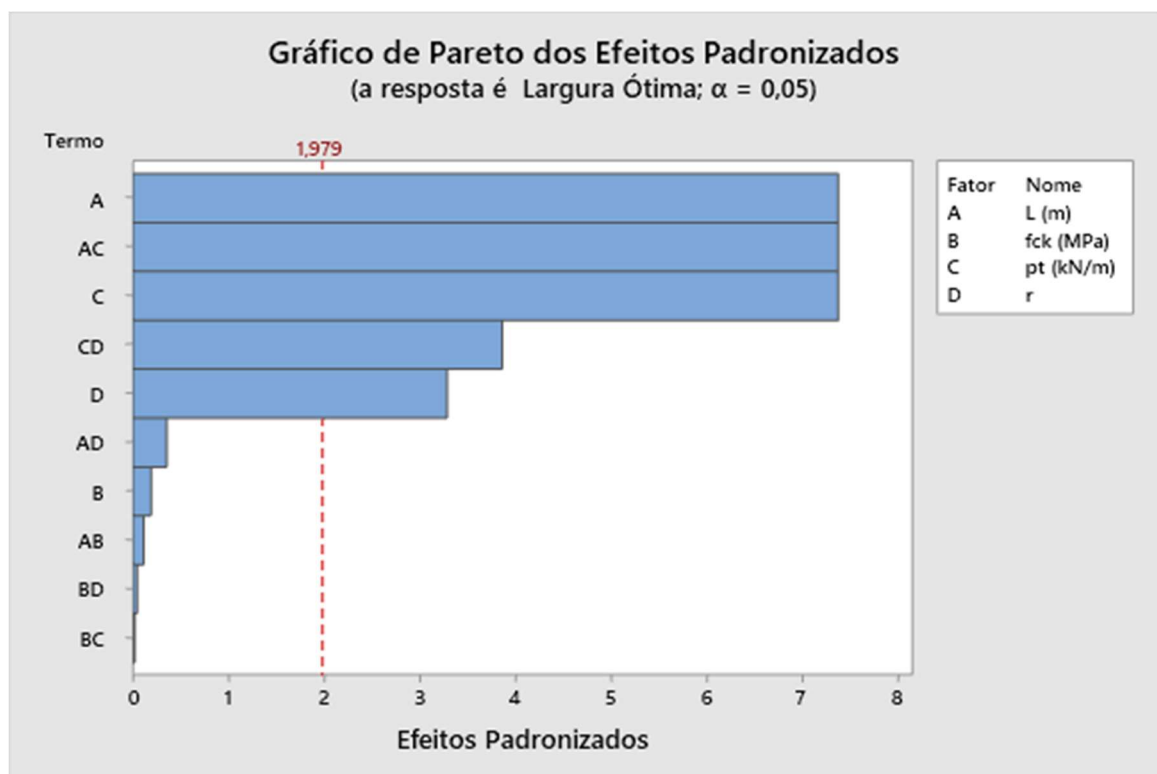
Analisando o Gráfico 6, percebe-se que existe um efeito principal na largura ótima para cada fator, uma vez que existe uma variação da média de largura ótima com a variação dos parâmetros.

É perceptível que os fatores r e f_{ck} apresentam menores efeitos principais, enquanto L e p_t são os fatores mais significativos na largura ótima, uma vez que apresentam retas com

maiores inclinações. Também é possível verificar que o aumento do L e p_t contribuem para o aumento da média da largura ótima.

Pode-se afirmar que os resultados apresentados são condizentes com os valores de efeitos apresentados no Diagrama de Pareto. Em relação à influência resultante da interação entre os parâmetros, apresenta-se no Gráfico 7 o diagrama de Pareto dos efeitos padronizados, levando em consideração os termos de até segunda ordem. Para isso, foi empregado um nível de significância de 5%, gerando um nível de confiança de 95%, onde o gráfico foi construído com os parâmetros e as interações entre dois fatores.

Gráfico 7 – Diagrama de Pareto dos efeitos padronizados para a largura ótima com termos até segunda ordem



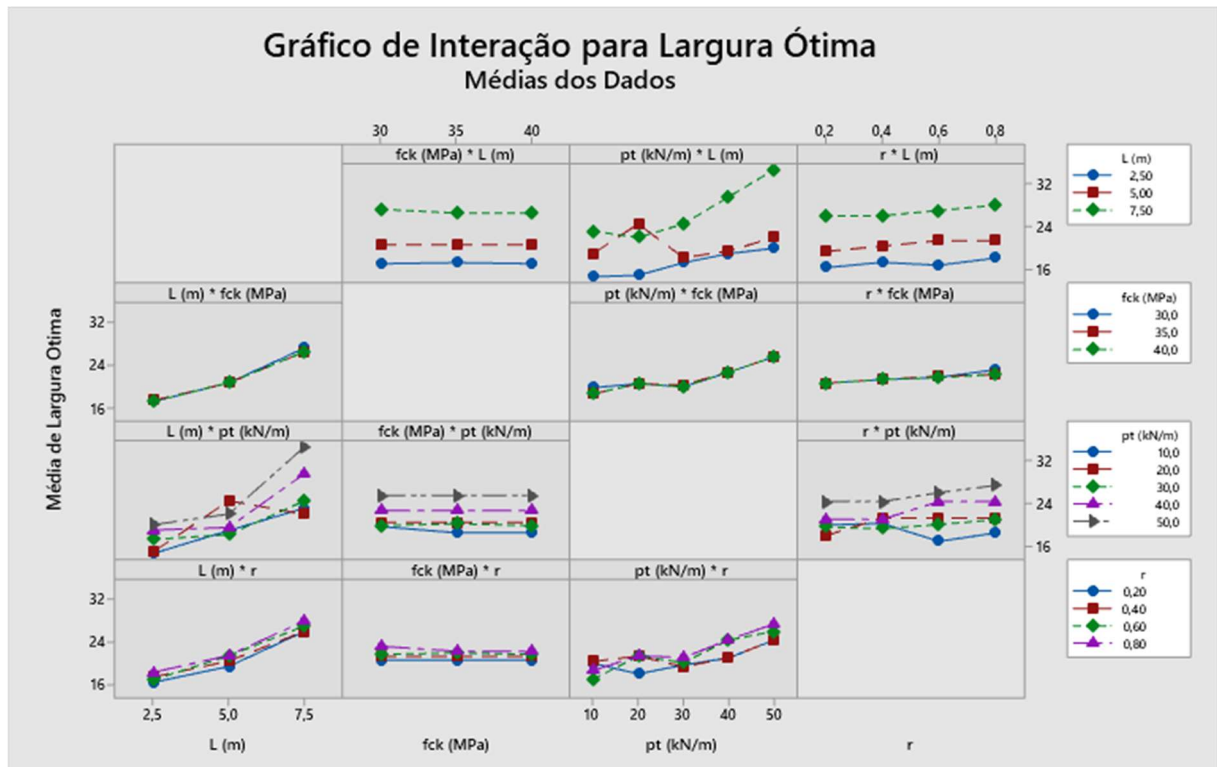
Fonte: Autor (2023).

A partir do Gráfico 7 é possível identificar que apenas as interações $L-p_t$ e p_t-r apresentaram efeitos principais estatisticamente significativos ao nível 0,05, com efeitos superiores a 1,979. A interação $L-p_t$ apresenta uma magnitude de efeito igual a 7,380, apresentando uma maior influência entre as interações. Já a interação p_t-r apresentou uma influência menos expressiva, entretanto, igualmente significativa com um valor igual a 3,863.

Os demais termos de segunda ordem apresentaram efeitos estatisticamente insignificantes, com destaque para as interações com o parâmetro f_{ck} , cujo respectivos termos apresentaram valores sempre inferiores a 1,979. Para melhor entender a interação entre os

parâmetros, apresenta-se no Gráfico 8 os efeitos das interações entre dois parâmetros para os valores ótimos das vigas.

Gráfico 8 – Interações para largura ótima (cm)



Fonte: Autor (2023).

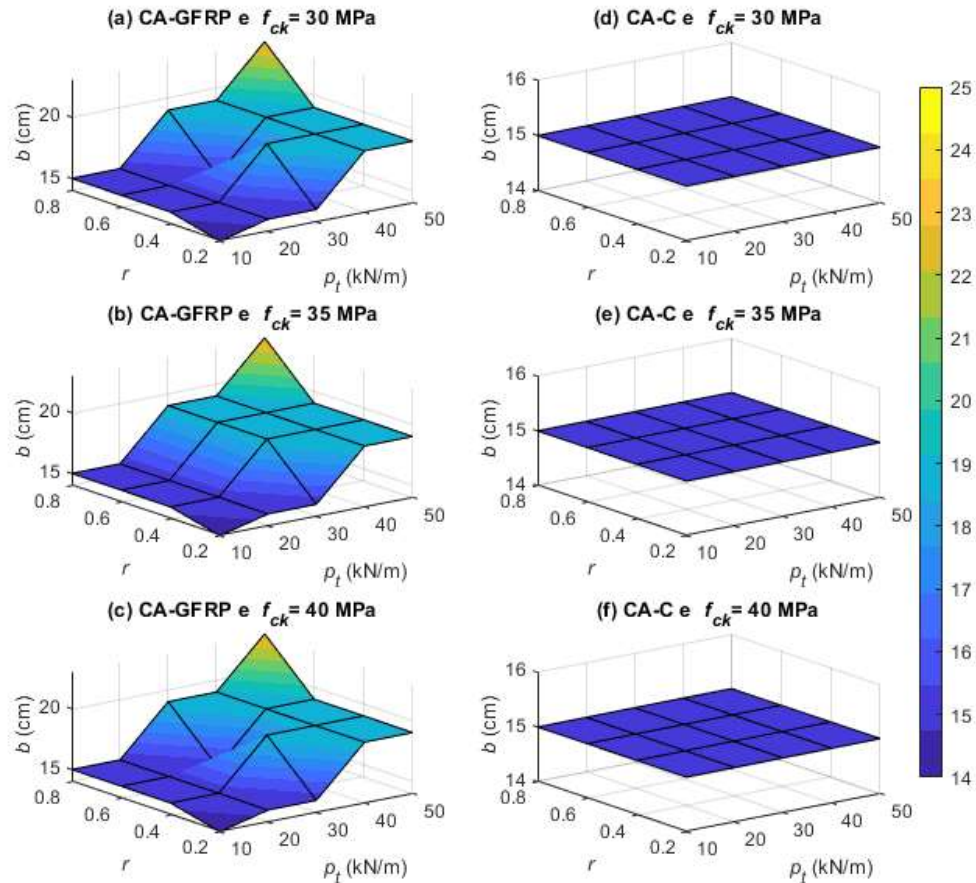
O eixo horizontal é definido pelos valores dos níveis de um dos parâmetros, o eixo vertical é definido pela média de largura ótima e cada linha corresponde a um nível de um outro parâmetro. Desse modo, quanto maior o ângulo entre as linhas de uma mesma combinação, maior a interação entre elas e se as linhas forem paralelas não existem interação naquela combinação.

Logo, as interações entre o f_{ck} e os demais parâmetros em sua maioria são pouco expressivas quando comparada com as interações entre os demais parâmetros. As demais interações entre os parâmetros L , p_t e r apresentaram-se mais expressivas, com maior efeito na largura média e variações entre as diferentes retas. Os parâmetros L e p_t apresentaram a maior interação entre si, assim como os parâmetros r e p_t , comprovando os resultados obtidos no Gráfico 7.

Tratando-se agora da análise comparativa dos valores de largura ótima obtida a partir do dimensionamento otimizado de vigas CA-GFRP e CA-C, apresentam-se nos Gráficos 9, 10 e 11 os valores ótimos de largura para vigas CA-C e vigas CA-GFRP. No Gráfico 9 mostraram-se os valores ótimos para um comprimento de viga igual a 2,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa,

(b) CA- GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA- GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 9 – Valores ótimos de largura para $L = 2,5$ m



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados, percebe-se a maior variação dos valores ótimos de largura para vigas CA-GFRP quando comparado com os valores ótimos de largura para vigas CA-C. Para L igual a 2,5 m, as vigas CA-C apresentaram geralmente valores ótimos iguais a 15 cm para diferentes situações. Já as vigas de CA-GFRP apresentaram normalmente diferentes valores ótimos para diferentes valores de carregamento total e relação entre carregamento variável e total. Isso pode se dar ao fato das vigas CA-GFRP apresentarem uma única camada de armadura na zona tracionada, diferentemente das vigas CA-C que podiam apresentar até três camadas de armadura. Logo, o número de barras, diâmetro das barras e espaçamento entre barras influenciam diretamente na largura das vigas CA-GFRP analisadas.

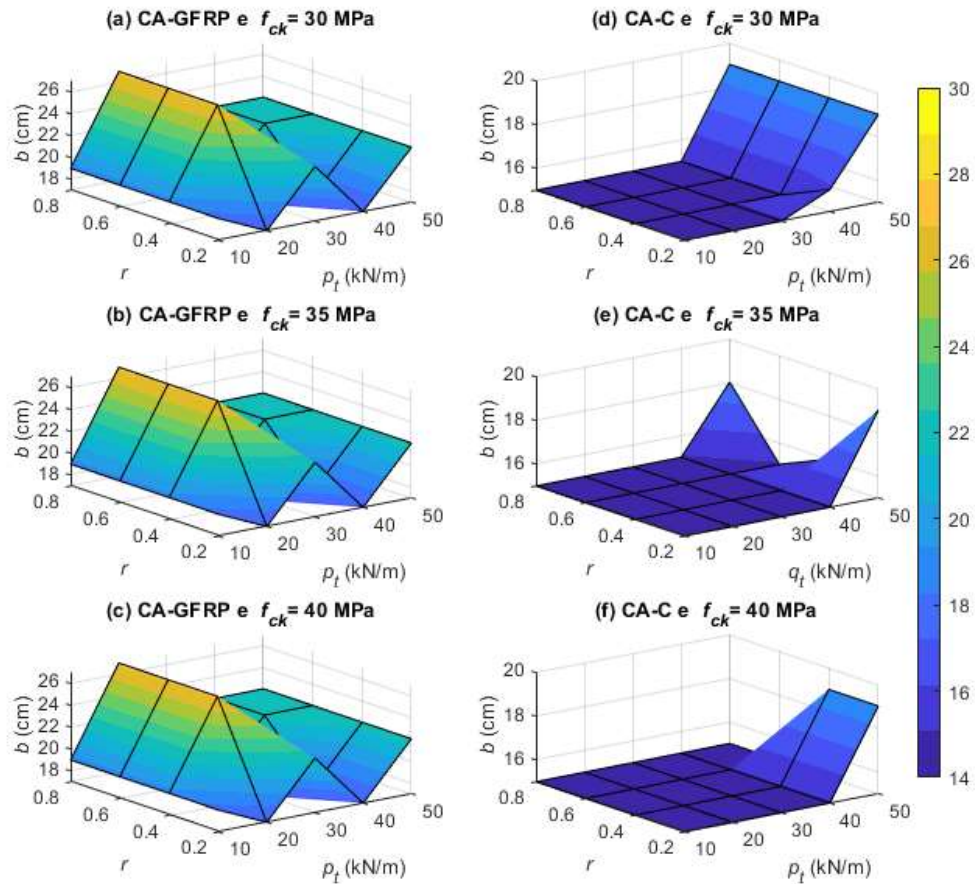
De acordo com estudos realizados por Alrudaini (2022), a limitação do valor mínimo da largura em projeto ótimo de vigas de concreto armadas com barras de GFRP acarreta no

aumento do custo total da viga, uma vez que o aumento da sua largura possui baixa influência na resistência à tração da mesma. Logo, o aumento dos valores ótimos de largura acarreta no aumento do custo da solução.

Para diferentes valores de f_{ck} as vigas CA-GFRP apresentaram geralmente os mesmos valores de largura, comprova-se então a baixa influência do f_{ck} nos valores ótimos de largura das vigas CA-GFRP debatidas anteriormente. A filosofia de dimensionamento da ACI 440.1R pode propiciar esses resultados, como também, os valores de f_{ck} utilizados no estudo. GangaRao e Vijay (1997) explicam que o uso do concreto de alta resistência permite um melhor aproveitamento das propriedades de alta resistência das barras de GFRP, logo, a utilização de concretos com maiores resistência poderia provocar essa variação nos valores de b .

Para um carregamento total (p_t) igual a 50 kN/m e r igual a 0,8, foram obtidas larguras ótimas iguais a 23 cm. Enquanto que para um p_t igual a 10 kN/m e r igual a 0,2, foi obtida uma largura ótima igual a 14 cm, o menor valor ótimo obtido para as vigas CA-GFRP para L igual a 2,5 m.

O Gráfico 10 apresenta os valores ótimos para um comprimento de viga igual a 5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA- GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA- GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

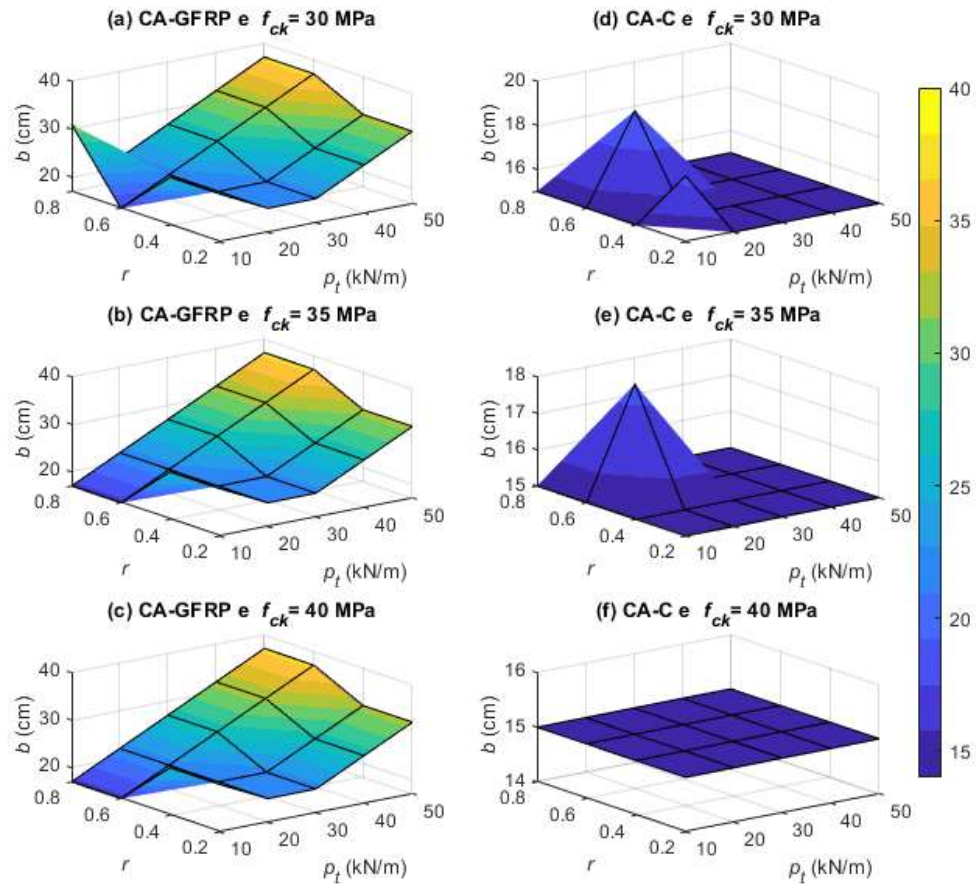
Gráfico 10 – Valores ótimos de largura para $L = 5$ m

Fonte: Autor (2023).

Observando os resultados apresentados, percebe-se uma variação dos valores ótimos de largura para vigas CA-GFRP e vigas CA-C para diferentes situações. Entretanto, as vigas CA-GFRP apresentaram maiores valores que as vigas CA-C para as mesmas situações.

Para vigas CA-GFRP, a maior largura ótima para L igual a 5 m foi obtida para p_t igual a 20 kN/m e r iguais a 0,8, 0,6 e 0,4, sendo esse valor igual a 27 cm para diferentes valores de f_{ck} . Já para vigas de CA-C a maior largura ótima foi igual a 19 cm, para p_t igual a 50 kN/m e diferentes valores de f_{ck} e r . Para essas situações, o aumento do f_{ck} pode contribuir consideravelmente para a resistência à flexão das seções convencionais, tornando mais interessante a redução da largura ótima.

No Gráfico 11 apresentam-se os valores ótimos para um comprimento de viga igual a 7,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA-GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA-GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 11 – Valores ótimos de largura para $L = 7,5$ m

Fonte: Autor (2023).

A partir da Gráfico 11, pode-se observar um aumento na largura ótima de vigas CA-GFRP em relação aos valores de L igual a 5 m e 2,5 m, considerando as mesmas situações. Em relação aos valores ótimos apresentados para as vigas CA-C, observa-se que as vigas CA-GFRP apresentaram valores superiores para as mesmas situações de projeto.

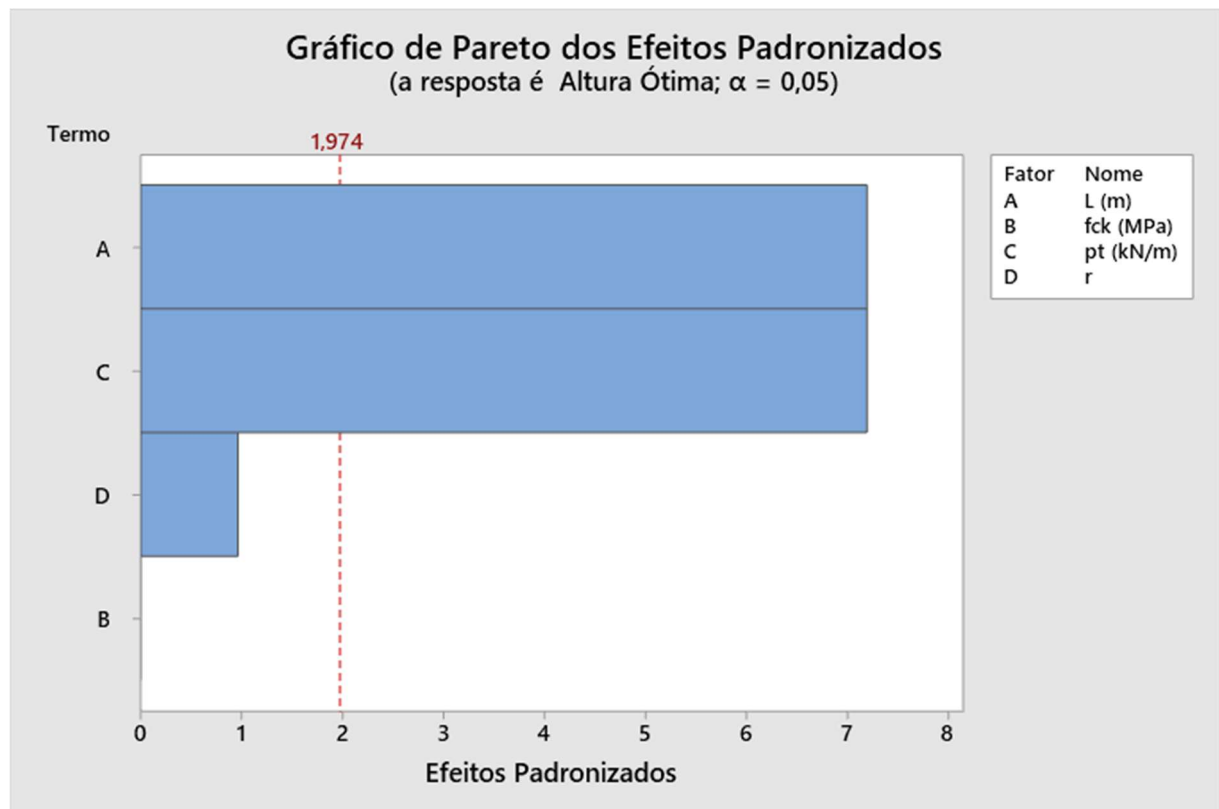
Para as vigas CA-GFRP, o maior valor de largura ótima foi igual a 37 cm, obtido para um carregamento total (p_t) igual a 50 kN/m, r igual a 0,6 e 0,8 e f_{ck} igual a 30 MPa, 35 MPa e 40 MPa. Já as vigas CA-C apresentaram uma redução nos valores de largura ótima com o aumento do f_{ck} , sendo o menor valor igual a 15 cm. Logo, percebe-se a maior influência do f_{ck} no projeto ótimo de vigas CA-C para maiores vãos e menores carregamentos, havendo a redução nas dimensões dos valores ótimos com o aumento do f_{ck} . Apesar dos coeficientes de majoração de cargas permanentes e acidentais serem iguais no dimensionamento de vigas CA-C, a combinação quase permanente é influenciada pelo parâmetro r , consequentemente,

influenciando na flecha total dessas vigas, podendo influenciar nos valores da seção transversal da viga para uma configuração ótima.

6.1.2 Altura

No Gráfico 12 apresenta-se o gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a altura ótima, levando em consideração apenas os termos de primeira ordem.

Gráfico 12 – Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para a altura ótima

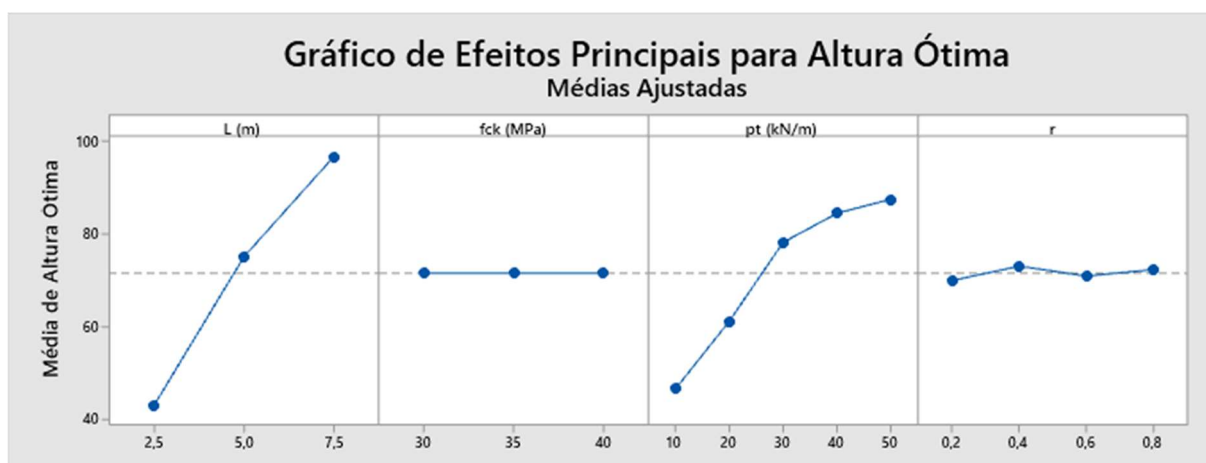


Fonte: Autor (2023).

A partir do Gráfico 12 é possível indicar que apenas os fatores L e p_t apresentaram efeitos principais estatisticamente significativos ao nível 0,05, uma vez que apresentaram efeitos superiores a 1,974. A magnitude do efeito para ambos foi igual a 7,193.

Os demais termos apresentaram efeitos estatisticamente insignificantes. Para a altura ótima, o parâmetro r apresentou uma magnitude de efeito igual a 0,962, havendo uma redução de sua influência quando comparado com a largura ótima. Para o fator f_{ck} , também houve a redução de sua influência, com um valor de efeito quase nulo. Para uma melhor análise, apresenta-se no Gráfico 13 os efeitos principais para altura ótima.

Gráfico 13 – Efeitos principais para a altura ótima



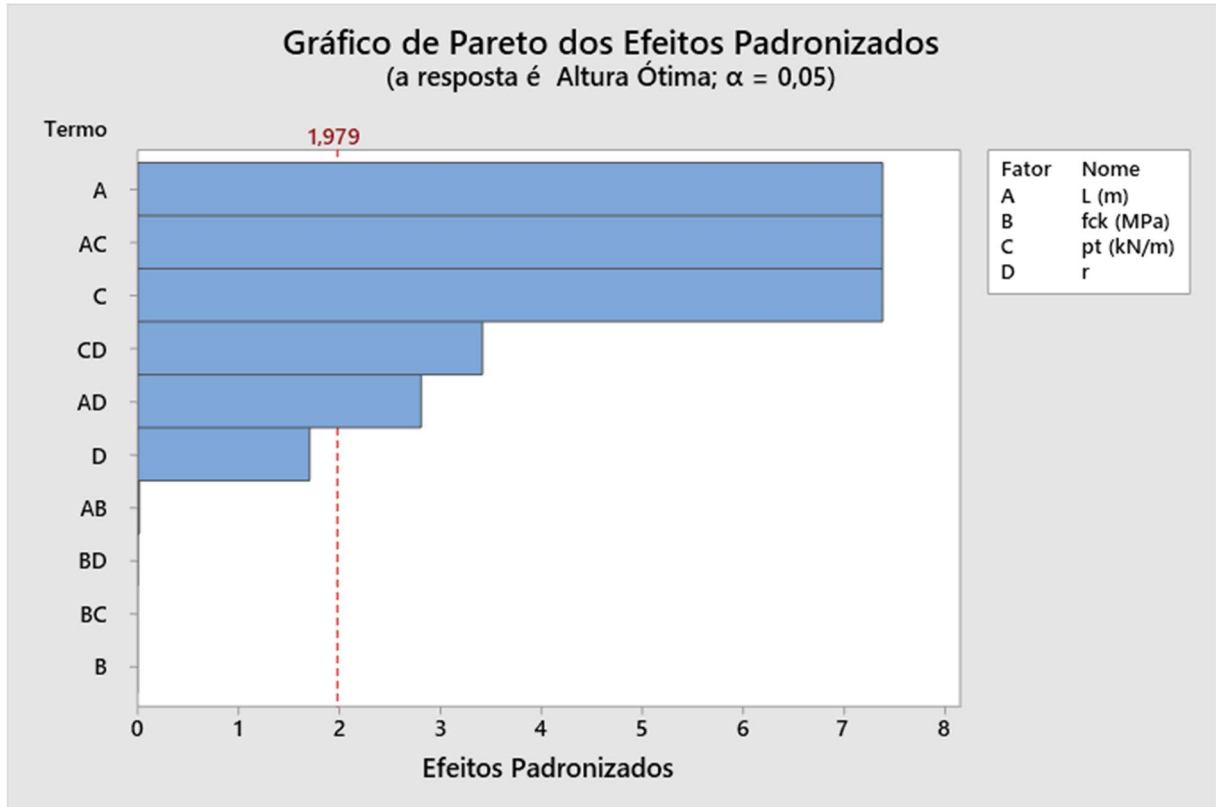
Fonte: Autor (2023).

Conforme observado no Gráfico 13, o fator f_{ck} apresentou uma menor influência quando comparada com os demais fatores, com uma variação mínima da média de altura média avaliada para cada um dos níveis.

O fator r apresentou uma menor influência quando comparado aos demais, entretanto a oscilação da média de altura ótima com a variação do nível mostra um efeito principal. Por fim, L e p_t novamente mostram-se como os fatores mais significativos, uma vez que apresentam retas com maiores inclinações. Como também, contribuíram para o aumento da média de altura ótima com o aumento do nível dos fatores.

Para mensurar o efeito da interação entre os fatores na altura ótima, mostra-se no gráfico 14 o Diagrama de Pareto dos efeitos padronizados, levando em consideração os termos até segunda ordem. Para isso, foi empregado um nível de significância de 5%, gerando um nível de confiança de 95%, onde o gráfico foi construído com os parâmetros e a interação entre dois fatores.

Gráfico 14 – Diagrama de Pareto dos efeitos padronizados para a altura ótima com termos até segunda ordem

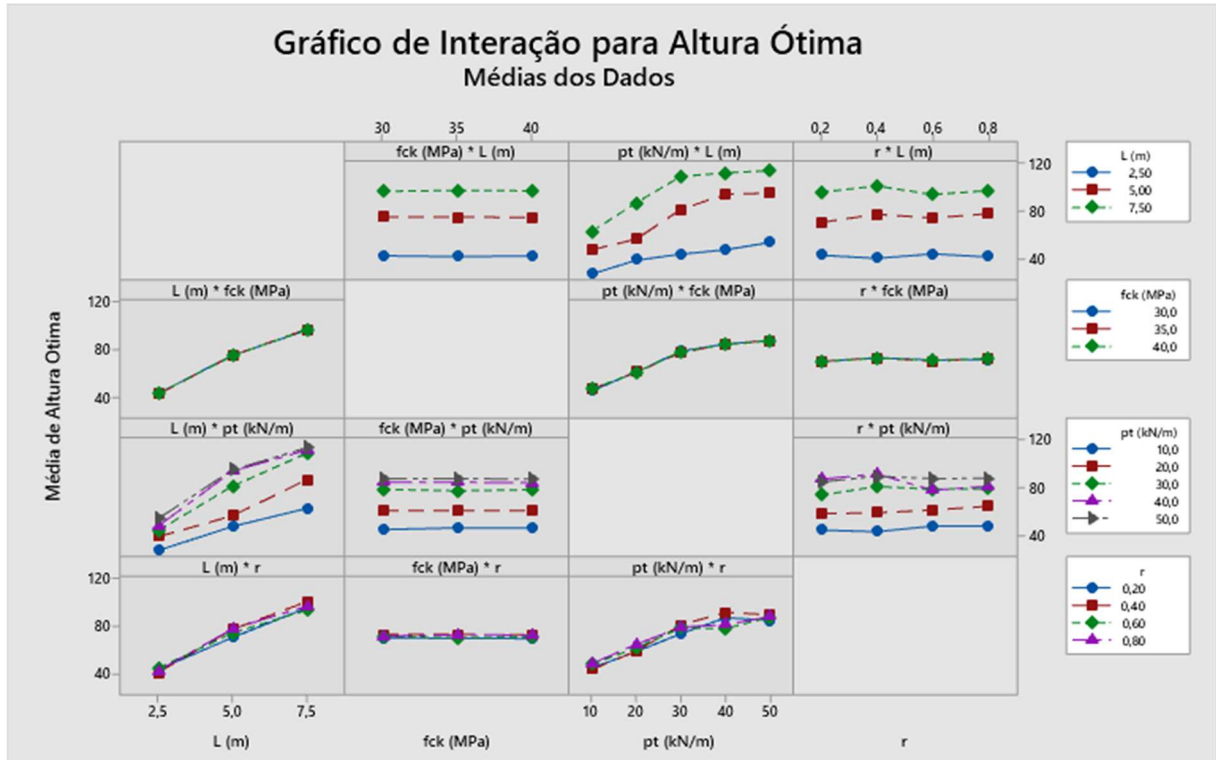


Fonte: Autor (2023).

Analisando o Gráfico 14, observa-se que apenas as interações envolvendo o fator f_{ck} apresentaram efeitos estaticamente insignificantes. Logo, as interações $f_{ck}-L$, $f_{ck}-p_t$ e $f_{ck}-r$ apresentaram valores de efeito inferiores a 1,979.

A interação $L-r$ apresentou efeito significativo na altura ótima, com um valor de efeito igual a 2,808, diferentemente do resultado obtido para a largura ótima. Já a interação $L-p_t$ apresentou um efeito mais significativo na altura ótima, com um valor igual a 7,379, seguida da interação p_t-r , apresentando um valor igual a 3,416. Para uma melhor análise dos resultados, apresenta-se no Gráfico 15 os efeitos das interações para os valores ótimos das vigas.

Gráfico 15 – Interações para altura ótima (cm)

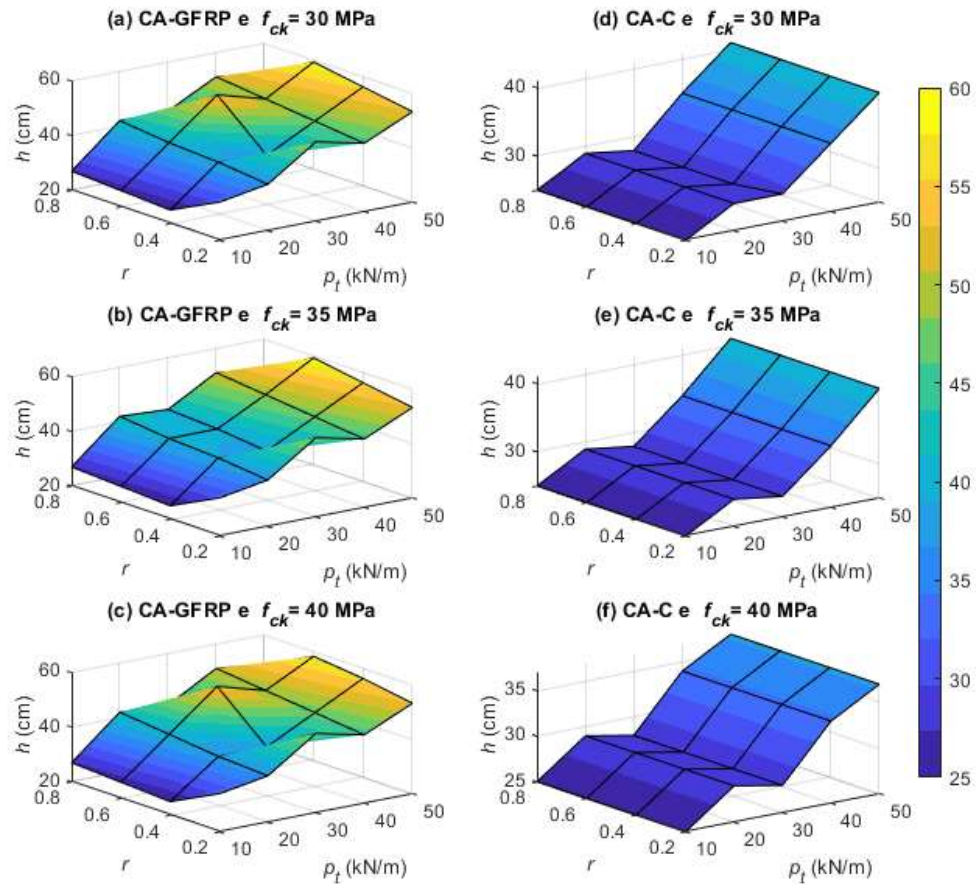


Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados, percebe-se um comportamento semelhante aos resultados de interações para largura ótima. As interações entre o f_{ck} e os demais parâmetros, em sua maioria, são pouco expressivas quando comparada com as interações entre os demais parâmetros.

Entretanto, as interações entre os parâmetros L , p_t e r apresentaram-se mais expressivas, com maior efeito na altura média e variações entre as diferentes retas. Os parâmetros L e p_t apresentaram a maior interação entre si para altura ótima, assim como os parâmetros r e p_t .

Nos Gráficos 16, 17 e 18, apresentam-se os valores ótimos de altura para vigas CA-C e vigas CA-GFRP. Mostram-se no Gráfico 16, os valores ótimos para um comprimento de viga igual a 2,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA-GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA-GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 16 – Valores ótimos de altura para $L = 2,5$ m

Fonte: Autor (2023).

Para o comprimento de viga igual a 2,5 m, as vigas CA-GFRP apresentaram aumento do valor da altura ótima com o crescimento do carregamento total. As vigas ainda apresentaram variação da altura ótima com a variação do parâmetro r , entretanto as vigas mostraram mesma altura para diferentes valores de f_{ck} .

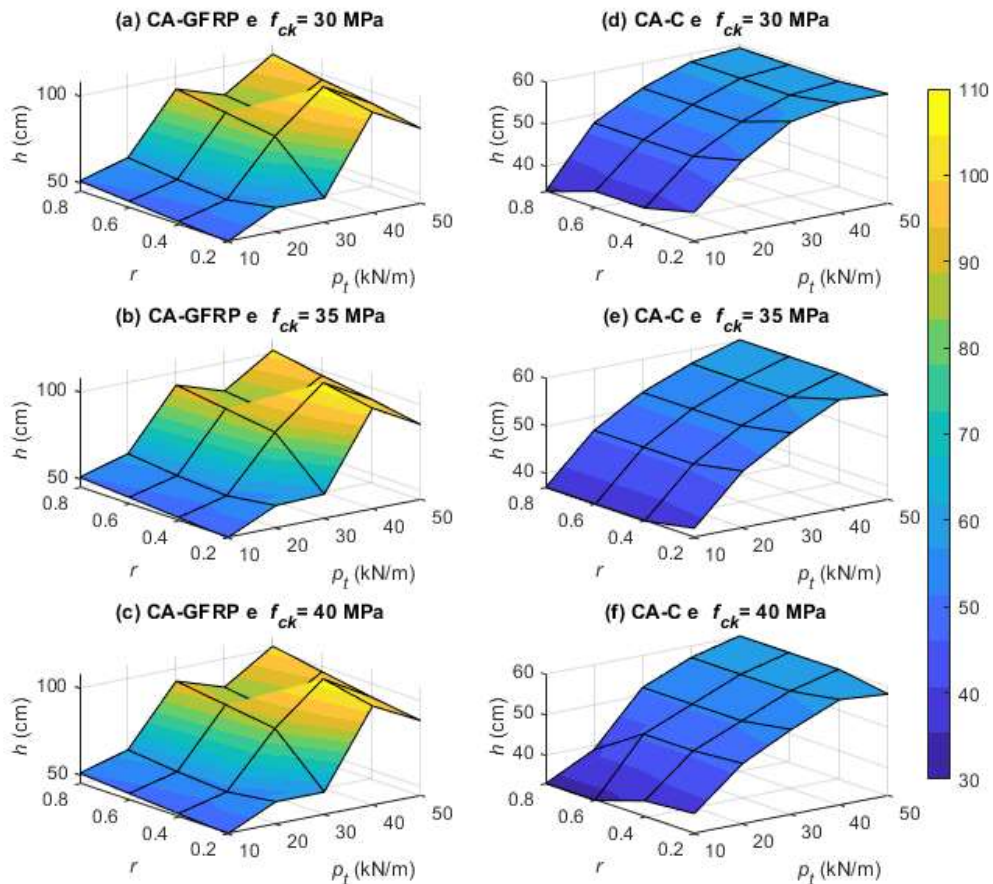
As vigas CA-GFRP exibiram geralmente valores de altura superiores aos das vigas de CA-C para uma mesma situação. A altura ótima nas vigas CA-GFRP variou de 25 a 59 cm, atingindo o máximo valor para p_t igual a 50 kN/m e r igual a 0,6. Já as vigas CA-C apresentaram valores de altura ótima, variando entre 25 a 41 cm, com o máximo valor obtido para p_t igual a 50 kN/m, valores de r iguais a 0,2 a 0,8, e f_{ck} igual a 30 e 35.

Na maioria das situações, as vigas de concreto convencional apresentaram quase nenhuma variação da altura com a variação do parâmetro r , diferentemente das vigas de concreto armadas com barras de GFRP. A maior variação da altura das vigas CA-GFRP com a variação do parâmetro r pode ocorrer devido aos diferentes coeficientes de majoração da carga

de variável e carga permanente, influenciando diretamente na intensidade momento solicitante de cálculo, diferentemente das vigas CA-C que utilizam um mesmo coeficiente para ambos carregamentos.

No Gráfico 17, apresentam-se os valores ótimos para um comprimento de viga igual a 5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA- GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA- GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 17 – Valores ótimos de altura para $L = 5$ m



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados para vigas de 5 m, percebe-se um aumento dos valores de altura ótima em relação às vigas de 2,5 m para mesmos valores de f_{ck} , q_t e r . As vigas CA-GFRP apresentaram valores de altura ótima variando entre 45 cm a 108 cm, com o máximo valor sendo obtido para p_t igual a 40 kN/m, r igual a 0,4 e diferentes valores de f_{ck} .

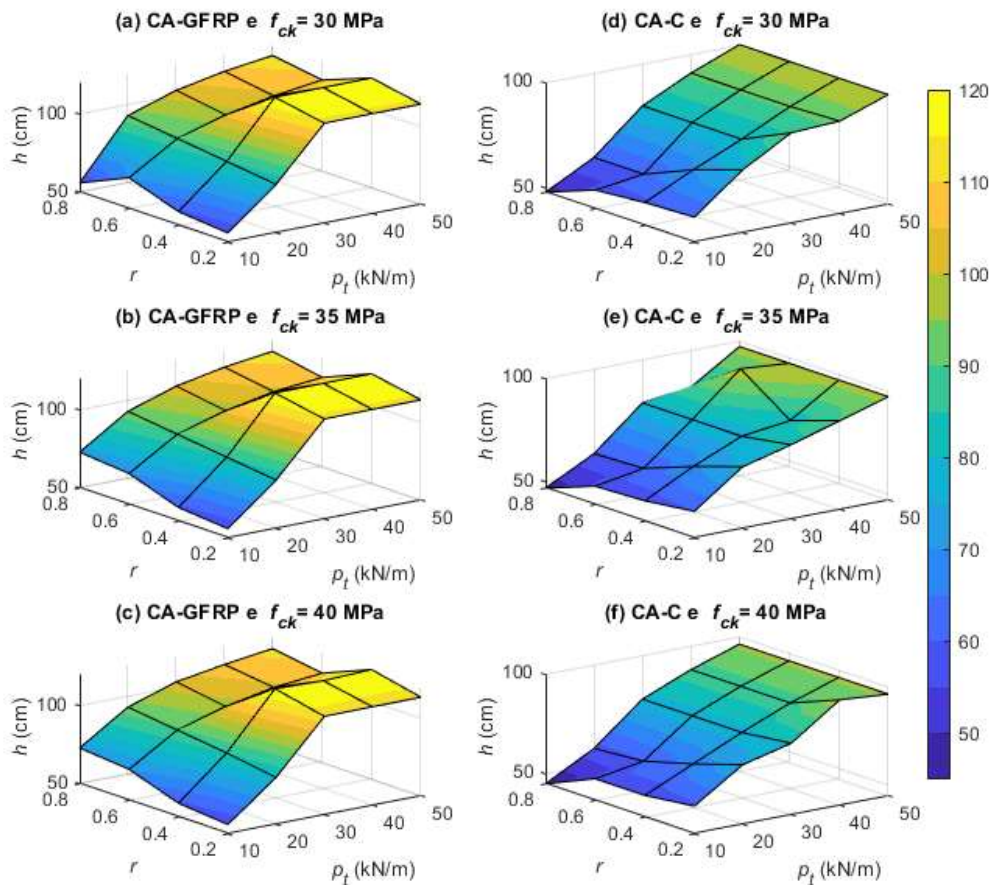
Já as vigas CA-C apresentaram valores de altura ótima variando de 33 cm à 60 cm, obtendo o valor máximo para um p_t igual a 50 e parâmetro r iguais a 0,4, 0,6 e 0,8, e f_{ck} igual a 35 MPa e 40 MPa. Pode-se notar que as vigas CA-C apresentaram uma maior variação com

a mudança dos valores r quando comparado com as vigas CA-C com 2,5 m. Provavelmente acarretado pelo aumento do carregamento, havendo um aumento considerável do momento fletor utilizado no cálculo da flecha total.

Também, verifica-se o aumento abrupto dos valores de altura ótima das vigas CA-GFRP com a variação do comprimento da viga e carregamento total, resultando em um crescimento superior às vigas CA-C.

No Gráfico 18, apresentam-se os valores ótimos de altura para um comprimento de viga igual a 7,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA-GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA-GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 18 – Valores ótimos de altura para $L = 7,5$ m



Fonte: Autor (2023).

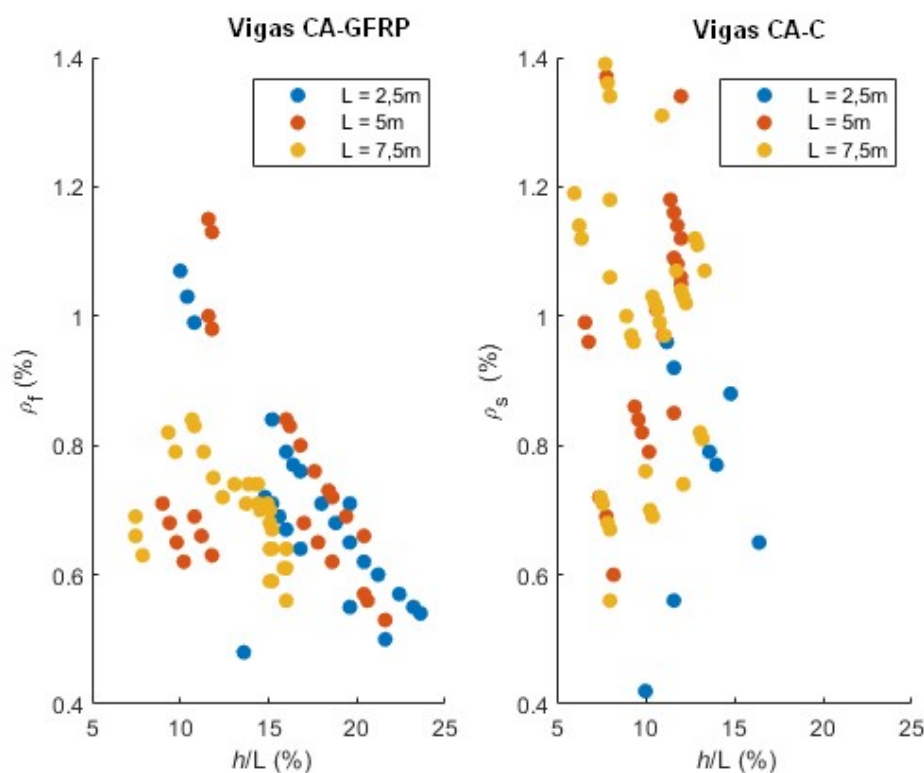
A partir dos resultados apresentados no Gráfico 18, percebe-se um aumento dos valores de altura ótima em relação às vigas de 5 m para mesmos valores de f_{ck} , p_t e r . Desse modo, verificam-se que nesse estudo, oito vigas CA-GFRP atingiram o máximo valor permitido para altura, sendo esse valor esse igual a 120 cm.

As vigas CA-GFRP com 7,5 metros de comprimento apresentaram valores ótimos de altura variando de 56 à 120. Nas vigas CA-C os valores variaram entre 45 e 100, desse modo, nenhuma dessas vigas apresentaram a altura máxima permitida. Em estudos realizados por Alrudaini (2022), o aumento da limitação da altura máxima das vigas de concreto armadas com barras de GFRP em projetos ótimos de vigas permitiu a obtenção de projetos mais econômicos, dependendo da situação de projeto. Logo, em projetos ótimos de vigas que atinge a altura máxima permitida é sempre interessante aumentar o limite superior.

Logo, levando em consideração todos os resultados apresentados para altura das vigas otimizadas, nota-se que as vigas armadas com barras de GFRP tendem a apresentar altura superior às vigas de concreto armado convencional. O menor módulo de elasticidade das barras de GFRP quando comparada com as barras de aço pode explicar esse fato, uma vez que vigas de concreto armadas com barras de GFRP necessitam de uma maior altura para não apresentar deslocamentos excessivos.

Conforme pode ser observado, o comprimento longitudinal foi o parâmetro que apresentou maior influência nos valores ótimos de largura e altura das vigas CA-GFRP e CA-C. Desse modo, buscando entender melhor a relação entre as variáveis ótimas e L foram obtidas as relações h/L e b/h para as vigas CA-GFRP e CA-C, conforme apresentando no Gráfico 19.

Gráfico 19 – Gráfico de dispersão da relação h/L e b/h para vigas CA-GFRP e vigas CA-C

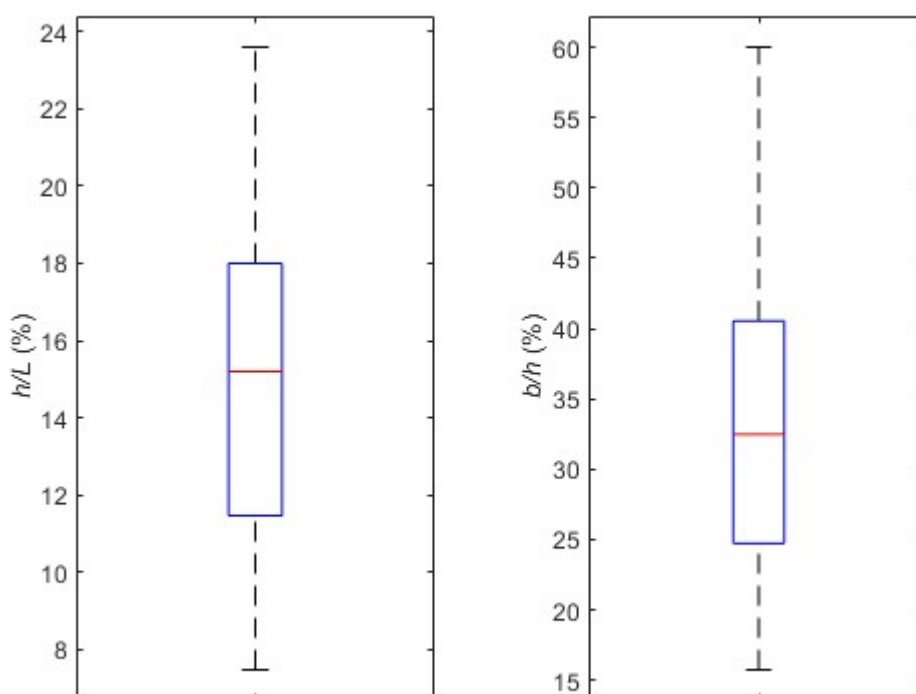


Fonte: Autor (2023).

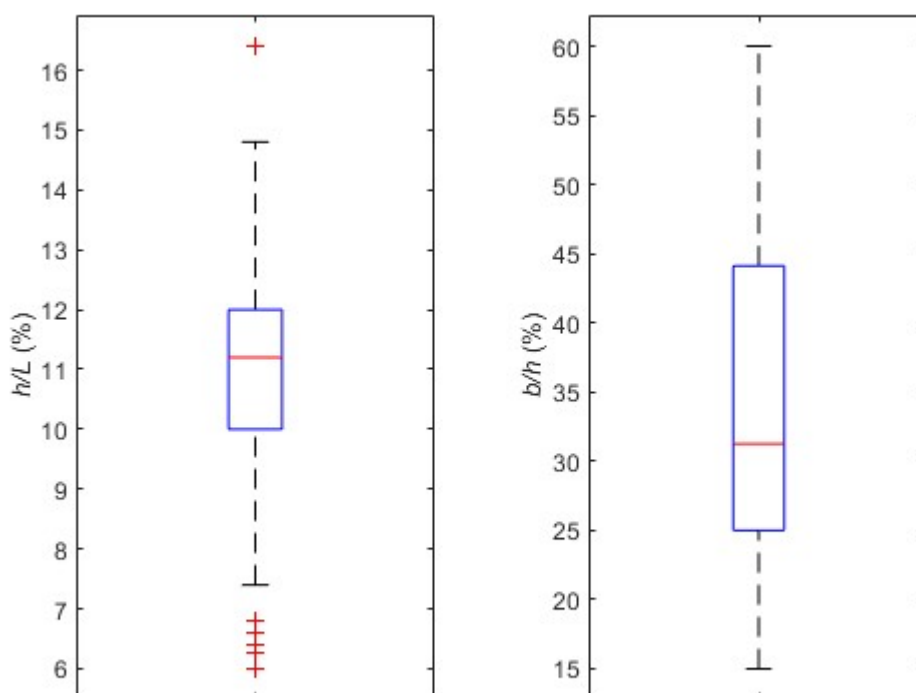
Verifica-se que há uma redução nas relações b/h e h/L a medida em que se aumenta o comprimento tanto das vigas CA-GFRP quanto das vigas CA-C. As vigas de concreto armadas com barras de GFRP apresentaram uma relação b/h variando entre 15,74% e 60% e relação h/L variando entre 7,47% e 23,60%. Já as vigas CA-C apresentaram valores variando entre 15% e 60% e variando entre 6,00% e 16,40% para as relações b/h e h/L , respectivamente.

A variação dos valores pode ser melhor debatida a partir do *boxplot* das relações b/h e h/L . Nos Gráficos 20 e 21, apresentam-se os valores para as vigas CA-GFRP e para as vigas CA-C, respectivamente.

Gráfico 20 – *Boxplot* de h/L e b/h para vigas CA-GFRP



Fonte: Autor (2023).

Gráfico 21 – *Boxplot* de h/L e b/h para vigas CA-C

Fonte: Autor (2023).

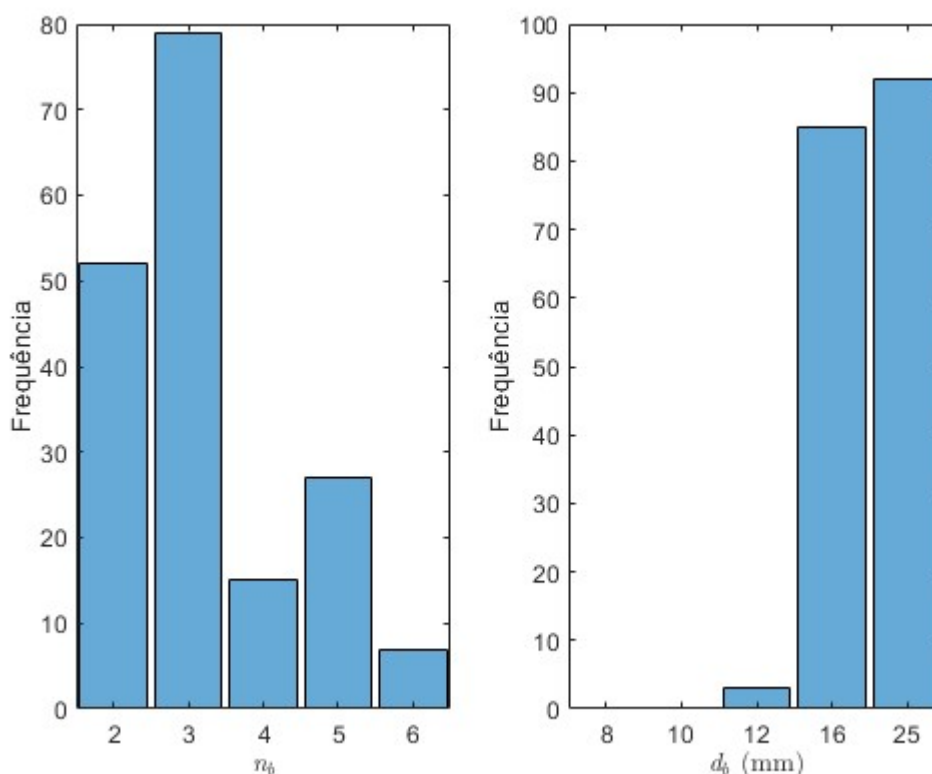
Conforme pode ser observado, as vigas CA-GFRP apresentaram uma média para a relação h/L igual a 15,01%, enquanto que para as vigas CA-C esse valor foi igual a 11,02%. Já para a relação b/h , a média foi igual 33,58% para as vigas CA-GFRP e igual a 33,64% para vigas CA-C.

Portanto, em média, as vigas CA-GFRP apresentaram alturas superiores às das vigas CA-C, podendo afirmar que a maior altura resultou também na redução da relação entre altura/largura. Logo, percebe-se que os valores médios das vigas CA-GFRP e vigas CA-C são bastante próximos.

6.1.3 Número e diâmetro de barras

Apresenta-se no Gráfico 22 a frequência de número de barras (n_b) e diâmetro das barras (d_b) para as vigas de concreto armadas com barras de GFRP otimizadas.

Gráfico 22 – Histograma do número de barras e diâmetro das barras para vigas CA-GFRP



Fonte: Autor (2023).

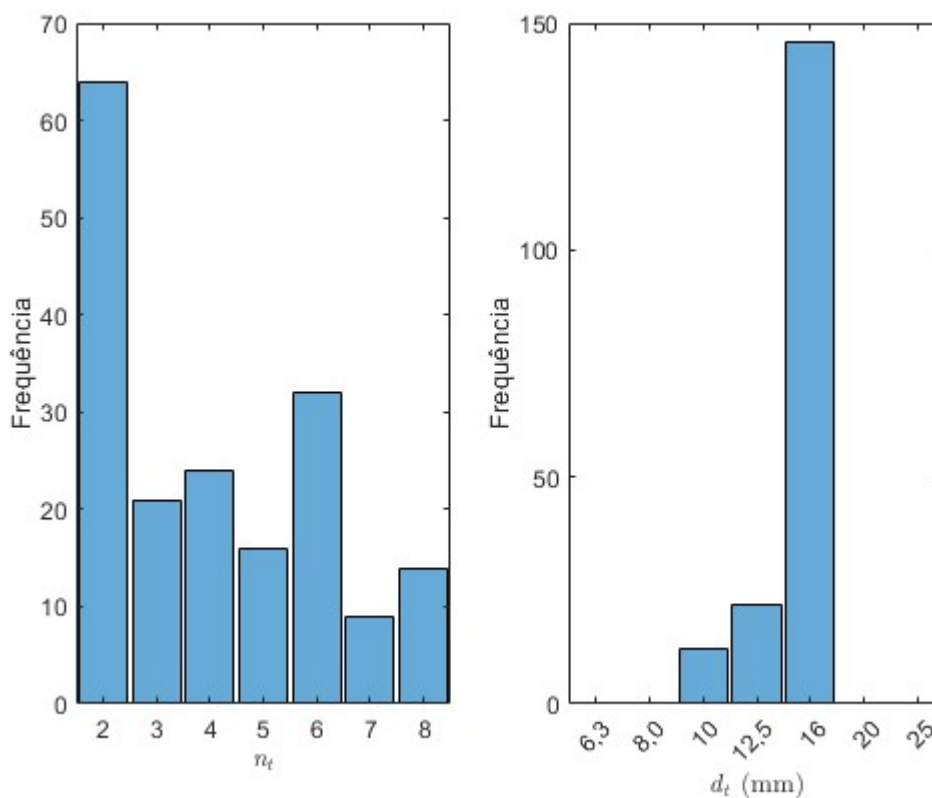
Através dos resultados apresentados, observa-se que o número de barras utilizadas no dimensionamento ótimo variou entre dois e seis. Mesmo existindo a opção de configurações até 20 barras, as vigas otimizadas não utilizaram mais que seis barras, desse modo, poderia reduzir o limite máximo de barras na implementação sem haver prejuízo na otimização. O *layout* de três barras apareceu mais vezes nas vigas otimizadas, um total de 79 vezes. Já o *layout* de seis barras apareceu apenas 7 vezes nos projetos ótimos.

Já com relação aos diâmetros adotados para as barras, as configurações se restringiram as barras de 12 mm, 16 mm e 25 mm. As barras de 16 mm e 25 mm apresentaram maior frequência nos projetos ótimos, aparecendo 92 vezes e 85 vezes, respectivamente. Enquanto isso, as barras de 12 mm apresentaram a menor frequência (três vezes) entre os diâmetros utilizados.

Percebe-se que os demais diâmetros comerciais não foram utilizados para as situações empregadas no estudo, apesar de apresentar menor custo e maior resistência. Em relação às barras na zona comprimida do concreto, conforme definido no Capítulo 5, foram utilizadas barras de aço de 6,3 mm em todas as situações analisadas.

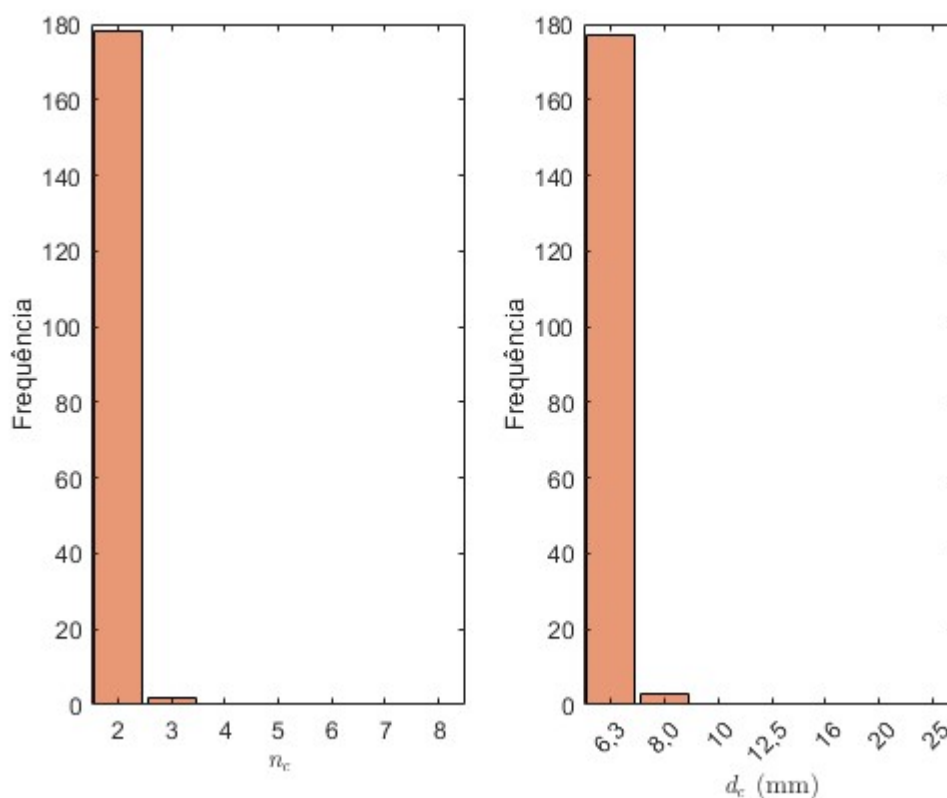
Os resultados do número e diâmetros de barras utilizados no projeto ótimo de vigas de concreto armado convencional são apresentados abaixo. No Gráfico 23, apresenta-se a frequência para o número de barras (n_t) e diâmetro das barras (d_t) utilizadas na zona de tração das vigas otimizadas. Já no Gráfico 24, apresenta-se a frequência para o número de barras (n_c) e diâmetro das barras (d_c) utilizadas na zona de compressão do concreto em projetos ótimos.

Gráfico 23 – Histograma do número e diâmetro das barras para vigas CA-C na zona tracionada



Fonte: Autor (2023).

Gráfico 24 – Histograma do número e diâmetro das barras para vigas CA-C na zona comprimida

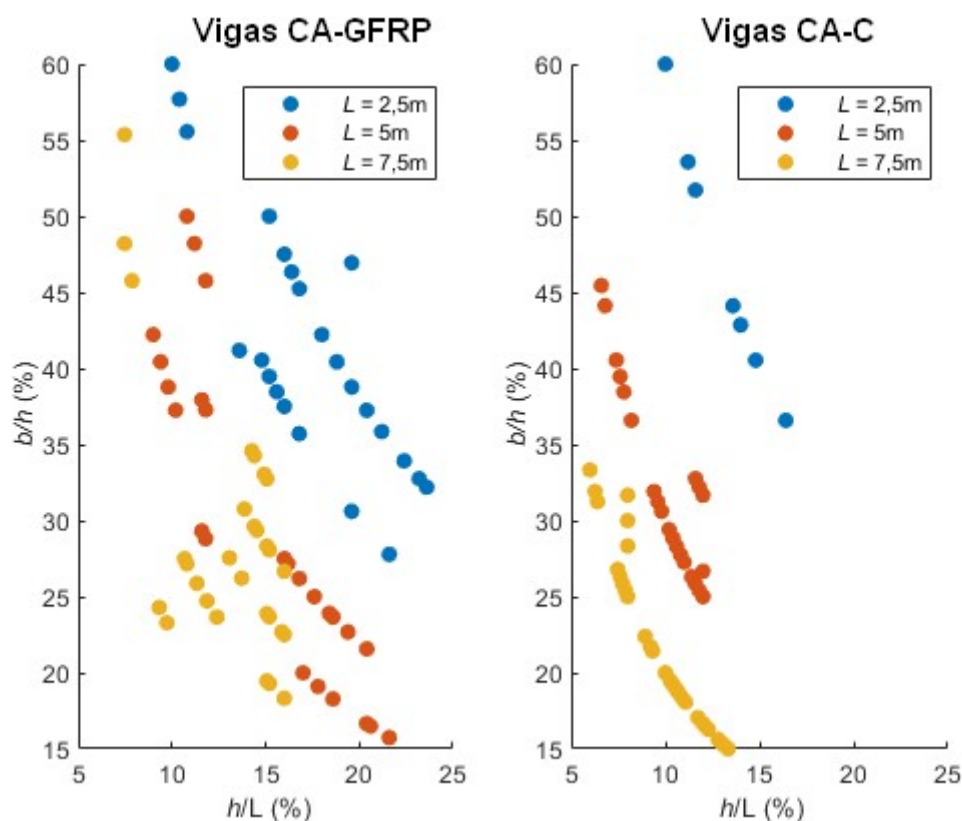


Fonte: Autor (2023).

Conforme os resultados obtidos, observa-se que as vigas CA-C na zona tracionada apresentaram *layout* com duas a oito barras com diâmetros de 10 mm à 16 mm. O *layout* com duas barras representou 64 vigas, sendo esse o maior valor. Já barras de 16 mm apresentou maior frequência em projetos ótimos, sendo empregadas 146 vezes.

Em relação aos resultados na zona comprimida, as vigas com duas barras e com diâmetro de barra de 6,3 mm apareceram com maior frequência nos projetos otimizados. Exceto duas vigas apresentaram número de barras igual a 3 e três vigas apresentaram barras de diâmetro igual a 8 mm. Logo, percebe-se que as vigas CA-C apresentaram a mínima configuração possível na zona comprimida, podendo ser porta-estribos, conforme estipulado para as vigas CA-GFRP.

Os resultados do número e diâmetro das barras das vigas otimizadas na zona tracionada podem ser melhor debatidas a partir dos valores de taxa de armadura para diferentes situações, apresentadas no Gráfico 25.

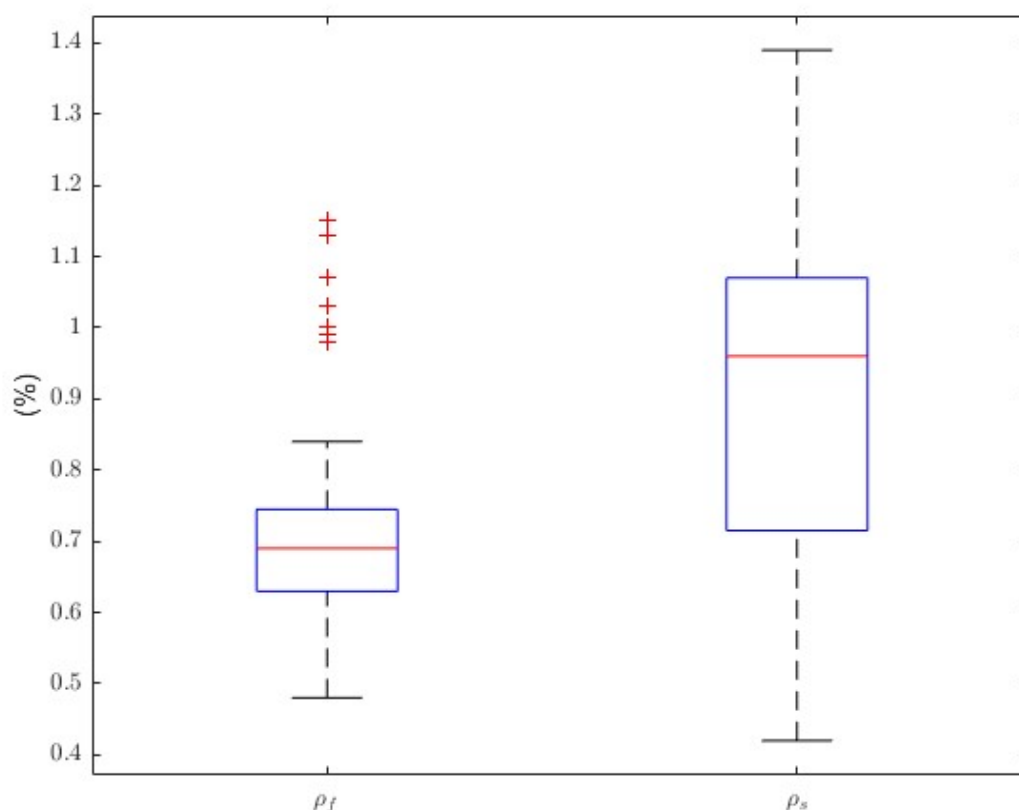
Gráfico 25 – Correlação entre h/L e taxa de armadura para as vigas CA-GFRP e CA-C

Fonte: Autor (2023).

De acordo com os resultados apresentados, as vigas CA-GFRP tendem a apresentar uma redução na taxa de armadura com o aumento do vão e redução da relação h/L . As vigas CA-GFRP apresentaram um limite de até seis barras e diâmetro de 25 mm. Entretanto, conforme visto nos resultados anteriores, houve um crescimento acentuado da altura e largura da viga com o aumento do vão da viga. Desse modo, existe uma redução na taxa de armadura com a redução da relação h/L , configurado pelo aumento da altura da viga.

As vigas CA-C apresentaram resultados mais dispersos, ou seja, apontando uma correlação fraca entre os parâmetros ρ_s e h/L . Sobretudo, verifica-se que as vigas com 5 e 7,5 metros tenderam a apresentar uma maior taxa de armadura.

Para melhor entender a variação da taxa de armadura de vigas CA-GFRP e CA-C foi construído o *boxplot* dos valores, conforme apresentado no Gráfico 26.

Gráfico 26 – *Boxplot* da taxa de armadura para as vigas CA-GFRP e vigas CA-C

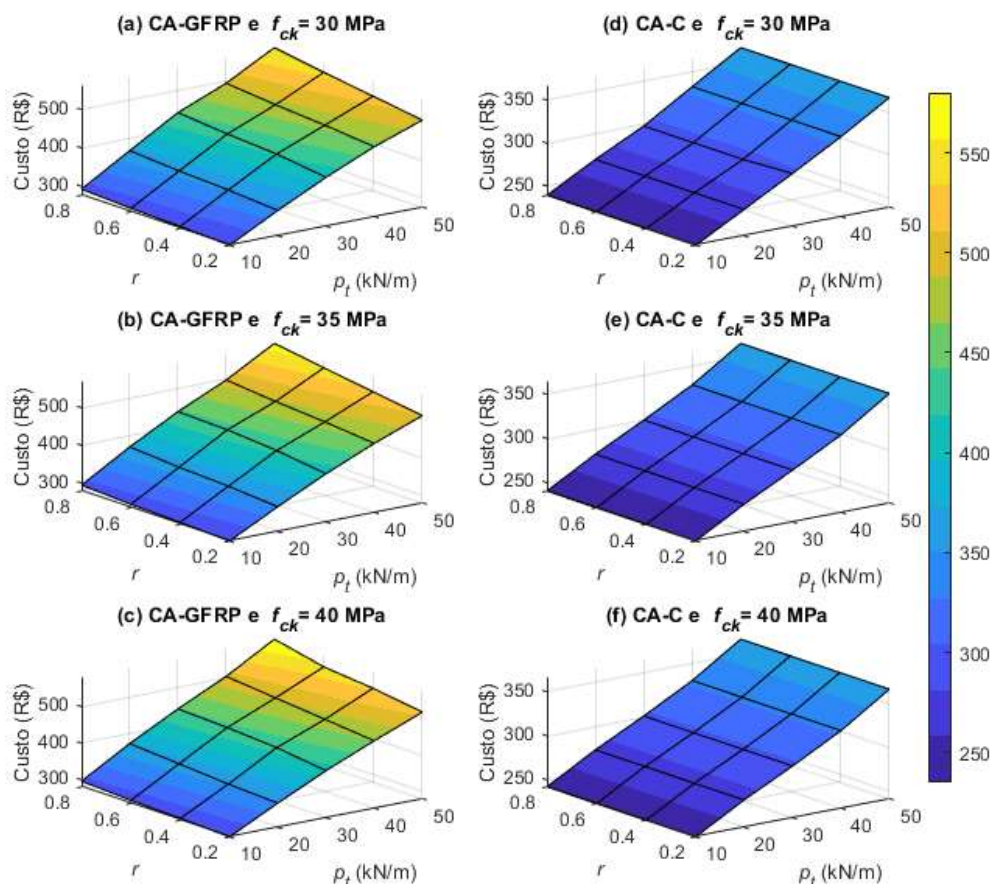
Fonte: Autor (2023).

Conforme pode ser observado, as vigas CA-GFRP apresentaram menor variabilidade para a taxa de armadura longitudinal quando comparada com as vigas CA-C. Essas apresentaram um maior valor médio da taxa de armadura de aço (ρ_s), sendo esse igual a 0,90%. Já as vigas CA-GFRP apresentaram uma taxa de armadura (ρ_f) média igual a 0,71%.

6.2 Custo das vigas otimizadas

Para a análise das vigas de concreto armadas com barras de GFRP, inicialmente, foi realizado um estudo comparativo dos custos dessas e das vigas otimizadas CA-C para as diferentes situações de projeto. Em seguida, foi realizada uma análise do modo de ruptura das vigas otimizadas CA-GFRP.

No Gráfico 27, apresentam-se os custos das vigas otimizadas de comprimento igual a 2,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA- GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA- GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 27 – Custo das vigas otimizadas com $L = 2,5$ m

Fonte: Autor (2023).

Conforme os resultados apresentados, as vigas CA-GFRP com L igual a 2,5 m apresentaram custo ótimo superior aos das vigas CA-C otimizadas para uma mesma situação. Percebe-se que houve um pequeno crescimento no custo das vigas CA-GFRP com o aumento da resistência do concreto e crescimento no custo com a variação do p_t . O aumento do custo das vigas CA-GFRP com o aumento do f_{ck} pode ocorrer devido à baixa influência da resistência do concreto na determinação das dimensões ótimas, uma vez que existe um aumento do custo do concreto e a manutenção dos valores ótimos.

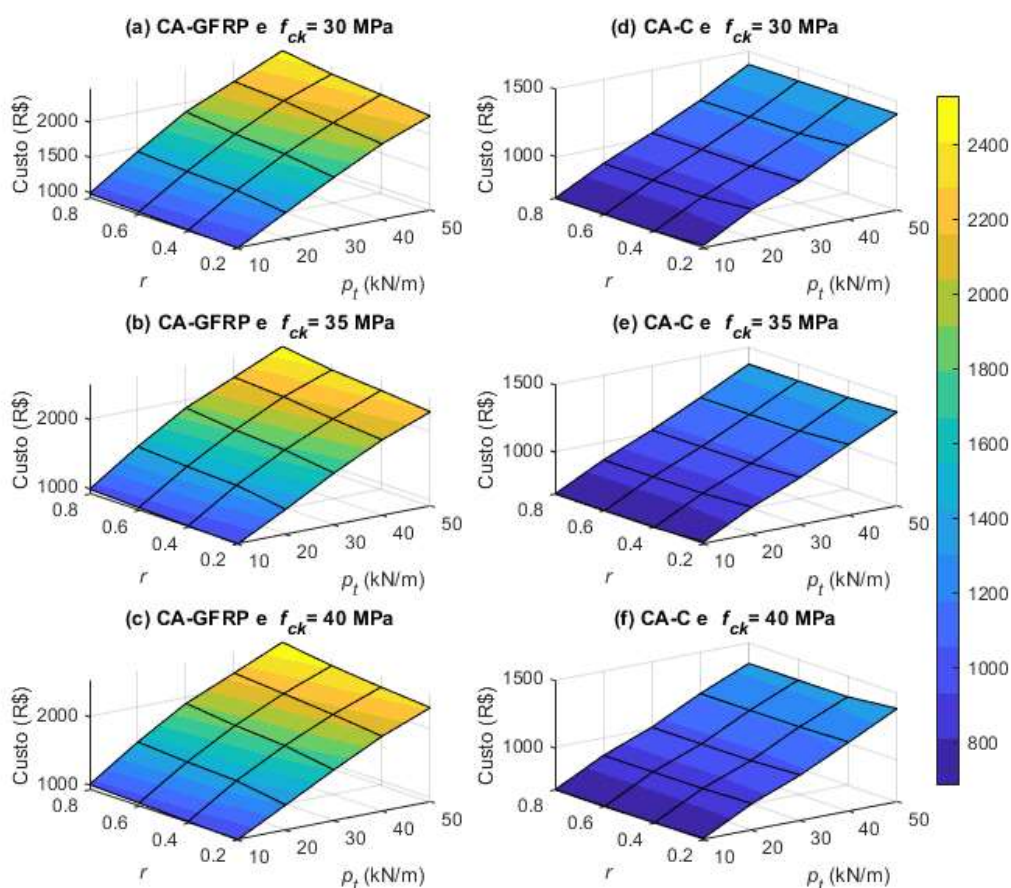
As vigas CA-C também apresentaram aumento no custo com o aumento da resistência do concreto e aumento do carregamento total. As vigas CA-C apresentaram pouca variação do custo com a variação do parâmetro r .

As vigas CA-GFRP apresentaram um aumento médio no seu custo total igual a 37,20%. A viga CA-GFRP-2,5-40-50-0,8 apresentou o maior aumento no custo quando comparado com a viga CA-C para a mesma situação, sendo esse valor igual a 58,36%. Mesmo as barras de

GFRP possuindo maior resistência à tração, a ACI 440.1R, (2015), em seu processo de dimensionamento, prescreve uma maior reserva de resistência para compensar a falta de ductilidade das vigas, resultando em seções mais robustas quando comparadas com vigas CA-C, conforme visto no Tópico 6.1, contribuindo conseqüentemente para o aumento do custo da solução frente às vigas tradicionais.

No Gráfico 28, apresentam-se os custos das vigas otimizadas de comprimento igual a 5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA- GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA- GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 28 – Custo das vigas otimizadas com $L = 5$ m



Fonte: Autor (2023).

Através dos resultados apresentados no Gráfico 28, observa-se que as vigas CA-GFRP e vigas CA-C com comprimento iguais a 5 m apresentaram um aumento no custo ótimo quando comparadas com as vigas com L igual a 2,5 m para as mesmas situações.

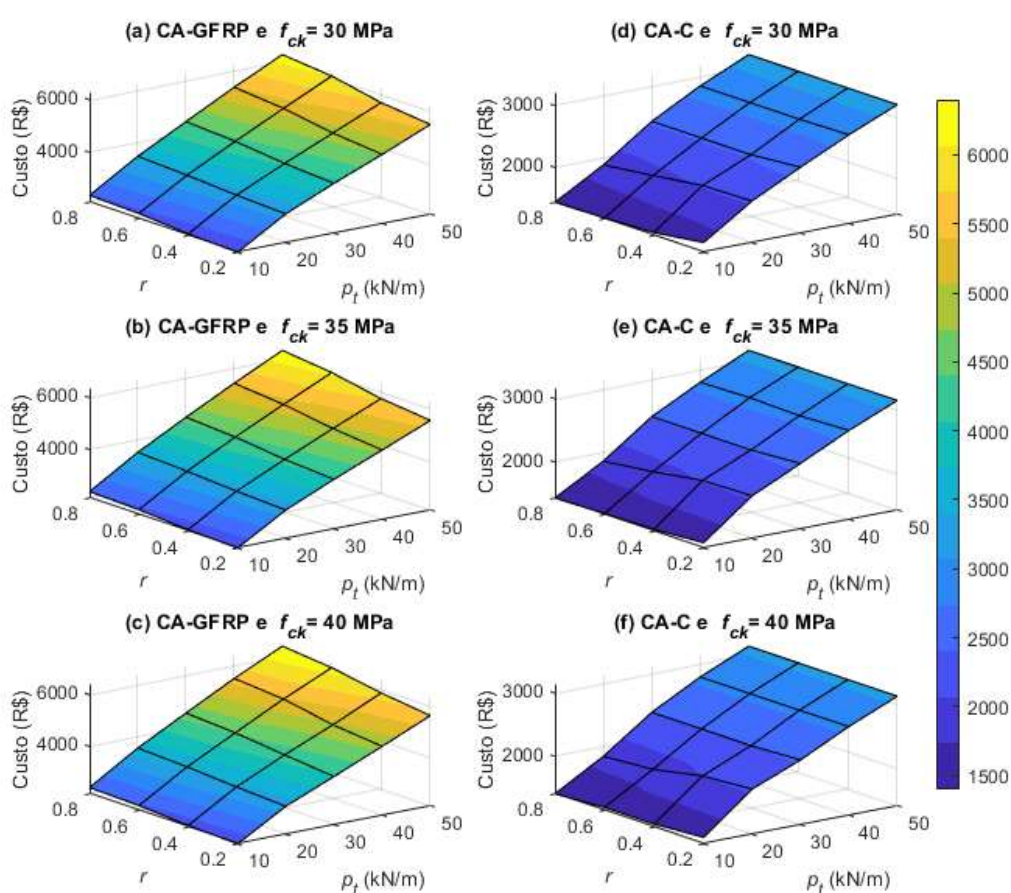
Analisando os parâmetros variados, as vigas CA-GFRP apresentaram resultados semelhantes aos resultados anteriores, com pouca variação do custo com a variação do f_{ck} e r .

Entretanto, elas apresentaram crescimento do custo ótimo, acentuado com o aumento do carregamento total.

As vigas CA-GFRP apresentaram custos superiores aos das vigas CA-C, apresentando uma diferença média de 63,89%. A viga CA-GFRP-5-40-30-0,8 apresentou maior diferença do custo, valor igual a 89,16%. A filosofia de dimensionamento, propriedade das barras de GFRP e a utilização de uma única camada para as vigas CA-GFRP podem ter contribuído para o aumento do custo da solução em relação às vigas CA-C, uma vez que esses fatores contribuem para seções mais robustas e podem apresentar maior influência com o aumento do vão da viga.

No Gráfico 29, apresentam-se os custos das vigas otimizadas de comprimento igual a 7,5 m: (a) CA-GFRP e $f_{ck} = 30$ MPa, (b) CA-GFRP e $f_{ck} = 35$ MPa, (c) CA-GFRP e $f_{ck} = 40$ MPa, (d) CA-C e $f_{ck} = 30$ MPa, (e) CA-C e $f_{ck} = 35$ MPa, (f) CA-C e $f_{ck} = 40$ MPa.

Gráfico 29 – Custo das vigas otimizadas com $L = 7,5$ m



Fonte: Autor (2023).

Para os custos de vigas otimizadas com 7,5 m, os resultados indicam que as vigas CA-GFRP apresentaram custos superiores aos das vigas CA-C. Percebe-se um aumento dessa

diferença entre os custos dos diferentes tipos de viga estudadas com o aumento do comprimento da viga. Para L igual a 7,5 m, a diferença média do custo ótimo entre os dois tipos de viga é igual a 73,76%, chegando a 104,05% para a viga CA-GFRP-7,5-40-50-0,8.

As vigas CA-C apresentaram uma redução no custo ótimo com o aumento da resistência característica do concreto, enquanto que o custo das vigas CA-GFRP aumentou com o aumento da resistência característica do concreto. Ambos tipos de viga apresentaram aumento do custo com o aumento do carregamento.

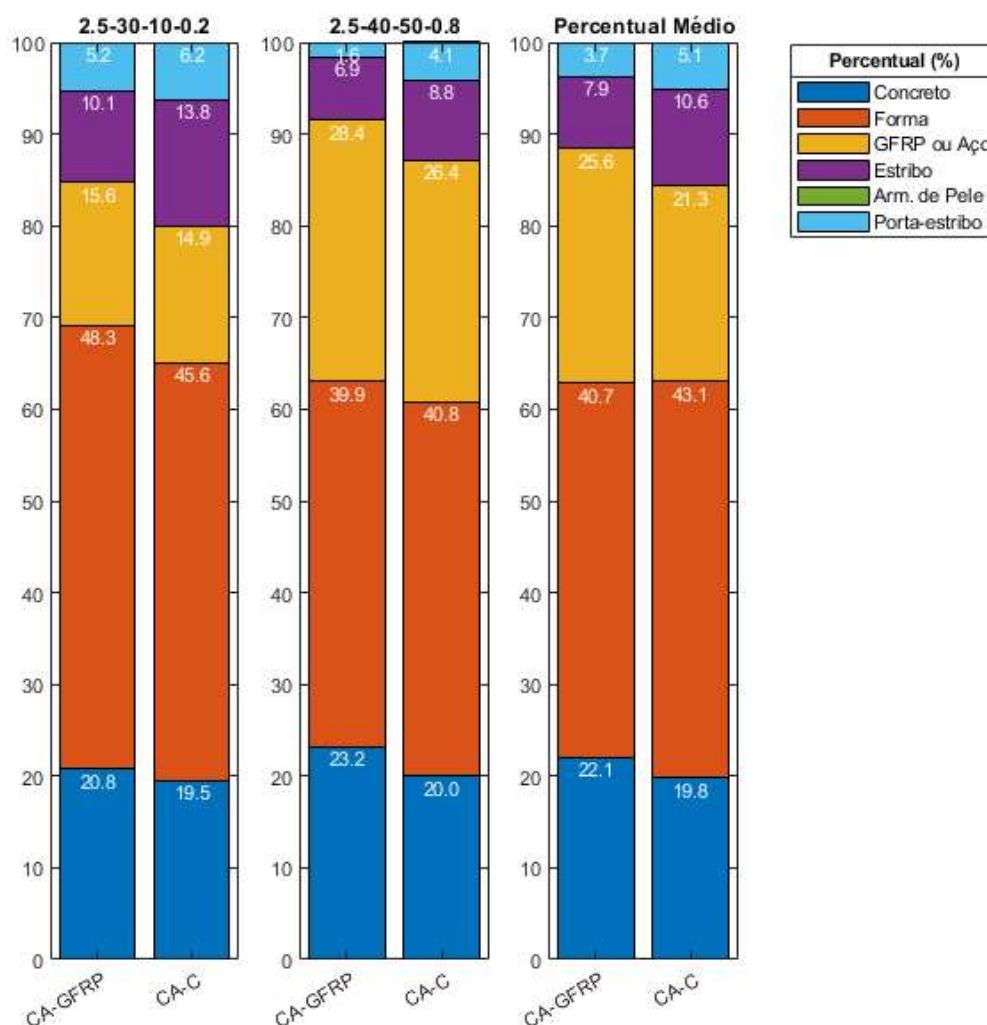
Para melhor entender a contribuição dos materiais no custo final das vigas otimizadas, foi analisado o custo dos mesmos para fabricação das vigas otimizadas em diferentes situações de projeto. Desse modo, foi escolhida a viga CA-GFRP de menor custo e a de maior custo para cada valor de L , e as correspondentes vigas CA-C. Como também, analisada a média percentual do custo dos materiais para cada valor de L . Para comprimento de viga igual a 2,5 m foi escolhida a viga CA-GFRP 2,5-30-10-0,2 e a viga CA-GFRP 2,5-40-50-0,8, e as correspondentes vigas convencionais otimizadas, CA-C 2,5-30-10-0,2 e a viga CA-C 2,5-40-50-0,8. Os valores dos custos são apresentados na Tabela 20 e os valores percentuais dos custos dos materiais são apresentados no Gráfico 30.

Tabela 20 – Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 2,5$ m

	Vigas 2,5-30-10-0,2		Vigas 2,5-40-50-0,8		Valor Médio	
	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C
Concreto (R\$)	59,23	46,66	148,60	73,18	96,15	59,89
Fôrmas (R\$)	137,53	109,2	202,95	149,28	172,45	129,71
Armadura de tração (R\$)	44,30	35,67	174,00	96,53	109,52	65,69
Estribos (R\$)	28,66	32,96	46,81	32,24	32,33	31,30
Armadura de pele (R\$)	-	-	-	-	-	-
Porta-estribos (R\$)	14,93	14,93	14,93	14,93	14,93	14,93
Total (R\$)	284,65	239,23	587,29	366,15	425,37	301,51

Fonte: Autor (2023).

Gráfico 30 – Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 2,5$ m



Fonte: Autor (2023).

Conforme pode ser observado nos resultados apresentados, entre os materiais, as fôrmas apresentaram os maiores custos na fabricação das vigas otimizadas para as duas situações analisadas. Na viga CA-GFRP 2,5-30-10-0,2, o custo da fôrma representou 48,3% do custo total da viga otimizada.

Para a viga de maior custo, esse percentual diminuiu, em contrapartida, há o aumento do percentual do custo de concreto e do custo da armadura longitudinal de GFRP, assumindo valores iguais a 20% e 40,8%, respectivamente.

Para os valores médios, as fôrmas apresentaram um maior percentual do custo total das vigas de CA-GFRP com 2,5 m de comprimento, atingindo um valor igual a 40,7%. As vigas

com 2,5 m de comprimento não apresentaram altura superior a 60 cm, logo não apresentaram armadura de pele.

Em relação às vigas CA-C, elas apresentaram valores percentuais médios semelhantes, com o custo da fôrma tendo maior representatividade no custo total. Entretanto, observa-se que para a viga de menor custo, o custo dos estribos foi superior ao custo dos estribos da viga CA-GFRP. Para a situação de maior custo, a viga CA-GFRP apresentou um maior custo do estribo.

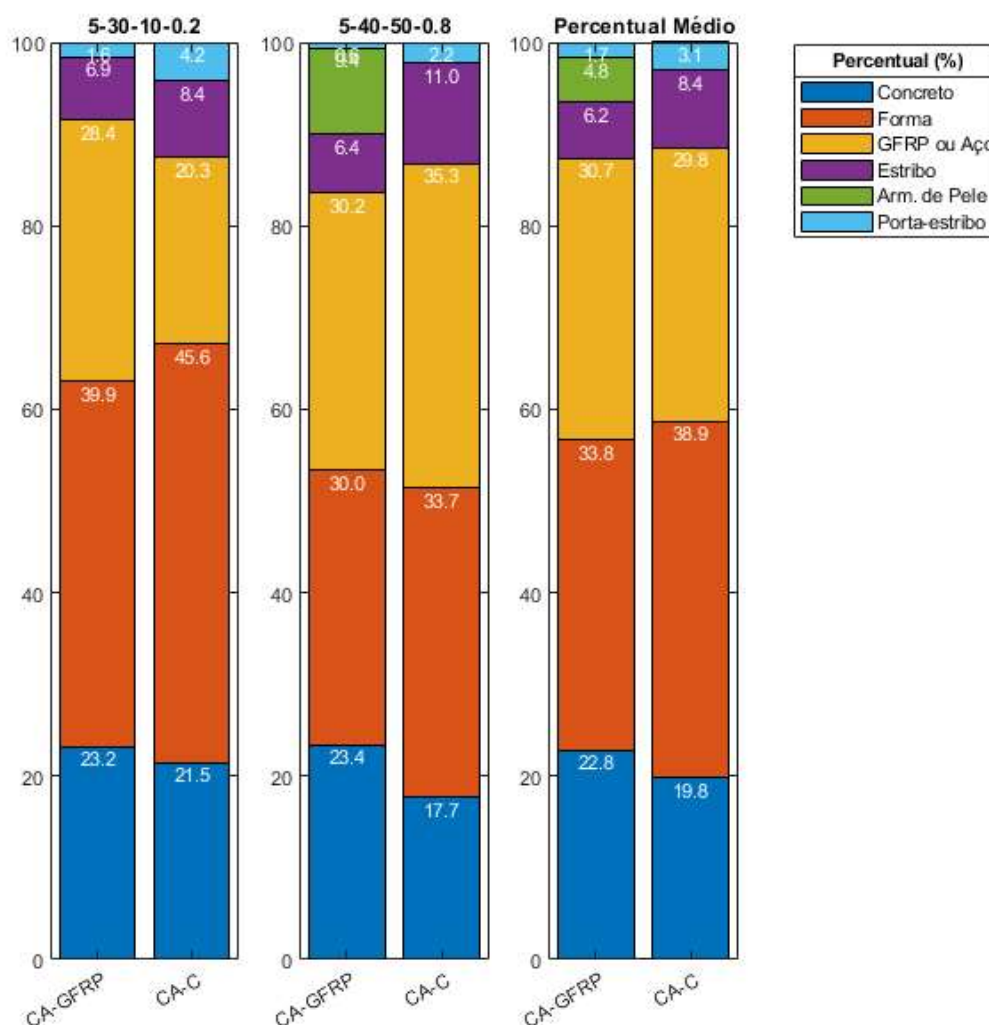
Para as vigas CA-GFRP 5-30-10-0,2 e CA-GFRP 5-40-50-0,8, e as correspondentes vigas CA-C, os valores dos custos são apresentados na Tabela 21 e os valores percentuais dos custos dos materiais são apresentando no Gráfico 31.

Tabela 21 – Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 5$ m

	Vigas 5-30-10-0,2		Vigas 5-40-50-0,8		Valor Médio	
	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C
Concreto (R\$)	212,17	153,05	591,78	237,34	391,16	203,47
Fôrmas (R\$)	365,64	325,39	758,12	452,86	572,16	394,27
Armadura de tração (R\$)	261,00	144,79	765,00	474,45	538,20	318,11
Estribo (R\$)	63,05	59,71	161,21	147,96	104,66	89,23
Armadura de pele (R\$)	-	-	283,83	-	103,00	-
Porta-estribos (R\$)	29,85	29,85	29,85	29,85	29,85	30,47
Total (R\$)	932,32	712,78	2554,79	1342,46	1740,12	1035,55

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

Gráfico 31 – Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 5$ m



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados, observa-se o aumento da parcela do custo das armaduras de tração em ambos tipos de viga para a situação de maior custo. Na viga CA-GFRP 5-40-50-0,8 o custo da armadura longitudinal de GFRP representou uma parcela de 30,2% no custo total, sendo correspondente a três barras de 25 mm de diâmetro. Já para a viga CA-C 5-40-50-0,8, o custo da armadura de aço foi igual a R\$ 474,45 com um total de seis barras de 16 mm, representando uma parcela de 33,7% do custo total.

Para vigas CA-GFRP com L igual a 5 m com valores de h superiores a 60 cm foi utilizada armadura de pele, apresentando um percentual no valor médio de 4,8% do custo total. A utilização da armadura de pele contribuiu para o encarecimento da solução CA-GFRP em

relação às vigas CA-C que tenderam a apresentar alturas inferiores a 60 cm, e consequentemente não apresentaram armadura pele.

Desse modo, percebe-se a redução da parcela do custo da fôrma no custo total das vigas de maior custo quando comparado com a situação de menor custo. Entretanto, percebe-se também a redução do custo do concreto para a viga CA-C.

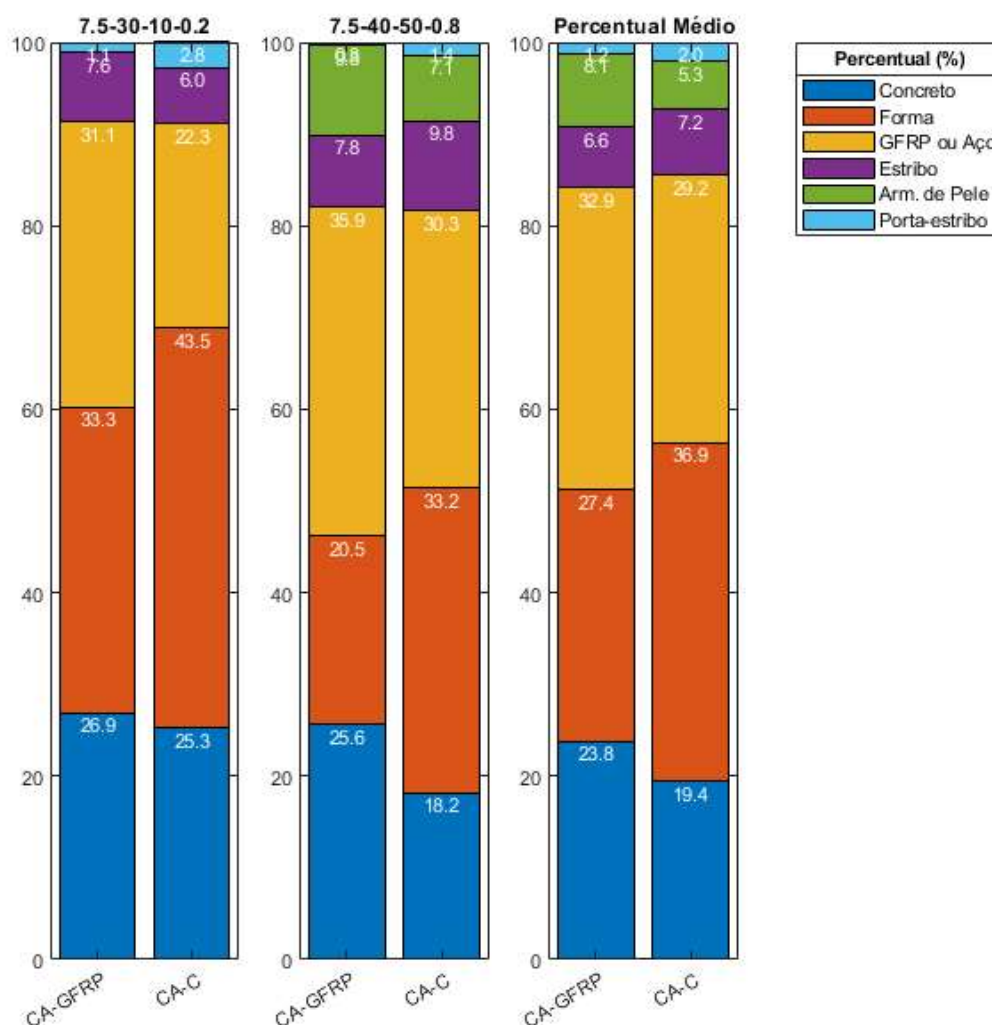
Para as vigas CA-GFRP 7,5-30-10-0,2, CA-GFRP 7,5-40-50-0,8, e as correspondentes vigas CA-C, os valores dos custos são apresentados na Tabela 22 e os valores percentuais dos custos dos materiais são apresentados no Gráfico 32.

Tabela 22 – Custo dos materiais para fabricação de vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 7,5$ m

	Vigas 7,5-30-10-0,2		Vigas 7,5-40-50-0,8		Valor Médio	
	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C	CA-GFRP	CA-C
Concreto (R\$)	564,40	403,15	1639,25	569,62	1011,68	453,74
Fôrmas (R\$)	699,41	694,38	1313,29	1041,57	1107,82	861,35
Armadura de tração (R\$)	652,40	355,84	2295,00	948,90	1404,30	697,34
Estribo (R\$)	160,02	96,25	500,29	306,30	282,67	180,30
Armadura de pele (R\$)	-	-	626,93	223,90	367,95	142,55
Porta-estribos (R\$)	44,78	44,78	44,78	44,78	44,78	45,15
Total (R\$)	2121,11	1594,39	6419,54	3135,08	4219,20	2380,44

Fonte: Autor (2023).

Gráfico 32 Percentual do custo dos materiais na fabricação das vigas CA-GFRP e CA-C e valores médios para $L = 7,5$ m



Fonte: Autor (2023).

Os resultados apresentados mostram o aumento do percentual do custo das armaduras no custo total das vigas CA-GFRP otimizadas com 7,5 m de comprimento quando comparadas com as vigas de menor comprimento para as mesmas situações.

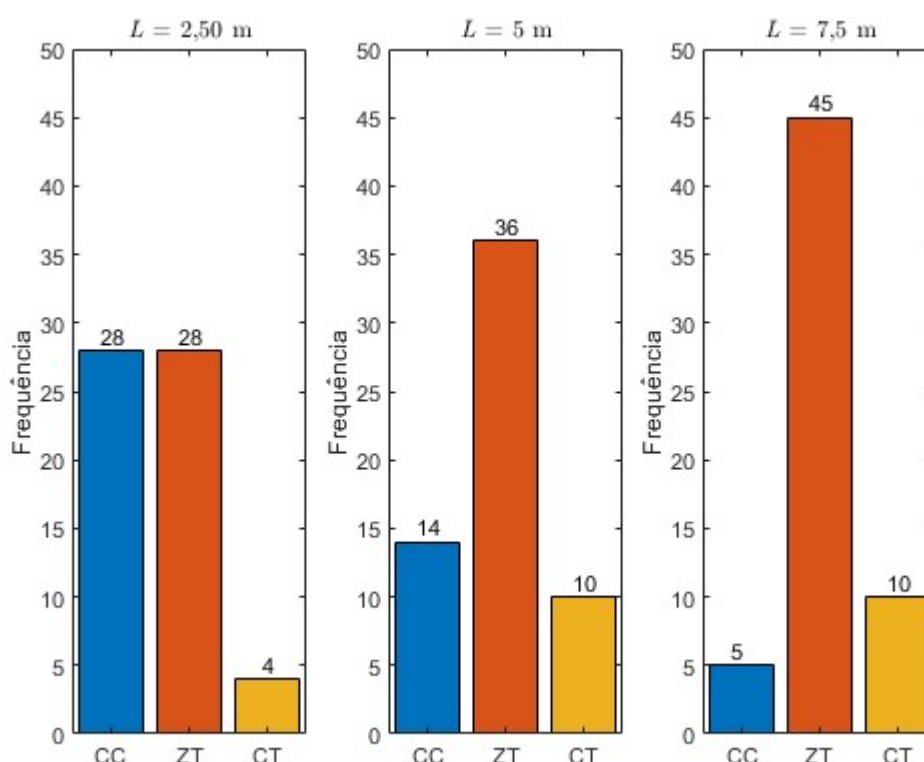
Para a viga CA-GFRP 7,5-30-10-0,2, percebe-se que a fôrma ainda é o material de maior custo, mas o material apresenta uma redução na porcentagem do custo total, valor igual a 33,3%.

Conforme pode ser observado, há um crescimento no percentual do valor médio dos custos das armaduras de pele para ambos os tipos de viga, visto que o maior carregamento obtido com ao aumento do comprimento da viga resultou muitas vezes em vigas com alturas superiores à 60 cm. As vigas CA-GFRP apresentaram um custo médio das armaduras de GFRP

igual a R\$ 1404,30, enquanto que nas vigas CA-C o custo médio das armaduras de tração de aço foi igual a R\$ 697,34. Logo, há um aumento de 101,3% no custo médio das armaduras de GFRP em relação ao custo médio das armaduras de tração de aço.

As vigas CA-GFRP otimizadas poderiam ser dimensionadas considerando o controle pela tração (CT), controle pela compressão (CC) ou controle pela zona de transição (ZT). Para se analisar o modo de ruptura das vigas otimizadas, apresenta-se o Gráfico 33.

Gráfico 33 – Modo de ruptura das vigas CA-GFRP otimizadas



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados, observam-se que 109 vigas otimizadas foram dimensionadas considerando o controle da ruptura na zona de transição. Logo, percebe-se uma predominância dessa consideração na obtenção de vigas de custo otimizado para diferentes situações de projeto. A consideração do CT e CC resultaram em vigas mais econômicas em 24 situações e 47 situações, respectivamente.

O aumento de vigas otimizadas considerando o controle pela ZT está associada ao aumento do comprimento L . Desse modo, para L igual a 2,5 m, 28 vigas resultaram em um custo ótimo, considerando o concreto pela ZT. Quando L foi igual a 7,5, 45 vigas resultaram em um custo ótimo, considerando o concreto pela ZT.

Em relação às vigas otimizadas considerando o CC, percebe-se uma redução no número de vigas com o aumento do comprimento das mesmas. Para L igual a 2,5 m, foram obtidas 28 vigas otimizadas considerando o CC, enquanto que para L igual a 7,5 m foram obtidas apenas 5 vigas.

No geral, um menor número de vigas otimizadas foi dimensionado considerando o CT. Quando L foi igual a 2,5 m, obtiveram-se quatro vigas. Quando L foi igual a 5 m e 7,5 m, obtiveram-se dez vigas de menor custo, levando em consideração as diferentes situações.

Levando em consideração que o controle na zona de transição, a princípio é considerado pelo esmagamento do concreto, com uma margem de segurança sobre as incertezas dos materiais, nota-se, então, que aproximadamente apenas 13% dos projetos ótimos foram obtidos com o controle pela tração. De acordo com a ACI 440.1R (2015), as vigas dimensionadas para a ruptura devido à tração nas barras de FRP apresentam maiores deformações do que aquelas controladas pelo esmagamento do concreto. Isso pode explicar a predominância de vigas CA-GFRP de custo ótimo dimensionadas levando em consideração o controle pelo esmagamento do concreto.

O controle na zona de transição também aponta para um dimensionamento onde ambos os materiais (concreto e GFRP) estão trabalhando próximo do seu limite de resistência. Logo há um grande aproveitamento dos materiais na resistência da seção, e conseqüentemente, uma economia nos custos.

6.3 Comportamento em serviço

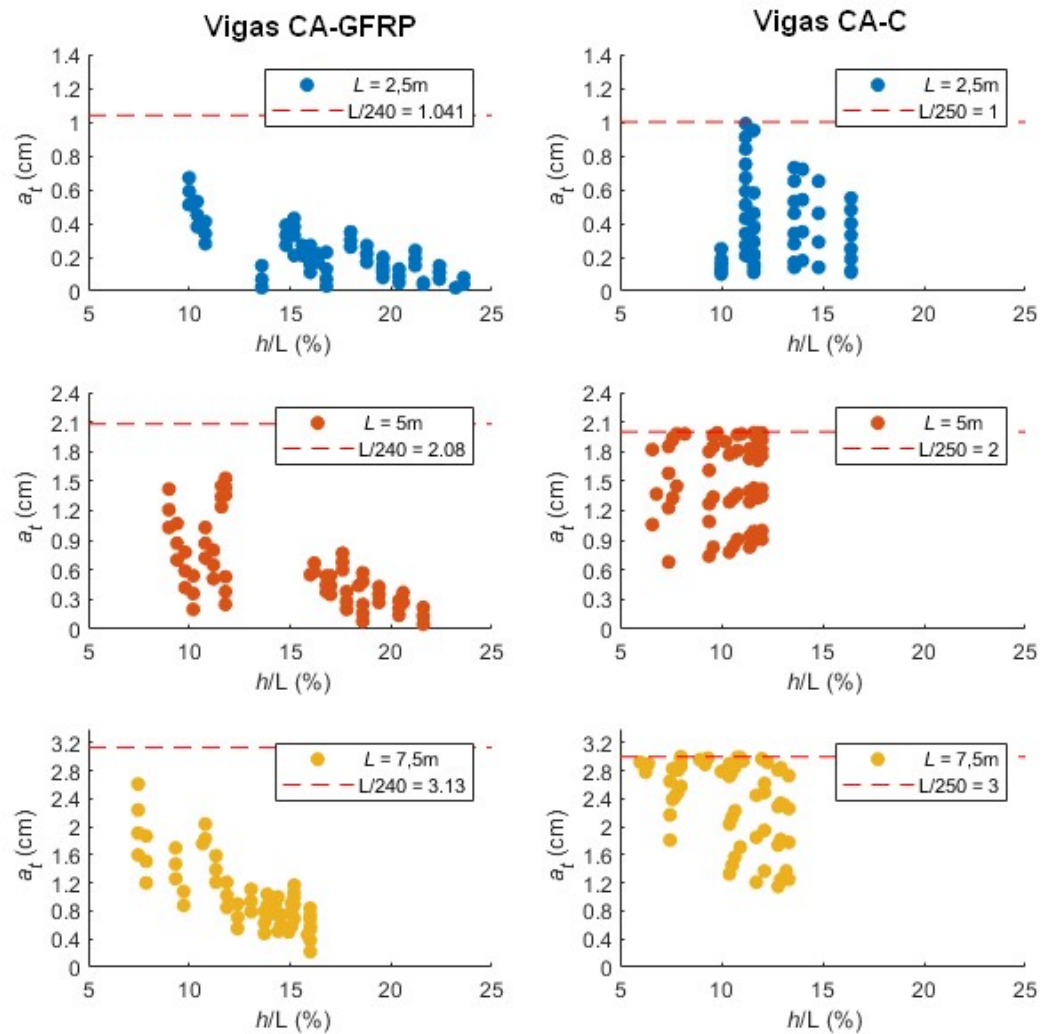
Para a análise do comportamento em serviço das vigas de concreto armadas com barras de GFRP, são verificadas as restrições relacionadas aos deslocamentos verticais dos dois grupos de vigas e as restrições relacionadas ao controle da fissura em vigas CA-GRP.

6.3.1 Deformação

A partir da otimização das vigas, pode-se determinar seus deslocamentos verticais e compará-los com os deslocamentos verticais admissíveis para analisar seu comportamento em serviço. Para as vigas CA-GFRP foi considerado um deslocamento vertical máximo igual a $L/240$, enquanto que para as vigas CA-C foi considerado um deslocamento vertical máximo igual a $L/250$. No Gráfico 34, apresentam-se os deslocamentos verticais (a_t) para diferentes valores de L e h/L para as vigas CA-GFRP e CA-C. Apresenta-se no Gráfico 35, o *boxplot* para

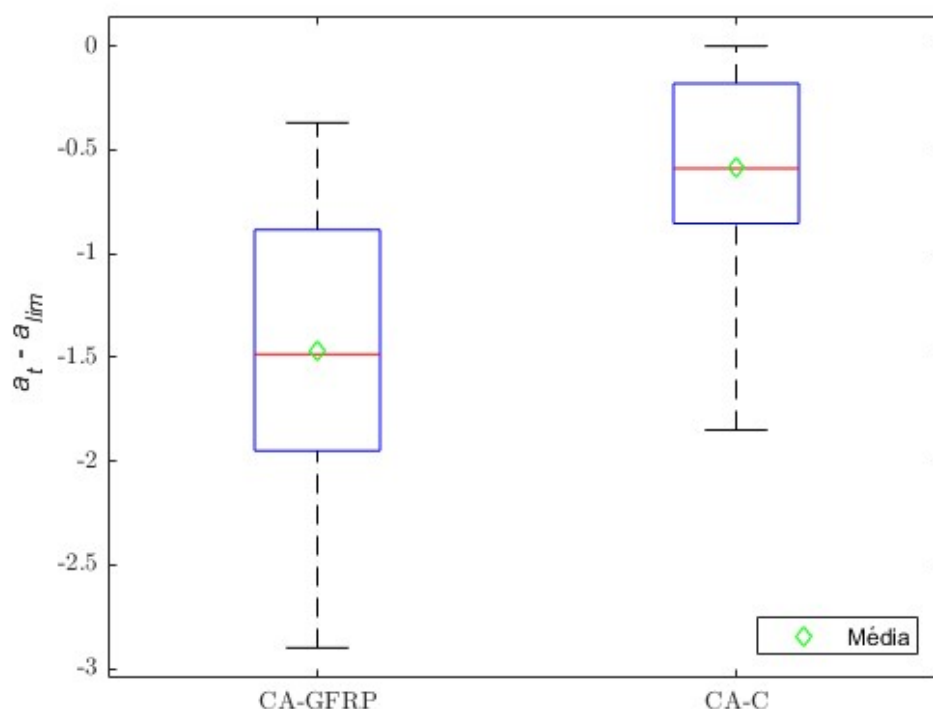
a diferença entre o deslocamento vertical total (a_t) e o limite permitido pelas normas (a_{lim}) para os dois tipos de vigas.

Gráfico 34 – Dispersão da flecha total por h/L para as vigas CA-GFRP e CA-C



Fonte: Autor (2023).

Gráfico 35 – Diferença entre a flecha total e o limite de flecha permitido para as vigas CA-GFRP e CA-C



Fonte: Autor (2023).

Analisando os resultados, as vigas CA-C tenderam a apresentar resultados mais próximos ao limite de deslocamento permitido quando comparado com as vigas CA-GFRP para todos os valores de L . Conforme dito anteriormente, a ACI 440.1R (2015) prescreve uma maior reserva de resistência para compensar a falta de ductilidade das vigas, logo, essa maior reserva pode resultar também em uma maior rigidez para o elemento estrutural, e consequentemente, um menor deslocamento.

As vigas CA-GFRP apresentaram uma maior correlação entre o deslocamento vertical e a relação h/L , conforme apresentando no Gráfico 34, podendo se evidenciar o aumento do deslocamento com a diminuição da relação. Já as vigas CA-C apresentaram uma menor correlação, ainda mais para maiores valores de L .

Conforme pode ser observado no Gráfico 35, as vigas CA-C apresentaram valores mais próximos a zero, configurando-se como vigas com deslocamentos verticais mais próximos dos valores limites ou ainda apresentando a restrição ativa. Desse modo, 32 vigas CA-C apresentaram um valor inferior a -0,1. Já as vigas CA-GFRP apresentaram valores geralmente mais distantes do limite estipulado a partir da norma, onde nenhuma viga otimizada apresentou uma restrição ativa.

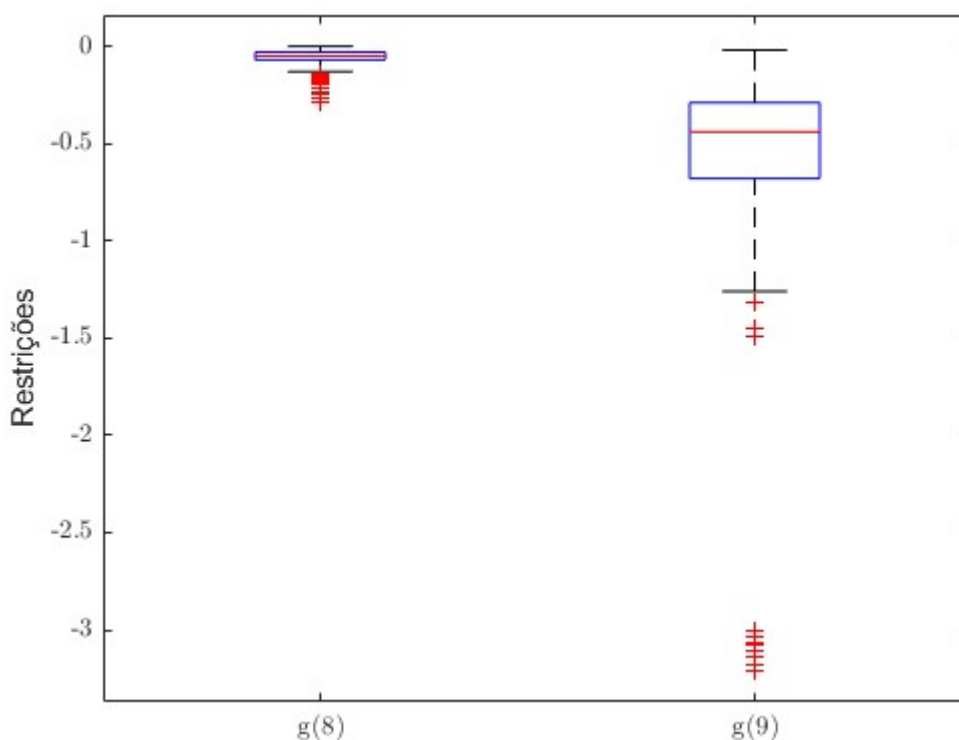
O controle do deslocamento vertical das vigas CA-GFRP apresenta grande influência nos seus custos finais, uma vez que apresentaram valores próximos a zero. Alrudaine (2022)

explica que a limitação do deslocamento vertical em vigas de concreto armadas com barras de GFRP são determinantes no seu dimensionamento à flexão. Logo o limite máximo permitido (a_{lim}) contribui para obtenção de diferentes valores de custo.

6.3.2 Fissuração

Para o controle da fissuração na zona tracionada de vigas CA-GFRP foram atendidas às restrições referentes aos limites do espaçamento máximo ($s \leq s_{max}$), referente no problema à restrição $g(8)$, e o limite de espessura do cobrimento de concreto medida da fibra tracionada externa ao centro da barra ($d_c \leq d_{c,max}$), referente à restrição $g(9)$. Enquanto que nas vigas CA-C a fissuração é controlada a partir do valor de fissuração (w) determinado empiricamente. Desse modo, não é possível fazer uma relação direta entre as restrições determinadas, entretanto, pode-se analisar o comportamento das restrições apresentadas no Gráfico 36.

Gráfico 36 – Variação das restrições $g(8)$ e $g(9)$ na implementação Viga CA-GFRP



Fonte: Autor (2023).

Conforme pode ser observado, percebe-se que a restrição $g(8)$ resultou em uma variabilidade menor, onde algumas vigas CA-GFRP otimizadas apresentaram essa restrição ativa. Geralmente, os valores para essa restrição variaram entre 0 e -0,5, onde 21 vigas apresentaram valores de restrição maiores que -0,01.

Desse modo, no dimensionamento otimizado de vigas, o controle do limite máximo do espaçamento das barras apresentaram grande influência no custo final das vigas, uma vez que os valores de s aproximaram-se do valor máximo permitido, s_{max} .

A restrição $g(9)$ também apresenta grande importância no dimensionamento otimizado de vigas CA-GFRP, onde os resultados se aproximaram da situação ativa em alguns casos. Entretanto, apresentando maior variabilidade do que os resultados da restrição $g(8)$. Os valores da restrição variaram entre -0,02 e -3,21, onde cinco vigas apresentaram valor de restrição maior que -0,1.

Portanto, percebe-se que o controle da fissuração por meio da verificação do limite máximo do espaçamento das armaduras e também da espessura do cobrimento de concreto apresentam grande influência no custo ótimo das vigas.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram avaliadas vigas ótimas de concreto armadas com barras de GFRP e aço, seguindo as prescrições da ACI 440.1R (2015) e NBR 6118 (ABNT, 2014), para diferentes situações de projeto. Os resultados foram obtidos a partir do dimensionamento de vigas de custo ótimo através de implementações utilizando o método dos Algoritmos Genéticos presente no *optimization toolbox* do MATLAB.

Pode-se concluir que a implementação do programa de otimização de vigas de concreto armadas com barras de GFRP resultou em seções mais econômicas e que atenderam as especificações presentes nas normas e outras limitações arquitetônicas determinadas. O ajuste dos parâmetros, utilizando o método DOE Fatorial Completo, permitiu obter a configuração da função *GA* que comumente apresenta-se o custo mínimo para diferentes simulações, logo a utilização do DOE resultou em uma menor variabilidade dos resultados e menores custo mínimo quando comparado com a configuração *default*. Devido às características únicas dos materiais de GFRP, não se pode fazer uma comparação direta com exemplos presentes na literatura para a validação da implementação, entretanto, levantou-se indicativos que provaram a eficiência e confiança aos resultados obtidos.

Para a análise da altura, largura, número de barras e diâmetro de barras de vigas otimizadas foi realizada uma análise paramétrica dessas variáveis com a variação dos parâmetros L , p_t , f_{ck} e r e ainda foram comparados os resultados da implementação de vigas de concreto armado convencional proposta por Correia (2020). Desse modo, foi visto uma maior influência dos parâmetros L e p_t na altura ótima e largura ótima de vigas de concreto armadas com barras de GFRP.

As vigas CA-GFRP apresentaram altura e largura ótima superiores aos das vigas CA-C para a mesma situação. A altura ótima, no geral, apresentou um aumento considerável com relação ao aumento do comprimento da viga, sendo esse aumento mais acentuado nas vigas CA-GFRP. Já em relação a largura ótima, as vigas CA-C tenderam a apresentar valores iguais a 15 cm, enquanto que para as vigas CA-GFRP, esse parâmetro aumentou com o aumento de L . A partir da análise de h/L e b/h , pode-se encontrar uma forte correlação entre essas relações para as vigas CA-GFRP, havendo uma redução de b/h com o aumento de L e aumento de h/L . As correlações de h/L e de b/h encontradas podem ajudar na tomada de decisão no pré-dimensionamento da geometria de vigas de concreto armadas com barras de GFRP.

De um modo geral, as vigas CA-GFRP apresentaram uma taxa de armadura média igual a 0,71%, valor inferior aos das vigas CA-C. A taxa de armadura de GFRP apresenta uma

correlação com a relação h/L , observando-se uma redução na taxa de armadura com a redução de h/L e o aumento de L . Desse modo, os valores de taxa de armadura de GFRP podem ser empregados em projeto de vigas de concreto armadas com barras de GFRP que apresentem situações de projeto similares, agilizando a tomada de decisão. No dimensionamento ótimo, foram empregadas apenas as barras com diâmetro 12, 16 e 25 mm, mostrando a importância da escolha desses diâmetros para a obtenção de custos ótimos, em meio aos diâmetros comerciais disponíveis.

Em relação aos custos, as vigas CA-GFRP apresentaram maiores custos para as mesmas situações quando comparadas com as vigas CA-C. O comprimento da viga e o carregamento total foram os parâmetros que mais influenciaram no custo ótimo das vigas, com o alto crescimento do custo com relação ao aumento do comprimento da viga. Em relação ao custo ótimo de vigas de concreto armado convencional, para L igual a 7,5, a diferença média do custo ótimo entre os dois tipos de viga é igual a 73,76%, chegando a 104,05% para a viga CA-GFRP-7,5-40-50-0,8.

Analizando a composição do custo das vigas otimizadas, as fôrmas, geralmente, apresentaram maior parcela no custo ótimo total tanto das vigas CA-GFRP quanto para as vigas CA-C. Entretanto, verificou-se um aumento do percentual do custo das armaduras de GFRP, para um mesmo comprimento de viga, quando se comparou a viga de maior custo com a viga de menor custo. O crescimento do percentual do custo das armaduras de GFRP também é observado com o aumento de L , enquanto que o percentual do custo de concreto reduz. As maiores alturas obtidas pelas vigas CA-GFRP podem contribuir para o aumento do custo da solução, exigindo a utilização de armaduras de pele.

Em relação ao projeto ótimo de vigas CA-GFRP, o controle de ruptura na zona de transição (ZT) foi o modo mais considerado para o dimensionamento das vigas de custo ótimo. Sendo assim, percebeu-se um aumento no número de vigas otimizadas com ruptura controlada pela ZT, com o aumento do comprimento de viga, e um menor número de vigas ótimas sendo dimensionadas considerando a ruptura controlada pela tração.

Em relação ao comportamento em serviço, o controle da flecha através do cálculo do deslocamento vertical nas vigas de CA-GFRP apresenta uma influência considerável no custo ótimo das vigas, resultando em valores de restrições próximos de zero. Sobretudo, a restrição para as vigas CA-C apresentou variação dos resultados mais próximos de zero do que as vigas CA-GFRP, e os deslocamentos verticais em vigas CA-GFRP apresentaram uma correlação com a relação h/L , resultando em um aumento das flechas totais com a redução do valor h/L .

O controle de fissuração através da determinação do espaçamento das barras e d_c apresentaram influência considerável no custo ótimo das vigas. Os valores de d_c se aproximaram ou foram iguais ao valor máximo permitido para cada situação. Desse modo, confirma-se que o parâmetro apresenta grande influência no custo ótimo das vigas.

Portanto, o estudo realizado reuniu e forneceu informações a respeito do dimensionamento de vigas CA-GFRP e as tendências das dimensões, parâmetros de projeto e custos finais de vigas de concreto armadas com barras de GFRP. O emprego de métodos de otimização através da implementação computacional mostrou-se eficaz, permitindo estudar diferentes situações de projeto em um curto espaço de tempo e obtendo projetos com reduzidos gastos financeiros.

Ao final, foi possível obter seções com custo ótimo e que atendem as prescrições de normas de referências, contribuindo para a disseminação do material e maior confiabilidade para a sua utilização que possui como um dos entraves a falta de uma normativa nacional e o elevado custo inicial. A preocupação em utilizar um material nacional contribui para a relevância da pesquisa, podendo ser utilizada como referência para novos estudos e na utilização em projetos estruturais.

7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para que o conhecimento sobre vigas de concreto armadas com barras de FRP possa ser ampliado em trabalhos futuros, as seguintes sugestões são consideradas:

- Analisar o dimensionamento otimizado de vigas armadas com outros tipos de barras de FRP;
- Considerar na formulação do problema de vigas armadas com barras de FRP as prescrições de outras normas existentes que tratam do dimensionamento de estruturas de concreto armadas com o material;
- Estudar o emprego das barras de FRP em outros elementos estruturais como lajes e pilares;
- Ampliar o estudo de otimização de vigas de concreto armadas com barras de GFRP, utilizando outros métodos de otimização;
- Otimizar as vigas de concreto armado com barras de GFRP tendo como objetivo a redução de CO₂;
- Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armadas com barras de GFRP;

- Considerar os custos decorrentes de manutenções para vigas localizadas em ambientes altamente agressivos, podendo estimar o custo a um longo prazo.

REFERÊNCIAS

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ABREU FILHO, E. S. **Confiabilidade de vigas de concreto armado com barras de polímeros reforçados por fibras**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2020.

ACHILLIDES, Z.; PILAKOUTAS, K. Bond behavior of fiber reinforced polymer bars under direct pullout conditions. **Journal of Composites for Construction**, n. 8, p. 173-181, 2004. (DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2004\)8:2\(173\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2004)8:2(173))).

ALRUDAINI, T. M. S. Optimization of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars. **Journal of Soft Computing in Civil Engineering**, v. 6, n. 21, p. 18-38, 2022. (DOI: <https://doi.org/10.22115/SCCE.2022.323501.1392>).

ALVA, G. M. S. **Concepção estrutural de edifícios em concreto armado**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2007. Disponível em: <https://docplayer.com.br/2211195-Concepcao-estrutural-de-edificios-em-concreto.armado.html>. Acesso em: 02 de maio de 2022.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.1R:2015: Guide for the design and construction of concrete with FRP bars**. ACI Committee 440, 2015.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 318**. Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, USA, 2019.

ARAÚJO, A. *et al.* Definição e preparação de corpos de prova de concreto armado destinados a ensaios acelerados de corrosão de armaduras. **Revista IPT**, São Paulo, v. 1, n. 3, dez., 2016.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v. 2, 3. ed. Rio Grande: Editora Dunas, 2014.

AZEVEDO, D. M. M. **Reforço de estruturas de betão com colagem de sistemas compósitos de CFRP: Recomendações para dimensionamento**. 2008. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil) – Universidade do Porto, Porto, 2008.

BANK, L. C. **Composites for construction**: Structural Design with FRP material. 1. ed. John Wiley & Sons: New Jersey, 2006.

BARRIS, C. *et al.* Design of FRP Reinforced Concrete Beams For Serviceability Requirements. **Journal of Civil Engineering and Management**, v. 18, n. 6, p. 843-857, 2012. (DOI: <https://doi.org/10.3846/13923730.2012.720934>).

BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology Optimization: Theory, Methods and Applications**. Springer: Alemanha, 2003.

BENMOKRANE, B. *et al.* Glass Fibre Reinforced Plastic (GFRP) Rebars for Concrete Structures. **Construction and Building Materials**, v. 9, n. 6, p. 353-364, 1995. (DOI: [https://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00048-8](https://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00048-8)).

BENTO, E. P.; KAGAN, N. Algoritmos genéticos e variantes na solução de problemas de configuração de redes de distribuição. **Revista Controle & Automação**, v. 19, n. 3, p. 302-215, 2008. (DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-17592008000300006>).

BERTON, Kauana Moraes. Comparação entre a capacidade resistente e verificação à flexão do ELU e ELS de vigas de concreto com reforço de barras de PRFV e vigas com reforço barras de aço. *In*: Congresso Nacional de Iniciação Científica, 2018, XVIII, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, 2018.

BEZERRA, L. A. **Emprego de Algoritmos Genéticos para otimização de vigas de concreto armado**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal do Pernambuco, Caruaru, 2017.

BISBY, L. A. *et al.* Response to fire of concrete structures that incorporate FRP. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 7, n. 3, p. 136-149. 2005. (DOI: <https://doi.org/10.1002/pse.198>).

BRANDÃO, M. A. L. **Estudo de alguns métodos determinísticos de otimização irrestrita**. 2010. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

CAN/CSA STANDARDS S806-12. Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers. 2012.

CARNEIRO, L. A. V.; TEIXEIRA, A. M. A. J. Propriedades e características dos materiais compósitos poliméricos aplicados na Engenharia da Construção. **Revista Ciência e Tecnologia**, v. 3, p. 52-66. 2008.

CARVALHO, G. C. G. **Otimização de seções caixão de concreto armado e protendido pelo método dos algoritmos genéticos**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. EdUFSCar: São Carlos, 2014.

CAVALCANTI NETO, I. T. **Otimização do peso de estruturas treliçadas metálicas utilizando algoritmos genéticos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal do Pernambuco, Caruaru, 2017.

CHOWDURY, E. U. *et al.* Mechanical characterization of FRP material at high temperature. **Fire Technology**, v. 47, n. 4, p. 1063-1080. 2011. (DOI: <https://doi.org/10.1007/s10694-009-0116-6>).

CORREIA, R. S. **Avaliação da confiabilidade de vigas otimizadas de concreto armado**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

CORREIA, R. S.; BONO, G. F. F; PALIGA, C. M. Parâmetros dos algoritmos genéticos na otimização de vigas de concreto armado simplesmente apoiadas: uma revisão crítica. **Mecânica Computacional**, v. 39, p. 1047-1056. 2022.

CT 303 – Comitê IBRACON/ABECE. **Estruturas de Concreto Armado com Barras de Polímero Reforçado com Fibras (FRP)**. São Paulo: IBRACON/ABECE, 2021. 39 p.

CUNHA, D. R. **Estudo da aderência de barras poliméricas reforçadas com fibras de vidro (GFRP) ao concreto**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

CURTIS, P. T. The Fatigue Behavior of Fibrous Composite Materials. **Journal of Strain Analysis**, v. 24, n. 4, p. 235-244. 1989. (DOI: <https://doi.org/10.1243/03093247V244235>).

DA SILVA, A. P.; LUDERMIR, T. B. **Otimização de redes neurais através de algoritmos genéticos celulares**. ArXiv: Nova Iorque, 2021 (DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.08326>).

DALFRÉ, G. M. *et al.* Dimensionamento de sistema de reforço à flexão com materiais compósitos segundo a técnica EBR. **Concreto e Construções**, v. 94, p. 53-62, abr./jun. 2019.

DALFRÉ, G. M. *et al.* Dimensionamento de vigas de concreto armadas à flexão com barras não metálicas. **Concreto & Construções**, v. 98, p. 72-78, abr./jun. 2020. (DOI: <https://dx.doi.org/10.4322/1809-7197.2020.98.0007>).

DAO, S. D.; ABHARY, K.; MARIAN, R. Maximising performance of genetic algorithm solver in Matlab. **Engineering Letters**, v. 24, n. 1, p. 75-83. 2016.

DARWIN, Charles. **A origem do homem e a seleção sexual**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Garnier, 2011.

DARWIN, Charles. **On the origin of species**: by means of nature selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life. 1. ed. New York: D. Appleton & Company, 1859.

DUO, *et al.* Environmental impact on the durability of FRP reinforcing bars. **Journal of Building Engineering**, v. 43, p. 1-65. 2021.

DUARTE, I. O. **Estudo do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto com fibras sintéticas armadas com barras de polímero reforçado com fibra de vidro e basalto**. 2022. Dissertação (Mestrado em Sistemas de Infraestrutura Urbana) – Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2022.

EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. **Introduction to Evolutionary Computation**. Berlin: Springer, 2017.

EUROPEAN STANDARD. **EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for building**. European Committee for Standardization, 2004.

FREITAS, N. R. D. **Sustentabilidade de estruturas de betão em ambiente marítimo com recurso a FRP**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade do Minho, Braga, 2016.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. FIB BULLETIN 90. **Model Code for Concrete Structures (MC2010)**. Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland, 2010.

FIB. FÉDÉRATION INTERNACIONALE DU BETÓN. **CEB/FIB Bulletin 40:FRP reinforcement in RC structures**. 2007.

GOMES, F. M. *et al.* Estudo comparativo entre os métodos gradiente reduzido generalizado e algoritmo genético em otimização com múltiplas respostas. **Revista Produção Online**, Florianópolis, v. 17, n. 2, p. 592-619, 2017.

GUARISO, G.; SANGIORGIO, M. Improving the performance of multiobjective Genetic Algorithms: an Elitism-Based approach. *Information*, v. 11, ed. 587. 2020. (DOI: <https://doi.org/10.3390/info11120587>).

HELENE, P.; ANDRADE, T. Concreto de Cimento Portland. In: ISAIA, G. C. (Org.). **Materiais de Construção Civil**. 1 ed. São Paulo: IBRACON, 2010. cap. 29. p. 905-944.

HONSCHA, M. L. **Estudo comparativo do nível de confiabilidade obtido em vigas de concreto armado projetadas segundo as normas NBR 6118:2014 e ACI 318-19**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

INNOCENTE, M. S. *et al.* Optimal Flexural Design of FRP-Reinforced Concrete Beams Using a Particle Swarm Optimizer. *In: International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete Structures*, 2007, VIII, Patras. **Anais [...]**. Patras, 2007.

INTELLIGENT SENSITIVE FOR INNOVATIVE STRUCTURES. ISIS. Design Manual Nº 3 – Reinforcing Concrete Structures with Fibre Reinforced Polymers. Winnipeg, ISIS Canada, 2007.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERING. **Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures using Continuous Fiber Reinforcing Materials**. JSCE, Japão, 1997.

JESUS, J. L. C. **Utilização de compósitos de polímero reforçado com fibras na construção e reabilitação**: casos de estudo, desafios correntes e perspectivas futuras. 2021. Dissertação (Mestrado em Conservação e Reabilitação do Edificado) – Instituto Politécnico de Setúbal, Barreiro, 2021.

JESUS, L. S. A resistividade elétrica do concreto e a sua correlação com a durabilidade das estruturas. **Engenharia Estudo e Pesquisa**, Rio de Janeiro, n. 18, p. 26-33, jan./jun. 2018.

JUVANDES, L. F. P.; REIS, V. L. F. Construção de estruturas de betão armado com varões de FRP. **Mecânica Experimental**, v. 12, p. 13-24. 2012.

KARBHARI, V. M. *et al.* Durability Gap Analysis for Fiber-Reinforced Polymer Composites in Civil Infrastructure. **Journal of Composites for Construction**, v. 7, n. 3, p. 238-247. (DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2003\)7:3\(238\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2003)7:3(238))).

KASSEM, C. *et al.* Evaluation of Flexural Behavior and Serviceability Performance of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. **Journal of Composites for Construction**, v. 15, n. 5, p. 683-695, set/out. 2011. (DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000216](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000216)).

KATO, R.; PAIVA, V.; IZIDORO, S. Algoritmos genéticos. **Revista Brasileira de Bioinformática**, ed. 1, 2021. (DOI: <https://doi.org/10.51780/978-6-599-275326-13>).

KHAN, K. Estimating Flexural Strength of FRP Reinforced Beam Using Artificial Neural Network and Random Forest Prediction Models. **Polymers**, v. 14, n. 2270. 2022. (DOI: <https://doi.org/10.3390/polym14112270>).

KIRSCH, U. **Structural Optimization** – Fundamental and Applications. Berlin: Springer, 1993.

KUMAHARA, S. *et al.* Tensile strength of continuous fiber bar under High Temperature. **International Symposium on Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures**, v. 138, p. 731-741, 1993. (DOI: <https://doi.org/10.14359/3954>).

LEVY NETO, F.; PARDINI, L. C. **Compósitos estruturais**. 1. ed. Bluncher: São Paulo, 2006.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. 4. ed. Elsevier: Stanford, 2015.

LUKE, A. B.; WILLIAMS, B.; SADEGHIAN, P. Specific Durability Issues. *In*: ZOGHI, M. **The International Handbook of FRP composites in Civil Engineering**. Florida: CRC Press, 2013. 706 p.

LUKE, S. L.; ESTRADA, H. Composites Primer. *In*: ZOGHI, M. **The International Handbook of FRP composites in Civil Engineering**. Florida: CRC Press, 2013. 706 p.

MAIA, J. P. R. **Otimização estrutural**: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MACHADO, Ari de Paula. **Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. São Paulo, 2002.

MALLICK, P. K. **Fiber-Reinforced Composites**: Materials, Manufacturing and Design. 3. ed. Florida: CRC Press, 2007. 638 p.

MASMOUDI, R. *et al.* Long-Term Bond Performace of GFRP bars in Concrete under Temperature Ranging From 20°C to 80°C. **Construction & Building Materials**, v. 25, n. 2, p. 486-493. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2009.12.040>).

MATAMOROS, M. E. V.; KUMRAL, M. Correction to: Calibration of genetic algorithm parameters for mining-related optimization problems. **Natural Resources Research**, v. 28, p. 457-459. 2019. (DOI: <https://doi.org/10.1007/s11053-018-9395-2>).

MATHWORKS. **MATLAB User's Guide**. Mathworks Inc., Natick. 2022.

MENDES, Jorge José de Magalhães. A comparative study of crossover operators for genetic algorithms to solve the job shop scheduling problem. **Wseas Transactions on Computers**, v. 12, n. 4, p. 164-173, 2013.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto**: Microestrutura, Propriedades e Materiais. São Paulo: IBRACON, 2008. 674 p.

MELO, L. M. A. **Avaliação de deslocamentos em vigas de concreto com armaduras de aço e de polímeros reforçados por fibras**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

MELO, R. H.; TEIXEIRA, A. M. A. J.; CARNEIRO, L. A. V. Vigas de concreto armado reforçadas à flexão com barras de aço e FRP no cobrimento do concreto. **Revista Ibero Americana de Ciências Ambientais**, v. 9, n. 3, p. 234-250. 2018. (DOI: <https://doi.org/10.6008/CBPC2179-6858.2018.003.0019>).

MENEGHETTI, L. *et al.* Viabilidade de aplicação de PRF de carbono, vidro e aramida no reforço de estruturas de concreto armado. *In*: Congresso Brasileiro do Concreto, 49., Bento Gonçalves, RS. **Anais [...]**. Bento Gonçalves, RS, 1-5 set. 2007.

MICELLI, F.; Nanni, A. Durability of FRP rods for concrete structures. **Construction and Building Materials**, v. 18, n. 7, p. 491-503. 2004. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2004.04.012>).

MOBIN, M. *et al.* A hybrid desirability function approach for tuning parameters in evolutionary optimization algorithms. **Measurement**, v. 114, p. 417-427. 2018. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.10.009>).

MONTEIRO, J. M. A. **Dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

MOTA, C. L. P. *et al.* Influência da adição de pigmento em materiais compósitos de matriz poliéster reforçados por fibras de sisal (*Agave sisalana*) e de piaçava (*Attalea funifera*). **Braz. Ap. Sci. Rev.**, v. 3, n. 2, p. 805-819, mar/abr. 2019. (DOI: <https://doi.org/10.34115/basr.v3i2.898>).

NANNI, A. *et al.* Effect of cyclic loading on bond behavior of GFRP rods embedded in concrete beams. **Journal of Composites, Technology and Research**, v. 20, n. 1, p. 29-37. 1998. (DOI: <https://doi.org/10.1520/ctr10498j>).

NANNI, A. *et al.* **Reinforced Concrete with FRP Bars**. New York: CRC Press, 2014.

NANNI, A. Flexural Behavior and Design of Reinforced Concrete Using PRF Rods. **Journal of Structures Engineering**, n. 11, v. 119, p. 3344-3359, 1993.

NASCIMENTO, K. M. B. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizado algoritmos genéticos**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal do Pernambuco, Caruaru, 2017.

NUNES, J. P. A. N. **Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizado Algoritmo Genético**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal do Pernambuco, Caruaru, 2018.

NYSTROM, H. E. *et al.* Financial viability of fiber-reinforced polymer (FRP) bridges. **Journal of Management in Engineering**, v. 19, p. 2-8. 2003.

OBAIDA, Ayman Farid Abu. **Behavior of double-sided concrete corbels reinforced with glass-fiber reinforced polymer bars**. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – United Arab Emirates University, Abu Dhabi, 2016.

OLIVEIRA, L. C. **Estratégia híbrida aplicada ao gerenciamento ótimo de reservatórios**. 2013. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Campina Grande, Recife, 2013.

OLIVEIRA, L. O. S. B. *et al.* Utilização de armaduras não metálicas no Brasil. *In*: Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, X., Rio de Janeiro, RJ. **Anais [...]**. Rio de Janeiro, RJ, 9-11 maio. 2018.

PARAMO, C. A. M. **Abordagem metaheurística para otimização estrutural**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

PETROVSKI, A.; BROWNLEE, A.; McCALL, J. Statistical optimisation and tuning of GA factors. *In: 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Edinburgh, UK. **Proceedings**[...]. Edinburgh, UK, 2-5 set. 2005.

PILAKOUTAS, K. *et al.* Design guidelines for FRP reinforced concrete structures. **Structures and Buildings**, v. 164, p. 255-263, 2011. (DOI: <https://doi.org/10.1680/stbu.2011.164.4.255>).

PIMENTEL, L. L. *et al.* Concreto produzido com agregado reciclado: uma análise de durabilidade visando uso em estruturas. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.**, São Paulo, v. 13, n. 6. 2020.

PINHO, A.F.; MONTEVECHI, J. A. B.; MARINS, F. A. S. Análise da aplicação de projeto de experimentos nos parâmetros dos algoritmos genéticos. **Sistema & Gestão**, v. 2, n. 3, p. 314-325. 2007.

PUCHTA, E. D. P. **Controle PID Gaussiano com otimização dos parâmetros das funções gaussianas usando Algoritmo Genético e PSO**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponto Grossa, 2016.

REIS, Vítor Leonel Freitas. **Construção de estruturas de betão armado com varões de FRP**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade do Porto, Porto, 2009.

RIBEIRO, S. E. C. **Análise da confiabilidade de vigas de concreto armado com plástico reforçado por fibras**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

SAKA, M. P; GEEM, Z. W. Mathematical and metaheuristic applications in design optimization of steel frame structures: an extensive review. **Mathematical Problems in Engineering**, Londres, v. 2013, p. 33. 2013. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/271031>).

SANTIS, B. C. *et al.* Avaliação da durabilidade de concretos estruturais com agregados leves inovadores utilizando carbonatação acelerada. *In: FABRICIO, M. M.; BRITO, A. C. Avaliação de desempenho de tecnologias construtivas inovadoras: conforto ambiental, durabilidade e pós-ocupação*. Porto Alegre: ANTAC, 2016. 398 p.

SANTOS, G. S. **Aplicação de mantas de polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) como reforço à punção em lajes lisas de concreto armado**. 2014. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

SANTOS, P. R. **Análise e cálculo de elementos estruturais em concreto armado de um edifício residencial**. 2014. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

SCHAFF, J. R. Fatigue and Life Prediction. *In: MIRACLE, D. B.; DONALDSON, S. L. (Org.). ASM Handbook Vol. 21 Composites*. ASM International: Ohio, 2011.

SHAHNEWAZ, M. *et al.* Optimized shear design equation for slender concrete beams reinforced with FRP bars and stirrups using Genetic Algorithm and reliability analysis. **Engineering Structures**, v. 107, n. 15, p. 151-165. 2016. (DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.10.049>).

SHAO, W. *et al.* Time-varying characteristics of the durability and lateral bearing behaviour of FRP bar-reinforced concrete piles in marine environments. **Construction and Building Materials**, Amsterdã, v. 302. 2021.

SILVA, A. B. C. **Dimensionamento ótimo de seções de vigas T em concreto armado**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2011.

SILVA, M. R. C. B. **Comportamento de vigas de concreto armadas com barras de CFRP e GFRP para infraestrutura de transportes**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transporte) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2014.

SILVA JUNIOR, G. S. **Otimização de pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmo genético** 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruru, 2022.

SINAPI – **SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTO E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL**. Caixa Econômica Federal, Dezembro, 2022.

SINGH, Shamsher Bahadur. **Analysis and Design of FRP Reinforced Concrete Structures**. McGraw-Hill Professional Publishing, 2015. 352 p.

SONNENSCHN, R; GAJDOSOVA, K.; HOLLY, I. FRP composites and their using in the construction of bridges. **Procedia Engineering**, Amsterdã, v. 161, p. 477-482. 2016.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Definição de expressões visando relacionar f'_c e f_{ck} . *In: Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura*, IV., Maringá, PN. **Anais [...]**. Maringá, PN, 20-21 nov. 2003.

SUN, W.; ACHINTHA, M. Exploitation of FRP fabric reinforcement: innovation beyond FRP bars. **Structures**, Amsterdã, v. 34, p. 1099-1107. 2021.

TAVARES, D. H. **Análise Teórica e Experimental de Vigas de Concreto Armadas com Barras Não Metálicas de GFRP**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2006.

TEIXEIRA, B. A. C. **Avaliação do comportamento de vigas de concreto armadas com barras de fibra de vidro: um estudo experimental**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

TORRES, J. V. S. **Otimização de pórticos de concreto armado utilizando o sistema computacional Ansys**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2001.

WANG, G. *et al.* Axial compressive behavior of seawater sea-sand coral aggregate concrete-filled circular FRP-steel composite tube columns. **Construction and Building Materials**, Amsterdã, v. 315. 2022.

WANG, H.; BELARBI, A. Ductility Characteristics of Fiber-Reinforced-Concrete Beams Reinforced with FRP Rebars. **Construction and Building Materials**, v. 25, n. 5, p. 2391-2401. 2011. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.11.040>).

WEITSMAN, Y.J.; ELAHI, M. Effects of Fluids on the Deformation, Strength and Durability of Polymeric Composites – An Overview. **Mechanics of Time-Dependent Materials**, v. 4, p. 107-126. 2000. (DOI: <https://doi.org/10.1023/a:1009838128526>).

ZAIDI, A. *et al.* Numerical analysis of thermal stress-deformation in concrete surrounding FRP bars in hot region. **Construction and Building Materials**, v. 38, p. 204-213, 2013. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.08.047>).