



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

RAFAEL MARINHO DE ALBUQUERQUE

**VÍDEOS INTERATIVOS PARA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA:
UMA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL ON-LINE NO ENSINO REMOTO**

Recife

2022

RAFAEL MARINHO DE ALBUQUERQUE

**VÍDEOS INTERATIVOS PARA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA:
UMA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL ON-LINE NO ENSINO REMOTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal do Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática e Tecnológica. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Prof. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Coorientador: Prof. Dr. Rogério da Silva Ignácio

Recife

2022

Catálogo na fonte
Bibliotecária Anáise de Santana Santos, CRB-4/2329

A345v Albuquerque, Rafael Marinho de.
Vídeos interativos para aprendizagem de geometria analítica: uma orquestração instrumental on-line no ensino remoto. / Rafael Marinho de Albuquerque. – Recife, 2022.
110 f.: il.

Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
Coorientador: Rogério da Silva Ignácio
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2022.
Inclui Referências.

1. Interação-Vídeos. 2. Ensino à distância. 3. Projeção Ortogonal. 4. Aulas assíncronas. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes. (Orientadora). II. Ignácio, Rogério da Silva. (Coorientador). III. Título.

370 (23. ed.) UFPE (CE2023-087)

RAFAEL MARINHO DE ALBUQUERQUE

**VÍDEOS INTERATIVOS PARA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA:
UMA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL ON-LINE NO ENSINO REMOTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 31/03/2022

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Orientadora e Presidente)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Rogério da Silva Ignácio (Coorientador)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Soares Padilha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Para Lilica... 

AGRADECIMENTOS

"Já não vos chamareis servos, porque o servo não sabe o que faz o seu senhor, mas tenho-vos chamado amigos, porque tudo quanto ouvi de meu Pai vos tenho feito conhecer". (João - 15:15)

"Amigos foi a titulação mais expressiva que Jesus destacou do vocabulário para definir os companheiros. Isso naturalmente ocorreu, porque nenhum de nós consegue algo realizar sem amigos que nos comuniquem os pensamentos e nos auxiliem a concretizar os próprios anseios." Emmanuel (Prefácio do Livro Amizade - Meimei / Francisco C. Xavier)

A Deus,

A meus queridos e muito mais que amigos: mainha e painho,

A minha querida irmã, amiga e para sempre Lilica,

A minha querida amada, companheira e amiga Catarine,

A minha querida família amiga,

A meus queridos orientadores e amigos, Profa. Verônica e Prof. Rogério,

A meus queridos amigos professores e funcionários do PPGEDUMATEC,

A minhas amigas queridas Elaine e Karina Rocha, Joane Luz, Franci Nipo, Joélia, Flavinha, Priscila, Cida, Rosângela,

A meus amigos queridos Marcionilo Frato, Marcos Miguel, Antônio, Marcelo, Rodrigo, Neves, Euclides,

Aos estudantes que amigavelmente participaram da pesquisa,

A meus queridos amigos professores da banca,

A meus queridos amigos do trabalho, da universidade, da escola, do grupo jovem, do movimento espírita e do dia a dia,

A meus todos queridos amigos e amigas, de *ĉiuj lingvoj* e de todos os planos da vida, minha enorme gratidão por tudo e por me ajudarem a chegar até aqui!

“O fundamental é que o professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é dialógica, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que professor e alunos se assumam epistemologicamente curiosos. Neste sentido, o bom professor é o que consegue, enquanto fala, trazer o aluno até a intimidade do movimento de seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma “cantiga de ninar”. Seus alunos cansam, não dormem. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas.” (FREIRE, 2015, p.83-84).

RESUMO

Vídeos têm sido usados em complemento e, algumas vezes, em substituição às aulas tradicionais, introduzindo uma mudança de paradigma tanto na maneira como os professores ensinam como também na forma pela qual os alunos aprendem. Particularmente no ensino remoto, percebe-se o componente fundamental do uso de vídeos como parte da proposta. Como garantir, porém, que essa utilização não repetirá a mesma dinâmica de uma aula tradicional, em que o aluno continua recebendo as informações de forma passiva? Há plataformas atualmente na internet que permitem ao professor adicionar componentes interativos e monitorar as interações dos alunos ao longo do vídeo como possibilidade de dinamizar o processo de ensino-aprendizagem. Este estudo buscou construir e analisar uma orquestração instrumental no ensino remoto elaborada com o uso de vídeos interativos em uma turma de licenciatura em Matemática e Física, no ensino de projeções ortogonais. A pesquisa se deu na perspectiva do ensino remoto, portanto, tratou-se de uma orquestração instrumental on-line. Um vídeo interativo foi especialmente produzido e utilizado nos momentos de orquestrações instrumentais assíncronas. Para sua elaboração utilizou-se a antiga plataforma gratuita Vizia (<https://vizia.co/>). Para o momento síncrono da orquestração, foram realizadas atividades de discussão coletiva, visto que não foi possível realizar atividades em pequenos grupos. A orquestração instrumental on-line foi vivenciada durante uma disciplina de Geometria Analítica, como atividades do estágio docência na disciplina. Nesse estudo, porém, apenas quinze dos sessenta estudantes se voluntariaram a participar, tendo seus dados recolhidos para análise. Dos quinze estudantes voluntários, apenas oito interagiram com o vídeo, os quais compuseram de fato os participantes da pesquisa. Os resultados nos mostraram uma resistência para adentrar no trabalho com vídeos interativos, o que nos permitiu, contudo, gerar uma categorização dos comportamentos dos estudantes na interação com esse tipo de artefato, que vai dos passivos, os de interações seletivas, aos com interação total com as atividades do vídeo.

Palavras-chaves: vídeos interativos; aulas assíncronas; projeção ortogonal; ensino remoto; interação.

ABSTRACT

Videos have been used to complement and sometimes to replace traditional lessons, introducing a paradigm shift in both the way teachers teach and students learn. Particularly in remote teaching, the use of videos is perceived as a fundamental part of this new approach. However, how can we guarantee that the use of videos will not repeat traditional classroom dynamics, in which the student continues to receive information passively? Nowadays, there are on-line platforms that allow the teacher to add interactive components and even monitor student interactions throughout the video, as a possibility to streamline the teaching-learning process. This study sought to build and to analyze an instrumental orchestration in remote teaching developed using interactive videos in a teaching class about orthographic projections. The research took place in the remote teaching perspective; therefore, it dealt with an on-line instrumental orchestration. An interactive video was specially designed and used in the asynchronous moments of the instrumental orchestration. The former free platform, Vizia (<https://vizia.co/>), was used. For the synchronous moment of the orchestration, we conducted a whole-group discussion, since it was not possible to carry out small group activities. The on-line instrumental orchestration was performed in an undergraduate course of Analytical Geometry as part of the researcher's teaching internship. Only 15 of the 60 students enrolled in the course, all of them Mathematics or Physics pre-service teachers, have volunteered to participate in the research as subjects of our study. Thus, only their data was collected for analysis. Only 8 out of the 15 volunteer students interacted with the video, then they were the actual subjects of this research. The results show resistance to engage into the interactive use of the videos. Despite that fact, it allowed us to categorize students' behaviors in terms of interactions with this type of artifact, ranging from passive, those of selective interactions, to others of total interaction with the activities within the video.

Keywords: interactive videos; asynchronous lessons; orthographic projection; remote learning; interaction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A composição de Orquestrações Instrumentais	38
Figura 2 – Captura de tela da página inicial do site Vizia.co (site desativado)	44
Figura 3 – Exemplo de inserção de elemento interativo no vídeo.	45
Figura 4 – Exemplo de elemento “chamada para ação” exibido durante a utilização de um vídeo.	45
Figura 5 – Instante inicial do vídeo utilizado nesta pesquisa.	46
Figura 6 – Exibição de um elemento interativo do tipo <i>Quiz/Poll</i> (pergunta fechada) durante a utilização do vídeo.	46
Figura 7 – Um traço e um círculo cheio: elemento interativo já exibido; não será exibido novamente	47
Figura 8 – Distribuição dos momentos e interações no vídeo interativo.	48
Figura 9 – Instante anterior e momento da exibição do Elemento Interativo I	51
Figura 10 – Elemento Interativo III exibido durante a utilização do vídeo.	51
Figura 11 – Elemento Interativo IV exibido durante a utilização do vídeo.	51
Figura 12 – Elemento Interativo V exibido durante a utilização do vídeo.	52
Figura 13 – Elemento Interativo VI exibido durante a utilização do vídeo.	54
Figura 14 – Elemento Interativo VII exibido durante a utilização do vídeo.	55
Figura 15 – Elemento Interativo VIII exibido durante a utilização do vídeo.	56
Figura 16 – Elemento Interativo IX exibido durante a utilização do vídeo.	57
Figura 17 – Elemento Interativo XI exibido durante a utilização do vídeo.	58
Figura 18 – Elemento Interativo XII exibido durante a utilização do vídeo.	58
Figura 19 – Página de construção no <i>GeoGebra</i> On-line	60
Figura 20 – Elemento de interação XIV	61
Figura 21 – Elemento de interação XV	62
Figura 22 – Elemento de interação XVI	62
Figura 23 – Elemento de interação XVII	63
Figura 24 – Elemento de interação XVIII	64
Figura 25 – Lista de Exercícios 1 (Orquestração Instrumental On-line 2)	65
Figura 26 – Lista de Situações propostas na Orquestração Instrumental On-line 3 (síncrona)	66

Figura 27 – Composição das OI após as decisões ad-hoc	67
Figura 28 – Interações da "Estudante B"	69
Figura 29 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B	70
Figura 30 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B	71
Figura 31 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B	72
Figura 32 – Construção da Estudante B no GeoGebra durante o uso do vídeo. .	73
Figura 33 – Protocolo da Estudante B da Lista de Exercícios 1. Exemplo numérico em vez de demonstração para o caso geral.	73
Figura 34 – Interações da "Estudante C" na 1ª e 2ª utilizações do vídeo: diferença na interação XVI.	74
Figura 35 – Protocolo da Estudante C da Lista de Exercícios 1.	76
Figura 36 – Protocolo da Estudante C da Lista de Exercícios 1: exemplo numérico em vez de demonstração do caso geral.	77
Figura 37 – Interações da "Estudante E" na 1ª e 2ª utilizações do vídeo: não interagiu com o vídeo.	78
Figura 38 – Interações do "Estudante F".	78
Figura 39 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante F	79
Figura 40 – Trecho da resolução da lista de exercício 3 da Estudante F	81
Figura 41 – Trecho da resolução da lista de exercício 4 da Estudante F	81
Figura 42 – Construção do Estudante F no GeoGebra durante o uso do vídeo. .	82
Figura 43 – Protocolo do Estudante F da Lista de Exercícios 1 - tentativa de demonstração do caso geral.	82
Figura 44 – Interações do "Estudante I".	83
Figura 45 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante I	84
Figura 46 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante I - dependência de uso de exemplos numéricos.	84
Figura 47 – Construção do Estudante I no GeoGebra durante o uso do vídeo. .	85
Figura 48 – Protocolo do Estudante I da Lista de Exercícios 1: exemplo numérico em vez de demonstração do caso geral.	86
Figura 49 – Interações do "Estudante L".	87
Figura 50 – Parte do protocolo do Estudante L - manipulação algébrica direta. .	88
Figura 51 – Protocolo de construção do Estudante L - interação interrompida no início.	89

Figura 52 – Protocolo de resolução dos Estudante L	90
Figura 53 – Interações do “Estudante N” durante a 1ª e 2ª utilizações do vídeo .	91
Figura 54 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante N	92
Figura 55 – Construção do Estudante N no GeoGebra durante o uso do vídeo. .	93
Figura 56 – Protocolo de resolução da lista de exercício do Estudante N	93

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Percentual de utilização do vídeo com os recursos interativos . . .	94
Gráfico 2	Quantidade de interações por elemento interativo nas utilizações ativas.	97

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação	49
Quadro 2 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	50
Quadro 3 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	53
Quadro 4 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	55
Quadro 5 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	57
Quadro 6 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	59
Quadro 7 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	63
Quadro 8 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnóstico	69
Quadro 9 – Mapeamento dos comportamentos dos estudantes na utilização do vídeo	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
CAS	Calendário Acadêmico Suplementar
ECE	Estudos Continuados Emergenciais
ENADE	Exame Nacional de Desempenho de Estudantes
MOOC	<i>Massive Open Online Course</i> (Curso On-line Aberto e Massivo)
OI	Orquestração Instrumental
PDF	Portable Document Format
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	Objetivo Geral	19
1.1.2	Objetivos Específicos	19
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	20
2	VÍDEOS NO ENSINO-APRENDIZAGEM - O OLHAR DA LITERATURA	21
3	ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL	27
4	ASPECTOS DO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO SUPERIOR	32
5	METODOLOGIA	36
5.1	CAMPO DE PESQUISA E PARTICIPANTES	36
5.2	PLANEJAMENTO DA ORQUESTRAÇÃO	37
5.2.1	Orquestração instrumental on-line 1, assíncrona	39
5.2.1.1	<i>O vídeo interativo</i>	42
5.2.1.2	<i>Momento “Orientação” do vídeo interativo</i>	48
5.2.1.3	<i>Momento “Revisão” do vídeo interativo</i>	49
5.2.1.4	<i>Momento “Introdução: exemplo da Física” do vídeo interativo</i>	53
5.2.1.5	<i>Momento “Abordagem geométrica e algébrica” do vídeo interativo</i>	54
5.2.1.6	<i>Momento “Formalização de conceito e propriedades”</i>	56
5.2.1.7	<i>Momento “Construções no GeoGebra” do vídeo interativo</i>	58
5.2.1.8	<i>Momento “Demonstração” do vídeo interativo</i>	63
5.2.2	Orquestração Instrumental on-line 2, assíncrona: a lista de exercícios	64
5.2.3	Orquestração Instrumental on-line 3 e 4, síncronas.	66
6	ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	68
6.1	ANÁLISE DOS DADOS	68
6.1.1	Estudante B	69
6.1.2	Estudante C	73
6.1.3	Estudante E	77
6.1.4	Estudante F	78

6.1.5	Estudante I	82
6.1.6	Estudante K	86
6.1.7	Estudante L	87
6.1.8	Estudante N	90
6.2	RESULTADOS	94
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
	REFERÊNCIAS	103
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLA- RECIDO	108
	APÊNDICE B – LISTAS DE EXERCÍCIOS DOS MOMENTOS DE ESTUDO ASSÍNCRONO E SÍNCRONO	110

1 INTRODUÇÃO

Há uma emergência de modelos de ensino híbrido, em que se busca proporcionar aos estudantes as vantagens da aprendizagem on-line mesclada com momentos em sala de aula quando o aluno pode interagir com colegas e com o professor (STAKER; HORN, 2012). Seguindo essa tendência, vídeos têm sido usados em complemento e, algumas vezes, em substituição às aulas tradicionais, introduzindo uma mudança de paradigma tanto na maneira como os professores ensinam como na forma que os alunos aprendem (WANG, 2019).

Nos dias atuais, surgiu um desafio adicional para a elaboração e desenvolvimento das aulas. A humanidade, como há muito não se tinha visto, foi solicitada a tomar medidas de isolamento social, para contenção de uma pandemia, a COVID-19.

Embora, ao longo da história, outras pandemias tenham ocorrido, é no século atual, de presença massiva de tecnologias digitais de informação e comunicação, que os impactos da redução nas atividades presenciais puderam ser, de certa forma, mitigados. Os termos *home office* (em tradução literal "escritório em casa", mas melhor entendido como trabalho remoto) e ensino remoto nunca estiveram tão em voga quanto agora.

Dessa forma, o termo sala de aula passa a ter uma outra dimensão, tendo em vista que não se tem mais o ambiente físico para os encontros de alunos e professores. Os encontros passam a ser todos remotos, com utilização de plataformas de videoconferência na internet.

Mais ainda, os momentos de estudo síncronos, com a participação de estudantes e docentes conectados simultaneamente no mesmo ambiente virtual, tendem a ser menos frequentes do que os de estudo assíncronos, visto que esses últimos são em tese mais fáceis de serem realizados, por dispensar a conexão simultânea entre as pessoas envolvidas.

Essa perspectiva de estudo assíncrono não é uma novidade. Já se falava, por exemplo, em Sala de Aula Invertida, um modelo que buscava deslocar o foco do professor para o aluno; o professor deixava de ser um simples transmissor de informações e passava a ser um curador, um orientador (MATOS, 2018), através do "uso assíncrono de vídeos instrucionais, problemas práticos como lição de casa e atividades ativas de solução de problemas em grupo em sala de aula" (BISHOP; VERLEGER, 2013, p.2).

No contexto do ensino remoto durante a pandemia de COVID-19, tornou-se imprescindível que os professores considerassem, em seus planejamentos, momentos assíncronos de estudo, em que os seus alunos teriam de ler textos, assistir a vídeos ou resolver problemas sem a conexão simultânea com o docente.

Ficou assim, evidente, a divisão do ensino em momentos bem específicos: o assíncrono (realizado fora da “sala de aula”, virtual ou não) e o momento síncrono. Muitos professores, sobretudo de matemática, tiveram de recorrer às mesas digitalizadoras e às *webcams* e passaram a gravar suas aulas, para encaminhar aos alunos para esses momentos assíncronos. Esses estudantes, por sua vez, passaram subitamente a necessitar de uma autonomia à qual não estavam acostumados para gerenciar o tempo e qualidade do estudo.

Nesse sentido, são questões motivadoras deste estudo: como garantir que o uso do conteúdo em vídeo será feito adequadamente pelo estudante, sem a presença do professor “conduzindo a aula”? Mais ainda: como garantir que a dinâmica de aula tradicional, meramente expositiva, não seria repetida e prejudicaria o estudo assíncrono? Em outras palavras, como evitar que o aluno não continuaria apenas recebendo informações de forma passiva, agora através de vídeos? Como garantir, em última instância, que ele efetivamente estudaria por meio desse recurso?

Não se pretendia responder a todos esses questionamentos nessa pesquisa, pois não seria possível esgotá-los no âmbito de uma dissertação apenas. Essas indagações estão aqui registradas para ajudar a entender o percurso reflexivo que precedeu à elaboração dessa pesquisa.

Nesse contexto, Chaudhury e Chilana (2019) relatam que inovações tecnológicas no campo da interação homem-máquina têm aberto espaço para melhorar o aprendizado com vídeos on-line por meio de várias estratégias interativas. Esses autores enumeram pesquisas que sugerem que a integração de elementos interativos amplia a experiência de uso de vídeo e melhora positivamente a experiência de aprendizagem do aluno.

De fato, como argumentam Rummel e Boywitt (2014), quando um aluno está assistindo passivamente a uma explanação, é provável que sua mente divague. Essa ‘mente errante’ tem sido associada a maus resultados em uma ampla gama de tarefas, como acontece, por exemplo, durante aulas exclusivamente expositivas (FARLEY; RISKÓ; KINGSTONE, 2013).

Todavia, quando os alunos estão envolvidos em um aprendizado ativo e “sensível ao tempo”, é menos provável que sua mente divague. Esse é o caso do aprendizado que estabelece demandas consistentes de atenção externa, como uma sala de aula com participação ativa dos estudantes ou aprendizado on-line em pequenos blocos com autoavaliações regulares ao longo do tempo (MCVAY; KANE, 2012).

Diante de todo esse contexto de ensino remoto e das dificuldades encontradas na Educação Superior no ensino das ciências exatas, é necessário refletir sobre as metodologias de ensino e recursos educacionais utilizados. Assim, nesta pesquisa propusemos analisar a utilização de vídeos com elementos interativos para momentos de estudo assíncronos.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Como objetivo geral desta pesquisa pretende-se construir e analisar uma orquestração instrumental no ensino remoto utilizando vídeos interativos em uma turma de licenciatura, no ensino de projeções ortogonais.

1.1.2 Objetivos Específicos

Para a consecução desses objetivos traçamos três objetivos específicos que buscam alcançar o geral, são eles:

- a) Mapear as interações dos estudantes no uso do vídeo com elementos interativos na orquestração instrumental no ensino remoto.
- b) Caracterizar o comportamento dos estudantes em termos do tipo da utilização mapeada (utilização ativa ou utilização passiva) do vídeo interativo.
- c) Identificar os conceitos mobilizados pelos estudantes nos protocolos de resolução da situação matemática proposta no ensino de projeção ortogonal em Geometria Analítica.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este texto está organizado em sete capítulos, além das Referências e de dois Apêndices.

Primeiramente, tem-se esta Introdução, que situa o objeto da pesquisa e estabelece os objetivos da pesquisa.

Segue-se, no Capítulo 2, uma revisão da literatura sobre vídeos na educação, particularmente os vídeos interativos, para melhor situar a pesquisa e tomar importantes elementos já desenvolvidos na área. Nele encontram-se classificações sobre elementos interativos e formas de interações dos estudantes.

A Orquestração Instrumental (OI) e a Orquestração Instrumental On-line são discutidas no Capítulo 3. As orquestrações embasam teórica e metodologicamente esta pesquisa.

Alguns aspectos do ensino de Geometria Analítica no ensino superior são discutidos no Capítulo 4.

No Capítulo 5, discute-se a metodologia de estudo, com um detalhamento do vídeo-interativo especialmente desenvolvido para a pesquisa.

A análise dos resultados compõe o Capítulo 6. Nele, levanta-se a linha do tempo do desenvolvimento dos estudantes-participantes da pesquisa. Uma síntese dos resultados, proporcionando uma visão geral do grupo de participantes ao longo da OI on-line.

Por fim, tem-se o Capítulo 7 com as considerações finais da pesquisa.

2 VÍDEOS NO ENSINO-APRENDIZAGEM - O OLHAR DA LITERATURA

Uma consulta, mesmo informal, aos docentes e aos estudantes, decerto revelará a utilização crescente de vídeos no processo de ensino-aprendizagem. Tratando particularmente do ensino superior, Brame (2015) constata esse fato e afirma que vídeos já são parte integrantes tanto de cursos tradicionais (presenciais) como em formato misto (*blended learning*); sem contar que são a forma quase que exclusiva de veiculação de conteúdo em cursos do tipo *Massive Open Online Course* (Curso On-line Aberto e Massivo) (MOOC).

Ao analisar estudos anteriores, Ibrahim et al. (2012) verificaram não só uma preferência, mas também um ganho em termos de entendimento de conceitos pelos estudantes quando se compara a utilização de vídeos em relação a um material apenas em texto.

Entretanto, esses mesmos pesquisadores verificam que um vídeo pode exigir níveis mais elevados de processamento cognitivo por parte dos estudantes para “sintetizar os fluxos de informação visual e auditiva e extrair a semântica da mensagem” (IBRAHIM et al., 2012, tradução nossa). O que seria agravado em estudantes sem conhecimento anterior do conteúdo para poderem, eles mesmos, orientarem a própria atenção durante a visualização do vídeo.

Dessa forma, um desafio que se apresenta no uso de vídeo como material de ensino é o de direcionar a atenção dos alunos para informações relevantes e, dessa forma, diminuir a carga para o sistema cognitivo deles de forma a “atender às demandas de processamento que são necessárias para organizar e integrar o conhecimento de um fluxo de informações visuais e auditivas” (IBRAHIM et al., 2012, tradução nossa).

Para analisar a carga cognitiva, Sweller (1994) desenvolveu a Teoria da Carga Cognitiva. O que essa teoria sugere é que a memória tem três componentes principais: memória sensorial, memória de trabalho e memória de longo prazo.

Segundo essa perspectiva, a memória sensorial é uma memória transitória que se encarrega de coletar dados do ambiente, que por sua vez podem ser selecionados para armazenamento temporário e processamento na memória de trabalho. A partir desse processamento é que um indivíduo pode codificar as informações em memórias de longo prazo (SWELLER, 1994).

Outro aspecto trazido pela teoria trata da capacidade de retenção desses tipos de memória. Segundo ela, os dois primeiros componentes da memória têm capacidade muito limitada de armazenamento, enquanto a memória de longo prazo tem capacidade, em tese, ilimitada. Devido a essa diferença, argumenta-se que o estudante precisa ser criterioso ao selecionar informações da memória sensorial durante o processo de aprendizagem.

Com base ainda neste modelo teórico, qualquer experiência de aprendizagem pode ser analisada a partir de três componentes de carga cognitiva. Seriam elas (BRAME, 2015):

- **carga intrínseca** - inerente ao conteúdo em estudo e determinada, em parte, pelos graus de conectividade dentro do assunto. Por exemplo, estudar palavras e sua tradução para uma segunda língua é uma atividade de baixa carga intrínseca, enquanto atividades de estudo de gramática teriam uma alta carga intrínseca devido aos seus muitos níveis de conectividade e relações condicionais.
- **carga relevante** (ou pertinente) ¹ - nível de atividade cognitiva necessário para alcançar o resultado de aprendizagem desejado. Esta seria a carga de fato relevante para atingir o objetivo de aprendizagem pretendido; a que leva o aluno a fazer conexões entre conceitos novos e conhecimentos prévios e formar novos conhecimentos.
- **carga externa** - é o esforço cognitivo que não contribui para o estudante chegar ao objetivo pretendido de aprendizagem. Essa carga pode estar relacionada a fatores como uma aula mal planejada ou executada, mas também pode se referir a fatores de ordem individual do aluno, como autoestima baixa, por exemplo.

Em uma primeira análise, o segundo componente parece ser o que está mais diretamente ligado ao trabalho docente, visto que a forma de organização da atividade educacional é o que direciona os alunos a fazer comparações e análises, promovendo a aprendizagem. Contudo, no seu planejamento, o professor deve também considerar a carga intrínseca de um conteúdo e tentar gerenciar a carga externa para melhor desenvolver as atividades e para melhor aproveitamento dos alunos.

¹ Do inglês *germane load* (tradução nossa).

Para estudar como utilizar recursos multimídias e baseando-se, dentre outras, na Teoria da Carga Cognitiva, Mayer e Moreno (2003) desenvolveram a Teoria Cognitiva de Aprendizagem Multimídia. Eles entendem recursos multimídias como aqueles que envolvem o uso de palavras e imagens, englobando, dessa forma, animações, imagens interativas e o próprio recurso de vídeo.

O que esses pesquisadores argumentam é que a memória de trabalho, como concebida na Teoria da Carga Cognitiva, possui dois canais de aquisição e processamento de informações: um canal visual/pictórico e um canal de auditivo/verbal. A utilização de ambos os canais maximiza a memória de trabalho e facilita a integração de novas informações nas estruturas cognitivas existentes. São, nessa concepção, canais complementares, mas que se deve tomar o cuidado de não os sobrecarregar (MAYER; MORENO, 2003).

Como implicação direta dessa teoria, espera-se que estratégias de elaboração de atividades que levem em consideração o gerenciamento da carga cognitiva de ambos os canais nos materiais de aprendizagem multimídia contribuam para uma melhor aprendizagem dos estudantes.

Dessa maneira, Brame (2015) fez um levantamento de recomendações para a organização de vídeos educacionais, que visam três coisas: minimizar a carga cognitiva externa, otimizar a carga cognitiva relevante e gerenciar a carga intrínseca. Essas recomendações, ajudam, por exemplo, o docente no gerenciamento referido no parágrafo anterior. Seriam elas (tradução nossa):

- **sinalização**: uso de texto ou símbolos na tela para destacar informações importantes.
- **segmentação**: agrupamento de informações em trechos menores para possibilitar aos alunos o controle sobre o fluxo de novas informações.
- **limpeza** (ou **capinação**)²: é a eliminação de informações aparentemente interessantes, mas que não contribuem para o objetivo de aprendizagem. Por exemplo, música, planos de fundo complexos ou recursos irrelevantes de animação.
- **adequação de modalidade**³: processo de usar o canal áudio/verbal e o canal

² O termo original em inglês "*weeding*" se refere ao ato de remover ervas daninhas ("*weeds*"), o que poderia ser traduzido por "capinação". Porém, para entendimento mais rápido, preferiu-se utilizar o termo "limpeza" em português.

³ Do original em inglês "*matching modality*"

visual/pictórico para transmitir novas informações de maneira equilibrada. Por exemplo, mostrar uma animação de um processo (canal visual) junto com uma narração (canal áudio) usa ambos os canais de maneira que se complementam para destacar recursos que devem ser processados na memória de trabalho do estudante. Por outro lado, utilizar uma animação (canal visual) ao mesmo tempo que mostra um texto escrito (canal visual) usa apenas um canal, sobrecarrega-o e pode dificultar o aprendizado.

Quando um professor produz seus próprios vídeos para utilização no processo de ensino-aprendizagem, ele pode, sem maiores dificuldades, adotar essas quatro estratégias. Contudo, ao selecionar vídeos de terceiros, torna-se mais difícil fazer a remoção de elementos ou (re)adequação de modalidade na forma como a informação é veiculada. A possibilidade de segmentação e de sinalização parecem ser mais viáveis para essas situações de vídeos já prontos.

A sinalização pode ajudar a reduzir os efeitos da carga externa e potencializar a carga relevante. Já a segmentação pode ajudar a gerenciar a carga intrínseca e potencializar a carga pertinente.

O que se pretende, com qualquer dessas estratégias, é auxiliar os estudantes a processar as informações, isto é, a mobilizar conceitos para produção de conhecimento, e permitir que eles monitorem a própria compreensão.

Vê-se que há uma mudança de paradigma de um vídeo elaborado para simples transmissão de conteúdo, na direção de um vídeo pensado no processo de aprendizagem do estudante, com possibilidade de permitir uma atuação ativa do estudante. Como estratégias apontadas para se alcançar a de utilização ativa do vídeo, pode-se pensar (BRAME, 2015):

- no uso de vídeo associado a perguntas norteadoras;
- no uso de recursos interativos que dão aos estudantes controle sob o vídeo;
- na integração de perguntas ao vídeo;
- na estruturação do vídeo como parte de uma atividade maior e extrassala.

Nesse sentido, Dodson et al. (2018) realizaram um estudo para avaliar se uma determinada plataforma de vídeos permitia uma visualização ativa por parte dos estudantes, ao permitir a interação com representações visuais e textuais do conteúdo

do vídeo e personalização deste com anotações e destaques. Para isso, trabalharam para desenvolver um *framework* a fim de avaliar esse uso, procurando mapear os tipos de comportamentos de estudantes ao usar os vídeos.

Baseando-se nos comportamentos dos alunos observados, os autores distinguiram dois tipos de utilização de vídeos: utilização ativa e utilização passiva. A utilização passiva envolve, assim, apenas comportamentos passivos, como a mera reprodução e visualização do vídeo. Já a utilização ativa envolve comportamentos interativos, comportamentos construtivos ou comportamentos ativos. Abaixo estão exemplos desses comportamentos (DODSON et al., 2018):

- comportamentos passivos: reproduzir conteúdo de vídeo;
- comportamentos ativos:
 - navegar para obter informações gerais,
 - procurar por informações específicas,
 - fazer triagem entre objetos de aprendizagem,
 - pausar o vídeo para refletir ou se envolver em outro comportamento de visualização,
 - voltar os vídeos para assistir novamente a conteúdo específico;
- comportamentos construtivos:
 - fazer conexões entre objetos de aprendizagem,
 - fazer anotações para registrar a criação de sentido,
 - destacar ou marcar o conteúdo para uso futuro;
- comportamentos interativos:
 - comunicar-se com outras pessoas,
 - cooperar com outros,
 - colaborar com outras pessoas.

Esse mapeamento realizado pelos autores baseia-se no *framework* ICAP (CHI; WYLLIE, 2014), sigla formada a partir das iniciais dos tipos de comportamentos mapeados (interativos, construtivos, ativos e passivos). Este modelo prevê que o aprendizado dos

alunos aumenta à medida que estes se tornam mais envolvidos com os materiais de aprendizagem, de passivos a ativos, a construtivos e interativos.

Hoje existem plataformas na internet que permitem ao professor adicionar facilmente componentes de interação em um vídeo, como ferramentas de comentários, tópicos, avaliações, lembretes, hiperlinks, anotações ou ainda perguntas. O professor pode até mesmo monitorar as interações dos alunos ao longo do vídeo através de planilhas on-line que registram todos os eventos.

A questão passa a ser então organizar e analisar a utilização de vídeos com elementos interativos por estudantes em um contexto de aprendizagem de matemática no ensino superior. Isso será tratado, nessa pesquisa, para o ensino de Geometria Analítica, para o conteúdo de projeções ortogonais.

3 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

Um desafio para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática é a inserção, melhor dizer a integração, de diferentes recursos na prática pedagógica do professor, sobretudo aqueles relacionados às Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) (ABAR; ALENCAR, 2013; BITTAR, 2011).

Essa distinção, feita pelos pesquisadores, entre inserir e integrar as TDIC na prática pedagógica é para chamar atenção ao fato de que o uso desses recursos por si só não implica necessariamente mudanças reais, tampouco melhorias no processo de ensino-aprendizagem.

A inserção de um recurso ligado às TDIC não garante um avanço em relação, por exemplo, às aulas “tradicionais”. Seria, numa analogia simples, perceber que o uso de projetor em sala de aula não muda a dinâmica e não representa uma diferença em relação a uma aula expositiva usando o quadro. Apenas inserir aquele equipamento representa simplesmente transferir a explanação de um suporte para um outro, mas com a aula sendo conduzida em sua essência da mesma maneira.

Analogamente, analisando o caso do ensino remoto e do uso de vídeos para estudo nos momentos assíncronos, apenas inserir esse recurso não garante melhorias ao processo de ensino aprendizagem, visto que o aluno poderia continuar apenas a assistir passivamente longas explicações, como acontece em aulas presenciais.

Incorporar a TDIC, que deve ser o foco dos sujeitos encarregados do processo de ensino-aprendizagem, requer, dentre outras coisas, repensar o que vem sendo feito e utilizar as potencialidades trazidas por elas para aproveitar as possibilidades de “elaboração de atividades que favoreçam a aprendizagem e até mesmo a individualização da aprendizagem, contribuindo com a autonomia do aluno” (BITTAR, 2011).

Como resume essa pesquisadora, “inserir”, nesse contexto, significa:

“fazer uso [...] sem que ele provoque aprendizagem, usando-o em situações desconectadas do trabalho em sala de aula. Assim, a tecnologia é usada [...] como um algo a mais que não está de fato em consonância com as ações do professor.” (BITTAR, 2011, p.159)

Conquanto, “integrar” as TDIC, significa:

”[utilizá-las de forma a] fazer parte do arsenal de que o professor dispõe para atingir seus objetivos. Implica fazer uso [...] de forma que este contribua com o processo de aprendizagem do aluno, que lhe

permita compreender, ter acesso, explorar diferentes aspectos do saber em cena.”(BITTAR, 2011, p.159)

Para pensar sobre a integração de ferramentas sobretudo ligadas a TDIC na aprendizagem e no ensino da matemática, Trouche (2004) desenvolve uma abordagem teórica, baseando-se, dentre outras, na Abordagem Instrumental de Rabardel (1995), que evidencia o papel das ferramentas dentro desse processo, a partir da distinção entre ferramentas e instrumentos. Para isso, define:

"A ferramenta é o objeto material (dado a um sujeito) e o instrumento é o que se constrói durante um processo, a gênese instrumental. Um instrumento tem dois componentes: um componente material (a ferramenta) e um componente psicológico (os esquemas). A mesma ferramenta pode dar origem a diferentes instrumentos: um instrumento para calcular um limite de função é composto tanto pela ferramenta (uma calculadora) [...] quanto pelo esquema de cálculo que foi construído durante a atividade"(TROUCHE, 2004, p.184).

Nessa abordagem, o conceito da gênese instrumental é central. Esse processo, que conduz ao desenvolvimento do instrumento para realizar determinada tarefa, compõe-se de dois outros tipos de processos: instrumentação e instrumentalização. A instrumentação está relacionada ao surgimento e evolução de esquemas de uso relacionados à realização de um conjunto de tarefas por meio do artefato; já a instrumentalização, refere-se à evolução do artefato, desde o surgimento de seus componentes até a mudança permanente em sua estrutura (MASCHIETTO, 2015).

Ainda segundo Maschietto (2015), partindo do ponto de vista da aprendizagem:

"a distinção entre esses dois tipos de processos [instrumentação e instrumentalização] pode ser relevante, se permitir caracterizar quais processos cognitivos são ativados em relação aos tipos de tarefas que são propostas. Os esquemas de utilização, desenvolvidos durante as atividades, são de particular interesse, pois estão fortemente relacionados com a construção do conhecimento". Maschietto (2015, p.123, tradução nossa)

Dessa maneira, pensar a integração de vídeos com elementos interativos no processo de ensino-aprendizagem de matemática, passa pela análise da utilização dessa ferramenta pelos alunos.

Vê-se que se está apoiado em um paradigma piagetiano, de que o conhecimento se manifesta na ação do sujeito, que é quando o “objeto” ganha sentido e que acaba por modificar o campo da tarefa.

A noção de Orquestração Instrumental surge então para destacar o papel do professor ao considerar esse processo de desenvolvimento de instrumentos por parte dos alunos. Na definição de Trouche (2004):

"Uma orquestração instrumental é exatamente o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos.[...] sistemático porque como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; [...] intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento a priori desse arranjo."(TROUCHE, 2005, p.126)

Ainda segundo essa concepção, a orquestração instrumental pode estar localizada em vários níveis (TROUCHE, 2004):

ao nível interno da ferramenta (pode ser por exemplo a configuração de um software, para orientar a atividade dos alunos); no nível externo da ferramenta; no nível meta, para facilitar o feedback reflexivo dos alunos sobre sua própria atividade (TROUCHE, 2004, p.190-191).

As partes, ou ainda os componentes, de uma orquestração instrumental foram estabelecidos por Trouche (2004) e complementados por Drijvers et al. (2010) e consistem em: **configuração didática**, **modo de execução** e **performance didática**.

A **configuração didática** é um arranjo específico dos artefatos usados, bem como do ambiente de ensino em que se desenrola a orquestração. Ela é composta pelo conjunto de situações e escolhas didáticas que deverão ser desenvolvidas pelo docente para consecução desse arranjo (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019; LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018)

Na analogia de Drijvers et al. (2010):

"Na metáfora musical da orquestração, estabelecer a configuração didática pode ser comparado com a escolha de instrumentos musicais a serem incluídos na banda, e arranjá-los no espaço de forma que os diferentes sons resultem em música polifônica, que na aula de matemática pode se resumir a um discurso matemático sólido e convergente"(DRIJVERS et al., 2010, p.215).

Por sua vez, a forma como os artefatos são utilizados em uma determinada configuração caracteriza o **modo de execução**. Cabe destacar que, embora a configuração didática estabeleça papéis e funções dos participantes da orquestração, existem inúmeras maneiras de operacionalizar uma dada função (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019). Decidir e prever essas formas de operacionalização, para o benefício das intenções didáticas do professor, é o modo de execução da orquestração.

Ainda segundo Drijvers et al. (2010):

"em termos da metáfora da orquestração, estabelecer o modo de exploração pode ser comparado com a determinação da forma como cada um dos instrumentos musicais envolvidos irá ser tocado (as partituras), tendo em conta as harmonias antecipadas que irão surgir"(DRIJVERS et al., 2010, p.215).

A **performance didática** diz respeito aos “ajustes que o professor realiza na aula quando ele operacionaliza as configurações didáticas e os modos de execução que havia planejado a priori” (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019, p.114). É nessa etapa que o professor eventualmente repensa todo o ciclo da orquestração, modificando a situação matemática proposta, algum aspecto da configuração didática ou do modo de execução pré-estabelecido. Pensar em termos de performance didática confere flexibilidade ao modelo de orquestração instrumental, levando o docente a analisar suas ações na condução da orquestração instrumental.

"Na metáfora da orquestração, a performance didática pode ser comparada a uma performance musical, em que a interação real entre maestro e músicos revela a viabilidade das intenções e o sucesso de sua realização"(DRIJVERS et al., 2010, p.215).

Durante a performance didática ficam evidentes os eventos imprevistos, diante dos quais, muitas das vezes, o docente é levado a tomar decisões *ad hoc*¹, que são decisões do momento, especificamente para aquela situação inesperada, que não estava prevista na configuração didática ou no modo de execução. De acordo com Drijvers et al. (2010), as decisões *ad hoc* são importantes para evitar que os acontecimentos não antevistos comprometam o bom andamento da aula.

Analogamente, (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018) percebeu que, na análise da performance didática, situações imprevistas também ocorrem para os estudantes durante a resolução das situações propostas, colocando em xeque as estratégias ou a atuação desses alunos. As reações dos discentes diante desses eventos foi denominada de reação *ad hoc* e dão sinais para o professor de como está se dando o processo de aprendizagem, bem como sobre aspectos de validação da própria orquestração.

Conforme resumem Muniz, Gitirana e Lucena (2021), a orquestração instrumental é um construto teórico que leva em conta a gestão das escolhas do professor para estruturação (configuração didática) e operacionalização (modo de execução) da aula (a orquestração instrumental). Além disso, permite ao docente refletir sobre a experiência

¹ *ad hoc*: Para determinado fim; locução que enfatiza que algo tem determinado propósito; destinado a esse fim; para isto: procuração *ad hoc*. In: Dicio - Dicionário Online de Português. Disponível em: <<https://www.dicio.com.br/ad-hoc/>> Acessado em: 22 nov 2021

vivenciada na orquestração e se esta conseguiu atender aos objetivos previstos. Esta análise (performance didática) é primordial não somente para validar a orquestração, como ainda para apontar melhorias para a orquestração estabelecida.

Drijvers et al. (2010) esclarecem que o processo de orquestração é, evidentemente, próprio de cada professor, visto que é elaborado e conduzido a partir do que esse docente entende por educação matemática e de qual o papel da tecnologia nesse contexto, de seus conhecimentos e habilidades em relação à integração da tecnologia, de suas vivências anteriores, das restrições de tempo e do que espera do comportamento dos atores do processo.

Esses aspectos norteadores implícitos são denominados de invariantes operatórios por Vergnaud (2009). Podem ser gerais, como, por exemplo, a consideração de que a aprendizagem ocorre por meio da interação, ou mais específicos em termos do papel da tecnologia, como a concepção de que a tecnologia oferece meios para melhorar a interação em sala de aula. Esses invariantes operacionais funcionam em tipos de comportamentos invariantes do professor, que são instrumentados pelas ferramentas disponíveis.

Esta pesquisa pretendeu identificar as limitações e as possibilidades de uma proposta de orquestração instrumental para o ensino remoto com uso de vídeos interativos no ensino de projeções ortogonais em um ambiente rico em tecnologia digital da informação e comunicação. Assumiu-se como invariante operacional a perspectiva de aprendizado a partir da interação entre estudantes e professores, essencialmente desenvolvido on-line.

4 ASPECTOS DO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO SUPERIOR

Nesse capítulo traçamos uma breve consideração sobre alguns aspectos do ensino de Geometria Analítica no Ensino Superior, a partir da busca de outros experimentos registrados na literatura que se utilizaram de tecnologia digital para o ensino de conteúdo dessa disciplina. As conclusões desses estudos ajudaram a justificar o desenvolvimento de uma orquestração instrumental proposta na presente pesquisa.

Uma das primeiras questões é que, embora no Ensino Médio os estudantes, algumas vezes, tenham contato com o campo da Geometria Analítica, é apenas no Ensino Superior que esse estudo se dá de maneira mais ampla e aprofundada. A teoria de vetores, por exemplo, apenas raramente é tratada no ensino de geometria analítica na Educação Básica.

De acordo com (NASSER; VAZ; TORRACA, 2015, p.10), “devido ao ensino compartimentalizado na Escola Básica, os estudantes têm chegado ao Ensino Superior sem fazer conexões e transposições didáticas entre os conteúdos estudados”.

Muitas vezes esse impacto em termos de conteúdo e abordagem é sentido pelos estudantes já nos primeiros períodos dos cursos superiores na área de Exatas, incluindo-se aí a disciplina de Geometria Analítica.

Menon (2009), na introdução do seu trabalho de revisão didática no campo da Geometria Analítica, traz um panorama inicial do que acontece, por exemplo, na apresentação do conceito fundamental de vetores utilizado na base da Geometria Analítica no ensino superior:

"No ensino médio e nos cursos básicos universitários, o primeiro contato com os vetores é através de uma representação que caracteriza um tipo particular de vetor. [...] Nesse contexto, um vetor é geometricamente representado por uma seta, com comprimento proporcional ao seu módulo, o que é intuitivo. Em seguida, fazendo-se uso das regras do paralelogramo ou do polígono, passa-se à adição de vetores e então à multiplicação de um vetor por um escalar (número real), também geometricamente intuitivo, uma vez que se associa ao produto o aumento ou diminuição do comprimento da seta e/ou inversão de seu sentido."

"Mas aí entra algo de caráter bem diferente: as operações de multiplicação de dois vetores, na forma escalar (o resultado é um escalar) e vetorial (o resultado é um vetor)"(MENON, 2009, p.2305-1).

E o mesmo autor então alerta que esses novos conceitos são introduzidos “nos livros-texto de física e de matemática utilizados em cursos básicos universitários,

[...] apenas como definições, sem nenhuma referência ou discussão” (MENON, 2009, p.2305-1).

Nesse sentido, Karrer e Oliveira (2018) argumentam que, para que o mundo de conceitos todos novos da Geometria Analítica faça sentido, é preciso evitar a atividade apenas procedimental, de apenas exercícios algébricos.

Para sustentar essa visão, aqueles autores realizaram um experimento de ensino de alguns tópicos de vetores na Geometria Analítica, baseando-se em outros estudos prévios que mostravam as vantagens de integrar recursos de tecnologia digital no ensino de Matemática. Utilizaram, para isso, atividades usando papel e lápis, bem como o software de geometria dinâmica GeoGebra, em uma turma de estudantes de engenharia.

As conclusões de Karrer e Oliveira (2018) apontaram que as construções dinâmicas na plataforma computacional permitiram aos alunos testar padrões, fazer conjecturas e estabelecer pontes para compreender generalizações algébricas. Argumentam ainda que o uso do software fez com que os alunos tivessem um papel ativo no processo de aprendizagem. Houve, na análise deles, um ganho pedagógico com a proposta de integração tecnológica.

O uso do GeoGebra é também utilizado no estudo de Lopes e Júnior (2019), em que discutem o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica com tecnologias digitais, apresentam as dificuldades de uma estudante em relação a visualização de objetos no R^3 e refletem sobre a importância do uso do software para auxiliar no pensamento visual e na articulação entre álgebra e geometria.

"Nesse sentido, softwares de geometria dinâmica, tais como o GeoGebra, favorecem o ensino de GA, pela própria constituição integrada das interfaces algébrica e geométrica. As falas dos participantes da pesquisa reforçam o papel importante desse software para visualização dos elementos geométricos trabalhados e para a articulação da álgebra com a geometria"(LOPES; JÚNIOR, 2019, p.76).

No mesmo entendimento, diz Bittar (2016) que:

"o uso de um software de geometria dinâmica pode permitir a elaboração de conjecturas por parte dos alunos, a partir da exploração de propriedades invariantes da construção elaborada. [...] Além disso, os Feedbacks oferecidos pela tecnologia digital podem favorecer validações das ações realizadas pelos alunos, o que contribui com o desenvolvimento de sua autonomia".

Esses recursos tecnológicos já estão disponíveis há vários anos. Contudo, percebe-se que, até agora, o avanço tecnológico sozinho não foi capaz de provocar mudanças

na educação. É preciso uma mudança de concepções, um novo paradigma em termos de ensino-aprendizagem, que necessita, além de novas ferramentas, de ideias pedagogicamente inovadoras (PEPIN et al, 2015).

Particularmente no ensino de Geometria Analítica para cursos de licenciatura, como Matemática e Física, há ainda maior relevância da exploração de ferramentas digitais nessa etapa de formação inicial.

De fato, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior dos cursos de licenciatura estabelecem que a formação desses profissionais deve promover “o uso competente das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o aprimoramento da prática pedagógica e a ampliação da formação cultural dos(das) professores(as) e estudantes” (Brasil, 2015).

A relevância de saber fazer uso de software de geometria dinâmica já foi até tema da avaliação dos profissionais recém-formados dos cursos de licenciatura em matemática no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), que visa a:

"avaliar o rendimento dos concluintes dos cursos de graduação em relação aos conteúdos programáticos previstos nas diretrizes curriculares dos cursos, o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias ao aprofundamento da formação geral e profissional, e o nível de atualização dos estudantes com relação à realidade brasileira e mundial"(INEP, , n.p).

Na edição do ENADE de 2017, uma das questões discursivas procurava avaliar a competência do formando em articular as diretrizes presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais com objetivos e conceitos que poderiam ser trabalhados ao se planejar uma aula de matemática utilizando o GeoGebra (INEP, 2017, p.14).

Vê-se que no contexto do ensino de Geometria Analítica no ensino superior, particularmente em cursos de licenciatura em matemática, é imprescindível articular o estudo dos conteúdos matemáticos com a utilização e exploração de ferramentas digitais, nesse caso, de geometria dinâmica, de maneira a contribuir para o desenvolvimento de competências tecnológicas dos futuros professores.

Isso porque, como ressalta Almeida et al. (2020), o desenvolvimento profissional docente tem uma forte relação com os recursos que o professor utiliza em sua trajetória profissional. Ora, a trajetória de um professor começa, senão já nas experiências como aluno na Educação Básica, mas assim ingressa no curso de licenciatura.

Decorre daí a importância de analisar, nessa pesquisa, o estudo com vídeo dos

conceitos de projeção ortogonal articulado ao uso de recursos tecnológicos de interação que promovam oportunidades de realização de construções em softwares de geometria dinâmica, em particular, o GeoGebra.

5 METODOLOGIA

Esta pesquisa consistiu em uma intervenção durante o período de estágio em docência do pesquisador, justificando, assim, o envolvimento direto do mesmo junto às atividades desenvolvidas pelos participantes durante a coleta de dados.

A intervenção desenvolvida abordou o conteúdo de projeções ortogonais, previsto na Ementa do componente curricular de Geometria Analítica e ocorreu durante uma semana, compreendendo uma carga horária aproximada de 6h, de um total de 60h que compuseram a disciplina, nos cursos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física.

A intervenção fez parte das atividades de estágio docência na disciplina Geometria Analítica com consentimento e supervisão dos professores responsáveis no semestre. A coleta de dados para pesquisa foi realizada somente com os estudantes que se voluntariaram para comporem os participantes da pesquisa.

Para dar suporte a esse processo, foi desenvolvida uma composição de orquestrações instrumentais on-line (MUNIZ; GITIRANA; LUCENA, 2021) considerando a perspectiva de ensino remoto.

5.1 CAMPO DE PESQUISA E PARTICIPANTES

O local da pesquisa foi em uma instituição federal de ensino superior, da cidade de Caruaru-PE, durante a disciplina de Geometria Analítica, na segunda metade do ano de 2020.

Durante o semestre acadêmico em que ocorreu a pesquisa, foi determinado pela instituição que serviu de campo de pesquisa que as disciplinas deveriam ocorrer estritamente por meio do ensino remoto, em virtude das medidas de prevenção a pandemia de COVID-19.

Foi estabelecido um Calendário Acadêmico Suplementar (CAS), para permitir Estudos Continuados Emergenciais (ECE) no qual as atividades acadêmicas, no âmbito da graduação presencial, seriam realizadas por meio de ferramentas de TDIC¹ :

¹ Resolução Nº 08/2020 do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão da Universidade Federal de Pernambuco, publicada no Boletim Oficial, v. 55 nº 064 - Especial de 10 de julho de 2020

[...] “os Estudos Continuados Emergenciais serão constituídos por atividades didáticas síncronas e assíncronas, planejadas, ofertadas e realizadas por meio da utilização de ferramentas de tecnologias de informação e comunicação (TIC), preferencialmente na plataforma GSuite”.

[...] As atividades síncronas são aquelas que “demandam a participação dos/as estudantes e docentes, no mesmo ambiente virtual, conectados simultaneamente por meio de web conferências, chats, grupo de discussão, ferramenta Google Meet ou similar” (art. 6º da Resolução 08/2020-CEPE).

Já as atividades assíncronas são aquelas que “dispensam a conexão simultânea entre docentes e estudantes, por meio de espaços como fóruns, estudos individualizados, construção de resenhas ou resumos, leituras de textos, artigos, livros, resolução de lista de exercícios ou lista de discussão, vídeo aulas, podcast, entre outras” (art. 6º da Resolução 08/2020-CEPE).

A pesquisa envolveu 15 de um total de 60 estudantes de Licenciatura (Matemática, Física e Química) cursando a disciplina de Geometria Analítica durante o semestre suplementar.

A coleta foi realizada mediante anuência da instituição de ensino. Os(as) voluntários(as) eram alunos maiores de 18 anos que aceitaram livremente participar da pesquisa, mediante assinatura de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE A). Nesse processo, foi garantido o sigilo em relação à identidade dos alunos e facultado a qualquer um deles desistir de participar da pesquisa a qualquer tempo.

O risco de os estudantes se sentirem pressionados a aceitar foi mitigado na medida em que eles foram levados a observar, continuamente, que não estava havendo nenhuma diferença de tratamento pelos professores entre os estudantes, fossem voluntários ou não. Foi garantido a todos pleno acesso aos materiais de estudo e canais de diálogo, e todos foram submetidos ao mesmo percurso avaliativo na disciplina.

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UFPE, sob Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) nº 236745120.5.0000.5208 em 10 de setembro de 2020.

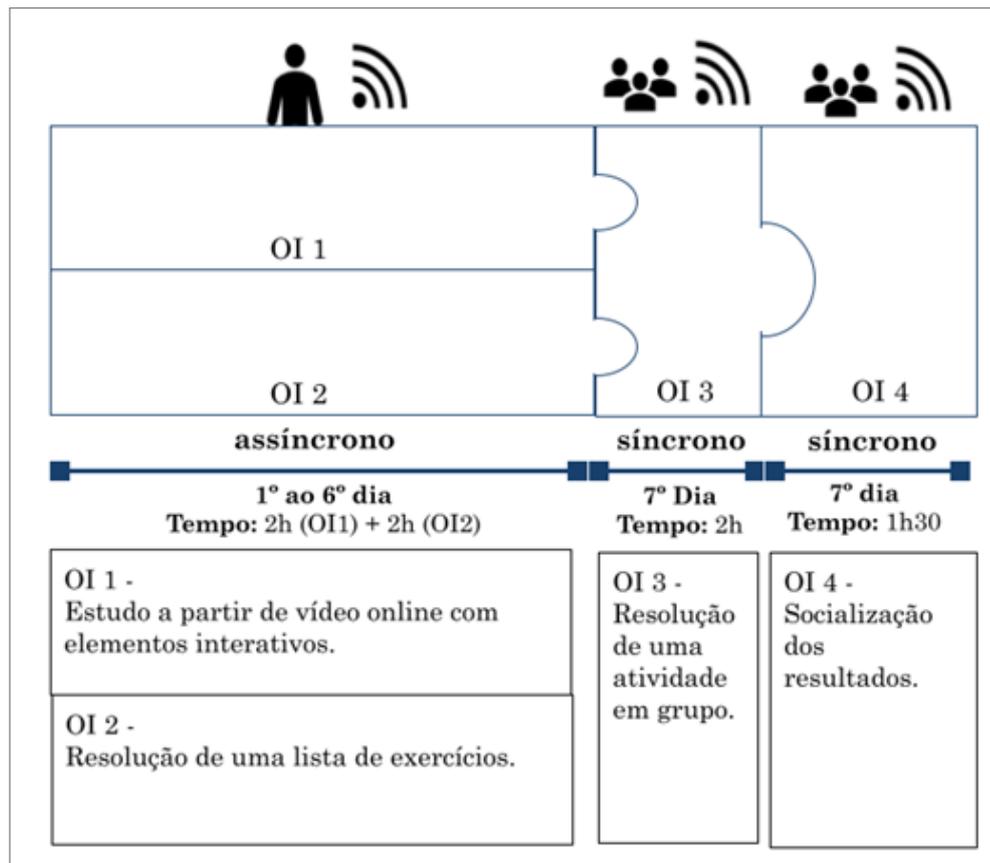
5.2 PLANEJAMENTO DA ORQUESTRAÇÃO

A composição de orquestrações instrumentais on-line contemplava quatro OI, realizadas totalmente on-line: duas assíncronas (4h), no período de 1 a 6 dias, e duas síncronas (2h), realizadas no 7º dia, “em sala”.

A composição de orquestrações instrumentais, apresentada na Figura 1, foi pla-

nejado com quatro orquestrações instrumentais, duas delas assíncronas disponíveis entre uma aula e outra, perfazendo um total de 6 dias, no entanto, estimou-se uma carga-horária de trabalho de 2h para estudo e 2h para a resolução. A terceira orquestração programada para o momento síncrono, também de 2h de duração, previa a resolução de uma atividade em grupo e socialização dos resultados.

Figura 1 – A composição de Orquestrações Instrumentais



Fonte: O autor (2020).

Para esse desenvolvimento, contou-se com os recursos do “*GSuite for Education*”, disponibilizados pela instituição de ensino à comunidade acadêmica, além de outras plataformas on-line gratuitas: *GeoGebra.org*, *Vizia.co* e *WhatsApp*.

Durante a aula assíncrona, fez-se uso de um vídeo com elementos interativos. O contato entre docentes e discentes se deu ainda por meio de *chat* pelo celular. Os registros dessas interações ficaram armazenados para análise.

Para o momento síncrono, teve-se uma videoconferência por meio do *Google Meet*, parte do “*GSuite for Education*”. Esse encontro ficou gravado, para servir também como dado da pesquisa.

A composição de orquestrações instrumentais on-line, proposta nesta pesquisa, teve o diferencial de ter sido pensada levando em consideração não apenas os momentos de aula síncrona, mas especialmente a porção assíncrona da semana em que se deu a intervenção. Tratou-se de uma consideração importante em termos de ensino remoto, visto que o contexto do isolamento social, refletido nas orientações institucionais², permitia que 30% a até 90% da carga horária da disciplina fosse composta de atividades que dispensasse a conexão simultânea entre docentes e estudantes (assíncronas).

A proposta da OI1 e OI2 foi o de permitir que os estudantes fossem capazes, nessa parte assíncrona, de resolver questões numéricas de projeção ortogonal (APÊNDICE B), fazer articulações entre a geometria e a álgebra, além de construir e explorar construções geométricas em um software de geometria dinâmica, observando propriedades e fazendo deduções de resultados.

Além disso, visava mostrar a diferença entre "testar" a validade de uma proposição matemática por meio de um exemplo numérico, ou mesmo uma infinidade deles, e "provar" essa mesma proposição por meio de uma demonstração formal.

Na OI3 (etapa síncrona), procurava-se que os estudantes fossem capazes de, após o estudo com o vídeo e utilizando a mesma plataforma de geometria dinâmica, praticassem com o recurso tecnológico a experimentação da validade de teoremas envolvendo os conceitos estudados e realizassem, por fim, as demonstrações matemáticas desses teoremas (APÊNDICE B).

O público participante da pesquisa, os critérios de participação, bem como o local de realização desse estudo estão descritos na Seção 5.1.

Apresentamos a seguir os componentes de nossa orquestração instrumental on-line: descrição das situações a serem resolvidas, configuração didática, modo de execução e performance didática.

5.2.1 Orquestração instrumental on-line 1, assíncrona

A situação matemática proposta sobre projeção ortogonal de vetores, destinou-se ao ensino de conceitos matemáticos que constam da definição de projeção ortogonal

² Art.9 §2º da Resolução nº 08/2020 do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão da Universidade Federal de Pernambuco, publicada no Boletim Oficial, v. 55 nº 064 - Especial de 10 de julho de 2020

de vetores, demonstração de unicidade, condições para existência e demonstração de teoremas envolvendo esse conceito. A situação permite realizar conversões entre representações de objetos, levantamento de conjecturas e demonstração de resultados matemáticos.

Em termos de formação docente, visto que os participantes eram estudantes de licenciatura, essa situação matemática teve como objetivo também explorar as possibilidades de construção geométrica com o uso de tecnologia e fomentar o conhecimento tecnológico daqueles futuros profissionais, imprescindível para uma boa atuação docente.

A configuração didática da orquestração proposta contava com duas listas de exercícios sobre projeções ortogonais de vetores (APÊNDICE B). As listas foram disponibilizadas na plataforma *Google Classroom* da turma em formato *Portable Document Format (PDF)*. A primeira foi resolvida individualmente, no momento assíncrono, após utilização de um vídeo com elementos de interação disponibilizados através de link naquela sala virtual. O link conduziu a um vídeo em uma plataforma externa, *Vizia.co*.

A proposta de organização dos elementos interativos nos vídeos levou em consideração as seguintes classificações, que foram levantadas, empiricamente, durante o planejamento e que não tinha a pretensão de ser exaustiva:

i) Quanto ao **tipo do elemento interativo**:

- a) **Pergunta fechada**: para distinguir entre pontos comuns de dúvida sobre os conceitos. Ex.: perguntas com múltiplas alternativas, perguntas para assinalar a veracidade do enunciado (Verdadeiro ou Falso), etc.
- b) **Pergunta aberta**: para uma reflexão maior sobre um conteúdo em discussão. Ex.: pergunta com um campo de texto para o aluno inserir sua resposta ou opinião.
- c) **Chamada para ação externa**: permite que o estudante realize uma ação fora do vídeo. Ex.: exibição de uma caixa-de-texto com botão de link para uma página externa

ii) Quanto à **função do elemento interativo**:

- a) **Orientação**: para explicar algo não está evidente no vídeo ou para o qual se quer chamar a atenção. Ex.: caixa-de-texto com um aviso sobre um ponto

importante que vai ser dito no vídeo

- b) **Avaliação:** verificar o que o estudante compreendeu do conteúdo tratado no vídeo, podendo servir para como avaliação diagnóstica, formativa ou ainda somativa. Ex.: pergunta sobre conteúdo estudado em aulas anteriores (avaliação diagnóstica) e que vai servir para o estudo com o vídeo.
 - c) **Automonitoramento:** para o aluno se autoavaliar quanto ao processo de utilização do vídeo como recurso de aprendizagem; para facilitar o feedback reflexivo dos alunos sobre sua própria atividade. Ex.: pergunta para saber qual dificuldade o aluno teve em determinada situação tratada no vídeo
 - d) **Complementação do vídeo:** para o aluno ler ou assistir a um outro material complementar ao vídeo. Ex.: pausa (intervalo) em dado momento do vídeo para leitura no livro-texto de conteúdo relacionado ao vídeo.
 - e) **Atividade prática:** permite explorar, reproduzir, modificar ou criar novos exemplos a partir do conteúdo visto. Ex.: link para o aluno preencher uma planilha eletrônica on-line e fazer simulações baseadas no que está sendo abordado no vídeo.
- iii) Quanto ao **posicionamento do elemento interativo**. Em geral referido em termos do tempo decorrido desde o início do vídeo (Ex.: 1min e 15s), mas que também pode ser classificado qualitativamente pensando nos diversos momentos da aula:
- a) **Início:** Ex.: uma pergunta colocada no início do vídeo para incitar a curiosidade sobre o tema.
 - b) **Imediatamente após uma conclusão:** Ex.: uma pergunta fechada para assinalar a veracidade de um enunciado e recordar o que acabou de ser dito no vídeo.
 - c) **Imediatamente antes de uma conclusão:** Ex.: pergunta para o estudante refletir sobre um enunciado ou explicação dada no vídeo, mas antes de ser apresentado à consequência do que acabou de ser exposto; chamada para ação externa antes de uma conclusão para o aluno concluir um cálculo que está sendo feito no vídeo antes de ser concluído, etc.

- d) **Ao final:** Ex.: pergunta colocada no final do vídeo para revisar o conteúdo abordado no vídeo.

A classificação quanto à função do elemento interativo não propõe classes mutuamente excludentes. Pode-se ter um elemento com múltiplas funções, por exemplo, para avaliação e automonitoramento ao mesmo tempo.

Em termos de orquestração instrumental, a decisão sobre os tipos de elementos interativos para compor o vídeo faz parte da configuração didática escolhida. Além disso, a disposição desses elementos para atingir a função pretendida por eles ao longo do vídeo também compõem o escopo da configuração didática da OI 1. O modo de execução compõe-se da previsão das formas que os participantes explorariam a configuração disponível. Inclui-se aí a forma ideal e a não ideal também.

Durante o estudo com o vídeo, o aluno pôde interagir com o professor por meio do chat através do celular no grupo da turma ou por mensagem privada (plataforma *WhatsApp*).

A performance didática é percebida pelo professor ao longo do período de utilização do vídeo pelos alunos através da percepção das reações dos estudantes que ficam registradas na plataforma interativa e ainda das decisões do professor pelo contato que esse tem com os alunos através da troca de mensagens no *chat*, embora não sincronicamente.

5.2.1.1 O vídeo interativo

O foco da análise dessa pesquisa se dará no recorte da intervenção no período assíncrono, quando os alunos tiveram acesso a um vídeo com elementos interativos, incorporados pelo pesquisador, para conduzir o estudo antes da resolução da lista de exercícios inicial.

A princípio seriam utilizados vídeos selecionados do repositório *YouTube*, levando em consideração os disponibilizados sob licença de uso *Creative Commons CC-BY*³.

³ As licenças Creative Commons são uma forma padrão usada pelos criadores de conteúdo para autorizar que terceiros usem a obra deles. O YouTube permite que os criadores de conteúdo marquem os vídeos com uma licença CC BY da Creative Commons. A licença da Creative Commons, concede a toda a comunidade do YouTube o direito de reutilizar e editar esse vídeo. (cf. *Página de Ajuda do Youtube* <https://support.google.com/youtube/answer/2797468?hl=pt-BR&sjid=14552274992304101852-SA>)

Para seleção e adoção dos vídeos foram elencados os seguintes critérios (YIM; LOWRANCE; STURZINGER, 2019):

- i) os tópicos abordados no vídeo correspondem ao assunto nas leituras dos livros didáticos e a todos os objetivos da aula propostos no plano de ensino;
- ii) o vídeo cobre a maior parte ou todo o material das leituras dos livros didáticos;
- iii) a duração do vídeo não deve exceder 20 minutos;
- iv) o interlocutor fala claramente (áudio sem ruídos e fala inteligível).

Contudo, uma das demandas dos alunos, ainda no início da disciplina, foi que os próprios professores realizassem a gravação dos vídeos disponibilizados. O argumento trazido pelos discentes, era de que assim haveria uma maior aproximação entre ambas as partes, diminuindo de certa forma a impessoalidade no momento assíncrono.

Dessa forma, decidiu-se, durante o planejamento da orquestração, pela gravação de um vídeo pelo próprio pesquisador, utilizando os critérios anteriores para criação do material. Sendo assim, o vídeo disponibilizado:

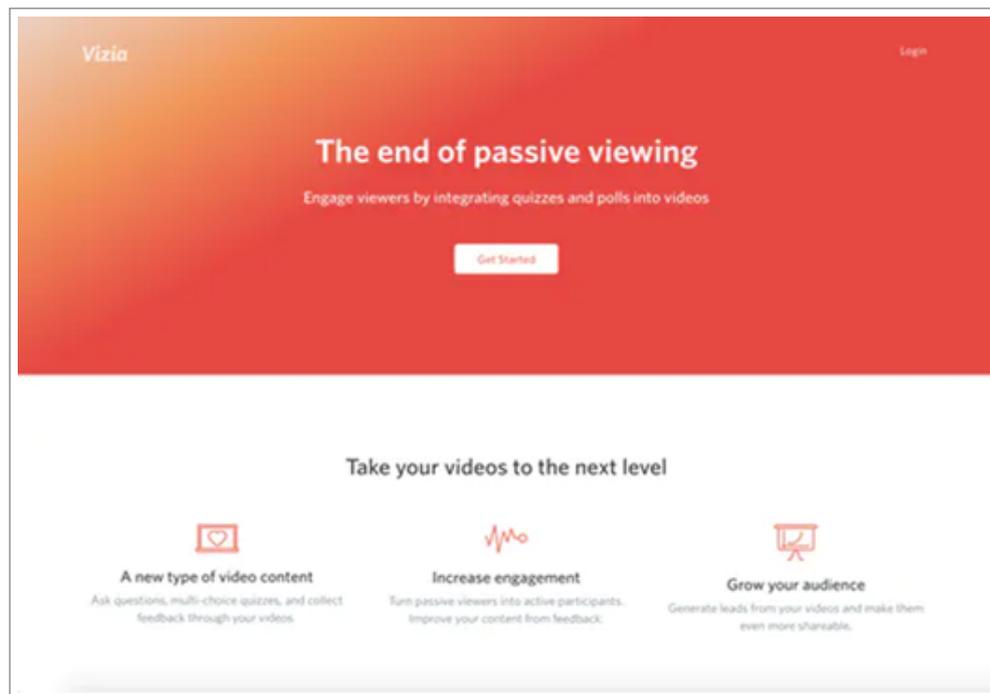
- i) abordou o assunto relativo a projeção ortogonal de vetores conforme a ementa da disciplina;
- ii) teve como referência o capítulo dedicado ao tema no livro-texto da disciplina⁴ e da leitura complementar prevista na ementa;
- iii) tinha a duração aproximada de 16 minutos;
- iv) foi gravado pelo pesquisador utilizando um dispositivo *tablet*, com caneta digital, apresentando o conteúdo em tela e contando com a interlocução em áudio, sem sem trilha sonora de fundo ou ruído dispersante.

A preocupação maior para o momento assíncrono de utilização do vídeo era que o estudo não fosse apenas passivo. Por essa razão, decidiu-se pela incorporação de

⁴ MIRANDA, D.; GRISI, R.; LODOVICI, S. Geometria Analítica e Vetorial. Universidade Federal do ABC. Santo André, SP. 2015. Disponível em: <http://hostel.ufabc.edu.br/daniel.miranda/livros/geometria-analitica/geometria.html> . Acesso em: 16 jul. 2020

elementos de interação ao vídeo. Para a elaboração foi utilizada a plataforma gratuita *Vizia.co* (Figura 2). A escolha se deu não só pelo fato de não haver custo para sua utilização, mas também pela praticidade de acesso do vídeo posteriormente pelos alunos, não sendo obrigatório cadastro, nem login prévio.

Figura 2 – Captura de tela da página inicial do site *Vizia.co* (site desativado)



Fonte: O autor (2020).

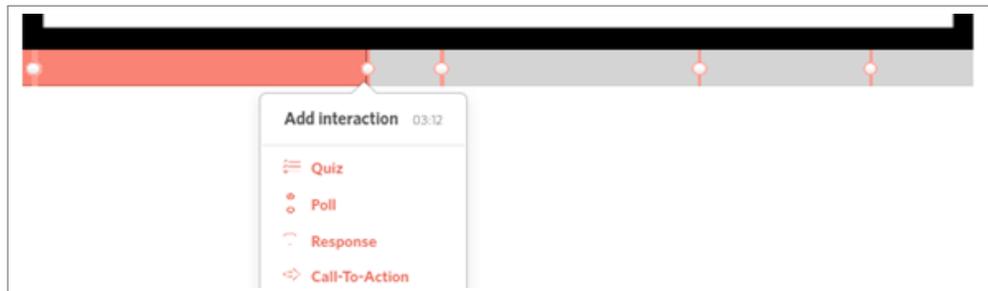
A plataforma permitia ainda solicitar que os utilizadores informassem um nome e email antes da exibição do vídeo. Essa opção foi ativada para que se pudesse identificar de quem era cada uma das interações, que ficam registradas na plataforma ao fim de cada utilização do vídeo por alguém.

Infelizmente a plataforma *Vizia.co* foi absorvida em 2021 pelo portal *Teachable.com* e os vídeos produzidos no antigo site não foram migrados. Por essa razão, o recurso criado para essa pesquisa, que se encontrava anteriormente disponível em <<http://vizia.co/videos/69df0389c212b81dabec76/>>, não se encontra mais acessível. O vídeo sem os elementos de interação, hospedado na plataforma Youtube, continua, contudo, acessível em <[youtube.com/watch?v=X10k_L7wPLg](https://www.youtube.com/watch?v=X10k_L7wPLg)>.

A Figura 3 mostra a etapa inserção de um elemento interativo em um vídeo carregado na plataforma *Vizia*. Esse processo é feito clicando-se na posição desejada na barra inferior, que representa a linha do tempo de exibição do vídeo. Um traço com um

círculo é exibido na posição escolhida e o menu “*Add interaction*” (adicionar interação) aparece para que seja feita a seleção do tipo desejado: *quizz/poll* (pergunta fechada), *response* (pergunta aberta), *call-to-action* (chamada para ação).

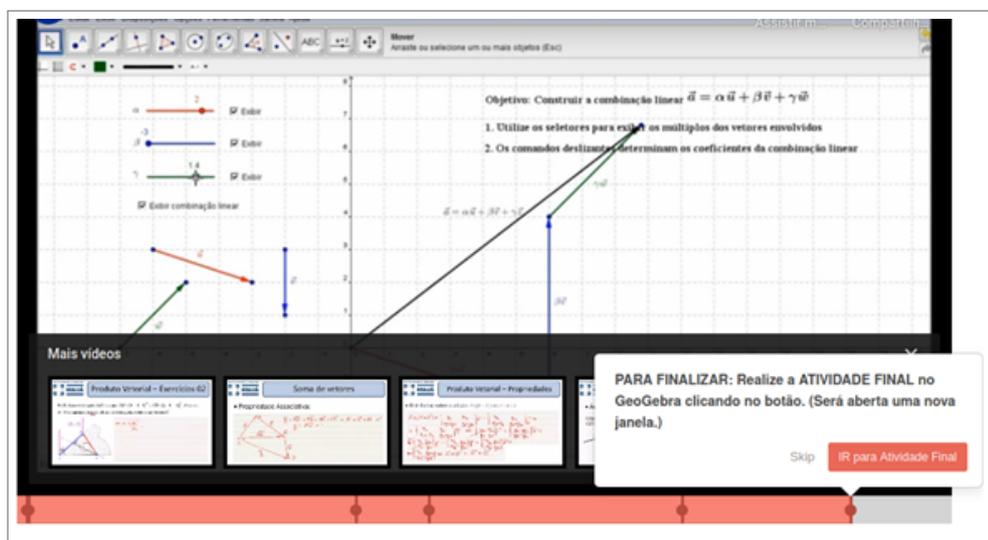
Figura 3 – Exemplo de inserção de elemento interativo no vídeo.



Fonte: O autor (2020).

A Figura 4 traz um exemplo de elemento interativo do tipo *Call-To-Action* (chamada para ação) sendo exibido em dado momento da reprodução de um vídeo. Esse tipo de elemento oferece a opção de o utilizador clicar em um botão e seguir para um link com conteúdo externo ao vídeo, aberto em outra página do navegador da internet.

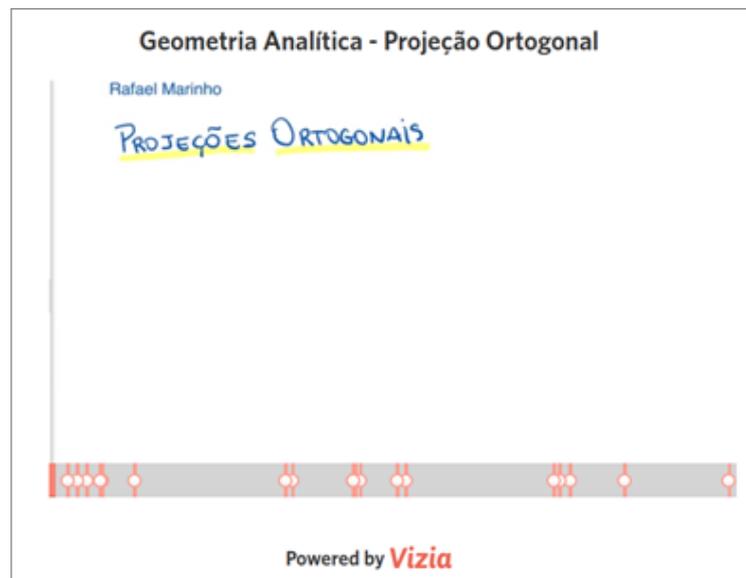
Figura 4 – Exemplo de elemento “chamada para ação” exibido durante a utilização de um vídeo.



Fonte: O autor (2020).

A Figura 5 mostra a visão inicial de um usuário do vídeo produzido nesta pesquisa. Observe que todos os elementos interativos presentes no vídeo estão sinalizados, na barra de reprodução inferior, por meio de um traço com um pequeno círculo branco. O círculo branco indica que aqueles elementos ainda não foram exibidos, conforme será explicado mais adiante.

Figura 5 – Instante inicial do vídeo utilizado nesta pesquisa.



Fonte: O autor (2020).

Quando atingido o momento em que o elemento foi colocado, a exibição do vídeo é interrompida e o elemento interativo aparece para que o estudante interaja (Figura 6).

Figura 6 – Exibição de um elemento interativo do tipo *Quiz/Poll* (pergunta fechada) durante a utilização do vídeo.



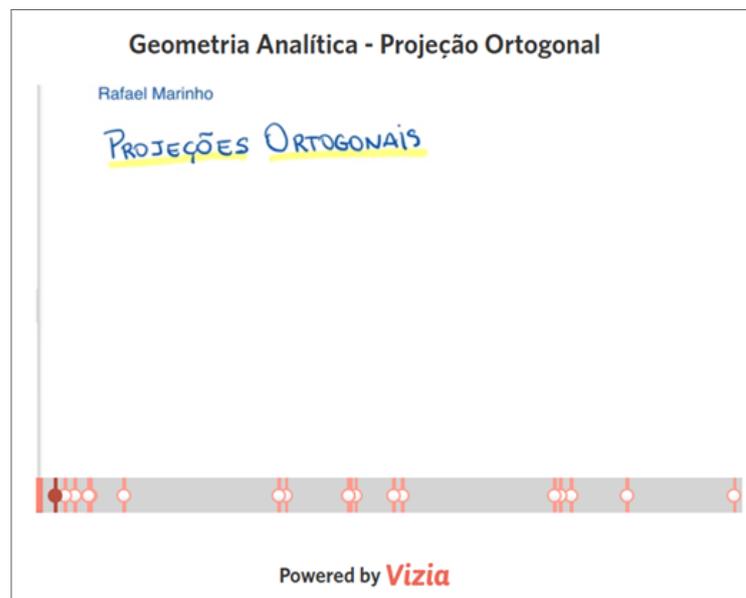
Fonte: O autor (2020).

Quando o elemento interativo é exibido, o estudante pode interagir de acordo com o tipo exibido ou pode decidir não fazer interação alguma selecionando a opção "skip" para pular aquele elemento. Em qualquer um dos casos, após a ação do estudante, o círculo que representa o elemento interativo na barra de progresso fica totalmente

colorido e a exibição do vídeo é retomada. O "círculo cheio" indica que aquele elemento não será mais exibido ao longo daquela reprodução e que também não é possível voltar para interagir com aquele elemento novamente.

Observe esse fato na figura seguinte: mesmo retrocedendo ao instante inicial do vídeo, o círculo que representa o elemento interativo exibido anteriormente permanece cheio e não será exibido novamente (Figura 7).

Figura 7 – Um traço e um círculo cheio: elemento interativo já exibido; não será exibido novamente

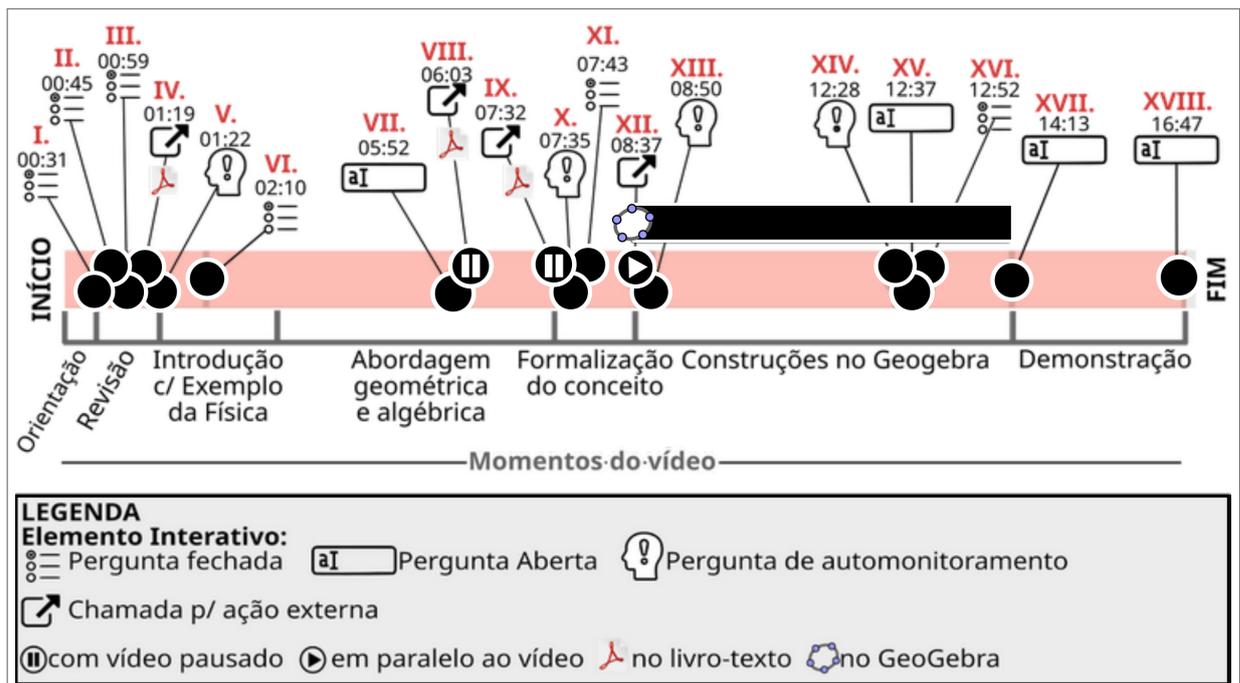


Fonte: O autor (2020).

Para o vídeo interativo produzido foi organizado em sete momentos (Figura 8), como em uma aula: (a) orientação; (b) revisão; (c) introdução com exemplo da Física; (d) Abordagem geométrica e algébrica do tema; (e) Formalização de conceitos e propriedades; (f) Construção no GeoGebra; (g) Demonstração. No total de 18 interações durante o vídeo de 16:47 minutos.

As interações utilizadas eram: 6 (seis) perguntas fechadas; 4 (quatro) perguntas abertas; e 4 (quatro) chamadas para ação. Diferenciamos ainda, das demais perguntas, 4 (quatro) perguntas fechadas com função de automonitoramento e 1 (uma) chamada para ação externa de construção no GeoGebra em paralelo ao uso do vídeo (Figura 8).

Figura 8 – Distribuição dos momentos e interações no vídeo interativo.



Fonte: O autor (2020).

5.2.1.2 Momento “Orientação” do vídeo interativo

Logo no início do vídeo, elementos de orientação para explicar ao aluno como funcionaria a utilização daquele material. Foram criadas perguntas fechadas, cujos enunciados traziam explicações sobre o funcionamento da plataforma e sobre como interagir com os elementos (Figura 6).

O Quadro 1 apresenta os elementos interativos presentes no vídeo, com a informação do tipo, função e a posição (em minutos e segundos contados do início da reprodução, no formato “mm:ss”, em que “mm” indica os minutos, e “ss” os segundos).

A função da pergunta era também de fazer um *automonitoramento* antes de iniciar propriamente o conteúdo do vídeo, de forma que o aluno avaliasse se estava preparado para começar o estudo com aquele material. Buscava-se orientar os estudantes quanto à navegação em vídeos interativos, e a especificidade da plataforma usada, já que ainda é pouco explorada na educação. Uma dessas particularidades era a função “*Skip*” (pular), que muitas vezes tem sua importância em termos de modo de uso, dado que o estudante pode querer ver todo o vídeo antes mesmo de interagir, como veremos na discussão dos resultados. Era preciso, nesse caso, chamar atenção para o fato de não poder retornar a um item pulado.

Quadro 1 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação

n°	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas e Resposta ou Ação esperada (em negrito)
I		Pergunta fechada / Orientação	00:31	“ESTA É UMA PERGUNTA EXEMPLO. Você pode responder, selecionando uma opção, ou apertar em "SKIP" para deixar a questão em branco. Você só pode responder uma pergunta uma vez. Não é possível voltar para responder a pergunta depois. Suas perguntas só serão registradas ao responder a última questão!”	1. Entendi 2. Não entendi

Fonte: o autor (2022)

5.2.1.3 Momento “Revisão” do vídeo interativo

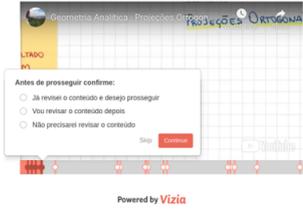
O Quadro 2 sintetiza os elementos interativos inseridos no vídeo com a função de realizar uma revisão do conteúdo necessário ao entendimento de projeção ortogonal.

Visto que o conteúdo de projeções ortogonais depende diretamente de outros como produto interno (também chamado produto escalar) e ortogonalidade de vetores, foram introduzidos elementos interativos do tipo *pergunta fechada* (Figuras 9 e 10) ainda no início para diagnosticar o conhecimento prévio desses assuntos, que já haviam sido abordados em aulas anteriores.

É comum o estudante ter dificuldades com os conceitos de produto escalar e produto vetorial, operações até então novas para o estudante recém-chegado no Ensino Superior. De fato, muitas vezes a Geometria Analítica é tratada ou entendida de forma fragmentada, os cálculos simbólicos não são relacionados com os objetos geométricos representados visualmente. De acordo com o estudo de Vidigal (2014) os estudantes cometem este equívoco em decorrência do erro no emprego de definições, desconsiderando que o resultado de um produto escalar é um número real e não um vetor.

O Elemento Interativo III lida também com a interpretação geométrica das operações entre vetores, principalmente, quando os vetores são ortogonais. Esse resultado se correlaciona também com a projeção ortogonal entre vetores, dado que o produto interno está diretamente correlacionado com o módulo do vetor projeção de um sobre o outro.

Quadro 2 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

nº	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
II		Pergunta fechada / Avaliação diagnóstica	00:45	“O produto interno entre dois vetores resulta em...”	<ol style="list-style-type: none"> um vetor ortogonal a ambos os vetores um escalar um vetor que é combinação linear desses vetores um vetor cujo módulo é o produto dos módulos desses vetores.
III		Pergunta fechada / Avaliação diagnóstica	00:59	“Se dois vetores são ortogonais...”	<ol style="list-style-type: none"> o produto interno deles é zero o produto interno deles é diferente de zero um vetor é combinação linear do outro. eles formam um conjunto linearmente dependente.
IV		Chamada para ação externa / Complementação	01:19 (após conclusão)	“Se você ficou em dúvida em alguma dessas questões sugerimos que revise esse conteúdo. Ao clicar nesse botão você será direcionado para o livro-texto recomendado na disciplina.”	(Caso o(a) aluno(a) não tenha acertado as perguntas anteriores, espera-se que clique no botão para revisar o capítulo do livro-texto on-line)
V		Pergunta fechada / Automonitoramento	01:22	“Antes de prosseguir confirme:”	<ol style="list-style-type: none"> Já revisei o conteúdo e desejo prosseguir Vou revisar o conteúdo depois Não precisarei revisar o conteúdo (Espera-se que o(a) aluno(a) marque a alternativa de acordo com o caso dele(a).)

Fonte: o autor (2022)

Por fim, duas últimas interações foram colocadas para os que ficarem ainda com dúvidas nos temas preliminares, para recorrerem ao livro-texto adotado na disciplina (Figuras 11 e 12), com um link direto para este artefato, disponível em *e-book* (arquivo formato PDF) para suprir a necessidade dos estudantes que ainda não estivessem familiarizados com esses conceitos.

Subsequente a essas perguntas, foram colocadas perguntas de automonitoramento para que o aluno refletisse sobre a necessidade de interagir com o vídeo e buscar cumprir esses pré-requisitos antes de prosseguir o estudo (Figura 12).

Figura 9 – Instante anterior e momento da exibição do Elemento Interativo I



Fonte: O autor (2020).

Figura 10 – Elemento Interativo III exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 11 – Elemento Interativo IV exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 12 – Elemento Interativo V exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Como dito, durante o vídeo foram colocadas perguntas de automonitoramento para que o aluno continuamente avaliasse o seu comportamento em termos de interação ou passividade perante as atividades propostas. Além disso, essas perguntas serviram como controle da atenção do aluno para o processo de aprendizagem.

Além da função de automonitoramento, esta interação teve uma função técnica que foi a de parar o vídeo enquanto o estudante estivesse lendo o livro-texto. Isso porque o elemento do tipo *chamada para ação* retomava a reprodução assim que recebia o clique, contudo esperava-se que a leitura do material, por exemplo, fosse feita com o vídeo pausado, para dar tempo de o aluno ler no seu ritmo.

Assim, a pergunta de monitoramento forçava uma pausa no vídeo para dar esse tempo para a atividade externa. Essa foi uma "catacrese" construída diante da limitação da plataforma *Vizia* para dar conta da interação da maneira planejada e permitir que o link externo fosse visitado sem que o usuário perdesse inadvertidamente o restante do vídeo.

De forma geral, ao longo do vídeo foram inseridos elementos dos diversos tipos, tanto antes como após conclusões.

5.2.1.4 Momento “Introdução: exemplo da Física” do vídeo interativo

Após a etapa inicial de diagnóstico, o vídeo interativo seguiu para uma etapa de introdução à projeção ortogonal entre vetores, iniciando com a relação entre o vetor e suas componentes em um exemplo aplicado da Física. Nessa parte do vídeo tratamos com interações de avaliação formativa, seguida por complemento, e fechando com o automonitoramento (Quadro 3).

Quadro 3 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

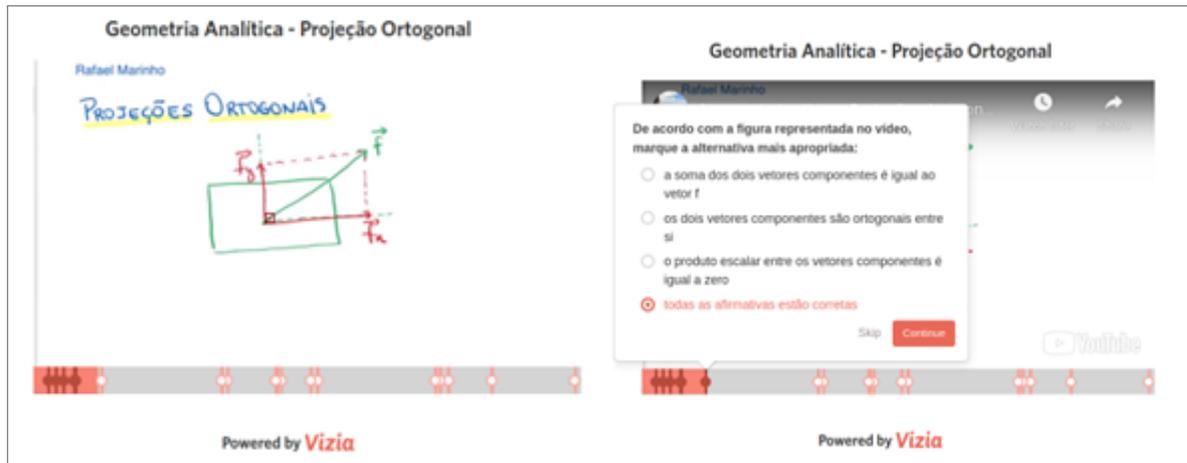
nº	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
VI		Pergunta fechada / Avaliação formativa	02:10 (antes da conclusão)	“De acordo com a figura representada no vídeo, marque a alternativa mais apropriada:”	<ol style="list-style-type: none"> 1. a soma dos dois vetores componentes é igual ao vetor f 2. os dois vetores componentes são ortogonais entre si 3. o produto escalar entre os vetores componentes é igual a zero 4. todas as afirmativas estão corretas

Fonte: o autor (2022)

O início do estudo das projeções ortogonais foi realizado por meio da introdução da relação entre o vetor e suas componentes. Logo após a apresentação dessa relação por meio de figuras, aparece a interação VI (Figura 13).

Buscava-se que o estudante antecipasse a conclusão a ser tirada no vídeo em relação ao significado geométrico da relação e observasse as relações entre os vetores componentes unindo com os conceitos de soma, ortogonalidade e produto escalar. Tratava-se de uma técnica de avaliação formativa. Em que as questões eram feitas para que o estudante fosse incentivado a ele mesmo buscar as conclusões, antes de sua apresentação no vídeo.

Figura 13 – Elemento Interativo VI exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

5.2.1.5 Momento “Abordagem geométrica e algébrica” do vídeo interativo

Após uma introdução a ideia da projeção ortogonal por meio das componentes de um vetor em um contexto da física, há a abordagem geométrica e algébrica do tema com apenas duas interações, uma pergunta aberta e uma chamada de ação externa (Quadro 4).

Uma segunda interação do estudante com o vídeo é solicitada buscando que ele(a) dê continuidade aos cálculos realizados da projeção ortogonal de um vetor sobre o outro. Por meio de um elemento de pergunta aberta, o estudante é induzido a antecipar os cálculos envolvidos para calcular o coeficiente que deve aparecer multiplicando o segundo vetor para se obter a projeção do primeiro sobre ele (Figura 14).

Previa-se um possível erro de cálculo, de usar a regra de cancelamento da multiplicação de escalares, ao encontrar o resultado em termos de produto escalar $\frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}$. Assim, uma *chamada para ação* de complementação foi feita no Elemento Interativo VIII, no sentido de alertar o estudante e, caso tivesse cometido tal erro, pudesse acessar o livro para revisar o conteúdo (Figura 15).

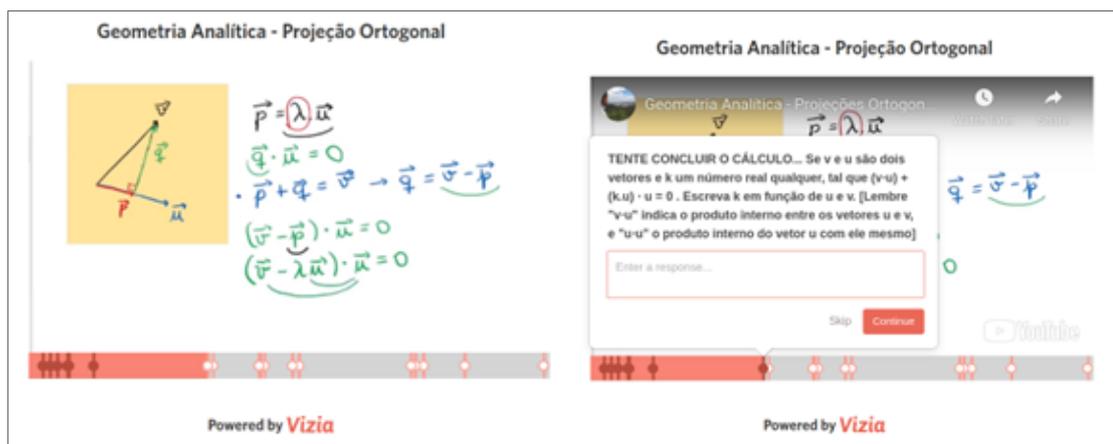
A generalização fora do campo, em que ela vale, é um erro comum na aprendizagem da matemática. Muitas vezes o conhecimento de um domínio de validade da propriedade passa a atuar como um obstáculo para se entender o outro (BACHELARD, 1975; BROUSSEAU, 1983).

Quadro 4 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

n°	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
VII		Pergunta Aberta / Avaliação formativa	05:52 (antes da conclusão)	“TENTE CONCLUIR O CÁLCULO QUE ESTÁ SENDO FEITO NO VÍDEO... Se v e u são dois vetores e k um número real qualquer, tal que $(v-u) - (k.u) \cdot u = 0$. Escreva k em função de u e v . [Lembre “ $v \cdot u$ ” indica o produto interno entre os vetores u e v , e “ $u \cdot u$ ” o produto interno do vetor u com ele mesmo]”	$k = v \cdot u / u \cdot u$ ou $k = v \cdot u / u ^2$
VIII		Chamada para ação externa / Complementação	06:03 (após uma conclusão)	“CUIDADO! Um erro comum é achar que é possível simplificar $(v-u)/(u \cdot u) = v/u$ [INCORRETO]. Perceba que v e u são vetores e que essa operação não está nem definida. Se ainda tem dúvidas sobre produto interno, revise o conteúdo (pág.90 do livro de J.J.Venturi).”	(Caso o(a) aluno(a) tenha tido essa dificuldade ao responder o Elemento Interativo VII, espera-se que ele(a) clique no botão para revisar o capítulo correspondente do livro citado on-line)

Fonte: o autor (2022)

Figura 14 – Elemento Interativo VII exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 15 – Elemento Interativo VIII exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

5.2.1.6 Momento “Formalização de conceito e propriedades”

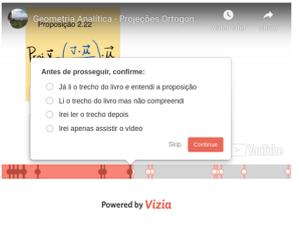
Uma vez explorado o conceito de projeção ortogonal entre vetores, há um momento dedicado a formalizar o conceito e propriedades da projeção exploradas (Quadro 5).

Após a obtenção da fórmula para o vetor projeção, a formalização da propriedade é deixada como leitura (do livro-texto), por meio da interação por link para o aluno. A todo momento buscamos que o estudante integre mídia digital e livro-texto (Figura 16).

Técnica similar de automonitoramento foi utilizada, fechando esta chamada para leitura do livro-texto, com o Elemento Interativo X.

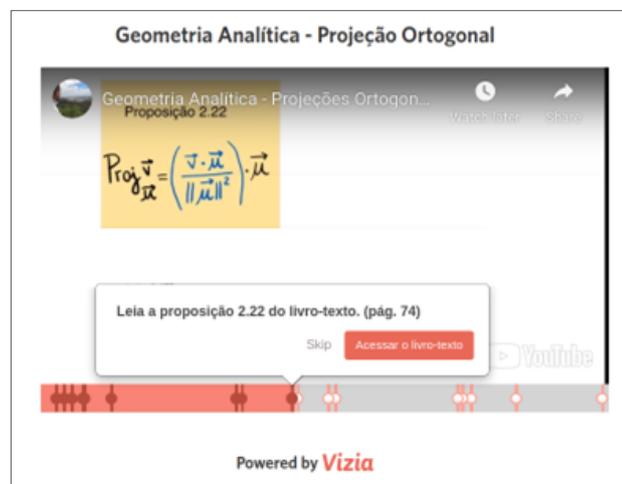
O Elemento Interativo XI fecha o primeiro ciclo de abordagem da projeção ortogonal (Figura 17). É comum na aprendizagem da matemática que os estudantes não deem muita atenção às definições matemáticas, que trazem sempre as condições iniciais e de existência nas proposições matemáticas. O Elemento XI foi inserido para chamar a atenção que o vetor projeção ortogonal só está definido na direção de um vetor, se este último for não-nulo.

Quadro 5 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

nº	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
IX		Chamada para ação externa / Complementação	07:32 (antes de uma conclusão)	“Leia a proposição 2.22 do livro-texto. (pág. 74)”	(Espera-se que TODOS(AS) os(a) alunos(as) cliquem no botão para realizar a leitura no livro-texto on-line.)
X		Pergunta fechada / Automonitoramento	07:35	“Antes de prosseguir, confirme:”	<ol style="list-style-type: none"> Já li o trecho do livro e entendi a proposição Li o trecho do livro, mas não compreendi Irei ler o trecho depois Irei apenas assistir ao vídeo (Espera-se que o(a) aluno(a) marque a alternativa de acordo com o caso dele(a).)
XI		Pergunta fechada / Avaliação formativa	07:43 (após a conclusão)	“A projeção de v na direção de u, só existe se o vetor u...”	<ol style="list-style-type: none"> for igual ao vetor nulo for não-nulo for ortogonal a v sempre existe

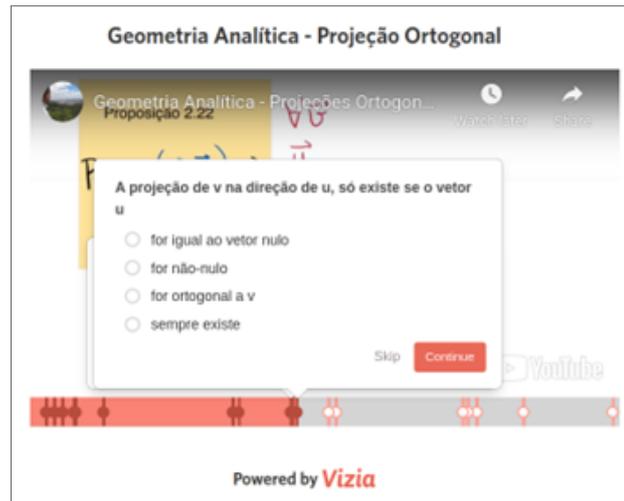
Fonte: o autor (2022)

Figura 16 – Elemento Interativo IX exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 17 – Elemento Interativo XI exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

5.2.1.7 Momento “Construções no GeoGebra” do vídeo interativo

O novo momento convida o estudante a uma exploração da geometria dinâmica com a construção de projeção ortogonal entre vetores e exploração de invariantes, como sintetizado no Quadro 6.

Após o momento de reflexão sobre as condições de existência da projeção ortogonal de um vetor em relação ao outro, inicia-se o momento de construção geométrica com o software de Geometria Dinâmica, na plataforma GeoGebra (Figura 18).

Figura 18 – Elemento Interativo XII exibido durante a utilização do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

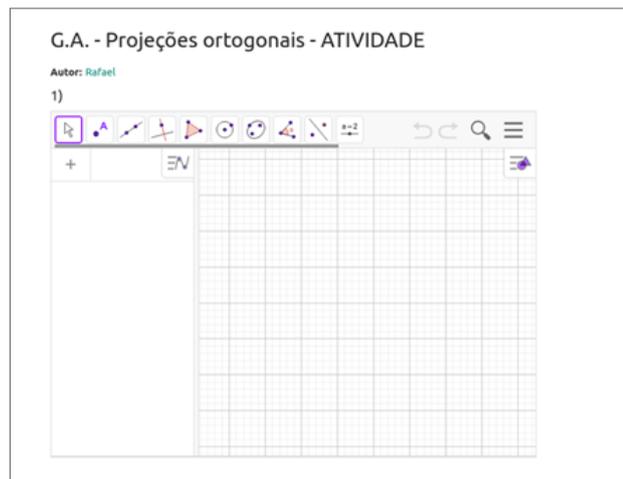
Quadro 6 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

n°	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
XII		Chamada para ação externa / Atividade de Construção	08:37	Clique no link para acessar a atividade no GeoGebra. (Não precisa criar login, informe apenas seu nome completo na tela inicial)	(Espera-se que TODOS(AS) os(a) alunos(as) cliquem no botão acessar a plataforma externa do GeoGebra Classroom e façam as construções geométricas de acordo com o vídeo.)
XIII		Pergunta fechada / Automonitoramento	08:50	Para a atividade do geogebra...	1. estou pronto(a) 2. prefiro apenas olhar a resolução 3. não tenho como fazer agora (Espera-se que o(a) aluno(a) marque a alternativa de acordo com o caso dele(a).)
XIV		Pergunta fechada / Automonitoramento	12:28	Você conseguiu fazer a construção até aqui?	1. estou apenas observando a construção 2. não consegui acompanhar a construção 3. sim, mas tive de pausar e voltar o vídeo várias vezes 4. sim, estou conseguindo tranquilamente (Espera-se que o(a) aluno(a) marque a alternativa de acordo com o caso dele(a).)
XV		Pergunta Aberta / Avaliação formativa	12:37	Por que se "lambda" é igual a zero, os vetores v e u são ortogonais? [Dica, analise a expressão $\lambda = (vu)/(uu)$]	(Lambda é um quociente, cujo numerador é o produto escalar dos vetores. Se "lambda" é zero, implica que o produto escalar é zero e, portanto, os vetores são ortogonais.)
XVI		Pergunta fechada / Avaliação formativa	12:52	Se o vetor v é ortogonal ao vetor u, a projeção ortogonal de v na direção de u será:	1. um ponto 2. o vetor nulo 3. o próprio vetor v 4. o próprio vetor u
XVII		Pergunta Aberta / Avaliação formativa	14:13	O que acontece com a projeção de v sobre u se alterarmos o tamanho de u, mas preservarmos a direção? Como você interpreta esse fato?	(O vetor projeção não se altera; o vetor u determina apenas a direção de projeção, que não depende do comprimento do vetor u.)

Fonte: o autor (2022)

A interação se dá com uma "atividade exploratória", com um link externo para a plataforma do GeoGebra. A proposta foi de o estudante realizar a construção de projeções, ao passo que a construção estava sendo mostrada no vídeo utilizando o software. Uma janela da plataforma GeoGebra era aberta como mostra a Figura 19.

Figura 19 – Página de construção no *GeoGebra* On-line



Fonte: O autor (2020).

Logo em seguida, o Elemento Interativo XIII de automonitoramento buscava acompanhar o comportamento do estudante nesse processo, para verificar se já estava pronto para iniciar a construção, se preferia olhar apenas ou se não teria como o fazer. Com isso era possível também paralisar o vídeo enquanto o estudante ainda estava abrindo a plataforma GeoGebra.

No vídeo o aluno era convidado a fazer a seguinte construção na plataforma do GeoGebra, recém aberta:

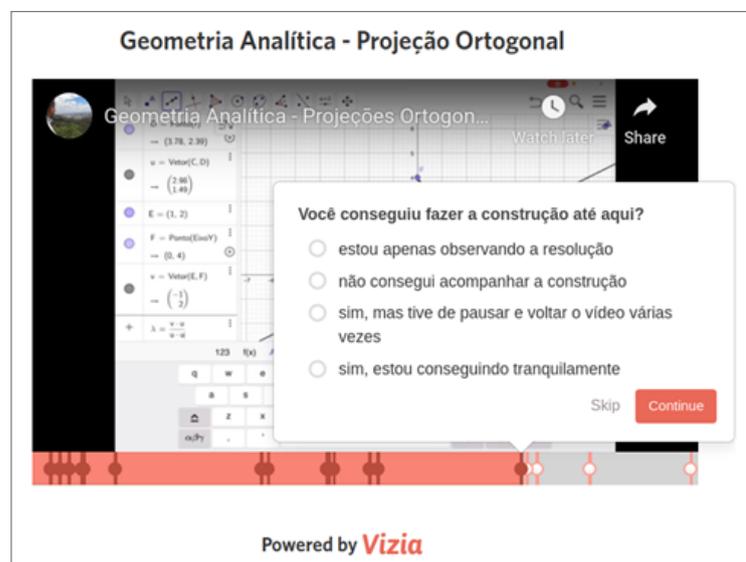
- i) uma reta \overleftrightarrow{AB} e fixar os pontos A e B;
- ii) um vetor \vec{u} com a mesma direção de \overleftrightarrow{AB} : tomar dois pontos C e D na reta \overleftrightarrow{AB} e com a função vetor fazer $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$;
- iii) um vetor qualquer \vec{v} ;
- iv) na janela de álgebra, calcular $\lambda = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}$
- v) na janela de álgebra, determinar o vetor $p = \lambda \cdot \vec{u}$, a projeção ortogonal de \vec{v} na direção de \vec{u} .

Na sequência da atividade era pedido para observar o que acontece com a projeção de \vec{v} na direção de \vec{u} , se \vec{v} for ortogonal a \vec{u} . Para isso, o estudante poderia

manipular o vetor \vec{v} até fazê-lo ortogonal a \vec{u} . Como a manipulação na janela de geometria poderia levar o estudante a confiar apenas na observação visual, que não é precisa, foi explicado no vídeo que para saber se \vec{v} estava ortogonal a \vec{u} , era preciso verificar na janela de álgebra se $\lambda = 0$.

Durante essas instruções, uma interação de automonitoramento, no Elemento Interativo XIV (Figura 20), buscava captar as ações do estudante quanto à construção geométrica. De forma a entender se o estudante estava ou não realizando a construção e se pretendia o fazer.

Figura 20 – Elemento de interação XIV



Fonte: O autor (2020).

Seguem questões sobre a projeção ortogonal entre vetores, com questões sobre a construção feita no GeoGebra e instruída no vídeo. Assim, observar-se-iam vários tipos de comportamento, os que poderiam responder apenas acompanhando a instrução no vídeo e os que poderiam responder acompanhando o vídeo e paralelamente explorando o GeoGebra.

Nesse momento era feita uma pergunta aberta, pedindo para o estudante interpretar e explicar essa afirmação de que, se \vec{v} é ortogonal a \vec{u} , então $\lambda = 0$. Esperava-se que o estudante observasse que λ é um quociente, cujo numerador é $\vec{v} \cdot \vec{u}$. Ora, se $\lambda = 0$, implica que o numerador é zero, isto é, $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$ e, portanto, os vetores \vec{v} e \vec{u} são ortogonais (Figura 21).

Na sequência, em que se tomava um vetor \vec{v} ortogonal a \vec{u} , era feita uma outra pergunta fechada para o estudante interpretar, dessa vez, o que acontecia com o vetor

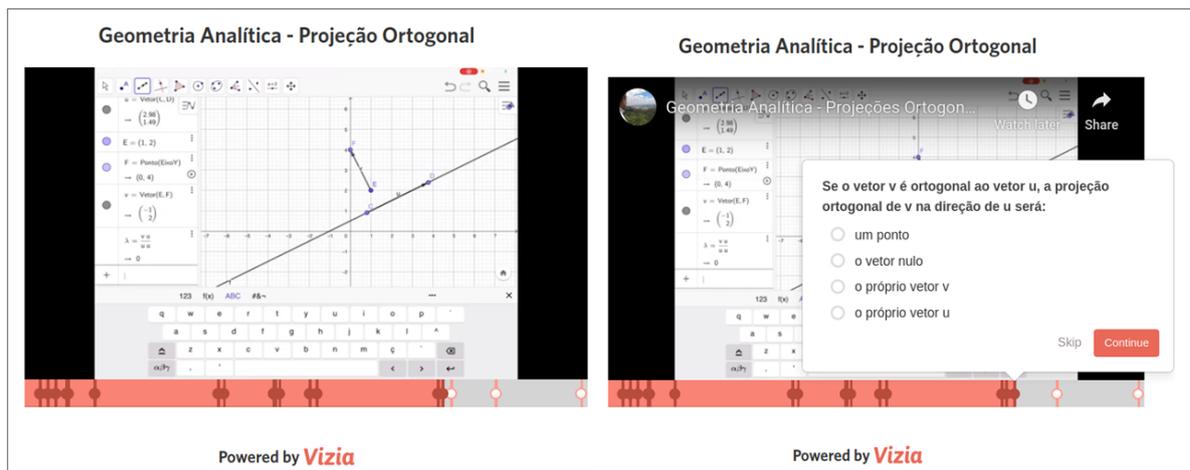
projeção \vec{p} (Figura 22). Na janela de visualização, \vec{p} simplesmente “desaparecia”. Esperava-se que o estudante lembrasse da natureza de \vec{v} , um vetor, e respondesse que \vec{v} era o vetor nulo ($\vec{0}$) e não um “ponto” ou o “número zero” (0), como poderia parecer olhando apenas a representação na janela de visualização geométrica. Foi destacado que olhando para a janela de álgebra podíamos ver que \vec{p} continuava bem definido, de coordenadas todas zero $\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, ou seja, o vetor nulo $\vec{0}$.

Figura 21 – Elemento de interação XV



Fonte: O autor (2020).

Figura 22 – Elemento de interação XVI

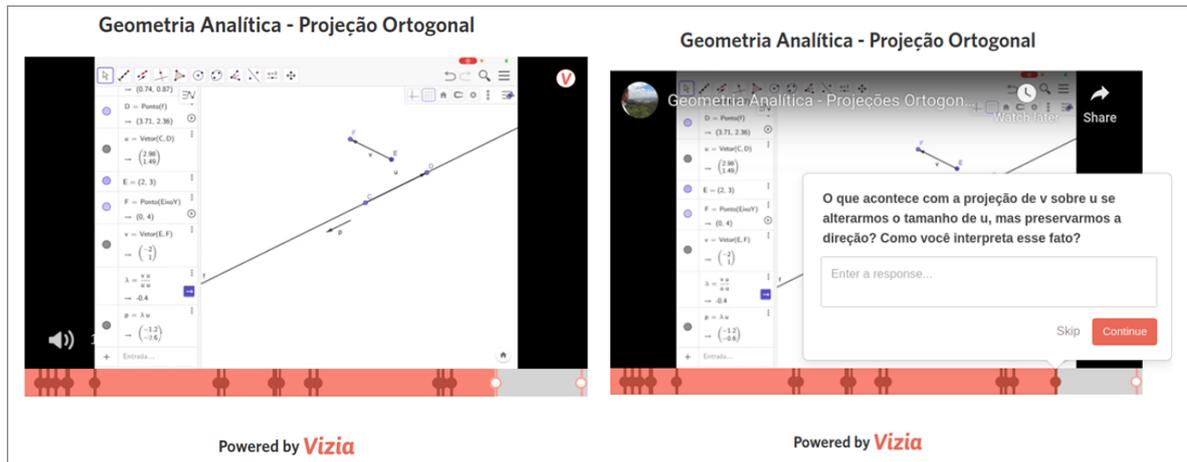


Fonte: O autor (2020).

Por fim, o estudante era convidado a tomar \vec{v} sem ser ortogonal a \vec{u} e, dessa vez, explorar o que acontecia com a projeção \vec{p} ao alterar o tamanho e sentido do vetor \vec{u} , sem alterar a direção desse último (Figura 23). Era feita então uma pergunta aberta para que o estudante interpretasse suas observações, gerando uma conjectura.

Esperava-se que ele fizesse a inferência que, aparentemente, o vetor projeção não se alterava, ou seja, fixada a direção, o vetor projeção não depende do tamanho nem sentido de \vec{u} .

Figura 23 – Elemento de interação XVII



Fonte: O autor (2020).

5.2.1.8 Momento “Demonstração” do vídeo interativo

O vídeo destacou, nesse momento, que essa era uma conclusão prévia, que não poderia ser generalizada, visto que fazer uma construção, ou várias, não garantiriam que uma proposição valeria para o caso geral. Era preciso uma demonstração formal. Essa provocação final serviu para introduzir a última explicação do vídeo em que foi apresentada algebricamente a demonstração formal da hipótese levantada durante a construção no GeoGebra.

Quadro 7 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

nº	Tela em Miniatura	Tipo Função /	Posição no vídeo	Enunciado / Conteúdo	Alternativas / Resposta ou Ação esperada (em negrito)
XVIII		Pergunta Aberta / Avaliação somativa	16:47	[REVISÃO - COMPLETE ADEQUADAMENTE AS LACUNAS NA PROPOSIÇÃO SEGUINTE] Seja u um vetor _____. Para _____ vetor v , o vetor p é chamado projeção ortogonal de v sobre u , se satisfaz as condições: p é _____ ao vetor u , e o vetor diferença $(v - p)$ é _____ ao vetor u .	Seja ' u ' um vetor [não-nulo] . Para [qualquer] vetor v , o vetor p é chamado projeção ortogonal de v sobre u , se satisfaz as condições: p é [paralelo] ao vetor u , e o vetor diferença $(v - p)$ é [ortogonal] ao vetor u .

Fonte: o autor (2022)

Antes do encerramento do vídeo foi inserido um elemento do tipo pergunta aberta para verificar o entendimento geral dos conceitos vistos, numa perspectiva de avaliação somativa (Figura 24).

Esse modo de execução, ou seja, essa estruturação dos elementos de interação ao longo do vídeo buscou estimular a utilização ativa pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem, conforme Dodson et al. (2018). Ademais buscou dar oportunidade de eles testarem padrões, fazerem conjecturas e estabelecerem pontes para compreender generalizações algébricas (KARRER; OLIVEIRA, 2018).

Figura 24 – Elemento de interação XVIII



Fonte: O autor (2020).

5.2.2 Orquestração Instrumental on-line 2, assíncrona: a lista de exercícios

Após o estudo com o vídeo, os estudantes tiveram de responder a uma lista de exercícios, retirada do livro-texto, contendo 5 questões envolvendo determinação de projeções ortogonais de vetores, e uma questão extra opcional envolvendo uma demonstração dentro do tema (Figura 25). A lista foi disponibilizada por meio de formulário on-line do *Google Forms*, na sala de aula virtual no *Google Classroom*.

As duas primeiras questões envolviam apenas o simples tratamento algébrico sobre o conteúdo visto no vídeo de projeção ortogonal.

As questões 3 e 4 requeriam uma interpretação da situação geométrica juntamente com a manipulação algébrica. Ao final da questão 3 o estudante precisava mostrar que compreendia a natureza vetorial do resultado (o vetor nulo e não um ponto ou o

número zero). Essa interpretação foi vista no vídeo e tratada no Elemento Interativo XVI.

Na questão 4, o aluno precisava, antes de realizar a manipulação algébrica para calcular a projeção ortogonal, determinar as coordenadas de um vetor que atendesse a condição dada (ser perpendicular a outro). Essa situação de ortogonalidade, em termos algébricos e geométricos, foi tratada na revisão do início do vídeo (Elementos Interativos II, III) e na parte da construção com o GeoGebra (Elemento Interativo XV).

Figura 25 – Lista de Exercícios 1 (Orquestração Instrumental On-line 2)

Para todas as questões indique claramente como chegou ao resultado.

1.) Seja $\vec{u} = (5, 2, 5)$ e $\vec{v} = (2, -1, 2)$, calcule:

a) $proj_{\vec{u}}\vec{v}$
b) $proj_{\vec{v}}\vec{u}$

2) A norma da projeção de $\vec{v} = (5, 4, -3)$ sobre $\vec{u} = (0, 3, 0)$ é:

3) A projeção de $\vec{u} = (x, y, z)$ sobre o vetor $\vec{v} = (0, -z, y)$, com x, y e z reais e $z, y \neq 0$ é:

4) Determine a projeção de $\vec{v} = (4, 6, 3)$ sobre um vetor *perpendicular* a $\vec{w} = (2, 1, -2)$

5) Calcule a área do triângulo $\triangle ABC$ cujos vértices num sistema de coordenadas cartesiano são $A=(0, 1)$, $B = (5, 2)$ e $C = (4, 3)$

EXTRA: Prove que se as coordenadas dos vértices de um triângulo são números inteiros, a medida da área desse triângulo será um número racional.

Fonte: O autor (2020).

A questão anterior prepararia o aluno para resolver a questão 5. O módulo de um vetor “tomado” em um dos lados do triângulo serviria como comprimento da base. Já o módulo da projeção de um vetor tomado em qualquer um dos outros dois lados na direção perpendicular ao vetor da base daria a altura do triângulo.

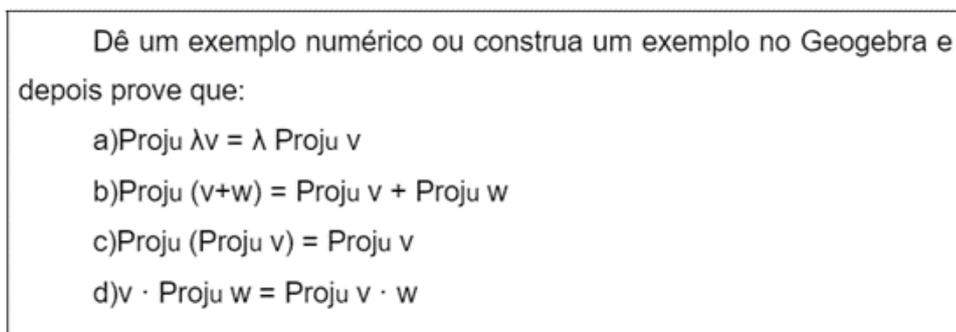
Na configuração didática da OI on-line 2, assíncrona, previu-se que o estudante fizesse o estudo do vídeo interativo e só depois investisse esforços na lista de exercícios. Porém, os dois eram disponibilizados simultaneamente durante a semana.

A lista foi configurada para não ser editada pelo aluno, assim, o aluno poderia acessar a lista, resolvê-la no seu ritmo e, quando concluída a resolução, deveria enviar a cópia digitalizada de todas as respostas de uma única vez.

5.2.3 Orquestração Instrumental on-line 3 e 4, síncronas.

Embora se tenha optado por fazer um recorte e direcionar o olhar para o momento assíncrono das OI 1 e 2, que giraram em torno do uso do vídeo interativo, convém mencionar que, para o momento das orquestrações síncronas, pretendia-se realizar atividades práticas envolvendo os conteúdos estudados de geometria analítica previamente com o vídeo interativo e o uso do software de geometria dinâmica para testar e posteriormente demonstrar situações propostas contidas no livro-texto (Figura 26).

Figura 26 – Lista de Situações propostas na Orquestração Instrumental On-line 3 (síncrona)



Fonte: O autor (2020).

Entretanto, considerando as limitações declaradas pelos alunos durante o momento síncrono, sobretudo de ordem técnica, levaram o professor a uma decisão *ad hoc* de mudar a abordagem das situações propostas e a discussão concentrou-se na exploração de exemplos e discussão coletiva no grande grupo.

Em vez de uma abordagem síncrona voltada para o trabalho em grupos centrada nos alunos, o momento foi conduzido pelo professor em uma discussão coletiva aberta, com a exploração guiada no computador do docente e acompanhada pelos estudantes.

Nesse momento, além da plataforma do GeoGebra, o *Google Form* e a Lista de Exercícios 2 (Figura 26), foram utilizados os recursos do *G Suite for Education* disponibilizados pela instituição para a comunidade acadêmica, além de outras plataformas gratuitas:

- Google Meet, para videoconferência e registro dos encontros mediante consentimento prévio dos alunos (*G Suite for Education*);

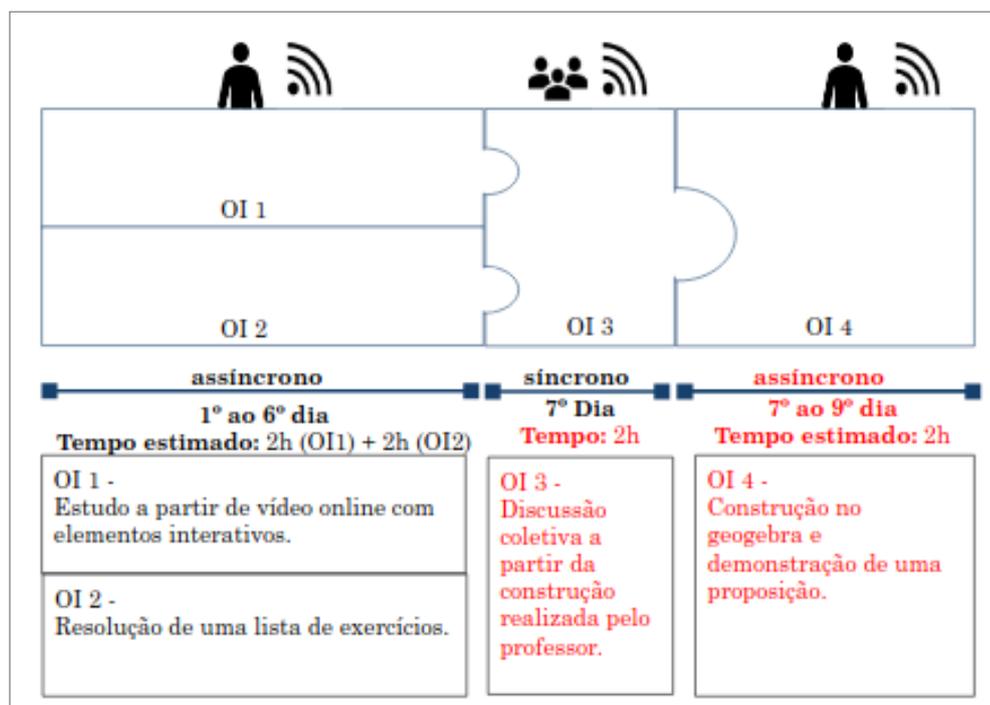
- ferramentas on-lines do GeoGebra (gratuita);
- *GeoGebra Classroom* (plataforma de gerenciamento de atividades); e
- *GeoGebra Notes* (quadro branco virtual).

A OI 4, que seria síncrona, passou a ser assíncrona, em mais uma decisão *ad hoc*, e a situação passou a ser resolver individualmente uma situação matemática utilizando o mesmo roteiro: testagem da validade no GeoGebra e posterior demonstração formal usando papel e lápis.

Como esse momento, mesmo assíncrono, não ter contado com o uso direto do vídeo interativo, e pelos motivos já citados anteriormente de inviabilidade de tempo para análise dos registros gerados nessa parte, decidiu-se por não incluir os dados da OI 4 na análise.

A Figura 27 mostra configuração didática que efetivamente ocorreu, destacando as diferenças (em vermelho) após as decisões *ad hoc* tomadas durante a execução das orquestrações instrumentais.

Figura 27 – Composição das OI após as decisões ad-hoc



Fonte: O autor (2020).

6 ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Neste capítulo será apresentada parte dos dados coletados, a análise desses registros e a discussão dos resultados observados. Primeiramente será apresentada, na Seção 6.1, uma análise descritiva a partir de cada aluno e, na Seção 6.2), o diálogo de tais resultados com as teorias fundamentadoras.

6.1 ANÁLISE DOS DADOS

Durante a pesquisa foram coletados diversos dados, que incluíam, os registros de interações nos vídeos, das plataformas de mensagem instantânea e da plataforma de ensino remoto *Google Classroom*. Foram colhidos também os protocolos de resolução das atividades realizadas pelos discentes na plataforma GeoGebra, bem como das listas de exercício. Além disso, foi gravado o encontro síncrono no *Google Meet*, no domínio virtual do *G Suite* da instituição de ensino e dos encontros de monitoria.

O trabalho de análise de todo esse conteúdo extrapolaria o escopo temporal de conclusão da pesquisa, por esse motivo, sem prejuízo dos objetivos traçados, decidiu-se por fazer um recorte e focar a análise nos dados colhidos somente no momento assíncrono das OI 1 e 2, visto que foram as diretamente relacionadas ao uso do vídeo com elementos interativos.

Dessa maneira, foram analisados os registros dos seguintes instrumentos de coleta (Quadro 8):

Foram voluntários para participar da pesquisa 15 estudantes. Para preservar a identidade deles, seus nomes foram substituídos por códigos que vão de **Estudante A** até **Estudante O**.

Não houve registro de acesso ao vídeo por parte dos **Estudantes A, D, G, H, J, M** e **O**.

Os **Estudantes D, J, M** e **O** fizeram a Lista de Exercícios 1, porém, como não houve utilização do vídeo, foco da pesquisa, os protocolos de resolução desses estudantes não foram tratados na análise.

Foram analisados, portanto, os registros de 8 (oito) estudantes: **B, C, E, F, I, K, L** e **N**, que de fato utilizaram o vídeo interativo.

Quadro 8 – Conjunto de elementos interativos no vídeo para orientação e diagnose

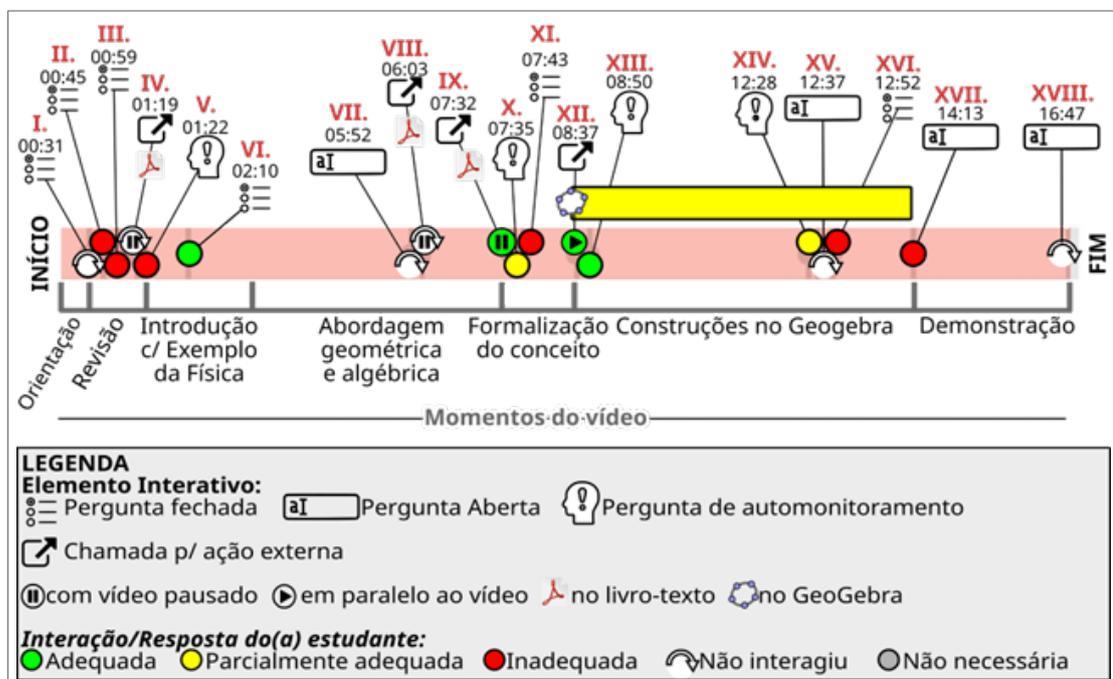
FERRAMENTA DE COLETA	REGISTROS	ANÁLISE
Vídeo com elementos interativos	Registros na plataforma das interações dos estudantes no vídeo	<ul style="list-style-type: none"> • Mapear as interações dos estudantes • Caracterizar o tipo de comportamento de uso do vídeo em termos de utilização (passivo x ativo)
Atividade prática na plataforma GeoGebra	Protocolo de construção dos estudantes	<ul style="list-style-type: none"> • Mapear as interações dos estudantes • Caracterizar o tipo de comportamento de uso do vídeo em termos de utilização (passivo x ativo)
Lista de exercício 1	Protocolos de resolução dos estudantes	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar os conceitos mobilizados pelos estudantes na resolução a situação proposta

Fonte: o autor (2022)

6.1.1 Estudante B

A **Estudante B** acessou o vídeo em 05/10/2020 às 16:00:40. A seguir encontra-se uma “linha do tempo” com as interações da **Estudante B** (Figura 28).

Figura 28 – Interações da "Estudante B"



Fonte: O autor (2020).

Observou-se dos registros da **Estudante B** que ela pulou a pergunta inicial sobre a explicação de como funcionava a plataforma (Interação I).

A estudante não respondeu adequadamente às perguntas iniciais de revisão (Interações II e III) e esperava-se que ela realizasse a ação externa de revisão no livro, mas decidiu pular o momento de leitura (Interação IV) e informou que o faria posteriormente (Interação V).

A estudante respondeu corretamente à pergunta fechada do exemplo inicial sobre projeções no caso da Física (Interação VI), que pedia para interpretar o diagrama apresentado no vídeo (em uma perspectiva geométrica da projeção ortogonal).

Contudo, quando solicitada em seguida que concluísse os cálculos da projeção ortogonal de um vetor e respondesse à pergunta aberta, a estudante pulou a questão (Interação VII). Dessa forma também pulou a leitura complementar que sucedia esse momento do vídeo (Interação VIII), de forma que não foi possível determinar se ela teve dúvidas nesse momento de compreensão sobre projeção ortogonal na perspectiva algébrica do conceito.

Analisando então o protocolo da estudante da lista de exercícios 1 (questões 1 e 2), observou-se que ela não apresentou dificuldades no simples tratamento algébrico, respondendo corretamente a essa primeira parte da lista que trazia questões diretas de cálculo (Figura 29).

Figura 29 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B

$$\vec{u} = (5, 2, 5) \quad \vec{v} \cdot \vec{u} = (2, -1, 2) \cdot (5, 2, 5)$$

$$\vec{v} = (2, -1, 2) \quad \vec{v} \cdot \vec{u} = (10, -2, 10)$$

$$10 - 2 + 10 = 18$$

$$|\vec{u}|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = (5, 2, 5) \cdot (5, 2, 5) = (25, 4, 25)$$

$$= 54$$

$$\text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2} \right) \cdot \vec{u} = \frac{18}{54} \cdot (5, 2, 5) = \left(\frac{90}{54}, \frac{36}{54}, \frac{90}{54} \right) = \left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

$$\text{b) } \text{Proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{18}{(2, -1, 2)^2} \cdot \vec{u} = \frac{18}{4 + 1 + 4} = \frac{18}{9} = 2$$

$$2 \cdot (2, -1, 2) = (4, -2, 4)$$

Fonte: O autor (2020).

No momento de formalização do conceito de projeção, a estudante interagiu acessando o link para fazer a leitura da definição no livro-texto (Interação IX). Contudo,

embora tenha dito que fez a leitura (Interação X), ela aparentemente não compreendeu as condições necessárias para se definir a projeção ortogonal, visto que ao ser perguntada na sequência sobre isso, ela respondeu incorretamente que os dois vetores teriam de ser ortogonais para a projeção existir (Interação XI). Talvez a leitura não tenha sido atenta.

Indícios de leitura menos atenta e de dificuldade de articulação do conceito de projeção ortogonal em termos de interpretação geométrica e algébrica aparecem ao analisar o protocolo da lista de exercícios 1 da estudante nas questões 3 e 4.

A estudante não deixou claro na questão 3 se compreendeu que a resposta seria o vetor nulo. Pareceu, pelo contrário, que ela entendia que seria um escalar (o número zero). Pode ter sido um abuso de linguagem, escrevendo apenas que a projeção era “0”, mas pode ser uma falta de compreensão da natureza vetorial do resultado. Esse erro foi previsto e alertado durante a explicação no vídeo e poderia ter sido evitado pela estudante, se tivesse escrito claramente as coordenadas do vetor nulo (0, 0, 0) (Figura 30).

Figura 30 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B

$$\vec{u} = (x, y, z)$$

$$\vec{v} = (0, -z, y)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x, y, z) \cdot (0, -z, y)$$

$$\cancel{y \cdot z} + \cancel{y \cdot z} = 0$$

$$\text{Proj}_{\vec{v}} \vec{u} = ?$$

$$\text{Proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{0}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot (x, y, z)$$

$$\text{Proj}_{\vec{v}} \vec{u} = 0 \neq \vec{0}$$

Fonte: O autor (2020).

Na questão 4 a estudante concluiu apressadamente e de maneira equivocada que, se o vetor \vec{v} é ortogonal a \vec{w} , então a projeção de \vec{v} na direção de \vec{w} seria o vetor nulo (Figura 31).

Figura 31 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 da Estudante B

Handwritten mathematical work showing vector calculations. The work includes the following expressions:

$$\vec{v} = (4, 6, 3)$$

$$\vec{w} = (2, 1, -2)$$

$$\vec{u} \perp \vec{w} = \dots \rightarrow \text{Proj} = 0$$

Fonte: O autor (2020).

A **Estudante B** atendeu à chamada para ação externa de construção no GeoGebra e informou que estava em condições de realizar a tarefa (Interação XII e XIII). Todavia, ela deve ter tido dificuldades de acompanhar o vídeo e fazer a atividade em paralelo, fato sugerido pela resposta dela à pergunta de automonitoramento: “tive de pausar e voltar o vídeo várias vezes” (Interação XIV).

Talvez por essa dificuldade em realizar a atividade simultaneamente, a estudante pulou a pergunta aberta sobre a construção geométrica e as implicações algébricas (Interação XV) e respondeu incorretamente a pergunta sobre a projeção de um vetor na direção de um vetor ortogonal a ele (Interação XVI).

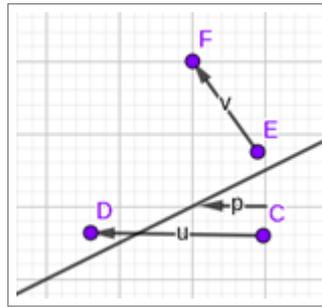
Além disso, ela fez uma observação inapropriada sobre a construção: “*Se diminuímos o tamanho do vetor, mantendo a mesma direção, a projeção aumenta e muda o sentido, se fizermos o contrário (aumentar o vetor, na mesma direção), ela diminui.*” (Interação XVII).

Aparentemente a estudante variou o vetor \vec{v} projetado ou variou também a direção de \vec{u} , quando o vídeo, na realidade, orientou a manter a direção de “u” fixa e variar o tamanho e sentido dele. O intuito era perceber que o tamanho e sentido da projeção não se alterariam, ou seja, o vetor \vec{u} sobre o qual \vec{v} se projetava “só” fornecia a direção do vetor projeção.

Percebe-se do protocolo da aluna que ela realmente não conseguiu fixar a direção do vetor \vec{u} ; não tomou um representante dele sobre uma reta suporte conforme orientado no vídeo. Vê-se na Figura 32 que as extremidades do representante do vetor \vec{u} escolhido pela estudante estão fora da reta suporte da construção.

A **Estudante B** não respondeu à pergunta aberta final de revisão sobre o conteúdo tratado no vídeo; pulou a Interação XVIII.

Figura 32 – Construção da Estudante B no GeoGebra durante o uso do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Pela a análise do Protocolo da Lista de Exercícios do Momento assíncrono, verificou-se que a estudante ao tentar provar a proposição contida na questão Extra da lista utilizou-se apenas de um exemplo numérico (Figura 33), em vez de apresentar uma demonstração para o caso geral.

Figura 33 – Protocolo da Estudante B da Lista de Exercícios 1. Exemplo numérico em vez de demonstração para o caso geral.

Extra: // - racional

$A(1,2)$
 $B(3,1)$
 $C(2,5)$
 $\vec{AB} = (2, -1)$
 $\vec{AC} = (1, 3)$
 $\vec{n} = (1, 2)$

$A = \frac{1}{2} |\vec{AB}| h$
 $A = \frac{1}{2} \cdot |\vec{AC}| \cdot n$
 $A = \frac{1}{2} \cdot 7$
 $A = \frac{7}{2} // \rightarrow \text{Racional}$

$\vec{AC} = |\vec{AC}| \cdot n$
 $\vec{AC} \cdot \vec{n} = (1, 3) \cdot (1, 2)$
 $(1, 6) = 7$

Fonte: O autor (2020).

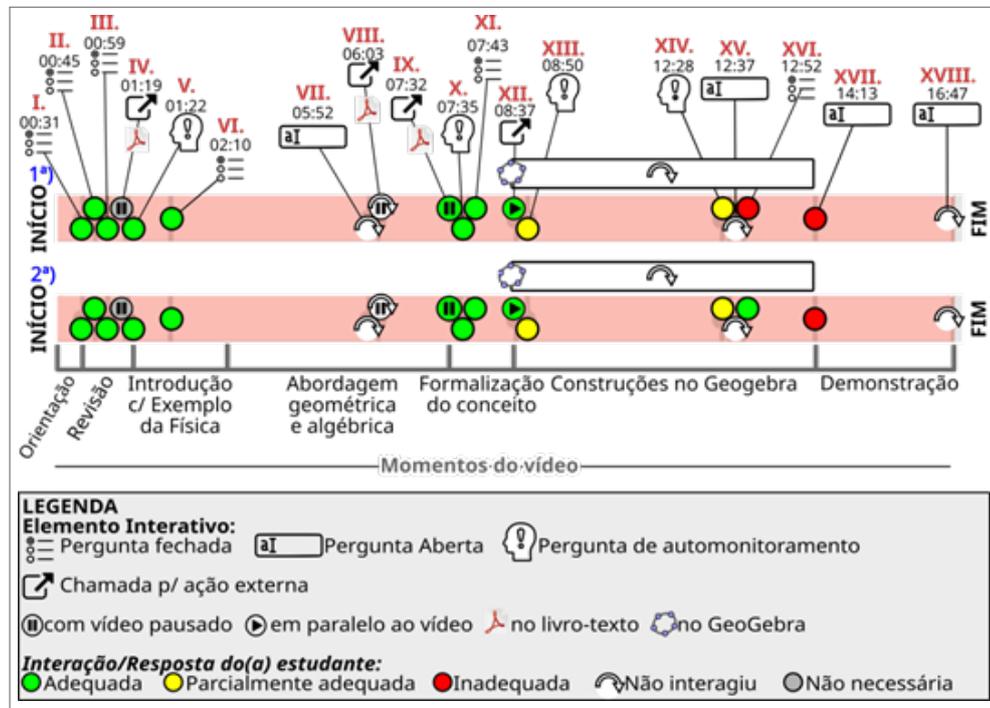
6.1.2 Estudante C

Há dois registros de utilização do vídeo pela **Estudante C**. Um primeiro em 05/10/2020 às 13:59:35 e um segundo em 05/10/2020 às 15:14:49. A Figura 34 apresenta as duas “linhas do tempo” com as interações da **Estudante C**.

Observou-se, pelos registros, que nas duas vezes ela respondeu que entendeu a explicação sobre o uso da plataforma (Interação I - 1ª e 2ª utilizações). Ela respondeu corretamente às perguntas de revisão (Interações II e III- 1ª e 2ª utilizações), de forma que ela não necessitou realizar a ação externa de revisão no livro (Interação IV- 1ª e

2ª utilizações), conforme informou na pergunta de automonitoramento (Interação V - 1ª e 2ª utilizações).

Figura 34 – Interações da "Estudante C" na 1ª e 2ª utilizações do vídeo: diferença na interação XVI.



Fonte: O autor (2020).

Nas duas utilizações, a estudante respondeu corretamente à pergunta fechada do exemplo inicial sobre projeções no caso da Física (Interação VI - 1ª e 2ª utilizações), que pedia para interpretar o diagrama apresentado no vídeo (perspectiva geométrica - 1ª e 2ª utilizações).

Porém, em nenhuma das vezes a estudante respondeu à pergunta aberta de conclusão dos cálculos envolvendo projeção (Interação VII - 1ª e 2ª utilizações). Sendo assim, também não realizou a leitura complementar que se seguia aos cálculos (Interação VIII - 1ª e 2ª utilizações). Não foi possível saber se ela teve dúvidas nesse momento, visto que não deixou registros de tentativa de realização das manipulações algébricas solicitadas.

Para formalização do conceito de projeção, nas duas vezes, a estudante clicou no link e acessou o livro-texto (Interação IX- 1ª e 2ª utilizações), informou que fez a leitura e entendeu a proposição (Interação X - 1ª e 2ª utilizações) e respondeu corretamente quando perguntada sobre a condição necessária para definir a projeção de um vetor na direção de outro: esse último deve ser não-nulo (Interação XI - 1ª e 2ª utilizações).

A primeira diferença notada entre as duas utilizações foi que, na primeira, a estudante clicou no link de chamada para ação externa no GeoGebra (Interação XII - 1ª utilização), embora em seguida tenha informado que preferia “apenas olhar a resolução” (Interação XII e XIII - 1ª utilização).

Realmente, o protocolo de construção no GeoGebra dessa estudante estava em branco. Ela registrou o nome na plataforma, mas não fez nenhuma construção, reafirmando na pergunta posterior de automonitoramento que estava “apenas observando a resolução” (Interação XIV - 1ª utilização).

Na segunda utilização a estudante não clicou para acessar a plataforma de construção (Interação XII - 2ª utilização) e informou nas duas perguntas de automonitoramento que estava apenas observando as construções no vídeo (Interações XIII e XIV - 2ª utilização).

Por estar apenas observando, nas duas vezes, a estudante pulou a pergunta aberta feita sobre construção e a implicação algébrica no valor de θ , quando se tem \vec{u} e \vec{v} ortogonais (Interação XV - 1ª e 2ª utilizações).

Respondeu incorretamente que a projeção de \vec{v} sobre \vec{u} , naquele caso, seria “o próprio vetor v ” (Interação XVI - 1ª utilização). Já na segunda vez, respondeu corretamente que seria “o vetor nulo” (Interação XVI - 2ª utilização). Esse é um indício de que, na primeira vez, a estudante mobilizou novos conceitos entre uma utilização e outra e, na segunda vez, acertou à pergunta quando ela apareceu novamente.

No último momento da atividade no GeoGebra, nas duas vezes, a estudante deu a mesma resposta para a pergunta aberta sobre o que acontece com a projeção de \vec{v} na direção de \vec{u} quando variamos apenas o tamanho e ou sentido de \vec{u} : “a projeção de v sobre u continua sendo um vetor nulo” (Interação XVII - 1ª utilização); “a projeção de v sobre u permanece nula” (Interação XVII - 2ª utilização).

Aparentemente a estudante, por estar apenas observando o vídeo, não percebeu que nesse momento da construção os vetores \vec{u} e \vec{v} não eram mais ortogonais, de forma que a projeção não poderia ser o vetor nulo. Isso pode ser um indício de que, apenas observando o vídeo, mesmo assistindo duas vezes, ela não conseguiu acompanhar a construção ou, simplesmente, não prestou atenção.

Levantamos aqui a hipótese de que, se a aluna estivesse interagindo ativamente, realizando a construção em paralelo ao vídeo, esse “detalhe” sobre a posição relativa de \vec{u} e \vec{v} não tivesse passado despercebido e a estudante teria dado uma resposta

coerente à pergunta.

Analisando o protocolo de resolução da lista, a estudante teve dificuldades nas questões 3 e 4 em traduzir a situação geométrica do enunciado em termos algébricos (Figura 35).

Figura 35 – Protocolo da Estudante C da Lista de Exercícios 1.

3. $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u}$ $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \right) \cdot \vec{v} =$

$\vec{u} = (x; y; z)$

$\vec{v} = (0; -z; y)$

$z, y \neq 0$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \left(\frac{0}{z^2 + y^2} \right) \cdot (0; -z; y)$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = 0 \cdot (0; -z; y)$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = (0; 0; 0)$

vetor nulo?

4. $\text{proj}_{\vec{w}} \vec{v}$ $\text{proj}_{\vec{w}} \vec{v} = \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{w}\|^2} \right) \cdot \vec{w}$

$\vec{v} = (4; 6; 3)$

$\vec{w} = (2; 1; -2)$

$\text{proj}_{\vec{w}} \vec{v} = \left(\frac{0}{9} \right) \cdot (2; 1; -2)$

Fonte: O autor (2020).

Na questão 3, ela ainda demonstrou insegurança em reconhecer a natureza vetorial da projeção ortogonal, deixando a interrogação na sua resposta “vetor nulo?”, embora claramente ela tenha encontrado em sua resposta um vetor com coordenadas (0,0,0). O que pode ter duas possibilidades: ela não tinha certeza do que seria um vetor nulo ou não esperava que a resposta fosse um vetor.

Na questão 4, a estudante não conseguiu determinar um terceiro vetor que atendesse a condição de perpendicularidade ao vetor \vec{w} , para fazer a projeção naquela direção. A estudante assumiu ainda, sem verificar, que o produto escalar do vetor \vec{v} e o vetor \vec{w} era zero, quando não era.

A **Estudante C** não respondeu à pergunta aberta final de revisão sobre o conteúdo tratado no vídeo em nenhuma das utilizações (pulou a Interação XVIII - 1ª e 2ª utilizações).

Pelo Protocolo da Lista de Exercícios do Momento Assíncrono, verificou-se que a estudante utilizou apenas de um exemplo numérico para tentar provar a proposição da questão Extra, não demonstrando para o caso geral (Figura 36). Pode ser um indício de que a estudante não esteve atenta ao alerta dado no último momento do vídeo sobre demonstrações na matemática.

Figura 36 – Protocolo da Estudante C da Lista de Exercícios 1: exemplo numérico em vez de demonstração do caso geral.

Extra: Se $A = (1; 1)$, $B = (5; 2)$
e $C = (4; 3)$, então

$\begin{array}{ c c c } \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c c } \hline 5 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 5 & 2 \\ \hline \end{array}$	$A = \frac{1}{2} \cdot d$
$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$	$A = \frac{1}{2} \cdot 4$
$1 + 4 + 15 - (8 + 3 + 5)$		$A = 2 \text{ u.g.}$
$20 - 16 = 4$		$2 = n^\circ \text{ inteiro}$

Fonte: O autor (2020).

6.1.3 Estudante E

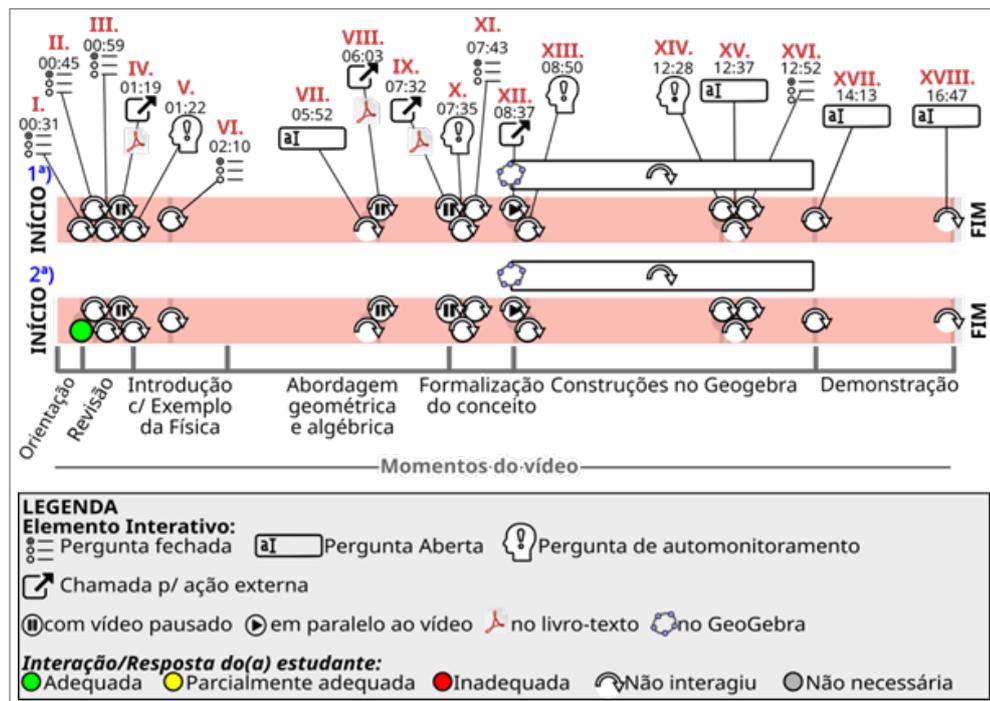
A **Estudante E** acessou por duas vezes o vídeo, em 03/10/2020 às 14:08:05 e em 03/10/2020 às 21:40:13. As linhas do tempo com o mapeamento das interações da estudante encontram-se a seguir (Figura 37).

No primeiro acesso não há registros de respostas com os elementos interativos do vídeo.

No segundo acesso a estudante apenas responde à pergunta inicial de orientação (Interação I), marcando que “Entendeu” como funcionavam os elementos interativos na plataforma. Não houve depois nenhum registro de interação por parte da **Estudante E**, o que indica que ela optou por pular (botão “skip”) todos os outros elementos de interação, podendo ainda ter interrompido a utilização antes de o vídeo finalizar.

A **Estudante E** não entregou a Lista de Exercícios 1.

Figura 37 – Interações da "Estudante E" na 1ª e 2ª utilizações do vídeo: não interagiu com o vídeo.

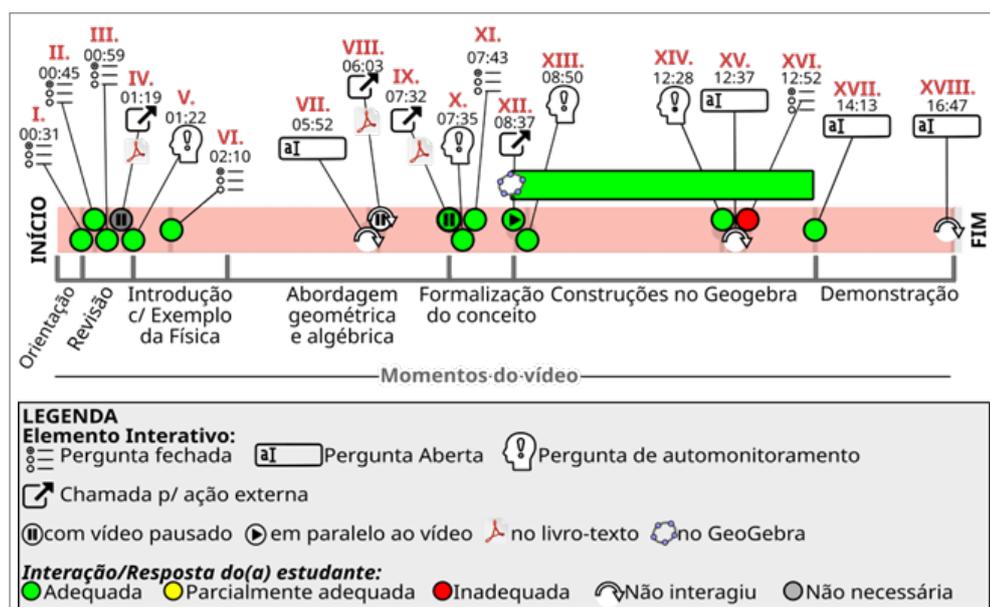


Fonte: O autor (2020).

6.1.4 Estudante F

O **Estudante F** acessou o vídeo em 02/10/2020 às 11:53:39. A linha do tempo com os registros das interações dele encontram-se na Figura 38.

Figura 38 – Interações do "Estudante F".



Fonte: O autor (2020).

Nas interações, o **Estudante F** respondeu que entendeu a orientação sobre o funcionamento da plataforma (Interação I) e respondeu corretamente às perguntas de revisão (Interações II e III). Por isso não foi necessário realizar a ação externa de revisão no livro (Interação IV), como informou na pergunta de automonitoramento (Interação V).

O estudante respondeu corretamente à pergunta fechada do exemplo inicial sobre interpretação geométrica de projeções no caso da Física (Interação VI). Porém, pulou a pergunta aberta para concluir um cálculo (Interação VII) e a leitura complementar sobre o cálculo (Interação VIII). Apenas analisando isso, não seria possível dizer se ele teve dúvidas nesse aspecto algébrico, visto que não deixou registros.

Observando, porém, o protocolo do estudante da lista de exercícios 1, observou-se que ela não teve dificuldades no tratamento algébrico, respondendo corretamente às questões 1 e 2 da lista, que traziam questões diretas de cálculo de projeção e módulo do vetor projeção (Figura 39).

Figura 39 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante F

The image shows handwritten mathematical work on lined paper, divided into two parts labeled 1º and 2º.

1º

a) $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{\vec{w} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{(2, -3, 2) \cdot (5, 2, 5)}{5^2 + 2^2 + 5^2} \cdot (5, 2, 5)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{10 + (-6) + 10}{25 + 4 + 25} \cdot (5, 2, 5)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{14}{54} \cdot (5, 2, 5)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \left(\frac{70}{54}; \frac{28}{54}; \frac{70}{54} \right)$$

$$\boxed{\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3} \right)}$$

b) $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{\vec{w} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{(5, 2, 5) \cdot (2, -3, 2)}{2^2 + (-3)^2 + 2^2} \cdot (2, -3, 2)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{10 + (-6) + 10}{4 + 9 + 4} \cdot (2, -3, 2)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{14}{9} \cdot (2, -3, 2)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \left(\frac{28}{9}; -\frac{42}{9}; \frac{28}{9} \right)$$

$$\boxed{|\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}| = \sqrt{4, -2, 4}}$$

2º

$\vec{v} = (5, 4, -3)$
 $\vec{w} = (0, 3, 0)$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{\vec{w} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{(5, 4, -3) \cdot (0, 3, 0)}{5^2 + 4^2 + 3^2} \cdot (5, 4, -3)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{12}{50} \cdot (5, 4, -3)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \frac{4}{5} \cdot (5, 4, -3)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = \left(0; \frac{16}{5}; 0 \right)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w} = (0, 4, 0)$$

$|\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 0^2}$
 $|\text{proj}_{\vec{v}} \vec{w}| = 4$

Fonte: O autor (2020).

No momento de formalização do conceito de projeção, o estudante clicou no link e

acessou o livro-texto (Interação IX), informou que fez a leitura e entendeu a proposição (Interação X) e respondeu corretamente que a condição necessária para definir a projeção de um vetor na direção de outro é que o vetor direção seja não-nulo (Interação XI).

O **Estudante F** clicou no link para ação externa de construção no GeoGebra (Interação XII) e informou que estava preparado para realizar a tarefa (Interação XIII). Verificou-se, pelo protocolo do aluno no GeoGebra, que ele fez adequadamente a construção (Figura 38). E, pelo que informou na pergunta de automonitoramento, ele não teve dificuldades de acompanhar o vídeo e fazer a atividade em paralelo: “estou conseguindo tranquilamente” (Interação XIV).

Apesar disso, o estudante pulou a pergunta aberta sobre a construção geométrica e as implicações algébricas (Interação XV) e respondeu incorretamente a pergunta sobre a projeção de um vetor na direção de um vetor ortogonal dizendo que o resultado seria “um ponto” (Interação XVI).

Analisando o protocolo de resolução da lista de exercícios, há indícios de que as explicações dadas no estudo com o vídeo interativo nesses exemplos devem ter contribuído para a construção de conhecimento e superação do erro por parte do aluno, visto que, nas questões 3 e 4 da lista de exercícios 1, o estudante mobilizou corretamente esses conceitos.

Isso porque, na questão 3, o estudante escreveu claramente as coordenadas do vetor nulo, “ $(0, 0, 0)$ ”, em sua resposta. O estudante vai além e interpreta o resultado (articulação algébrica e geométrica), escrevendo que isso quer dizer que os vetores da questão são “perpendiculares”(ortogonais entre si), conforme era explicado no vídeo após a pergunta aberta que o estudante pulou (Figura 40).

Na questão 4 o estudante recupera corretamente a condição de ortogonalidade pedida na questão e determina corretamente o vetor projeção na direção pedida. (Figura 41).

Para responder à pergunta aberta com a construção no GeoGebra, verificou-se no protocolo que o estudante fixou corretamente a direção do vetor \vec{u} (sobre uma reta suporte) (Figura 42) e deve ter realizado a manipulação na construção de maneira adequada, pois levantou corretamente a conjectura de que “a projeção p , não depende do tamanho [nem do sentido] do vetor u ” (Interação XVII).

O **Estudante F** não respondeu à pergunta aberta final de revisão sobre o conteúdo

tratado no vídeo (pulou a Interação XVIII).

Pela a análise do Protocolo da Lista de Exercícios 1, verificou-se que o estudante apresentou uma tentativa de demonstração para o caso geral da proposição da questão Extra (Figura 43) e não apenas um exemplo numérico. Esse alerta sobre demonstrações na matemática estava tratado na última parte do vídeo, o que sugere que o estudante acompanhou atentamente.

Figura 40 – Trecho da resolução da lista de exercício 3 da Estudante F

3º $\vec{u} = (x, y, z)$
 $\vec{v} = (0, -z, y)$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{(x, y, z) \cdot (0, -z, y)}{0^2 + (-z)^2 + y^2} \cdot (0, -z, y)$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{0 + (-yz) + yz}{z^2 + y^2} \cdot (0, -z, y)$$

$$\boxed{\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = (0, 0, 0)}$$

pois \vec{u} e \vec{v} são perpendiculares

Fonte: O autor (2020).

Figura 41 – Trecho da resolução da lista de exercício 4 da Estudante F

4º $\vec{v} = (4, 6, 3)$
 $\vec{v} = ?$
 $\vec{u} = (1, 2, 2)$

$$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \cdot \vec{u}$$

$$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{(4, 6, 3) \cdot (1, 2, 2)}{1^2 + 2^2 + 2^2} \cdot (1, 2, 2)$$

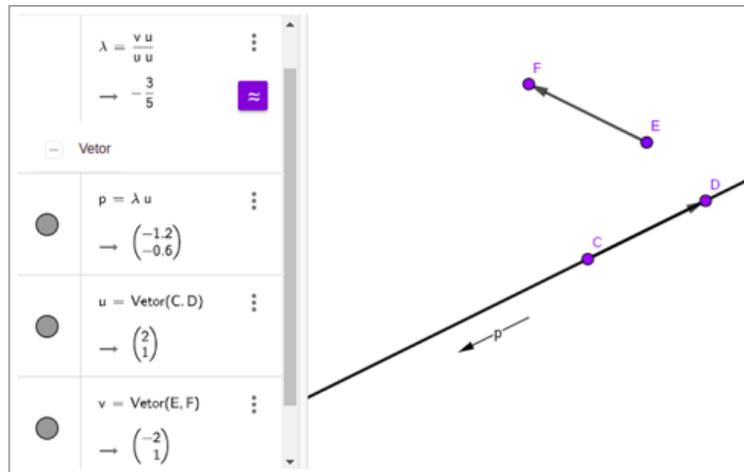
$$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{4 + 12 + 6}{9} \cdot (1, 2, 2)$$

$$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{22}{9} \cdot (1, 2, 2)$$

$$\boxed{\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \left(\frac{22}{9}; \frac{44}{9}; \frac{44}{9} \right)}$$

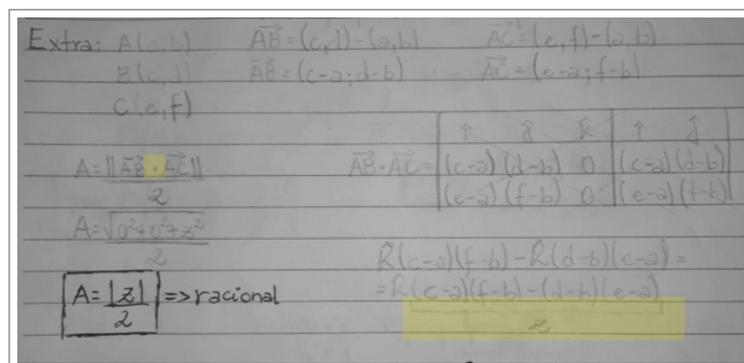
Fonte: O autor (2020).

Figura 42 – Construção do Estudante F no GeoGebra durante o uso do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 43 – Protocolo do Estudante F da Lista de Exercícios 1 - tentativa de demonstração do caso geral.



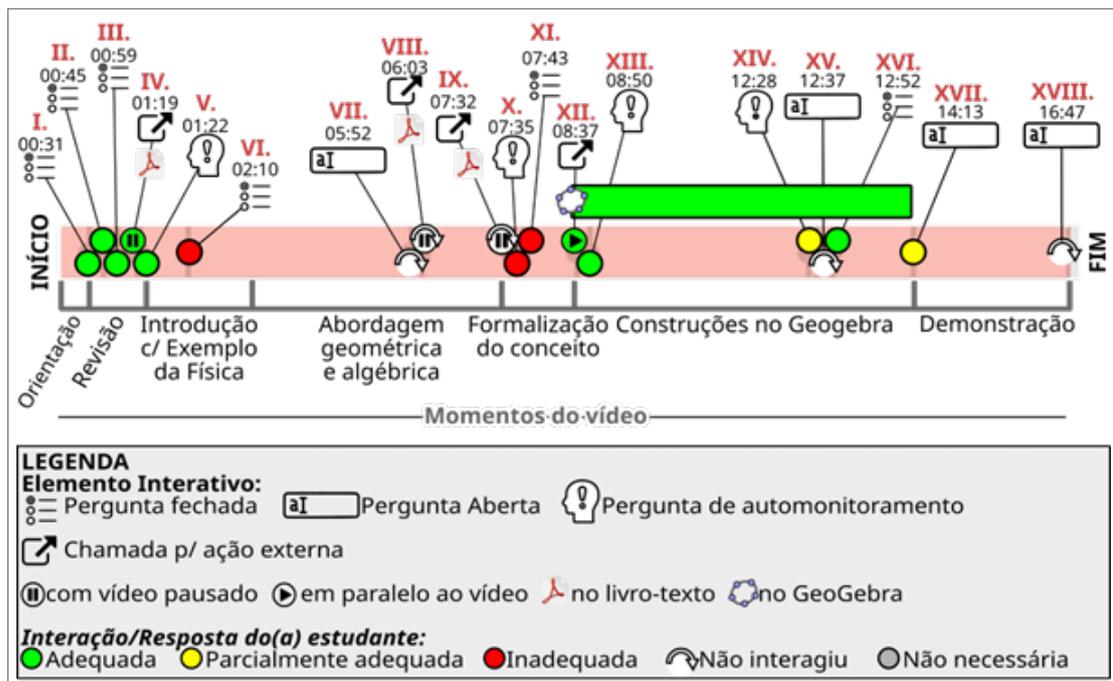
Fonte: O autor (2020).

6.1.5 Estudante I

O **Estudante I** utilizou o vídeo em 04/10/2020 às 17:46:16. A linha do tempo com os registros das interações dele encontram-se na Figura 44.

Observou-se que ele informou que entendeu o funcionamento da plataforma (Interação I), além de ter respondido corretamente às perguntas de revisão (Interações II e III). Mesmo que aparentemente não fosse necessário, o estudante clicou no link de chamada para ação externa no livro (Interação IV), e informou que revisou o conteúdo (Interação V).

Figura 44 – Interações do "Estudante I".



Fonte: O autor (2020).

O **Estudante I** respondeu parcialmente certo à pergunta fechada do exemplo inicial sobre projeções no caso da Física (Interação VI). Isto porque, observou apenas uma parte do aspecto geométrico do diagrama mostrado no vídeo, respondendo que “os dois vetores componentes são ortogonais entre si”. Ele não notou que “a soma dos dois vetores componentes é igual ao vetor f ”, talvez não mobilizando o conceito de soma de vetores na perspectiva geométrica. Nesse momento, ele também não fez articulação com as implicações algébricas da sua resposta e não percebeu que se os vetores são ortogonais, “o produto escalar entre os vetores componentes é igual a zero”, apesar de ter revisado isso instantes antes. A resposta esperada seria “todas as afirmativas estão corretas”.

O **Estudante I** não respondeu à pergunta aberta que pedia para concluir os cálculos de projeção (Interação VII) e não realizou a leitura complementar posterior aos cálculos recomendada em caso de dúvidas (Interação VIII). Na realidade, não foi possível dizer se ele teve dúvidas nessa parte, visto que não deixou registros.

Pela análise do protocolo da lista de exercícios, o estudante não demonstrou dificuldades na manipulação algébrica direta com exemplos numéricos nas questões 1 e 2 (Figura 45)

Na resolução da questão 3 (Figura 46), destaca-se que o **Estudante I** escreveu

claramente as coordenadas (0, 0, 0) do vetor projeção, o que sugere que compreendeu a natureza vetorial do resultado. Contudo, ele recorreu a um exemplo numérico para resolver o caso algébrico que era dado em termos de coordenadas quaisquer (variáveis).

Figura 45 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante I

$$\text{a) } \text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{(2, -1, 2) \cdot (5, 2, 5)}{(5, 2, 5) \cdot (5, 2, 5)} \cdot (5, 2, 5)$$

$$\frac{(18)}{54} \cdot (5, 2, 5)$$

$$\frac{1}{3} \cdot (5, 2, 5) = \left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\text{Proj. } \vec{u} \vec{v} = \left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\text{b) } \text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{(5, 2, 5) \cdot (2, -1, 2)}{(2, -1, 2) \cdot (2, -1, 2)} \cdot (2, -1, 2)$$

$$\frac{(18)}{9} \cdot (2, -1, 2)$$

$$2 \cdot (2, -1, 2) = (4, -2, 4)$$

$$\text{Proj. } \vec{u} \vec{v} = (4, -2, 4)$$

$$\text{2) A norma da projeção de } \vec{v} = (5, 4, -3) \text{ sobre } \vec{z} = (0, 3, 0)$$

$$\frac{(5, 4, -3) \cdot (0, 3, 0)}{(0, 3, 0) \cdot (0, 3, 0)} \cdot (0, 3, 0)$$

$$\frac{(0+12+0)}{0+9+0} \cdot (0, 3, 0)$$

$$\frac{12}{9} \cdot (0, 3, 0)$$

$$\frac{4}{3} \cdot (0, 3, 0) = (0, 4, 0)$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 0^2} \quad \eta = \sqrt{16} \quad \eta = 4$$

Fonte: O autor (2020).

Figura 46 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante I - dependência de uso de exemplos numéricos.

$$\text{3) A projeção de } \vec{u} = (x, y, z) \text{ sobre o vetor } \vec{v} = (0, -3, 2),$$

$$\text{com } x, y \text{ e } z \text{ reais e } z, y \neq 0 \text{ e:}$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v} = \frac{(1, 2, 3) \cdot (0, -3, 2)}{(0, -3, 2) \cdot (0, -3, 2)} \cdot (0, -3, 2)$$

$$\frac{(0 - 6 + 6)}{0 + 9 + 4} \cdot (0, -3, 2) = \frac{0}{13} \cdot (0, -3, 2) = (0, 0, 0)$$

Fonte: O autor (2020).

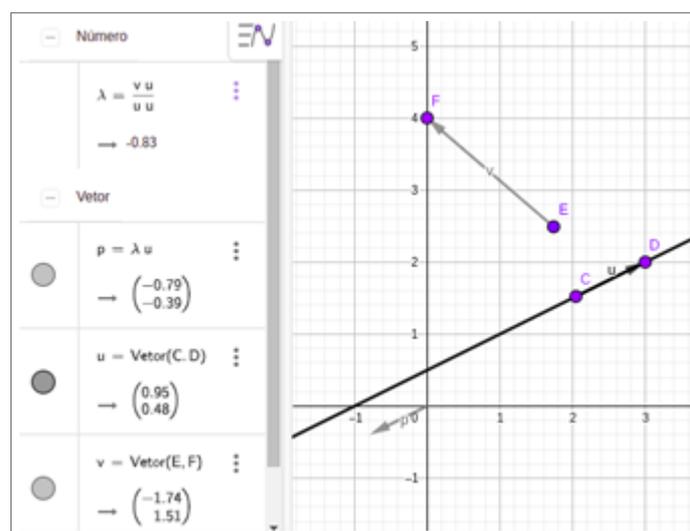
O estudante já havia demonstrado essa dificuldade de considerar o tratamento algébrico mais abstrato. Isso porque, quando na etapa de formalização do conceito de projeção, o estudante pulou a chamada para ação externa de leitura complementar no livro-texto (Interação IX) e informou que faria a leitura depois (Interação X). Isso deve ter sido a causa de o estudante ter respondido incorretamente que o vetor projeção “sempre existe”, quando na verdade ele só está definido na direção de um vetor não-nulo (Interação XI). Parece sugerir um apego, por parte desse aluno, apenas aos procedimentos puramente operatórios.

Na chamada para ação externa no GeoGebra, o estudante clicou no link (Interação XII) e informou que estava em condições de iniciar a atividade (Interação XIII). O protocolo de construção mostrou que o estudante realizou a atividade de construção adequadamente, embora ele tenha afirmado que teve de “pausar e voltar o vídeo várias vezes” (Interação XIV). Isso sugere uma dificuldade em assistir ao vídeo e realizar a construção em paralelo.

O estudante pulou a pergunta aberta feita sobre a implicação algébrica de uma construção geométrica tratada na construção (Interação XV), mas respondeu, corretamente, a pergunta fechada realizada em seguida sobre o mesmo caso (Interação XVI).

Na última etapa da atividade de construção no GeoGebra, observou-se no protocolo do estudante ele utilizou a reta suporte para manter fixa a direção do vetor \vec{u} (Figura 47). Deve ter feito adequadamente as variações sugeridas, conforme o vídeo, no módulo e no sentido, pois observou corretamente que “não acontece nada” com o vetor projeção. A hipótese, porém, levantada pelo estudante foi pouco adequada, julgando que isso acontecia porque os vetores eram “independentes um do outro” (Interação XVII). Faltou um pouco de rigor matemático, visto que não deixou claro o que quis dizer por “independentes”. Na verdade, a conjectura que se esperava que fosse feita era de que a projeção “dependia” apenas da direção de \vec{u} , o que foi demonstrado depois no vídeo.

Figura 47 – Construção do Estudante I no GeoGebra durante o uso do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

O **Estudante I** não respondeu à pergunta aberta de revisão final sobre o conteúdo tratado no vídeo (Interação XVIII - 1ª e 2ª utilizações). Pelo Protocolo da Lista de Exercícios do Momento Assíncrono, verificou-se que o **Estudante I**, tentou provar a proposição da questão Extra dando apenas um exemplo numérico (Figura 48). Parece ser um indício de que o estudante não esteve atento ao alerta dado no último momento do vídeo acerca de que uma demonstração deve ser feita para o caso geral.

Figura 48 – Protocolo do Estudante I da Lista de Exercícios 1: exemplo numérico em vez de demonstração do caso geral.

Extra:

Quando as coordenadas dos vértices são todos números inteiros, o resultado da matriz também será um número inteiro, e ao aplicá-lo na fórmula de que $A = \frac{1 \cdot |d|}{2}$, o resultado também dará um número racional.

Exemplo: $(6,7)$, $(4,3)$ e $(1,5)$

$$\begin{vmatrix} 6 & 7 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix} = d$$

$$3 - 30 - 28 + 18 + 7 + 20$$

$$- 61 + 45$$

$$- 16 = d$$

$$A = \frac{1 \cdot |d|}{2} \quad A = \frac{16}{2} \quad A = 8$$

Fonte: O autor (2020).

6.1.6 Estudante K

A **Estudante K** realizou apenas um acesso e não houve nenhum registro de resposta aos elementos interativos, exceto no elemento interativo 12 (chamada para ação de acesso ao GeoGebra), para o qual consta que a estudante acessou o link. Contudo, na plataforma GeoGebra o status era de “Task not yet started”, ou seja, a estudante não chegou a iniciar a construção matemática proposta naquela plataforma. Isso sugere que a **Estudante K** interrompeu a utilização do vídeo no momento da atividade externa ou optou por pular (botão “skip”) as demais interações.

Da análise do protocolo de resolução da lista de exercícios da **Estudante K**, observou-

se que ela não teve dificuldades nas questões meramente de cálculo algébrico envolvendo projeção ortogonal (questões 1 e 2).

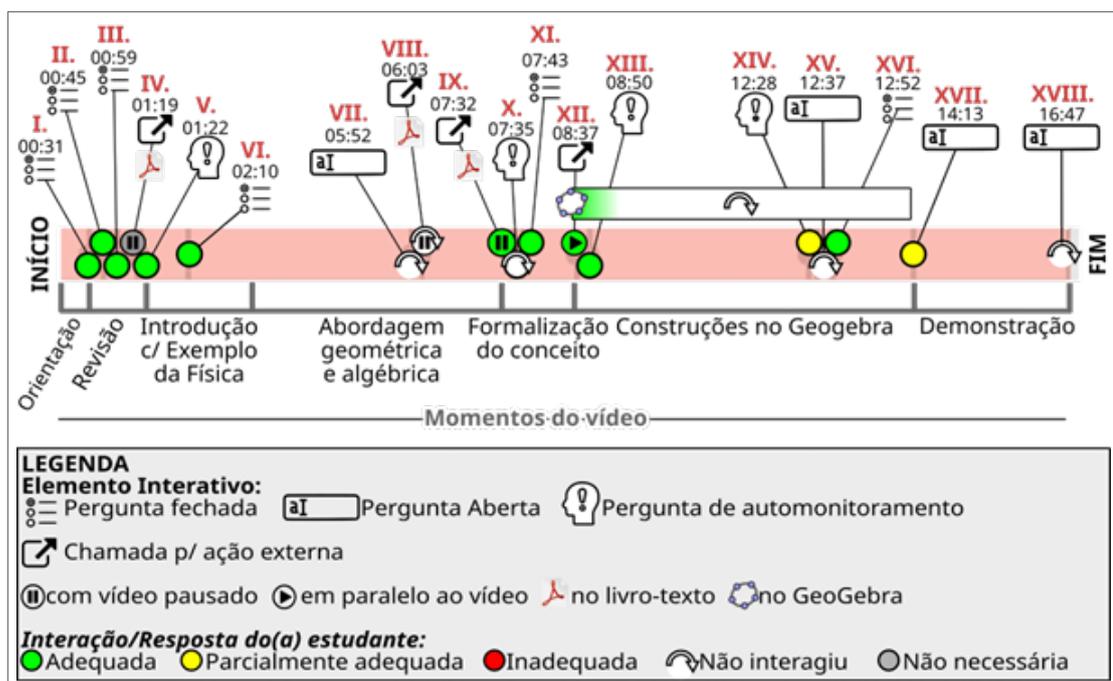
Contudo, nas questões 3 e 4, há indícios de que não compreendeu a natureza vetorial da projeção, levando a crer que a projeção resultaria no escalar “zero”.

A estudante não apresentou uma demonstração para a questão extra proposta na lista de exercícios.

6.1.7 Estudante L

Há um registro de utilização do vídeo pelo **Estudante L** no dia 04/10/2020 às 13:28:04. A “linha do tempo” com as interações desse estudante encontra-se a seguir (Figura 49).

Figura 49 – Interações do “Estudante L”.



Fonte: O autor (2020).

Verificou-se que o **Estudante L** informou ter entendido como seria o funcionamento dos elementos interativos ao longo do vídeo (Interação I). Ele respondeu corretamente às perguntas de revisão (Interações II e III), de tal maneira que não necessitou realizar a ação externa de revisão no livro (Interação IV), segundo ele afirmou na pergunta de automonitoramento (Interação V).

O **Estudante L** interpretou corretamente o diagrama apresentado no vídeo na parte

de introdução com um exemplo da Física (Interação VI). Contudo, não realizou o cálculo, na pergunta aberta, para obter uma expressão algébrica da projeção ortogonal (Interação VII).

O **Estudante L** também não realizou a leitura complementar, sugerida em caso de dúvida, após os cálculos (Interação VIII). Como ele não deixou registros de tentativa de realização dos cálculos, não foi possível saber se ela teve dúvidas nesse momento.

Pelo protocolo de resolução da Lista de Exercícios 1, percebe-se que o **Estudante L** não apresentou dificuldades na manipulação algébrica direta do cálculo de projeção (Figura 50).

Figura 50 – Parte do protocolo do Estudante L - manipulação algébrica direta.

1- $\vec{u} = (5, 2, 5)$ e $\vec{v} = (2, -1, 2)$

a) $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \vec{v} = \frac{(5, 2, 5) \cdot (2, -1, 2)}{2^2 + (-1)^2 + 2^2} (2, -1, 2) = \frac{10 - 2 + 10}{9} (2, -1, 2) = \frac{18}{9} (2, -1, 2) = 2(2, -1, 2) = (4, -2, 4)$

b) $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \vec{u} = \frac{(2, -1, 2) \cdot (5, 2, 5)}{5^2 + 2^2 + 5^2} (5, 2, 5) = \frac{10 - 2 + 10}{54} (5, 2, 5) = \frac{18}{54} (5, 2, 5) = \frac{1}{3} (5, 2, 5) = \left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

2- $\vec{v} = (5, 4, -3)$ e $\vec{u} = (0, 3, 0)$

$\vec{v} \cdot \vec{u} = (5, 4, -3) \cdot (0, 3, 0) = 12$

$\|\vec{u}\|^2 = 0^2 + 3^2 + 0^2 = 9$

$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{12}{9} (0, 3, 0) = \frac{4}{3} (0, 3, 0) = (0, 4, 0)$

$\|\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}\| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$

Fonte: O autor (2020).

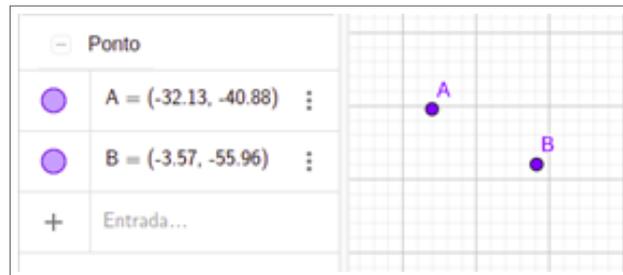
Na parte do vídeo de formalização do conceito de projeção, o **Estudante L** clicou no link e acessou o livro-texto (Interação IX- 1ª e 2ª utilizações), mas não informou, na

pergunta de automonitoramento, se havia lido e compreendido a proposição (pulou a Interação X). De toda forma, ele respondeu corretamente à pergunta sobre a condição necessária para se definir o vetor projeção. (Interação XI).

O **Estudante L** acessou o link de chamada para ação externa no GeoGebra (Interação XII) e informou que estava pronto para realizar a atividade (Interação XIII).

Verificou-se, porém, no protocolo de construção, que ele marcou apenas os dois primeiros pontos e interrompeu a tarefa logo no início (Figura 51), informando depois que estava “apenas observando a resolução” (Interação XIV). Isso pode indicar que o estudante enfrentou alguma dificuldade de realizar a construção ou de fazer em simultâneo ao vídeo e desistiu da tarefa, passando a apenas assistir.

Figura 51 – Protocolo de construção do Estudante L - interação interrompida no início.



Fonte: O autor (2020).

O **Estudante L** pulou a pergunta aberta feita sobre \vec{u} e \vec{v} ortogonais e a implicação algébrica no valor de λ (Interação XV), mas respondeu corretamente que a projeção de \vec{v} sobre \vec{u} , nesse caso, seria o “vetor nulo” (Interação XVI).

Analisando o protocolo da resolução da lista de exercícios, o **Estudante L** não teve dificuldade nas questões 3 e 4 (Figura 52).

Perguntado sobre o que acontece com a projeção de \vec{v} na direção de \vec{u} quando se mantém a direção e varia-se o tamanho ou sentido de \vec{u} , o **Estudante L** afirmou que “o vetor **projetado continua o mesmo**” (grifo nosso).

Provavelmente, ele quis dizer que o vetor “projeção” continuava o mesmo, tendo apenas se equivocado com a nomenclatura. Ele não apresentou nenhuma hipótese para essa observação (Interação XVII). Em todo caso, percebeu-se que o estudante esteve atento à construção ao longo do vídeo.

O **Estudante L** não respondeu à pergunta aberta de revisão final sobre o conteúdo estudado no vídeo (pulou a Interação XVIII).

Pelo Protocolo da Lista de Exercícios do Momento Assíncrono, verificou-se que

a estudante não realizou a demonstração da questão Extra; deixou a resolução em branco.

Figura 52 – Protocolo de resolução dos Estudante L

3 - $\vec{u} = (x, y, z)$ e $\vec{v} = (0, -2, y)$
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = (x, y, z) \cdot (0, -2, y) = -y2 + zy = 0 //$
 $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{0}{\|\vec{v}\|^2} \cdot (0, -2, y) = \boxed{(0, 0, 0)}$

4 - $\vec{u} = (4, 6, 3)$ sobre um vetor perpendicular a $\vec{v} = (2, 1, -2)$
 $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -12\hat{i} + 6\hat{j} + 4\hat{k} - (3\hat{i} - 8\hat{j} + 12\hat{k})$
 $-15\hat{i} + 14\hat{j} - 8\hat{k} \rightarrow \vec{w} = (-15, 14, -8)$
 $\vec{u} \cdot \vec{w} = (4, 6, 3) \cdot (-15, 14, -8) = -60 + 84 - 24 = 0$
 $\text{proj}_{\vec{w}} \vec{u} = \frac{0}{\|\vec{w}\|^2} \cdot (-15, 14, -8) = \boxed{(0, 0, 0)}$

Fonte: O autor (2020).

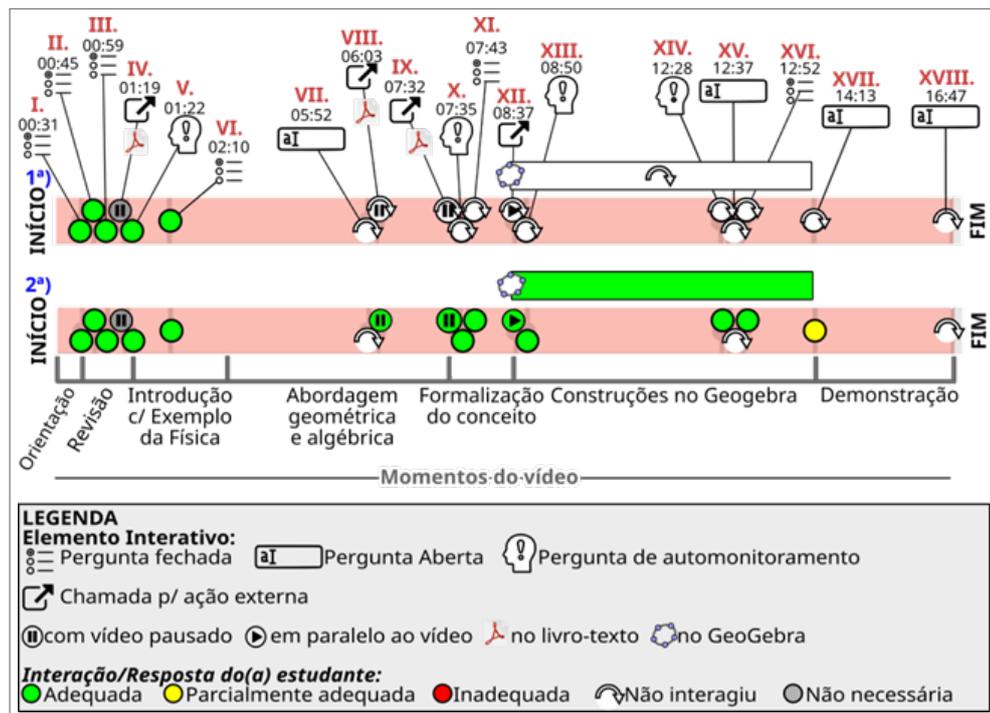
6.1.8 Estudante N

O **Estudante N** acessou o vídeo em 05/10/2020 às 20:19:48 UTC e em 06/10/2020 às 00:21:00 UTC. As linhas do tempo com as interações do estudante encontram-se a seguir (Figura 53).

Na primeira utilização, há registros de interação do estudante nos Elementos I a VI, após esse momento (2 minutos de vídeo) não há registros de respostas. Isso sugere que, logo que o estudo do conteúdo da aula começou (o Elemento VI era o primeiro elemento após o momento de revisão no vídeo), o estudante decidiu apenas assistir ao vídeo e pulou (“skip”) as demais interações. Uma outra possibilidade é que ele tenha interrompido a reprodução nesse ponto.

Na segunda utilização, algumas horas depois de ter acessado o vídeo pela primeira vez, o **Estudante N** adotou um comportamento de utilização diferente, interagindo ao longo de todo o vídeo, embora tenha pulado quase todas as perguntas abertas.

Figura 53 – Interações do “Estudante N” durante a 1ª e 2ª utilizações do vídeo



Fonte: O autor (2020).

Analisando a segunda utilização do vídeo, verificou-se que o **Estudante N** respondeu que entendeu o funcionamento da plataforma (Interação I - 2ª utilização) e respondeu corretamente às perguntas de revisão (Interações II e III - 2ª utilização). Dessa maneira, não era necessário realizar a ação externa de revisão no livro (Interação IV - 2ª utilização), como ele informou na pergunta de automonitoramento (Interação V - 2ª utilização).

O **Estudante N** respondeu corretamente à pergunta fechada do exemplo inicial sobre projeções na Física (Interação VI - 2ª utilização). Ele, no entanto, pulou a pergunta aberta de conclusão do cálculo da expressão algébrica da projeção (Interação VII - 2ª utilização).

O **Estudante N** clicou no link para acessar o livro e realizar a ação externa de leitura complementar sobre a operação algébrica anterior (Interação VIII - 2ª utilização), provavelmente o estudante por ter tido dúvida nesse momento.

Observando o protocolo do **Estudante N** da lista de exercícios 1, observou-se que ele não teve dificuldades no tratamento algébrico, respondendo corretamente às questões 1 e 2 da lista, envolvendo cálculo direto de projeção e módulo do vetor projeção (Figura 54).

Figura 54 – Trecho da resolução da lista de exercício 1 do Estudante N

1-a $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \cdot \vec{u}$ / $(\vec{v} \cdot \vec{u}) = (2, -1, 2) \cdot (5, 2, 5)$
 $(\vec{v} \cdot \vec{u}) = (10 + (-2) + 10) = 18$
 $\|\vec{u}\|^2 = (25 + 4 + 25) = 54$
 $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{18}{54} \cdot (5, 2, 5) \Rightarrow \left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

1-b $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$ / $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (5, 2, 5) \cdot (2, -1, 2)$
 $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (10 + (-2) + 10) = 18$
 $\|\vec{v}\|^2 = (4 + 1 + 4) = 9$
 $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{18}{9} \cdot (2, -1, 2)$
 $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = 2 \cdot (2, -1, 2)$
 $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = (4, -2, 4)$

Fonte: O autor (2020).

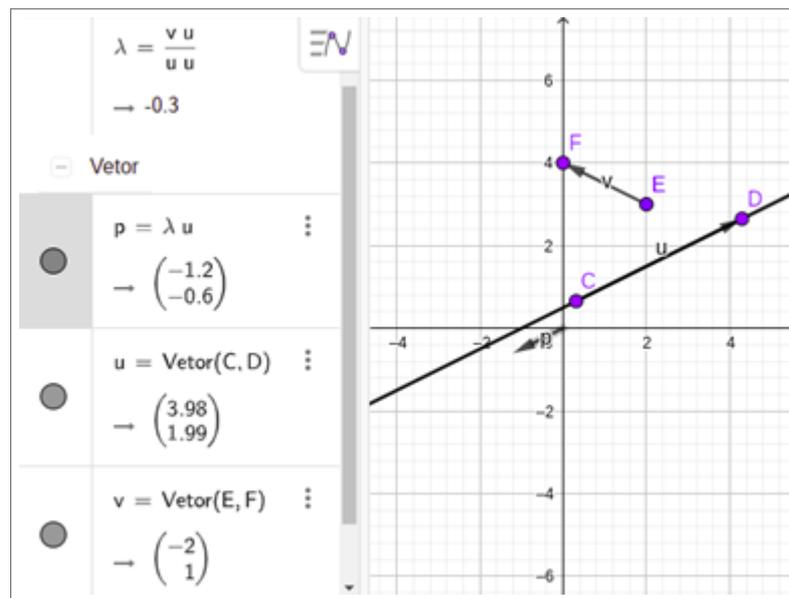
Na etapa do vídeo de formalização do conceito de projeção, o **Estudante N** clicou no link e acessou o livro-texto (Interação IX), informou que fez a leitura e entendeu a proposição (Interação X) e respondeu corretamente acerca da condição necessária para definir a projeção de um vetor na direção de outro (Interação XI).

O **Estudante N** clicou no link para ação externa de construção no GeoGebra (Interação XII) e informou que estava pronto para realizar a tarefa (Interação XIII - 2ª utilização). O protocolo no GeoGebra mostrou que ele fez adequadamente a construção (Figura 55), embora tenha dito que teve de “pausar e voltar o vídeo várias vezes” (Interação XIV - 2ª utilização).

O **Estudante N** pulou a pergunta aberta sobre uma situação na construção em que \vec{v} e \vec{u} eram ortogonais e as implicações algébricas em termos do λ na expressão da projeção ortogonal (Interação XV - 2ª utilização), mas reconheceu corretamente que, nesse caso, a projeção seria o vetor nulo (Interação XVI - 2ª utilização).

Na análise do protocolo de resolução da lista de exercícios, o Estudante não deixou claro, porém que compreendeu a natureza vetorial da resposta na questão 3; não se sabe se foi um abuso de linguagem e escreve “0” querendo dizer o vetor nulo, ou se ele não reconheceu que a resposta seria o vetor (0,0,0). Já na questão 4 ele não teve dificuldades em determinar o vetor direção solicitado. (Figura 56)

Figura 55 – Construção do Estudante N no GeoGebra durante o uso do vídeo.



Fonte: O autor (2020).

Figura 56 – Protocolo de resolução da lista de exercício do Estudante N

3. $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$ | $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (x, y, z) \cdot (0, -2, y)$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{0}{\|z+y\|^2} (0, -2, y)$ | $\vec{v} \cdot \vec{v} = (0 + z^2 + y^2) = z^2 + y^2$

$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = 0$

4. $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \cdot \vec{u}$ | $(\vec{v} \cdot \vec{u}) = 0$

$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{59}{65} = (2, 6, 5)$ | $(2, 1, -2) \cdot (x, y, z) = 0$

$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \left(\frac{118}{65}, \frac{354}{65}, \frac{295}{65} \right)$ | $(2x + 1y - 2z) = 0$

$\vec{u} = (2, 6, 5)$ | $(2 \cdot 2 + 6 + (-2) \cdot 5) = 0$

$(\vec{v} \cdot \vec{u}) = (4, 6, 3) \cdot (2, 6, 5) = (8, 36, 15)$

$\|\vec{u}\|^2 = (4 + 36 + 25) = 65$

Fonte: O autor (2020).

Na pergunta aberta de exploração com a construção no GeoGebra, o protocolo mostrou que o estudante fixou corretamente a direção do vetor \vec{u} (sobre uma reta

suporte) (Figura 55) e observou corretamente que, mesmo variando o módulo ou sentido de \vec{u} , a projeção “p” continuou a mesma. Todavia, o estudante não conseguiu fazer uma conjectura, informando que não conseguiu “achar uma explicação lógica ou matemática” (Interação XVII - 2ª utilização).

O **Estudante N** não respondeu à pergunta aberta de revisão ao final do vídeo (pulou a Interação XVIII - 2ª utilização).

O **Estudante N** não realizou a questão Extra de demonstração na lista de exercícios 1.

6.2 RESULTADOS

Em termos de adesão à proposta de uso do vídeo com elementos interativos, há uma aparente resistência dos estudantes, visto que 46,67%, quase metade dos voluntários (7 estudantes), sequer acessaram o vídeo. Se forem somados a esse número os estudantes que apenas assistiram ao vídeo sem realizar as interações, o percentual de alunos que não aderiram a proposta atinge 60% (9 estudantes) (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Percentual de utilização do vídeo com os recursos interativos



Fonte: O autor (2020).

Pode-se interpretar esse resultado como uma preferência desses estudantes pelo estudo na perspectiva meramente transmissiva: apenas assistindo a aula ou apenas resolvendo aos exercícios. Isto porque quase 70% dos estudantes que não utiliza-

ram o vídeo ou não utilizaram com as interações (6 voluntários) realizaram a lista de exercícios.

Esses estudantes não deixaram de estudar, mas optaram por não estudar utilizando o recurso de vídeo com interações, em um indício, conforme verificado por Karrer e Oliveira (2018), de estarem acostumados a atividades apenas procedimentais.

Em termos do **mapeamento dos registros** das interações dos estudantes que utilizaram o vídeo, foram observados comportamentos desde passivos, ativos e até construtivos, na perspectiva de classificação de Dodson et al. (2018). Esse mapeamento encontra-se resumido no Quadro 9.

Quadro 9 – Mapeamento dos comportamentos dos estudantes na utilização do vídeo

Comportamento	Mapeamento de Dodson et al. (2018)	Observado na Pesquisa	Estudantes
Passivo	Reproduzir conteúdo de vídeo	Reproduzir o conteúdo do vídeo pulando os elementos interativos	<ul style="list-style-type: none"> Estudante E (duas utilizações), Estudante K Estudante N (1ª utilização)
Ativo	Pausar o vídeo para refletir	O vídeo é pausado (forçosamente) por um elemento do tipo pergunta, o aluno reflete e responde à pergunta (indicando que refletiu sobre aquilo que foi perguntado no vídeo)	<ul style="list-style-type: none"> Estudante B (duas utilizações), Estudante C Estudante F Estudante I Estudante L Estudante N (2ª utilização)
	Voltar o vídeo para assistir novamente a conteúdo específico	Estudante informa que teve de pausar o vídeo e voltar várias vezes durante a construção	<ul style="list-style-type: none"> Estudante B Estudante I Estudante N (2ª utilização)
Construtivos	Fazer conexões entre objetos de aprendizagem	Estudante faz a leitura complementar no livro e responde a uma pergunta no vídeo	<ul style="list-style-type: none"> Estudante B Estudante C Estudante F Estudante I Estudante L Estudante N (2ª utilização)
		Estudante faz a construção no software de geometria dinâmica (GeoGebra) em paralelo ao vídeo.	<ul style="list-style-type: none"> Estudante B Estudante F Estudante I Estudante N (2ª utilização)

Fonte: o autor (2022)

Cabe ressaltar que os estudantes podem ter adotados comportamentos que não estão listados no quadro citado. Isso porque a plataforma era limitada em termos de registro das interações: apenas as interações com os elementos inseridos ficavam gravadas.

Existem outras plataformas¹ que oferecem maior nível de detalhamento dos registros como, por exemplo, todos os momentos em que o estudante pausou o vídeo, todos os pontos em que retrocedeu a reprodução ou quanto tempo de fato utilizou o vídeo.

Há ainda as que oferecem recursos mais avançados que teoricamente permitem a adoção de outros tipos de comportamentos como marcar alguma parte do vídeo para consultar facilmente depois, deixar comentários ou ainda de comunicação, cooperação ou colaboração entre os estudantes durante a utilização do vídeo.

O que se ressalta aqui é que nada impede que os alunos tenham adotado esse outros comportamentos sem o intermédio da plataforma utilizada, mas que não puderam ser mapeados, por não se ter esses registros.

Infelizmente uma plataforma com mais recursos não estava disponível a um custo acessível. Sendo assim, optou-se, nessa pesquisa, pelo uso de uma plataforma que era gratuita.

Em termos de **comportamentos**, observados a partir do mapeamento das interações dos estudantes, houve indícios de três categorias de tipos característicos de utilização do vídeo:

- Utilização apenas passiva:
 - **Estudante E** (1^a e 2^a utilizações) e a **Estudante K**: apenas assistiram ao vídeo sem interagirem com os elementos (pularam).
- Utilização inicialmente passiva, seguida de utilização ativa:
 - **Estudante N**: interagiu apenas nos 2 primeiros minutos do vídeo na 1^a utilização, pulando os demais elementos, mas na 2^a utilização interagiu ao longo de todo o vídeo.
- Utilização ativa:
 - **Estudante B**, **Estudante C** (1^a e 2^a utilizações), **Estudante F**, **Estudante I** e **Estudante L**.

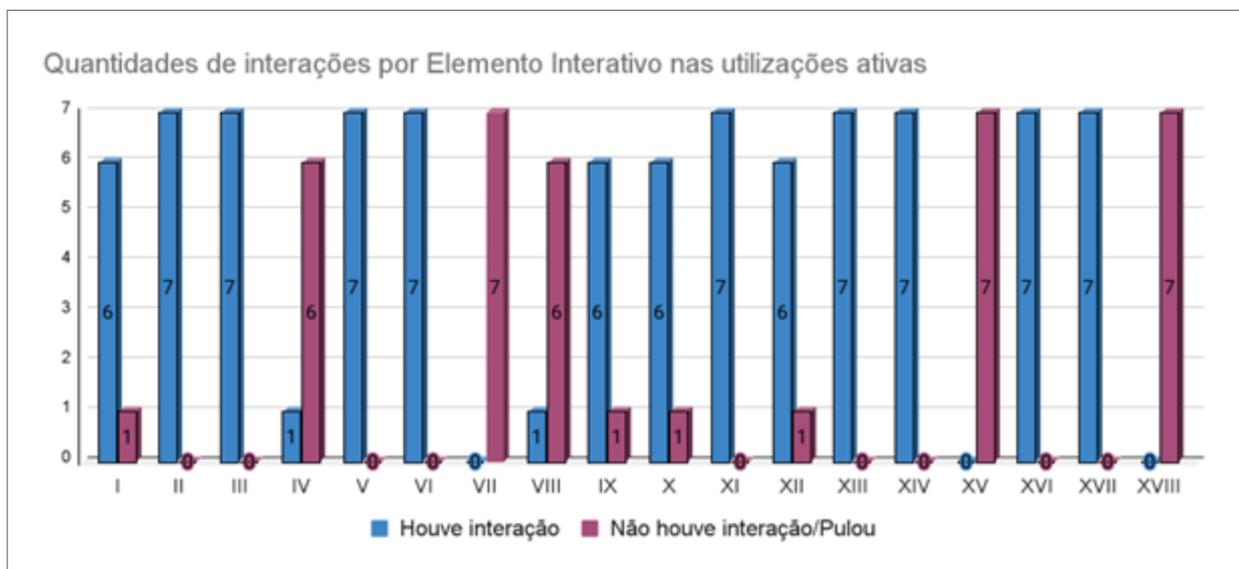
¹ Alguns exemplos de outras plataformas disponíveis para criação de vídeos com elementos interativos: *H5P* <<https://h5p.org/tutorial-interactive-video>> e *Edpuzzle* <<https://edpuzzle.com/>>

Chamou atenção a utilização não antevista do tipo “utilização inicialmente passiva, seguida de utilização ativa”. Houve estudante (**Estudante C**) que naturalmente, desde o primeiro uso, adotou a utilização ativa. O **Estudante N**, diferentemente, pareceu, num primeiro momento, tentar se familiarizar com o recurso novo de estudo, antes de se engajar em uma utilização ativa.

Por isso, pode-se argumentar da importância, antes de efetivamente adotar esse, ou qualquer novo recurso, sobretudo digital, de dar oportunidade para o aluno primeiramente aprender o funcionamento da plataforma que se pretenda utilizar. Isso pode evitar que a falta de familiaridade com o ambiente virtual crie uma carga de dificuldade adicional desnecessária ao estudo. Em outras palavras, evitar que isso seja uma carga cognitiva externa, como definiu Brame (2015).

Um outro resultado relevante pode ser observado no gráfico da quantidade de interações ocorridas em cada elemento considerando as utilizações ativas dos estudantes (Gráfico 2). No gráfico estão contabilizadas as interações dos: **Estudante B**, **Estudante C** (1ª e 2ª utilizações), **Estudante F**, **Estudante I**, **Estudante L** e **Estudante N** (2ª utilização).

Gráfico 2 – Quantidade de interações por elemento interativo nas utilizações ativas.



Fonte: O autor (2020).

Observou-se que quase todos os elementos receberam interação em pelo menos 6 das 7 vezes (quase a totalidade) das utilizações ativas do vídeo, exceto os Elementos Interativos IV, VII, VIII, XV e XVIII.

O elemento IV tratava-se da leitura do livro para revisão e, dos 6 estudantes que não interagiram, apenas 1 estudante era de fato esperado que interagisse nesse momento, por ser aquele com dificuldades em responder as perguntas diagnósticas iniciais do vídeo.

Já nos elementos VII, XV e XVIII realmente não houve interação em nenhuma das utilizações. Isto é, nenhum estudante interagiu com esses elementos.

Antes de interpretar esse resultado, percebeu-se que os elementos VII, XV, XVII e XVIII eram os elementos de pergunta aberta. Vê-se que todos esses elementos de pergunta aberta foram ignorados, com exceção da pergunta aberta XVII que estava colocada durante o momento de construção com o GeoGebra do estudo com o vídeo.

O elemento VIII que também teve alto índice de não-interação, referia-se à leitura complementar que seguia a pergunta aberta do elemento VII e por essa razão é que não deve ter sido utilizado.

Esse resultado de não interação dos estudantes nas perguntas abertas, pode ser então interpretado como uma dificuldade ou mesmo uma resistência dos utilizadores em realizar um nível maior de reflexão durante o estudo com o vídeo; os estudantes se limitaram a responder apenas às perguntas fechadas em que o esforço mental pode ser considerado comparativamente menor.

Essa resistência parece ter sido vencida durante a atividade prática no GeoGebra, visto que, como mostra a estatística anterior, a única pergunta aberta respondida pelos estudantes foi nessa parte do uso do vídeo.

Pode-se argumentar então que o envolvimento dos estudantes com o material de estudo nesse momento em que adotaram um comportamento construtivo serviu de estímulo à uma maior reflexão, que não acontecia nos outros momentos de uso do vídeo.

Esse resultado vai ao encontro do que observaram Chi e Wylie (2014), de que o aprendizado dos alunos aumenta à medida que estes se tornam mais envolvidos com os materiais de aprendizagem, de passivos a ativos, a construtivos e interativos.

Um outro resultado relevante foi observado ainda ao analisar as respostas às perguntas de automonitoramento nesse momento de atividade prática.

Observou-se que apenas o **Estudante F** informou que não teve dificuldades em realizar a atividade de construção. Os demais estudantes que fizeram utilização ativa do vídeo ou passaram a apenas observar o vídeo nessa parte (**Estudante C** -1ª e 2ª

utilizações, **Estudante L**) ou informaram que tiveram de pausar e voltar o vídeo várias vezes nesse momento (**Estudante B, Estudante I, Estudante N** - 2ª utilização).

Esse resultado pode ser interpretado à luz do modelo teórico das cargas cognitivas de Brame (2015), apresentadas na fundamentação teórica dessa pesquisa.

Conforme sugere aquele modelo, os comportamentos dos estudantes perante a atividade prática podem estar associados à carga intrínseca, inerente ao conteúdo, ou à carga relevante, relacionada ao nível cognitivo necessário para completar a atividade e atingir o objetivo de aprendizagem. Seriam as cargas próprias da proposta didática.

Por outro lado, particularmente os comentários sobre a necessidade de pausar o vídeo e voltar várias vezes, podem indicar a presença de uma carga externa, aquela que não contribui para o estudante chegar ao objetivo pretendido de aprendizagem. Essa carga pode estar relacionada, por exemplo, a impactos negativos da necessidade de alternar entre a janela de vídeo e a janela de construção na plataforma GeoGebra, a dificuldade de acompanhar a velocidade da explicação no vídeo ou ainda a dificuldade de realizar as construções em equipamentos com telas menores (como as de aparelhos celulares).

Esse resultado reforça a necessidade de o docente buscar sempre gerenciar as cargas intrínsecas, planejar adequadamente a carga pertinente e mitigar ao máximo a carga externa (BRAME, 2015).

Em relação a **mobilização dos conceitos** pelos estudantes observou-se que apenas a **Estudante E** não resolveu a lista de exercícios.

Os demais estudantes não tiveram dificuldades na realização das questões 1 e 2 da lista, de manipulação direta da expressão algébrica da projeção ortogonal.

Nas questões 3 e 4, que exigiam um esforço além da atividade apenas procedimental, a situação é diferente: apenas os **Estudantes F e L** não tiveram dificuldades na resolução.

A dificuldade dos **Estudantes B, C, I, K e N** deu-se na interpretação do resultado da projeção ortogonal de dois vetores ortogonais entre si (vetor nulo e não um escalar, nem um ponto) e na determinação de um vetor direção ortogonal a outro vetor.

Ressalta-se que durante a utilização do vídeo, o **Estudante F** demonstrou dificuldades nessa interpretação, não tendo respondido corretamente às perguntas feitas nas interações. Porém, quando da resolução da lista ele vai além do que é pedido na questão e extrapola a interpretação do resultado, semelhante ao que foi feito durante

o vídeo.

Isso é um indício de que o vídeo ajudou o estudante a mobilizar os conteúdos de projeção ortogonal e que a interação com os elementos interativos contribuíram para que o estudante construísse esse conhecimento.

Esse estudante foi um dos que interagiu durante todo o vídeo, realizando inclusive as construções propostas, o que parece explicar o maior aprendizado realizado. Novamente esse resultado vai ao encontro do que observaram (CHI; WYLIE, 2014).

Por fim, a análise das questões 5 e Extra da lista mostram uma situação preocupante. Apenas o **Estudante F** fez uma tentativa de demonstração do caso geral; os demais estudantes recorreram a um exemplo numérico para tentar “provar” a proposição da questão Extra, geralmente repetindo os valores usados na questão 5.

Isso mostra uma dificuldade ainda de os estudantes diferenciarem um exemplo de uma prova matemática, embora no estudo com o vídeo tenha sido dedicado um momento para essa discussão: teste de uma hipótese em uma construção no GeoGebra e, posteriormente, apresentação de uma demonstração formal.

Esse resultado, longe de desestimular o uso do vídeo com elementos interativos, sugere, pelo contrário, que é necessário dar mais oportunidades de atividades de construção para os estudantes formarem conjecturas, testarem hipóteses e as demonstrem, o que também foi sugerido por Karrer e Oliveira (2018) e Lopes e Júnior (2019).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou construir e testar uma abordagem de ensino remoto com o uso de vídeos interativos para a licenciatura sobre projeções ortogonais de vetores com base no modelo da orquestração instrumental.

Para a consecução desse objetivo, traçamos três objetivos específicos que buscaram alcançar o geral, eram eles:

- a) Mapear as interações dos estudantes no uso do vídeo com elementos interativos na orquestração instrumental no ensino remoto.
- b) Caracterizar o comportamento dos estudantes em termos do tipo da utilização mapeada (utilização ativa x utilização passiva) do vídeo interativo.
- c) Identificar os conceitos mobilizados pelos estudantes nos protocolos de resolução da situação matemática proposta no ensino de projeção ortogonal em Geometria Analítica após a utilização do vídeo interativo.

Embora a proposta de ensino tenha sido elaborada para contemplar os momentos assíncronos e síncronos, optou-se por fazer um recorte da análise e focar apenas na parte assíncrona, em que o vídeo interativo foi efetivamente utilizado, visto que seria inexequível analisar os registros de todos os momentos no espaço de tempo disponível para conclusão da pesquisa.

Os resultados obtidos referem-se ao caso específico da turma em que foi aplicado, de maneira que não pode ser generalizado, embora os achados tenham ido ao encontro do que se observou em pesquisas anteriores envolvendo o ensino de Geometria Analítica e a integração de recursos tecnológicos.

Durante a etapa de elaboração da proposta foram feitos levantamentos importantes em termos de design de vídeo com propósito educativo e de organização de elementos interativos nesse tipo de mídia, listando possíveis funções para os diferentes tipos de elementos disponíveis. Essa parte da pesquisa pode ajudar outros professores quando da decisão de elaboração e utilização desse tipo de recurso.

Ao testar a proposta, foi possível caracterizar os tipos de comportamentos adotados pelos estudantes na utilização do vídeo interativo. Além disso foi possível verificar a viabilidade de uso desse tipo de recurso, levando em consideração que o uso desse

material ajudou os discentes a mobilizarem os conceitos estudados, ainda que com um pouco mais de dificuldade para alguns, sobretudo quando a tarefa exigia um nível maior de abstração.

Percebe-se a importância de o docente não apenas considerar que os estudantes adotam diferentes tipos de comportamentos durante o processo de estudo com o vídeo, mas, sobretudo, de utilizar-se de estratégias que contribuam para um maior envolvimento do aluno com o material de aprendizagem, superando o mero uso passivo.

Pesquisas futuras poderiam focar na gênese instrumental dos estudantes no uso continuado de vídeos interativos, visto que essa pesquisa limitou-se a um único momento de utilização do vídeo.

Para isso, seria importante considerar o uso de uma plataforma que permita um maior detalhamento dos registros das interações dos estudantes, além de coletar outros tipos de dados como captura de tela do aluno durante o uso e observação direta do pesquisador durante a utilização.

REFERÊNCIAS

- ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 27, n. 46, p. 349–365, ago. 2013. ISSN 0103-636X. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0103-636X2013000300002&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 12 set. 2020.
- ALMEIDA, M. S. d.; ESPÍNDOLA, E. B. d. M.; COSTA, P. R. B.; MELLO, T. L. d.; DAMASCENA, J. d. S. Banco Geométrico: gênese documental e orquestração instrumental. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 15, n. 1, p. 1–22, maio 2020. ISSN 1981-1322. Number: 1. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e71545>>. Acesso em: 19 out. 2021.
- BACHELARD, G. *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Livrarie Philosophique J. Vrin, 1975.
- BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, v. 9, n. 1, p. 105–144, 2019. ISSN 2358-4750. Disponível em: <https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/300/204>. Acesso em: 12 set. 2020.
- BISHOP, J.; VERLEGER, M. The Flipped Classroom: A Survey of the Research. In: *2013 ASEE Annual Conference & Exposition Proceedings*. Atlanta, Georgia: ASEE Conferences, 2013. p. 23.1200.1–23.1200.18. Disponível em: <<http://peer.asee.org/22585>>. Acesso em: 07 out. 2019.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. *Educar em Revista*, n. se1, p. 157–171, 2011. ISSN 0104-4060. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000400011&lng=pt&tlng=pt>. Acesso em: 22 mai. 2019.
- BRAME, C. J. *Effective educational videos*. 2015. Disponível em: <<https://cft.vanderbilt.edu/guides-sub-pages/effective-educational-videos/>>. Acesso em: 16 set. 2020.
- Brasil. *Parecer CNE/CP 2/2015. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena*. MEC/CNE/CP, 2015. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 07 out. 2019.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques - Revue RDM. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 4, n. 2, p. 165–198, 1983. Disponível em: <<https://revue-rdm.com/1983/les-obstacles-epistemologiques-et/>>. Acesso em: 07 out. 2019.

CHAUDHURY, R.; CHILANA, P. K. How Learners Engage with In-Context Retrieval Exercises in Online Informational Videos. In: *Proceedings of the Sixth (2019) ACM Conference on Learning @ Scale - L@S '19*. Chicago, IL, USA: ACM Press, 2019. p. 1–10. ISBN 978-1-4503-6804-9. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=3330430.3333621>>. Acesso em: 02 out. 2020.

CHI, M. T. H.; WYLIE, R. The ICAP Framework: Linking Cognitive Engagement to Active Learning Outcomes. *Educational Psychologist*, v. 49, n. 4, p. 219–243, out. 2014. ISSN 0046-1520. Publisher: Routledge _eprint: <https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823>. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823>>. Acesso em: 09 out. 2020.

DODSON, S.; ROLL, I.; FONG, M.; YOON, D.; HARANDI, N. M.; FELLS, S. An Active Viewing Framework for Video-based Learning. In: *Proceedings of the Fifth Annual ACM Conference on Learning at Scale*. New York, NY, USA: ACM, 2018. (L@S '18), p. 24:1–24:4. ISBN 978-1-4503-5886-6. Event-place: London, United Kingdom. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/3231644.3231682>>. Acesso em: 07 out. 2019.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. P. E. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, v. 75, n. 2, p. 213–234, 2010. ISSN 0013-1954, 1573-0816. Number: 2. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10649-010-9254-5>>. Acesso em: 12 set. 2020.

FARLEY, J.; RISKO, E. F.; KINGSTONE, A. Everyday attention and lecture retention: the effects of time, fidgeting, and mind wandering. *Frontiers in Psychology*, v. 4, 2013. ISSN 1664-1078. Disponível em: <<http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fpsyg.2013.00619/abstract>>. Acesso em: 27 jul. 2020.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 50. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2015.

IBRAHIM, M.; ANTONENKO, P. D.; GREENWOOD, C. M.; WHEELER, D. Effects of segmenting, signalling, and weeding on learning from educational video. *Learning, Media and Technology*, v. 37, n. 3, p. 220–235, set. 2012. ISSN 1743-9884. Publisher: Routledge _eprint: <https://doi.org/10.1080/17439884.2011.585993>. Disponível em: <<https://www-tandfonline.ez16.periodicos.capes.gov.br/doi/full/10.1080/17439884.2011.585993>>. Acesso em: 22 set. 2020.

INEP. *Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade)*. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enade>>. Acesso em: 19 out. 2021.

INEP. *Exame Nacional do Desempenho dos Estudantes. Matemática Licenciatura*. INEP, 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2017/35_MATEMATICA_LICENCIATURA_BAIXA.pdf>. Acesso em: 07 dez. 2019.

KARRER, M.; OLIVEIRA, T. E. Geometria Analítica: Proposta de Abordagem com Exploração de Registros Semióticos nos Ambientes Papel e Lápis e Computacional. In: *Ensino e aprendizagem de matemática na educação superior: inovações, propostas e desafios*. [S.l.]: Alta Books, 2018. p. 310. ISBN 978-85-508-0274-9.

LOPES, E. M. C.; JÚNIOR, A. J. S. Ensinar e aprender Geometria Analítica com Tecnologias Digitais por meio de um trabalho colaborativo. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, n. 2, p. 66–79, jun. 2019. ISSN 2179-426X. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2332/1114>>. Acesso em: 19 out. 2021.

LUCENA, R. M. d. L. S.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ENSINO DE MATEMÁTICA COM INTEGRAÇÃO DE RECURSOS DIGITAIS: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. *Ensino da Matemática em Debate*, v. 5, n. 3, p. 238–261, 2018. ISSN 2358-4122. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/40926>>. Acesso em: 12 set. 2020.

MASCHIETTO, M. THE ARITHMETICAL MACHINE ZERO+1 IN MATHEMATICS LABORATORY: INSTRUMENTAL GENESIS AND SEMIOTIC MEDIATION. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 13, n. 1, p. 121–144, mar. 2015. ISSN 1573-1774. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10763-013-9493-x>>. Acesso em: 13 set. 2020.

MATOS, V. C. *Sala de aula invertida: uma proposta de ensino e aprendizagem em matemática*. Tese (Dissertação) — Universidade de Brasília, Brasília, dez. 2018. Disponível em: <[https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/34987/1/2018_Vin%
c3%adciusCostaMatos.pdf](https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/34987/1/2018_Vin%c3%adciusCostaMatos.pdf)>. Acesso em: 10 nov. 2019.

MAYER, R. E.; MORENO, R. Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning. *Educational Psychologist*, v. 38, n. 1, p. 43–52, 2003. ISSN 00461520. Publisher: Taylor & Francis Ltd. Disponível em: <<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=aph&AN=9110440&lang=pt-br&site=ehost-live&authtype=ip,cookie,uid>>. Acesso em: 22 set. 2020.

MCVAY, J. C.; KANE, M. J. Why does working memory capacity predict variation in reading comprehension? On the influence of mind wandering and executive attention. *Journal of Experimental Psychology: General*, v. 141, n. 2, p. 302–320, maio 2012. ISSN 1939-2222, 0096-3445. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/51603188_Why_Does_Working_Memory_Capacity_Predict_Variation_in_Reading_Comprehension_On_the_Influence_of_Mind_Wandering_and_Executive_Attention/link/0fcfd504f89c17ef17000000/download>. Acesso em: 27 jul. 2020.

MENON, M. Sobre as origens das definições dos produtos escalar e vetorial. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 31, n. 2, p. 2305.1–2305.11, jun. 2009. ISSN 1806-1117. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172009000200006&lng=pt&lng=pt>. Acesso em: 19 out. 2021.

MUNIZ, M.; GITIRANA, V.; LUCENA, R. Orquestração instrumental on-line para a aprendizagem de função no contexto de ensino remoto. In: *Anais do Congresso sobre Tecnologias na Educação (Ctrl+e)*. SBC, 2021. p. 81–89. Disponível em: <<https://sol.sbc.org.br/index.php/ctrl/article/view/17552>>. Acesso em: 19 out. 2021.

NASSER, L.; VAZ, R. F. N.; TORRACA, M. A. A. Transição do Ensino Médio para o Superior: Investigando Dificuldades em Geometria Analítica. In: *ANAIS DO VI SIPEM*. Pirenópolis-GO: SBEM, 2015. Disponível em: <[http://www.sbemrevista.com.br/files/visipem/anais/story_content/external_files/TRANSI%C3%87%C3%83O%20DO%](http://www.sbemrevista.com.br/files/visipem/anais/story_content/external_files/TRANSI%C3%87%C3%83O%20DO%20)>

20ENSINO%20M%C3%89DIO%20PARA%20O%20SUPERIOR.pdf>. Acesso em: 20 out. 2021.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document>>. Acesso em: 06 jan. 2020.

RUMMEL, J.; BOYWITT, C. D. Controlling the stream of thought: Working memory capacity predicts adjustment of mind-wandering to situational demands. *Psychonomic Bulletin & Review*, v. 21, n. 5, p. 1309–1315, out. 2014. ISSN 1069-9384, 1531-5320. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.3758/s13423-013-0580-3>>. Acesso em: 27 jul. 2020.

STAKER, H. C.; HORN, M. B. *Classifying K–12 blended learning*. Mountain View, CA: Innosight Institute, 2012. Disponível em: <<http://www.christenseninstitute.org/wp-content/uploads/2013/04/Classifying-K-12-blended-learning.pdf>>. Acesso em: 12 set. 2020.

SWELLER, J. Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, v. 4, n. 4, p. 295–312, jan. 1994. ISSN 0959-4752. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0959475294900035>>. Acesso em: 22 set. 2020.

TROUCHE, L. Environnements Informatisés et Mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? *Educational Studies in Mathematics*, v. 55, n. 1-3, p. 181–197, 2004. ISSN 0013-1954. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1023/B:EDUC.0000017674.82796.62>>. Acesso em: 12 set. 2020.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 25, n. 1, p. 91–138, 2005. Disponível em: <<https://revue-rdm.com/2005/construction-et-conduite-des-instruments-dans-les-apprentissages-mathematiques-necessite-de>>. Acesso em: 12 set. 2020.

VERGNAUD, G. The Theory of Conceptual Fields. *Human Development*, v. 52, n. 2, p. 83–94, 2009. ISSN 0018-716X, 1423-0054. Disponível em: <<https://www.karger.com/Article/FullText/202727>>. Acesso em: 19 out. 2021.

VIDIGAL, D. C. T. *Desenvolvimento de uma sequência didática para o processo de aprendizagem dos produtos de vetores*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014. Disponível em: <http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20140902142933.pdf?_ga=2.147959345.748294726.1694135534-1033276573.1694135533>. Acesso em: 12 mar. 2021.

WANG, H. Survey of Technologies for Online Personalized Education. In: *Proceedings of the International Conference on e-Learning, e-Business, Enterprise Information Systems, and e-Government (EEE)*. [s.n.], 2019. p. 29–33. Disponível em: <<https://search.proquest.com/docview/2277978233?accountid=149052>>. Acesso em: 12 set. 2020.

YIM, S. M.; LOWRANCE, C. J.; STURZINGER, E. M. Effects of YouTube Video as Pre-Lecture Preparation. In: . Tampa, Florida: American Society for Engineering Education, 2019. Disponível em: <<https://peer.asee.org/32697>>. Acesso em: 12 set. 2020.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa **Uso de vídeos com elementos interativos para aprendizagem de Geometria Analítica em sala de aula invertida no ensino remoto**, que está sob a responsabilidade do pesquisador [nome do pesquisador, endereço, e-mail, telefone].

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubriche as folhas e assinie ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

O (a) senhor (a) estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UFPE, sob CAAE nº 236745120.5.0000.5208 em 10 de setembro de 2020.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa surge da necessidade de refletir sobre as metodologias de ensino e recursos educacionais utilizados na Educação Superior, diante das dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem de ciências exatas. Particularmente, insere-se em um contexto de suspensão das atividades presenciais nas instituições de ensino devido a pandemia de COVID-19. Conforme RESOLUÇÃO Nº 08/2020 do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão, da Universidade Federal de Pernambuco, publicada no Boletim Oficial, v. 55 nº 064 - Especial de 10 de julho de 2020, foi estabelecido um Calendário Acadêmico Suplementar (CAS), mediante Estudos Continuados Emergenciais (ECE) no qual as atividades acadêmicas, no âmbito da graduação presencial, serão realizadas por meio de ferramentas de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). A resolução pauta que *“os Estudos Continuados Emergenciais serão constituídos por atividades didáticas síncronas e assíncronas, planejadas, ofertadas e realizadas por meio da utilização de ferramentas de tecnologias de informação e comunicação (TIC), preferencialmente na plataforma GSuite/UFPE”*, em que as *“atividades síncronas são aquelas que demandam a participação dos/as estudantes e docentes, no mesmo ambiente virtual, conectados simultaneamente por meio de webconferências, chats, grupo de discussão, ferramenta Google Meet ou similar”* e as *“atividades assíncronas são aquelas que dispensam a conexão simultânea entre docentes e estudantes, por meio de espaços como fóruns, estudos individualizados, construção de resenhas ou resumos, leituras de textos, artigos, livros, resolução de lista de exercícios ou lista de discussão, vídeo aulas, podcast, entre outras”* (art. 6º). A adesão às atividades de Estudos Continuados Emergenciais é facultada aos/as estudantes de acordo com a resolução. **ESTA PESQUISA PRETENDE ANALISAR O USO DE VÍDEOS COM ELEMENTOS INTERATIVOS COMO PARTE DAS ATIVIDADES ASSÍNCRONAS** realizadas por alunos da licenciatura matriculados na disciplina de Geometria Analítica durante o período suplementar 2020.3. Mediante um quadro teórico fundamentado na orquestração instrumental (TROUCHE, 2004) e na gênese instrumental (RABARDEL, 1995) utilizaremos de uma intervenção e análise qualitativa desta como referencial metodológico, justificando assim o envolvimento direto do pesquisador junto às atividades desenvolvidas pelos participantes durante a coleta de dados. A intervenção está prevista para ocorrer durante uma semana (aproximadamente 6h) dentro da carga horária da disciplina (60h). Para a consecução desse estudo é necessário um levantamento prévio de elementos para a elaboração das atividades a serem propostas, dessa maneira será aplicado um **QUESTIONÁRIO ANTES E APÓS** o desenvolvimento das atividades. Os vídeos com elementos interativos serão disponibilizados para as atividades assíncronas e **AS INTERAÇÕES FICARÃO REGISTRADAS PARA ANÁLISE**. Para o momento de atividades síncronas, **SERÁ FEITA A GRAVAÇÃO DO ENCONTRO** utilizando as ferramentas do “G Suite for Education” para que sejam analisadas os conceitos mobilizados e as respostas dos alunos após as atividades assíncronas. Serão mantidos os dados apenas dos alunos que concordarem participar da pesquisa. A pesquisa tem a anuência da instituição de ensino.

RISCOS: Os/as estudantes correm o risco de se sentirem pressionados a participar da pesquisa e a realizar as tarefas, a seu propósito solicitadas, entretanto, o pesquisador explicitará que o uso de vídeos com elementos interativos constituirá um recurso adicional e de uso facultativo para os momentos assíncronos durante o período da intervenção. A intervenção está prevista para contemplar aproximadamente uma semana (cerca de 6h/a) dentro da carga horária da disciplina (60h/a). Portanto, antes e ao longo da realização da disciplina, o fato de o/a estudante não querer participar ou desistir de participar da pesquisa em qualquer momento, em nada prejudicará sua permanência e nem a sua avaliação processual ou final neste componente curricular, visto que os conteúdos contemplados nos vídeos são aqueles contidos na bibliografia recomendada e o/a estudante continuará a ter acesso a todos os materiais e recursos da disciplina: fóruns, resolução de lista de exercícios ou lista de discussão, bem como acesso aos encontros por webconferências, *chats*, grupo de discussão, sala de aula no Google Classroom.

BENEFÍCIOS: Com a utilização de vídeos com elementos interativos para os momentos de estudo fora dos encontros virtuais, os participantes poderão aprender de forma mais ativa e mobilizando mais os conceitos abordados. Isso pode favorecer um ambiente mais propício para aprendizagem.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações, respostas a questionários/entrevistas, registros nas plataformas *on-line*), ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, no endereço acima mencionado, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial.

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br.**

(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo Dispositivo para a Sala de Aula Invertida no ensino da Geometria Analítica, como voluntário (a). Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data _____

Impressão digital
(opcional)

Assinatura do participante: _____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE B – LISTAS DE EXERCÍCIOS DOS MOMENTOS DE ESTUDO ASSÍNCRONO E SÍNCRONO

Para os momentos de estudo assíncrono foi proposta a seguinte lista de exercício após o estudo com o vídeo com elementos interativos:

Para todas as questões indique claramente como chegou ao resultado.

1.) Seja $\vec{u} = (5, 2, 5)$ e $\vec{v} = (2, -1, 2)$, calcule:

- a) $\text{proj}_{\vec{u}}\vec{v}$
b) $\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u}$

2) A norma da projeção de $\vec{v} = (5, 4, -3)$ sobre $\vec{u} = (0, 3, 0)$ é:

3) A projeção de $\vec{u} = (x, y, z)$ sobre o vetor $\vec{v} = (0, -z, y)$, com x, y e z reais e $z, y \neq 0$ é:

4) Determine a projeção de $\vec{v} = (4, 6, 3)$ sobre um vetor *perpendicular* a $\vec{w} = (2, 1, -2)$

5) Calcule a área do triângulo $\triangle ABC$ cujos vértices num sistema de coordenadas cartesiano são $A=(0, 1)$, $B = (5, 2)$ e $C = (4, 3)$

EXTRA: Prove que se as coordenadas dos vértices de um triângulo são números inteiros, a medida da área desse triângulo será um número racional.

Para os momentos de estudo síncrono foi proposta a resolução da questão seguinte, retirada do livro-texto indicado na disciplina:

Dê um exemplo numérico ou construa um exemplo no GeoGebra e depois prove que:

- a) $\text{Proj}_{\vec{u}} \lambda \vec{v} = \lambda \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v}$
b) $\text{Proj}_{\vec{u}} (\vec{v} + \vec{w}) = \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v} + \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{w}$
c) $\text{Proj}_{\vec{u}} (\text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v}) = \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v}$
d) $\vec{v} \cdot \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{w} = \text{Proj}_{\vec{u}} \vec{v} \cdot \vec{w}$