



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGreste  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MIGUEL LUDGERO DA SILVA JUNIOR

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MÉTODOS DAS BIELAS E TIRANTES,  
MÉTODO CEB-70 E CYPECAD, PARA FINS DE DIMENSIONAMENTO DE  
SAPATAS ISOLADAS VIA SOFTWARE MATHCAD**

Caruaru  
2023

MIGUEL LUDGERO DA SILVA JUNIOR

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MÉTODOS DAS BIELAS E TIRANTES,  
MÉTODO CEB-70 E CYPECAD, PARA FINS DE DIMENSIONAMENTO DE  
SAPATAS ISOLADAS VIA SOFTWARE MATHCAD**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Engenharia Civil do  
Campus Agreste da Universidade Federal de  
Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo  
científico, como requisito parcial para obtenção  
do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas.

**Orientador(a):** Prof. Dr. José Moura Soares

Caruaru  
2023

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à minha mãe, Maria Soares de Oliveira, pelo incondicional apoio durante toda minha caminhada.

Ao professor José Moura Soares, por toda ajuda, atenção, paciência e conhecimentos partilhados durante minha vivência acadêmica.

Aos meus professores da graduação, por todo o conhecimento e experiência repassados.

Aos amigos conquistados durante a caminhada, responsáveis por fazer os árduos anos de graduação menos desgastantes.

A toda minha família, que foi base para construção de quem sou hoje, e que é o motivo de todo esforço.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
3D	Tridimensional
CEB	Comitê Europeu de Concreto
CPRM	Serviço Geológico do Brasil
EBERICK	Software para modelagem, análise e dimensionamento de projetos estruturais – ALTO Qi
ELU	Estado Limite Último
GEO 5	Software para Geotecnia e Fundações
NBR	Norma Brasileira
SINAPI	Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil
TQS	Programa de cálculo estrutural Tecnologia e Qualidade em Sistemas
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

**Estudo comparativo entre os métodos das bielas e tirantes, método CEB-70 e CypeCAD, para fins de dimensionamento de sapatas isoladas via *software* MathCAD**

**Comparative study between strut-and-tie method, CEB-70 method and CypeCAD, for design of isolated footings via *software* MathCAD**

**Miguel Ludgero da Silva Junior<sup>1</sup>**

---

**RESUMO**

Existe uma forte tendência na engenharia moderna na utilização cada vez maior de *softwares*, que são ferramentas extremamente úteis e ágeis nos dias atuais, que exigem cada vez mais velocidade para entrega de resultados. Essa tendência tecnológica provocou mudanças na forma como os engenheiros modernos trabalham, tornando os procedimentos manuais menos usuais. Porém, cabe ao engenheiro projetista, ou ao estudante, a necessidade de saber ler e interpretar os resultados gerados pelo computador, já que existem considerações que cada *software* adota que podem modificar o resultado de um dimensionamento. É nesse momento que entra em jogo a importância do engenheiro, com a necessidade de conhecer as particularidades de cada método utilizado, seja para o dimensionamento de uma viga, pilar, ou até uma sapata, por exemplo. Na engenharia de fundações não é diferente, pois ao dimensionar, por exemplo, uma sapata isolada, diferentes métodos podem ser adotados, e as considerações de cada método fazem os resultados serem diferentes. Em virtude disso, é indispensável a comparação entre métodos de dimensionamento. Faz-se, no presente trabalho, uma análise comparativa entre dois métodos de dimensionamento de sapatas isoladas rígidas. O Método das Bielas, criado por Lebelle (1936), e o Método CEB-70, desenvolvido pelo Comitê Europeu de Concreto, no ano de 1970. Foram adotados esses métodos para análise por serem bastante consagrados na literatura e amplamente utilizados, devido à grande experimentação feita em laboratório. Com os resultados alcançados, constata-se que o Método CEB-70 mostrou-se mais eficiente em termos econômicos, com um orçamento total cerca de 25% menor em comparação com o Método das Bielas, além de um orçamento aproximadamente 22% menor quando comparado com o CypeCAD. Isso ocorre em virtude de seu uso significativo menor de volume de concreto, o que acaba contrabalanceando o seu consumo maior de aço em comparação com o Método das

---

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: miguel.lsilva@ufpe.br

Bielas e Tirantes.

**Palavras-chave:** método das bielas; CEB-70; sapata isolada.

---

## ABSTRACT

In modern engineering, the use of *softwares* is increasing faster, being extremely useful and agile tools, since the present day demands more and more speed to deliver results. This technological trend have changed the way modern engineers works, with manual procedures being progressively replaced. However, it's the responsibility of the engineer or student to know how to read and interpret the results generated by the computer, since there are considerations that each *software* adopts that can modify the result of a design. It's at this moment that the important of the enginner comes into play, having to know the particularities used by each method, wheter for the design of a beam, column, or even a footing. In foundation engineering it's no different, when dimensioning a footing different methods can be adopted, and the considerations of each one make the results different. As a result, it's essential to compare the design methods. A comparative analysis between two methods of isolated footing design are made in this work. The methods analyzed were strut-and-tie method, developed by Lebelle (1936), and CEB-70 method, developed by the European Concrete Committee, in 1970, which are already well-know methods in the literature. Calculation routines were implemented in MathCAD 7.0.0.0 to help in the process. With the results, it appears that the CEB-70 Method is more efficient in general economic terms, with a total budget approximately 25% smaller compared to strut-and-tie method, in addition to a budget approximately 22% smaller when compared to CypeCAD. This occurs due to its significantly smaller use of concrete volume, which ended up counterbalancing its greater consumption of steel compared to the strut-and-tie method.

**Keywords:** strut-and-tie method; CEB-70; isolated footing.

---

**DATA DE APROVAÇÃO:** 04 de outubro de 2023.

---

## 1 INTRODUÇÃO

Os elementos estruturais cuja função é transmitir as ações que atuam na estrutura até a camada resistente do solo são as chamadas fundações (ALVA, 2007). A fundação, que na maioria das vezes é construída abaixo do nível final do terreno, é responsável por transmitir ao solo todas as ações que venham a atuar na edificação, como a força do vento e cargas verticais (BASTOS, 2019). Porém, atualmente, tem-se considerado como fundação o conjunto elemento estrutural mais solo na circunvizinhança (AOKI, 2000).

Com relação as sapatas, Alva (2007), diz que esse é uns dos tipos mais utilizados de fundação superficial, sendo as sapatas elementos tridimensionais que tem a finalidade de transferir as ações vindas de pilares ou paredes para o terreno. Como exemplo da importância do estudo do tema para a região, pode-se citar que na cidade de Caruaru, que é a fundação predominante, e isto devido ao solo de excelente capacidade de carga, visto que predomina solos que tem origem de rochas graníticas do neoproterozoico (CPRM, 2006).

Existem no mercado diversos *softwares* que se propõem a fazer dimensionamento de elementos de fundação, como as sapatas isoladas. Pode-se citar como exemplo o GEO 5 Sapata, CypeCAD, Eberick, e também, o TQS. Entretanto, engenheiros e estudantes devem ter noção teórica sobre os métodos de dimensionamentos adotados pelos *softwares* que utilizam, além de ter noção do dimensionamento manual e suas hipóteses de cálculo.

Com relação aos modelos de cálculo de sapatas, a ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.3, diz que “Para cálculo e dimensionamento de sapatas, devem ser utilizados modelos tridimensionais lineares ou modelos biela-tirante tridimensionais, podendo, quando for o caso, ser utilizados modelos de flexão”. Em razão do exposto, existem dois métodos usados para o dimensionamento de sapatas isoladas que são amplamente usados e discutidos mundialmente, e que podem ser utilizados para dimensionamento no Brasil, são eles: Método de Bielas e Tirantes e o Método CEB-70, que foram os métodos adotados para análise no trabalho.

Segundo Melo (2018), para entendermos o Método de Bielas e Tirantes é possível definir o comportamento de uma estrutura em concreto armado como um conjunto de barras interligadas por nós, que estão submetidas somente a esforços normais, como uma treliça composta por tirantes tracionados e bielas comprimidas. Os tirantes, nesse caso, representam as armaduras, enquanto que as tensões resultantes de compressão no concreto são representadas pelas bielas. Em decorrência do grande suporte experimental, o modelo de treliça ser intuitivo e ainda pelo método ter uma vasta tradição na Europa e no Brasil, o Método das Bielas é o método mais simples usado no momento.

O segundo método em análise no presente trabalho é o Método CEB-70, desenvolvido pelo Comitê Europeu de Betão, método bastante conhecido e difundido para o dimensionamento de sapatas. Segundo Bastos (2019), o método proposto pelo CEB-70, que pode ser usado para o cálculo de sapatas e blocos sobre estacas, foi traduzido pelo professor Lauro Modesto dos Santos.

Os dois métodos diferem entre si em grande parte nas considerações para classificação das sapatas, além das considerações relacionadas ao cálculo dos momentos fletores e área de aço, como será visto mais adiante, o que acaba já sendo o suficiente para se obter resultados de dimensionamento consideravelmente diferentes.

Fundações quando bem projetadas correspondem entre 3 a 10% do custo total da obra. Em contrapartida, se forem mal projetadas, chegam a atingir 5 a 10 vezes o custo da fundação que seria mais apropriada para o caso em questão (BRITO, 1987). O dimensionamento e a consequente execução de fundações são uma das etapas mais importantes nas obras, já que se forem mal dimensionadas irão trazer problemas sérios, demandando, na maioria das vezes, soluções complexas e caras (ABBAD, 2014).

Em razão das diferentes considerações empregadas por cada método, variações em volume de concreto e quantidade de armaduras são esperadas. Portanto, uma análise comparando os dois métodos de dimensionamento de sapatas pode ser muito proveitosa tanto do ponto de vista técnico como econômico. Em razão disso, o objetivo do presente trabalho é trazer ao engenheiro ou aluno de engenharia a importância do estudo comparativo entre dois métodos de dimensionamento de sapatas isoladas e com cargas centradas, evidenciando suas particularidades.

É apresentado, portanto, o resultado do dimensionamento de sapatas isoladas de uma estrutura fictícia com quatro pavimentos, modelada no *software* de cálculo estrutural CypeCAD, com o uso do *software* MathCAD para desenvolvimento das rotinas de cálculo dos métodos em análise.

---

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Descrição do método CEB-70

#### 2.1.1 Classificação relativa à rigidez – Método CEB-70

Inicialmente, vale salientar que o referencial teórico aqui apresentado foi tomado como base

a partir dos estudos de Lima (2015), Vieira (2019) e principalmente a apostila do professor da UNESP, Bastos (2019).

As sapatas podem ser classificadas de acordo com o tipo de carregamento que irão suportar. Sendo os tipos de sapatas mais usadas: isoladas (rígidas e flexíveis), corridas e associadas (LIMA, 2015).

A ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.2.1, diz que o comportamento estrutural das sapatas pode ser descrito separando as sapatas em rígidas e flexíveis. A ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.2.2, diz que as sapatas rígidas são caracterizadas por trabalho à flexão nas duas direções, admitindo-se que, para cada uma delas, a tração na flexão seja uniformemente distribuída na largura correspondente da sapata. A referida norma ainda complementa que as sapatas rígidas são caracterizadas por trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim por compressão diagonal.

No item 22.6.2.3, a ABNT NBR 6118/2014 diz que as sapatas flexíveis são de uso mais raro, e geralmente são usadas para fundações de cargas pequenas e solos relativamente fracos. E seu comportamento é marcado por trabalho à flexão nas duas direções, não sendo possível admitir tração na flexão uniformemente distribuída na largura correspondente da sapata. Além de trabalho ao cisalhamento que pode ser descrito pelo fenômeno da punção.

Segundo Bastos (2019), a classificação das sapatas com relação à rigidez é importante já que ela direciona a forma como a distribuição das tensões na interface base da sapata com o solo deve ser considerada. No presente estudo trabalharemos com as sapatas classificadas como rígidas. Carvalho e Pinheiro (2009), comentam que as sapatas rígidas apresentam como vantagem o fato de não haver a possibilidade de punção causada pelos pilares, já que a sapata fica inteiramente dentro do cone hipotético de punção. Além disso, no item 22.6.1, a referida norma diz que para sapata do tipo rígida, pode-se admitir plana a distribuição de tensões normais no contato sapata-terreno, caso não se disponha de informações mais detalhadas a respeito.

A ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.1, diz que se a Equação 1 for satisfeita a sapata pode ser considerada como rígida:

$$h \geq (A - a_p)/3 \quad (1)$$

Sendo:

- $h$  = altura da sapata, em cm;
- $A$  = dimensão da sapata em uma dada direção, em cm;
- $a_p$  = dimensão do pilar na mesma direção da dimensão  $A$ , em cm.

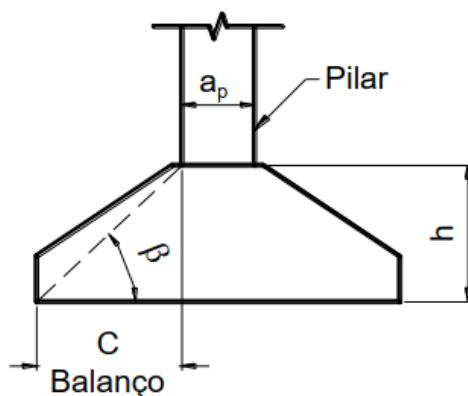
É importante que a Equação 1 seja também verificada para a outra direção em relação a

menor dimensão da sapata e menor dimensão pilar ( $B$  e  $b_p$ ), já que para ser corretamente classificada como rígida as duas direções devem atender a Equação 1. Ainda segundo Bastos (2019), o CEB-70 considera um critério diferente para que a sapata possa ser considerada como rígida, o critério é que o ângulo  $\beta$  ( $\tan \beta = h/c$ ) esteja entre os valores:

$$0,5 \leq \tan \beta \leq 1,5 \quad (26,6^\circ \leq \beta \leq 56,3^\circ) \quad (2)$$

Caso  $\tan \beta < 0,5$  a sapata deve ser considerada como flexível, e na possibilidade de  $\tan \beta > 1,5$  estaremos lidando com bloco de fundação. Montoya (1971), relata que é difícil estabelecer um limite na classificação de sapatas. Em virtude disso, ele classifica como rígida as sapatas onde o ângulo  $\beta$  seja igual ou superior a  $45^\circ$  ( $\beta \geq 45^\circ$ ). O cuidado ao se utilizar essa recomendação de Montoya é que a sapata pode acabar se tornando antieconômica, em virtude da altura “ $h$ ” necessária para satisfazer a limitação do ângulo  $\beta$  ser grande. A Figura 1 mostra geometricamente o ângulo  $\beta$ .

**Figura 1 – Ângulo  $\beta$**



Fonte: Bastos (2019)

### 2.1.2 Dimensionamento geométrico

Tanto para o método das Bielas e Tirantes como para o método CEB-70, o dimensionamento geométrico das sapatas é realizado da mesma forma, conforme o detalhamento a seguir. Considerando  $c_a$  e  $c_b$  como as distâncias da face do pilar até a extremidade da sapata, Bastos (2019) diz que para a obtenção das armaduras de flexão que não sejam muito diferentes nas duas direções, é interessante determinar as dimensões  $A$  e  $B$ , que são os lados da sapata, de forma que os balanços  $c_a$  e  $c_b$  sejam iguais ou semelhantes. A Figura 2 ajuda a entender as

dimensões referentes a sapata. Portanto, encontra-se as Equações 3 e 4:

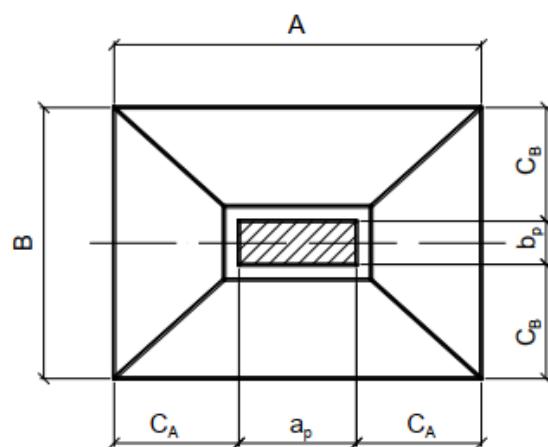
Tomando que  $c_a = c_b$  tem-se:

$$A - a_p = B - b_p \quad (3)$$

$$A - B = a_p - b_p \quad (4)$$

E consequentemente as áreas de aço nas duas direções serão semelhantes, como se buscava.

**Figura 2** – Dimensões gerais da sapata



Fonte: Bastos (2019)

Tendo em mãos os dados referentes as cargas que atuam na sapata e também a tensão admissível do solo, pode-se determinar a área da base da sapata, de acordo com a Equação 5:

$$S_{\text{sap}} = 1,10 \text{ N}/\sigma_{\text{adm}} \quad (5)$$

Sendo:

- $\sigma_{\text{adm}}$  = tensão admissível do solo, em  $\text{kN}/\text{cm}^2$ ;
- $S_{\text{sap}}$  = área da base da sapata, em  $\text{cm}^2$ ;
- $N$  = carga normal (vertical)  $\text{kN}$ .

Nesse caso, o coeficiente 1,10 é o valor adotado para o fator majorador  $K_{\text{maj}}$ , responsável por estimar o peso próprio da sapata e a massa de solo sobre ela. A ABNT NBR 6122/2019, no item 5.6, recomenda que consideremos o peso próprio da sapata como no mínimo 5% da carga vertical permanente. Adotou-se aqui o fator de 1,10, para aumentar a segurança, como recomenda Campos (2015), que para sapatas rígidas recomenda adotar valores entre 1,05 até 1,10.

Existe também outra forma de determinar a área da base da sapata, isso é mostrado na

Equação 6:

$$A = S_{sap}/B \quad (6)$$

Se considerarmos os balanços  $c_a$  e  $c_b$  iguais, e usando as Equações 4 e 6 e fazendo algumas manipulações algébricas não desenvolvidas aqui, podemos encontrar a Equação 7:

$$B = \frac{1}{2}(b_p - a_p) + \sqrt{\frac{1}{4}(b_p - a_p)^2 + S_{ap}} \quad (7)$$

Sendo:

- $b_p$  = menor dimensão do pilar, em cm;
- $a_p$  = maior dimensão do pilar, em cm;
- $S_{ap}$  = área da base da sapata, em  $cm^2$ ;
- $B$  = menor lado da sapata, em cm.

Importante mencionar que, no item 7.7.1, a ABNT NBR 6122/2019 diz que a menor dimensão da sapata não deve ser inferior a 60 cm.

Com relação ao método proposto pelo CEB-70, para que ele possa ser aplicado para as sapatas, a seguinte relação encontrada na Equação 8 deve ser verificada:

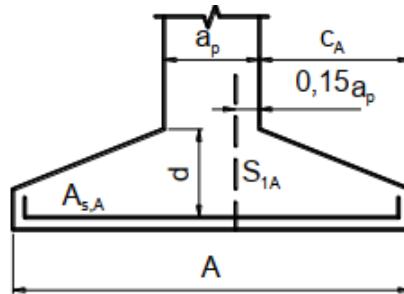
$$\frac{h}{2} \leq c \leq 2h \quad (8)$$

Sendo:

- $h$  = altura da sapata, em cm;
- $c$  = balanço da sapata, em cm.

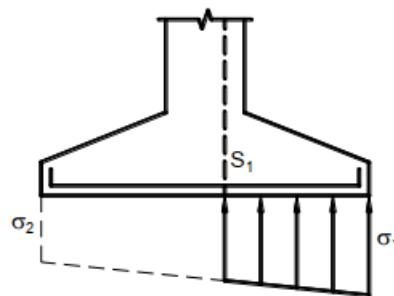
### 2.1.3 Dimensionamento da armadura

Os diferentes métodos fazem considerações distintas com relação a seção para consideração dos momentos fletores. O método CEB-70 considera que os momentos fletores são analisados nas duas direções da sapata, em relação a uma seção de referência plana, distante  $0,15a_p$  da face do pilar. A dimensão  $a_p$  é a dimensão do pilar ortogonal a seção de referência (BASTOS, 2019). A Figura 3 ilustra o que foi descrito:

**Figura 3 – Vista da seção de referência  $S_{1A}$** 

Fonte: Bastos (2019)

Limitando pela seção de referencia  $S_1$ , o momento fletor pode ser calculado levando-se em consideração o diagrama de tensões entre a seção de referência  $S_1$  à extremidade da sapata, como mostra a Figura 4.

**Figura 4 – Vista do diagrama usado para cálculo do momento fletor**

Fonte: Bastos (2019)

De acordo com Bastos (2019), no cálculo dos momentos fletores não deve ser levado em conta o peso da sapata e o peso do solo acima da mesma, visto que eles não causam flexão na sapata. Caso o momento fletor resultante seja negativo, é necessário armadura negativa na parte de cima da sapata.

Como já mencionado antes, serão tratados apenas os casos de sapatas isoladas sujeitas a cargas centradas, já que, de acordo com Melo (2018), o Método das Bielas é utilizado e recomendável quando o carregamento é praticamente centrado, como acontece nos edifícios. Com o intuito de igualar os balanços  $c_a$  e  $c_b$  da sapata, desse modo surgem as Equações 9 e 10:

$$c_a = A - a_p / 2 \quad (9)$$

$$c_b = B - b_p / 2 \quad (10)$$

A pressão exercida pela sapata sobre o solo é vista na Equação 11:

$$p = N_k / A \cdot B \quad (11)$$

Sendo:

- $p$  = pressão que a sapata exerce sobre o solo, em  $\text{kN}/\text{cm}^2$ ;
- $N_k$  = carga vertical centrada (valor característico), em  $\text{kN}$ .

As distâncias  $x_a$  e  $x_b$ , são dadas pelas Equações 12 e 13:

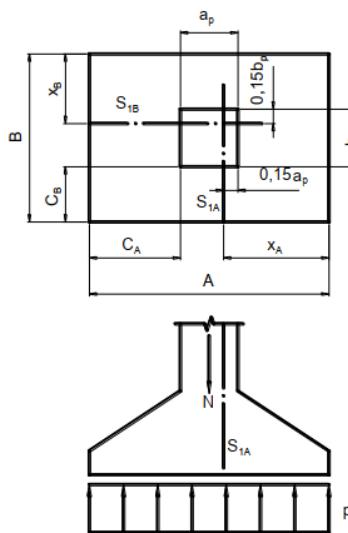
$$x_a = c_a + 0,15 \cdot a_p \quad (12)$$

$$x_b = c_b + 0,15 \cdot b_p \quad (13)$$

Sendo:

- $x_a$  = distância da seção de referência  $S_{1A}$  até as extremidades da sapata, paralela ao lado A, em cm;
- $x_b$  = distância da seção de referência  $S_{1B}$  até as extremidades da sapata, paralela ao lado B, em cm.

**Figura 5** – Visualização das notações usadas

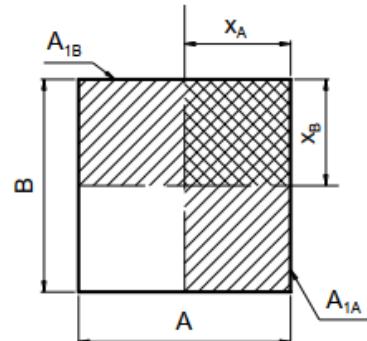


Fonte: Bastos (2019)

Bastos (2019) diz que devido à complexidade da análise ao se considerar a pressão como não uniforme, é comum assumir-se a uniformidade sob carregamentos concêntricos, conforme Figura 5, e ainda justifica dizendo que o erro cometido com a simplificação não é grande. O que implica levar em consideração a área efetiva da sapata. As áreas da base da sapata utilizadas para o cálculo dos momentos fletores estão mostradas nas Equações 14 e 15, e a Figura 6 mostra

estas áreas.

**Figura 6 – Áreas de referência**



Fonte: Bastos (2019)

$$A_{1A} = x_a \cdot B \quad (14)$$

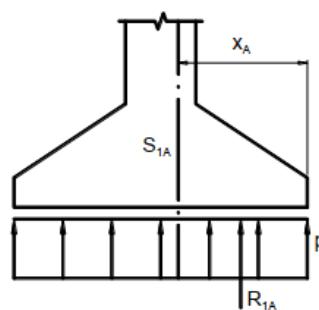
$$A_{1B} = x_b \cdot A \quad (15)$$

Nas quais:

- $A_{1A}$  e  $A_{1B}$  são as áreas da base da sapata, em  $\text{cm}^2$ .

Com a utilização da Figura 7, e considerando a pressão no solo, é possível achar a força resultante, conforme mostra as Equações 16 e 17.

**Figura 7 – Diagrama ilustrando a resultante da pressão no solo**



Fonte: Bastos (2019)

$$R_{1A} = p \cdot A_{1A} = p \cdot x_a \cdot B \quad (16)$$

$$R_{1B} = p \cdot A_{1B} = p \cdot x_b \cdot A \quad (17)$$

Sendo:

- $R_{1A}$  e  $R_{1B}$  são as forças resultantes, em kN.

Finalmente, os momentos fletores podem ser calculados com as Equações 18 e 19.

$$M_{1A} = p \cdot x_a^2 \cdot B / 2 \quad (18)$$

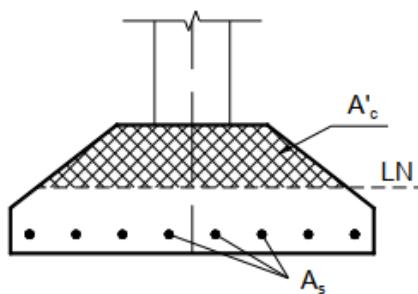
$$M_{1B} = p \cdot x_b^2 \cdot A / 2 \quad (19)$$

Sendo:

- $M_{1A}$  = momento fletor relativo à seção de referência  $S_{1A}$ , em kN.cm;
- $M_{1B}$  = momento fletor relativo à seção de referência  $S_{1B}$ , em kN.cm.

Bastos (2019) diz que a seção comprimida de concreto ( $A'_{c}$ ) tem a forma de um trapézio, no caso de sapatas com superfícies inclinadas, como é mostrado na Figura 8, e lembra que o cálculo exato das armaduras de flexão deve levar isso em consideração. Em contrapartida, Machado (1985), para efeito de simplificação, admite apenas uma seção retangular com braço de alavanca “z” dado por  $z = 0,85.d$ , o autor justifica isso, dizendo que o erro cometido não ultrapassa 10%.

**Figura 8 – Seção comprimida de concreto ( $A'_{c}$ )**



Fonte: Bastos (2019)

Por fim, a área de armadura é calculada com a Equação 20:

$$A_s = M_d / (0,85 \cdot d \cdot f_{yd}) \quad (20)$$

Sendo:

- $M_d$  = momento fletor de cálculo, obtido com as Equações 18 e 19, em kN.cm;

- $d$  = altura útil da sapata, em cm;
- $f_{yd}$  = resistência de cálculo do aço à tração, em  $\text{kN}/\text{cm}^2$ .

A ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.4.1, orienta que a armadura de flexão deve estender-se de face a face da sapata, de forma uniforme ao longo da largura da sapata, e deve terminar com gancho nas duas extremidades. Isso também é reforçado por Lima (2015), que ainda lembra da importância de não esquecer o cobrimento lateral, segundo a norma brasileira.

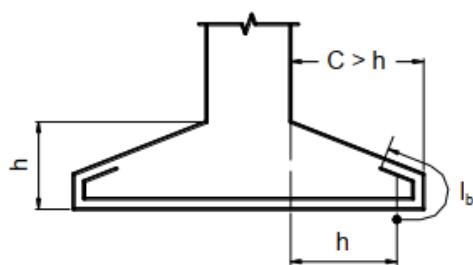
Bastos (2019) ainda orienta que o espaçamento “e” entre as barras deve estar compreendido entre:  $10 \text{ cm} \leq e \leq 20 \text{ cm}$ .

#### 2.1.4 CEB-70 - considerações acerca da ancoragem

Bastos (2019) detalha as duas possibilidades que o CEB-70 considera com relação à ancoragem das armaduras de flexão. São divididos em dois casos:

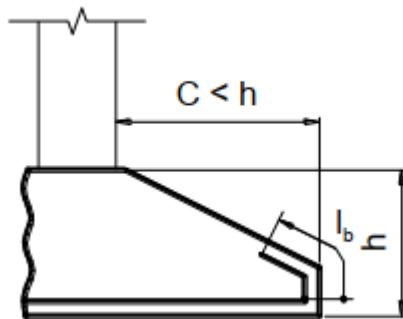
Para o primeiro caso se o balanço “C” for maior que a altura da sapata, é importante que a ancoragem da armadura deva partir da seção distante “h” da face do pilar, e consequentemente deve continuar até chegar nas extremidades da sapata. O segundo caso, em contrapartida, considera que se o balanço “C” for menor que a altura “h” da sapata, deve-se ancorar a armadura de forma completa na extremidade da sapata, de forma que para medir o comprimento de ancoragem deve-se partir da extremidade retilínea da barra, isso na borda da sapata (LIMA, 2015). A Figura 9 ajuda a entender o primeiro caso, onde  $C > h$ , e a Figura 10 detalha melhor o caso onde  $C < h$ .

**Figura 9** – Visualização da ancoragem,  $C > h$



Fonte: Bastos (2019)

**Figura 10 – Visualização da ancoragem,  $C < h$**



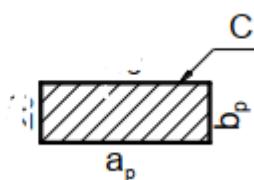
Fonte: Bastos (2019)

### 2.1.5 CEB-70 - verificação da força cortante

Bastos (2019) relata que o método CEB-70 considera que a força cortante deve ser verificada nas duas direções da sapata, e que essa força atuante deve também ser menor que uma força cortante limite. Porém, Machado (1985) menciona que essa força cortante utilizada pelo CEB-70 é bastante baixa, consequentemente muito conservadora, e o autor recomenda não usar. Sendo assim, a ABNT NBR 6118/2014, no item 22.6.2.2, menciona que as sapatas rígidas não apresentam ruptura por tração diagonal, mas sim por compressão da diagonal comprimida, e que a verificação se encontra no item 19.5.3.1 da referida norma. A explicação para isso é que como a sapata considerada é rígida, ela fica inteiramente dentro do cone hipotético de punção. Trataremos aqui, portanto, apenas da verificação da diagonal comprimida, como segue.

O item 19.5.3.1 da ABNT NBR 6118/2014 diz que a verificação da diagonal comprimida deve ser feita no contorno C.

**Figura 11 – Superfície crítica C**



Fonte: Adaptado de Bastos (2019)

Segundo esse item, é preciso atender a relação da Equação 21:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad (21)$$

Sendo:

- $\tau_{sd}$  = tensão de cisalhamento atuante, em  $kN/cm^2$ ;
- $\tau_{Rd2}$  = tensão de cisalhamento resistente, em  $kN/cm^2$ .

Em que  $\tau_{Rd2}$  é dado pela Equação 22:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (22)$$

O valor de  $\alpha_v$  é encontrado com a Equação 23:

$$\alpha_v = 1 - f_{ck}/250, \text{ com o valor de } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (23)$$

Deve-se, inicialmente, determinar o perímetro da superfície critica C, que representa o perímetro do pilar, de acordo com a Equação 24.

$$u_0 = 2 \cdot (a_p + b_p) \quad (24)$$

Sendo:

- $u_0$  = perímetro da superfície crítica, em cm.

A tensão de cisalhamento solicitante,  $\tau_{sd}$ , é calculada com a Equação 25:

$$\tau_{sd} = F_{sd} / (u_0 \cdot d) \quad (25)$$

Sendo:

- $F_{sd}$  = valor de cálculo da força solicitante, em kN;
- $u_0$  = perímetro de contorno crítico, obtido com a Equação 24, em cm;
- $d$  = altura útil ao longo do contorno crítico, em cm.

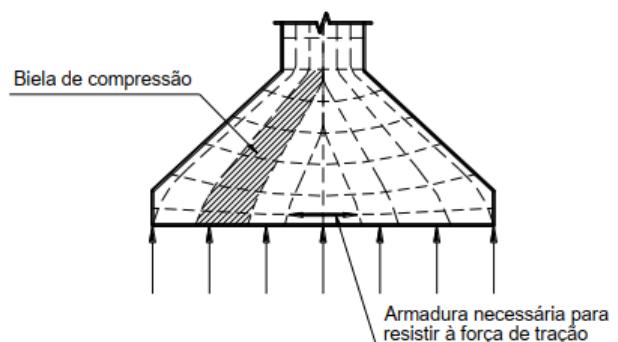
## 2.2 Descrição do Método das Bielas e Tirantes

De acordo com Lima (2015), o método das Bielas foi idealizado por Lebelle, em 1936, depois de realizar vários ensaios em laboratório. O método em questão pode ser aplicado para sapatas rígidas, corridas ou isoladas. De forma geral, o método consiste na ideia de que a carga é transferida do pilar até a base da sapata pelas bielas de concreto comprimidas, mostradas na

Figura 12, que acabam induzindo tensões de tração na base da sapata, que por conseguinte devem ser suportadas por armaduras de flexão.

Vieira (2019) diz que as áreas hachuradas, mostradas na Figura 12, são as bielas inclinadas que sofrem com a compressão, e que o concreto é responsável por resistir a esse esforço. As setas horizontais, por sua vez, representam o esforço de tração que fica a cargo do aço resistir.

**Figura 12 – Percurso da carga advinda do pilar**



Fonte: Bastos (2019)

### 2.2.1 Classificação relativa à rigidez – Método Bielas

O método CEB-70 e o método das Bielas diferem entre si no quesito classificação das sapatas com relação a rigidez. As considerações do CEB-70 foram mencionadas no item 2.1.1, será discutido na sequência as considerações do Método das Bielas.

Como relatado no item 2.1.1, Montoya (1971) sugere que o ângulo  $\beta$ , visto na Figura 13, seja igual ou maior do que  $45^\circ$ , para que a sapata seja considerada rígida. Lima (2015), que fez uma comparação entre dimensionamento de sapatas com os métodos das Bielas e CEB-70, e também, com a utilização do *software* Eberick V9, usou em seu trabalho a recomendação de Montoya (1971), como mostra a Figura 13, e ainda disse que as hipóteses que foram adotadas no método das Bielas pressupõem a adoção do ângulo  $\beta$ , formado do tronco da pirâmide, deve ser maior ou igual à  $45^\circ$ . Outro autor que também acabou utilizando dessa recomendação de Montoya (1971) foi Vieira (2019).

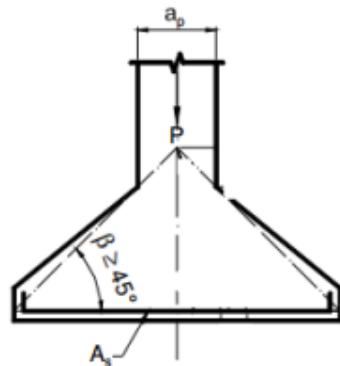
A justificativa dada por Lima (2015) para a adoção dessa recomendação foi que, garantindo essa condição, resultará em melhor aproveitamento do sistema, além de que não ocorrerá esmagamento da diagonal comprimida, ou seja, sua verificação se torna dispensável. Essa recomendação é conservadora e sempre atenderá à condição imposta pela ABNT NBR 6118/2014 no item 22.6.1.

Bastos (2019), entretanto, apenas menciona sobre essa possibilidade, que sem dúvidas garantirá mais segurança no dimensionamento, porém no seguimento de seu trabalho o referido autor acaba não usando essa recomendação de Montoya (1971), já que a exigência da ABNT NBR 6118/2014 já havia sido correspondida. A implicação disso, é que se a recomendação de Montoya (1971) com relação ao ângulo  $\beta$  for usada, a altura da sapata será consideravelmente maior, gerando um consumo de concreto superior, assim como já foi mencionado no item 2.1.1.

No presente trabalho foi adotada a recomendação de Lima (2015) com relação ao ângulo  $\beta$ , em razão de sua maior segurança estrutural, melhor aproveitamento do sistema e garantia de sempre atender à limitação imposta pela ABNT NBR 6118/2014.

A Figura 13 ilustra as forças atuantes na sapata, de acordo com o método das Bielas, e foi com essa figura, usada como referência, que Bastos (2019) fez o detalhamento do cálculo afim de se obter os esforços máximos de tração, que estão mostrados nas Equações 27 e 28. Todo o desenvolvimento das equações a seguir podem ser integralmente conferidos no trabalho de Bastos (2019).

**Figura 13 – Esforço atuante na sapata**



Fonte: Vieira (2015)

$$T_x = P/8 \cdot (A - a_p)/d \quad (27)$$

$$T_y = P/8 \cdot (B - b_p)/d \quad (28)$$

Na qual:

- $T_x$  = esforços máximos de tração na direção 'x', em kN;
- $T_y$  = esforços máximos de tração na direção 'y', em kN;

Consequentemente, o autor também detalha o cálculo para obter as Equações 29 e 30,

responsáveis pelo cálculo das armaduras de flexão da sapata.

$$A_{sx} = A_{s,A} = T_{xd}/f_{yd} = 1,61 \cdot T_x / f_{yd} \quad (29)$$

$$A_{sy} = A_{s,B} = T_{yd}/f_{yd} = 1,61 \cdot T_y / f_{yd} \quad (30)$$

Lima (2015), lembra que esse valor de 1,61 é em decorrência do valor dos esforços serem majorados. O valor resultante da combinação no ELU, que é 1,40, multiplicado com o valor estimado do peso do solo sobre a sapata, que vale 1,15, resultando assim em 1,61.

---

### 3 METODOLOGIA

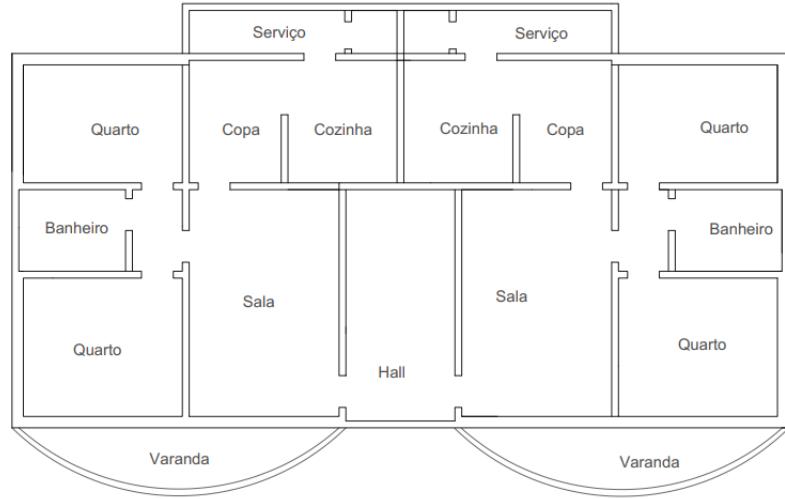
No presente trabalho apenas serão verificadas sapatas rígidas isoladas sujeitas a carregamentos centrados, isso porque o Método das Bielas é utilizado e recomendável quando o carregamento é praticamente centrado. Para um adequado dimensionamento de fundações são necessárias informações da superestrutura, como as dimensões dos pilares e as cargas que são transmitidas para as fundações, informações como o tipo de concreto usado, e também dados referentes ao solo (tensão admissível) são importantes para a análise.

A etapa inicial do estudo consistiu na elaboração e lançamento de uma estrutura de um edifício no *software* de cálculo estrutural CypeCAD. Isso foi realizado para que se pudesse obter as informações referentes às solicitações atuantes na fundação, como também obter a seção dos pilares, informações que são necessárias para usar os dois métodos em análise no trabalho.

O modelo estrutural usado consiste em um edifício residencial de quatro pavimentos, sendo o pavimento térreo com garagem em pilotis, e outros três pavimentos tipo (com dois apartamentos por andar). A ideia da estrutura foi uma adaptação feita do livro de Aderson Moreira da Rocha, “Curso Prático de Concreto Armado - Vol 1 - 21<sup>a</sup> edição”. Nesse livro o autor desenvolve o procedimento de cálculo manual da estrutura em questão. Algumas adaptações foram feitas, como a retirada de um pilar em forma de V no pavimento térreo, e também, a mudança da seção transversal de alguns pilares, que o autor originalmente imaginou em seção circular, mas que no presente trabalho foram concebidos como pilares quadrados, e além disso, as varandas também foram modificadas, passando a ter o formato de arcos de circunferência, apenas para simplificação da análise feita no MathCAD.

Na Figura 14 é detalhada a planta dos pavimentos tipo que foi utilizada para a modelagem da estrutura do edifício residencial.

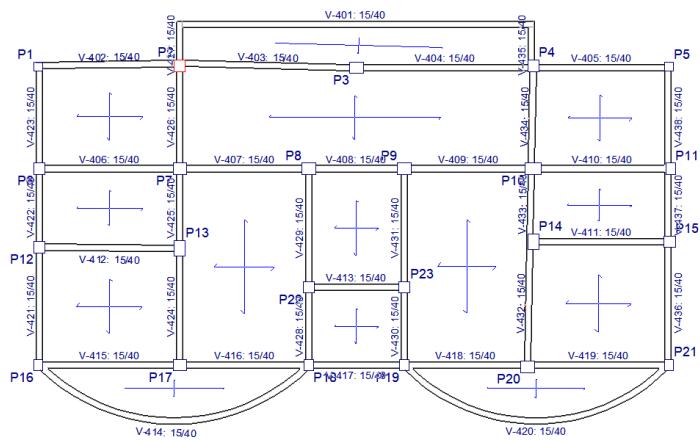
**Figura 14 - Planta do pavimento tipo**



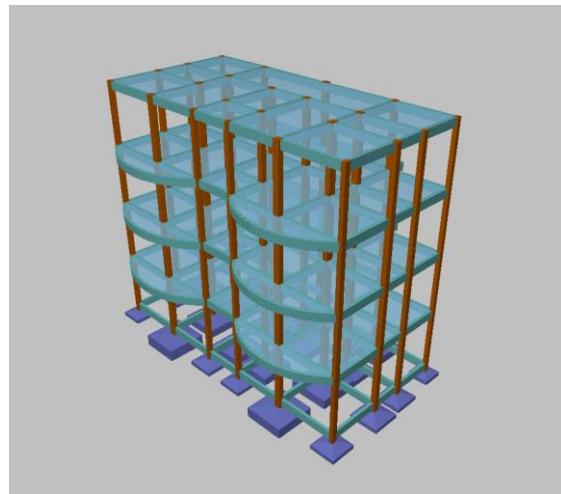
Fonte: AutoCAD (2023)

Com a planta do edifício devidamente desenhada no AutoCAD, foi possível fazer a importação e o lançamento inicial da estrutura no CypeCAD. Na Figura 15 é mostrada a tela do *software* já com a estrutura lançada (vigas, lajes e pilares) e na Figura 16 é mostrada a vista 3D da edificação.

**Figura 15 - Lançamento da estrutura no CypeCAD**



Fonte: Autor (2023)

**Figura 16** – Vista 3D do edifício

Fonte: Autor (2023)

Com a estrutura lançada e devidamente calculada, pode-se extrair o mapa de cargas da fundação, assim como, as dimensões da seção transversal dos pilares. Na Tabela 1 são resumidas informações referentes às características do projeto, que serão úteis como dado de entrada inicial para configuração do programa.

**Tabela 1** – Características de projeto

DADOS	VALOR	UNIDADE
$F_{ck}$	25	MPa
Tipo de aço	CA-50	Kgf/mm <sup>2</sup>
Cobrimento	4,00	cm
Tensão admissível do solo	1,50	Kgf/cm <sup>2</sup>
Classe de agressividade	II	-----

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 2 detalha a planta de carga calculada no CypeCAD, com as cargas que chegam as fundações, assim como, as dimensões dos pilares.

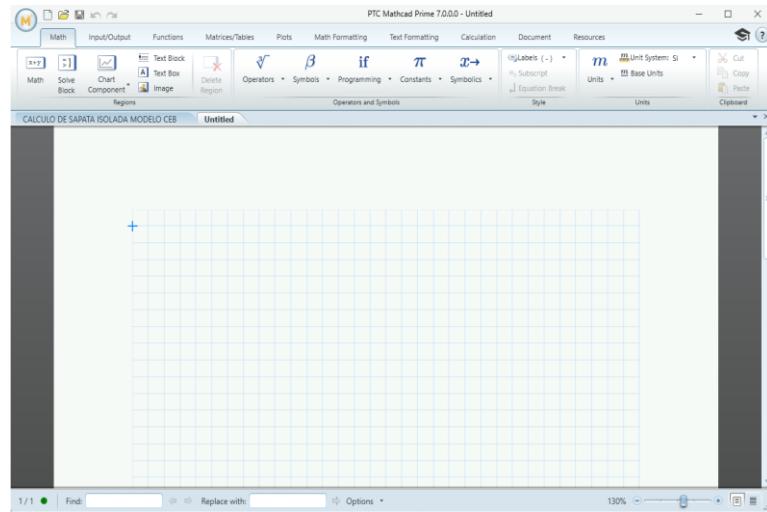
**Tabela 2 – Cargas na fundação**

PILAR	SEÇÃO (cm)	CARGA (kN)
P1	20x20	273,2
P2	25x25	828,4
P3	30x25	1022,4
P4	25x25	762,6
P5	20x20	258,2
P6	25x25	516,3
P7	30x25	1147,8
P8	30x25	999,6
P9	30x25	1003,7
P10	35x25	1051,3
P11	25x20	481,6
P12	25x25	538,7
P13	35x25	1050,6
P14	35x25	1067,2
P15	25x25	529
P16	25x20	427,8
P17	30x25	1016,5
P18	25x20	470,4
P19	25x20	459,1
P20	30x25	1008,3
P21	25x20	438,8
P22	25x25	763,3
P23	25x25	776,4

Fonte: CypeCAD (2023)

### 3.1 Implementação das rotinas de cálculo

As duas rotinas de cálculo que serão apresentadas a seguir foram concebidas com base na apostila do professor Bastos (2019). A implementação dos dois métodos em questão foi realizada no *software* MathCAD que consiste em um *software* de matemática usado para elaboração de memoriais de cálculo. A interface do MathCAD é simples e intuitiva, seguindo uma notação escrita de fácil leitura. As rotinas ou memoriais de cálculo implementadas no MathCAD podem ser úteis tanto para fins acadêmicos, como também profissionais, representando agilidade nas análises, e possibilitando entrega mais rápida dos projetos. Na Figura 17 é visto a interface padrão do MathCAD.

**Figura 17 - Interface inicial do MathCAD Prime 7**

Fonte: Autor (2023)

### 3.2 Memorial de cálculo Método CEB-70

A seguir é apresentado as etapas de cálculo implementadas no MathCAD para o método CEB-70, seguindo o que foi disposto no item 2.1. O exemplo de cálculo representa a sapata S7 do projeto analisado.

A primeira etapa consistiu na introdução dos dados de entrada do problema, em que são solicitadas informações como a carga atuante, bitola usada no pilar, e também características dos materiais, como o  $f_{ck}$ . Na Figura 18 é vista a primeira etapa do memorial de cálculo.

**Figura 18 - Introdução dos dados de entrada - Método CEB-70**

*Método CEB-70*

**1<sup>a</sup> Etapa - Introdução dos dados de entrada do problema.**

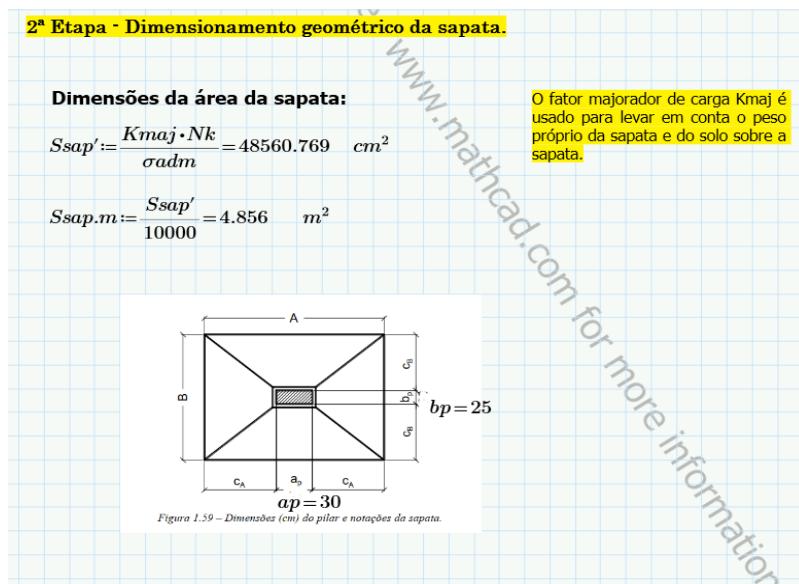
$$\begin{aligned}
 N_k &:= 1147.8 \text{ kN} & \phi_{pil} &:= 16 \text{ mm} \\
 K_{mag} &:= 1.1 & & \\
 a_p &:= 30 \text{ cm} & c &:= 4 \text{ cm} \\
 b_p &:= 25 \text{ cm} & & \\
 f_{ck} &:= 25 \text{ MPa} & f_{yd} &:= \frac{50}{1.15} = 43.478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\
 f_{cd} &:= \frac{\left(\frac{f_{ck}}{10}\right)}{1.4} = 1.786 & & \\
 \sigma_{adm} &:= 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & &
 \end{aligned}$$

Fonte: Autor (2023)

A segunda etapa do memorial é responsável pelo cálculo das dimensões geométricas da sapata. Inicialmente, é feita uma estimativa das dimensões da sapata em planta, em que é utilizado um fator majorador de carga  $K_{maj}$ , que como já foi mencionado tem o intuito de levar em conta o peso próprio da sapata.

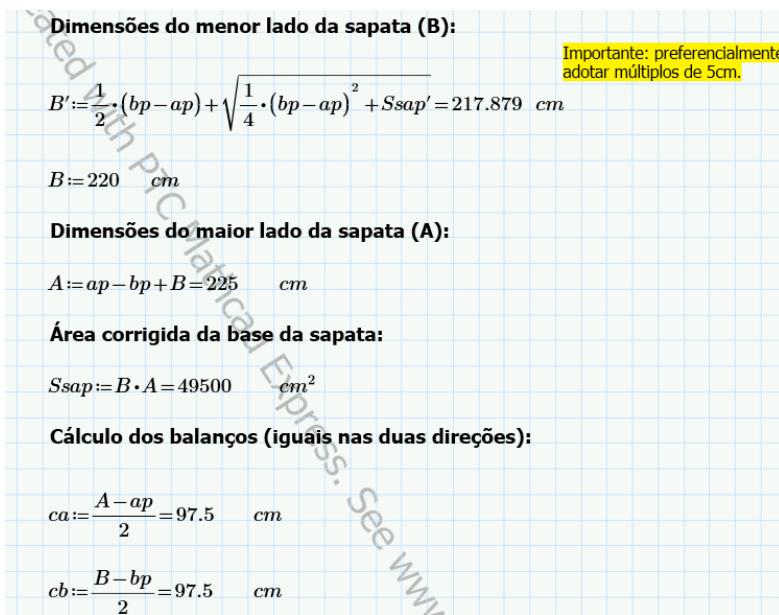
Após isso, é determinado o valor de A e B que são, respectivamente, as dimensões do maior e menor lado da sapata. Nas Figuras 19 e 20 são detalhados, respectivamente, a estimativa da área em planta e as dimensões dos lados da sapata.

**Figura 19 – Cálculo da área da sapata em planta - Método CEB-70**



Fonte: Autor (2023)

**Figura 20 – Cálculo dos lados da sapata - Método CEB-70**



Fonte: Autor (2023)

No seguimento da segunda etapa, é estimada a altura da sapata, verificando as exigências para classificação entre sapata rígida e flexível, como visto na Figura 21. A verificação aqui é feita conforme o item 22.4.1 da ABNT NBR 6118/2014.

**Figura 21** – Cálculo da altura da sapata - Método CEB-70

**Cálculo da altura da sapata:**

Para ser classificada como rígida é preciso verificar a expressão a seguir, conforme NBR 6118:

**22.4 Sapatas**

**22.4.1 Conceituação**

Sapatas são estruturas de volume usadas para transmitir ao terreno as cargas de fundação, no caso de fundação direta.

Quando se verifica a expressão a seguir, a sapata é considerada rígida. Caso contrário, a sapata é considerada como flexível.

$$h \geq (a - a_p)/3$$

onde:

$h$  é a altura da sapata;

$a$  é a dimensão da sapata em uma determinada direção;

$a_p$  é a dimensão do pilar na mesma direção.

**Altura da sapata, considerando sapata rígida:**

$$h' := \frac{A - a_p}{3} = 65 \quad cm \quad h := 70 \quad cm$$

Importante: como 'ca' e 'cb' são iguais, não precisa verificar na direção do lado B.

Fonte: Autor (2023)

Ao final da segunda etapa é realizada a verificação da ancoragem das armaduras do pilar, de forma a possibilitar a correta armação da armadura longitudinal do pilar dentro do volume de concreto. Importante salientar que é nessa etapa que é verificado o ângulo  $\alpha$ , que é recomendado não ser maior do que  $30^\circ$  para o método CEB-70, afim de evitar utilização desnecessária de formas nas faces inclinadas, como recomenda Araújo (2010). Por fim, a altura das faces verticais da sapata é determinada, e essa etapa final é vista na Figura 22.

Figura 22 – Verificação da ancoragem - Método CEB-70

**Verificação da ancoragem:**

Tabela A-7 – Comprimento de ancoragem (cm) para a aço C450 nervurado.

d (mm)	COMPRIMENTO DE ANCORAGEM (cm) PARA $A_{s,ef} = A_{s,cal}$								CA-50 nervurado								
	Concreto																
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	Sem Com	Sem Com	Sem Com	Sem Com	Sem Com	Sem Com			
6,3	35	39	28	36	24	30	21	27	19	25	17	23	16	21	15		
8	33	33	28	19	24	17	21	15	19	13	17	12	16	11	15	10	
10	61	43	50	35	43	30	38	27	34	24	31	22	29	20	27	19	
12,5	42	30	35	24	30	21	27	19	24	17	25	15	20	14	19	13	
16	76	53	62	44	51	38	48	33	43	30	39	28	36	25	34	21	
20	53	37	41	31	38	26	33	23	30	21	28	19	25	18	24	17	
25	95	66	78	55	67	47	60	42	51	38	49	34	45	32	42	30	
32	66	46	55	38	47	33	42	29	38	26	34	24	35	22	30	21	
40	121	85	100	70	86	60	76	53	69	48	63	44	58	41	54	38	
48	85	59	70	49	60	42	53	37	48	34	44	31	41	29	38	27	
52	151	106	125	87	108	75	95	67	86	60	79	55	73	51	68	47	
62	106	74	87	61	75	53	67	47	60	42	55	39	51	36	47	33	
72,5	170	119	141	98	121	85	107	75	97	68	89	62	82	57	76	53	
82	119	83	98	69	85	59	75	53	68	47	62	43	57	40	53	37	
92	189	132	156	109	135	94	119	83	108	75	98	69	91	64	85	59	
102	132	93	109	76	94	66	83	58	75	54	69	48	64	45	59	42	
122	242	169	200	140	149	1/2	123	152	107	138	96	126	88	116	81	108	76
142	169	118	140	98	121	84	107	75	96	67	88	62	81	57	76	53	
162	329	230	271	190	234	164	207	145	187	131	171	120	128	111	147	103	
182	230	161	190	133	164	115	145	107	131	97	170	84	111	77	103	72	

Valores de aço com: NBR 6118.  
Nº Superior M6 Aderência : Nº Inferior Boa Aderência  
Sem e Com indicam sem ou com gancho na extremidade da barra  
 $A_{s,ef}$  = área de armadura efetiva ;  $A_{s,cal}$  = área de armadura calculada  
 $lb = 42 \text{ cm}$   
 $\alpha = 1,4$  ;  $\gamma = 1,15$

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo:  $l_{b,min} \geq \frac{0,3 \cdot t_b}{10 \cdot \phi} \cdot 100\text{mm}$

**Informações necessárias para entrar na tabela A-7 - retirado de Bastos 2019:**

Região com boa aderência?  
 $\phi \cdot \pi \cdot \phi = 16 \text{ mm}$   
 $f_{ck} = 25 \text{ Mpa}$   
Ancoragem com ganho?

Importante: a altura útil 'd' deve ser maior que 'lb', para garantir a ancoragem necessária.

**Cálculo da altura útil 'd':**

$$d = h - (c + 1) = 65 \text{ cm}$$

$$d < lb = 0 \quad (\text{Se (1) verdadeiro se (0) Falso})$$

Importante: se a verificação resultar em 1, deve-se aumentar o valor de 'd'.

**Altura das faces verticais (saias da sapata):**

$$h0' := \frac{h}{3} = 23.333 \text{ cm}$$

$$h0 := 15 \text{ cm}$$

Importante: a altura da saia deve ser o maior valor entre os dois calculados ao lado. Usar múltiplo de 5cm.

$$h0 := \max(h0', h0) = 23.333 \text{ cm}$$

Importante: limites impostos pelo CEB-70 (bastos pag 13)

$$h0 := 25 \text{ cm}$$

Importante: valor de alfa deve ser menor do que 30º, para evitar o emprego de formas nessa faces.

$$\beta := \text{atan} \left( \frac{h}{ca} \right) = 35.676 \text{ deg}$$

$0,5 \leq \tan \beta \leq 1,5 \quad (26,6^\circ \leq \beta \leq 56,3^\circ)$

$$\alpha := \text{atan} \left( \frac{h - h0}{ca} \right) = 24.775 \text{ deg}$$

Fonte: Autor (2023)

A terceira etapa corresponde à determinação dos momentos fletores solicitantes internos. A pressão no solo é o primeiro parâmetro calculado, a seguir são verificados os limites impostos pela Equação 8, necessário para aplicar o método CEB-70. Na Figura 23 é ilustrado a terceira etapa do memorial.

**Figura 23** – Determinação dos momentos fletores internos - Método CEB-70

### 3ª Etapa - Determinação dos momentos fletores internos.

## Cálculo da pressão no solo

$$P_d := \frac{1.4 \cdot Nk}{A \cdot B} = 0.032 \quad \frac{kN}{cm^2}$$

## Verificação dos limites impostos pelo método CEB-70:

$$\frac{h}{2} \leq c \leq 2h$$

$$\frac{h}{2} = 35$$

$$ca = 97.5$$

$$\frac{h}{2} < ca < 2 \cdot h = 1$$

Importante: para usarmos o método CEB-70 a expressão deve retornar o valor 1.

$$2 \cdot h = 140 \quad cm$$

### Distâncias das seções de referência S1 à extremidade das sapatilhas:

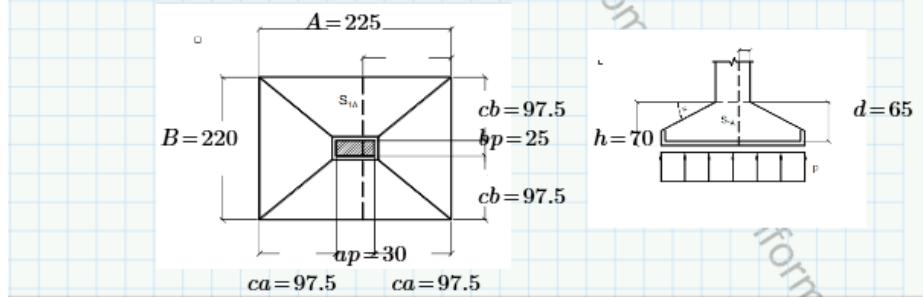
$$xa := ca + 0.15 \quad ap = 102 \quad cm^*$$

$$xb := cb + 0.15 \quad bp = 101.25 \quad cm$$

## **Calculo dos momentos fletores atuantes:**

$$M1A.d := Pd \cdot \frac{xa^2}{2} \cdot B = 37151.99 \quad kN.cm$$

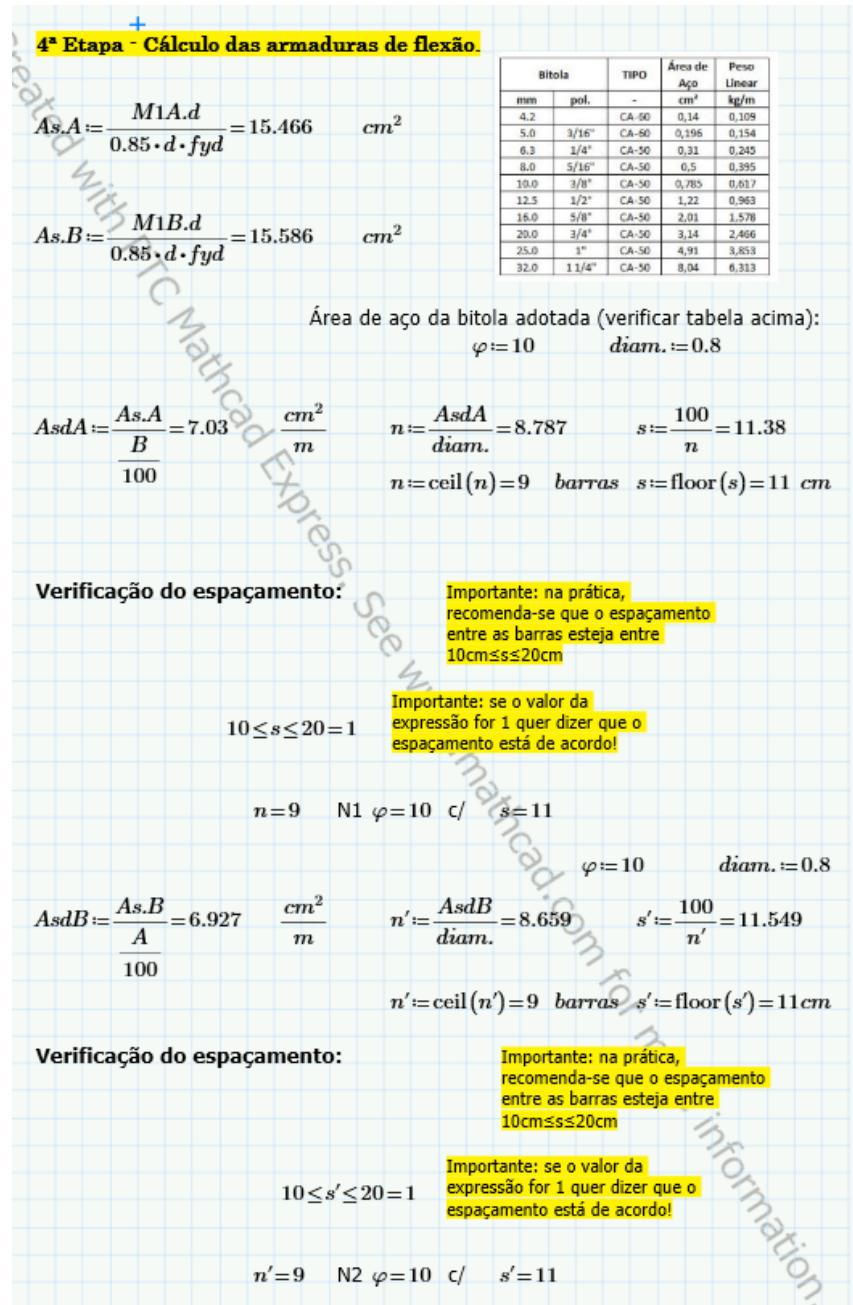
$$M1B.d := Pd \cdot \frac{x b^2}{2} \cdot A = 37439.638 \quad kN.cm$$



Fonte: Autor (2023)

A quarta etapa é responsável pelo cálculo das armaduras de flexão, assim como o espaçamento e o número de barras. Visto que a ABNT NBR 6118/2014 não especifica uma armadura mínima de flexão para sapatas, no memorial também não será adotada. A quarta etapa é mostrada na Figura 24.

Figura 24 – Dimensionamento da armadura - Método CEB-70



Fonte: Autor (2023)

A quinta etapa consiste na verificação da diagonal comprimida. Como nossa análise é para sapatas rígidas, segundo Bastos (2019), não deve ocorrer ruptura por punção, em virtude disso é preciso apenas verificar a tensão na diagonal de compressão. Na Figura 25 é detalhada a quinta etapa.

**Figura 25** – Verificação da diagonal comprimida - Método CEB-70**5ª Etapa - Verificação da diagonal comprimida.**

$$u_0 := 2 (ap + bp) = 110 \text{ cm} \quad (\text{perímetro da superfície crítica C})$$

$$F_{sd} := N_k \cdot 1.4 = 1606.92 \text{ kN}$$

$$\tau_{sd} := \frac{F_{sd}}{u_0 \cdot d} = 0,225 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de cisalhamento atuante}$$

Tensão de cisalhamento resistente

$$\alpha_v := \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0.9$$

$$\tau_{Rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0.434 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{sd} < \tau_{Rd2} = 1 \quad (\text{Se (1) verdadeiro se (0) Falso})$$

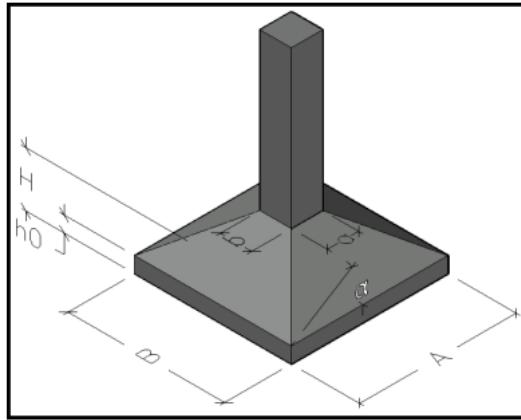
Se a condição for satisfeita (1) não irá ocorrer esmagamento do concreto na diagonal comprimida.

Fonte: Autor (2023)

A sexta e última etapa do memorial referente ao método CEB-70 diz respeito ao cálculo da quantidade de materiais, ou seja, o volume total de concreto e a quantidade de armadura. Com relação ao formato das sapatas rígidas, Pereira (2020) diz que elas podem possuir diversos formatos, sendo os mais comuns, entretanto, as sapatas de formato paralelepípedico e tronco-piramidal. Em razão de seu amplo uso na construção civil, foi adotado o formato tronco-piramidal para as sapatas do presente estudo. A Figura 26 mostra uma sapata isolada no formato tronco-piramidal.

Na Figura 27 é detalhado o cálculo da quantidade de concreto necessário. Primeiramente, é calculado a área da base da sapata, após isso a área da seção do fuste e a altura do tronco da pirâmide são encontrados, com esses valores pode-se calcular o volume da pirâmide, que somado com o volume da base resulta no volume total da sapata, em m<sup>3</sup>.

**Figura 26** – Sapata isolada do tipo tronco-piramidal



Fonte: Pereira (2020)

**Figura 27** – Cálculo do volume de concreto - Método CEB-70

**6<sup>a</sup> Etapa - Cálculo da quantidade de materiais.**

**Quantidade de concreto:**

**Área da base da sapata:**

$$A.\text{base} := \frac{A}{100} \cdot \frac{B}{100} = 4.95 \text{ } m^2$$

**Área da seção do fuste:**

$$A.\text{fuste} := \frac{ap}{100} \cdot \frac{bp}{100} = 0.075 \text{ } m^2$$

**Altura da pirâmide:**

$$\text{Altura.P} := \frac{h}{100} - \frac{h0}{100} = 0.45 \text{ } m$$

**Volume da pirâmide:**

$$\text{Vol.P} := \frac{\text{Altura.P}}{3} \cdot \left( A.\text{base} + A.\text{fuste} + (A.\text{base} \cdot A.\text{fuste})^{0.5} \right) = 0.845 \text{ } m^3$$

**Volume da base:**

$$\text{Vol.base} := \frac{A}{100} \cdot \frac{B}{100} \cdot \frac{h0}{100} = 1.238 \text{ } m^3$$

**Volume total da sapata:**

$$\text{Volume.Sapata} := \text{Vol.P} + \text{Vol.base} = 2.083 \text{ } m^3$$

Fonte: Autor (2023)

Na Figura 28, por sua vez, é mostrada a determinação da quantidade de aço, em quilogramas, necessário para a sapata, é calculada a quantidade necessária para cada direção, sendo em seguida somadas as contribuições de aço para as duas direções A e B, conforme detalhado.

Figura 28 – Cálculo da quantidade de aço - Método CEB-70

**Quantidade de aço:**

*Tabela 1-7 – Comprimento de ancoragem (cm) para o aço C.I-50 nervurado.*

**COMPRIMENTO DE ANCORAGEM (cm) PARA  $A_{s,ef} = A_{s,alc}$**  CA-50 nervurado

$\phi$ (mm)	Concreto											
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50				
Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	
6,3	48	33	39	28	34	24	30	21	27	19	25	17
	33	23	28	19	24	17	21	15	19	13	17	12
8	61	42	50	35	43	30	38	27	34	24	31	22
	42	30	35	24	30	21	27	19	24	17	22	15
10	76	53	62	44	54	38	48	33	43	30	39	28
	53	37	44	31	38	26	33	23	30	21	28	19
12,5	95	66	78	55	67	47	60	42	54	38	46	34
	66	46	52	38	47	33	42	28	38	26	34	24
16	122	85	100	70	86	60	76	53	69	48	63	44
	85	58	70	49	60	42	53	37	48	34	44	31
20	151	105	125	87	108	75	95	67	86	60	79	55
	105	74	87	61	75	53	67	47	69	42	55	49
25	189	132	156	109	135	94	119	83	108	75	98	69
	132	93	109	76	95	66	83	58	75	54	69	48
32	212	169	200	130	172	121	152	107	138	96	126	88
	169	119	130	98	121	84	107	75	96	67	88	62
40	239	230	271	190	238	161	207	145	187	131	171	120
	230	161	190	133	164	115	145	102	131	97	170	84

Valores de acordo com a NBR 6118.  
Nº Superior: Maior Aderência ; Nº Inferior: Menor Aderência  
Sem e Com: indicam sem ou com gancho na extremidade da barra  
 $A_{s,ef}$  = área de armadura efetiva ;  $A_{s,alc}$  = área de nematura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo:  $\ell_{b,min} \geq \frac{0,3 \ell_s}{10 \phi} + 100$  mm

$\gamma = 1,4$        $\gamma_s = 1,15$

$\varphi = 10 \text{ mm}$   
 $fck = 25$   
**boa aderência**  
**ancoragem sem ganho**  
 $lb = 40 \text{ cm}$   
**Importante:**  
 arredondar para múltiplos de 5cm.

**Para o lado A:**

$A = 225 \text{ cm}$

$n = 9 \text{ barras}$

$\sigma = 0.617 \text{ kg/m}$

$C.A = A - 2 \cdot c + 2 \cdot lb = 297 \text{ cm}$

$Peso.A := n \cdot \frac{C.A}{100} \cdot \sigma = 16.492 \text{ kg}$

**Para o lado B:**

$B = 220 \text{ cm}$

$n' = 9 \text{ barras}$

$C.B = B - 2 \cdot c + 2 \cdot lb = 292 \text{ cm}$

$Peso.B := n' \cdot \frac{C.B}{100} \cdot \sigma = 16.215 \text{ kg}$

**+ Peso total:**  
 $PesoTotal := Peso.A + Peso.B = 32.707 \text{ kg}$

Bitola	Tipo	Área de aço	Peso Linear
mm	pol.	mm <sup>2</sup>	kg/m
4,2	-	0,14	0,107
5,0	3/16"	0,196	0,154
6,3	1/4"	0,31	0,245
8,0	5/16"	0,5	0,395
10,0	3/8"	0,785	0,617
12,5	1/2"	1,22	0,963
16,0	5/8"	2,01	1,578
20,0	3/4"	3,14	2,466
25,0	1"	4,91	3,853
32,0	1 1/4"	8,04	6,313

Fonte: Autor (2023)

### 3.3 Memorial de cálculo Método Bielas e Tirantes

A seguir é apresentado as etapas de cálculo implementadas no MathCAD para o Método Bielas e Tirantes, seguindo o que foi disposto no item 2.2. O exemplo calculado é o da sapata S7.

A primeira etapa é referente à introdução dos dados do problema, já a segunda etapa consiste no dimensionamento geométrico da sapata, e segue o mesmo procedimento adotado para o método CEB-70. Em virtude disso, essas duas primeiras etapas do memorial não serão mostradas, já que elas podem ser vistas nas Figuras 18, 19 e 20. Apenas deve-se atentar para a verificação do ângulo  $\beta$ , que está presente no final da segunda etapa, como mostra a Figura 29.

**Figura 29** – Verificação do ângulo  $\beta$  - Método Bielas

$\beta := \text{atan} \left( \frac{d}{\frac{1}{2} \cdot (A - ap)} \right) = 45.725 \text{ deg}$

$\beta \geq 45 \text{ deg} = 1$

Importante: recomendado que o valor de beta seja maior que  $45^\circ$

Importante: se a verificação resultar em 0, deve-se aumentar o valor de 'h'.

Fonte: Autor (2023)

Atenção deve ser dada somente às considerações de altura útil “h” do Método Bielas e Tirantes. Segundo esse método, deve-se satisfazer a condição da Equação 31:

$$d \geq \frac{A - a_p}{4} \quad (31)$$

Segundo Bastos (2019), levando-se em consideração que a altura útil “d” é somente pouco inferior à altura “h”, percebe-se que o valor limite da ABNT NBR 6118/2014 para classificação de sapatas rígidas sempre atenderá o Método Bielas e Tirantes. Em decorrência disso, será usado o limite imposto pela ABNT NBR 6118/2014 para a altura mínima “h”, e assim também atenderemos às solicitações do método das Bielas e Tirantes.

Como recomendado por Montoya (1971), o valor do ângulo beta deve ser maior ou igual à  $45^\circ$ , para maior aproveitamento. Portanto, ao usar o memorial de cálculo é preciso verificar se o critério está em conformidade, caso o ângulo seja menor que o recomendado é preciso aumentar a altura “h” da sapata manualmente e verificar novamente o ângulo beta.

A terceira etapa é responsável pelo cálculo das forças de tração na base da sapata e o cálculo das armaduras de flexão, como mostrado nas Figura 30 e 31.

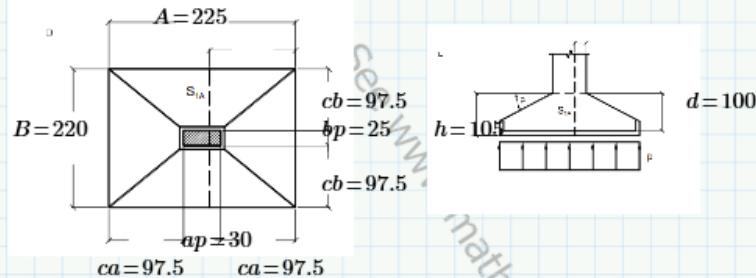
**Figura 30 – Cálculo das forças de tração - Método Bielas**

**3ª Etapa - Cálculo das forças de tração e armaduras de flexão.**

**Força de tração na sapata:**

$$Tx := \frac{Nk}{8} \cdot \frac{(A - ap)}{d} = 279.776$$

$$Ty := \frac{Nk}{8} \cdot \frac{(B - bp)}{d} = 279.776$$



**Cálculo das armaduras de flexão:**

$$As.a := \frac{Tx \cdot 1.4}{fyd} = 9.009 \text{ cm}^2$$

$$As.b := Ty \cdot \frac{1.4}{fyd} = 9.009 \text{ cm}^2$$

Bitola		TIPO	Área de Aço	Peso Linear
mm	pol.		cm <sup>2</sup>	kg/m
4.2	1/16"	CA-60	0,34	0,109
5.0	5/32"	CA-60	0,196	0,154
6.3	1/4"	CA-50	0,31	0,245
8.0	5/16"	CA-50	0,5	0,395
10.0	3/8"	CA-50	0,785	0,617
12.5	1/2"	CA-50	1,22	0,963
16.0	5/8"	CA-50	2,01	1,578
20.0	3/4"	CA-50	3,14	2,466
25.0	1"	CA-50	4,91	3,853
32.0	1 1/4"	CA-50	8,04	6,313

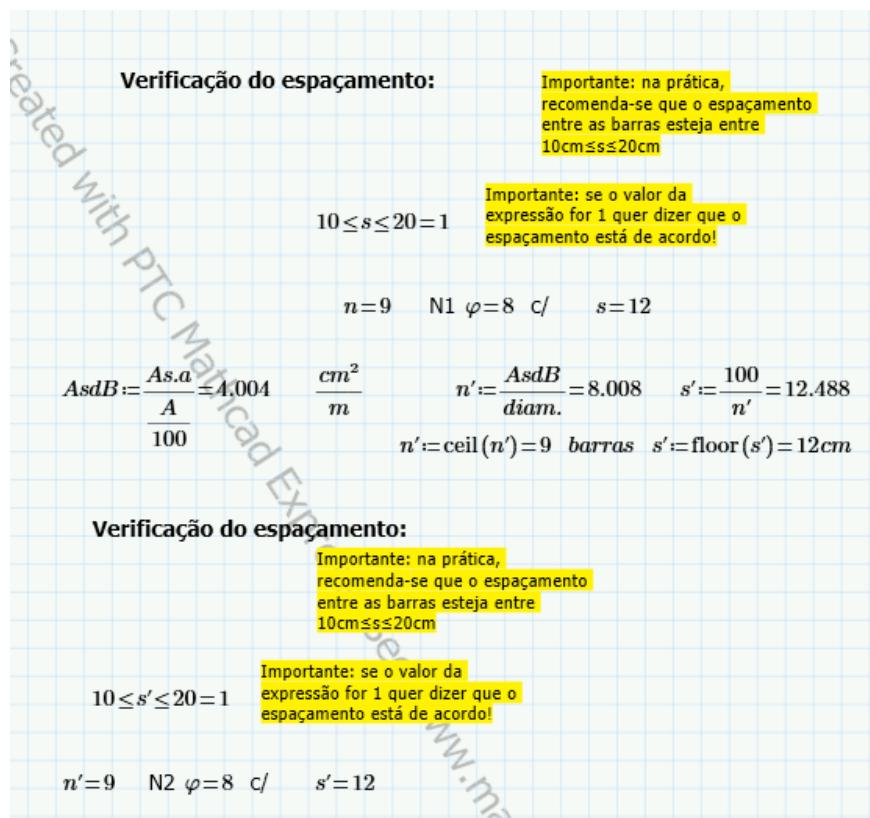
Área de aço da bitola adotada (verificar tabela acima):  
 $\varphi := 8$        $diam. := 0,5$

$$AsdA := \frac{As.a}{B} = \frac{4.095}{100} \text{ cm}^2 \quad n := \frac{AsdA}{diam.} = 8.19 \quad s := \frac{100}{n} = 12.21$$

$$n := \text{ceil}(n) = 9 \text{ barras} \quad s := \text{floor}(s) = 12 \text{ cm}$$

Fonte: Autor (2023)

**Figura 31** – Dimensionamento da armadura - Método Bielas



Fonte: Autor (2023)

A quarta etapa do memorial referente ao Método das Bielas é responsável pela verificação da diagonal comprimida, assim como recomenda a ABNT NBR 6118/2014. Essa etapa é exatamente igual ao procedimento feito no Método CEB-70, visto na Figura 24, e, portanto, não será repetido aqui.

A quinta e última etapa é referente ao cálculo da quantidade de materiais, o volume de concreto e peso total de aço. Essa etapa também é semelhante ao Método CEB-70, visto nas Figuras 27 e 28, e não serão repetidas aqui.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentam-se, a seguir, os resultados encontrados da análise entre os dois métodos de dimensionamento. A Tabela 3 apresenta os dados geométricos obtidos usando o método das Bielas e Tirantes, com especial atenção para as duas últimas colunas que apresentam o cálculo do volume de concreto e peso de aço das sapatas.

**Tabela 3 – Resultados método Bielas e Tirantes**

SAPATA	A <sub>0</sub> (cm)	B <sub>0</sub> (cm)	A(cm)	B(cm)	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	H(cm)	d(cm)	β (graus)	H <sub>0</sub> (cm)	VOL (m <sup>3</sup> )	PESO DE AÇO (kg)
S1	20	20	110	110	12100	50	45	45	20	0,389	15,721
S2	25	25	190	190	36100	90	85	45,855	30	1,913	22,632
S3	20	20	210	210	44100	100	95	45	25	2,32	17,399
S4	25	25	180	180	32400	85	80	45,909	30	1,66	21,768
S5	20	20	105	105	11025	50	45	46,637	20	0,356	15,289
S6	25	25	150	150	22500	70	65	46,123	25	0,966	24,655
S7	30	25	225	220	49500	105	100	45,725	35	3,047	32,707
S8	30	25	210	205	43050	95	90	45	35	2,496	27,592
S9	30	25	210	205	43050	95	90	45	35	2,496	27,592
S10	35	25	220	210	46200	100	95	45,764	35	2,775	28,333
S11	25	20	150	145	21750	70	65	46,123	25	0,927	10,835
S12	25	25	155	155	24025	70	65	45	25	1,029	16,807
S13	35	25	220	210	46200	100	95	45,764	35	2,775	28,333
S14	35	25	220	210	46200	100	95	45,764	35	2,491	28,333
S15	25	25	150	150	22500	70	65	46,123	25	0,966	16,437
S16	25	20	140	135	18900	65	60	46,219	25	0,772	20,682
S17	30	25	210	205	43050	95	90	45	35	2,496	27,592
S18	25	20	145	140	20300	65	60	45	25	0,827	15,882
S19	25	20	145	140	20300	65	60	45	25	0,827	15,882
S20	30	25	210	205	43050	95	90	45	35	2,496	27,592
S21	25	20	140	135	18900	65	60	46,219	25	0,772	14,234
S22	25	25	180	180	32400	85	80	45,909	30	1,66	21,768
S23	25	25	185	185	34225	85	80	45	30	1,75	22,2

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 4 registra os dados referentes ao método CEB 70, a nona coluna apresenta os dados do ângulo  $\alpha$ . Além disso, essa tabela mostra os resultados do volume de concreto e peso de aço, informações que serão úteis para análise posterior.

**Tabela 4 – Resultados método CEB 70**

SAPATA	A <sub>0</sub> (cm)	B <sub>0</sub> (cm)	A(cm)	B(cm)	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	H(cm)	d(cm)	α (graus)	H <sub>0</sub> (cm)	VOL (m <sup>3</sup> )	PESO DE AÇO (kg)
S1	20	20	110	110	12100	50	45	33,69	20	0,389	17,967
S2	25	25	190	190	36100	60	55	25,866	20	1,275	25,865
S3	20	20	210	210	44100	70	65	25,346	25	1,833	31,319
S4	25	25	180	180	32400	55	50	24,305	10	1,086	24,877
S5	20	20	105	105	11025	30	25	19,44	15	0,233	17,473
S6	25	25	150	150	22500	45	40	25,641	15	0,606	27,395
S7	30	25	225	220	49500	70	65	24,775	25	2,083	32,707
S8	30	25	210	205	43050	65	60	23,962	25	1,736	31,041
S9	30	25	210	205	43050	65	60	23,962	25	1,736	31,041
S10	35	25	220	210	46200	65	60	23,385	25	1,867	31,874

continuação

S11	25	20	150	145	21750	45	40	17,745	15	0,582	16,252
S12	25	25	155	155	24025	50	45	24,775	20	0,766	16,807
S13	35	25	220	210	46200	65	60	23,385	25	1,867	31,874
S14	35	25	220	210	46200	65	60	23,385	25	1,867	31,874
S15	25	25	150	150	22500	50	45	25,641	20	0,719	16,437
S16	25	20	140	135	18900	50	45	27,553	20	0,603	19,405
S17	30	25	210	205	43050	65	60	23,962	25	1,736	31,041
S18	25	20	145	140	20300	50	45	26,565	20	0,646	21,175
S19	25	20	145	140	20300	50	45	26,565	20	0,646	21,175
S20	30	25	210	205	43050	65	60	23,962	25	1,736	31,041
S21	25	20	140	135	18900	50	45	27,553	20	0,603	20,682
S22	25	25	180	180	32400	55	50	24,305	20	1,086	24,877
S23	25	25	185	185	34225	55	50	23,629	20	1,145	25,371

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 5 reúne os dados das armaduras, bitolas e espaçamentos calculados para cada sapata, usando o método CEB-70, além de informar, na última coluna, o total de peso de aço referente à cada sapata.

Tabela 5 – Armaduras método CEB 70

SAPATA	ARMADURA LADO A	ARMADURA LADO B	ÁREA DE AÇO (cm <sup>2</sup> )	PESO DE AÇO (kg)
S1	8φ6.3 c/14	8φ6.3 c/14	2,4	18,0
S2	8φ10.0 c/13	8φ10.0 c/13	12,3	25,9
S3	9φ10.0 c/12	9φ10.0 c/12	14,1	31,3
S4	8φ10.0 c/13	8φ10.0 c/13	10,1	24,9
S5	8φ8.0 c/13	8φ8.0 c/13	2,1	17,5
S6	10φ8.0 c/10	10φ8.0 c/10	6,4	27,4
S7	9φ10.0 c/11	9φ10.0 c/11	15,5	32,7
S8	9φ10.0 c/12	9φ10.0 c/12	14,6	31,0
S9	9φ10.0 c/12	9φ10.0 c/12	14,7	31,0
S10	9φ10.0 c/11	9φ10.0 c/12	14,4	31,9
S11	6φ10.0 c/17	9φ10.0 c/12	5,9	16,3
S12	6φ10.0 c/17	6φ10.0 c/17	6,9	16,8
S13	9φ10.0 c/11	9φ10.0 c/12	19,2	31,9
S14	9φ10.0 c/11	9φ10.0 c/11	19,5	31,9
S15	6φ10.0 c/18	6φ10.0 c/18	7,4	16,4
S16	8φ8.0 c/13	7φ8.0 c/14	4,8	19,4
S17	9φ10.0 c/12	9φ10.0 c/12	14,9	31,0
S18	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/12	5,6	21,2
S19	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/13	5,4	21,2
S20	9φ10.0 c/12	9φ10.0 c/12	14,8	31,0
S21	8φ8.0 c/13	8φ8.0 c/13	4,9	20,7
S22	8φ10.0 c/13	8φ10.0 c/13	10,6	24,9
S23	8φ10.0 c/13	8φ10.0 c/13	11,2	25,4

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 6 resume os dados das armaduras, bitolas e espaçamentos calculados para cada sapata, usando o método das Bielas e Tirantes, além de também informar, na última coluna, o total de peso de aço referente à cada sapata.

**Tabela 6 – Armaduras método Bielas e Tirantes**

SAPATA	ARMADURA LADO A	ARMADURA LADO B	ÁREA DE AÇO (cm <sup>2</sup> )	PESO DE AÇO (kg)
S1	7φ6.3 c/15	7φ6.3 c/15	2,2	15,7
S2	7φ8.0 c/14	7φ8.0 c/14	6,5	22,6
S3	5φ10.0 c/20	5φ10.0 c/20	8,0	17,4
S4	7φ8.0 c/15	7φ8.0 c/15	5,9	21,8
S5	7φ6.3 c/16	7φ6.3 c/16	2,0	15,3
S6	9φ6.3 c/11	9φ6.3 c/11	4,0	24,7
S7	9φ8.0 c/12	9φ8.0 c/12	9,0	32,7
S8	8φ8.0 c/12	9φ8.0 c/13	8,0	27,6
S9	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/12	8,1	27,6
S10	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/13	8,2	28,3
S11	6φ8.0 c/19	5φ8.0 c/20	3,7	10,8
S12	6φ8.0 c/17	6φ8.0 c/17	4,3	16,8
S13	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/13	8,2	28,3
S14	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/13	8,4	28,3
S15	6φ8.0 c/18	6φ8.0 c/18	4,1	16,4
S16	8φ6.3 c/12	8φ6.3 c/13	3,3	20,7
S17	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/12	8,2	27,6
S18	6φ8.0 c/18	6φ8.0 c/19	3,8	15,9
S19	6φ8.0 c/18	6φ8.0 c/19	3,7	15,9
S20	8φ8.0 c/12	8φ8.0 c/12	8,1	27,6
S21	6φ8.0 c/19	5φ8.0 c/20	3,4	14,2
S22	7φ8.0 c/15	7φ8.0 c/15	6,0	21,8
S23	7φ8.0 c/14	7φ8.0 c/14	6,3	22,2

Fonte: Autor (2023)

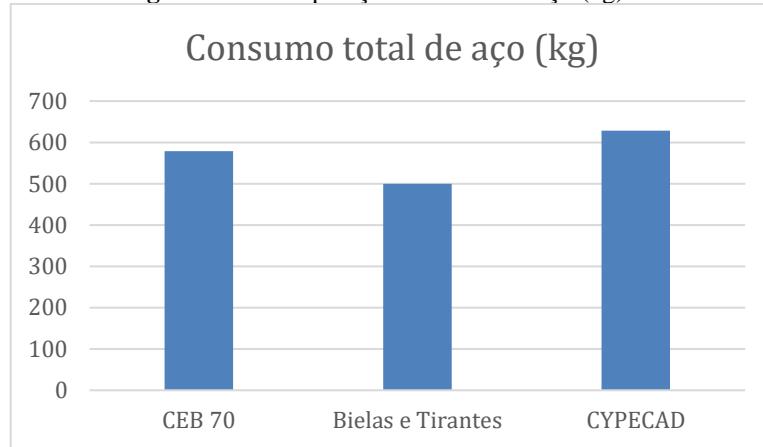
A Tabela 7 resume o peso de aço calculado para cada método analisado. Além disso, foi adicionado na quarta coluna o consumo de aço do dimensionamento realizado no CypeCAD. Todo o detalhamento do dimensionamento realizado no CypeCAD encontra-se disponível no Anexo A. Pode-se observar que o Método CEB-70 consome um total de 579,57 kg de aço para o dimensionamento de todas as sapatas, enquanto que o Método das Bielas e Tirantes consome um total de 500,265 kg de aço, representando um consumo aproximadamente 15,85% a mais de aço pelo Método CEB-70.

O dimensionamento de aço realizado no CypeCAD resultou um acréscimo de aproximadamente 25% em comparação com o Método das Bielas, e aproximadamente 8% maior quando comparado com o Método CEB-70, como pode ser melhor visto na Figura 32.

SAPATA	CEB 70 (kg)	Tabela 7 – Comparaçao consumo de aço	
		BIELAS E TIRANTES (kg)	CYPECAD (kg)
S1	18,0	15,7	10,8
S2	25,9	22,6	21
S3	31,3	17,4	22,5
S4	24,9	21,8	31,1
S5	17,5	15,3	8,5
S6	27,4	24,7	18,9
S7	32,7	32,7	50,4
S8	31,0	27,6	38,2
S9	31,0	27,6	37,6
S10	31,9	28,3	52,6
S11	16,3	10,8	16,1
S12	16,8	16,8	19,8
S13	31,9	28,3	51,5
S14	31,9	28,3	43,8
S15	16,4	16,4	18,1
S16	19,4	20,7	10
S17	31,0	27,6	44,2
S18	21,2	15,9	15,0
S19	21,2	15,9	12,5
S20	31,0	27,6	28,7
S21	20,7	14,2	13,7
S22	24,9	21,8	31,3
S23	25,4	22,2	31,1
<b>TOTAL</b>	<b>579,6</b>	<b>500,3</b>	<b>627,5</b>

Fonte: Autor (2023)

**Figura 32 – Comparaçao consumo de aço (kg)**



Fonte: Autor (2023)

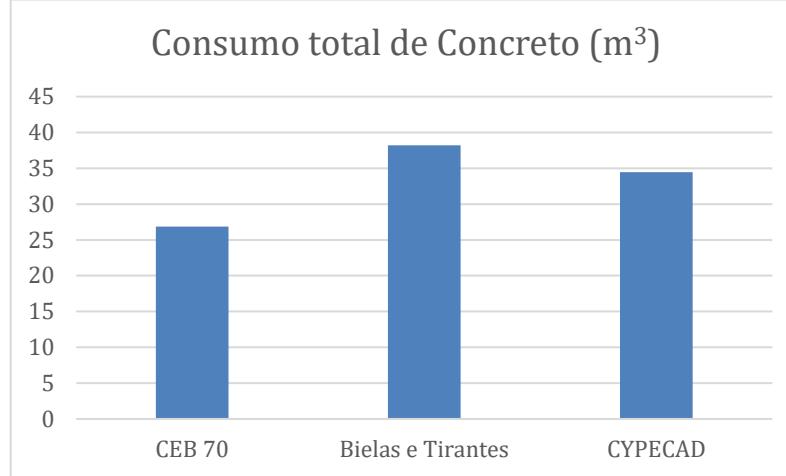
A Tabela 8 resume os dados de volume de concreto calculado para cada método analisado, além do dimensionamento realizado no CypeCAD. Observa-se que o Método CEB-70 consome um total de 26,8 m<sup>3</sup> de volume de concreto para o dimensionamento de todas as sapatas, enquanto que o Método das Bielas e Tirantes consome um total de 38,8 m<sup>3</sup> de volume de

concreto, representando, dessa forma, um consumo de aproximadamente 45% a mais de volume de concreto pelo Método das Bielas e Tirantes. Esse consumo de 45% a mais de concreto pelo Método das Bielas e Tirantes é justificado pela altura da sapata necessária pelo método ser consideravelmente maior que o Método CEB-70, em razão do ângulo de inclinação do tronco da pirâmide ( $\beta$ ) ser, preferencialmente, maior ou igual à  $45^\circ$ .

O dimensionamento do volume de concreto realizado no CYPECAD apresentou-se aproximadamente 29% maior em comparação com o Método CEB-70, e aproximadamente 12% menor quando comparado com o Método das Bielas, como pode ser melhor visto na Figura 33.

SAPATA	Tabela 8 – Comparaçao consumo de concreto		
	CEB 70 (m <sup>3</sup> )	BIELAS E TIRANTES (m <sup>3</sup> )	CYPECAD (m <sup>3</sup> )
S1	0,4	0,4	0,3
S2	1,3	1,9	1,8
S3	1,8	2,7	2,3
S4	1,1	1,7	1,6
S5	0,2	0,4	0,3
S6	0,7	1	0,9
S7	2,1	3,0	2,5
S8	1,7	2,5	2,1
S9	1,7	2,5	2,1
S10	1,9	2,8	2,4
S11	0,7	0,9	0,7
S12	0,8	1,0	0,9
S13	1,9	2,8	2,5
S14	1,9	2,5	2,5
S15	0,7	1	0,9
S16	0,6	0,8	0,6
S17	1,7	2,5	2,3
S18	0,6	0,8	0,7
S19	0,6	0,8	0,6
S20	1,7	2,5	2,3
S21	0,6	0,8	0,6
S22	1,1	1,7	1,6
S23	1,1	1,8	1,6
<b>TOTAL</b>	<b>26,8</b>	<b>38,8</b>	<b>34,4</b>

Fonte: Autor (2023)

**Figura 33** – Comparação consumo de concreto

Fonte: Autor (2023)

Nas Tabelas 9, 10 e 11, reuniu-se os dados de orçamento comparativo dos Métodos das Bielas e Tirantes, CEB-70 e CypeCAD, respectivamente. Foi utilizada a tabela SINAPI referente ao mês de março de 2023, sendo essa tabela a referência de preços e custos da Caixa, amplamente utilizada no Brasil. E foram comparados os preços do concreto, assim como, o preço do aço, e os quantitativos foram retirados das Tabelas 7 e 8.

**Tabela 9** – Orçamento comparativo Método Bielas e Tirantes

REFERÊNCIA	CÓDIGO	DESCRIÇÃO	UNIDADE	QUANTIDADE	PREÇO UNITÁRIO (R\$)	PREÇO (R\$)
Insumo	34493	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C25, COM BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 mm, EXCLUI SERVICO DE BOMBEAMENTO (ABNT NBR 8953)	m³	38,206	452,40	17.284,39
Insumo	00032	ACO CA-50, 6,3 mm, VERGALHAO	kg	76,347	10,55	805,46
Insumo	00033	ACO CA-50, 8,0 mm, VERGALHAO	kg	406,519	10,61	4313,17
Insumo	00034	ACO CA-50, 10,0 mm, VERGALHAO	kg	17,399	10,00	173,99
Total						22.576,62

Fonte: Autor (2023)

Analizando os resultados é visto que o Método das Bielas e Tirantes apresentou um orçamento total de R\$22.576,62, conforme Tabela 9. O Método CEB-70, por sua vez, resultou um orçamento total de R\$18.028,37, assim como mostra a Tabela 10. Dessa forma, o Método CEB-70 se mostrou mais econômico do que o Método das Bielas e Tirantes, com uma economia de R\$4.548,25, que corresponde a um valor aproximadamente 25% menor.

**Tabela 10 – Orçamento comparativo Método CEB-70**

REFERÊNCIA	CÓDIGO	DESCRIÇÃO	UNIDADE	QUANTIDADE	PREÇO UNITÁRIO (R\$)	PREÇO (R\$)
Insumo	34493	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C25, COM BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 mm, EXCLUI SERVICO DE BOMBEAMENTO (ABNT NBR 8953)	m <sup>3</sup>	26,846	452,40	12.145,13
Insumo	00032	ACO CA-50, 6,3 mm, VERGALHAO	kg	17,967	10,55	189,55
Insumo	00033	ACO CA-50, 8,0 mm, VERGALHAO	kg	127,305	10,61	1350,71
Insumo	00034	ACO CA-50, 10,0 mm, VERGALHAO	kg	434,298	10,00	4342,98
Total						18.028,37

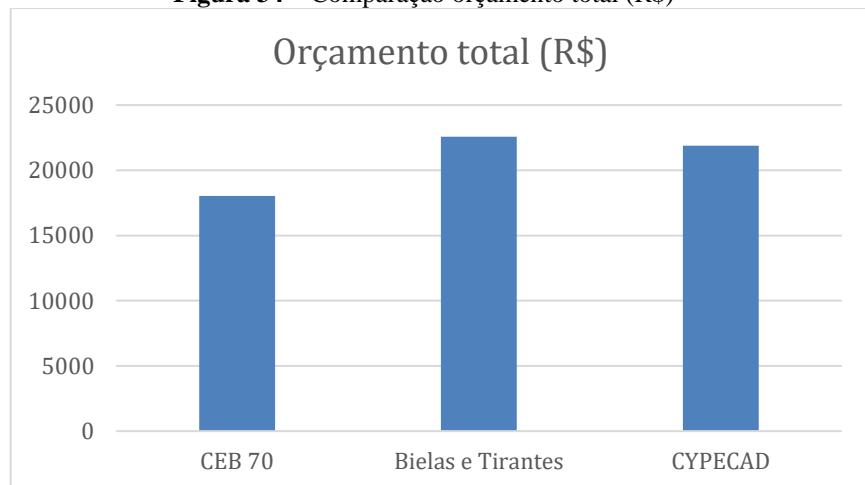
Fonte: Autor (2023)

O orçamento total do dimensionamento realizado no CypeCAD apresentou-se aproximadamente 22% maior em comparação com o Método CEB-70, e aproximadamente 3% menor quando comparado com o Método das Bielas, como pode ser visto na Figura 34.

**Tabela 11 – Orçamento comparativo CypeCAD**

REFERÊNCIA	CÓDIGO	DESCRIÇÃO	UNIDADE	QUANTIDADE	PREÇO UNITÁRIO (R\$)	PREÇO (R\$)
Insumo	34493	CONCRETO USINADO BOMBEAVEL, CLASSE DE RESISTENCIA C25, COM BRITA 0 E 1, SLUMP = 100 +/- 20 mm, EXCLUI SERVICO DE BOMBEAMENTO (ABNT NBR 8953)	m <sup>3</sup>	34,4	452,40	15.562,6
Insumo	00032	ACO CA-50, 6,3 mm, VERGALHAO	kg	10,8	10,55	113,9
Insumo	00033	ACO CA-50, 8,0 mm, VERGALHAO	kg	99,9	10,61	1060,0
Insumo	00034	ACO CA-50, 10,0 mm, VERGALHAO	kg	516,8	10,00	5168
Total						21.904,5

Fonte: Autor (2023)

**Figura 34 – Comparaçao orçamento total (R\$)**

Fonte: Autor (2023)

Realizando uma proporção entre o consumo de aço (kg) e o consumo de concreto ( $m^3$ ) para os três métodos em análise, é visto que o Método CEB-70 apresenta uma taxa de 21,6 kg/ $m^3$ , ou seja, para cada metro cúbico de concreto são necessários 21,6 kg de aço. O Método das Bielas e Tirantes apresenta taxa de 12,9 kg/ $m^3$ , enquanto que o CypeCAD resultou em uma taxa de 18,2 kg/ $m^3$ .

Sendo assim, mesmo com o consumo maior de aço do que o Método das Bielas e Tirantes, o Método CEB-70 consegue ser mais eficiente e consequentemente mais econômico, em razão de seu uso significativamente menor de volume de concreto, que compensou o consumo maior de aço, mesmo quando comparado com o dimensionamento no CypeCAD.

O Método das Bielas e Tirantes, como alertado inúmeras vezes ao longo do trabalho, requer uma altura de sapata notadamente alta, como forma de se obter o valor do ângulo  $\beta$  maior ou igual à 45°, fazendo com que o consumo final de concreto seja bastante alto, tornando o método de dimensionamento menos econômico, quando comparado com o CEB-70. Ao comparar-se com o dimensionamento realizado no CypeCAD, nota-se um orçamento total bastante parelho, com uma diferença de aproximadamente 3%.

---

## 5 CONCLUSÕES

Com a análise de orçamento realizada ao final do estudo, foi possível identificar de forma mais clara as diferenças entre os dois métodos, com a vantagem de aproximadamente 25% menos recursos necessários pelo Método CEB-70 em comparação com o Método das Bielas e Tirantes, e 22% menos orçamento quando comparado com o CypeCAD, tornando, dessa forma, o Método CEB-70 mais vantajoso economicamente no projeto analisado.

Dito isso, a análise de orçamento se restringiu apenas aos elementos estruturais de fundação, em específico o consumo de aço e volume total de concreto, mas é sabido que há diversos outros itens que impactam o orçamento na construção civil e que, pelo escopo do trabalho, não foram analisados. Ou seja, em obras reais ou em trabalhos mais detalhados, deve-se atentar a outros elementos (superestrutura), como, por exemplo, a obtenção de informações mais precisas do tipo de solo e suas propriedades, no que diz respeito ao projeto de fundações.

Mais importante que o orçamento, o presente trabalho também é importante para salientar que a segurança estrutural deve ser fator primordial na análise pelo engenheiro, não podendo ser menosprezada em razão da busca pela economia. Um orçamento mais enxuto, em conjunto com uma obra segura, deve nortear o trabalho e a análise estrutural, com a função de garantir confiança e, ao mesmo tempo, tornar o projeto interessante em termos econômicos.

Portanto, é importante que o engenheiro se atente à necessidade de analisar os diversos métodos de dimensionamento de elementos estruturais disponíveis na literatura, não apenas no caso tratado no presente trabalho. A devida comparação, além de trazer segurança estrutural, pode levar a economia considerável de recursos, como frisado nos resultados alcançados. Como sugestão de trabalhos futuros, sugere-se realizar o dimensionamento dos elementos da superestrutura, para verificação de taxa de aço, quantitativo de material e orçamento. Utilizar modelagem da superestrutura em concreto armado, pré-moldados, aço, ou outro tipo de material.

---

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.** Brasil, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122:2019. Projeto e execução de fundações.** Brasil, 2019.
- ABBAD, Gustavo Panciera. **Estudo de pré-viabilidade na especificação de fundação do tipo estaca escavada ou sapata isolada em edificação multifamiliar.** 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.
- ALVA, Gerson Moacyr Sisniegas. **Projeto estrutural de sapatas.** Santa Maria, 2007. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1008/Downloads/Sapatas.pdf>. Acesso em: 8 mar. 2022.
- AOKI, N. **1º Simpósio de interação solo-estrutura.** São Carlos: São Paulo, 2000.
- ARAÚJO, Jose Milton de; **Curso de concreto armado 4.** 3<sup>a</sup>.ed., Rio Grande: Dunas, 2010.
- BASTOS, P. S. S. **SAPATAS DE FUNDAÇÃO.** UNESP / Faculdade de Engenharia Civil. Bauru: 2019. Disponível em: [www.p.feb.unesp.br/bastos](http://www.p.feb.unesp.br/bastos). Acesso em: 24 fev. 2022.
- BRITO, José Luis Wey de. **Fundações do edifício.** São Paulo, EPUSP, 1987.
- CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado:** volume 2. São Paulo: Pini, 2009.
- MONTOYA, J. **Hormigon armado,** v.1-2. Barcelona, Ed. Gustavo Gili, 5<sup>a</sup>.ed., 1971.
- GIUGLIANI, E. **Sapatas de Concreto armado.** V. 4, n. 1, p. 1-8, 2006.
- LIMA, José Leonilo Romeu de Figueiredo. **Projeto estrutural de fundações superficiais: análise crítica da utilização de programas computacionais.** 2015. Tese (Graduação em engenharia Civil) – Universidade Estadual da Paraíba, Araruna, 2015.

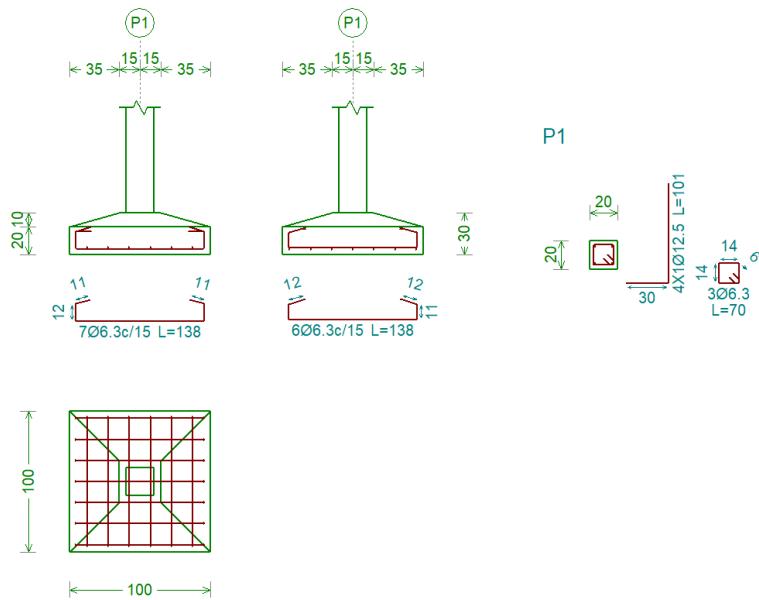
MELO, Guilherme Braz de Araújo. **Análise do método das Bielas e Tirantes em blocos de coroamento com duas estacas**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Faculdade de Tecnologia e Ciências Sociais Aplicadas, Brasília, 2018.

PEREIRA, Felipe Juan Garcia. **Comparação entre modelos de cálculo para armadura mínima em sapatas rígidas isoladas em concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

VIEIRA, Pedro Sanderson Fernandes. **Estudo comparativo entre métodos de dimensionamento, CEB-70 e Bielas e Tirantes, para sapatas rígidas com cargas centradas**. 2019. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Universitário de João Pessoa, João Pessoa, 2019.

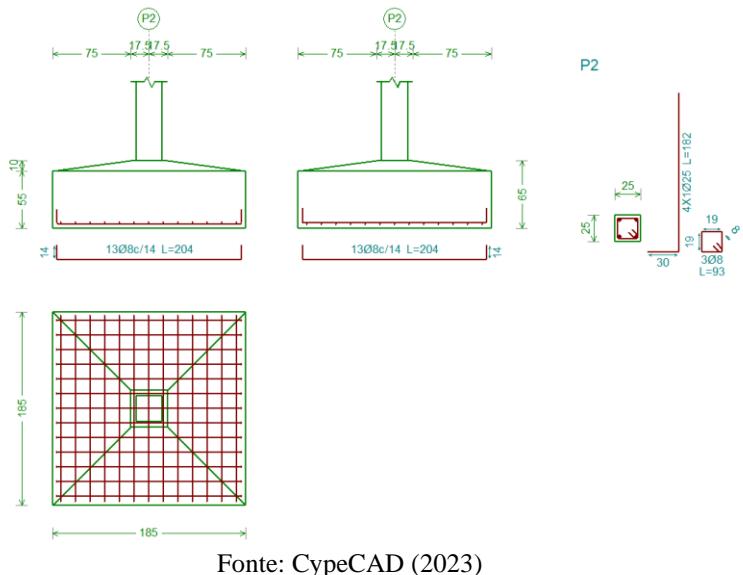
## ANEXO A

**Figura 35** – Detalhamento da sapata S1

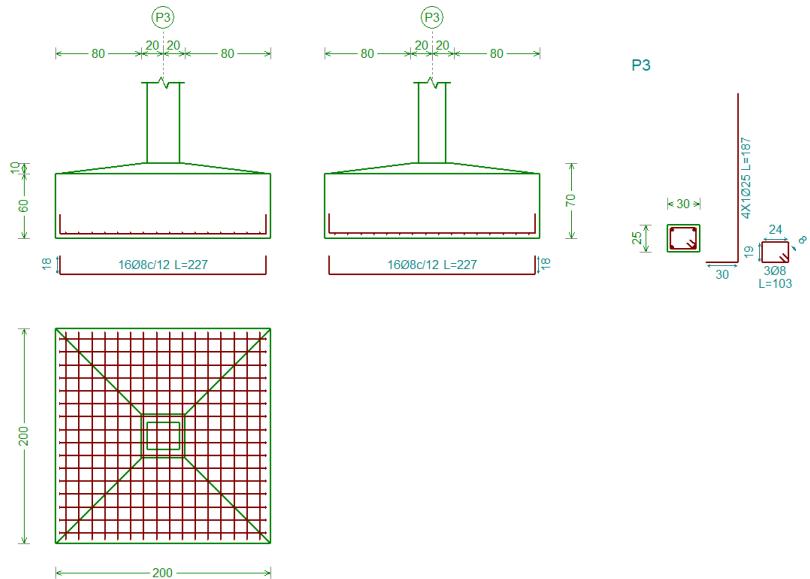


Fonte: CypeCAD (2023)

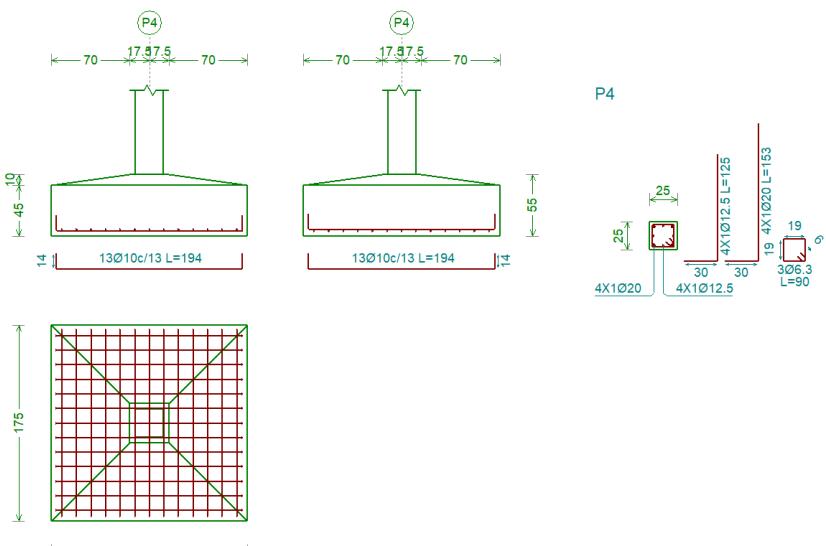
**Figura 36** – Detalhamento da sapata S2



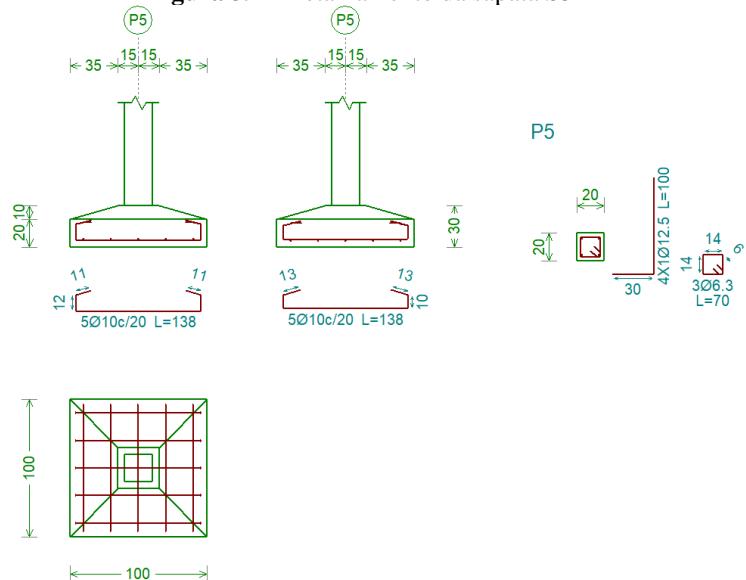
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 37 – Detalhamento da sapata S3**

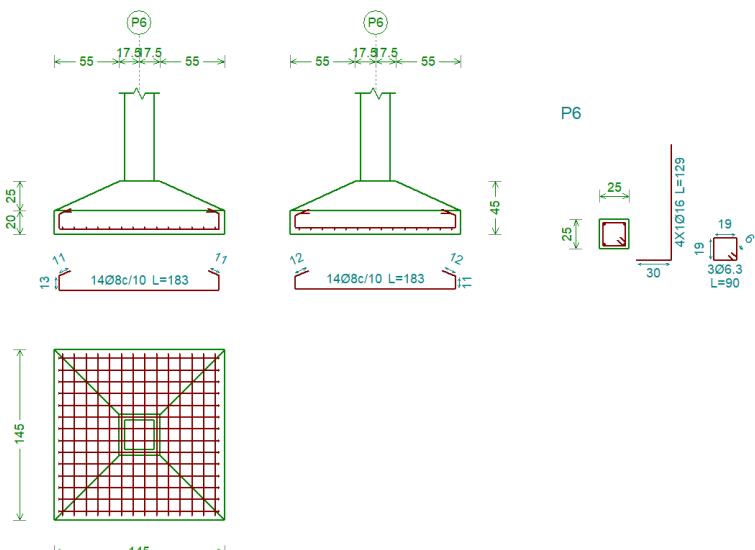
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 38 – Detalhamento da sapata S4**

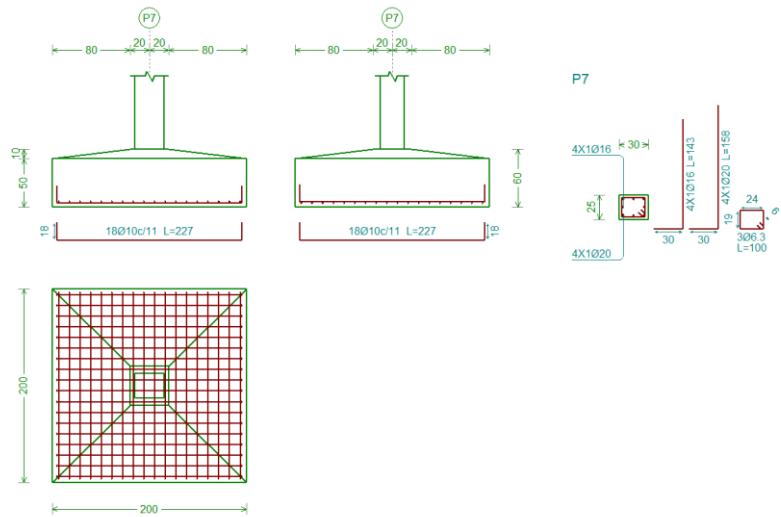
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 39 – Detalhamento da sapata S5**

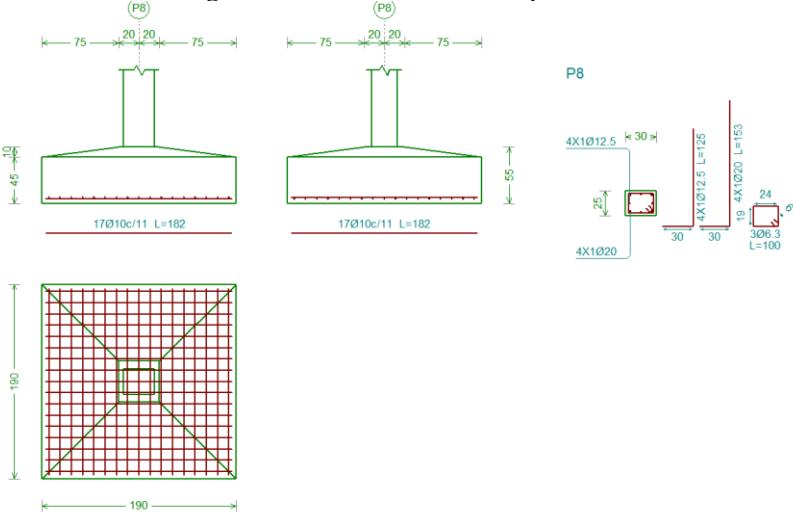
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 40 – Detalhamento da sapata S6**

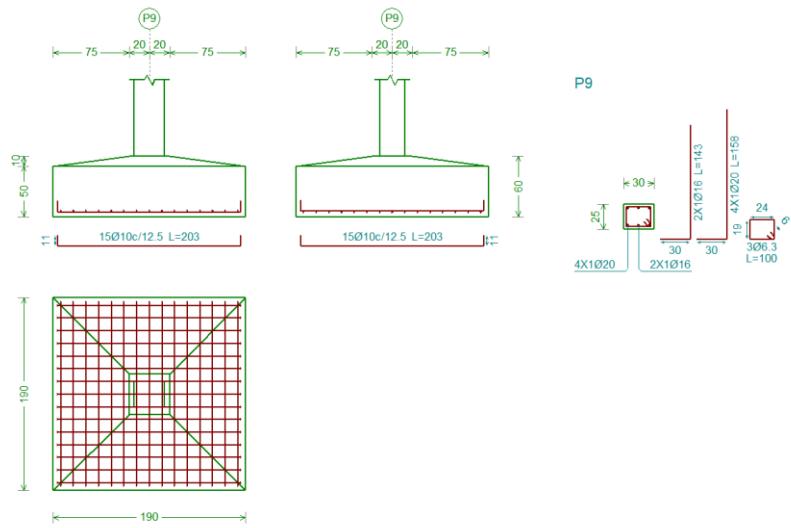
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 41 – Detalhamento da sapata S7**

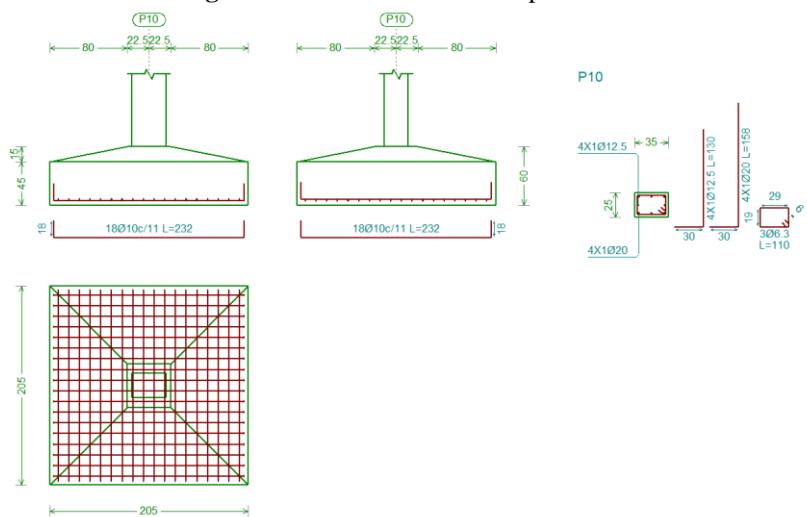
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 42 – Detalhamento da sapata S8**

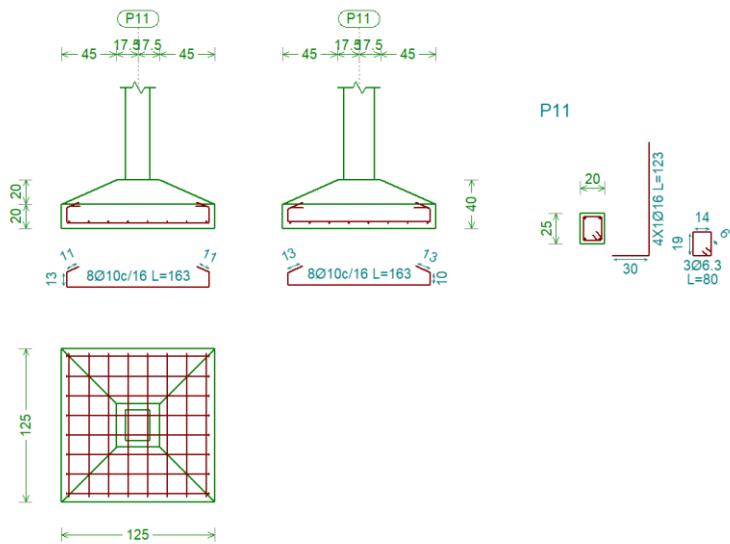
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 43 – Detalhamento da sapata S9**

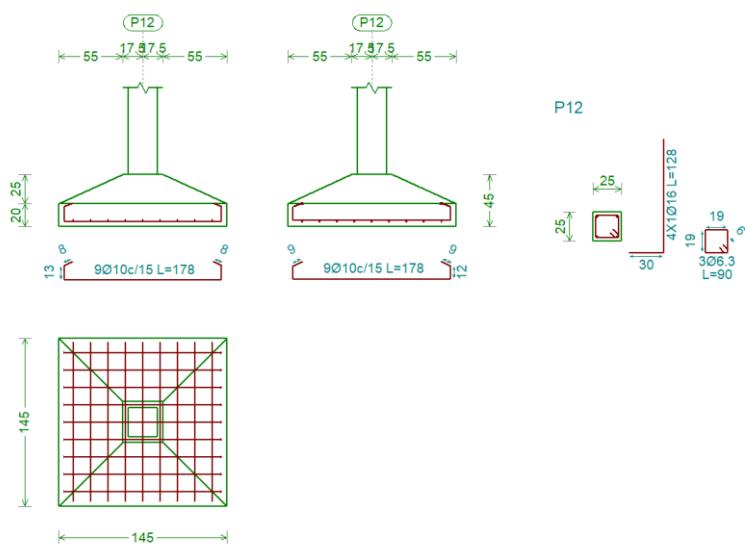
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 44 – Detalhamento da sapata S10**

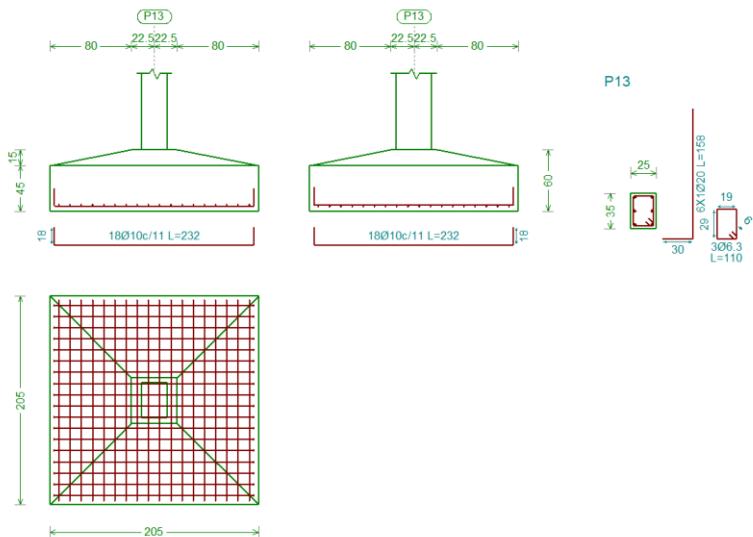
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 45** – Detalhamento da sapata S11

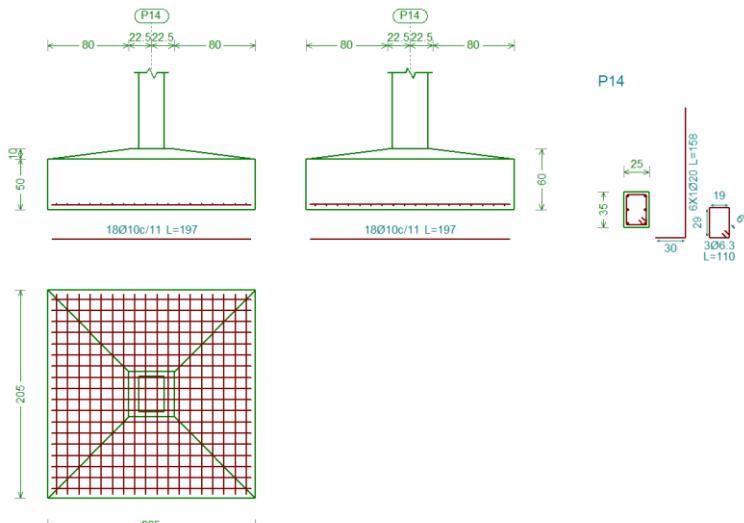
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 46** – Detalhamento da sapata S12

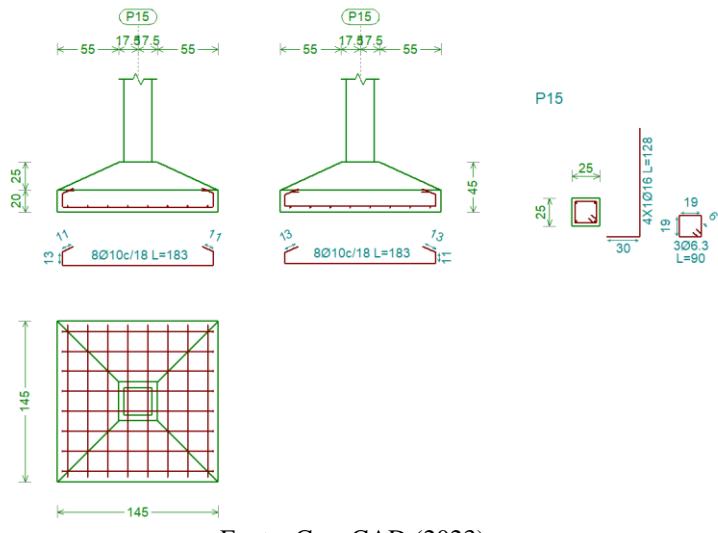
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 47 – Detalhamento da sapata S13**

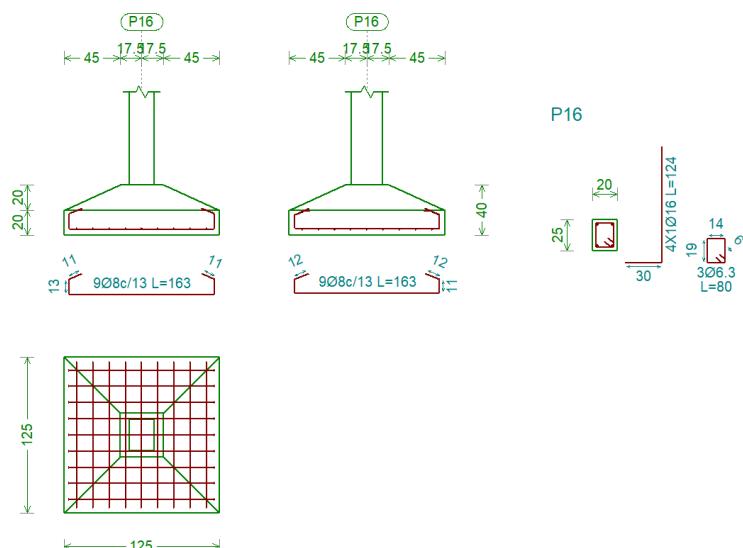
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 48 – Detalhamento da sapata S14**

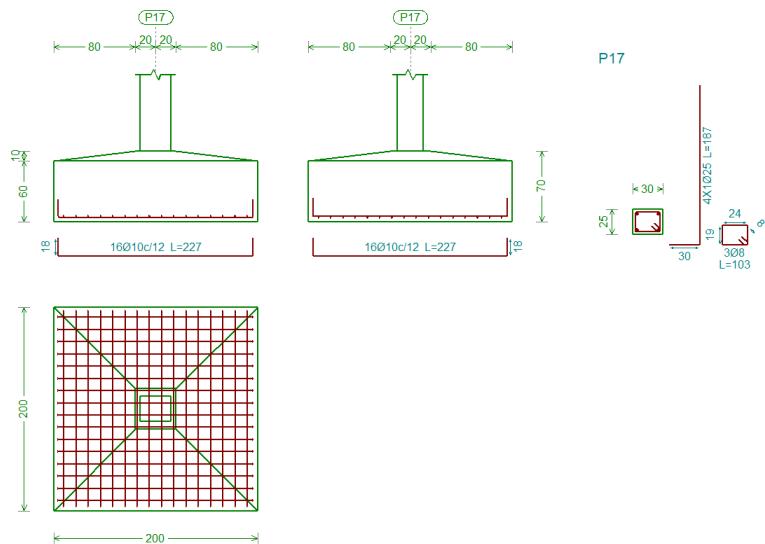
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 49** – Detalhamento da sapata S15

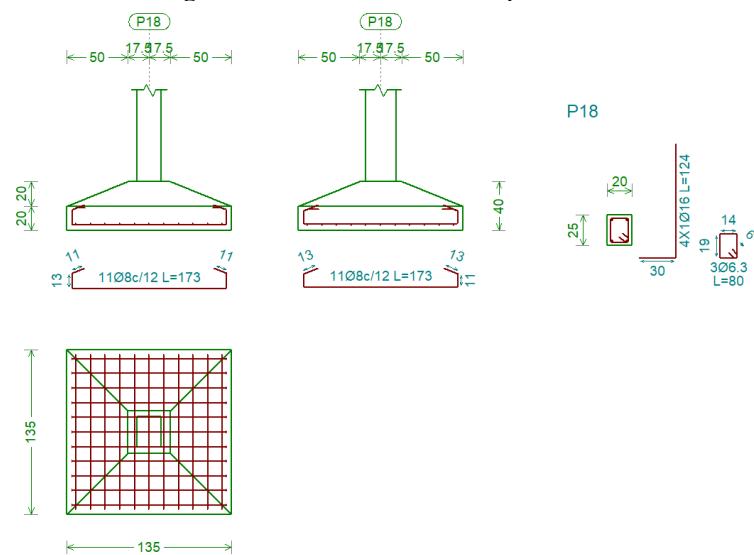
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 50** – Detalhamento da sapata S16

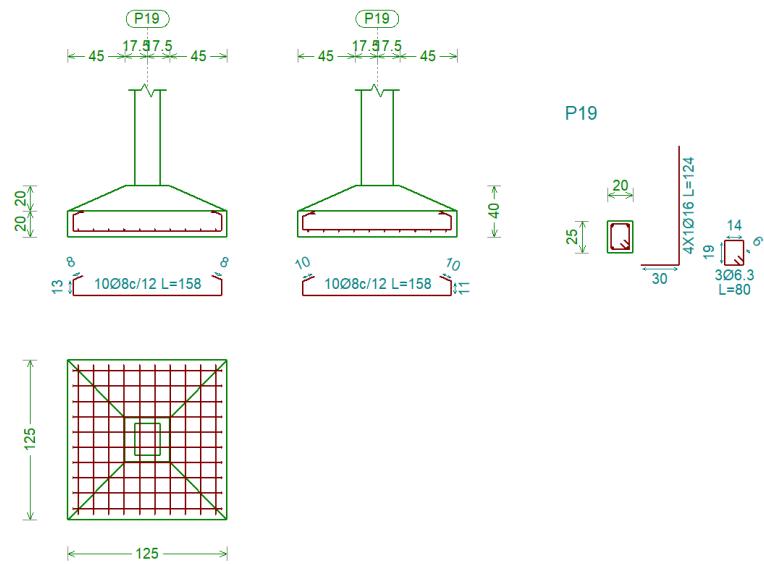
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 51 – Detalhamento da sapata S17**

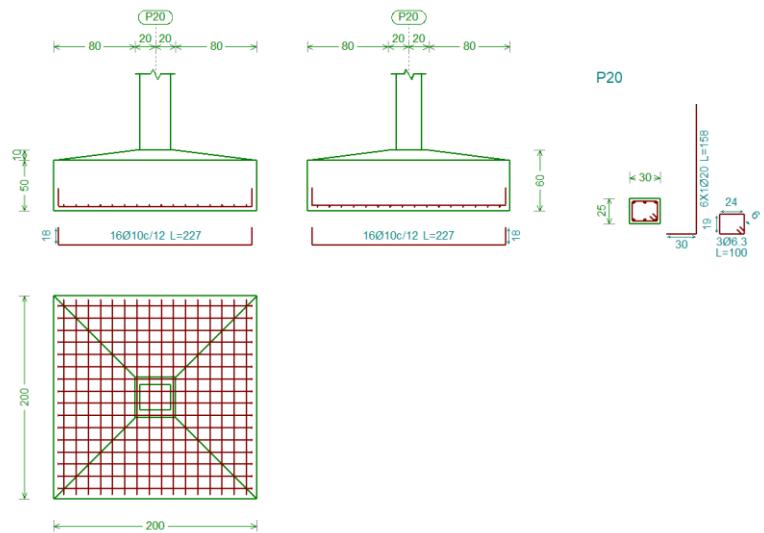
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 52 – Detalhamento da sapata S18**

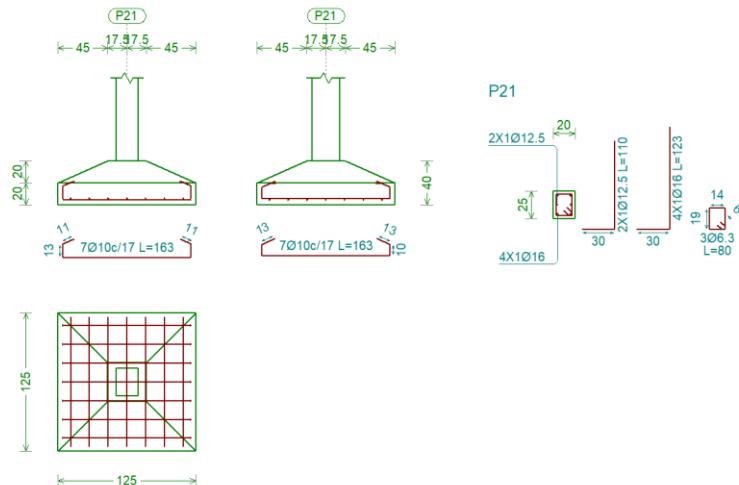
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 53 – Detalhamento da sapata S19**

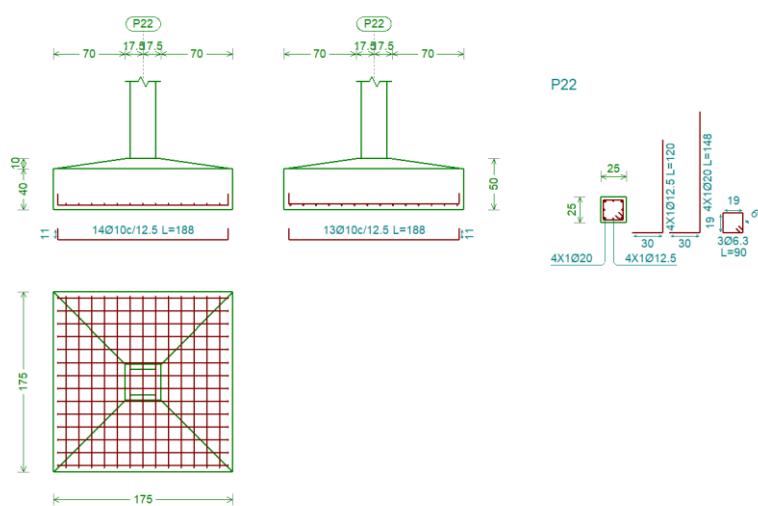
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 54 – Detalhamento da sapata S20**

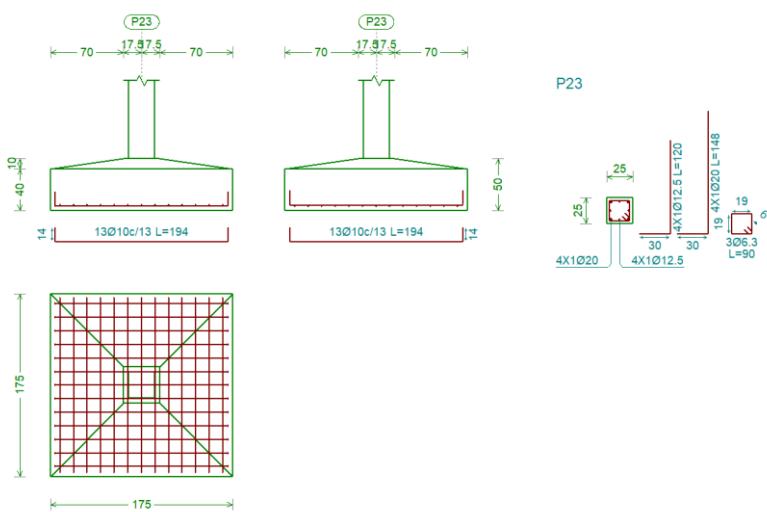
Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 55 – Detalhamento da sapata S21**

Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 56 – Detalhamento da sapata S22**

Fonte: CypeCAD (2023)

**Figura 57 – Detalhamento da sapata S23**

Fonte: CypeCAD (2023)

MIGUEL LUDGERO DA SILVA JUNIOR

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MÉTODOS DAS BIELAS E TIRANTES,  
MÉTODO CEB-70 E CYPECAD, PARA FINS DE DIMENSIONAMENTO DE  
SAPATAS ISOLADAS VIA SOFTWARE MATHCAD**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas.

Aprovado em 04 de outubro de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. DSc. José Moura Soares (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. DSc. Roberto Evaristo de Oliveira Neto (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

BSc. Engenharia Civil – Mestrando UFPE – Luccas André Felix Silva (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco