



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

THIAGO WANDERLEY DE AMORIM

**COMPARAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS EVOLUTIVOS APLICADOS AO
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA**

Recife
2023

THIAGO WANDERLEY DE AMORIM

**COMPARAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS EVOLUTIVOS APLICADOS AO
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para obtenção do grau de Bacharel
em Engenharia Elétrica.

Orientador(a): Prof. Dr. Jeydson Lopes da Silva

Recife
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Amorim, Thiago Wanderley de.

Comparação e avaliação de métodos evolutivos aplicados ao problema de otimização do fluxo de potência / Thiago Wanderley de Amorim. - Recife, 2023.

56p : il., tab.

Orientador(a): Jeydson Lopes da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Elétrica - Bacharelado, 2023.

1. Fluxo de Potência. 2. Metaheurísticas. 3. Algoritmos Genético. 4. Particle Swarm Optimization. I. Silva, Jeydson Lopes da. (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

THIAGO WANDERLEY DE AMORIM

**COMPARAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS EVOLUTIVOS APLICADOS AO
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para obtenção do grau de Bacharel
em Engenharia Elétrica.

Aprovado em: 28/09/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jeydson Lopes da Silva (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Márcio Rodrigo Santos de Carvalho (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Rafael Cavalcanti Neto (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Este trabalho é dedicado à minha mãe Maura Paraíso, e minha irmã Maria Eduarda, por toda a compreensão e ajuda em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço profundamente à minha mãe, Maura Paraíso, e ao meu pai, Jedilson Amorim, pilares essenciais de amor e apoio que proporcionaram a base para a realização deste trabalho. Agradeço também aos meus irmãos, companheiros de jornada, que sempre estiveram ao meu lado durante este período.

Agradeço a Maria Augusta, minha amorosa companheira, que se tornou o meu porto seguro e a força motivadora necessária para a conclusão deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos, os intrépidos membros do 'Bonde CDU' e 'Cartada', por compartilharem comigo não só os desafios, mas também as alegrias desta importante etapa. Um agradecimento especial à Camilla Domingues e Tiago Alves, que estiveram ao meu lado em momentos cruciais, me ajudando a superar obstáculos e a alcançar esta significativa conquista.

Agradeço ao Prof. Adiel Teixeira de Almeida Filho por ter me mostrado o valor da excelência e importância do trabalho bem-feito, independente de qual seja ele. Suas lições são um legado que levarei por toda a minha vida profissional.

Agradeço ao meu orientador Jeydson Lopes da Silva por toda a ajuda e acompanhamento durante a elaboração deste trabalho.

“O importante é não parar de questionar. A curiosidade tem sua própria razão para existir”
(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma ótica comparativa sobre diferentes métodos de solução para o problema de otimização do fluxo de potência (FPO) em sistemas elétricos de potência. Diversas configurações podem atender ao fluxo de carga de um sistema. Contudo, o desafio está em cumprir todas as restrições do sistema, evitando sobrecargas em quaisquer barras ou elementos do sistema, ao mesmo tempo em que as perdas são minimizadas. Este desafio constitui o problema da otimização do fluxo de potência. O método tradicional de solução ótima do fluxo de potência baseia-se em técnicas de otimização que utilizam a linearização sucessiva e a programação linear. Apesar das bases matemáticas sólidas desses métodos, eles têm limitações significativas. Em particular, eles são sensíveis à formulação do problema, à seleção dos pontos iniciais do problema, e costumam convergir para um mínimo local. Este trabalho compara o desempenho entre o método tradicional de *Newton-Raphson* com dois populares algoritmos metaheurísticos: Algoritmo Genético (AG) e o algoritmo de *Particle Swarm Optimization* (PSO). Esses métodos metaheurísticos inteligentes têm sido propostos como soluções promissoras para o problema FPO. Os resultados do estudo mostram que tanto o algoritmo genético quanto o PSO têm um desempenho promissor. Em particular, o PSO se destaca por sua rápida velocidade de convergência e menor necessidade de ajuste de parâmetros. Adicionalmente, o estudo explora uma otimização do algoritmo genético, descompondo as variáveis controláveis em restrições ativas e passivas, o que acelera o processo de busca dos parâmetros ótimos. Os algoritmos apresentados apresentaram resultados extremamente competitivos, com perdas muito menores, e custo de geração ligeiramente maior.

Palavras-chave: Fluxo de Potência; Metaheurísticas; Algoritmos Genético; Particle Swarm Optimization;

ABSTRACT

This study provides a comparative perspective on various solution methods for the power flow optimization (FPO) problem in power systems. While numerous configurations can meet a system's load flow, the challenge lies in adhering to all system constraints, preventing overloads on any system bars or elements, and minimizing losses. The traditional solution method for optimal power flow relies on successive linearization and linear programming techniques. Although underpinned by robust mathematical foundations, these methods possess notable limitations, especially in problem formulation sensitivity, initial point selection, and a tendency to converge to local minima. The performance of the traditional Newton-Raphson method is compared against two prevalent metaheuristic algorithms: Genetic Algorithm (GA) and Particle Swarm Optimization (PSO). These intelligent metaheuristic methods emerge as promising solutions to the FPO problem. The results indicate that both GA and PSO exhibit encouraging performance, with PSO particularly notable for its swift convergence speed and minimal parameter tuning. Additionally, an optimization of the GA is explored by segmenting controllable variables into active and passive constraints, hastening the optimal parameter search process. The showcased algorithms yielded highly competitive results, achieving significantly reduced losses and marginally increased generation costs.

Keywords: Optimal Power Flow; Metaheuristics; Genetic Algorithm; Particle Swarm Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Representação do cálculo de uma nova posição para uma partícula.....	31
Figura 2 - Ilustração do sistema IEEE 30 Barras.....	32
Figura 3 - Sistema IEEE 30 Barras	35
Figura 4 - Site da biblioteca <i>MATPOWER</i>	39
Figura 5 - Fluxograma do Algoritmo Genético Utilizado	40
Figura 6 - Fluxograma do algoritmo de <i>PSO</i>	45
Figura 7 - Convergência do AG e <i>PSO</i>	47
Figura 8 - Tensões nas Barras.....	48
Figura 9 - Ângulos nas Barras.....	49
Figura 10 - Comparação de Geração Ativa por Gerador	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Geradores - IEEE 30 Barras.....	35
Tabela 2 - Custos do Geradores - IEEE 30 Barras.....	36
Tabela 3 - Parâmetros do Sistema IEE-30 barras	36
Tabela 4 - Dados dos ramos do sistema - IEEE 30 Barras.....	37
Tabela 5 - Codificação dos valores de geração do gerador da barra 1	41
Tabela 6 - Parâmetros do AG	43
Tabela 7 - Parâmetros do algoritmo PSO.....	46
Tabela 8 - Resultados das Tensões nas Barras.....	49
Tabela 9 - Resultados dos Geradores.....	51

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmo Genético
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RAR	<i>Random Assorting Recombination</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a_k	Fator quadrático do custo do gerador k
a	Inércia PSO
b_k	Fator linear do custo do gerador k
b_k^{sh}	Susceptância <i>shunt</i> da barra k
c_k	Fator fixo do custo do gerador k
M	Penalidade da função objetivo
p_1	Melhor posição individual da partícula PSO
p_1	Melhor posição global da partícula PSO
P_k	Potência ativa líquida na barra k .
P_k^{sh}	Potência ativa <i>shunt</i> na barra k
P_k^{max}	Potência ativa máxima na barra k
Q_k	Potência reativa líquida na barra k .
Q_k^{sh}	Potência reativa <i>shunt</i> na barra k
Q_k^{max}	Potência reativa máxima na barra k
v_k	Velocidade da partícula PSO
V_k	Tensão na barra k
V_k^{max}	Tensão máxima na barra k
$x^{(k)}$	Solução k da iteração Newton-Raphson
$\vec{x}_k$:	Posição da partícula PSO na iteração k
θ_k	Ângulo da tensão na barra k .
θ_k^{max}	Ângulo máximo na barra k

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS.....	18
1.1.1	Geral	18
1.1.2	Específicos	18
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Fluxo de Potência.....	20
2.2	Fluxo de Potência Ótimo	23
2.3	Método de Newton-Raphson	25
2.4	Métodos Metaheurísticos.....	27
2.4.1	Algoritmo Genético	28
2.4.2	Particle Swarm Optimization (PSO).....	30
2.5	MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO	32
3	DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	38
3.1	SOLUÇÃO DO FPO COM O MATPOWER.....	38
3.2	SOLUÇÃO DO FPO COM O ALGORITMO GENÉTICO	40
3.2.1	Representação do cromossomo	40
3.2.2	Avaliação do cromossomo em relação a função objetivo.....	41
3.2.3	Crossover	42
3.2.4	Mutação	43
3.2.5	Seleção	43
3.3	SOLUÇÃO DO FPO COM PSO	44
4	RESULTADOS.....	47
4.1	CONVERGÊNCIA DOS MÉTODOS.....	47
4.2	COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES.....	48
5	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE.....	52
5.1	CONCLUSÕES	52
5.2	TRABALHOS FUTUROS.....	53
6	REFERÊNCIAS.....	54

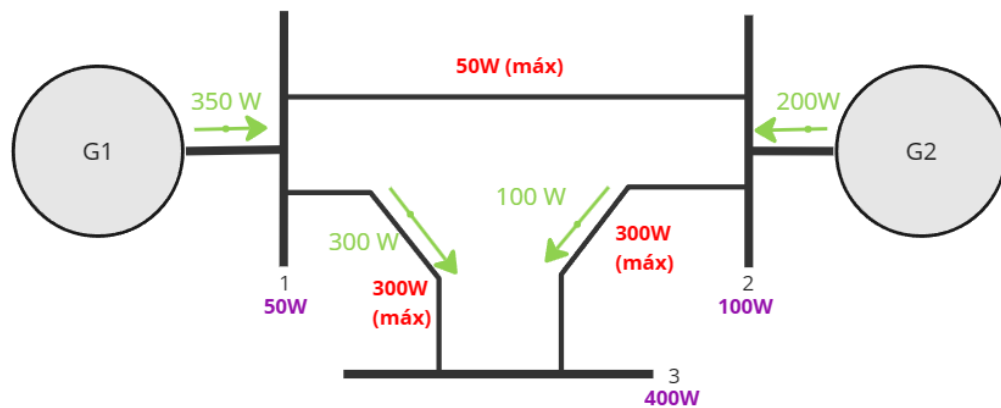
1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de transmissão desempenham um papel importantíssimo na gestão eficiente do fluxo de energia. A energia produzida nas estações de geração deve ser transmitida, por meio de uma rede complexa de linhas de transmissão, para os pontos de demanda, que podem variar desde indústrias pesadas a residências. O desafio reside em como fazer isso de maneira que seja garantida a constância na tensão e na frequência, de forma a manter a qualidade da energia e aumentar a confiabilidade do sistema como um todo. O estudo da otimização do fluxo de potência é fundamental no controle dos sistemas de potência, devido ao desafio de gerenciar de forma eficiente o fluxo de energia [1].

Um sistema de transmissão também deve respeitar os limites de capacidade de seus elementos. Estes limites são definidos em termos de potência, tensão, ângulo de fase, entre outros, e são essenciais para garantir a eficácia da distribuição de energia. Por exemplo, cada linha de transmissão tem uma capacidade máxima de energia que pode carregar. Em grandes sistemas de potência, onde há diversas cargas e geradores em diferentes barras, é possível que duas ou mais configurações de geração possibilitem o suprimento de energia necessário para o sistema, mas algumas dessas configurações podem não respeitar limites físicos de alguns componentes do sistema, o que pode gerar sobrecargas em algumas barras, ocasionando faltas, ou ainda mal funcionamento das cargas conectadas nestas barras. Além do atendimento à todas as restrições físicas do sistema, uma boa distribuição dos fluxos de carga pelo sistema diminui as perdas de transmissão, aumentando a eficiência do sistema [2]. Por esse motivo, diversas técnicas matemáticas e computacionais propostas para outros problemas de otimização são trazidas e adaptadas ao escopo do problema da otimização do fluxo de potência.

De forma a ilustrar essas características, o sistema ilustrado na Figura 1 mostra uma possível configuração de fluxo de potência de um sistema com dois geradores e três barras, onde a distribuição de energia gerada entre os dois geradores é suficiente para alimentar todas as cargas do sistema, sem sobrecarregar nenhum elemento.

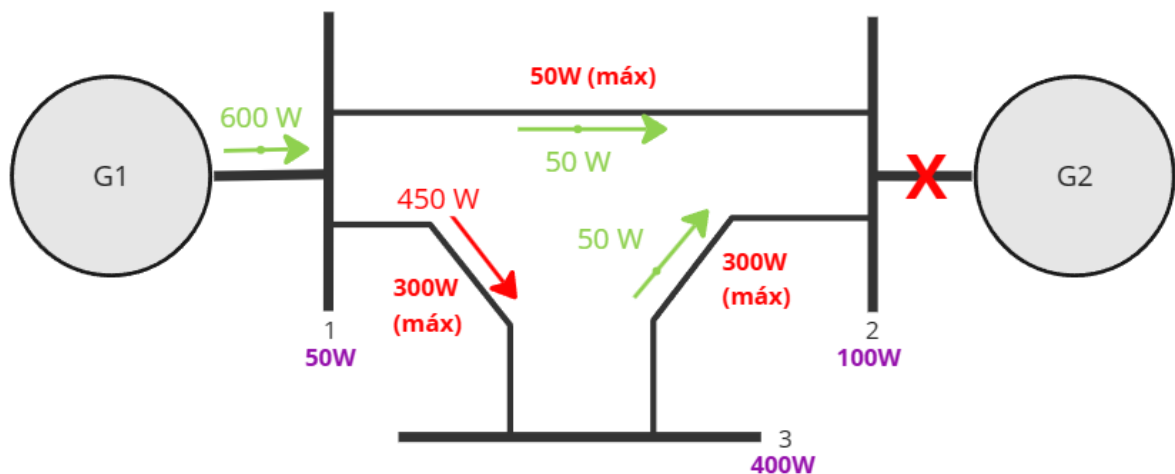
Figura 1 - Exemplo de fluxo de potência possível



Fonte: Autor

Já a situação da Figura 2 ilustra uma configuração impossível para o fluxo de potência do sistema, em que toda a carga do sistema seria suprida somente pelo primeiro gerador. Essa situação acarreta uma transferência de potência pela linha de transmissão entre as barras 1 e 3 maior do que seus limites físicos de operação, o que causaria danos a rede.

Figura 2 - Exemplo de fluxo de potência impossível



Fonte: Autor

Compreender o problema do fluxo de potência é uma parte crucial na operação de qualquer sistema elétrico de potência. Não se limita apenas à determinação do estado operacional de um sistema elétrico, mas desempenha um papel essencial em diversas outras áreas, como análise de estabilidade e segurança do sistema, planejamento de expansão do sistema e otimização de sua operação, garantindo que o sistema elétrico funcione de maneira confiável e eficiente. Compreender o fluxo de potência ajuda a identificar os pontos de fragilidade e vulnerabilidade dentro do sistema. Uma formulação precisa do problema ajuda a evitar sobrecargas nas linhas e garante uma operação segura e eficiente do sistema. Além disso, fornece as informações necessárias para entregar energia elétrica de alta qualidade aos consumidores, minimizando as perdas e otimizando os custos.

Desde a sua introdução em 1962 por Carpentier [3] com foco na minimização dos custos de geração, e sua formalização por Dommel e Tinney [4], o problema da otimização do fluxo de potência (FPO) tem sido extensivamente estudado no campo da engenharia e pesquisa operacional. Assim como um problema genérico de otimização, o objetivo é otimizar uma função objetivo, que é definida e formulada a depender da ótica desejada para o problema. Tomando como exemplo um estudo com objetivo de aumentar a confiabilidade da rede, a função objetivo pode considerar o custo por falta nas barras. Para o problema apresentado nesse trabalho, o objetivo considerado é diminuir o custo de geração total do sistema, bem como as perdas do sistema. Desta forma, estas restrições são traduzidas matematicamente na função objetivo do modelo. Além da função objetivo, o modelo deve também considerar as restrições físicas do sistema. Estas restrições se traduzem em limites nos valores possíveis que as variáveis do problema podem assumir e são geralmente derivadas das propriedades físicas e operacionais do sistema. Por exemplo, as restrições do sistema podem incluir limites no fluxo de potência que pode ser transportado pelas linhas de transmissão, limites na geração de energia dos geradores, módulo máximo e mínimo da tensão em cada barra, ou ainda o ângulo máximo e mínimo em cada uma. Esses limites devem ser considerados no modelo de otimização para garantir que as soluções propostas atendam não apenas à função objetivo, mas também todas as restrições impostas no modelo.

À medida que um sistema elétrico de potência se expande, maior é a complexidade e os desafios inerentes à otimização do fluxo de potência. Um sistema

maior implica em um maior número de barras, linhas de transmissão, geradores e outros componentes, adicionando uma camada extra de complexidade ao problema de otimização do fluxo de potência. Isso ocorre porque cada novo elemento no sistema implica em novas restrições que devem ser consideradas na solução do problema, tais como limites de geração de geradores, limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão e limites de tensão nas barras.

Por exemplo, cada gerador adicional no sistema pode significar mais uma variável de decisão no problema de otimização caso o custo de geração seja levado em consideração no modelo. Cada linha de transmissão adicional implica em novas restrições de fluxo de potência, e cada barra adicional no sistema significa mais uma restrição de tensão a ser considerada.

Esta complexidade crescente demanda o uso de métodos computacionais cada vez mais sofisticados para resolver o problema de otimização do fluxo de potência. Nesse contexto, métodos computacionais avançados, têm demonstrado ser ferramentas poderosas para lidar com a complexidade crescente do problema de otimização do fluxo de potência em sistemas elétricos de potência [1], [5], [6].

O método tradicional para a otimização do fluxo de potência é o método primal-dual dos pontos interiores, comumente aplicado devido à sua eficiência em sistemas com complexidade moderada. Esse método integra as restrições do modelo à sua função objetivo e busca a solução ótima do modelo a partir de pontos na região do espaço possível de soluções do problema. No entanto, sua eficácia pode ser comprometida conforme a complexidade do sistema elétrico aumenta, pois trata-se de um método que requer premissas matemáticas nem sempre aplicáveis à sistemas de grande porte, como a continuidade e a convexidade do problema [7], [8].

Para superar essas limitações, algoritmos metaheurísticos como o Algoritmo Genético [5], [6], [9], [10] e o Particle Swarm Optimization [1], [11]–[13] são introduzidos como alternativas ao método tradicional de Newton-Raphson. Esses algoritmos se baseiam em processos evolutivos naturais, e não necessitam de premissas matemáticas para sua execução, tornando-os adequados para lidar com problemas de otimização complexos e não lineares.

Em vista disso, este trabalho foca na comparação desses três métodos de solução (primal-dual de pontos interiores, algoritmo genético e *Particle Swarm Optimization*) aplicados na otimização do fluxo de potência de um sistema elétrico popular em termos de qualidade da solução, custo de geração, tensão nas barras, perdas e outros parâmetros do sistema de potência em questão.

1.1 Objetivos

1.1.1 Geral

Analisar a viabilidade da aplicação de métodos metaheurísticos como alternativas a solução do problema do fluxo de potência ótimo.

1.1.2 Específicos

- Aplicar métodos metaheurísticos de solução para o problema de fluxo de potência ótimo.
- Comparar a qualidade das soluções dos métodos em relação a função objetivo definida no problema.
- Comparar os parâmetros e comportamento do sistema para as soluções dos diferentes métodos.

1.2 Organização do Trabalho

Esse trabalho está organizado em 4 capítulos. O Capítulo 1 proporciona uma introdução detalhada ao problema em estudo, elucidando as motivações que levaram à realização desta pesquisa, a relevância do tema dentro do campo da Engenharia Elétrica e os objetivos almejados ao final do estudo.

No capítulo 2 é desenvolvida a fundamentação teórica que ampara o trabalho. Esta seção engloba uma revisão bibliográfica sobre o tema, elucidando o problema

do FPO mediante um exemplo concreto aplicado em um sistema hipotético simplificado de 3 barras. Além disso, os algoritmos que servirão como base para as comparações posteriores são introduzidos.

No capítulo 3 é feita a descrição do problema e é explicado o desenvolvimento do problema. Neste capítulo é descrito o sistema utilizado para a comparação dos algoritmos, e são detalhados os métodos utilizados nos algoritmos aplicados, bem como as especificações dos parâmetros utilizados.

O capítulo 4 concentra-se na apresentação dos resultados obtidos, enquanto a seção 5 apresenta as conclusões derivadas da análise desses resultados e as propostas de direcionamentos para pesquisas futuras no âmbito da otimização do fluxo de potência em sistemas elétricos de potência.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo apresenta uma contextualização e revisão bibliográfica do problema, tratando sobre o problema do fluxo de potência, das limitações ao aplicar métodos determinísticos para a otimização desse problema, e das abordagens metaheurísticas para contornar essas limitações.

2.1 Fluxo de Potência

Em um sistema elétrico estacionário, a potência flui entre os elementos - geradores, cargas e linhas de transmissão - de acordo com as diferenças de tensão e a impedância entre eles. A entrada ou saída de um elemento, ou eventuais faltas que possam ocorrer nas barras desse sistema podem alterar significativamente esse fluxo de potência, redefinindo as correntes e tensões em várias partes do sistema. Essas alterações podem ocasionar danos à diferentes elementos do sistema, fazendo com que passem a operar em situações de sobrecorrente ou sobretensão. Devido a isso, surge a necessidade do estudo de fluxo de potência, para melhor entender como a potência entregue pelos elementos geradores do sistema é consumida pelas cargas e linhas de transmissão, de modo a garantir que, além de os geradores suprirem toda a potência necessária para consumo, nenhum elemento do sistema trabalhe fora de suas condições previstas de operação [2], [6], [9].

Considerando que um sistema possui diversos elementos geradores e consumidores, múltiplas configurações de geração podem atender às demandas totais de carga. A diversidade de fontes geradoras, sejam elas baseadas em combustíveis fósseis, energias renováveis ou nucleares, possui características operacionais e custos unitários distintos. A seleção de uma dada configuração de geração pode influenciar significativamente tanto o perfil econômico quanto técnico do sistema. Por exemplo, algumas configurações podem resultar em menores perdas de transmissão devido à proximidade ou adequação da fonte geradora em relação ao ponto de consumo [14]. Entretanto, a escolha de geradores com custos operacionais mais baixos pode não necessariamente minimizar as perdas, mas reduzir o custo total da geração. Todos esses diferentes arranjos são capazes de suprir a carga total do sistema, mas com características e consequências diferentes. Assim como a

utilização de um gerador mais próximo à uma carga causa menor perda por transmissão mesmo que esse gerador seja mais caro do que outro mais distante, o fornecimento da energia por um gerador térmico certamente gera mais poluição ao meio ambiente quando comparado à um gerador de fonte renovável, ainda que mais barato. Portanto, é crucial analisar e otimizar esse problema de acordo com o objetivo escolhido, de modo a garantir o melhor funcionamento do sistema nos moldes da abordagem desejada, seja ela diminuição de custos, perdas, poluição ou outros.

A modelagem de um fluxo de potência de um sistema estático pode ser traduzida em um sistema de equações e inequações algébricas não-lineares. Estas, por sua vez, são derivadas das leis de Kirchhoff e das restrições operacionais impostas pela própria rede elétrica e seus componentes associados, como tensões máximas de operação nas barras, corrente máxima nas linhas, dentre outras restrições. Os geradores são modelados como elementos que injetam potência nos nós da rede, enquanto as cargas e linhas de transmissão consomem potência da rede.

Dentro da formulação básica do fluxo de potência, cada barra da rede é caracterizada por quatro variáveis essenciais:

V_k : Magnitude da tensão na barra.

θ_k : Ângulo da tensão na barra.

P_k : Potência ativa líquida na barra.

Q_k : Potência reativa líquida na barra.

A natureza do problema é definida com base em quais destas variáveis são tratadas como dados conhecidos e quais são incógnitas a serem determinadas. Este delineamento estabelece três categorias primordiais de barras:

PQ – Barras em que P_k e Q_k são conhecidos.

PV – Barras em que P_k e Q_k são conhecidos.

$V\theta$ (*Referência*) – Barras em que V_k e θ_k são considerados valores dados, e P_k e Q_k serão calculados.

Os tipos de barras PQ e PV desempenham papéis distintos, representando barras de carga e de geração, respectivamente. Por outro lado, a barra de referência possui duas funções: ela não só estabelece a referência angular do sistema, como também equilibra a potência total do sistema. Esta última tarefa é crucial, visto que as perdas de transmissão só são precisamente conhecidas após a obtenção da solução final.

Um conjunto específico de equações que garantem a conservação de energia em cada barra do sistema. Para cada barra, existem duas equações fundamentais: a primeira refere-se à potência ativa, e a segunda à potência reativa. Estas equações asseguram que a potência total que é injetada em uma determinada barra seja exatamente igual à totalidade da potência que sai dessa barra, seja através de linhas de transmissão, transformadores, ou outros componentes. Esta igualdade é uma manifestação direta da Primeira Lei de Kirchhoff, que basicamente afirma que, em qualquer nó (ou barra) do sistema, a soma das correntes que entram é igual à soma das correntes que saem. Matematicamente, essa relação de conservação pode ser representada por equações específicas, refletindo a natureza intrínseca e fundamental do fluxo de potência em sistemas elétricos.

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.1)$$

$$Q_k + Q_k^{sh}(V_k) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.2)$$

onde:

$k = 1, \dots, NB$ sendo NB o número de barras do sistema.

Ω_k – Conjunto das barras vizinhas da barra k .

V_k, V_m – Magnitudes das tensões das barras do ramo $k-m$.

θ_k, θ_m – Ângulos das tensões das barras do ramo $k-m$.

P_{km} – Potência ativa no ramo $k-m$.

Q_{km} – Potência reativa no ramo $k-m$.

Q_k^{sh} – Injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt* da barra k ($Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2$, onde b_k^{sh} é a susceptância *shunt* ligada à barra k).

Um modelo de fluxo de potência deve ainda considerar as limitações físicas de operação das barras e elementos do sistema de forma a manter o funcionamento de todos os elementos em condições seguras. Estas limitações são traduzidas matematicamente por meio de inequações que estipulam os valores máximos e mínimos para as potências ativas e reativas que podem ser geradas ou consumidas. Desrespeitar tais inequações pode resultar em condições adversas de operação, tais como sobrecargas, instabilidades e, potencialmente, falhas de equipamentos. Portanto, a inclusão destas restrições no modelo de fluxo de potência é essencial para garantir uma análise precisa e segura do comportamento do sistema elétrico sob diversas condições operacionais.

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max} \quad (2.3)$$

$$P_k^{min} \leq P_k \leq P_k^{max} \quad (2.4)$$

$$Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max} \quad (2.5)$$

2.2 Fluxo de Potência Ótimo

Um sistema pode ter sua demanda suprida por diversas configurações diferentes considerando os geradores que o compõem. Apesar de essas configurações satisfazerem as restrições físicas e os limites de cada elemento do sistema, suas características são diferentes. O suprimento de maior parte das cargas a partir de geradores fisicamente distantes do sistema pode ocasionar maiores perdas durante a distribuição desta energia, assim como a utilização de geradores à combustão geram maior poluição quando comparados à geradores de fontes renováveis.

A otimização do fluxo de potência pode ser encarada de diversas óticas a depender do objetivo, como a minimização do custo por falhas na rede, minimização da poluição gerada, entre outras formas. Uma abordagem bastante popular nos

estudos do fluxo de potência ótimo é minimizar o custo total de geração do sistema e minimizar as perdas.

Assim como a função objetivo pode incorporar fatores de forma a representar diferentes objetivos a serem alcançados durante a otimização, ela também pode incorporar fatores de forma a lidar com as restrições do sistema na própria função objetivo, como penalidades para valores de tensão que ultrapassem os limites. Essas penalidades podem ser definidas como valores fixos, ou ainda variáveis de acordo com o quão distantes do limite estão [10].

O modelo de fluxo de potência ótimo pode ser matematicamente descrito como:

$$\text{Min: } f(x) \quad (2.6)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad (2.7)$$

$$G(x) = 0;$$

$$H(x) \leq 0$$

Onde:

$x: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$: É o conjunto das variáveis do problema. Nesse trabalho, são consideradas como o conjunto de variáveis a geração e as perdas ativas de cada gerador do sistema.

$f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$: É a função objetivo do sistema. O objetivo deve ser minimizar a função objetivo escolhida, que deve representar de forma matemática a grandeza que se deseja minimizar. A função objetivo escolhida trata do custo de geração do sistema e das perdas ativas.

$G(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$: É o conjunto das restrições de igualdade do problema. São as relações entre potência injetada e consumida em cada barra,

$H(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$: É o conjunto das inequações do problema. São as restrições de limites operacionais das barras.

Nesse trabalho, a função objetivo escolhida visa minimizar tanto custo financeiro da geração, quanto as perdas ativas no sistema. A função foi definida como:

$$f(x) = \sum_{k \in \Omega} (a_k \cdot P_{g_k}^2 + b_k \cdot P_{g_k} + c_k + M \cdot Perdas_{g_k}) \quad (2.8)$$

Onde Ω é o conjunto de geradores do sistema, a , b e c são parâmetros da descrição do custo por geração em função da geração ativa P_{g_k} em cada gerador em forma de um polinômio de segundo grau, e M é uma penalidade proporcional às perdas ativas $Perdas_{g_k}$ de cada gerador. Quanto maior o valor de M , maior o valor da função objetivo. Desta forma, essa definição da função objetivo encoraja o encontro de uma solução com menores perdas, ao mesmo tempo em que o custo por geração é minimizado, aumentando a eficiência do sistema.

O problema de otimização descrito oferece desafios para a implementação de métodos mais simples de otimização, devido à sua natureza muitas vezes não linear, fator que eleva a complexidade computacional do problema e restringe a possibilidade de aplicação de métodos populares de solução. No entanto, diversos estudos no campo da pesquisa operacional propõem métodos eficazes de solução deste problema [8], [15]–[18]. Um dos métodos comuns de solução desse problema é utilizando o algoritmo primal-dual dos pontos interiores. Esse algoritmo permite a busca da solução ótima a partir do interior da região de soluções possíveis, superando limitações de aplicabilidade somente em problemas lineares, como o popular método *simplex* [19], [20].

2.3 Método de Newton-Raphson

A função objetivo de minimização do custo de geração e das perdas ativas na rede, embora possa parecer simples em sua formulação, encerra uma série de complexidades quando analisada sob a ótica matemática. Uma característica intrínseca ao problema de fluxo de potência é sua não-linearidade, decorrente das relações trigonométricas associadas às fases e magnitudes das tensões nas barras do sistema, bem como dos fluxos de potência nas linhas. Dada esta não-linearidade, a função objetivo pode possuir múltiplos mínimos locais, o que dificulta a garantia de que uma solução encontrada seja globalmente ótima. Um problema de otimização é dito convexo quando tanto sua função objetivo quanto suas restrições de desigualdades são funções convexas. A convexidade assegura que qualquer mínimo local também seja um mínimo global. No entanto, devido à complexidade e não-linearidade das equações do fluxo de potência, não é possível garantir que o problema

de minimização do custo de geração e perdas ativas na rede satisfaça estas condições, tornando o problema potencialmente não-convexo. Isso implica em desafios adicionais na busca por soluções ótimas, uma vez que métodos convencionais de otimização podem convergir para mínimos locais em vez do mínimo global desejado. Por esse motivo, juntamente com a complexidade que cresce à medida em que o sistema aumenta, a solução do FPO a partir de métodos numéricos é de suma importância.

Um dos métodos numéricos mais populares e amplamente utilizados para resolver o fluxo de potência é o Método de Newton-Raphson [21], [22]. Essa técnica iterativa, originária da análise numérica, é empregada com sucesso na solução de equações não-lineares. A ideia central é que, a partir de uma estimativa inicial, o método utiliza a matriz Jacobiana para direcionar as próximas estimativas baseando-se na derivada das funções, de modo a convergir rapidamente para a solução real do sistema. A eficiência e rapidez de convergência do método, quando aplicado em sistemas bem condicionados e com uma boa estimativa inicial, o tornaram uma escolha preferencial para a solução de fluxos de potência em sistemas elétricos de potência. Contudo, vale ressaltar que sua eficácia está condicionada à estimativa inicial e às características do sistema, podendo, em certos casos, não convergir ou convergir para soluções locais indesejadas. Por isso, muitas vezes, ele é utilizado em conjunto com outras técnicas ou refinamentos para assegurar sua robustez.

A aplicação do método de Newton-Raphson consiste em escolher uma solução inicial:

$$x^{(0)} = x \quad (2.9)$$

E, a partir da iteração anterior, calcular o próximo ponto da solução a partir do jacobiano.

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - [J(x^{(n)})]^{-1} \cdot F(x^{(n)}) \quad (2.10)$$

Esse processo é repetido até que a tolerância $|x^{(n+1)} - x^{(n)}| \leq \epsilon$ determinada seja atingida.

O método de Newton-Raphson apresenta uma convergência quadrática, garantindo boas soluções quando escolhida uma boa estimativa inicial. No entanto,

caso a solução inicial não seja escolhida de forma coerente, o método pode não convergir ou levar à mínimos locais.

Para a otimização do fluxo de potência neste trabalho, é combinado o método primal-dual dos pontos interiores com o método de Newton-Raphson para a solução do problema [8], [11].

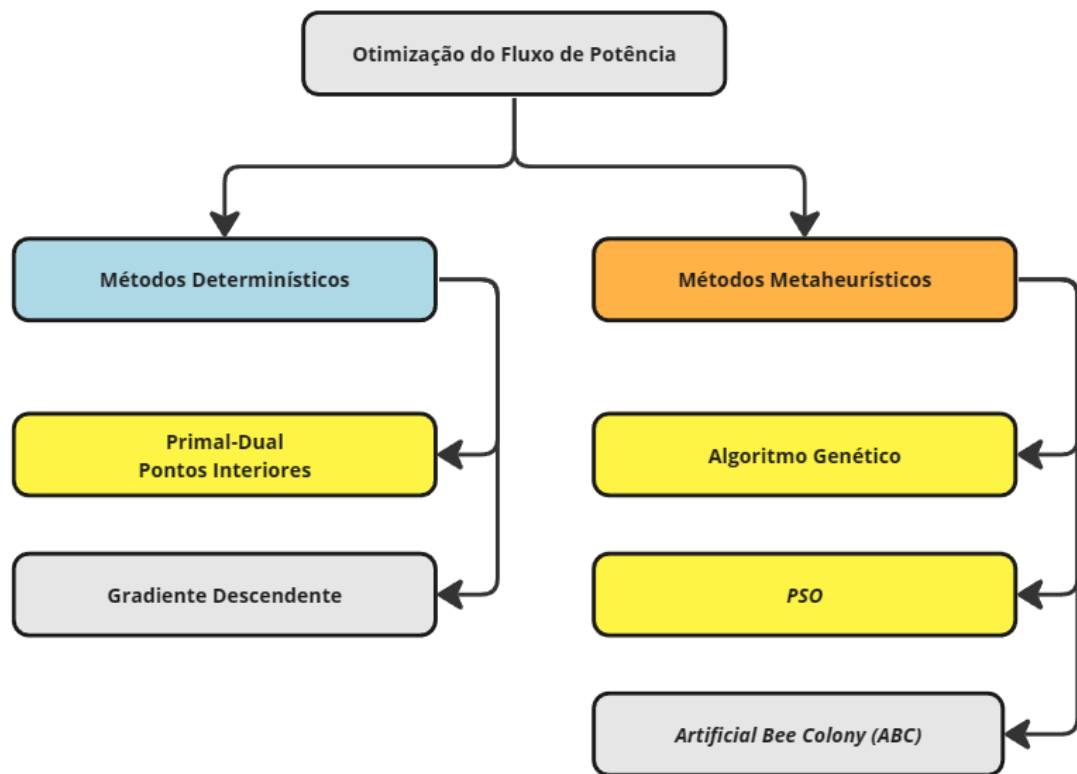
2.4 Métodos Metaheurísticos

Dadas as limitações impostas pelo problema do FPO e restrições e condições dos modelos de otimização como o método dos pontos interiores, surge a necessidade do desenvolvimento de métodos que não dependam da linearidade do problema nem da estimativa inicial [7], [9], [17]. Alguns métodos metaheurísticos têm ganhado destaque por suas capacidades de buscar melhores soluções para o problema de forma independente da solução inicial.

Esses métodos fundamentam-se em abordagens inspiradas por processos naturais e fenômenos observados em sistemas biológicos e sociais. Uma característica marcante desses métodos é a sua capacidade de imitar comportamentos evolutivos e adaptativos encontrados na natureza, permitindo uma busca global pelo espaço de soluções. Um dos métodos mais populares é o algoritmo genético (AG), inspirado pela teoria da evolução natural e que utiliza conceitos como seleção, cruzamento (*crossover*) e mutação para evoluir uma população de soluções (tratadas como indivíduos) de forma a melhorar suas soluções a cada iteração. Outra metaheurística popular, e escolhida para comparação neste trabalho, é a Otimização por Enxame de Partículas, ou *Particle Swarm Optimization (PSO)*, é fundamentada no comportamento coletivo de organismos, como a movimentação de cardumes de peixes ou bandos de pássaros, onde cada partícula (indivíduo) ajusta sua posição no espaço de solução com base em sua própria experiência e na experiência de seus vizinhos. A capacidade desses métodos de adaptar-se e evoluir ao longo de cada iteração os tornam alternativas viáveis para a aplicação nos problemas de FPO.

A Figura 3 ilustra alguns exemplos dos tipos de algoritmos utilizados para a solução do FPO. Esse trabalho apresenta uma comparação entre os algoritmos coloridos em amarelo: Primal-Dual dos pontos interiores, Algoritmo Genético e *PSO*.

Figura 3 - Métodos para solução do FPO



Fonte: Autor

2.4.1 Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (AG) é uma técnica computacional inspirada nos princípios evolutivos da seleção natural. Desenvolvido inicialmente por John Holland [23], este método se tornou uma abordagem metaheurística amplamente adotada para resolver problemas complexos de otimização e busca em domínios variados da ciência e engenharia, devido a sua capacidade de obtenção de melhores soluções a partir de um método iterativo que não depende de teoremas matemáticos.

Semelhante ao processo de seleção natural, o AG opera inicialmente com a criação de uma quantidade determinada de possíveis soluções do problema, chamada de população. Cada possível solução dentro da população inicial é chamada de indivíduo e sua representação é chamada de cromossomo. Esse trabalho adota uma representação de cada cromossomo como um vetor binário de $n \cdot b$ bits, onde n é o

número de geradores no sistema, e cada conjunto de b bits dentro do vetor se refere à potência ativa gerada em cada gerador do sistema.

A cada iteração, as informações dos indivíduos são combinadas, de forma semelhante a reprodução dos seres vivos. A partir desse processo, chamado de *crossover*, são gerados novos indivíduos (possíveis soluções) que carregam, assim como na natureza, informações sobre os indivíduos que deram origem à essas novas possíveis soluções, chamados de pais. Com o desenvolvimento dos estudos sobre AGs, diversos métodos de como combinar as informações dos pais foram propostos, como o *1-point-order crossover* [5], [9], *partially mapped crossover* [24], *Random assorting recombination (RAR)* [25], [26], dentre outros.

Após o *crossover*, uma mutação pode ser aplicada para introduzir pequenas alterações em um cromossomo. O propósito da mutação é garantir a diversidade na população e evitar a convergência prematura para mínimos locais ao introduzir uma mudança aleatória nos indivíduos que carregam informações dos seus pais. Os métodos de mutação adotados também podem variar, desde uma simples mudança aleatória em um elemento da possível solução, até o deslocamento de diversos elementos dentro do cromossomo. A mutação aplicada neste trabalho consiste em uma probabilidade alta de modificar aleatoriamente dois elementos de um cromossomo. Quando esta operação é efetivada sobre uma solução candidata, serão escolhidas duas posições aleatórias dentro do cromossomo e seus estados serão comutados, ou seja, $0 \rightarrow 1$ e $1 \rightarrow 0$.

Após a realização do *crossover* e da possível mutação, é aplicado o processo de seleção. Esse processo é responsável por selecionar as melhores soluções entre os novos indivíduos e a população inicial, de forma a possibilitar a evolução da população para a próxima iteração. Diferentes métodos de seleção foram propostos ao longo dos anos, como o método de seleção por roleta (*Roulette Wheel Selection*) [5] e a Seleção por Torneio [25]. Esse trabalho aplica o método de torneio binário, onde as novas soluções geradas em uma iteração substituem são incluídos na população, e em seguida são removidos os dois indivíduos com pior valor de função objetivo.

O processo de seleção, *crossover* e mutação é repetido por várias gerações até que um critério de parada seja satisfeito, seja ele um número máximo de gerações, uma solução com valor dentro de uma tolerância adotada como satisfatória, ou ainda

uma determinada quantidade de iterações sem melhorias em termos de função objetivo. As etapas do algoritmo genético empregado nesse trabalho são:

1. Criação da população inicial (n indivíduos)
2. *Crossover*: 2 pais são escolhidos aleatoriamente. É realizado o *crossover*, gerando dois novos indivíduos.
3. *Mutação*: Os dois novos indivíduos podem passar por *mutação*.
4. *Seleção*: Os dois novos indivíduos são incluídos na população atual, então são removidos os dois indivíduos de pior função objetivo.
5. Volta para a etapa (2), e repetem-se os passos por uma quantidade determinada de iterações.

A vantagem dos algoritmos genéticos reside na sua capacidade de explorar um amplo espaço de soluções de maneira adaptativa, tirando proveito das melhores soluções para guiar a busca, ao mesmo tempo em que mantém a diversidade na população para evitar ótimos locais.

2.4.2 Particle Swarm Optimization (PSO)

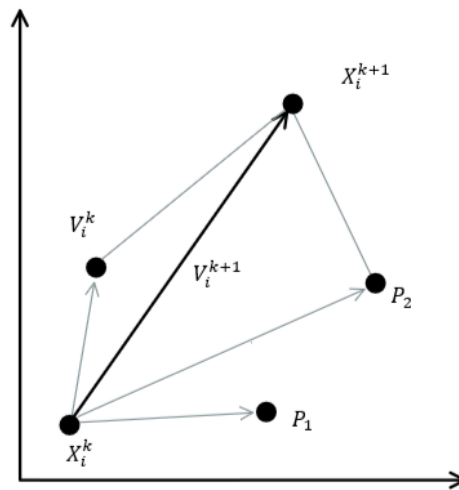
A otimização por enxame de partículas é um método metaheurístico de otimização inspirado no comportamento social de pássaros e peixes em movimento. Inicialmente concebido por Kennedy e Eberhart [27], o PSO busca simular a inteligência social observada em enxames, onde o comportamento coletivo é moldado por experiências individuais e informações compartilhadas entre os membros do enxame. Esse algoritmo se baseia na criação de um conjunto de possíveis soluções iniciais (partículas), chamado de enxame. O método percorre o espaço de soluções, onde cada possível solução é encarada como uma posição, e as partículas estão à procura da melhor posição, a qual otimiza a função objetivo desejada [1], [11]–[13].

A cada iteração, o movimento das partículas é ajustado levando em consideração sua direção anterior, sua melhor posição anterior e a melhor posição do enxame como um todo. Esse fator social de intercâmbio de informações entre cada partícula a respeito da melhor solução encontrada a cada iteração garante uma boa

eficiência e taxa de convergência com um algoritmo de simples implementação e com poucos parâmetros.

Após determinar a posição de cada partícula, é resolvido o fluxo de potência tomando como palpite inicial a nova posição calculada. Após a resolução do fluxo de potência, é calculada a função objetivo, e são atualizados os valores da melhor solução global e local da partícula, caso necessário. O processo do cálculo da nova posição para uma partícula é ilustrado na Figura 4.

Figura 4 - Representação do cálculo de uma nova posição para uma partícula



Fonte: Autor

A velocidade de cada partícula é uma composição entre a direção da partícula na iteração anterior, a direção na sua melhor solução anterior, e a direção entre a melhor solução de todas as partículas, e pode ser descrita como:

$$v_{k+1} = \vec{a} \times \vec{v}_k + r_1 \cdot \vec{b}_1 \times (\vec{p}_1 - \vec{x}_k) + r_2 \cdot \vec{b}_2 \times (\vec{p}_2 - \vec{x}_k) \quad (2.11)$$

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k + \vec{v}_{k+1} \quad (2.12)$$

Onde:

$\vec{v}_{k+1}$: velocidade atual.

$\vec{a}$: O fator de inércia

$\vec{v}_k$: a velocidade da iteração anterior

$\vec{b}_1, \vec{b}_2$: os fatores cognitivo e social, respectivamente

r_1, r_2 : números randômicos entre $[0,1]$

$\vec{p}_1$: a melhor posição da partícula.

$\vec{p}_2$: a melhor solução dentre todas as partículas.

$\vec{x}_{k+1}$: a posição atual.

$\vec{x}_k$: a posição anterior.

Na fórmula (2.11), v_{k+1} ilustra a velocidade da partícula na próxima iteração. O termo $(\vec{a} \times \vec{v}_k)$ representa o componente de inércia, mantendo a partícula em sua trajetória anterior. Este termo impede mudanças abruptas da partícula em relação ao seu movimento anterior.

Os dois componentes subsequentes são responsáveis pela "aprendizagem" da partícula. O termo $r_1 \cdot \vec{b}_1 \times (\vec{p}_1 - \vec{x}_k)$ refere-se ao componente cognitivo, representando a tendência da partícula em seguir em direção à sua melhor solução encontrada. $\vec{p}_1$ é a melhor posição que essa partícula já obteve. O termo $r_2 \cdot \vec{b}_2 \times (\vec{p}_2 - \vec{x}_k)$ é o componente social, guiando a partícula em direção à melhor solução encontrada por todo o enxame, com $\vec{p}_2$ sendo essa posição ótima global.

Os coeficientes $\vec{b}_1$ e $\vec{b}_2$ determinam o peso dado a esses componentes cognitivo e social, respectivamente. r_1 e r_2 são números aleatórios que introduzem estocasticidade no movimento, garantindo a diversidade na busca. Finalmente, a equação (2.12) atualiza a posição da partícula somando sua velocidade atualizada à sua posição atual.

2.5 Modelagem do Sistema Elétrico

Para os experimentos computacionais realizados neste trabalho, foi escolhido o popular sistema IEEE 30 barras. Esse modelo é amplamente reconhecido como um sistema de referência em análises e otimizações de sistemas elétricos de potência, dentre elas o problema de FPO [1], [5], [9], [11], [12]. Trata-se de um modelo simplificado do sistema elétrico americano, e é composto por 30 barras, 41 linhas de transmissão e 6 geradores. Devido à sua representatividade, ainda que em uma

versão simplificada, e sua capacidade de fornecer uma boa aproximação de um sistema elétrico real, ele é extensamente utilizado para testes e validações de diversos algoritmos de análise e otimização de sistemas elétricos, como análise de fluxo de carga, fluxo de potência ótimo e análise de contingência. A adoção deste sistema como padrão por pesquisadores e engenheiros da comunidade de sistemas de potência deve-se à sua simplicidade combinada com a realista representação de um sistema elétrico. Com isso, o sistema IEEE 30 barras têm sido utilizado em inúmeras pesquisas e é tema de diversas publicações no campo da análise e otimização de sistemas elétricos.

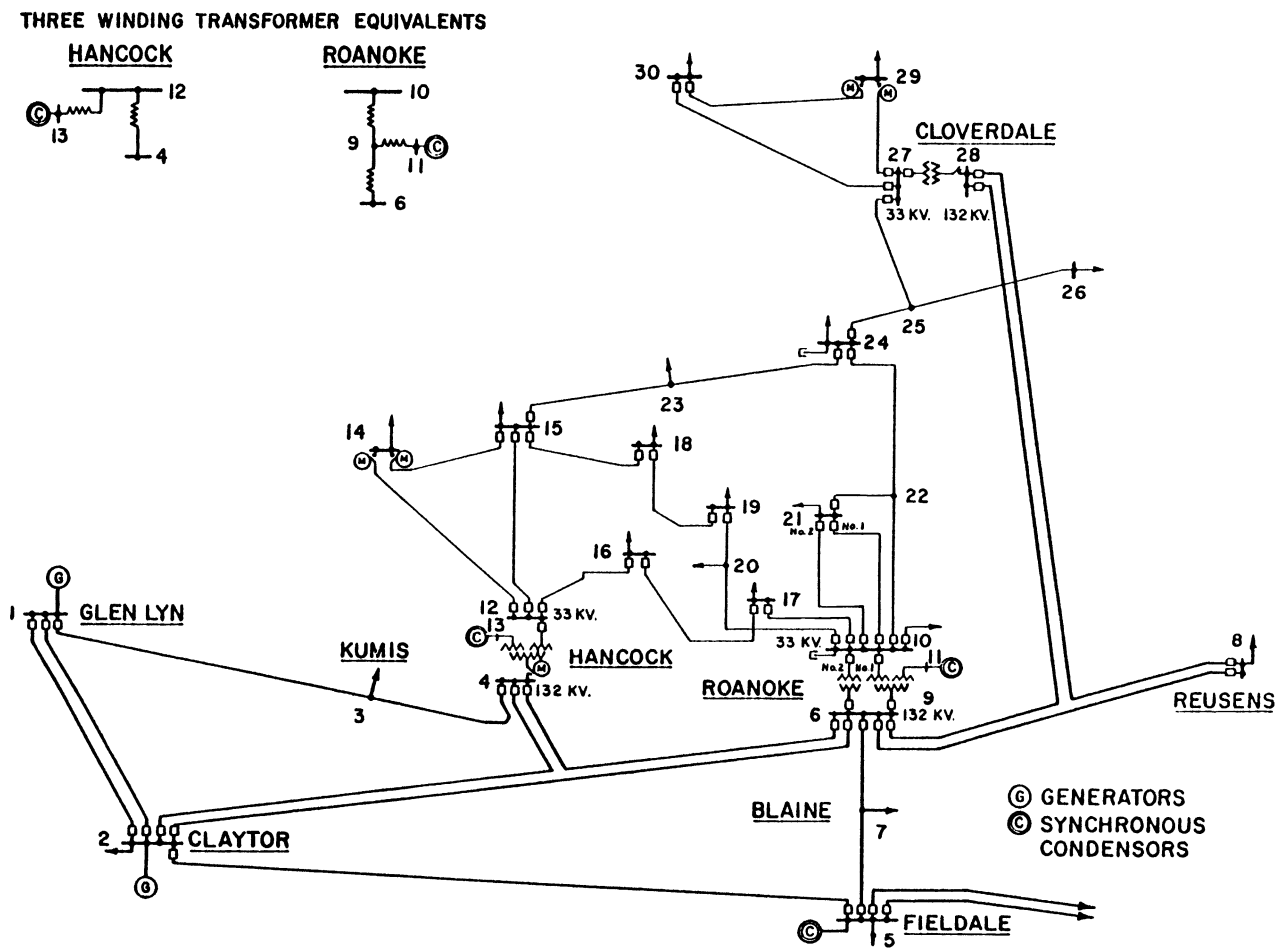
As ilustrações e diagramas do sistema são mostrados na Figura 5 e na Figura 6. Os dados do sistema são mostrados entre a Tabela 3 e a Tabela 4. Os parâmetros das barras do sistema, são mostrados na Tabela 3, onde: P_d é a demanda de potência ativa na barra; Q_d é a demanda de potência reativa; G_s e B_s são, respectivamente, as partes real e imaginária da admitância *shunt* das barras; V_m é a tensão de base da barra; e V_{max} e V_{min} são as tensões máximas e mínimas que cada barra pode suportar.

Os dados de geração de cada gerador são representados na Tabela 1. S_{base} é a potência de base de cada gerador, P_{max} e P_{min} são os limites máximos e mínimos, respectivamente, da potência ativa gerada por cada um, assim como Q_{max} e Q_{min} são os limites para a potência reativa.

Os dados dos ramos do sistema são mostrados na Tabela 4, onde são informadas as resistências, reatâncias, susceptância, relação de transformação e defasagem do Trafo entre cada barra do sistema.

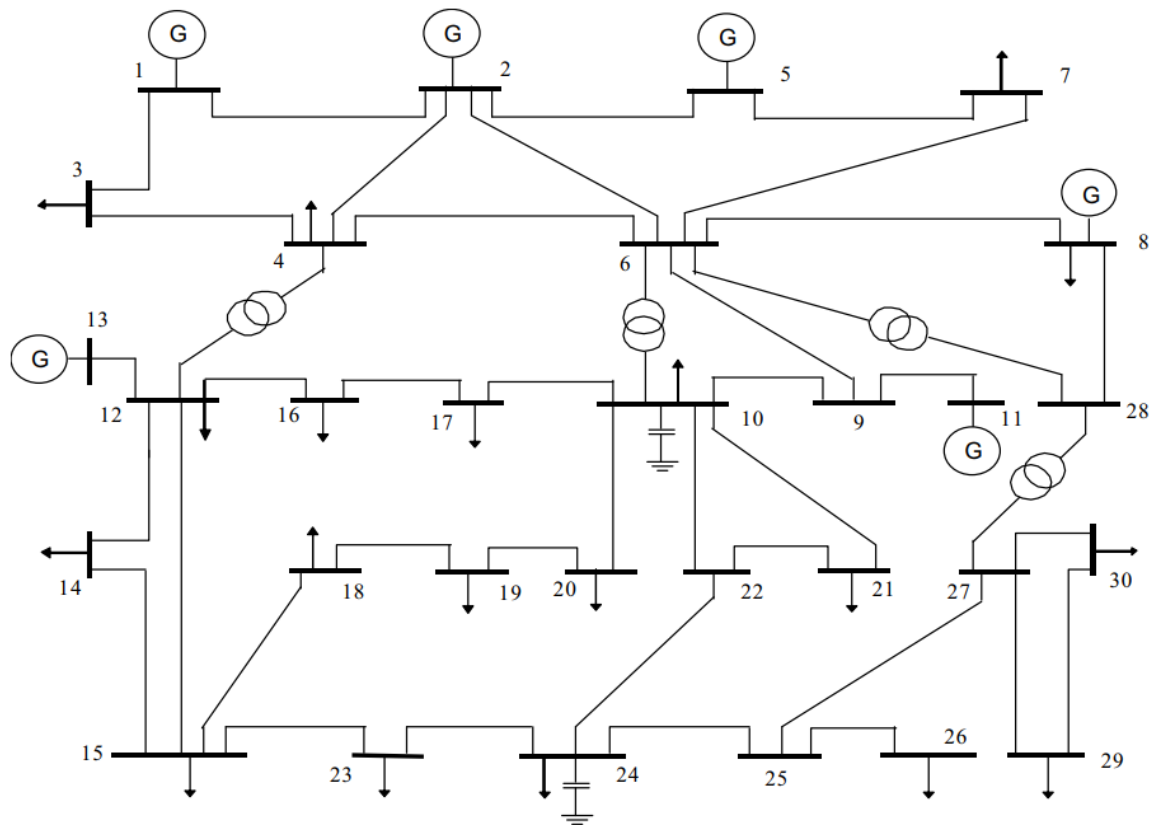
Por fim, o custo de geração de cada gerador é considerado como uma função polinomial de segunda ordem da potência ativa gerada: $Custo_k(P_{g_k}) = a_k \cdot P_{g_k}^2 + b_k \cdot P_{g_k} + c_k$. Os parâmetros para calcular o custo estão representados na Tabela 2.

Figura 5 - Ilustração do sistema IEEE 30 Barras



Fonte: Rich Cristie "Power Systems Test Case Archive" [28]

Figura 6 - Sistema IEEE 30 Barras



Fonte: S. A. Mohamed et Al. [11]

Tabela 1 - Geradores - IEEE 30 Barras

Barra	S_{base} (MVA)	P_{max} (MW)	P_{min} (MW)	Q_{max} (MVAR)	Q_{min} (MVAR)
1	100	360,2	0	10	0
2	100	140,0	0	50	-40
5	100	100,0	0	40	-40
8	100	100,0	0	40	-10
11	100	100,0	0	24	-6
13	100	100,0	0	24	-6

Fonte: Autor

Tabela 2 - Custos do Geradores - IEEE 30 Barras

Barra	a	b	c
1	0,038	20	0
2	0,250	20	0
5	0,010	40	0
8	0,010	40	0
11	0,010	40	0
13	0,010	40	0

Fonte: Autor

Tabela 3 - Parâmetros do Sistema IEE-30 barras

Barra	Tipo Barra	P_d (MW)	Q_d (MVAR)	G_s (MW)	B_s (MVAR)	Tensão base (KV)	V_{max} (PU)	V_{min} (PU)
1	Referência	0,0	0,0	0	0,0	132	1,06	0,94
2	PV	21,7	12,7	0	0,0	132	1,06	0,94
3	PQ	2,4	1,2	0	0,0	132	1,06	0,94
4	PQ	7,6	1,6	0	0,0	132	1,06	0,94
5	PV	94,2	19,0	0	0,0	132	1,06	0,94
6	PQ	0,0	0,0	0	0,0	132	1,06	0,94
7	PQ	22,8	10,9	0	0,0	132	1,06	0,94
8	PV	30,0	30,0	0	0,0	132	1,06	0,94
9	PQ	0,0	0,0	0	0,0	1	1,06	0,94
10	PQ	5,8	2,0	0	19,0	33	1,06	0,94
11	PV	0,0	0,0	0	0,0	11	1,06	0,94
12	PQ	11,2	7,5	0	0,0	33	1,06	0,94
13	PV	0,0	0,0	0	0,0	11	1,06	0,94
14	PQ	6,2	1,6	0	0,0	33	1,06	0,94
15	PQ	8,2	2,5	0	0,0	33	1,06	0,94
16	PQ	3,5	1,8	0	0,0	33	1,06	0,94
17	PQ	9,0	5,8	0	0,0	33	1,06	0,94
18	PQ	3,2	0,9	0	0,0	33	1,06	0,94
19	PQ	9,5	3,4	0	0,0	33	1,06	0,94
20	PQ	2,2	0,7	0	0,0	33	1,06	0,94
21	PQ	17,5	11,2	0	0,0	33	1,06	0,94
22	PQ	0,0	0,0	0	0,0	33	1,06	0,94
23	PQ	3,2	1,6	0	0,0	33	1,06	0,94
24	PQ	8,7	6,7	0	4,3	33	1,06	0,94
25	PQ	0,0	0,0	0	0,0	33	1,06	0,94
26	PQ	3,5	2,3	0	0,0	33	1,06	0,94
27	PQ	0,0	0,0	0	0,0	33	1,06	0,94
28	PQ	0,0	0,0	0	0,0	132	1,06	0,94
29	PQ	2,4	0,9	0	0,0	33	1,06	0,94
30	PQ	10,6	1,9	0	0,0	33	1,06	0,94

Fonte: Autor

Tabela 4 - Dados dos ramos do sistema - IEEE 30 Barras

Barra Saída	Barra Entrada	Resistência (PU)	Reatância (PU)	Susceptância (PU)	Relação Transformação	Defasagem Trafo (Graus)
1	2	0,0192	0,0575	0,0528	0,0000	0,0000
1	3	0,0452	0,1652	0,0408	0,0000	0,0000
2	4	0,0570	0,1737	0,0368	0,0000	0,0000
3	4	0,0132	0,0379	0,0084	0,0000	0,0000
2	5	0,0472	0,1983	0,0418	0,0000	0,0000
2	6	0,0581	0,1763	0,0374	0,0000	0,0000
4	6	0,0119	0,0414	0,0090	0,0000	0,0000
5	7	0,0460	0,1160	0,0204	0,0000	0,0000
6	7	0,0267	0,0820	0,0170	0,0000	0,0000
6	8	0,0120	0,0420	0,0090	0,0000	0,0000
6	9	0,0000	0,2080	0,0000	0,9780	0,0000
6	10	0,0000	0,5560	0,0000	0,9690	0,0000
9	11	0,0000	0,2080	0,0000	0,0000	0,0000
9	10	0,0000	0,110	0,0000	0,0000	0,0000
4	12	0,0000	0,2560	0,0000	0,9320	0,0000
12	13	0,0000	0,140	0,0000	0,0000	0,0000
12	14	0,1231	0,2559	0,0000	0,0000	0,0000
12	15	0,0662	0,1304	0,0000	0,0000	0,0000
12	16	0,0945	0,1987	0,0000	0,0000	0,0000
14	15	0,2210	0,1997	0,0000	0,0000	0,0000
16	17	0,0524	0,1923	0,0000	0,0000	0,0000
15	18	0,1073	0,2185	0,0000	0,0000	0,0000
18	19	0,0639	0,1292	0,0000	0,0000	0,0000
19	20	0,0340	0,0680	0,0000	0,0000	0,0000
10	20	0,0936	0,2090	0,0000	0,0000	0,0000
10	17	0,0324	0,0845	0,0000	0,0000	0,0000
10	21	0,0348	0,0749	0,0000	0,0000	0,0000
10	22	0,0727	0,1499	0,0000	0,0000	0,0000
21	22	0,0116	0,0236	0,0000	0,0000	0,0000
15	23	0,1000	0,2020	0,0000	0,0000	0,0000
22	24	0,1150	0,1790	0,0000	0,0000	0,0000
23	24	0,1320	0,2700	0,0000	0,0000	0,0000
24	25	0,1885	0,3292	0,0000	0,0000	0,0000
25	26	0,2544	0,3800	0,0000	0,0000	0,0000
25	27	0,1093	0,2087	0,0000	0,0000	0,0000
28	27	0,0000	0,3960	0,0000	0,9680	0,0000
27	29	0,2198	0,4153	0,0000	0,0000	0,0000
27	30	0,3202	0,6027	0,0000	0,0000	0,0000
29	30	0,2399	0,4533	0,0000	0,0000	0,0000
8	28	0,0636	0,2000	0,0428	0,0000	0,0000
6	28	0,0169	0,0599	0,0130	0,0000	0,0000

Fonte: Autor

3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Esse trabalho apresenta uma comparação entre diferentes métodos de solução do problema de FPO. Para a solução do problema de FPO, foi utilizado o *MATPOWER*, um conjunto de bibliotecas *open-source* para o *software MATLAB* popular e muito utilizada para a solução do FPO [9], [12], [29]–[31], por disponibilizar uma fácil configuração dos modelos de sistemas elétricos, e apresentar métodos populares de solução, como Newton-Raphson, já implementados e prontos para uso a partir de funções.

O sistema IEEE 30 barras foi resolvido utilizando o modelo de otimização primal-dual disponibilizado pelo *MATPOWER*, pelo algoritmo genético desenvolvido e pelo algoritmo de *PSO*. Os algoritmos foram testados utilizando implementações no *MATLAB* em uma máquina com processador Intel core i7-9750H de 2,60GHz, e 16Gb de memória RAM.

Essa seção está dividida em três seções com o objetivo de descrever detalhadamente os algoritmos desenvolvidos para solução. A seção 3.1 descreve como foi realizado o método de solução através do *MATPOWER*, a seção 3.2 descreve o AG utilizado, e a seção 3.3 descreve como foi implementado o algoritmo de *PSO*.

Após a elaboração dos algoritmos, os resultados colhidos serão discutidos no capítulo 5.

3.1 Solução do FPO com o *MATPOWER*

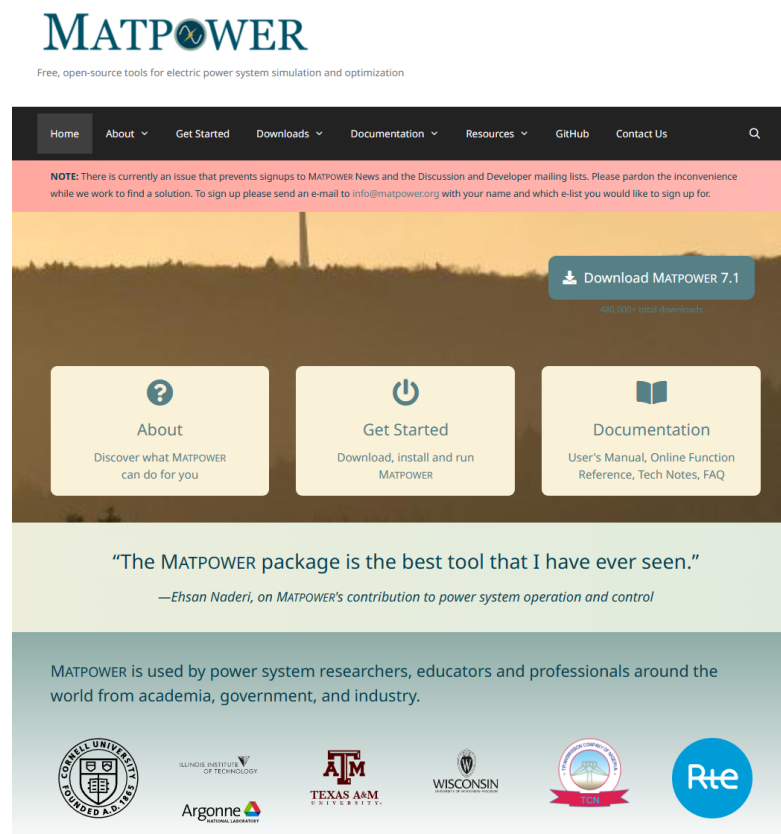
Neste trabalho foi utilizado o método de otimização já implementado pela ferramenta *MATPOWER*. A biblioteca disponibiliza um conjunto de ferramentas que facilitam a configuração do modelo do sistema elétrico, solução de um fluxo de potência, bem como a otimização do fluxo de potência.

Para a solução do fluxo de potência ótimo, o *MATPOWER* implementa o método primal-dual dos pontos interiores. O algoritmo de solução busca minimizar o custo de geração ativa e reativa dos geradores do sistema. Diferentemente do método *simplex* que parte da função objetivo puramente, o método dos pontos interiores incorpora

uma função logarítmica das variáveis à função objetivo, denominada de função barreira, que impõe uma penalização progressiva à medida que as soluções se aproximam da fronteira da região factível.

O método primal-dual implementado pelo *MATPOWER* apresenta algumas melhorias sobre o método comum de pontos interiores [8], [17]. Em vez de simplesmente adicionar a função logarítmica de barreira à função objetivo, esse método estabelece uma relação entre os problemas primal e dual. A partir do princípio da dualidade de um problema, todo problema de otimização possui um problema correspondente com objetivo contrário. Dessa forma, a cada iteração do algoritmo dos pontos interiores, são calculadas tanto as variáveis primais quanto duais, e os termos logarítmicos que atuam como barreira que distanciam as soluções da fronteira da região factível. O cálculo das soluções a cada iteração é feito a partir das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), fornecendo soluções que respeitam as restrições do problema e indicando a direção das próximas iterações que podem gerar melhores soluções [32]–[34].

Figura 7 - Site da biblioteca *MATPOWER*

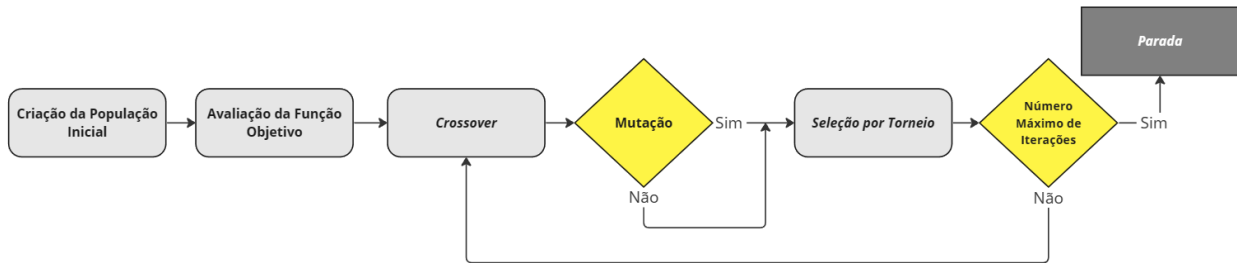


Fonte: Website da biblioteca [35]

3.2 Solução do FPO com o Algoritmo Genético

O algoritmo desenvolvido nesse trabalho busca otimizar a função objetivo definida na equação (2.9). Para isso, o algoritmo gera uma população inicial, ou seja, um conjunto de possíveis soluções (cromossomos) representadas por um vetor binário. A cada iteração, são performados os operadores de *crossover* e *mutação*, de forma a garantir um método evolutivo que busca gerar melhores cromossomos ao longo das iterações. Esse processo é repetido até que um número máximo de iterações seja atendido. O fluxograma da Figura 8 ilustra o processo realizado pelo AG.

Figura 8 - Fluxograma do Algoritmo Genético Utilizado



Fonte: Autor

3.2.1 Representação do cromossomo

Durante o desenvolvimento do AG utilizado neste trabalho, cada possível solução é representada por um vetor binário. O sistema estudado possui 6 geradores, o valor de geração de cada gerador é representado como um número binário de 4 dígitos. Para fazer a codificação e decodificação de um vetor nos valores reais de geração, devem ser considerados os valores máximos e mínimos de geração em cada gerador. Com isso, é possível obter a resolução R_{g_k} de cada gerador, dada por

$$R_{g_k} = \frac{P_{\max_{g_k}} - P_{\min_{g_k}}}{2^{B_i} - 1} \quad (3.1)$$

B_i é o número de bits escolhidos para representar a geração, fixado em 4 para todos os geradores. Após calculada a resolução, é possível fazer a decodificação de

um número binário para o valor de geração do gerador em questão. Como exemplo, a resolução do gerador da barra 1 é calculada como:

$$R_{g_1} = \frac{360,2 - 0}{2^4 - 1} = 24,01$$

A Tabela 5 mostra os valores correspondentes entre representação binária e valor real de geração.

Tabela 5 - Codificação dos valores de geração do gerador da barra 1

Cód. Binário	P_{g_1}
0000	0,00
0001	24,01
0010	48,03
0011	72,04
0100	96,05
0101	120,07
0110	144,08
0111	168,09
1000	192,11
1001	216,12
1010	240,13
1011	264,15
1100	288,16
1101	312,17
1110	336,19
1111	360,20

Fonte: Autor

Dessa maneira, o cromossomo [011011110000000111110101] engloba os códigos 0110, 1111, 0000, 0001, 1111 e 0101 para os geradores das barras 1, 2, 5, 8 e 11, respectivamente. Após calcular a resolução de cada gerador, é possível decodificar os valores de geração de cada gerador.

3.2.2 Avaliação do cromossomo em relação a função objetivo

Após a criação da população inicial, cada cromossomo é avaliado em termo de função objetivo. Nesse processo, o cromossomo é decodificado, proporcionando os

valores iniciais de geração para cada gerador. Em seguida, o sistema é resolvido empregando o método de Newton-Raphson, assegurando a satisfação de todas as restrições inerentes ao problema. Após a obtenção da solução otimizada, é calculada a função objetivo, conforme descrito na equação (2.9). Após testes preliminares e comparação do impacto sobre a função objetivo, a penalidade M foi definida com valor $M = 100$.

3.2.3 Crossover

No desenvolvimento de novas soluções que integram informações da geração anterior, é aplicado o operador de *crossover*. Neste estudo, optou-se pela técnica de *1-point-order-crossover*. Esta abordagem, ao considerar dois cromossomos selecionados (denominados pais), estabelece aleatoriamente uma posição de corte entre eles, resultando na concepção de dois cromossomos derivados (os filhos). O primeiro descendente é construído pelas informações do primeiro pai até a posição estabelecida e, posteriormente, incorpora os dados do segundo pai. De maneira inversa, o segundo descendente inicia com os dados do segundo pai, sendo complementado pelas informações do primeiro.

Esse processo é exemplificado abaixo:

Ponto de corte = 6

Pai 1: [000100 010101110011111010]

Pai 2: [011011 101010010111001010]

Crossover aplicado:

Criança 1: [000100 101010010111001010]

Criança 2: [011011 010101110011111010]

Esse processo permite gerar novos cromossomos que carregam informações da população anterior. Posteriormente, será aplicado o processo aleatório de mutação a fim de evitar que o processo convirja para soluções ótimas locais.

3.2.4 Mutação

Com base na literatura e em testes preliminares, foi escolhido como processo de mutação a alteração aleatória de dois elementos de um cromossomo. Desta forma é possível alcançar uma variabilidade maior do que a popular mutação de somente um elemento do cromossomo com um método simples e de baixo custo computacional.

3.2.5 Seleção

Para realizar a seleção das soluções a cada iteração, foi utilizado o método de Torneio. Ao fim de uma operação de *crossover* e mutação, os dois filhos gerados são incluídos na população. A fim de manter a cardinalidade original da população e garantir um método evolutivo, a população passa por um “torneio”, no qual são removidos os dois cromossomos com pior valor de função objetivo.

Os parâmetros utilizados na configuração do AG estão representados na Tabela 6 . A escolha dos valores foi realizada a partir de testes anteriores e uma breve comparação entre os valores utilizados em trabalhos relacionados [5], [6], [9], [10].

Tabela 6 - Parâmetros do AG

Parâmetro	Valor
Tamanho da População Inicial	80
Bits por gerador	4
Probabilidade de mutação	85%
Número de Iterações	300

Fonte: Autor

Após a descrição dos parâmetros e implementação do AG, a seção 3.3 apresenta uma descrição sobre a implementação do algoritmo de PSO e quais forma os parâmetros utilizados.

3.3 Solução do FPO com PSO

Para o algoritmo de *Particle Swarm Optimization* desenvolvido neste estudo, cada partícula é uma possível solução para o FPO. À cada nova iteração do algoritmo são calculadas novas posições para cada partícula, indicando novas possíveis soluções, que serão avaliadas e consideradas pelo algoritmo para a tentativa de convergência.

Uma vantagem na implementação do *PSO*, em comparação com os algoritmos genéticos é a simplicidade na representação das soluções. No AG, uma codificação e decodificação em forma de vetores binários são frequentemente necessárias. No entanto, no *PSO*, cada partícula é diretamente representada como um vetor contendo os valores da geração de cada gerador. Matematicamente, essa representação pode ser dada como:

$$X_i = [P_{g_1}, P_{g_2}, P_{g_3}, P_{g_4}, P_{g_5}, P_{g_6}] \quad (3.2)$$

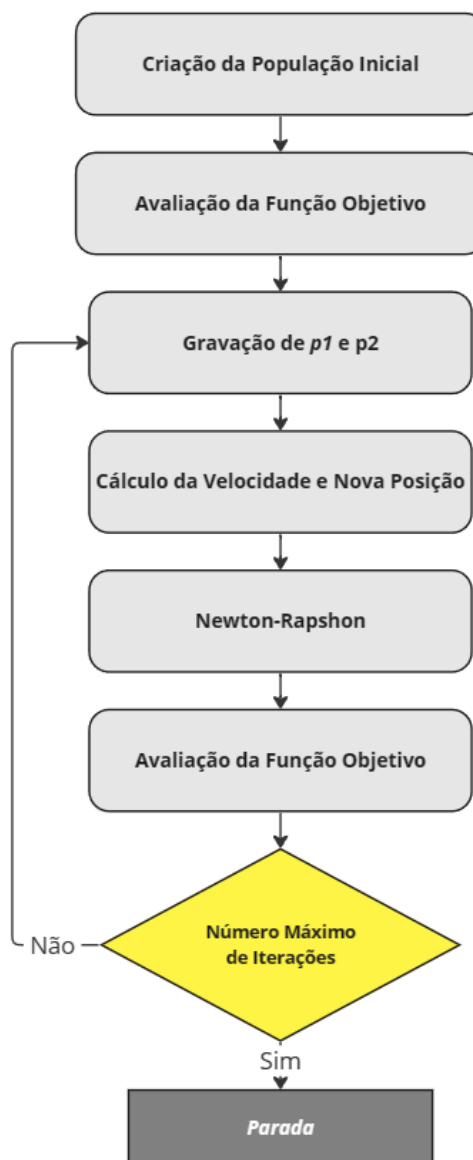
A execução do algoritmo *PSO* começa pela inicialização de um enxame de partículas. Posteriormente, para cada partícula, resolve-se o fluxo de potência utilizando o método de Newton-Raphson e a função objetivo é avaliada. A partícula que apresenta a solução de melhor desempenho tem sua posição armazenada, tornando-se, assim, a referência de melhor solução global inicial para o enxame.

Após isso, a cada iteração, é calculada a velocidade das partículas a partir da equação (2.11), e em seguida a sua nova posição, a partir da equação (2.12). Esses novos valores são novamente utilizados como palpite inicial para a solução pelo método de Newton-Raphson, de forma a ajustar o problema e garantir que todas as restrições de igualdade e limites operacionais das barras e ramos sejam atendidas. Após a solução, a função objetivo é reavaliada para cada partícula. Aquelas que encontram soluções melhores compartilham suas posições com o restante do enxame. Este procedimento é iterado até que o critério de parada, definido como o número máximo de iterações, seja atendido.

O fluxograma do algoritmo está ilustrado na Figura 9. p_1 e p_2 são, respectivamente, as melhores posições local e global a cada iteração. A característica de compartilhamento da melhor posição entre todas as partículas, bem como a memória da melhor posição individual de cada uma possibilita uma convergência

conjunta do enxame em direção à uma solução melhor do que a anterior. No entanto, considerar somente esses dois fatores pode levar o método a convergir sobre um ponto de máximo local, não retornando resultados satisfatórios. Por este motivo, a composição do fator de inércia ajuda as partículas a continuarem se movendo de maneira independente, ajudando o algoritmo a escapar desses pontos de máximos locais.

Figura 9 - Fluxograma do algoritmo de *PSO*



Fonte: Autor

Na Tabela 7 estão os valores utilizados para cada parâmetro do algoritmo para a solução do sistema.

Tabela 7 - Parâmetros do algoritmo PSO

Parâmetros	Valor
a	0,9
b_1	0,5
b_2	0,05
Número de Partículas	20
Número de Iterações	300

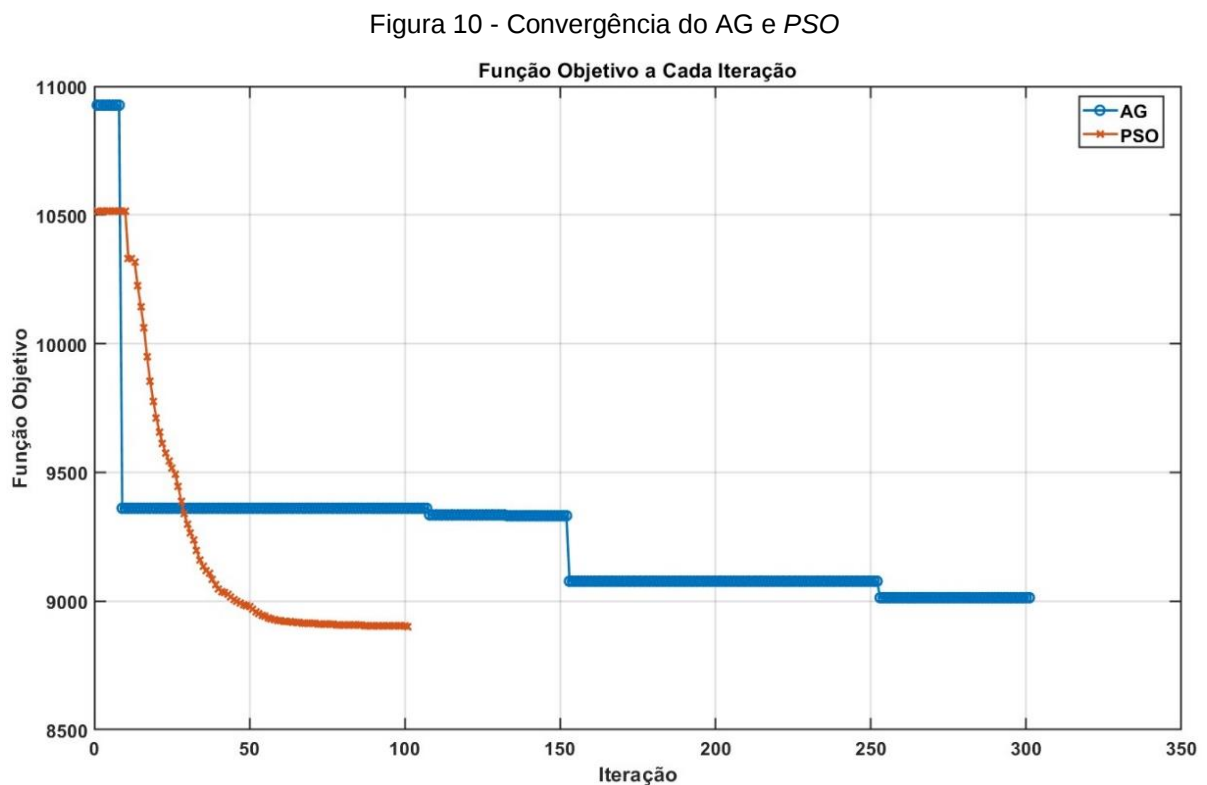
Fonte: Autor

4 RESULTADOS

Nessa seção é feita a apresentação e comparação dos resultados encontrados para as soluções do sistema IEEE 30 barras a partir do *MATPOWER*, algoritmo genético e de *Particle Swarm Optimization*.

4.1 Convergência dos Métodos

A fim de analisar a convergência dos métodos, o gráfico da Figura 10 ilustra o valor da função objetivo a cada iteração dos métodos.



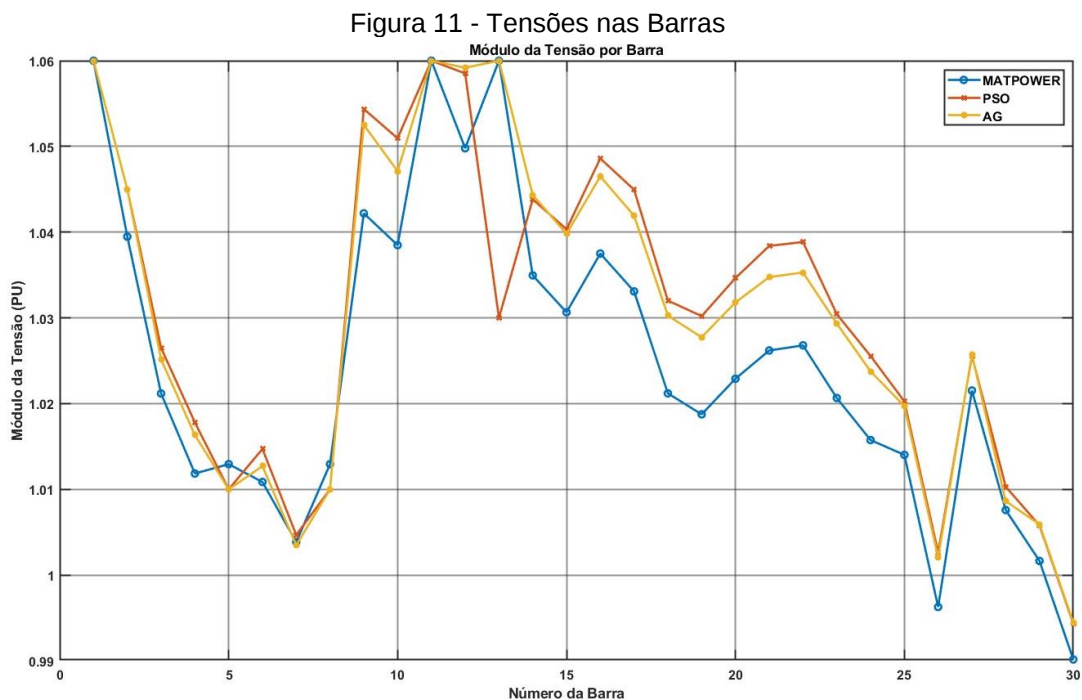
Fonte: Autor

Ao observar o comportamento de convergência, percebe-se que o algoritmo de *PSO* converge de forma mais rápida quando comparado ao *AG*, necessitando de menos iterações para chegar em um menor valor de função objetivo. Esse comportamento é esperado, devido ao fato de que, em sua implementação, a cada

iteração o algoritmo de *PSO* calcula uma nova posição para todas as partículas, avaliando então 20 novas possíveis soluções, enquanto cada iteração do AG introduz somente duas novas possíveis soluções provenientes das crianças geradas. Desta forma, é esperado que o algoritmo de *PSO* convirja mais rapidamente do que o AG. Entretanto, por ter de calcular 18 soluções a mais do que uma simples iteração do algoritmo genético, cada iteração do algoritmo de *Particle Swarm Optimization* apresenta um custo computacional maior, bem como um tempo maior.

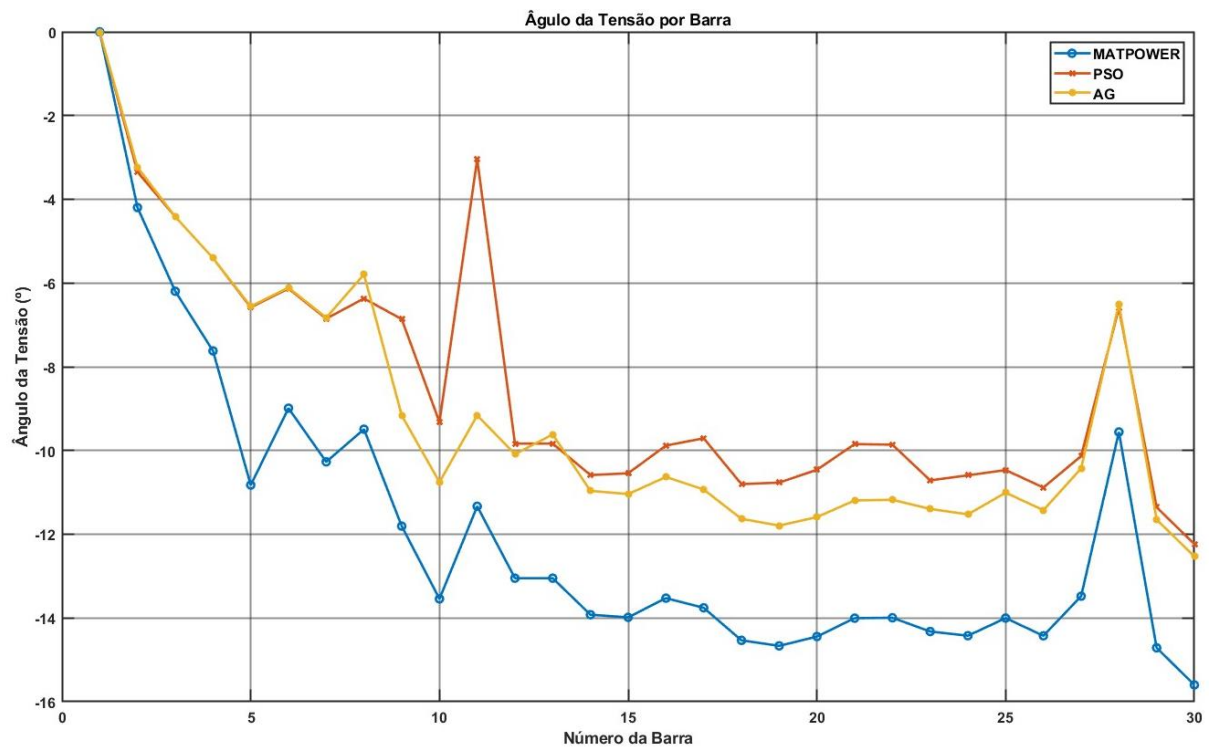
4.2 Comparação das Soluções

Ao observar os resultados das tensões nas barras representados na Tabela 8, nota-se que as soluções encontradas pelos algoritmos são próximas aos valores da solução do modelo pelo *MATPOWER*. Os métodos metaheurísticos apresentaram, no geral, módulos de tensão mais elevados, como mostrado na Figura 11. Quando comparados os ângulos, os algoritmos encontraram soluções com menores valores de ângulos em cada barra, conforme mostrado na Figura 12. Os maiores valores de tensão e menores ângulos contribuem para que a solução do problema apresente menores valores de perdas ativas, visto que estas são inversamente proporcionais ao quadrado da tensão nas barras.



Fonte: Autor

Figura 12 - Ângulos nas Barras



Fonte: Autor

Tabela 8 - Resultados das Tensões nas Barras

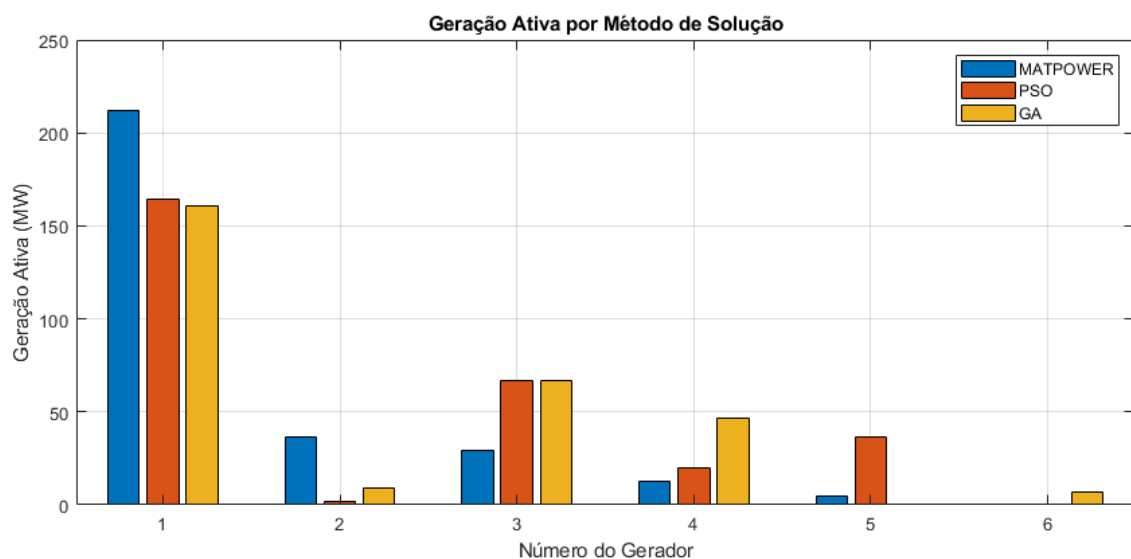
Barra	V_k (MW)			Ângulo (Graus)		
	MATPOWER	PSO	AG	MATPOWER	PSO	AG
1	1.0600	1.0600	1.0600	0.0000	0.0000	0.0000
2	1.0395	1.0450	1.0450	-4.1980	-3.3483	-3.2334
3	1.0212	1.0265	1.0252	-6.1966	-4.4166	-4.4162
4	1.0118	1.0178	1.0160	-7.6214	-5.4038	-5.4035
5	1.0129	1.0100	1.0100	-10.8255	-6.5821	-6.5586
6	1.0109	1.0147	1.0127	-8.9895	-6.1336	-6.1106
7	1.0038	1.0047	1.0035	-10.2706	-6.8513	-6.8279
8	1.0129	1.0100	1.0100	-9.4912	-6.3696	-5.7939
9	1.0422	1.0544	1.0525	-11.8064	-6.8624	-9.1611
10	1.0385	1.0509	1.0471	-13.5447	-9.3225	-10.7559
11	1.0600	1.0600	1.0820	-11.3323	-3.0416	-9.1611
12	1.0498	1.0585	1.0592	-13.0498	-9.8354	-10.0874
13	1.0600	1.0510	1.0512	-13.0498	-9.8354	-9.6160
14	1.0350	1.0438	1.0443	-13.9219	-10.5869	-10.9630
15	1.0307	1.0403	1.0398	-13.9850	-10.5439	-11.0409
16	1.0375	1.0486	1.0465	-13.5261	-9.8819	-10.6317
17	1.0331	1.0449	1.0419	-13.7572	-9.7084	-10.9322
18	1.0212	1.0320	1.0303	-14.5340	-10.8035	-11.6323
19	1.0187	1.0302	1.0277	-14.6660	-10.7661	-11.7931

Barra	V_k (MW)			Ângulo (Graus)		
	MATPOWER	PSO	AG	MATPOWER	PSO	AG
20	1.0229	1.0346	1.0318	-14.4436	-10.4612	-11.5908
21	1.0262	1.0384	1.0348	-14.0051	-9.8469	-11.1928
22	1.0268	1.0388	1.0353	-13.9946	-9.8607	-11.1773
23	1.0207	1.0304	1.0293	-14.3232	-10.7135	-11.3957
24	1.0157	1.0256	1.0238	-14.4237	-10.5926	-11.5253
25	1.0140	1.0203	1.0197	-14.0028	-10.4670	-11.0071
26	0.9963	1.0026	1.0021	-14.4252	-10.8843	-11.4247
27	1.0215	1.0256	1.0257	-13.4791	-10.1326	-10.4278
28	1.0076	1.0103	1.0086	-9.5580	-6.6002	-6.5019
29	1.0016	1.0058	1.0059	-14.7133	-11.3569	-11.6517
30	0.9901	0.9943	0.9945	-15.5992	-12.2355	-12.5301

Fonte: Autor

Quando comparados os valores de geração para cada gerador, nota-se que as soluções geradas pelo algoritmo de *PSO* e o *AG* apresentam valores de geração mais distribuídos entre os geradores, assim como ilustrado na Figura 13. Essa menor concentração faz com que cargas mais distantes do gerador na barra 1 consumam energia provida por geradores mais próximos, aumentando a eficiência do sistema e diminuindo as perdas ativas na transmissão da energia.

Figura 13 - Comparação de Geração Ativa por Gerador



Fonte: Autor

Ao comparar os custos de geração dos três métodos utilizados, a solução do *MATPOWER* apresentou um custo total de geração pouco menor quando comparado ao *PSO* (5,1% maior) e ao *AG* (4,1% maior). No entanto, apesar de apresentarem custos de geração um pouco maiores, as soluções das metaheurísticas apresentaram valores muito menores de perdas ativas, conforme ilustrado na Tabela 9. A solução do *PSO* apresentou perdas 54,91% menores quando comparada à solução do *MATPOWER*, enquanto a solução do *AG* possuiu perdas 54,82% menores do que o *MATPOWER*.

Tabela 9 - Resultados dos Geradores

	MATPOWER	PSO	AG
$P_{g_1} (MW)$	212,2321	164,5812	160,5110
$P_{g_2} (MW)$	36,2281	2,0739	9,3319
$P_{g_5} (MW)$	29,3494	67,1052	66,6679
$P_{g_8} (MW)$	12,9382	19,5423	46,6672
$P_{g_{11}} (MW)$	4,3952	36,5491	0
$P_{13} (MW)$	0,0003	0,0000	6,6667
$Q_{g_1} (MVar)$	0,0008	0,0000	0
$Q_{g_2} (MVar)$	27,1751	42,3351	43,4261
$Q_{g_5} (MVar)$	29,9482	9,1286	10,2712
$Q_{g_8} (MVar)$	39,9996	18,8312	16,682
$Q_{g_{11}} (MVar)$	9,0913	15,5920	15,336
$Q_{13} (MVar)$	7,7278	9,5483	9,0691
Custo Geração ($\$ \cdot 10^3 / hr$)	8,9101	9,3652	9,2753
Perdas Ativas (MW)	11,7421	6,4483	6,4371

Fonte: Autor

Apesar de possuírem um pequeno aumento de custo quando comparadas à solução já implementada pelo *MATPOWER*, as soluções dos algoritmos apresentaram grandes ganhos na eficiência da rede, gerando menores perdas no sistema.

5 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

5.1 Conclusões

Esse trabalho apresentou uma comparação entre três diferentes métodos de solução do problema de otimização do fluxo de potência em um sistema estável: método primal-dual dos pontos interiores, um algoritmo genético e um algoritmo *PSO*. O método de solução primal-dual, implementado através da biblioteca *MATPOWER*, foi usado como referência para a comparação dos dois algoritmos implementados, devido a sua grande popularidade e aplicação no estudo do FPO. Todos os métodos propostos foram aplicados para a solução do sistema IEEE de 30 barras, uma representação simplificada do sistema elétrico dos estados unidos e amplamente utilizada para a comparação entre métodos heurísticos.

Os resultados apresentados na seção 4 mostram que ambos os algoritmos propostos possuem ótimo desempenho para a solução do problema proposto. Com um aumento marginal menor do que 6% no custo total de geração, ambos os métodos aumentaram a eficiência do sistema de maneira relevante, diminuindo as perdas em mais de 54%. As tensões das barras do sistema possuíram valores próximos para os três métodos. Como esperado, as soluções dos algoritmos apresentaram um valor total de geração próximo ao método primal-dual do *MATPOWER*, mas com uma geração mais distribuída entre os geradores do sistema, ocasionando menores perdas para o sistema.

Embora os métodos apresentem certas limitações, particularmente a ausência de garantia de uma solução absolutamente ótima, os métodos heurísticos destacam-se como alternativas promissoras para a resolução do problema de FPO. Eles não apenas apresentaram resultados consistentemente positivos, mas também uma notável redução das perdas no sistema. Os resultados apresentados na seção 4 mostram que ambos os algoritmos propostos possuem ótimo desempenho para a solução do problema proposto. Com um aumento marginal menor do que 6% no custo total de geração, ambos os métodos aumentaram a eficiência do sistema de maneira relevante, diminuindo as perdas em mais de 54%. As tensões das barras do sistema possuíram valores próximos para os três métodos. Como esperado, as soluções dos algoritmos apresentaram um valor total de geração próximo ao método primal-dual do

MATPOWER, mas com uma geração mais distribuída entre os geradores do sistema, ocasionando menores perdas para o sistema.

Embora os métodos apresentem certas limitações, particularmente a ausência de garantia de uma solução absolutamente ótima, os métodos heurísticos destacam-se como alternativas promissoras para a resolução do problema de FPO. Eles não apenas apresentaram resultados consistentemente positivos, mas também uma notável redução das perdas no sistema.

5.2 Trabalhos Futuros

A comparação apresentada foi realizada em um sistema consideravelmente pequeno, e os ganhos podem ser ainda mais relevantes para sistemas maiores e com mais barras e geradores. Trabalhos futuros podem incluir a aplicação dos métodos apresentados em sistemas maiores, como o IEEE 118 ou 300 barras, nos quais a complexidade aumenta, e aplicação desses métodos pode ser analisada em cenários mais próximos de sistemas reais.

Além da aplicação em diferentes sistemas, trabalhos futuros podem explorar melhorias dos algoritmos propostos, como a implementação de diferentes métodos de *crossover* para o algoritmo genético. Outra abordagem interessante é ainda a análise da otimização com diferentes definições de função objetivo, incluindo fatores como penalização por possíveis faltas na rede, ou ainda penalidades por uso de geração de energia de fontes não renováveis.

REFERÊNCIAS

- [1] B. E. Turkay and R. I. Cabadag, 'Optimal power flow solution using particle swarm optimization algorithm', *IEEE EuroCon 2013*, pp. 1418–1424, 2013, doi: 10.1109/EUROCON.2013.6625164.
- [2] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. em conjunto com o Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL): Edgard Blücher Ltda, 1983.
- [3] J. Carpentier, 'Contribution to the economic dispatch problem', *Bulletin de la Societe Francoise des Electriciens*, vol. 3, no. 8, pp. 431–447, 1962.
- [4] H. W. Dommel and W. F. Tinney, 'Optimal Power Flow Solutions', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, no. 10, pp. 1866–1876, 1968, doi: 10.1109/TPAS.1968.292150.
- [5] T. Bouktir, L. Slimani, M. Belkacemi, and M. Belkacemi, 'A Genetic Algorithm for Solving the Optimal Power Flow Problem Integration of optimization methods for power energy management in smart microgrids View project A Genetic Algorithm for Solving the Optimal Power Flow Problem', 2004, [Online]. Available: <http://ljs.academicdirect.roTel/Fax:>
- [6] A. G. Bakirtzis, P. N. Biskas, C. E. Zoumas, and V. Petridis, 'Optimal Power Flow by Enhanced Genetic Algorithm', *IEEE Power Engineering Review*, vol. 22, no. 2, pp. 60–60, Jul. 2008, doi: 10.1109/mper.2002.4311997.
- [7] J. A. Monoh, M. E. Ei-Hawary, and R. Adapa, 'A review of selected optimal power flow literature to 1993 part ii: newton, linear programming and Interior Point Methods', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 105–111, 1999, doi: 10.1109/59.744495.
- [8] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez, and R. J. Thomas, 'MATPOWER's extensible optimal power flow architecture', *2009 IEEE Power and Energy Society General Meeting, PES '09*, 2009, doi: 10.1109/PES.2009.5275967.
- [9] F. B. Prioste, 'Optimal Power Flow Using Genetic Algorithm', *Anais do 15. Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional*, 2021, [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:242075101>
- [10] M. S. Osman, M. A. Abo-Sinna, and A. A. Mousa, 'A solution to the optimal power flow using genetic algorithm', *Appl Math Comput*, vol. 155, no. 2, pp. 391–405, Aug. 2004, doi: 10.1016/S0096-3003(03)00785-9.
- [11] S. A. Mohamed, N. Anwer, and M. M. Mahmoud, 'Solving optimal power flow problem for IEEE-30 bus system using a developed particle swarm optimization method: towards fuel cost minimization', *International Journal of Modelling and Simulation*, 2023, doi: 10.1080/02286203.2023.2201043.
- [12] I. Oumarou, D. Jiang, and C. Yijia, 'Particle swarm optimization applied to optimal power flow solution', in *5th International Conference on Natural Computation, ICNC 2009*, 2009, pp. 284–288. doi: 10.1109/ICNC.2009.477.
- [13] T. Ghanizadeh and E. Babaei, 'Optimal power flow using iteration particle swarm optimization', *India International Conference on Power Electronics, IICPE*, 2012, doi: 10.1109/IICPE.2012.6450403.
- [14] F. J. Lachovicz, T. S. Piazza Fernandes, M. R. Bessa, and K. De Geus, 'Ponderação de Critérios de Otimização Utilizados em Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico que Realiza Despacho de Geração Hidrotérmico Mensal Discretizado por Patamares de Carga', *Sociedade Brasileira de Automatica*, Feb. 2021. doi: 10.48011/sbse.v1i1.2325.

- [15] E. D. Castronuovo, J. M. Campagnolo, and R. Salgado, 'On the application of high performance computation techniques to nonlinear Interior Point methods', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 325–331, 2001, doi: 10.1109/59.932264.
- [16] S. Granville, 'Optimal reactive dispatch through interior point methods', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 136–146, 1994, doi: 10.1109/59.317548.
- [17] H. Wang, C. E. Murillo-Sánchez, R. D. Zimmerman, and R. J. Thomas, 'On computational issues of market-based optimal power flow', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 1185–1193, Aug. 2007, doi: 10.1109/TPWRS.2007.901301.
- [18] M. de S. JARDIM NETO, 'Análise do fluxo de potência ótimo globalmente convergente por métodos de região de confiança', Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.
- [19] G. B. Dantzig, A. Orden, and P. Wolfe, 'THE GENERALIZED SIMPLEX METHOD FOR MINIMIZING A LINEAR FORM UNDER LINEAR INEQUALITY RESTRAINTS', 1955.
- [20] G. B. Dantzig, 'Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities', in *Activity Analysis of Production and Allocation*, T. C. Koopmans, Ed., New York: John Wiley & Sons, 1947.
- [21] 'Power Flow Solution by Newton's Method', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-86, no. 11, pp. 1449–1460, 1967, doi: 10.1109/TPAS.1967.291823.
- [22] R. Idema and D. J. P. Lahaye, 'Computational Methods in Power System Analysis', vol. 1, 2014, doi: 10.2991/978-94-6239-064-5.
- [23] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- [24] O. Kramer and P. Koch, 'Self-Adaptive Partially Mapped Crossover'.
- [25] R. Ruiz-Torrubiano and A. Suárez, 'A hybrid optimization approach to index tracking', *Ann Oper Res*, vol. 166, no. 1, pp. 57–71, 2009, doi: 10.1007/s10479-008-0404-4.
- [26] R. Moral-Escudero, R. Ruiz-Torrubiano, and A. Suárez, 'Selection of optimal investment portfolios with cardinality constraints', *2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2006*, pp. 2382–2388, 2006, doi: 10.1109/cec.2006.1688603.
- [27] J. Kennedy and R. Eberhart, 'Particle swarm optimization', *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, pp. 1942–1948, doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.
- [28] Rich Cristie, 'IEEE 30 Bus Image', <http://labs.ece.uw.edu/pstca/pf30/30bus600.tif>.
- [29] J. M. Home-Ortiz, W. C. De Oliveira, and J. R. S. Mantovani, 'Optimal Power Flow Problem Solution through a Matheuristic Approach', *IEEE Access*, vol. 9, pp. 84576–84587, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3087626.
- [30] L. Le Dinh, D. Vo Ngoc, and P. Vasant, 'Artificial bee colony algorithm for solving optimal power flow problem', *The Scientific World Journal*, vol. 2013, 2013, doi: 10.1155/2013/159040.
- [31] J. Rahman, C. Feng, and J. Zhang, 'A learning-augmented approach for AC optimal power flow', *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 130, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.ijepes.2021.106908.

- [32] A. R. Balbo, M. Augusto, S. Souza, and E. Cássia Baptista, 'MÉTODOS PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES APLICADOS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO: SOBRE A INFLUÊNCIA DA SOLUÇÃO INICIAL'.
 - [33] S. P. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*. Cambridge University Press, 2004.
 - [34] S. J. Wright, 'Primal-Dual Interior-Point Methods', *Primal-Dual Interior-Point Methods*, Jan. 1997, doi: 10.1137/1.9781611971453.
 - [35] 'MATPOWER Website'. Accessed: Aug. 31, 2023. [Online]. Available: <https://matpower.org/>
-