



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

HENRIQUE ALEXANDRE DA SILVA

FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA:
uma análise da construção do pensamento algébrico

CARUARU

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE

CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

HENRIQUE ALEXANDRE DA SILVA

FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA:

uma análise da construção do pensamento algébrico

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada/o em Matemática.

Orientador(a): Prof^ªa. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

CARUARU

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Henrique Alexandre da Silva.

Formação inicial de professores de matemática: Uma análise da construção
do pensamento algébrico / Henrique Alexandre da Silva Silva. - Caruaru, 2021.
38 : il., tab.

Orientador(a): Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos Santos
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2021.

Inclui referências, anexos.

1. 'Pensamento Algébrico . 2. Formação de professores. 3. Álgebra. 4.
Pensamento matemático. I. Santos, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão
Santos. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

HENRIQUE ALEXANDRE DA SILVA

FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA:
uma análise da construção do pensamento algébrico

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática-
Licenciatura da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial para
a obtenção do grau de Licenciada/o em
Matemática.

Aprovado em: 15/10/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Valdir Bezerra dos Santos Junior (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Fred Charles Alves de Brito (Examinador externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a minha orientadora que foi a pessoal mais significativa e acolhedora durante toda minha formação, aos meus pais por todo apoio e a minha companheira que sempre esteve ao meu lado.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo geral verificar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e as suas contribuições para a formação inicial de professores do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Campus do Agreste (CAA). Considerando as construções históricas propostas por alguns pesquisadores que apresentam conceitos que envolvem a Álgebra, as concepções do Pensamento Algébrico e o Ensino de Álgebra foi realizada uma pesquisa com 4 graduandos do curso de Matemática-Licenciatura que já estão em processo de conclusão. Dessa forma foram realizadas entrevistas com os participantes afim de verificar os conceitos mencionados na visão de alguns autores: Harper (1987), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins (1994), Usiskin (1995a) e Lins e Gimenez (1997). A pesquisa exploratória, de característica qualitativa, visa identificar e analisar as percepções dos graduandos do curso de Matemática-Licenciatura quanto a Álgebra, Pensamento Algébrico e Ensino de Álgebra. Nesse sentido trazemos essa entrevista como proposta de interversão para que a partir da análise de dados possamos analisar a importância do estudo de conceitos algébricos na construção do pensamento matemático.

Palavras-chave: Álgebra; Pensamento Algébrico; Ensino de Álgebra; Formação de professores.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Experiência com a álgebra na educação básica	30
Quadro 2 – Experiência com a álgebra na graduação	31
Quadro 3 – O que é a álgebra para você?	34

ABSTRACT

This research aims to verify the development of Algebraic Thought and its contributions to the initial training of professors of the Mathematics-Degree course of the Federal University of Pernambuco (UFPE), Campus do Agreste (CAA). Considering the historical constructions proposed by some researchers that present concepts that involve algebra, the conceptions of algebraic thought and algebra teaching, a research was carried out with 4 undergraduate students of the mathematics course-Degree that are already in the process of completion. Thus, interviews were conducted with the participants in order to verify the concepts mentioned in the vision of some authors: Harper (1987), Fiorentini, Miorim and Miguel (1993), Lins (1994), Usiskin (1995a) and Lins and Gimenez (1997). The exploratory research, of qualitative characteristic, aims to identify and analyze the perceptions of the undergraduate of the Mathematics-Degree course as to Algebra, Algebraic Thought and Teaching of Algebra. In this sense we bring this interview as an intervention proposal so that from the data analysis we can analyze the importance of the study of algebraic concepts in the construction of mathematical thinking.

Keywords: Algebra; Algebraic thinking; Teaching Algebra; Teacher training

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	OBJETIVOS.....	12
2.1	GERAL.....	12
2.2	ESPECÍFICOS.....	12
3	ÁLGEBRA.....	13
3.1	AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO HARPER (1987)	15
3.2	AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO FIORENTINI (1993)	17
3.3	AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO ZALMAN USISKIN (1995).....	18
3.4	AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO LINS E GIMENEZ (1997).....	19
3.5	AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA VISTA NAS ESCOLAS	20
4	O PENSAMENTO ALGÉBRICO.....	21
4.1	ENSINO DE ÁLGEBRA E A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.....	25
5	METODOLOGIA.....	27
5.1	ROTEIRO DA ENTREVISTA.....	28
6	ANÁLISE.....	30
6.1	ETAPA 1.....	30
6.2	ETAPA 2.....	34
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
	REFERÊNCIAS.....	37

1 INTRODUÇÃO

A unidade temática Álgebra é um dos cinco campos presentes na matemática do ensino básico. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), a Álgebra trabalhada no ensino fundamental faz um aporte para o desenvolvimento do pensamento matemático, assim como direciona para um tipo especial de pensamento, o Pensamento Algébrico.

O desenvolvimento do Pensamento Algébrico acontece durante todo o ensino básico, ganhando recentemente um destaque nos anos iniciais. Kieran (2007) afirma que a Álgebra dos anos iniciais não se prende ao uso ou manipulação de técnicas, mas sim ao modo de pensar algebricamente. Dessa forma, as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) são a base para a construção deste pensamento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) são diretrizes que orientaram a educação no Brasil até o desenvolvimento da BNCC, mas que ainda se faz importante, pois apresenta considerações interessantes sobre o processo de ensino, indica que os professores e demais membros do corpo docente escolar podem nortear o ensino referente a cada disciplina e seus eixos. Para a matemática e o ensino de Álgebra, temos que:

Desse modo, o ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às idéias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas). (BRASIL, 1998, p.84)

Em linhas gerais, o trabalho com a Álgebra requer uma abordagem rica em significados, na qual o professor pode assegurar a construção das ideias e dos conceitos, proporcionando experiências que estimulem o pensamento abstrato e consequentemente, o Pensamento Algébrico, de forma que as concepções envolvidas nos problemas algébricos tenham mais relevância que o valor numérico atribuído ao resultado.

Harper (1987), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins (1994), Usiskin (1995a) e Lins e Gimenez (1997), trazem concepções a respeito do que significa pensar

algebricamente na tentativa de abranger todos os processos necessários para a construção deste pensamento. Neste trabalho pretende-se trabalhar algumas dessas concepções na tentativa de entender de que modo acontece o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

A partir dessas considerações, visa-se responder a seguinte pergunta: Como o trabalho, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, contribui, ou não, na formação de professores do curso de Licenciatura-Matemática? A pesquisa tem como objetivo geral verificar o desenvolvimento do pensamento algébrico e as suas contribuições para a formação de professores do curso de Matemática-Licenciatura. Buscamos também identificar o que os alunos da graduação em matemática compreendem por Álgebra, Pensamento Algébrico e Ensino de Álgebra, de forma que possamos verificar como aconteceu o trabalho com estes componentes durante suas vivências, tanto na educação básica, como na formação de professores de matemática.

Esta pesquisa envolve um estudo qualitativo, com natureza investigativa tendo como participantes alunos dos últimos períodos do curso de Matemática-Licenciatura. Com as informações obtidas pleiteamos também identificar como está sendo trabalhado a Álgebra no curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco (CAA/UFPE) e como os futuros professores visualizam a sua importância como um dos eixos da matemática.

Em relação a estrutura desta pesquisa, no referencial teórico abordaremos o que é entendido por Álgebra e sua função na construção do pensamento, como é definido o Pensamento Algébrico e como acontece o seu desenvolvimento, assim como, as concepções que o envolvem. Também serão abordadas as orientações propostas pela BNCC, algumas pesquisas para o Ensino de Álgebra (USISKIN, 1995a; ARAUJO, 2008; LINS E GIMENEZ, 1997; RADFORD, 2011; ALMEIDA; CÂMARA, 2014) e a forma como o curso de Licenciatura em Matemática estrutura em sua ementa as metodologias para este ensino.

Quanto a justificativa deste trabalho, considera-se que a análise de como o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, que ocorre em todo o ensino básico, mostra-se suma importância na formação de professores da disciplina de matemática.

Segundo os PCN.

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas, envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica de significados. (BRASIL, 1998, p.117)

Essa pesquisa se torna relevante devido às afirmações feitas por alguns autores, como: Lins e Gimenez (1997), que explicam que o Pensamento Algébrico surge como uma interpretação da Álgebra; Almeida e Câmara (2014), que apontam o professor como responsável em proporcionar experiências aos alunos de forma que seja possível construir este pensamento; e Vygotsky (2000), que explana a relação da construção do pensamento com conceitos científicos.

Esse estudo pode ainda auxiliar alunos que ingressam no curso de Licenciatura, devido ao levantamento de como a Álgebra faz-se presente na construção do pensamento matemático. Trazendo assim, um novo olhar para os conteúdos envolvendo Álgebra e possibilitando a prática docente dos alunos mais avançados do curso. Também podemos destacar a importância de disciplinas introdutórias presentes na ementa do curso, e como elas podem dar continuidade na construção do pensamento algébrico.

Por fim, o estudo se faz relevante para o curso de Matemática-Licenciatura, pois pode contribuir para a formação dos discentes como futuros professores de matemática da educação básica, mostrando a importância de trabalhar conteúdos matemáticos com significado.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar o desenvolvimento do pensamento algébrico e as suas contribuições para a formação de professores do curso de Matemática-Licenciatura.

2.2 ESPECÍFICOS

- Analisar o que os alunos da graduação entendem por Álgebra.
- Evidenciar de que forma o Pensamento Algébrico faz-se presente no curso de formação inicial de professores de Matemática.
- Identificar e analisar as percepções dos graduandos do curso de Matemática-Licenciatura quanto a Álgebra, Pensamento Algébrico e Ensino de Álgebra.

3 ÁLGEBRA

A unidade temática Álgebra é um dos cinco eixos matemáticos presente desde os anos iniciais, que apresenta e desenvolve ideias fundamentais, tais como, noções de equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade, sendo estas partes importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Deste modo, este capítulo aborda o que se entende por Álgebra escolar na visão de alguns autores e da BNCC.

Inicialmente, Usiskin (1995), explica que definir a Álgebra ensinada nas escolas não é uma tarefa fácil. Os pensamentos de Mac Lane e Gamet Birkhoff (1967, p. 1), trazidos por Usiskin (1995, p. 9) no livro *As Idéias da Álgebra*, exemplificam que “A Álgebra começa com a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam números” (LANE; BIRKHOFF, 1967 *apud* USISKIN, 1995, p. 9). Os autores afirmam que o trabalho com a Álgebra inicialmente possibilita um aperfeiçoamento dos conceitos aritméticos, argumentando como as regras mostram-se iguais para diversos números, construindo deste modo, aquilo que entendemos por variável e sua representação na forma de letras.

Lins e Gimenez (1997) explicam que a Álgebra vista nas escolas é tratada como a aritmética generalizada e é trabalhada de forma sucessiva a aritmética, neste contexto a aritmética assume um papel concreto e, portanto, mais fácil, enquanto a Álgebra, como parte abstrata, acaba se tornando mais difícil. Os autores defendem que ambas devem ser trabalhadas juntas, de forma que seja possível dar significados a Álgebra enquanto se desenvolve um senso numérico.

As tentativas mais superficiais de descrever a atividade algébrica têm em comum o fato de ficarem apenas na primeira parte do trabalho; a associação com conteúdo é imediata, e a caracterização pára por aí: atividade algébrica é resolver problemas da álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas "descontextualizados" ou parte da solução de problemas contextualizados. Em resumo, a atividade algébrica é descrita como "fazer ou usar álgebra". A versão mais banal dessa posição é a que descreve a atividade algébrica como "calcular com letras". (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 90)

Existe um consenso sobre a Álgebra vista nas escolas por parte de Lins e Gimenez (1997) e Usiskin (1995), mas há uma divergência em relação ao início da atividade algébrica pelo aluno, pois para Usiskin (1995, p. 9) “[...] os alunos estão estudando álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez.” Enquanto Lins e Gimenez (1997) destacam que a Álgebra já acontece durante o ensino da aritmética como uma inter-relação no processo de aprendizagem.

No livro *A Construção do Pensamento e da Linguagem*, Vygotsky (2000, p. 267) aponta que Álgebra permite “entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de Álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos”. Nesta perspectiva, a Histórico-Cultural, a Álgebra atua como agente potencial aos conhecimentos das operações matemáticas e das construções dos saberes matemáticos. Visão esta, que mostra as relações entre a Álgebra e a aritmética, mas “[...] de forma diferente das leituras tradicionais, do tipo “álgebra é aritmética generalizada” ou “álgebra é a estrutura da aritmética” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 9, grifo do autor).

Usiskin (1995b) argumenta a importância social da Álgebra no seu artigo *Why Is Algebra Important To Learn?*, onde conta que a “[...] álgebra tem muito em comum com a leitura, a escrita e com a aritmética [...] são as características da álgebra que a tornam tão importante”(USISKIN, 1995, p. 1, tradução nossa)¹. Tal colocação é muito semelhante à proposta por Vygotsky (2000), afirma que a construção do pensamento matemático envolvendo a Álgebra é comparável a aprender uma língua estrangeira, de forma que, quando dominada evolui o pensamento para a forma generalizada, libertando o indivíduo das dependências numéricas.

A generalização das minhas próprias operações e dos meus pensamentos é algo superior e novo em comparação com a generalização das propriedades numéricas dos objetos no conceito aritmético. Mas um novo conceito, uma nova generalização não surge senão com base no conceito ou generalização anterior. Isto se manifesta nitidamente no fato de que, paralelamente ao aumento das generalizações algébricas, ocorre o aumento da liberdade de operações. (VYGOTSKY, 2000, p. 372)

O exposto indica que ao generalizar a aritmética estamos pontualmente construindo as ideias que envolvem a Álgebra.

Segundo Lins e Gimenez (1997) essa inter-relação acontece devido a própria atividade aritmética apresentar um certo grau de generalizações, mesmo a Álgebra não se resumindo a isso, é evidente que existe essa dependência de ambas as partes. Deve-se destacar que o papel assumido pela Álgebra nesse contexto é de análise, compreensão e representação dos modelos aritméticos.

A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. (BRASIL, 2018, p. 270)

Esse exemplo reflete uma situação na aritmética, na qual o sinal de igualdade não depende de uma solução, como muitas vezes é reduzido a isso, mas demonstra aquilo que na Álgebra é trabalhado como propriedade da igualdade e equivalência.

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2018, p. 270)

Noções como essas são comuns no trabalho com a aritmética envolvendo multiplicação e a sua inversa, a divisão, como nesses seguintes exemplos: “Se um chocolate custa R\$2,00, quanto custaram 10 chocolates?”, ou “Se comprei 10 chocolates por R\$20,00, quanto custa 5 chocolates”. Nesses tipos de exemplos, acontece um tipo específico de pensamento matemático referente a Álgebra que é intrínseco a aritmética, dificultando dizer quando de fato começa o trabalho com a Álgebra.

Autores como Harper (1987), Fiorentini et al (1993); Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997) trazem concepções em relação a Álgebra, com objetivo de classificá-la e entender de fato como acontece o seu trabalho, como vemos a seguir.

3.1 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO HARPER (1987)

Lins e Gimenez (1997, p. 93) trazem em seu livro *Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI*, um estudo realizado por Harper (1987), no artigo

Fantasma de Diofanto, trazendo as ideias propostas por Nesselmann (1842), no qual afirma que “poderíamos classificar a álgebra, em seus vários momentos históricos, em *retórica* (apenas palavras), *sincopada* (alguma notação especial, em particular palavras abreviadas) e *simbólica* (apenas os símbolos e sua manipulação)”. Harper (1987) conclui que cada um desses momentos indica uma etapa no desenvolvimento intelectual.

- **Retórica**

Como explicado, nesse tipo de concepção o problema vem em forma apenas de palavras, cabendo o aluno está transformando as palavras em conceitos algébricos até chegar na solução, este tipo de situação envolve muito das operações da aritmética, no trabalho de um conceito algébrico, como mostrado por Lins e Gimenez (1997):

1) Totalmente verbais, como explicado por Lins e Gimenez (1997, p. 93): "Você pega a diferença e tira da soma, e depois divide o resultado por dois; esse é um dos números. Para achar o outro, soma a diferença ao primeiro". Essas seriam as soluções retóricas.

- **Sincopada**

Esse é o tipo de situação bem comum da Álgebra, onde temos uma equação, ou sistema de equações, no qual letras e números interagem no decorrer das operações, no intuito de descobrir o valor da letra que para esse caso, assume papel de incógnita, como mostrado por Lins e Gimenez (1997, p. 93):

“2) Depois de escolher valores particulares para a soma e a diferença (por exemplo 10 para a soma e 2 para a diferença), a criança montava e resolvia um sistema:”

$$\begin{array}{|l} X + y = 10 \\ X - y = 2 \end{array}$$

- **Simbólica**

Muito semelhante a estrutura da *sincopada*, a concepção simbólica apresenta em sua estrutura apenas letras (incógnitas), representando o último estágio do

desenvolvimento intelectual do aluno como apresentado por Lins e Gimenez (1997, p. 93):

“3) A criança montava e resolvia o seguinte sistema (a menos de escolha de letras):”

$$\begin{cases} X + y = a \\ X - y = b \end{cases}$$

3.2 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO FIORENTINI (1993)

Fiorentini et al (1993) traz um contexto histórico, onde a Álgebra é denotada em 3 concepções como: *Linguístico-pragmática*, *Fundamentalista-estrutural* e *Fundamentalista-analógica*.

- ***Linguístico-pragmática***

Essa concepção traz uma abordagem histórica da Álgebra, vista no século passado, na qual os processos instrumentais tinham prioridades. O autor explica que o mais importante na educação de conteúdos algébricos era o seu domínio, mesmo que os alunos realizassem de forma mecânica todas as manipulações da Álgebra. Categorizado como ensino tradicional, vemos esse tipo de abordagem, até nos dias atuais.

- ***Fundamentalista-estrutural***

Com a prática um pouco mais recente, no final do século XX, a estrutura da Álgebra é quem caracteriza essa concepção, tendo como objetivo dar fundamentos lógicos, não só para a Álgebra, mas como para todos os conteúdos matemáticos. Desta forma, os alunos além de resolverem problemas matemáticos, precisam ter consciência sobre todos os procedimentos das transformações e das propriedades que o mesmo envolvia.

- ***Fundamentalista-analógica***

Essa poderia ser a concepção que mais se aproxima no contexto atual da Álgebra vista nas escolas, sendo categorizado a concepção *Fundamentalista-analógica* como um meio termo entre a *pragmática* e *estrutural*. Em outras palavras,

seria a manipulação instrumental com o entendimento das técnicas, propriedades e das estruturas.

3.3 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO ZALMAN USISKIN (1995)

Usiskin (1995) classifica a Álgebra em quatro situações, sendo da seguinte forma: *Álgebra como aritmética generalizada*, *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*, *Álgebra como estudo de relações entre grandezas* e *Álgebra como estudo das estruturas*.

- **Álgebra como aritmética generalizada**

Como o próprio nome já exemplifica, essa concepção representa a Álgebra como a generalizações dos conceitos aritméticos. Deste modo, a Álgebra é compreendida por uma ampliação das ideias da aritmética e tem como instruções-chave *traduzir* e *generalizar*, são técnicas importantes tanto para a Álgebra como para a aritmética.

- **Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas**

Nesta concepção da Álgebra, “[...] as variáveis são ou *incógnitas* ou *constantes*. Enquanto as instruções-chave no uso de uma variável como generalizadora de modelos são traduzir e generalizar, neste caso as instruções-chave são *simplificar e resolver*” (USISKIN, 1995, p. 14). O exposto explica que simplificar e resolver acaba tendo o mesmo propósito na maioria das vezes, este tipo de concepção também está muito ligado aos conceitos da aritmética, como quando falamos, por exemplo, de triplo, quádruplo ou quántuplo de um determinado número e acabamos por denotar como $3x$, $4x$ e $5x$, respectivamente.

- **Álgebra como estudo de relações entre grandezas**

Para esta concepção, temos provavelmente, o estudo de funções como o principal conteúdo da Álgebra, para entender como acontece a relação entre grandezas. “Considerando que a concepção de álgebra como o estudo das relações

pode começar com fórmulas, a distinção crucial entre esta concepção e a anterior é que, neste caso, as variáveis *variam*” (USISKIN, 1995, p. 15).

- **Álgebra como estudo das estruturas**

Nessa concepção temos um direcionamento maior para a Álgebra vista nos cursos de ensino superior, com o estudo de grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, assim como mostrado por Usiskin (1995). Para uma aproximação com o ensino básico, temos como principais conteúdos às operações com números reais e polinômios. Aqui os alunos precisam entender quais as percepções matemáticas presentes, como noções de equivalência entre as expressões e teríamos como palavras chaves *manipular* e *simplificar*.

3.4 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA SEGUNDO LINS E GIMENEZ (1997)

Lins e Gimenez (1997) categorizam a Álgebra em suas manifestações, assim como feito por Usiskin (1995), em quatro situações, mas com sua classificação sendo determinada em tendências envolvendo o desenvolvimento da história e do pensamento do aluno, sendo elas: *Tendência letrista*, *Tendência conteudista*, *Tendência de ação* e *Tendência conceitual*.

- ***Tendência letrista***

A principal característica dessa concepção é de categorizar a Álgebra através dos processos históricos no desenvolvimento de notações algébricas, isto é, a Álgebra presente aqui é limitada a assuntos apenas presente em sala de aula. Deste modo, o trabalho realizado com a Álgebra resume-se ao uso ou cálculo da letra.

- ***Tendência conteudista***

Nessa concepção Lins e Gimenez (1997) explica que a Álgebra é descrita como uma lista de objetos matemáticos, no qual existe um consenso que os determinam assuntos da Álgebra, porém como visto anteriormente, não é fácil definir as “coisas da Álgebra”, principalmente quando não existe um veredito de qual assunto é, ou não é, algébrico.

- ***Tendência de ação***

Essa concepção é categorizada a partir do pensamento formal, o qual tem o papel de refletir sobre as operações e nas consequências que elas podem trazer para um problema matemático. Lins e Gimenez (1997) exemplificam que esse tipo de atividade algébrica não utiliza de sua parte mecânica, então não estaria contemplando todo o aspecto necessário para a Álgebra.

- ***Tendência conceitual***

Pode-se falar de um "campo conceitual da álgebra elementar", mas, sendo uma unidade muito ampla para a investigação experimental, Vergnaud e seus seguidores preferem tratar, por exemplo, de um "campo conceitual das equações de 1 ° grau (lineares)". Alguém trabalhando nesse ou em outros campos conceituais da álgebra estaria engajado em atividade algébrica. Deve-se observar que não se trata de uma caracterização por conteúdos- embora faça referência a eles -nem de uma caracterização por notação - embora faça referência a ela. (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 103)

Trazendo as ideias de Vergnaud, os autores afirmam ser possível em um campo conceitual da Álgebra envolvendo esquemas mentais, conceitos e notações, na qual se interagem entre si na construção do sentido.

3.5 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA VISTA NAS ESCOLAS

É difícil escolher apenas um grupo de concepções, visto que, a Álgebra presente nas escolas, acaba contemplando todas elas em algum momento, ou pelo menos deveria. Desta forma, é interessante ver o que é proposto para os alunos e qual se assemelha mais ao ensino no Brasil.

As dimensões propostas para o ensino da Álgebra encontram-se explicitadas no PCN (BRASIL, 1998, 116-122):

- Na dimensão Aritmética Generalizada – uso das letras como generalização do modelo aritmético, com ênfase nas propriedades das operações;
- Na dimensão Funcional – o uso de letras como variáveis, expressa relações e funções;
- Na dimensão Equação – as letras entendidas como incógnitas, com ênfase na resolução de equações;

- Na dimensão Estrutural – letras como símbolos abstratos, ênfase nos cálculos algébricos e expressões.

As concepções que mais se aproximam são as de Usiskin (1995). Então, para o tomaremos como referência nessa pesquisa, pois como o foco da pesquisa são aqueles que vão ensinar matemática, é importante essa aproximação com aquilo que é mais comum de se ver na Álgebra escolar.

Até o momento, muito foi se falado de Álgebra e como ela está diretamente ligado ao pensamento do aluno, porém, eventos da Álgebra e o Pensamento Algébrico são coisas diferentes, mesmo não possuindo uma definição comum aos pesquisadores. Assim, apresentamos na sequência o que se entende por Pensamento Algébrico, mas sabendo inicialmente que as concepções que envolvem a Álgebra, também fazem parte do pensar Algebricamente.

4 O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Do mesmo jeito que não é fácil definir o que a Álgebra representa, Lins e Gimenez (1997) estabelecem que não existe um consenso sobre o que é Pensamento Algébrico. Partindo deste ponto, vamos buscar entender, assim como feito anteriormente com a Álgebra, o que é entendido por pensar algebricamente. Desta forma, foi feito um levantamento sobre o que autores falam sobre este tem no intuito de entender o que significa pensar algebricamente.

Para Radford (2014 *apud* MENDES; APARECIDA, 2018, p. 22), o pensamento algébrico “pode ser considerado composto de componentes materiais e ideais: é constituído por formas ideológicas (internas e externas) de imaginação sensual, gestos, tactilidade² e nossas ações reais com artefatos culturais”. Assim para entender as finalidades da Álgebra vamos analisar como é feito a classificação das concepções da Álgebra.

Segundo Lins (1992, *apud* MENDES; APARECIDA, 2018, p. 15), “o pensamento algébrico é um meio de organizar o mundo ao modelar situações e manipular aqueles modelos de certa forma”. Mendes e Aparecida (2018, p. 15) argumentam que para Lins (1992) o “[...] pensamento algébrico é compreendido como um meio de produção de significados”. Estes significados, atrelado “às coisas da álgebra”, é trabalhado posteriormente por Lins e Gimenez (1997) colocando a Álgebra como existente em diversos conteúdos matemáticos, tornando difícil definir

onde a mesma começa e encontra seu fim. Esta argumentação justifica o aumento do interesse atribuído recentemente a esse eixo temático da matemática.

Almeida e Câmara (2014, p. 3) afirmam que o mais importante para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico “[...] é o trabalho com a resolução de problemas em detrimento da manipulação mecânica de símbolos ou expressões algébricas”. Os autores trazem que se o ensino tem como papel o desenvolvimento do cognitivo do aluno, então poderíamos dizer que o Pensamento Algébrico assume uma função semelhante a isto.

Os PCN (BRASIL, 1998) indicam para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico os seguintes objetivos:

Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades – identificando as equações, inequações e sistemas;
 Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
 Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

Em uma análise epistemológica utilizando o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, Lins (1994, p. 29) afirma que “[...] fazer ou usar álgebra é algo distinto de pensar algebricamente, e que o pensamento algébrico é apenas um modo-- entre outros--de produzir significado para a álgebra”. O autor compara a matemática a um texto semelhante ao que fez a perspectiva vygotskyana na construção do pensamento. Lins (1994) ainda explica que o conhecimento só surge quando enunciamos esse texto, em outras palavras, a Álgebra como unidade temática da matemática não representa de forma espontânea o pensar algebricamente, mas o Pensamento Algébrico redigi o papel da Álgebra na matemática e no pensamento matemático.

Radford (2006, p. 2) tenta explicar do porque não há uma definição direta sobre o que é Pensamento Algébrico, justificando que ele é “extenso escopo de objetos (por exemplo, equações, funções, padrões...) e processos algébricos (inversão, simplificação...) bem como os vários modos possíveis de conceber o pensamento em geral”.

[...] o pensamento algébrico pode ser interpretado como uma abordagem às situações quantitativas, que evidencia os aspectos relacionais das mesmas, com recurso a ferramentas que não são necessariamente letras usadas como símbolos e que podem ser utilizadas como suporte cognitivo para a introdução e sustentação do discurso mais característico da álgebra escolar (KIERAN, 1996, p. 274-275).

A presença da Álgebra nos anos iniciais é algo recente ao cotidiano dos professores, homologada em 2017 a BNCC, era comum somente ver os alunos estudando Álgebra a parti do 6º ano. Alguns autores, como Kieram (1994) e Lins e Gimenez (2005), já mencionavam a importância do trabalho com a Álgebra mais cedo. Kieram (2007) explica que nesse nível de ensino, o aluno não precisa se prender a manipulação e utilização de símbolos.

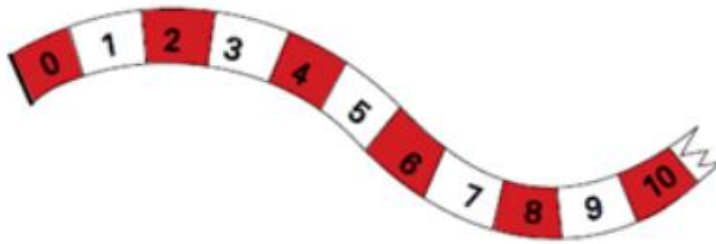
Segundo o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), as questões envolvendo Álgebra possuem uma margem de 40% de acertos por se tratar de um assunto pouco significativo para os alunos. Essa porcentagem pode ocorrer, pois normalmente a introdução da Álgebra inicia-se apenas no 6º ano. Mas, como visto anteriormente, é difícil saber quando realmente se dá início o trabalho com a Álgebra. Assim como, entender que em trabalhos envolvendo a aritmética já está acontecendo simultaneamente o trabalho com a Álgebra, mas não a Álgebra comum que envolvem símbolos e letras, a que envolve o pensar algebricamente.

Para este trabalho inicial com a Álgebra a BNCC (2018) indica alguns objetos de conhecimento que são fundamentais para o início do pensar algebricamente, sendo eles: os padrões figurais e numéricos, as sequencias recursivas e de repetição, propriedades da igualdade e equivalência. Tais objetos são necessários para desenvolver o pensamento da Álgebra, denominado por Pensamento Algébrico.

No livro *O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática* (AUTORES, ANO), temos acesso a diversas tarefas realizadas por professores da educação básica, para exemplificar como acontece o trabalho com a Álgebra. nesse nível de ensino foi escolhido a tarefa realizada no 3º ano “Tira de números coloridos” ministrada por Santos, Luvison e Moreira (2017, p. 118).

Figura 1. Tira de número coloridos

Tarefa 1: Tira de números coloridos



Observe a tira de papel que inicia no número zero. Ela alterna números nas cores vermelha e branca.

1. Note que a ponta da direita é diferente da ponta da esquerda. O que você acha que isso indica?
2. Ainda prestando atenção nas cores dos números, responda:
 - a) O que os números que estão nos espaços brancos da tira de papel têm em comum?
 - b) Pense em um número bem grande que não está representado na tira. Registre esse número. _____. Esse número ocupa um espaço branco? _____. Como você sabe disso?
 - c) O que os números que estão nos espaços vermelhos têm em comum?

Carla Cristiane Silva Santos / Cidinéia da Costa Luvison / Kátia Gabriela Moreira, 2017.

Este tipo de atividade envolvendo uma sequência, traz em sua estrutura a necessidade de justificativas por parte dos alunos, pois tanto a resposta certa, como a errada são importantes para o desenvolvimento desta tarefa. Santos, Luvison e Moreira (2017, p. 120) traz como respostas esperadas:

1. A ponta da tira foi recortada, por isso está diferente.
2. a) Os números brancos são ímpares.
 b) 1005, por exemplo, será branco, pois é um número ímpar.
 c) Os números vermelhos são pares.

Santos et al (2017) abordam que o professor deve esperar diversas respostas diferentes às esperadas por ele, cabendo-o valorizar tais respostas e intervir mesmo

quando o aluno atinge a resposta esperada. Desta forma o aluno vai estar em constante reflexão sobre suas respostas. Os autores explicam que nesta tarefa é possível tratar de vários temas abstratos de forma dinâmica e significativa, como a discussão de 0 ser par e a noção de infinito.

É necessário que o professor que atua, ou que vai atuar, tanto nos anos finais, como no médio, tenha noção de como acontece o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais e que continuem dando significado ao ensino de matemática utilizando do Pensamento Algébrico como suporte das discussões e das construções do pensamento do aluno.

4.1 ENSINO DE ÁLGEBRA E A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

[...] o pensamento algébrico é de nenhuma maneira ‘natural’, algo que aparecerá e se desenvolverá uma vez que os estudantes tenham amadurecido bastante. O pensamento algébrico é um tipo de reflexão e ação cultural muito sofisticado, um modo de pensamento que foi refinado sucessivamente ao longo de séculos antes de alcançar sua forma atual. (RADFORD, 2011 apud ALMEIDA; CÂMARA, 2014, p. 7)

Com essa reflexão, Almeida e Câmara (2014) afirmam que para o Ensino de Álgebra é necessário que o professor de matemática proponha atividades ou situações que permitam o aluno desenvolver as noções que envolvam o Pensamento Algébrico, noções estas, que não ocorrem de uma maneira voluntária. Somente quando o professor entende o que é preciso para desenvolver esse pensamento é possível construir uma aprendizagem algébrica repleta de significados.

Usiskin (1995a) aponta duas questões fundamentais para o Ensino de Álgebra “Talvez a questão principal que envolve o ensino de álgebra na escola média hoje seria até que ponto se deve exigir dos alunos a capacidade de manejar, por se próprios, diversas técnicas manipulatórias” (USISKIN, 1995a, p. 12) e “[...] o papel das funções e do momento de introduzi-las”. Assim como explica que o conceito de variável muda conforme o tempo, o autor também esclarece que o ensino está em constante transformação. Atualmente estamos em contexto onde a socialização e as práticas de ensino possuem inúmeras ferramentas de acesso à informação. Para a Álgebra temos softwares que resolvem sistema, equações e

funções em questão de segundos. Dessa forma, o ensino da Álgebra deve buscar dar significado a variável, ao invés de apenas o resultado.

Segundo Araújo (2008), o ensino de Álgebra nas escolas é uma responsabilidade dos cursos de Licenciatura em Matemática e a formação de professores deve preparar os graduandos para as concepções que envolvem a Álgebra e a construção do seu pensamento. Lins e Gimenez (1997) afirmam que a escola é a responsável pela formalização dos conhecimentos e pela introdução dos significados baseado nos conceitos científicos constituídos por Vygotsky.

Para Usiskin (1995a) a Álgebra trabalhada na educação básica é diferente daquela que vemos em cursos superiores de matemática. No curso de Matemática-Licenciatura da UFPE-CAA somos apresentados a um leque de disciplinas na qual a Álgebra, por hipótese, é abordada de forma pouco significativa, pois o caráter pedagógico necessário na construção do pensamento algébrico e para relações de ensino e aprendizagem deste conteúdo é visto de maneira separada, sendo disponibilizada apenas na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática II para este eixo da matemática.

De modo geral, três disciplinas destinadas às metodologias - Metodologia do Ensino a Matemática I, Metodologia do Ensino a Matemática II e Metodologia do Ensino a Matemática III -, propostas pela grade curricular do curso, trabalham de forma similar o pensamento matemático com ênfase nos aspectos epistemológicos, cognitivos e didáticos que envolve os eixos:

1. Números e Operações;
2. Tratamento da Informação;
3. Álgebra e Funções;
4. Geometria;
5. Grandezas e Medidas.

Para esta pesquisa destacamos que a Álgebra, mesmo tendo seu próprio eixo dentro da matemática, faz presença nos demais eixos apresentados, estabelecendo a concepção do pensar algebricamente. Diante dessa conexão, podemos enfatizar uma outra, onde a Álgebra e o pensamento algébrico podem-se fazer predominante em toda a formação do docente em matemática.

5 METODOLOGIA

A escolha da técnica de pesquisa é, na verdade, a escolha não da única, mas, sim, da principal técnica a ser utilizada, pois sempre mais de uma técnica será necessária no transcurso do trabalho a ser desenvolvido (CHAER; DINIZ; RIBEIRO, 2011, p. 258).

Partindo desta ideia, a realização desta pesquisa ocorrerá com a utilização de estratégias investigativas, neste caso, entrevistas gravadas com a utilização do Google Meet e a análise dessas gravações, na intenção de responder o problema de pesquisa ao decorrer das interações com o público alvo do estudo. Essa pesquisa tem cunho qualitativo, porém atua como forma explicativa:

Considera-se ser este o tipo de pesquisa que explica a razão, o porquê dos fenômenos, uma vez que aprofunda o conhecimento de uma dada realidade. Assim, pelo fato de esta modalidade estar calcada em métodos experimentais, ela se encontra mais direcionada para as ciências físicas e naturais. Mesmo que a margem de erros represente um fator relevante, sua contribuição é bastante significativa, dada a sua aplicação prática. (DUARTE, 2020, p.2)

Esta pesquisa tem como participantes quatro graduandos dos últimos períodos do curso de Matemática-Licenciatura da UFPE/CAA no período de 2021.2, mais especificamente, do 7º e 9º período. Para tanto, foram realizadas entrevistas envolvendo os conceitos da Álgebra, do pensar algebricamente e das práticas que envolvem o seu ensino. Este processo de pesquisa foi realizado em três momentos.

No primeiro momento, o levantamento bibliográfico que serviu como base para estabelecer conceitos a respeito da Álgebra, do Pensamento Algébrico e do Ensino de Álgebra, considerando algumas concepções para fortalecer a hipótese de que Álgebra é uma parte fundamental do pensamento matemático e, assim, indispensável para a formação de professores de matemática. Desta forma, autores como Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997) foram a base desse levantamento bibliográfico, pois a Álgebra vista nos livros didáticos apresenta muitas das concepções propostas pelos autores.

No segundo momento, a formalização e realização de uma entrevista como uma proposta de intervenção, para que haja emissões de ideias de ambas as partes, com o objetivo de entender quais as contribuições que esses conceitos propostos têm para a formação dos graduandos em matemática e como ocorreram durante a graduação e na educação básica. Assim, quatro graduandos do curso de Licenciatura em Matemática do CAA/UFPE foram entrevistados no intuito de discutir a importância da Álgebra e do pensar algebricamente. Também foi buscado entender como é a relação do entrevistando com Álgebra do ensino básico e superior.

Os participantes realizaram as entrevistas por meio de reuniões no Google Meet, em dias diferentes, tendo uma duração média de 40 minutos para cada um, todas as reuniões foram gravadas afim da catalogação de suas respostas para a análise dos dados.

Para a realização das entrevistas foi utilizado o seguinte roteiro dividido em duas etapas, sendo a *Etapa 1* - voltada nas vivências dos entrevistados enquanto alunos da educação básica e da graduação - e a *Etapa 2* - suas perspectivas enquanto futuros professores acerca da Álgebra que vão ensinar na educação básica.

5.1 ROTEIRO DA ENTREVISTA

Etapa 1 – Identificar, a partir das vivências dos entrevistados, as possíveis dificuldades e/ou facilidades e como ocorreu os processos envolvendo o ensino e a aprendizagem da Álgebra.

1. Gostaria que você falasse da experiência que você teve com a Álgebra durante sua formação básica.
2. Você tinha dificuldades em conteúdo que envolviam a Álgebra?
3. Você considera que o seu professor de matemática da educação básica foi significativo durante seu contato inicial com a Álgebra?
4. Como foi a sua experiência com a Álgebra, no curso de Licenciatura em matemática?
5. Como as disciplinas de matemática “pura” que envolvem a Álgebra, impactaram no seu ensino e aprendizagem da mesma?
6. Na sua opinião, as disciplinas metodológicas ajudam o futuro professor de matemática da educação básica em conteúdo que envolvem a Álgebra?

7. O curso de Licenciatura em matemática mudou a forma como você enxerga a Álgebra? Se sim, de que forma?

8. Como é a Álgebra para você hoje?

9. Gostaria de acrescentar mais algum comentário?

Etapa 2 – Identificar o conhecimento do entrevistado sobre a Álgebra, o desenvolvimento do pensamento algébrico e o Ensino de Álgebra enquanto futuros professores.

1. O que é Álgebra para você?

2. Na sua opinião, qual o papel da Álgebra no desenvolvimento do aluno?

3. Você considera a Álgebra importante na construção do pensamento matemático?

4. O que você entende por pensar algebricamente?

5. Para você, quais os meios para desenvolver o pensamento algébrico?

6. Em sua opinião, qual a importância de pensar algebricamente?

7. Em sua opinião, qual o papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno?

8. Você considera difícil ensinar conteúdos que envolvem Álgebra?

Com base nesse roteiro, a análise também foi dividida em duas etapas, sendo a primeira voltada para as perguntas da *Etapa 1* e a segunda para as perguntas da *Etapa 2*. Ao mencionar as perguntas será utilizado 1° para a primeira pergunta, 2° para a segunda pergunta e assim, sucessivamente até o fim da *Etapa 1*, o mesmo acontecerá na *Etapa 2*.

E, por fim, a análise e a reflexão de todos os dados e diálogos visam contribuir para a resposta do problema de pesquisa: Como o trabalho, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, contribui, ou não, na formação de professores do curso de Licenciatura-Matemática?

6 ANÁLISE

6.1 ETAPA 1

Na *Etapa 1*, de um modo geral, as perguntas dos entrevistados não foram divergentes, as 3 primeiras perguntas dessa etapa são voltadas para as suas vivências como alunos da educação básica e foi nessa etapa que houve a maior convergência. O quadro abaixo apresenta as respostas diretas sobre a 2 e 3 perguntas.

Na *1ª pergunta* dessa etapa todos os participantes disseram terem tido uma certa facilidade, tanto para conteúdos matemáticos no geral, assim como para a Álgebra, expondo até uma certa ideia de que os graduandos do curso de Licenciatura em Matemática não apresentaram problemas na aprendizagem da matemática, em seus anos de escola.

Quadro 1 – Experiência com a álgebra na educação básica

	Perguntas	Participante A	Participante B	Participante C	Participante D
2	Você tinha dificuldades em conteúdo que envolviam a Álgebra?	Não possuía dificuldades	Não possuía dificuldades	Não possuía dificuldades	Não possuía dificuldades
3	Você considera que o seu professor de matemática da educação básica foi significativo durante seu contato inicial com a Álgebra?	Não	Não	Não	Não

Fonte: elaborado pelo autor.

É interessante destacar que o participante *B* ajudava seus colegas de classe quando tinham dificuldades para entender a mesma. Dessa forma a *2ª pergunta* acabou sendo respondida junto com a primeira, ou seja, não possuíam dificuldades nesses conteúdos algébricos. Porém os participantes *A* e *B* explicaram não saberem distinguir o que seria um conteúdo algébrico dos demais conteúdos matemáticos vistos na educação básica, ainda exemplificaram que essa situação

aconteciam para os demais eixos presentes na matemática, já os participantes *C* e *D* tinham uma breve noção dos eixos envolvendo a geometria e a probabilidade, sendo indiferentes aos demais eixos.

Na 3ª pergunta foi buscado entender como o professor influenciou na aprendizagem de Álgebra dos participantes e como era sua metodologia para os conteúdos que envolvia a Álgebra. Para essa pergunta todos os participantes apresentaram a mesma resposta, na qual o professor possuía uma metodologia na qual chamamos de “tradicional” e que não tiveram uma abordagem diferente para os conteúdos algébricos. Conteúdos esses, que devido a graduação conseguiram identificar e distinguir. Os participantes indicaram que também tiveram ciência da presença da Álgebra nos demais eixos. Assim, em suas vivências os participantes foram apresentados aos conteúdos e resolveram exercícios que os preparavam para a prova, mas não refletiam bem sobre o que era a Álgebra, apenas a manipulavam.

As perguntas de 4 a 8 refletem suas experiências durante o início do curso de licenciatura até o seu atual momento entre o 7º e 9º período. Dessa forma, foi pedido para que respondessem na posição apenas de discentes do curso, mesmo os que já atuavam como professores.

Quadro 2 – Experiência com a álgebra na graduação

	Perguntas	Participante A	Participante B	Participante C	Participante D
4	Como foi a sua experiência com a Álgebra, no curso de Licenciatura em matemática?	Tranquilo, mas o grau de dificuldade se eleva muito de uma disciplina para a outra.	Foi boa, mas algumas disciplinas como álgebra linear é muito difícil.	Tranquilo, gosto de conteúdos mais abstratos, acredito ajudar a construir uma visão mais abstrata.	Boa, acredito que todas as experiências no curso são significativas.
5	Como as disciplinas de matemática “pura” que envolvem a Álgebra, impactaram no seu ensino e	Impactaram positivamente, porém poderiam ser melhores.	Impactaram positivamente, mesmo nas disciplinas mais abstratas.	Impactaram positivamente.	Impactaram positivamente.

	aprendizagem da mesma?				
6	Na sua opinião, as disciplinas metodológicas ajudam o futuro professor de matemática da educação básica em conteúdo que envolvem a Álgebra?	Impactaram positivamente.	Impactaram positivamente.	Impactaram positivamente.	Impactaram positivamente.
7	O curso de Licenciatura em matemática mudou a forma como você enxerga a Álgebra? Se sim, de que forma?	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: elaborado pelo autor.

Para os participantes, a Álgebra presente no curso dá um salto no quesito dificuldade, sendo inicialmente apenas uma revisão do ensino básico para se tornar algo mais complexo, podemos dizer que se referem a Álgebra do ensino superior. Para essa pergunta, no caso a 4ª, o participante A explica que essa transição da Álgebra que ocorre no ensino superior não acontece de forma gradual, mas sim de maneira similar a “subir um muro alto” sem ter o devido preparo. Ele ainda ressalta que na educação básica os conteúdos algébricos, em grau de abstração, se comportam como uma escada, elevando seu grau de forma linear. A participante ainda explica que considera todas as vivências significantes.

Na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da UFPE/CAA, os graduandos se deparam com diversas disciplinas, na qual a Álgebra assume um papel bem abstrato, necessário para demonstrações de teoremas. Partindo desse ponto, a 5ª pergunta, busca entender a importância de conteúdos algébricos mais abstratos na formação do professor de matemática. De forma direta, os participantes

indicaram ser muito importante ter o contato com conteúdos matemáticos da graduação, pois dessa forma desenvolvem uma visão mais crítica em relação a conteúdos mais básicos, ampliando ainda mais as possibilidades de manipulações algébricas.

A 6ª questão é semelhante a anterior, mas agora voltada para as disciplinas metodológicas, dando ênfase as disciplinas de Metodologia do Ensino de Matemática I, na qual é estudado Números e Operações, Metodologia do Ensino de Matemática II, que é trabalhado o eixo de Álgebra e Funções e por último, Metodologia do Ensino de Matemática III, que trabalha o eixo de Grandezas e Medidas, assim como Geometria.

Os participantes destacaram um papel muito importante para as disciplinas citadas, pois relatam terem tido diversas atividades na qual se colocavam como professores, analisavam questões, resolviam situações problemas, analisavam a BNCC e o que a mesma indicava para o ensino desses eixos. O participante *D* exaltou que foi nessas disciplinas que teve ciência da existência dos pensamentos matemáticos específicos, tais como, o Pensamento Algébrico discutido nessa pesquisa.

A 7ª pergunta foi respondida de forma complementar das respostas já apresentadas até aqui, mas é importante ressaltar a observação da participante *C*, que destaca uma visão diferente da que tinha no 1º período do curso, sobre a matemática como um todo, para a que tem agora, explicando que algumas disciplinas, como a de Avaliação de Aprendizagem, mudou suas concepções do que é ser professor.

A 8ª e última pergunta da *Etapa 1* é uma reflexão de sua trajetória com a Álgebra, servindo de liga para a 1ª pergunta da *Etapa 2*. As respostas dessa questão foram diversificadas, o participante *A* enxerga a Álgebra hoje como algo muito abstrato, mas que gosta e a utiliza em diversas situações do dia. Já os participantes *B* e *C* não conseguiram descrever o que seria a Álgebra para eles. Esse pensamento é comum, pois como mostrado por Usiskin (1995) a Álgebra não possui um consenso sobre suas definições. E por último, o participante *D* diz ter certas dificuldades com a Álgebra trabalhada na graduação, mas que acha necessária para um futuro professor. Apenas a participante *C* acrescentou algo mais, tal como proposto pela 9ª pergunta, contou que as aulas de Metodologia do Ensino de

Matemática II foram muito importantes para entender as diversas concepções presentes nos eixos, em exclusivo da Álgebra.

6.2 ETAPA 2

A *Etapa 2* tem como principal objetivo respostas dos participantes enquanto futuros professores da disciplina de matemática da educação básica.

Quadro 3 – o que é álgebra para você?

	Perguntas	Participante A	Participante B	Participante C	Participante D
1	O que é Álgebra para você?	Expressões matemática e manipulações.	Generalização da aritmética.	Expressões matemática com incógnita.	Generalização da aritmética e manipulação de expressões.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A 1ª pergunta dessa etapa foi bem difícil para os participantes, pois, analisando de forma crítica, como dito por Usiskin (1995, p. 2) “definir o que é Álgebra não é fácil”. As respostas dos participantes resumiram-se a expressões matemáticas e manipulações, assim como refletiram os pensamentos de Álgebra de ser a aritmética generaliza. Apenas o participante *B* definiu a Álgebra também como uma forma de pensar.

Ao fazer a 2ª pergunta todos os participantes acabaram respondendo de certa forma respondendo a 3ª pergunta, pois definiram que ao responderem questões que envolvem a Álgebra, o aluno desenvolve um pensamento abstrato, mostrando que os participantes entendiam que a Álgebra também atua como uma forma de pensar. Então, o participante *B* trouxe algo que foi discutido por Lins e Gimenez (1997), no qual é visível que a Álgebra está presente em diversos conteúdos matemáticos e que ela acaba atuando com uma forma de “pensar abstratamente”, reconhecendo assim a importância da Álgebra no pensamento matemático.

A 4ª pergunta traz de forma direta, os conhecimentos dos participantes sobre o Pensamento Algébrico. O participante *B* repetiu a resposta dada anteriormente, já os demais participantes, acabaram também tendo dificuldades em responder. O participante *D* exemplificou o pensamento geométrico como noção de espaço e que

o Pensamento Algébrico seria algo relacionado a identificações de padrões, já os demais não conseguiram formular uma resposta.

Assim como foi difícil definir o que é Pensamento Algébrico, explicar como desenvolve-lo como proposto na 5ª pergunta foi ainda mais, nenhum participante propôs uma situação problema. A 6ª pergunta também não foi respondida ou apresentou respostas semelhantes as anteriores, como pensar algebricamente é reconhecer padrões, como proposto pelo participante *B*. E, na 7ª pergunta, houve uma sinergia nas respostas, todos os participantes explicaram que o professor deve proporcionar situações que contribuam para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, resposta essa semelhante a discutida por Almeida (2014).

A 8ª e última pergunta da entrevista foi interessante para a conclusão da pesquisa, pois todos as participantes, mesmo não atuando como professores ainda, disseram não possuir dificuldades para ensinar conteúdos que envolvem Álgebra, porém explicaram que devido as perguntas propostas na entrevista, vão buscar entender melhor sobre os pensamentos matemáticos, pois viram que são muito importantes ao ensinar os conteúdos da matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve como finalidade entender como o trabalho com a Álgebra, visando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico contribui na formação dos futuros professores de matemática, dessa forma essa pesquisa abordou as concepções da Álgebra na visão de diversos autores como Harper (1987), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins (1994), Usiskin (1995a) e Lins e Gimenez (1997), mostrando como se deu a construção do que entendemos por Álgebra hoje em dia.

Também foi discutido algumas considerações sobre a construção do Pensamento Algébrico, o seu papel na construção do pensamento matemático do aluno e, como o Ensino de Álgebra pode proporcionar uma experiência mais significativa na construção desse tipo de pensamento.

Destacamos a importância dessa pesquisa para os futuros professores que vão ensinar a matemática da educação básica, pois tratamos de forma mais específica um dos eixos matemáticos explorando o que é entendido por Álgebra atualmente e refletindo sobre a importância da Álgebra como uma forma de pensar.

As entrevistas realizadas foram um momento de reflexão para os graduandos de matemática, pois responderam diversas perguntas específicas sobre a Álgebra e o Pensamento Algébrico e mesmo ad perguntas que não conseguiram formular uma resposta foram importantes para o momento de reflexão e discussão do tema.

Ao analisar os resultados observamos que o curso de Licenciatura em Matemática da UFPE-CAA consegue abordar praticamente todos os eixos matemáticos e que os graduandos, diferentemente da educação básica, passam a ter ciência deles. Mas, ressaltamos ser necessário momentos mais reflexivos no ensino dos mesmos, mostrando aos futuros professores a compreensão de que a Álgebra é importante tanto como ciência, como saber ensiná-la e o seu papel na construção do pensamento matemático.

Destacamos ainda, a importância de estudos relacionados ao Pensamento Algébrico, pensamento probabilístico, pensamento geométrico e demais pensamentos matemáticos na ementa do curso de Licenciatura em matemática, pois para aquele que vai ensinar é necessário ter conhecimento das várias concepções e da construção do conteúdo matemático trabalhado.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jadilson; CÂMARA, Marcelo. *PENSAMENTO ALGÉBRICO E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA*. – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 5 - número 2 , 2014.

ARAUJO, Elizabeth. *Ensino de álgebra e formação de professores*. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 331-346, 2008

BRASIL. *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Disponível em: <[EDUCAÇÃO É A BASE](#)> . Acesso em 9 de abr. 2021

BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática*. Brasília: MECSEF, 1998. Disponível em: <[Capa de Matemática](#)> . Acesso em 9 de abr. 2021

DUARTE, Vânia. *PESQUISAS: EXPLORATÓRIA, DESCRITIVA E EXPLICATIVA. CANAL COLABORATIVO MONOGRAFIAS. BRASIL*. . Disponível em: <<https://monografias.brasilecola.uol.com.br/regras-abnt/pesquisas-exploratoria-descritiva-explicativa.htm>> Acesso em 9 de abr. 2021

FIORENTINI, D. ; MIORIM, M.A. ; MIGUEL, A. *Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. Pro Posições* (Unicamp), v. 4, n.1(10), p. 78-91, 1993.

HARPER, E. Ghosts of diophantus. *Educational Studies in Mathematics* 18, 75–90 (1987).

LINS, Romulo C. *A framework for understanding what algebraic thinking is*. PhD thesis, University of Nottingham, United Kingdom, 1992.

LINS, Romulo; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. - Campinas, SP : Papirus, 1997.- (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LINS, Romulo. *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico*. Dynamis, Blumenau. v.I, n. 7, 1994.

MACLANE, Saunders; BIRKHOFF, Garrett. *Algebra*. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967.

MENDES, Adair; APARECIDA, Iris. *O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que*

Ensina (Ensinará) Matemática. - Brasília: Templo Gráfica e Editora. 2018. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf> . Acesso em: 10 de abr. 2021.

RADFORD, Luis. *Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective.* In: North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education - PME, Bergen University College, 2006.

RADFORD, Luis. *The progressive development of early embodied algebraic thinking.* *Mathematics Education Research Journal*, Australia, n. 26, p. 257-277, 2014.

RIBEIRO, Elisa; DINIS, Pereira; CHAER, Galdino. *A técnica do questionário na pesquisa educacional.* *Evidência*, Araxá, v. 7, n. 7, p. 251-266, 2011.

USISKIN, Zalman. *Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações de variáveis.* IN: *As idéias da Álgebra.*

Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

UFPE - *PROGRAMA DOS COMPONENTES CURRICULARES POR PERÍODO*, Curso: MATEMÁTICA - LICENCIATURA - CAA, 2013. Acesso em: <[PROGRAMA DOS COMPONENTES CURRICULARES POR PERÍODO](#)>.

USISKIN, Zalman. *Why Is Algebra Important To Learn? (Teacher, this one your students!).* American Educator, 1995.

VIGOTSKI, Lev S. *A Construção do Pensamento e da Linguagem.* Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000