



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LEIDY LAURA ÁLVAREZ BERRÍO

1033271739

**CONTRIBUIÇÕES AO ESTUDO DE FLUXO EM MEIOS FRATURADOS
DEFORMÁVEIS: FATOR DE FORMA, PSEUDOACOPLAMENTO E ANÁLISE
TOPOLÓGICA**

Recife

2023

LEIDY LAURA ÁLVAREZ BERRÍO

**CONTRIBUIÇÕES AO ESTUDO DE FLUXO EM MEIOS FRATURADOS
DEFORMÁVEIS: FATOR DE FORMA, PSEUDOACOPLAMENTO E ANÁLISE
TOPOLÓGICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Área de concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Recife

2023

Catálogo na fonte:
Bibliotecário Carlos Moura, CRB-4/1502

A473c

Álvarez Berrío, Leidy Laura.

Contribuições ao estudo de fluxo em meios fraturados deformáveis: fator de forma, pseudoacoplamento e análise topológica. / Leidy Laura Álvarez Berrío. – 2023.

124 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Recife, 2023.

Inclui referências e apêndice.

1. Engenharia civil. 2. Fraturas naturais. 3. Reservatórios carbonáticos. 4. Fechamento de fraturas. 5. Topologia. 6. Pseudoacoplamento. 7. Simulação numérica. I. Guimarães, Leonardo José do Nascimento (orientador). II. Título.

624 CDD (22. ed.)

UFPE

BCTG/2023-235

LEIDY LAURA ÁLVAREZ BERRÍO

**CONTRIBUIÇÕES AO ESTUDO DE FLUXO EM MEIOS FRATURADOS
DEFORMÁVEIS: FATOR DE FORMA, PSEUDOACOPLAMENTO E ANÁLISE
TOPOLÓGICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Aprovada em 28/07/2023.

BANCA EXAMINADORA

Participação por videoconferência

Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Participação por videoconferência

Prof. Dr. Bernardo Horowitz (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Participação por videoconferência

Prof. Dra. Lícia Mouta da Costa (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

Participação por videoconferência

Dra. Flávia de Oliveira Lima Falcão (Examinadora Externa)
Petrobras

Participação por videoconferência

Prof. Dr. Sidarta Araújo de Lima (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Para e por Elena.

RESUMO

Atualmente, existem diferentes metodologias que permitem a simulação numérica de um reservatório naturalmente fraturado. Alguns modelos são mais precisos do que outros, o que sempre envolve altos custos computacionais e incertezas relacionadas às aproximações feitas ao caracterizar esse tipo de reservatório. Além disso, se for considerado o efeito do estado de tensões na rede de fraturas e na rocha, a incerteza e o custo numérico e computacional da caracterização desses reservatórios aumentam. Dentro da caracterização deste tipo de reservatório, estão variáveis como o fator de forma, que define a transferência de fluidos entre as fraturas e a matriz, a permeabilidade das fraturas e da rocha, e a topologia, que permite definir o grau de conectividade da rede de fraturas mediante as intersecções das fraturas. Neste trabalho, é apresentada uma avaliação do efeito geomecânico nas simulações de fluxo via modelos de dupla porosidade/permeabilidade e aplicada a teoria de topologia de fraturas para entender como a rede de fraturas afeta parâmetros chave do comportamento hidráulico dos reservatórios fraturados e deformáveis, como o fator de forma e a permeabilidade equivalente, à luz da formulação de pseudoacoplamento. Todas as simulações foram realizadas no simulador interno CODE_BRIGHT, no qual a metodologia de descontinuidades embebidas é usada para representar o sistema de fraturas. A teoria de pseudoacoplamento é usada no modelo de duplas porosidade e permeabilidade (2phi2k) e de porosidade simples (1phi1k) para considerar o efeito do fechamento de fraturas naturais com a depleção do reservatório. Foram comparados os resultados obtidos mediante os diferentes modelos (1phi1k, 2phi2k e DFN) usando a teoria de pseudoacoplamento e foi possível observar a importância de considerar o efeito geomecânico na modelagem dinâmica de um reservatório naturalmente fraturado, bem como a caracterização de fraturas naturais ao recriar o conjunto de fraturas como parâmetro de entrada para o simulador. Também observamos o impacto da densidade de fraturas na vazão de produção do reservatório e seus efeitos na produtividade dos poços na área. Ao analisar a topologia de fraturas se chegou em resultados que permitem definir uma relação direta entre a conectividade das fraturas naturais e a transferência de fluidos entre a matriz e a rocha relacionada ao fator de forma.

Palavras chaves: fraturas naturais; reservatórios carbonáticos; fechamento de fraturas; topologia; pseudoacoplamento; simulação numérica.

ABSTRACT

Currently, there are different methodologies that allow the numerical modeling of a naturally fractured reservoir. Some models are more accurate than others, which always involves high computational costs and uncertainties related to the approximations made when characterizing this type of reservoir. In addition, if the effect of the stress state in the fracture network and in the rock is considered, the uncertainty and the numerical and computational cost of characterizing these reservoirs increase. Within the characterization of this type of reservoirs are variables such as the shape factor, which defines the transfer of fluids between the fractures and the matrix, the permeability of the fractures and the rock, and the topology, which allows to define the connectivity of the fracture network through nodes. In this work, an evaluation of the geomechanical effect on flow simulations via dual porosity/permeability models is presented and fracture topology theory is applied to understand how the fracture network affects key parameters of the hydraulic behavior of fractured and deformable reservoirs, such as the shape factor and the equivalent permeability, in the light of the pseudo-coupling formulation. All simulations were performed in the in-house CODE_BRIGHT simulator, in which the embedded discontinuities methodology is used to represent the fracture system. The pseudo-coupling theory is used in the 2phi2k and simple porosity (1phi1k) model to consider the effect of natural fracture closure with reservoir depletion. The results obtained using the different models (1phi1k, 2phi2k and DFN) were compared using the pseudo-coupling theory and it was possible to observe the importance of considering the geomechanical effect in the dynamic modeling of a naturally fractured reservoir, as well as the characterization of natural fractures by recreating the set of fractures as an input parameter for the simulator. We also observed the impact of fracture density on the reservoir's production flow rate and its effects on the productivity of the wells in the area. By analyzing the fracture topology, results were obtained that allow us to define a direct relationship between the connectivity of natural fractures and the transfer of fluids between the matrix and the rock related to the form factor.

Keywords: natural fractures; carbonate reservoirs; fracture closure; topology; pseudo-coupling; numerical simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Classificação dos reservatórios naturalmente fraturados.....	23
Figura 2 -	Modelo de dupla porosidade representativo de um reservatório fraturado...	25
Figura 3 -	Idealização do reservatório naturalmente fraturado.....	26
Figura 4 -	Representação conceitual do reservatório fraturado.....	35
Figura 5 -	Comportamento dos multiplicadores com respeito a variação de pressão....	42
Figura 6 -	Decomposição do campo de deslocamentos: (a) elemento indeformado; (b) elemento deformado; (c) deformação da parte contínua; (d) movimento relativo devido à descontinuidade.....	58
Figura 7 -	(a) Elemento com fratura embebida (b) decomposição do vetor de fluxo na direção da descontinuidade.....	60
Figura 8 -	Malhas de elementos finitos criadas com as fraturas discretizadas.....	65
Figura 9 -	Condições de contorno: (a) Condições de contorno mecânicas. (b) Condição de contorno hidráulica para obtenção da permeabilidade horizontal. (c) Condição de contorno hidráulica para obtenção da permeabilidade vertical.....	66
Figura 10 -	Multiplicadores de permeabilidade obtidos para o modelo 1phi1k	68
Figura 11 -	Multiplicadores de permeabilidade obtidos para o modelo 2phi1k.....	69
Figura 12 -	Comportamento do fator de forma com o tempo obtido para cada célula ...	71
Figura 13 -	Exemplo do poço definido na célula procedesse a depleção do reservatório.....	72
Figura 14 -	Resultados para simulação DFN usando o método de descontinuidades embebidas.....	73
Figura 15 -	Resultados para simulação 1phi1k.....	74
Figura 16 -	Resultados para simulação 2phi2k.....	75
Figura 17 -	Comparação entre modelos para cada uma das células.....	76
Figura 18 -	Classificação dos tipos de nós. Tipo X - as fraturas são cruzadas, tipo I - início e fim da fratura, tipo Y - pilar de fratura com outra fratura.....	79
Figura 19 -	Imagens de fraturas naturais construídas artificialmente.....	81
Figura 20 -	Comparação de permeabilidade equivalente entre casos com diferentes padrões de topologia considerando fluxo horizontal.....	83

Figura 21 -	Comparação de permeabilidade equivalente entre casos com diferentes padrões de topologia considerando fluxo vertical.....	83
Figura 22 -	Fraturas naturais construídas usando celular tridimensionais do Pre-sál brasileiro.....	84
Figura 23 -	Comparação de permeabilidade equivalente entre seções do Pre-sál considerando fluxo horizontal.....	85
Figura 24 -	Comparação de permeabilidade equivalente entre seções do Pre-sál considerando fluxo vertical.....	85
Figura 25 -	Permeabilidade equivalente considerando fluxo horizontal versus conectividade hidráulica.....	86
Figura 26 -	Permeabilidade equivalente considerando fluxo vertical versus conectividade hidráulica.....	87
Figura 27 -	Diagrama ternário topológico. O ponto do Nó I, Y, X e XYI está relacionado com os casos sintéticos e as seções 1, 2 e 3 estão relacionadas com os cenários do pré-sal.....	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Fator de forma para geometria retangular.....	34
Tabela 2 -	Relação nome e número de fraturas para as células analisadas.....	64
Tabela 3 -	Propriedades do reservatório.....	67

LISTA DE SIMBOLOS

V_b	Volume Total
V_s	Volume sólido
V_{p1}	Volume de poros dos blocos da matriz
V_{p2}	Volume das fraturas
ϕ	Porosidade
ϕ_s	Fração de volume de sólidos
ϕ_1	Porosidade do meio 1 (matriz)
ϕ_2	Porosidade do meio 2 (Fratura)
K_X	Permeabilidade da matriz x
K_Y	Permeabilidade da matriz y
K_Z	Permeabilidade da matriz z
F	Função de transferência
β	Fator de forma
ρ	Densidade
μ	Viscosidade
p	Pressão
m, f	Sufixos m para matriz, f para fratura
L_e	Comprimento Equivalente
c_t	Compressibilidade Total
M	Multiplicador
n	Porosidade langragiana
∇_{Di}	Fluxo Darcy
$\mathbf{K}_t$	Tensor de permeabilidade
α_i	Coefficiente de Biot
s	Espaçamento entre as fraturas
$\boldsymbol{\sigma}_T$	Tensor das tensões total
$\boldsymbol{\sigma}'$	Tensão efetiva
$\mathbb{C}$	Tensor elástico
$\mathcal{E}(\mathbf{u})$	Tensor de deformações na matriz
λ	Constante de Lamê

μ	Modulo de Young
ν	Relação de Poisson
tr	Traço de tensões
$\mathbb{K}$	Modulo de Rigidez
Ω	Domínio
$\dot{\mathbf{u}}$	Taxa de deslocamento
$\mathbf{l}$	Vetor normal
Q	Termo de fonte volumétrica
t	Tempo
Γ_N	Fronteira na qual impõe-se fluxo nulo
Γ_{mf}	Interface matriz/fratura
S_e	Banda de localização de deformações
h	Largura
$\mathbf{n}$	Vetor unitário normal à direção da descontinuidade
Σ	Modelo constitutivo do material
j	Fechamento da fratura
V_m	Fechamento máximo
K_{ni}	Rigidez inicial de Barton – Bandis
$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$	Salto campo de deslocamento
$\boldsymbol{\varepsilon}_s$	Campo de deformações na descontinuidade
a	Abertura hidráulica da fratura
$\mathbf{F}$	Tensor de Fratura
N	Número total de fraturas
f	Conectividade hidráulica da fratura
A_k	Area da fratura
T_k	Transitividade de fratura
$\mathbf{I}$	Matriz identidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	MOTIVAÇÃO.....	14
1.2	OBJETIVOS.....	15
1.2.1	Objetivo Geral.....	16
1.2.2	Objetivos Específicos.....	16
1.3	ESTRUTURA DA TESE.....	16
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	22
2.1	RESERVATORIOS NATURALMENTE FRATURADOS.....	22
2.2	MODELOS DE DUPLA POROSIDADE.....	23
2.3	FATOR DE FORMA	29
2.4	TIPOS DE ACOPLAMENTO.....	37
2.4.1	Totalmente acoplado.....	38
2.4.2	Acoplamento Iterativo.....	38
2.4.3	Acoplamento Explícito.....	39
2.4.4	Pseudoacoplamento.....	40
2.5	APROXIMAÇÕES NUMÉRICAS PARA REPRESENTAR RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS.....	42
2.6	METODO DE ELEMENTOS FINITOS	43
2.7	APROXIMAÇÃO DE REDE DE FRATURAS DISCRETAS (DFN).....	43
2.8	MODELO DE DUPLA POROSIDADE E DUPLA PERMEABILIDADE.....	44
2.8.1	Modelo matemático de dupla porosidade e dupla permeabilidade acoplado com geomecânica.....	44
2.8.2	Modelo de simples porosidade.....	52
2.8.3	Modelo matemático do Fator de forma.....	53
2.8.3.1	Cálculo do fator de forma baseado na pressão média.....	55
2.8.3.2	Cálculo do fator de forma considerando a matriz anisotrópica.....	56
2.8.3.3	Metodologia de cálculo do fator de forma.....	56
2.9	ELEMENTOS FINITOS COM DESCONTINUIDADES EMBEBIDAS.....	57
3	SIMULACAO DE RESERVATORIOS NATURALMENTE FRATURADOS.....	64

3.1	OBTENCAO DE TABELAS DE PSEUDOACOPLAMENTO USANDO O METODO DE DESCONTINUIDADES INCORPORADAS.....	64
3.2	APLICAÇÃO DE PSEUDOACOPLAMENTO NA MODELAGEM HIDROMECÂNICA DE SIMPLES POROSIDADE E DUPLA POROSIDADE E PERMEABILIDADE: CASOS DO PRÉ-SAL.....	70
4	PERMEABILIDADE EQUIVALENTE USANDO PADRÕES TOPOLOGICOS.....	78
4.1	CARACTERIZACAO TOPOLOGICA DA REDE DE FRATURAS.....	78
4.2	ABORDAGEM TENSOR ODA PARA ESTIMATIVA DE PERMEABILIDADE EQUIVALENTE.....	80
4.3	RESULTADOS ANÁLISE TOPOLOGICA.....	80
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	92
	REFERÊNCIAS.....	94
	APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO.....	102

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados a motivação, objetivos e organização do trabalho de pesquisa sobre simulação numérica de reservatórios naturalmente fraturados, mais especificamente parâmetros que envolvem a caracterização do sistema de fraturas e modelos numéricos para a simulação deste tipo de reservatórios.

1.1 MOTIVAÇÃO

Os reservatórios naturalmente fraturados estão presentes nas diversas unidades litoestratigráficas de folhelhos, arenitos, carbonatos, entre outras. Destacam-se principalmente os reservatórios carbonáticos, que representam grande parte das reservas mundiais de óleo e gás.

No Brasil, os reservatórios da camada do Pré-Sal destacam-se por apresentarem características geológicas desafiadoras para engenharia brasileira. O Pré-Sal compreende uma área de aproximadamente 149 mil quilômetros quadrados offshore, entre os estados de Santa Catarina e Espírito Santo, com uma profundidade total aproximada de 7 km (PETROBRAS, 2017).

Normalmente a estrutura dos reservatórios de Pré-Sal é composta por dois níveis de porosidade, a matriz rochosa e fraturas, onde as fraturas podem funcionar como canais ou barreiras ao fluxo. Quando as fraturas desenvolvem uma alta condutividade de fluxo provoca a irrupção prematura de água nos poços produtores, comprometendo a eficiência do varrido da matriz do reservatório (BRATTON e GILLESPIE, 2006).

O desenvolvimento dos reservatórios carbonáticos do pré-sal envolve diversos problemas tais como: o acoplamento dos processos de deformação mecânica induzida pela variação de pressão do fluido sobre a rocha matriz e as fraturas, o escoamento do fluido no interior da matriz e das fraturas, a interação dos fluxos de fluido da matriz e das fraturas, (ADACHI *et al.*, 2007; CHEN *et al.*, 2014). Porém, a grande quantidade de processos envolvidos, a heterogeneidade do meio e a magnitude e direção das tensões *in situ* tornam a modelagem do problema acoplado hidromecânico muito complexa.

A abordagem de dupla porosidade é um dos métodos computacionalmente eficientes e comumente usados para modelar o fluxo no sistema fratura-matriz. Foi introduzido pela primeira vez por (BARENBLATT *et al.*, 1960). Nesse modelo, a matriz e a fratura são divididas em dois sistemas independentes: as fraturas são conceituadas para servir como principais vias

de fluxo global (as fraturas têm alta permeabilidade e baixo volume de armazenamento), enquanto a matriz contínua, que atua como sumidouros ou fontes principais de armazenamento de fluidos (os blocos matriciais têm alto volume de armazenamento e baixa permeabilidade), estão conectados localmente uns aos outros, bem como interagem direta ou indiretamente com as fraturas de conexão global. Em seguida, o conceito de dupla porosidade foi estendido e aplicado ao campo da engenharia de petróleo por (WARREN e ROOT, 1963) principalmente para análise de testes de pressão.

Dentro da formulação de dupla porosidade/permeabilidade ($2\phi 2k$) está envolvido o termo de transferência de fluido entre a matriz e a fratura, relacionado com o fator de forma. Como será visto nos próximos capítulos, este assunto tem sido estudado por vários autores, os quais desenvolveram valores constantes do termo de transferência próprios da geometria do modelo analisado. No entanto, essas constantes de fator de forma não podem explicar totalmente o fenômeno transiente do sistema, porque geralmente é associado ao estado pseudoestacionário, o que causaria uma diferença de cálculo no estágio inicial do fluxo. Portanto, os autores se concentraram na descrição da pressão transiente resolvendo a equação de difusão de pressão dentro do bloco matriz.

Além do fator de forma existem propriedades como a topologia de fraturas naturais e a permeabilidade equivalente, que permite caracterizar o sistema de fraturas naturais, permitindo saber a conectividade desta rede e sua importância no fluxo de fluidos (SÆVIK e NIXON, 2017; SANDERSON e NIXON, 2015A).

Neste trabalho é apresentada uma comparação entre os modelos de fratura discreta (DFN), Dupla porosidade/dupla permeabilidade ($2\phi 2k$) e simples porosidade ($1\phi 1k$), com o objetivo de identificar, levando em conta as considerações de cada modelo, qual representa melhor o comportamento do reservatório para diferentes situações, avaliando a viabilidade do esquema de pseudoacoplamento para representar o sistema de fraturas e matriz. Além disso é realizada uma análise do impacto da topologia de fraturas em variáveis como a permeabilidade equivalente e o fator de forma que estão diretamente relacionados aos reservatórios naturalmente fraturados.

1.2 OBJETIVOS

Nesta seção são apresentados os objetivos que desejamos obter com o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa de acordo com as necessidades previamente expostas.

1.2.1 Objetivo Geral

Avaliar o efeito geomecânico nas simulações de fluxo via modelos de dupla porosidade/permeabilidade e aplicar a teoria de topologia de fraturas para entender como a rede de fraturas afeta parâmetros chave do comportamento hidráulico dos reservatórios fraturados e deformáveis, como o fator de forma e a permeabilidade equivalente, à luz da formulação de pseudoacoplamento.

1.2.2 Objetivos Específicos

Este trabalho tem por objetivos específicos:

- Validar a metodologia proposta para a obtenção de um fator de forma representativo do reservatório de interesse;
- Obter o fator de forma transiente desde o arranjo de fraturas original;
- Obter permeabilidades equivalentes desde o modelo DFN usando a metodologia de descontinuidades embebidas;
- Realizar simulações hidromecânicas para comparar os modelos DFN, $1\phi 1k$ e $2\phi 2k$;
- Analisar a diferença entre os resultados obtidos com cada modelo numérico usado tendo em consideração o pseudoacoplamento;
- Usar parâmetros como o fator de forma e permeabilidade equivalente obtidos com as metodologias propostas para caracterizar propriedades do meio fraturado;
- Aplicar a teoria de topologia de fraturas para entender a rede de descontinuidades nas células bidimensionais;
- Combinar parâmetros de fator de forma, topologia e permeabilidade equivalente para caracterizar uma rede de fraturas naturais.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

No Capítulo 1 é apresentada uma introdução e motivação para a realização deste trabalho, também são apresentados o objetivo geral e específicos.

No Capítulo 2 é apresentado uma breve revisão bibliográfica dos conceitos básicos de reservatórios naturalmente fraturados, modelos de dupla porosidade e estratégias de acoplamento.

No Capítulo 3 são apresentados modelos matemáticos representativos dos meios fraturados, como o modelo de discontinuidades embebidas em uma malha de elementos finitos, o modelo 2phi2k acoplado à deformação volumétrica da rocha e o modelo de obtenção do termo de transferência de fluido entre a matriz e a rocha.

No Capítulo 4 são apresentados os parâmetros de pseudoacoplamento obtidos das simulações hidromecânicas e o fator de forma. Usando estes resultados são apresentadas as simulações numéricas para os modelos 1phi1, 2phi2k e DFN e suas respectivas análises.

No Capítulo 5 é apresentada a aplicação de parâmetros de pseudoacoplamento como permeabilidade equivalente e o fator de forma para caracterização da rede de fraturas naturais, usando a teoria de topologia do meio fraturado.

No Capítulo 6 são apresentadas conclusões e recomendações da tese.

Finalmente é apresentada a bibliografia e um apêndice com o artigo “*Impact of Fracture Topology on the Fluid Flow Behavior of Naturally Fractured Reservoirs*”, publicado no ano de 2021 no periódico científico *Energies*, como resultado dos estudos desenvolvidos nesta tese.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção se apresentará uma revisão da literatura sobre os reservatórios naturalmente fraturados, o modelo de 2phi2k e fator de forma, diferentes teorias de acoplamento da deformação volumétrica do reservatório com fluxo de fluidos. Todos estes temas são de alta relevância na simulação numérica e modelagem deste tipo de reservatório.

2.1 RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS

As fraturas naturais podem ser classificadas de acordo com a complexidade desses sistemas através de métodos descritivos e geométricos. O conhecimento dos tipos de fraturas é importante para compreender melhor o comportamento do fluxo de fluidos através destas. Um dos riscos de se caracterizar precocemente as fraturas naturais é não prever bem o comportamento futuro do reservatório e provocar danos irreversíveis ao mesmo (BRATTON e GILLESPIE, 2006).

(NELSON, 2001) classificou os Reservatórios Naturalmente Fraturados (RNFs) em quatro categorias, dependendo da contribuição ao fluxo e a da qualidade e recuperação do reservatório:

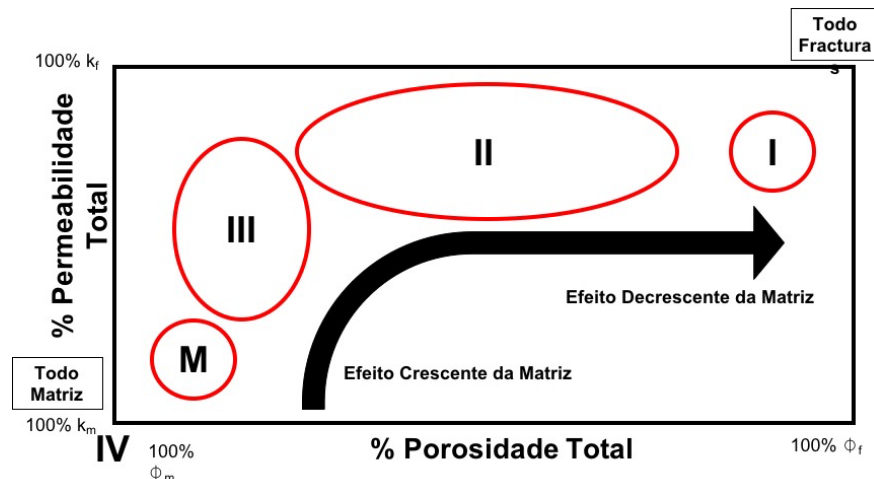
Tipo I: as fraturas fornecem a porosidade essencial do reservatório, ou seja, capacidade de armazenamento e de fluxo de um reservatório onde a porosidade e a permeabilidade da matriz são baixas. Neste tipo de reservatório, as características das fraturas são os parâmetros dominantes para a avaliação do reservatório e são necessários poucos poços produtores para explorar o reservatório.

Tipo II: a matriz rochosa tem maior porosidade, enquanto as fraturas fornecem a capacidade de fluxo essencial do reservatório. Neste caso, o fluxo cruzado entre fraturas e matriz e o controle da taxa de transferência entre matriz e fratura são os parâmetros-chave, com a vazão de produção sendo controlada pelas fraturas. O monitoramento do comportamento das fraturas é importante durante os processos de injeção de água e na avaliação do efeito de grandes depleções que podem ocasionar um maior fechamento das fraturas e, consequentemente, a redução do fluxo.

Tipo III: o reservatório fraturado já é economicamente viável (alta porosidade e permeabilidade na matriz) e as fraturas contribuem com a produção de fluidos, além de tenderem a definir a propriedade anisotrópica do fluxo do reservatório.

Tipo IV: fraturas, talvez parcialmente preenchidas com agentes cimentantes, atuam como defletores e barreiras para o fluxo em um reservatório e reduzem a eficiência de drenagem e varrido. A Figura 1 ilustra a classificação definida por (NELSON, 2001).

Figura 1 - Classificação dos reservatórios naturalmente fraturados.



Fonte: Nelson (2001).

2.2 MODELOS DE DUPLA POROSIDADE

A construção de modelos válidos de RNF para simular o fluxo de fluidos do reservatório com um grau razoável de acurácia é importante na indústria do petróleo e gás. O objetivo final da simulação de reservatórios é prever a produção de hidrocarbonetos e do fator de recuperação. A existência das fraturas naturais aumenta a complexidade destas previsões. (BRATTON e GILLESPIE, 2006)

O uso da abordagem de dupla porosidade para a modelagem de reservatórios naturalmente fraturados tornou-se amplamente aceito na indústria do petróleo. O modelo idealizado originalmente assume que a fratura é o principal canal de fluxo, enquanto a matriz atua como um grupo de fontes e sumidouros distribuídos. Mais recentemente, várias melhorias e/ou refinamentos foram propostos. O modelo de dupla permeabilidade foi introduzido quando ficou evidente que, para alguns reservatórios fraturados, a continuidade da matriz é importante. Pesquisas adicionais vêm sendo desenvolvidas para estudar mais precisamente o fenômeno de transferência de fluidos da fratura para a matriz. (BUITRAGO et al., 2014)

A abordagem de contínuo duplo, ou porosidade dupla, foi proposta pela primeira vez por (BARENBLATT et al., 1960) a fim de simular o comportamento do fluxo em meios porosos

fraturados. Nesta abordagem, presume-se que o reservatório fraturado seja constituído por dois contínuos, fratura e matriz, que trocam fluidos, o que caracteriza um modelo de 2phi2k por definição. Se o sistema de fraturas estiver suficientemente desenvolvido, o movimento do fluido em rochas fraturadas pode ser investigado por este método. Ao contrário da teoria do fluxo clássica, para cada ponto no espaço, não se introduz uma pressão do líquido, mas duas pressões, p_1 e p_2 . A pressão p_1 representa a pressão média do fluido nas fraturas na vizinhança do ponto dado, enquanto a pressão p_2 é a pressão média do fluido na matriz rochosa na vizinhança do ponto dado.

Desde então, este conceito tem sido aplicado por (WARREN e ROOT, 1963) para modelar as respostas de testes de poço transiente em reservatórios fraturados. Em seguida, foi adotado como o modelo subjacente de alguns simuladores industriais de reservatórios fraturados.

O modelo desenvolvido por (WARREN e ROOT, 1963) em seu trabalho baseia-se nas seguintes premissas gerais:

1. O material que contém a porosidade primária é homogêneo e isotrópico e está contido em uma matriz sistemática de paralelepípedos retangulares idênticos.
2. Toda a porosidade secundária está contida dentro de um sistema ortogonal de fraturas contínuas e uniformes que são orientadas de modo que cada fratura seja paralela a um dos principais eixos de permeabilidade. As fraturas normais a cada um dos eixos principais são uniformemente espaçadas e são de largura constante.
3. O fluxo só é considerado nos elementos associados ao meio de porosidade secundária, as fraturas naturais.
4. A abordagem mais simples é assumir que as fraturas são uniformemente espaçadas e permitir variações na largura da fratura para satisfazer as condições de anisotropia.

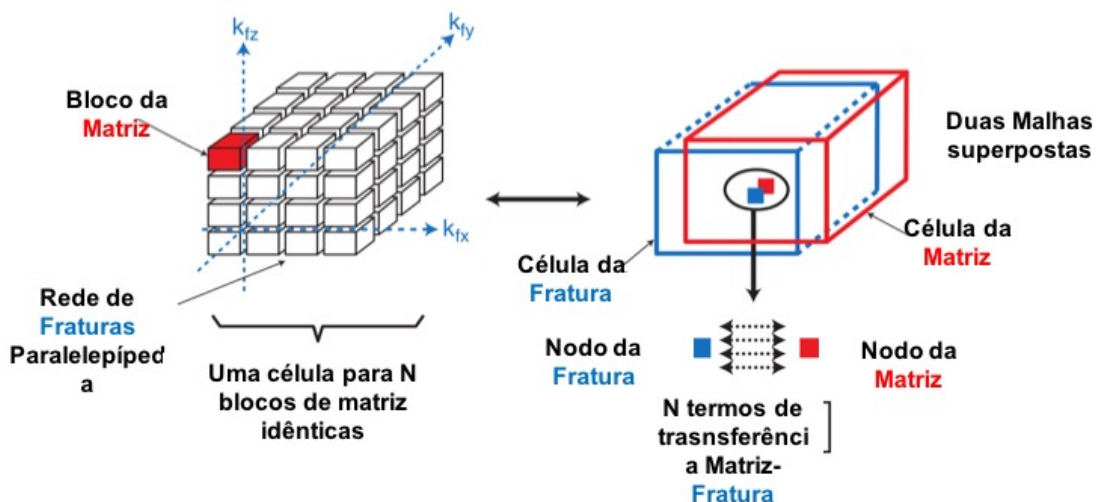
(WARREN e ROOT, 1963) propuseram uma representação geométrica simplificada do meio poroso a fim de facilitar a formulação da transferência matriz-fratura. Eles incorporaram os coeficientes de interpolação de armazenamento para indicar o fluxo e o armazenamento do sistema, com o objetivo de caracterizar a resposta de pressão do RNF. Esses autores foram os primeiros a aproveitar a transformação de Laplace dimensional para resolver a função de pressão adimensional, o que resultou numa técnica bem-sucedida de interpretação de dados de aumento de pressão em reservatórios radiais de fronteira infinita.(ABBASI et al., 2018)

Além disso, Warren e Root não consideraram qualquer comunicação entre blocos da matriz, que é uma versão de permeabilidade única da abordagem 2phi1k.

Conforme mostrado na Figura 2 o modelo numérico de um reservatório naturalmente fraturado consiste em duas malhas superpostas idênticas, uma malha formada pelas fraturas e outra formada pela matriz. Os fluxos de fluidos são simulados entre células vizinhas da fratura e da matriz em qualquer local da malha. Uma forma conveniente de expressar esse fluxo fratura-matriz para um par de células matriz e fratura dado é considerar o meio fraturado como sendo formado por paralelepípedos matriciais idênticos delimitados por conjuntos ortogonais de fraturas regularmente espaçadas. Na verdade, as transmissividades do fluxo podem ser formuladas a partir das dimensões desse bloco de matriz "equivalente". A Figura 2 é obviamente uma representação grosseira do meio fraturado real, o qual é constituído por blocos de vários tamanhos e formas. Essa representação introduz mais imprecisões na previsão da troca entre fratura-matriz feita por simuladores de porosidade dupla. Embora várias estratégias tenham sido estudadas para melhorar as previsões de trocas fratura-matriz de modelos de porosidade dupla, incluindo formulações para o estado transiente, uso de dois blocos equivalentes, ou sub-redes, a maioria das formulações dos simuladores comerciais permanecem baseadas na representação inicial de reservatórios fraturados conforme proposto por Warren e Root.

E importante ressaltar que o modelo de Warren Root é capaz de ajustar o histórico de produção de RNF's, permitindo seu uso nas previsões e gerenciamento do campo.

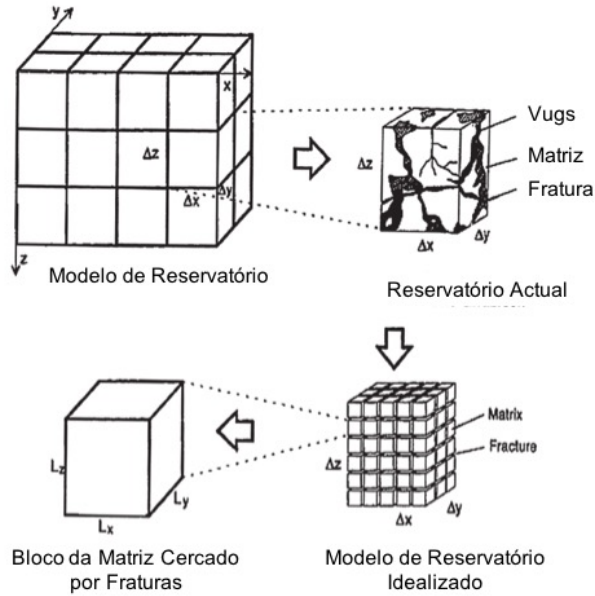
Figura 2 - Modelo de dupla porosidade representativo de um reservatório fraturado.



Fonte: Adaptado de Lemonnier e Bourbiaux (2010a)

Na Figura 3 é apresentado a idealização de um reservatório naturalmente fraturado apresentado por Warren & Root.

Figura 3 - Idealização do reservatório naturalmente fraturado.



Fonte: Adaptado de Warren e Root (1963)

Expandindo o conceito gráfico apresentado na Figura 2, é possível definir o volume total de um meio poroso fraturado conforme indicado na Equação 2.1

$$V_b = V_s + V_{p1} + V_{p2} \quad (2. 1)$$

onde, V_b é o volume total do meio poroso fraturado, V_s é o volume sólido e V_{p1} é o volume de poros dos blocos da matriz e V_{p2} é o volume dos poros das fraturas.

Assim é possível definir a porosidade relacionando os volumes como:

$$1 = \phi_s + \phi_1 + \phi_2 \quad (2. 2)$$

onde $\phi_s = V_s/V_b$ é a fração de volume de sólidos, $\phi_1 = V_{p1}/V_b$ e $\phi_2 = V_{p2}/V_b$ são as porosidades dos meios 1 e 2, respectivamente. Nos desenvolvimentos aqui apresentados, será considerado que o subscrito 1 representa os blocos da matriz (poros primários) e o subscrito 2 denota as fraturas (poros secundários) (WARREN e ROOT, 1963)

Para gerar um modelo 2phi2k é necessário definir as propriedades médias para cada célula da malha, tais como porosidade, permeabilidade, parâmetros de interação matriz-fratura (espaçamento típico das fraturas, tamanho do bloco da matriz, fator de forma), dentre outros. (ROSSEN, 2017)

(ODEH, 1965) desenvolveu um modelo semelhante ao trabalho de (WARREN e ROOT, 1963), onde a diferença consiste na redefinição das duas porosidades, para acomodar um reservatório fraturado em que o padrão de fraturas não era conhecido. No modelo de (ODEH, 1965) o fluxo do fluido em direção ao poço ocorreu apenas nas fraturas, além da capacidade de fluxo nas fraturas e da intensidade do fraturamento no reservatório serem uniformes.

(KAZEMI, 1969) estendeu as soluções apresentadas por (WARREN e ROOT, 1963) e (ODEH, 1965). O modelo proposto aproxima o meio de dupla porosidade por um sistema composto por camadas finas. Estas últimas sendo altamente permeáveis para representar as fraturas, e alternando-as com camadas espessas de permeabilidade inferior que representassem a matriz. Assim, foi possível descrever duas equações para o balanço de massas, uma para fratura e a outra para a matriz. Este modelo difere do modelo de (WARREN e ROOT, 1963), uma vez que o reservatório consistia em um conjunto de camadas de rochas horizontais uniformemente espaçadas por um conjunto de fraturas horizontais. Desta forma, o modelo de Kazemi apresentou resultados que se mostraram consistentes com aqueles obtidos pelo modelo de (WARREN e ROOT, 1963) para casos de distribuição uniforme de fraturas onde a alta capacidade de armazenamento da matriz contrasta com a alta capacidade de influxo entre matriz e fratura.

(SWANN, 1976) descreve o fluxo transiente assumindo os blocos da matriz aproximada por placas similares. Além disso, esses autores também desenvolveram uma solução analítica para o regime de fluxo transiente para um modelo de porosidade variável.

(DUGUID e LEE, 1977) trataram o meio poroso fraturado como um sólido elástico linear que contém os dois tipos de porosidade. Eles também consideram que o fluido é levemente compressível e a velocidade do fluido, tanto nos poros primários como nas fraturas é considerada pequena. Além disso, foram necessários dois conjuntos de equações governantes para descrever o fluxo no meio poroso fraturado, e por fim esses conjuntos de equações foram acoplados pela transferência do fluido nos poros primários com o fluido nas fraturas.

Semelhante aos reservatórios de petróleo tradicionais, os reservatórios naturalmente fraturados podem ser substancialmente influenciados pelo comportamento geomecânico das rochas. No entanto, sob condições semelhantes, o papel da geomecânica é ainda mais crucial na presença das fraturas, as quais podem ser mais sensíveis a variações de tensões que a matriz

rochosa. Essas fraturas são afetadas por distúrbios da tensão efetiva devido à produção e / ou injeção de fluidos, o que pode resultar na abertura, fechamento, propagação e reorientação delas. Essas variações nas propriedades geomecânicas das fraturas afetam sua permeabilidade (magnitude e direção), constituindo-se num fator de controle no gerenciamento dos reservatórios com fraturas naturais. (BAGHERI et al., 2005).

Para capturar esse comportamento, é inevitável considerar fatores geomecânicos na modelagem do fluxo de fluidos em reservatórios naturalmente fraturados. Os modelos de porosidade dupla utilizados na indústria não levam em conta a deformabilidade das rochas e fraturas. Esses modelos utilizam relações simples da pressão considerando a compressibilidade da rocha, enquanto as permeabilidades da fratura são tipicamente tratadas estaticamente durante toda a vida útil do reservatório. (BAGHERI et al., 2005).

Diferentes abordagens têm sido propostas para estender a teoria da poroelasticidade de Biot para modelos de porosidade dupla levando em conta o acoplamento da geomecânica e o fluxo de fluidos em reservatórios fraturados (BAGHERI *et al.*, 2005).

(AIFANTIS, 1980) apresentou uma formulação de dupla porosidade acoplada para modelagem de fluxo monofásico em um meio poroso fraturado e deformável, combinando o modelo de (BARENBLATT *et al.*, 1960) com a teoria de Biot da poroelasticidade isotrópica linear. Além disso, outras teorias apresentadas por (AIFANTIS, 1980) estenderam o conceito de dupla porosidade para examinar cenários de fluxo acoplado com deformação em meios poroelásticos fraturados usando métodos analíticos, obtendo soluções analíticas para o problema da consolidação unidimensional. Posteriormente (KHALED *et al.*, 1984) fizeram abordagens numéricas semelhantes para obter soluções numéricas das equações de Aifantis de poroelasticidade para porosidade dupla. A teoria de (AIFANTIS, 1980) forneceu uma derivação alternativa de duas equações para rochas fraturadas através de uma extensão adequada do modelo clássico de Biot em meios de porosidade simples. Em seguida, foi desenvolvida uma metodologia de elementos finitos para a solução numérica das equações resultantes. A derivação das equações foi feita observando o sistema como um esqueleto elástico infiltrado por um fluido, que flui através das fraturas e através da matriz. Foram desenvolvidos modelos constitutivos tanto para a tensão efetiva quanto para a tensão total, em conformidade com a teoria clássica de Biot. Os postulados básicos são: a equação de equilíbrio para a tensão total e a lei de Darcy especificando o processo de fluxo nos dois meios. Além disso, as equações de (BARENBLATT *et al.*, 1960) podem ser recuperadas das equações de Aifantis como um caso especial quando a rocha é considerada rígida.

(VALLIAPPAN, 1990) mostrou um conjunto de equações diferenciais acopladas que regem o comportamento de meios porosos fraturados deformáveis com base no conceito de dupla porosidade. Nesta abordagem, vários coeficientes dessas equações diferenciais acopladas são variáveis em vez de constantes, como no caso do modelo de Aifantis.

Na década de 90, (ELSWORTH e BAI, 1992) desenvolveram um modelo constitutivo para definir a resposta linear poroelástica de meios fraturados para determinar a influência do efeito de duas porosidades. Neste caso, se fez necessária uma relação tensão-deformação e duas equações que representassem a conservação de massa meio poroso e fraturado. Além disso, as pressões geradas dentro do sistema de fraturas se equilibram com o tempo pela transferência fluido entre os dois meios.

(GHAFOURI e LEWIS, 2002) apresentaram um modelo em que o meio poroso fraturado é dividido em dois contínuos sobrepostos e distintos. O primeiro meio representa fluxo e a deformação na matriz porosa, enquanto o segundo meio representa o fluxo nas fraturas. Além disso, os pressupostos básicos são semelhantes aos trabalhos anteriores, mas a formulação difere no que se refere à deformação, que não é considerada na equação de fluxo da fratura.

Vários parâmetros, incluindo a porosidade e a permeabilidade da matriz, a porosidade e a permeabilidade da fratura podem ser acopladas entre as equações de fluxo e geomecânica do modelo. (BAGHERI *et al.*, 2005)

2.3 FATOR DE FORMA

Progressos tem sido feito, especialmente na modelagem do termo de transferência de fluido fratura-matriz. Simuladores de porosidade dupla são amplamente utilizados na indústria de petróleo para simulações dos processos de recuperação na escala dos reservatórios fraturados. Devido à complexidade das fraturas naturais a abordagem contínua não é o método mais apropriado para este problema. (CHEN, 1989).

O fator de forma é necessário na modelagem de reservatórios naturalmente fraturados representados pela teoria de dupla porosidade. A função do fator de forma é definir transferência de fluidos entre os blocos da matriz e os condutos da fratura. Diferentes hipóteses geométricas do meio de dupla porosidade resultaram em diferentes fatores de forma. (LAI e PAO, 2013)

O modelo de porosidade dupla tem duas equações diferenciais parciais separadas para definir o fluxo na matriz e nas fraturas. A matriz geralmente tem baixa permeabilidade e alta capacidade de armazenamento, enquanto as fraturas têm alta permeabilidade, mas baixa capacidade de armazenamento. Isto sugere que a matriz funciona como uma fonte principal de

hidrocarbonetos, enquanto as fraturas se tornam o caminho de fluxo da produção de hidrocarbonetos. Por esta razão, a interação entre matriz e fratura deve ser considerada pela função de transferência. (LAI e PAO, 2013).

O fator de forma é um parâmetro crucial na função de transferência fratura-matriz. Em primeiro lugar, é assumido que, em uma dada célula do modelo, existem N blocos de matriz de dimensões idênticas. Se as dimensões da célula forem Δx , Δy e Δz , então $N = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z / (a \cdot b \cdot c)$ onde a, b e c são dimensões do bloco. Em segundo lugar, o fluxo de transferência do componente k na fase p entre um bloco de matriz e as fraturas circundantes é expresso como a soma dos fluxos através de cada uma das seis fases, I, do bloco. Como a taxa de fluxo da fratura-matriz é governada pela permeabilidade da matriz, a permeabilidade absoluta usada para o cálculo desta taxa de fluxo é K_i , a permeabilidade da matriz na direção i. Levando em consideração a anisotropia de permeabilidade da matriz através de diferentes valores K_x , K_y e K_z em cada direção X, Y e Z, respectivamente, a transmissibilidade do acoplamento fratura-matriz entre uma célula da grade da matriz e a célula correspondente da grade da fratura é então escrita no caso anisotrópico como:

$$\beta = 4 \left(\frac{K_x}{a^2} \right) + \left(\frac{K_y}{b^2} \right) + \left(\frac{K_z}{c^2} \right) \quad (2. 3)$$

A divisão do fluxo de transferência fratura-matriz em diferentes termos referentes à direção do fluxo dá a possibilidade de modificar ou aniquilar as contribuições das faces lateral e / ou superior / inferior (ou seja, de transferências horizontais e / ou verticais) para o fluxo fratura-matriz. Considerando um fluxo monofásico quase-estacionário, (WARREN E ROOT, 1963) não formularam o fluxo de transferência de matriz-fratura em função de dimensões de blocos equivalentes, mas expressaram diretamente como:

$$F = -\sigma K^m \frac{\rho}{\mu} (p^f - p^m) \quad (2. 4)$$

com K^m a permeabilidade da matriz, ρ densidade do fluido, μ viscosidade do fluido e σ o fator de forma, introduzido como um fator de troca fratura-matriz constante que depende apenas da geometria e tamanho característico dos blocos da matriz, assumindo a transferência de matriz-fratura. A dimensão do fator de forma é o inverso do comprimento quadrado. Então, assumindo um bloco paralelepípedo de tamanho L_e , (WARREN E ROOT, 1963) determinaram

uma solução analítica da difusividade de pressão em tal bloco e por identificação com a Equação 2.4 deriva-se a expressão do fator de forma descrita na Equação 2.5:

$$\beta = \frac{4N(N+2)}{L_e^2} \quad (2.5)$$

Sendo, n se refere ao número de conjuntos de fraturas e:

$$n = 1,; \quad L_e = L_x \quad (2.6)$$

$$n = 2; \quad L_e = 2L_xL_y/(L_x + L_y)$$

$$n = 3; \quad L_e = 3L_xL_yL_z/(L_xL_y + L_yL_z + L_xL_z)$$

A transferência fratura-matriz não é um estado pseudo-estacionário, esta envolve períodos transientes de importância variável, dependendo do problema de fluxo considerado. Ou seja, rigorosamente, o fator de forma não é uma constante. Essa inadequação da suposição da transferência em estado pseudo-estacionário explica uma certa controvérsia que se desenvolveu em torno da definição do fator de forma. Na verdade, a transferência fratura-matriz é diretamente afetada pelas condições de fluxo da fratura (pressão, saturação, etc.) que vão mudando com o tempo.(LEMONNIER e BOURBIAUX, 2010b)

Após os estudos de Warren e Root (1963), muitos autores se conscientizaram da necessidade de melhorar as fórmulas aproximadas da transferência matriz-fratura. Primeiramente, tentou-se definir a melhor expressão aproximada aplicável em uma equação de transferência de estado estacionário (LEMONNIER e BOURBIAUX, 2010b). Todas as expressões propostas diferem uma da outra de acordo com a aproximação feita na resolução do problema de transferência na escala de blocos de matriz.

(KAZEMI, 1969) discretizou a equação de pressão e aplicou a técnica de cinco pontos de diferenças finitas a um simulador numérico para obter o fator de forma em sistemas de dupla porosidade de fase única. Seu fator de forma para geometria retangular é dado pela Equação 2.7

$$\beta = 4 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (2. 7)$$

(UEDA *et al.*, 1989) concluíram que o fator de forma de Kazemi precisava ser multiplicado por um fator de 2 ou 3, a fim de obter distribuições de pressão mais realistas. Seus trabalhos foram posteriormente apoiados por LIM E AZIZ (1995) que mostraram que o fator de forma de Kazemi precisava ser ajustado com um fator de aproximadamente 2,5.

O método usado por (COATS, 1989) é a transformação e integração da função de Fourier. As transformações de Fourier também foram usadas por (CHANG, 1993) e (LIM AND AZIZ, 1995) para chegar a um fator de forma diferente daquele de (COATS, 1989). O trabalho de Coat tornou-se uma das principais referências para ambos. Eles continuaram o trabalho de Coat, porém utilizando diferentes condições de contorno. Através da utilização de condições de limite de pressão, eles chegaram a um fator de forma semelhante para geometria retangular, conforme ilustrado na Equação 2.8:

$$\beta = \pi^2 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (2. 8)$$

(LIM e AZIZ, 1995) resolveram a equação de difusividade de pressão de estado transiente para blocos de matriz de geometrias dadas. A solução analítica da evolução da pressão média do bloco de matrizes consiste em uma série de termos exponenciais com expoentes dependentes do tempo. Eles acrescentaram que a quantidade total de massa que entrou em um sistema no tempo t , M_t com a massa correspondente após tempo infinito, M_g pode ser expressa pela Equação 2.9

$$\frac{M_t}{M_g} = \frac{\overline{\rho_m} - \rho_i}{\rho_f - \rho_i} = \frac{\overline{p_m} - p_i}{p_f - p_i} \quad (2. 9)$$

Adicionalmente, a vazão de transferência fratura-matriz pode ainda ser expressa pela Equação 2.10

$$Q = -\rho \phi c_t \frac{\partial \overline{p_m}}{\partial t} \quad (2. 10)$$

As Equações 2.11 2.12 e 2.13 são as soluções analíticas dadas por (LIM e AZIZ, 1995) para fluxo monofásico na fratura. As soluções podem ser diferenciadas em relação ao tempo e relacionadas com a taxa de transferência para obter o respectivo fator de forma:

$$n = 1; \quad \frac{\bar{p}_m - p_i}{p_f - p_i} = 1 - 0.81 \exp \left[\frac{-\pi^2 k t}{\phi \mu c_t L^2} \right] \quad (2. 11)$$

$$n = 2; \quad \frac{\bar{p}_m - p_i}{p_f - p_i} = 1 - 0.69 \exp \left[\frac{-5.78 k t}{\phi \mu c_t R^2} \right] \quad (2. 12)$$

$$n = 3; \quad \frac{\bar{p}_m - p_i}{p_f - p_i} = 1 - \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^3 \exp \left[\frac{-\pi^2 t}{\phi \mu c_t} \right] \quad (2. 13)$$

Onde n é a dimensão do caso analisado

(CHANG, 1993) derivou o fator de forma unidimensional dependente do tempo, o que evita a suposição das condições do estado pseudo-estacionário. Seus resultados mostraram que os valores do fator de forma são particularmente altos no estágio inicial durante a transferência de estado transiente e, com o passar do tempo, os fatores de forma tendem a um valor estacionário, conforme ilustrado na Equação 2.14

$$\beta = 12^2 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (2. 14)$$

Por outro lado, (QUINTARD e WHITAKER, 1996) aplicaram a técnica matemática que consiste na média das equações de fluxo de Darcy monofásicas que descrevem os fluxos locais dentro do bloco da matriz. A constante do fator de forma foi determinada minimizando a diferença entre os dois níveis de pressão resultantes do método de média volumétrica de referência e da formulação da taxa de transferência em estado estacionário. Assim como (WARREN E ROOT, 1963), mas ao contrário dos autores citados anteriormente, sua expressão do fator de forma envolve uma constante que não é exatamente proporcional ao número de dimensões de fluxo, por exemplo 12 e 28,4 para trocas 1D e 2D, em vez de 12 e 24.

Ao resolver usando séries de Fourier para geometria retangular, os fatores de forma são definidos por:

$$\beta = 12^2 \left(\frac{1}{L_x^2} \right) \quad (2. 15)$$

$$\beta = 14.22^2 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (2. 16)$$

$$\beta = 16.54^2 \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad (2. 17)$$

A Tabela 1 resume os fatores de forma para geometrias retangulares.

Tabela 1 - Fator de forma para geometria retangular.

Conjuntos de Fraturas	Warren e Root (1963)	Kazemi et al (1976)	Coats (1989)	Chang (1993)	Chang (1993), Lim and Aziz (1995)	Quintard and Whitaker (1995)
1	$12/L^2$	4L	8L	12L	$\pi^2 L$	12.00L
2	$32/L^2$	4L	8L	12L	$\pi^2 L$	14.22L
3	$60/L^2$	4L	8L	12L	$\pi^2 L$	16.54L

No início da produção do reservatório, a maior parte da produção é proveniente do sistema de fraturas devido à sua alta permeabilidade. De acordo com a definição do coeficiente de armazenamento (razão de armazenamento fratura-matriz) quanto maior a porosidade da fratura, maior será o volume de fluido no sistema de fraturas e consequentemente, maior será a produção de óleo no início da exploração do reservatório. (ABBASI *et al.*, 2018)

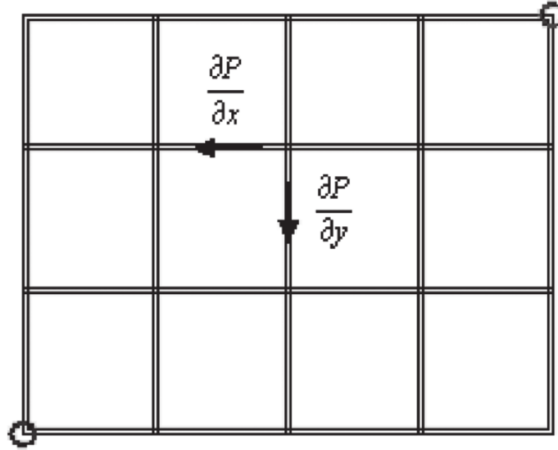
É possível destacar dois períodos de tempo característicos em termos de fator de forma adimensional, o período transiente durante o qual o fator de forma é uma função do tempo, e o período pseudo-estacionário durante o qual o fator de forma adimensional não muda com o tempo (ABBASI *et al.*, 2018).

Mecanismo de Transferência de Massa Monofásica: os mecanismos de transferência de massa considerados para um meio poroso de dupla porosidade com fluxo único são a expansão de fluido e o deslocamento viscoso.

Para entender melhor os mecanismos de transferência de massa dominantes, considere um reservatório fraturado com fluxo monofásico, como descrito na Figura 4 onde se mostra

uma matriz retangular com fraturas em todos os lados, uma fonte (injetor) no canto superior direito e um sumidouro (produtor) no canto inferior esquerdo.

Figura 4 - Representação conceitual do reservatório fraturado.



Fonte: Adaptado de Sarma *et al.*, (2006)

Devido à presença das fontes e sumidouros, espera-se gradientes de pressão nas fontes e nos sumidouros. No entanto, para sistemas de dupla porosidade, onde as fraturas são muito mais permeáveis, esses gradientes de pressão seriam paralelos às fraturas. Assim, o efeito dos gradientes de pressão na transferência de massa entre a fratura e a matriz seria insignificante, implicando que o deslocamento viscoso pode ser desprezado em meios de porosidade dupla. (SARMA *et al.*, 2006)

No seu trabalho (SARMA, 2003) Considera o bloco de matriz com forma arbitrária de volume V e cercado por fraturas em todos os lados e contendo com um fluido compressível. Aplicando-se ao balanço de material diferencial no bloco da matriz, a função de transferência é dada pela Equação 2.18 (SARMA, 2003)

$$q_{mf} = -V\phi\bar{\rho}c\frac{\partial\bar{p}}{\partial t} \quad (2.18)$$

onde q_{mf} é a massa específica de transferência de massa, V é o volume de matriz, $\bar{\rho}$ é a média da densidade, c é a compressibilidade do fluido, $\bar{p}$ é a pressão média e t o tempo.

A Equação 2.18 é a forma diferencial da função de transferência válida para o fluxo monofásico. No entanto, não é viável incorporar esta forma da função de transferência

diretamente em um simulador, uma vez que a derivada da pressão teria que ser calculada para finalmente se chegar a uma função de transferência similar a de (BARENBLATT *et al.*, 1960).

Embora a forma da função de transferência da Equação 2.18 esteja correta para o fluxo monofásico, há duas limitações dos fatores de forma, no sentido de que a maioria das derivações assume as redes de fratura ortogonais e o estado pseudo-estacionário, ou ainda outras suposições que levam à mesma consequência. (SARMA *et al.*, 2006)

A partir do que foi exposto, é possível concluir que um valor constante para o fator de forma não representa bem todas as fases da vida produtiva de um reservatório fraturado. A razão por trás dessa discrepância é a existência de um estado transiente durante os primeiros tempos (SARMA *et al.*, 2006)

O fluxo transiente, do ponto de vista da fratura-matriz, é definido como o tempo no qual qualquer distúrbio de pressão causado por qualquer alteração nas condições iniciais em qualquer limite (fratura) não é sentido o efeito da presença de outros limites. No estado transiente do sistema os fatores de forma propostos não correspondem muito bem à solução de referência, mas quando o estado pseudo-estacionário é alcançado, esses fatores representam muito bem o comportamento do sistema. (SARMA *et al.*, 2006)

Entretanto, todos os modelos apresentados na literatura utilizam o pressuposto da formação incompressível na derivação do fator de forma, onde a permeabilidade da matriz é assumida como constante durante a vida produtiva do reservatório. Devido à alta compressibilidade da formação fraturada, o valor derivado do fator de forma dos estudos anteriores não pode ser usado para reservatórios fraturados sensíveis ao estado de tensões. (WANG *et al.*, 2018)

Devido à sensibilidade às tensões das propriedades físicas de uma formação compressível, especialmente a permeabilidade da matriz, não há garantia de que os fatores de forma calculados para o fluxo de transiente fratura-matriz de uma formação incompressível continuarão a ser aplicáveis, pois foram derivados com base na permeabilidade da matriz constante. Portanto, é necessário investigar as características tensão-deformação dos reservatórios fraturados, e depois considerá-las na equação de difusão de pressão.

Uma investigação experimental da sensibilidade às tensões da permeabilidade no reservatório fraturado foram conduzidas por (WANG *et al.*, 2018). A tensão efetiva aumenta à medida que a pressão dos reservatórios gradualmente diminui durante a produção do reservatório. Quanto maior a tensão efetiva, maior o grau de fechamento da fratura. Quando as fraturas se aproximam até certo ponto, a permeabilidade do núcleo fraturado é semelhante a do sistema matricial. No entanto, uma alteração muito pequena do raio da garganta dos poros terá

um grande efeito no valor absoluto da permeabilidade do meio. Os fatores de forma constantes convencionais foram implementados no modelo de porosidade dupla e foi possível observar alguns erros em comparação com a curva de referência resultante do modelo de porosidade única em uma malha fina (WANG *et al.*, 2018). No trabalho de Wang et al. as curvas sensíveis à tensão e as equações de ajuste correspondente a um reservatório fraturado são obtidas com base na simulação física de laboratório. Um modelo para a determinação dos fatores de forma dependentes do tempo que considera a sensibilidade à tensão é apresentado e a solução da equação de difusividade de pressão não linear é usada para derivar o fator de forma. Finalmente, o fator de forma obtido neste trabalho é segmentado no tempo e aplicado à simulação numérica de reservatórios de dupla porosidade. A transformada de Boltzmann, o método da variável de separação e o método da série de potências são usados para resolver a equação de regularização não linear, considerando a sensibilidade à tensão no sistema matricial. O modelo analítico aproximado para o fator de forma apresentado neste trabalho é verificado utilizando a simulação numérica de elementos finitos, de malha fina. A dependência do fator de forma sobre a sensibilidade de tensão da matriz também é investigada. A análise teórica apresentada melhorou a compreensão da transferência de fluido em meios porosos fraturados, e fornece um novo método para simulação numérica de reservatórios com dupla porosidade de reservatórios fraturados.

2.4 TIPOS DE ACOPLAMENTO

As equações básicas para fluxo de fluido monofásico e deformação geomecânica são revisadas frequentemente em uma escala microscópica. As equações de fluxo monofásico em um meio poroso são então estendidas para equações de fluxo multifásico, com algumas suposições para transformar as equações de fluxo da escala microscópica para a escala macroscópica. As equações acopladas expressam uma ligação entre a deformação geomecânica representada pela deformação volumétrica e variáveis de fluxo, tais como pressão de poro P e a temperatura T (TRAN, 2002).

Os processos de acoplamento utilizados por vários autores para integrar o fluxo do fluido do reservatório e a deformação do reservatório podem ser classificados em quatro tipos diferentes: acoplamento implícito, acoplamento iterativo, acoplamento explícito e pseudoacoplamento.

2.4.1 Totalmente acoplado

Neste tipo de acoplamento, variáveis de fluxo como pressão e resposta geomecânica, como deslocamentos, são computadas simultaneamente através de um sistema de equações onde pressão e deslocamento são as incógnitas. O método é às vezes chamado de acoplamento implícito, já que todo o sistema é discretizado em uma única malha e sistema de equações e resolvido simultaneamente. As vantagens e desvantagens desta abordagem incluem:

Vantagens:

- Apenas uma matriz precisa ser construída para resolver um sistema de equações de variáveis;
- Não é necessário fazer iterações para acoplar entre o modelo geomecânico e o modelo de reservatório.

Desvantagens:

- Difícil controlar a convergência da solução especialmente quando se trata de fluxo multifásico e geomateriais com comportamento não linear;
- O mesmo tipo de método numérico como diferenças finitas (Osorio et al., 1999), ou elementos finitos deve ser usado para resolver todo o sistema de equações. As discretizações mistas podem ser utilizadas, porém, são difíceis de ser implementadas;
- Quando existem blocos sem fluxo em um sistema, as equações de fluxo do reservatório devem ser discretizadas em todos os blocos (enquanto em uma solução de reservatório desacoplada, esses blocos podem ser omitidos), portanto, a matriz que consiste em incógnitas é grande como resultado.

2.4.2 Acoplamento iterativo

Neste tipo de acoplamento, as variáveis de fluxo do reservatório e as variáveis geomecânicas são resolvidas separada e sequencialmente por um simulador de reservatório e um módulo geomecânico, e os termos de acoplamento são iterados a cada passo. Um programa gerenciador é normalmente projetado para conectar e transferir as informações essenciais entre dois pacotes de software. A iteração do acoplamento é controlada por um critério de

convergência que normalmente é baseado em mudanças de pressão ou tensão entre os dois últimos iterados da solução. As vantagens e desvantagens desta abordagem podem ser declaradas da seguinte forma.

Vantagens:

- Um módulo geomecânico pode ser acoplado a qualquer simulador de reservatório e vice-versa com algumas modificações;
- Como as variáveis de fluxo e as variáveis geomecânicas são computadas independentemente em cada pacote de software, a convergência de soluções pode ser controlada mais facilmente do que no caso de acoplamento completo.
- A solução obtida por esta abordagem pode dar o mesmo resultado que a solução totalmente acoplada quando o acoplamento entre um simulador de reservatório e um módulo de geomecânica é convergido;
- Esquemas numéricos mistos podem ser usados como o método de diferença finita para equações de fluxo e o método de elementos finitos para equações geomecânicas;

Desvantagens:

- No simulador de reservatório, o volume poroso é assumido como constante durante a simulação;
- O tempo de computo consumido pode ser grande se o acoplamento não convergir adequadamente. Como as variáveis são resolvidas por dois pacotes de software diferentes, duas matrizes diferentes (uma para equações de fluxo e outra para equações geomecânicas) devem ser estabelecidas e resolvidas independentemente.

2.4.3 Acoplamento explícito

Este acoplamento fornece o acoplamento mais fraco entre o fluxo do reservatório e a deformação geomecânica, e às vezes é chamado de "método de acoplamento unidirecional" (MINKOFF *et al.*, 1999), uma vez que as informações são transferidas apenas de uma forma de um simulador para um módulo de geomecânica. Isto significa que mudanças no campo de pressão induzem mudanças de tensão e deformação, mas mudanças nos campos de tensão e

deformação não afetam a pressão do poro. Vantagens e desvantagens deste método são apresentadas a seguir.

Vantagens:

- Soluções obtidas por um simulador de reservatório e módulo geomecânico convergem, uma vez que não há iteração sendo realizada entre o simulador de fluxo e o módulo geomecânico;
- Neste método, o módulo geomecânico pode funcionar sozinho quando o histórico de pressão obtido do simulador de reservatório é fornecido. Assim, os dois pacotes de software não precisam funcionar simultaneamente;
- Esquemas numéricos mistos podem ser usados.

Desvantagens:

- O acoplamento é muito menos preciso, já que as informações geomecânicas não influenciam a simulação do fluxo do reservatório. A solução de fluxo pode ser considerada desacoplada. Entretanto, a solução de deformação é acoplada explicitamente à solução de fluxo, e pode ser uma aproximação razoável nos casos em que a compressibilidade do sistema é dominada pela compressibilidade do fluido.

2.4.4 Pseudoacoplamento

Neste acoplamento, o próprio simulador de reservatório convencional pode calcular algumas respostas geomecânicas como compactação e mudanças horizontais de tensão através de relações simples entre porosidade e deslocamentos verticais e entre porosidade e tensão, respectivamente. A porosidade e a permeabilidade absoluta são normalmente atualizadas através de um modelo empírico que é uma função da pressão (ITO 1984) ou através de tabelas de entrada de porosidade e permeabilidade versus pressão (CMG, 2019). Há algumas vantagens e desvantagens para este tipo de acoplamento, como por exemplo:

Vantagens:

- Não há necessidade de um módulo de geomecânica. O próprio simulador de reservatório pode prever algumas respostas geomecânicas como compactação ou tensão horizontal (apêndice A);
- É fácil ajustar parâmetros no modelo empírico ou valores na tabela para se adequar aos dados obtidos nos testes de campo;
- O método economiza tempo e dinheiro, pois não há acoplamento com um módulo de geomecânica;
- Dos processos de acoplamento, esta é a maneira mais rápida de fazer um ajuste histórico (YANG e ERSHAGHI, 1998)

Desvantagens:

- O método simplifica a física dos processos acoplados devido à simplificação para o modelo geomecânico;
- O método não dá informações sobre a tensão de cisalhamento que afeta fortemente os danos do *casing* (SILVA *et al.*, 1990);

Nesta pesquisa, o método do pseudoacoplamento será usado para a simulação numérica de um reservatório com compactação de fraturas naturais. As tabelas de pseudoacoplamento serão obtidas a partir da simulação DFN totalmente acoplada no *CODE_BRIGHT*, e serão o dado de entrada para simulações considerando simples porosidade (1phi1k) e dupla porosidade dupla permeabilidade (2phi2k).

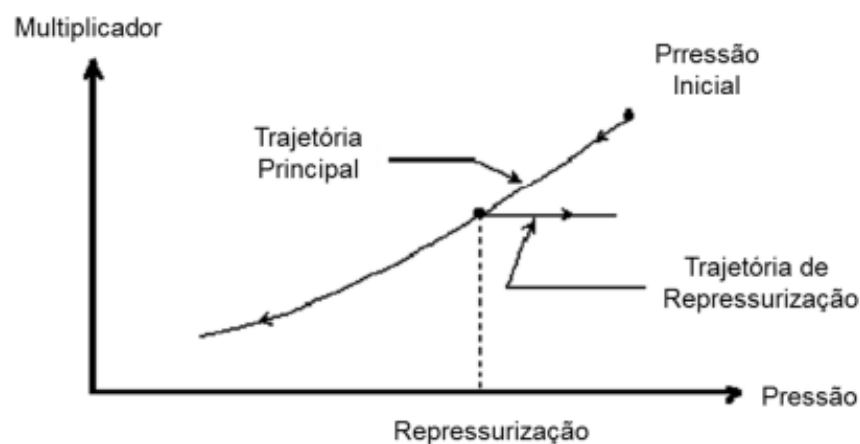
O uso de tabelas de pseudoacoplamento foi proposto por (SAMIER *et al.*, 2006), são consideradas respostas geomecânicas a compactação e relaciona a poropressão a multiplicadores de porosidade e permeabilidade horizontal e vertical, definidos como:

$$\begin{aligned}
 M_{por} &: \frac{\phi}{\phi_0} \\
 M_{Hperm} &: \frac{k_h}{k_{h0}} \\
 M_{Vperm} &: \frac{k_v}{k_{v0}}
 \end{aligned}
 \tag{2. 19}$$

Onde k_h e k_v são as permeabilidades horizontal e vertical, respectivamente para uma pressão p , k_{h0} e k_{v0} são as permeabilidades iniciais horizontal e vertical respectivamente, definidas na descrição inicial do reservatório.

O pseudoacoplamento compreende duas situações distintas, uma para compactação, outra para a dilatância. Enquanto a primeira é indicada para a situação em que a pressão do reservatório é inicialmente alta e depois reduz com a produção, a segunda deve ser usada quando há necessidade de aumentar sua pressão inicial. (TRAN, 2002). Para a compactação, o procedimento é formado por apenas uma tabela para cada fácies, e que a pressão é crescente. Porém, se houver pressurização, os multiplicadores de permeabilidade e porosidade podem seguir pela tabela no sentido inverso, ou serem mantidos constantes, como mostra Figura 5 (FALCÃO, 2013).

Figura 5 - Comportamento dos multiplicadores com respeito a variação de pressão.



Fonte: Adaptado de Falcão (2013).

2.5 APROXIMAÇÕES NUMERICAS PARA REPRESENTAR RESERVATORIOS NATURALMENTE FRATURADOS

A ideia principal de qualquer método numérico é substituir o problema original por um problema aproximado, que é mais fácil de ser resolvido, de modo a encontrar uma solução o mais próximo possível da solução original. Uma variedade de métodos numéricos tem sido usada para modelar problemas acoplados. Em métodos numéricos, um meio contínuo é geralmente subdividido em um número finito de domínios (elementos, blocos, nós, etc) com graus finitos de liberdade e comportamento matemático simplificado. Para resolver

numericamente o problema discretizado, os seguintes critérios devem ser satisfeitos adequadamente:

- A declaração física do problema é expressa por equações diferenciais parciais e condição de continuidade nas interfaces entre elementos adjacentes.
- No caso da modelagem de reservatórios fraturados, duas abordagens diferentes têm sido usadas na literatura. O método contínuo é usado para o método dos elementos finitos e o método descontínuo é usado para o método da rede de fratura discreta. (JALALI e DUSSEAULT, 2012)

2.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos baseia-se na representação por partes da solução em termos de funções de base especificadas. O MEF consiste em quatro etapas fundamentais, que são: discretização de domínio, aproximação local, montagem da matriz global e solução do sistema. (JING, 2003). O domínio do problema é discretizado em um número finito de subdomínios (elementos finitos) com uma forma regular e um número fixo de nós. As variáveis de campo são então escritas como uma função do seu valor nodal em uma forma polinomial (i.e forma fraca). Funções de forma apropriadas são multiplicadas pela forma fraca das equações governantes, e então integradas sobre cada elemento. Os resultados são então reunidos em uma matriz global e, resolvendo o sistema linear de equações, o valor das variáveis de campo em cada ponto nodal e de integração é determinado. (JALALI e DUSSEAULT, 2012)

2.7 APROXIMAÇÃO DE REDE DE FRATURAS DISCRETAS (DFN)

O método de Rede de Fraturas Discretas considera o fluxo de fluidos e os fenômenos de transporte em um meio fraturado conectado discretamente onde as fraturas são explicitamente representadas no modelo. Os dois fatores-chave nos modelos DFN são a geometria da fratura e a transmissividade. A maioria das aplicações dos modelos DFN engloba a caracterização da permeabilidade da fratura, a influência da fratura no fluxo e estudos de campo, como ao redor de um poço ou túnel (JING, 2003).

Para redes de fratura irregulares mais realistas não existe um método geométrico estabelecido para estimar o fator de forma. Uma maneira de estimar o fator de forma nesses casos é realizar uma simulação de fluxo detalhada com as fraturas descritas como elementos discretos, conforme será descrito no Capítulo 3. Neste problema, é possível monitorar a taxa de

fluxo de fluido das fraturas e aplicar a equação do fluxo de fratura da matriz para derivar o fator de forma que representa a rede de fraturas discretas. Este esquema requer esforços significativos na descrição das fraturas na malha de simulação e o uso de um simulador avançado que inclua o fluxo dentro da matriz para refletir o comportamento do sistema. (FRYKMAN, 2016)

2.8 MODELO DE DUPLA POROSIDADE E DUPLA PERMEABILIDADE COM ACOPLAMENTO GEOMECÂNICO

Nesta seção serão apresentados os modelos matemáticos e a metodologia usada para o cálculo do fator de forma. O modelo proposto por (BESERRA, 2015), que trata as fraturas como elementos incorporados à malha de elementos finitos, foi usado para obter o comportamento da pressão média do meio, seja considerando só o fluxo, ou considerando também o acoplamento geomecânico. Em seguida, foi desenvolvido o sistema de equações para o cálculo do fator de forma baseado nos resultados de pressão ou de fluxo obtidos na simulação numérica de alta fidelidade. A funcionalidade principal do fator de forma é representar a geometria de um meio em um modelo de 2phi2k, o qual é inserido no modelo matemático proposto por (SILVA, 2018) para realização das análises numéricas. Por fim, é apresentada a metodologia proposta por (PEREIRA *et al.*, 2017) para o cálculo do fator de forma.

2.8.1 Modelo matemático de dupla porosidade e dupla permeabilidade acoplado com geomecânica

No modelo hidromecânico proposto por (SILVA, 2018) se procede de uma forma geral no contexto da formulação iterativamente acoplada onde o acoplamento entre hidrodinâmica e geomecânica é imposto de forma sequencial. (BARROSO, 2018; KIM *et al.*, 2011; LOPES, 2018). O algoritmo Fixed Stress Split, onde a tensão total é congelada na equação de fluxo durante o processo iterativo, se apresenta um comportamento incondicionalmente estável exibindo convergência robusta sendo, então, preferencialmente empregado. (BAGHERI *et al.*, 2005)

Seguindo as hipóteses apresentadas por (BAGHERI *et al.*, 2005; GHAFOURI e LEWIS, 2002; SILVA, 2018) o modelo hidromecânico para um meio de 2phi2k tem as seguintes características:

- O fluxo de fluido dentro de cada subdomínio é independente do fluxo no outro subdomínio e qualquer acoplamento entre o fluxo de fluido na matriz porosa e a rede de

fraturas é controlado apenas pelo termo de transferência de massa, ou seja, o líquido expulso da matriz que entra nas fraturas e vice-versa. Portanto, a pressão do fluido, a porosidade, a permeabilidade e as demais propriedades da rocha e dos fluidos dentro dos dois subdomínios são considerados separadamente.

- Dentro do primeiro subdomínio, considerado contínuo, o fluxo de fluido é assumido como acoplado com a deformação da matriz. Este acoplamento é controlado através da taxa de variação da deformação volumétrica.
- A deformação do primeiro subdomínio é apenas devido à deformação volumétrica total da matriz porosa e qualquer mudança de volume da matriz é ignorada.
- Dois valores de porosidade diferentes devem ser definidos para a matriz porosa e a região fraturada, respectivamente, da seguinte forma:

○ Meio 1:

$$\phi_1 = \frac{V_1}{V} \quad (2.20)$$

○ Meio 2:

$$\phi_2 = \frac{V_2}{V} \quad (2.21)$$

Onde ϕ_1 e ϕ_2 são os valores de porosidade da matriz porosa e da rede de fraturas respectivamente, V_1 e V_2 são os volumes poroso e fraturado e V é o volume total.

- As forças de contorno e de corpo são realizadas apenas pelo subdomínio da matriz porosa. Além disso, levando em consideração que o volume das fraturas é normalmente uma pequena fração dos espaços vazios totais, presumimos que a compressibilidade da rede de fraturas não altera drasticamente a compressibilidade de todo o meio poroso e pode ser ignorada.
- A embebição e a depleção do meio se dão apenas através do subdomínio da rede fraturada.
- Os dois subdomínios são assumidos como totalmente saturados.

Inicialmente, é apresentada a lei de conservação de massa que governa o escoamento na rocha e nas fraturas. Seja $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ($n = 2, 3$) um domínio ocupado por um meio de dupla porosidade elástico linear saturado por um único fluido levemente compressível. Se denota por

$m = \rho n$ o conteúdo de massa lagrangiano de fluido, onde ρ representa a densidade e n a porosidade lagrangiana. Na ausência de fontes, o balanço de massa do fluido é dado por (COUSSY, 2004):

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} + \text{div}(\rho_i \mathbb{V}_{Di}) = F_i, \quad i = 1, 2. \quad (2. 22)$$

Onde:

$$m_1 = n_1 \rho_1 \quad (2. 23)$$

$$m_2 = n_2 \rho_2 \quad (2. 24)$$

O subscrito 1 é usado para representar a matriz, e o 2 para representar as fraturas.

$$\mathbb{V}_{Di} = \phi_i (\mathbb{V}_i - \dot{\mathbf{u}}) \quad (2. 25)$$

Onde ϕ_i é a porosidade euleriana de cada meio e $\dot{\mathbf{u}} = \partial \mathbf{u} / \partial t$ a velocidade da fase sólida.

A porosidade euleriana ϕ é definida pela razão entre o volume dos vazios e o volume total na configuração atual, enquanto a lagrangiana n é definida como a razão entre o volume poroso atual e o volume total na configuração de referência. No contexto de variações infinitesimais estas são dadas por (COUSSY, 2004)

$$n = \frac{dV_p}{dV_o} \quad e \quad \phi = \frac{dV_p}{dV} \quad (2. 26)$$

Onde dV_p , dV e dV_o denotam o volume poroso infinitesimal, o volume total infinitesimal na configuração atual e o volume total infinitesimal na configuração de referência respectivamente. É importante ressaltar que embora ϕ e n possam exibir valores próximos entre si, a variação relativa destas grandezas pode assumir valores completamente díspares.

Desprezando efeitos gravitacionais, a velocidade de percolação do fluido é dada pela lei de Darcy:

$$\mathbb{V}_{Di} = -\mathbf{K}_i \nabla p_i \quad (2. 27)$$

Onde p_i denota a poro-pressão de cada meio, $\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_{iM} / \mu$ o tensor de condutividade hidráulica, μ a viscosidade do fluido e $\mathbf{K}_{iM}$ o tensor de permeabilidade homogeneizado para cada meio.

Para uma rocha poro-elástica, a lei constitutiva linearizada do conteúdo de massa fluida é dada por (COUSSY, 2004)

$$m_i = m_{oi} + \rho_o \alpha_i \text{div}(\mathbf{u}) + \frac{\rho_o}{M} (p_i - p_{oi}) \quad (2. 28)$$

Onde m_{oi} , ρ_o e p_{oi} denotam o conteúdo de massa fluido, densidade e pressão, na configuração de referência, respectivamente. A lei constitutiva equação (3.9) incorpora de forma precisa o comportamento do meio poro elástico saturado onde α_i e M denotam o coeficiente de (BIOT, 1955) e o módulo de Biot, respectivamente. Conhecendo o valor de α , o módulo não drenado M pode ser avaliado medindo-se a deformação volumétrica $\text{div}(\mathbf{u})$ usando a equação (2.29):

$$M^{-1} = - \frac{\alpha \text{div}(\mathbf{U})}{p_i - p_{oi}} \quad (2. 29)$$

Os parâmetros α e M são representados da forma (BIOT, 1955; CHENG, 2016; COUSSY, 2004):

$$\alpha = 1 - \frac{\mathbb{K}}{\mathbb{K}_{grao}} \quad e \quad \frac{1}{M} = \frac{n}{\mathbb{K}_{fluido}} + \frac{\alpha - n}{\mathbb{K}_{grao}} \quad (2. 30)$$

Onde $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}_{grao}$ e $\mathbb{K}_{fluido}$ denotam os módulos de compressibilidade da matriz porosa, do grão sólido e do fluido, respectivamente, com $0 \leq \alpha \leq 1$. Nos casos em que o módulo volumétrico dos grãos sólidos que compõem a matriz porosa é muito maior que o módulo volumétrico da matriz porosa drenada ($\mathbb{K}_{grao} \gg \mathbb{K}$), o meio é considerado localmente incompressível e $\alpha \rightarrow 1$. O módulo de Biot, M , advém somente das compressibilidades dos grãos e do fluido. No caso particular de incompressibilidade do fluido ($\mathbb{K}_{fluido} \rightarrow \infty$) e grãos ($\mathbb{K}_{fluido} \rightarrow \infty$) temos que $M \rightarrow \infty$ e consequentemente $1/M = 0$ (LOPES, 2018).

De maneira análoga ao conteúdo de massa, (COUSSY, 2004) postula a lei constitutiva linearizada para a porosidade lagrangiana dada por

$$n_i = n_{oi} + \alpha_i \text{div}(\mathbf{u}) + \frac{1}{N_i} (p_i - p_{oi}) \quad (2. 31)$$

Onde:

$$\frac{1}{N_i} = \frac{\alpha - n_{oi}}{\mathbb{K}_{grao}} \quad (2. 32)$$

Com n_{oi} a porosidade lagrangiana inicial. O parâmetro $1/N$ incorpora a parcela de $1/M$ equação (2.30) que leva em conta somente a compressibilidade dos grãos sólidos.

Derivando a equação em (2.28) em relação ao tempo, temos:

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \rho_o \alpha \frac{\partial}{\partial t} (div(\mathbf{u})) + \frac{\rho_o}{M} \frac{\partial p_i}{\partial t} \quad (2. 33)$$

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \rho_o \alpha div(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{\rho_o}{M} \frac{\partial p_i}{\partial t} \quad (2. 34)$$

Combinando o balanço de massa com 2.31 e linearizando o fluxo mássico em torno de $\rho = \rho_o$ densidade inicial, obtemos:

$$\rho_o \alpha div(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{\rho_o}{M} \frac{\partial p_i}{\partial t} + div(\rho_o \nabla D_i) = F_i \quad (2. 35)$$

Onde F_i é o termo relacionado a transferência de fluidos entre a matriz e as fraturas e está definido por (SILVA, 2018)

$$F_1 = \beta \frac{K_1}{\mu} \rho_o (p_1 - p_2) \quad (2. 36)$$

$$F_2 = -\beta \frac{K_1}{\mu} \rho_o (p_1 - p_2) \quad (2. 37)$$

Onde $\beta = 4l(l+2)/s^2$ e s é o espaçamento entre as fraturas.

Este modelo foi proposto por (WARREN & ROOT, 1963) e considera um meio permeável que contém regiões que contribuem significativamente para o volume de poros do sistema, mas contribuem de forma insignificante para a capacidade de fluxo.

Para uma densidade inicial do fluido homogêneo temos:

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \alpha \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \operatorname{div}(\mathbf{v}_{Di}) = \frac{F_i}{\rho_o} \quad (2. 38)$$

Essa equação representa o balanço de massa da mistura sólido-fluido na formulação completamente acoplada (LEWIS e SCHREFLER, 1998; MURAD, 1994)

De acordo as hipóteses iniciais no meio 2, fraturas, não vai ser considerada a deformação dado que a equação de fluxo da matriz depende apenas da pressão do meio poroso 1 e da tensão média total e a equação da fratura depende apenas da pressão do meio poroso 2, pois, só existe compressibilidade das partículas sólidas e deformação volumétrica para a matriz, ou seja, a densidade do sólido depende apenas da pressão do meio 1 e da tensão média total.(SILVA, 2018)

Assim, a equação de balanço de massa da mistura sólido fluido na formulação completamente acoplada para o meio 1 seria:

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p_1}{\partial t} + \alpha \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \operatorname{div}(\mathbf{v}_{D1}) = \frac{F_1}{\rho_o} \quad (2. 39)$$

E para o meio 2:

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p_2}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{v}_{D2}) = \frac{F_2}{\rho_o} \quad (2. 40)$$

Agora, fazendo uso do princípio das tensões efetivas (BIOT, 1941)

$$\boldsymbol{\sigma}_T = \boldsymbol{\sigma}' - \alpha p \mathbf{I} \quad (2. 41)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_T$ denota o tensor das tensões total da mistura solido-fluido no esqueleto poroso e $\boldsymbol{\sigma}'$ a tensão efetiva que governa a deformação do esqueleto poroso. A primeira parcela é responsável pela deformação da matriz porosa sendo constituída pelas tensões transmitidas por contato direto entre as partes do esqueleto poroso.

No caso elástico linear, para um estado natural livre de tensões na configuração de referência a tensão efetiva é dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma}_o + \mathbb{C} \mathcal{E}(\mathbf{u}) \quad (2. 42)$$

Onde σ_o é a tensão efetiva na configuração de referência, $\mathbb{C}$ o tensor elástico de quarta ordem e $\mathcal{E}(\mathbf{u})$ o tensor de deformações da matriz porosa, o qual sob hipótese de pequenas deformações, satisfaz a relação de compatibilidade:

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{u}^T) \quad (2.43)$$

Supondo o sistema elástico linear isotrópico, os componentes do tensor $\mathbb{C}$ são representados na forma:

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.44)$$

Onde λ e μ são as constantes de Lamé, as quais são definidas, a partir do módulo de Young e do coeficiente de Poisson $\{E, \nu\}$, da forma:

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.45)$$

Portanto, para o sistema elástico isotrópico, a equação constitutiva (3.23) se reduz a

$$\sigma' = \sigma_o + \lambda \text{div}(\mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu \mathcal{E}(\mathbf{u}) \quad (2.46)$$

Desprezando os efeitos gravitacionais e de aceleração, a equação de equilíbrio para a mistura sólido-fluido e dada por:

$$\text{div} \sigma_T = 0 \quad (2.47)$$

A qual, juntamente com a decomposição (2.41) e a lei constitutiva (2.46) fornece para meios homogêneos

$$(\lambda + \mu) \nabla \text{div} \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} = \alpha \nabla p_i \quad (2.48)$$

Em termos das variáveis potenciais pressão p_i e deslocamento do sólido $\mathbf{u}$.

No modelo *fixed stress split* o termo $\alpha \text{div}(\dot{\mathbf{u}})$ que está no balanço de massa é escrito em função da tensão total fazendo uso do princípio das tensões efetivas. Para tanto, é tomado o traço da tensão total em (2.41) e é combinado com a lei elástica linear, obtendo:

A equação (2.49) e uma combinação das equações (2.41) e (2.42), tirando o traço da equação resultante

$$tr\boldsymbol{\sigma}_T = tr\boldsymbol{\sigma}_o + (3\lambda + 2u)div \mathbf{u} - 3\alpha p_i \quad (2. 49)$$

Definindo a tensão total média por:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_T = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_o + \frac{3\lambda + 2u}{3} div \mathbf{u} - \alpha p_i \quad (2. 50)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_T$ é a tensão total média, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_o$ tensão inicial, λ e u constantes de Lamê, α constante de Biot e p_i pressão de poro.

Derivando em relação ao tempo:

$$div \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\alpha}{\mathbb{K}} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{1}{\mathbb{K}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_T}{\partial t} \quad (2. 51)$$

Onde o módulo de rigidez é definido por $\mathbb{K} = \lambda + \frac{2G}{3}$.

Combinando (2.51) com o balanço global de massa (2.39) é obtido:

$$\left(\frac{1}{M} + \frac{\alpha^2}{\mathbb{K}} \right) \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\alpha}{\mathbb{K}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_T}{\partial t} + div(\mathbf{v}_{Di}) = \frac{F_i}{\rho_o} \quad (2. 52)$$

Reescrevendo:

$$c_t \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\alpha}{\mathbb{K}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_T}{\partial t} + div(\mathbf{v}_{Di}) = \frac{F_i}{\rho_o} \quad (2. 53)$$

onde c_t denota a compressibilidade total do sistema dada pela soma entre as compressibilidades do fluido e dos grãos sólidos, quantificada pelo modulo $(1/M)$, e da componente drenada $\alpha^2/\mathbb{K}$ (BARROSO, 2018).

A equação (2.53) é a expressão típica da equação de difusão, suplementada por um termo adicional de fonte envolvendo a derivada temporal da tensão total média, a qual incorpora os efeitos geomecânicos não inclusos na compressibilidade total. (BARROSO, 2018)

Assim o sistema de equações para o modelo de 2phi2k vai ser descrito como:

$$\begin{cases} (\lambda + u)\nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + u\Delta \mathbf{u} = \alpha \nabla p_i \\ c_t \frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\alpha}{\mathbb{K}} \frac{\partial \tilde{\sigma}_T}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbb{V}_{D1}) = \frac{F_1}{\rho_o} \\ c_t \frac{\partial p_2}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbb{V}_{D2}) = \frac{F_2}{\rho_o} \end{cases} \quad em \Omega \times I \quad (2.54)$$

Onde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ($n = 2,3$) o domínio com fronteira $\partial\Omega$ e vetor normal $\mathbf{n}_{\partial\Omega}$ e $I = (0, T)$ o intervalo de tempo.

Com condições iniciais dadas por:

$$\begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ p_i(x, 0) = p_{i0} \end{cases} \quad em \Omega \quad (2.55)$$

Em condições de contorno relativas à geomecânica:

$$\begin{cases} u(x, t) = 0 \quad sobre \quad \partial\Omega_D^u \times I \\ \boldsymbol{\sigma}_T \mathbf{n}_{\partial\Omega} = \mathbf{t}_N(x) \quad sobre \quad \partial\Omega_N^u \times I \end{cases} \quad (2.56)$$

e à hidrodinâmica:

$$\begin{cases} p_i(x, t) = p_{Di}(x) \quad sobre \quad \partial\Omega_D^p \times I \\ \mathbb{V}_{Di} \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} = v_N(x) \quad sobre \quad \partial\Omega_N^p \times I \end{cases} \quad (2.57)$$

2.8.2 Modelo de simples porosidade

O modelo 1phi1k é um caso particular do modelo 2phi2k apresentado anteriormente.

A equação de balanço de massa do sólido para o meio pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s(1 - \phi)) + \nabla \cdot (\rho_s(1 - \phi)\dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.58)$$

Onde ρ_s e $\dot{\mathbf{u}}$ são a compressibilidade do sólido e taxa de deslocamento. Pelas hipóteses de meio poroso deformável e sólido incompressível, temos que a porosidade é constante.

A equação de balanço de massa do fluido pode ser expressa, admitindo as hipóteses mencionadas:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\phi \rho_f] + \nabla \cdot [\rho_f \mathbb{V}_D + \phi \rho_f \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (2.59)$$

Onde ρ_f é a densidade do fluido e o $\mathbf{v}_D$ fluxo Darcy definida como $\mathbf{v}_D = -\frac{K_i}{\mu}(\nabla p_i - \rho_f \mathbf{g})$

2.8.3 Modelo Matemático Fator De Forma

Seja $\Omega = [0, L_x] \times [0, L_y] \times [0, L_z]$ um domínio de volume retangular e $(0, T)$ um intervalo de tempo. E considerada a fronteira do domínio Ω dada por $\partial\Omega = \Gamma_{mf} \cup \Gamma_N$ onde Γ_{mf} denota a interface matriz/fratura e Γ_N a fronteira na qual impõe-se fluxo nulo. Assumindo que a matriz é um meio homogêneo e isotrópico e denotando ϕ_m a porosidade, β_m a compressibilidade, k_m a permeabilidade e μ a viscosidade, uma expressão geral da equação a ser resolvida para a pressão na matriz, $p_m(x, t)$, é dada por (ROCHA, 2018):

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi_m c_{tm} \frac{\partial p_m(x, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_{Dm} = 0 & \text{em } \Omega \times (0, T) \\ \mathbf{v}_{Dm} = -\frac{k_m}{\mu} \nabla p_m(x, t) & \\ p_m(x, t) = p_f & \text{sobre } \Gamma_{mf} \times (0, T) \\ \mathbf{v}_{Dm} \cdot \mathbf{l} = 0 & \text{sobre } \Gamma_N \times (0, T) \\ p_m(x, t) = p_{m,0} & \text{em } \Omega \times (t = 0) \end{array} \right. \quad (2.60)$$

Onde $\mathbf{l}$ denota o vetor normal de Γ_N exterior ao domínio Ω , p_f a pressão na fratura e $p_{m,0}$ a pressão inicial na matriz.

(ZIMMERMAN et al., 1993) desenvolveram duas formas de calcular o fator de forma usando duas expressões que são equivalentes, uma baseada na pressão média na matriz e a outra no fluxo através de $\partial\Omega$.

Seja $Q(t)$ definido da forma:

$$Q(t) = -\frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \phi_m c_{tm} \frac{\partial p_m}{\partial t} d\Omega \quad (2.61)$$

Usando a equação (2.60) e o teorema de divergência, segue que:

$$Q(t) = -\frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{v}_{Dm} d\Omega \quad (2.62)$$

$$= -\frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \mathbb{V}_{Dm} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2.63)$$

Logo, $Q(t)$ é o termo de fonte volumétrica que representa a adição de fluido no sistema de fraturas oriundo da matriz. Usando $\partial\Omega = \Gamma_{mf} \cup \Gamma_N$ e a condição de fluxo nulo sobre Γ_N , temos:

$$\begin{aligned} Q(t) &= \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} \mathbb{V}_{Dm} \cdot \mathbf{n} d\Gamma = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Gamma_{mf}} \mathbb{V}_{Dm} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\ &= \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Gamma_{mf}} \left(-\frac{k_m}{\mu} \nabla p_m \right) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.64)$$

Para introduzir o fator de forma, $\alpha(t)$, e adotada a seguinte aproximação (ZIMMERMAN; CHEN; HADGU e BODVARSSON, 1993)

$$\nabla p_m(x, t) \cdot \mathbf{n} \approx \frac{\overline{p_m}(t) - p_f}{\delta t} \quad (2.65)$$

Onde $\overline{p_m}(t)$ denota a média de $p_m(x, t)$ sobre o domínio Ω :

$$\overline{p_m}(t) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} p_m(x, t) d\Omega \quad (2.66)$$

Com $|\Omega|$ o volume de Ω . O parâmetro δt na equação (2.65) mede o tempo de penetração da perturbação em $p_m(x, t)$ causada por p_f . No caso em que Ω é um quadrado de lado L , por exemplo, a partir do instante em que a matriz atinge o estado quase estacionário, δt alcança o centro do quadrado, ou seja, $\delta(t \rightarrow \infty) = L/2$.

Inserindo a aproximação (2.65) em (2.64), chegamos:

$$\begin{aligned} Q(t) &\approx -\frac{1}{|\Omega|} \frac{k_m}{\mu} \left(\frac{p_f - \overline{p_m}(t)}{\delta t} \right) \int_{\Gamma_{mf}} d\Gamma = -\frac{1}{|\Omega|} \frac{k_m}{\mu} \left(\frac{p_f - \overline{p_m}(t)}{\delta t} \right) |\Gamma_{mf}| \\ &= -\frac{|\Gamma_{mf}|}{|\Omega| \delta t} \frac{k_m}{\mu} (p_f - \overline{p_m}(t)) = \alpha(t) \frac{k_m}{\mu} (p_f - \overline{p_m}(t)) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Onde $|\Gamma_{mf}|$ denota a área de Γ_{mf} e $\beta(t)$ o fator de forma transiente, dado por:

$$\beta(t) = \frac{|\Gamma_{mf}|}{|\Omega|\delta t} \quad (2. 68)$$

É valido notar que o fator de forma é um termo puramente geométrico com unidade $1/m^2$. Além disso, o cálculo de $\beta(t)$ usando a relação acima envolve o conhecimento da geometria do arranjo matriz/fratura. Como alternativa, pode-se realizar o cômputo de $\beta(t)$ numericamente, o qual é o procedimento seguido nesta pesquisa e consiste em resolver a equação (2.60) no domínio de interesse usando a malha de elementos finitos com as fraturas discretas embebidas e obter $\beta(t)$ como um pós-processamento. Neste sentido tal cálculo pode ser feito utilizando duas abordagens apresentadas a seguir.

2.8.3.1 Cálculo do fator de forma baseado na pressão média

Nesta etapa é deduzida uma expressão para $c_t(t)$ equivalente e dada em (2.67) mas baseada na pressão média $\overline{p_m}$. Partindo de (2.67), usando o teorema de divergência de Gauss e a equação de balanço chegamos a:

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \frac{\mu}{k_m (p_f - \overline{p_m}(t))} \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Gamma_{mf}} \mathbb{V}_{Dm} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\ &= \frac{\mu}{k_m (p_f - \overline{p_m}(t))} \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \mathbb{V}_{Dm} \cdot \mathbf{n} d\Omega \\ &= \frac{\mu}{k_m (p_f - \overline{p_m}(t))} \frac{-1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \phi_m c_{tm} \frac{\partial p_m(x, t)}{\partial t} d\Omega \end{aligned} \quad (2. 69)$$

No caso que a matriz seja considerada como homogênea, pode-se tirar ϕ_m e β_m da integral, resultando em:

$$\beta(t) = \frac{\phi_m c_{tm} \mu}{k_m (\overline{p_m}(t) - p_f)} \frac{\partial \overline{p_m}(t)}{\partial t} \quad (2. 70)$$

De forma análoga ao caso anterior é possível estimar α_∞ tomando o limite $t \rightarrow \infty$ em (2.70).

2.8.3.2 Cálculo do fator de forma considerando a matriz anisotrópica

Considerado o caso mais geral em que a matriz tem permeabilidade anisotrópica, seguindo (KFOURY et al. 2004) é proposto o cálculo de um coeficiente de troca, $\bar{\beta}(t)$, que leva em conta a anisotropia da permeabilidade e a viscosidade. Para tanto, é reescrito o termo de troca de massa $Q(t)$ em (2.66) da forma:

$$Q(t) \approx \bar{\beta}(t)(\bar{p}_m - p_f) \quad (2.71)$$

Com coeficiente de troca dado por:

$$\bar{\beta}(t) = -\frac{c_{tm}}{(\bar{p}_m(t) - p_f)} \frac{\partial \bar{p}_m(t)}{\partial t} \quad (2.72)$$

Neste caso o coeficiente de troca tem unidades de $\left[\frac{1}{MPa \cdot s}\right]$, para obter o fator de forma convencional, com unidade $1/m^2$, e feito:

$$\beta(t) = \frac{\bar{\beta}(t)}{\sqrt[3]{k_{m,x}k_{m,y}k_{m,z}}} \quad (2.73)$$

De forma análoga aos casos anteriores é possível estimar $\bar{\beta}_\infty$ tomando o limite $t \rightarrow \infty$ em (2.71). Lembrando que nesse cenário anisotrópico o termo de troca de massa no modelo 2phi2k é dado por $Q_\infty = \bar{\beta}_\infty(\bar{p}_m - p_f)$.

2.8.3.3 Metodologia cálculo do fator de forma

O valor de α_∞ é obtido quando $p_m(x, t)$ atinge o estado estacionário. Além disso, introduzindo o comprimento equivalente referente a geometria do problema, L_{eq} , e supondo que vale a relação:

$$\beta_{\infty} = \frac{F}{(L_{eq})^2} \quad (2.74)$$

É possível estimar a constante σ utilizando α_{∞} obtido através de um experimento numérico. Este experimento numérico consiste em uma simulação do reservatório fraturado usando a técnica de fraturas incorporadas na malha de elementos finitos, conforme apresentado em (BESERRA 2015) seguindo os seguintes passos:

- Nos casos tridimensionais, calcular o comprimento equivalente e dado por:

$$L_{eq} = \frac{\text{volumen do dominio } \Omega}{\text{area total da interface } \Gamma_{mf}} \quad (2.75)$$

- Não vai existir fluxo nos contornos da célula.

$$\mathbf{v}_D = 0. \quad \text{em} \quad \Gamma \quad (2.76)$$

- As fraturas são pressurizadas com uma pressão dada, e se espera até que o reservatório alcance o estado pseudo-estacionário.
- É calculada a função de transferência baseada no fluxo, na pressão média ou para um modelo anisotrópico.
- É calculado o fator de forma usando a equação (2.74).
- O valor do fator de forma para o estado pseudo-estacionário ou o comportamento com o tempo (estado transiente) é inserido no modelo 2phi2k desenvolvido por (A. C. SILVA 2018) no código numérico CODE_BRIGHT

É importante ressaltar que o valor α_{∞} não depende de p_f e nem da diferença de pressão imposta pela condição inicial, uma vez que ele é um fator puramente geométrico. Desta forma, a partir dos parâmetros p_f e $p_{m,0}$ podemos escolher pressurizar ou despressurizar a matriz adotando $p_f > p_m$ ou $p_f < p_m$, respectivamente.

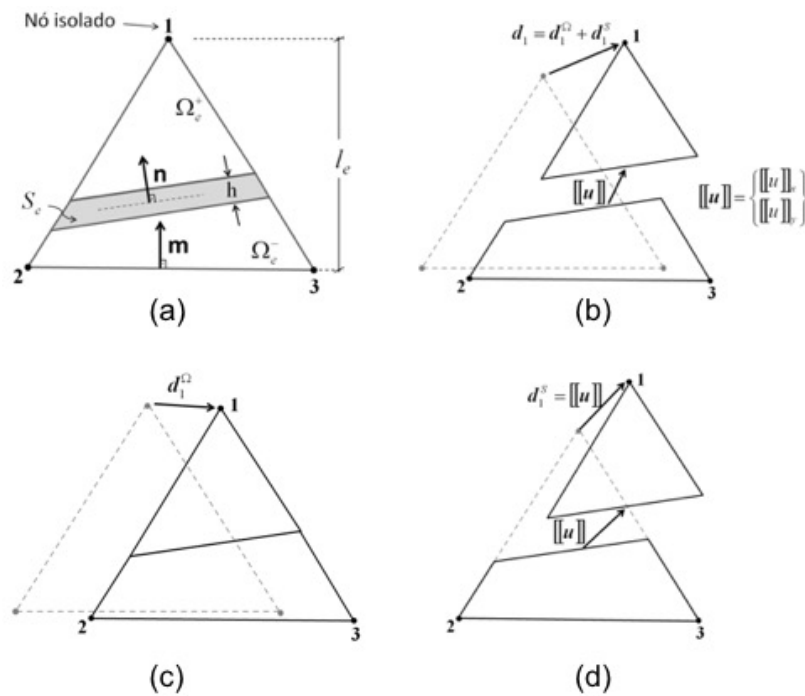
2.9 ELEMENTOS FINITOS COM DESCONTINUIDADES EMBEBIDAS

A formulação de elementos finitos com descontinuidades embebidas requer a consideração adequada de aspectos relacionados às consistências cinemática e estática. O

enriquecimento cinemático deve refletir a posição dos deslocamentos relativos (abertura e deslizamento) da interface. Além disso, a continuidade de tensões deve ser corretamente imposta para garantir o equilíbrio entre as forças de superfície na interface e o campo de tensões na parte contínua circundante. (BESERRA, 2015; MANZOLI e SHING, 2006). A implementação desta técnica no software CODE_BRIGHT foi feita por (BESERRA, 2015).

A Figura 6 ilustra um elemento finito triangular de três nós, de domínio Ω_e , comprimento l_e dividido por uma descontinuidade que representa uma banda de localização de deformações, S_e , de largura h , que separa o elemento em duas partes, Ω_e^- e Ω_e^+ , isolando o nó 1 dos nós 2 e 3. O vetor $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à direção da descontinuidade e o vetor $\mathbf{m}$ é o vetor unitário normal ao lado oposto ao nó isolado. Por questão de simplificação, a formulação de descontinuidades fortes incorporadas será apresentada a seguir limitando-se ao estudo do domínio desse elemento (BESERRA, 2015).

Figura 6 - Decomposição do campo de deslocamentos: (a) elemento indeformado; (b) elemento deformado; (c) deformação da parte contínua; (d) movimento relativo devido à descontinuidade.



Fonte: Adaptado de Beserra (2015).

O salto do campo de deslocamento $[[u]]$, em S_e leva a um movimento relativo do corpo rígido, o campo de deformações da porção contínua e da descontinuidade pode ser escrita como (BESERRA, 2015; FALCÃO *et al.*, 2018):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\Omega = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{l_e} \mathbf{M} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \quad (2. 77)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{l_e} \mathbf{M} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket + \frac{1}{h} \mathbf{N} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \quad (2. 78)$$

O correspondente campo de tensões é dado por:

$$\boldsymbol{\sigma}_\Omega = \Sigma(\boldsymbol{\varepsilon}_\Omega) = \Sigma \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{l_e} \mathbf{M} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \right) \quad (2. 79)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \Sigma(s) = \Sigma \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{l_e} \mathbf{M} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket + \frac{1}{h} \mathbf{N} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \right) \quad (2. 80)$$

Onde h denota a espessura da banda de localização, Σ é o modelo constitutivo do material, M e N são as matrizes obtidas desde os componentes dos vetores m e n respetivamente e $\llbracket u \rrbracket$ é o salto no campo de deslocamentos.

A continuidade das tensões na interface entre a descontinuidade e a parte contínua do elemento é definida como:

$$\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_\Omega - \boldsymbol{\sigma}_s) = 0 \quad (2. 81)$$

Para representar o comportamento mecânico do material, é adotado o modelo hiperbólico de fechamento de fraturas proposto por (BARTON *et al.*, 1985). A tensão normal na fratura é obtida como segue (FALCÃO *et al.*, 2018):

$$\sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n} \quad (2. 82)$$

A partir da tensão normal é obtido o fechamento normal segundo o modelo de Barton-Bandis:

$$j = \frac{\sigma'_n V_m}{K_{ni} V_m + \sigma'_n} \quad (2. 83)$$

onde j é o fechamento da fratura, σ'_n é a componente do tensor de tensões efetivas normal ao plano de descontinuidade, V_m e o fechamento máximo e K_{ni} e a rigidez inicial de Barton-Bandis.

O salto do campo de deslocamentos é escrito como

$$[[\mathbf{u}]] = j \mathbf{n} \quad (2. 84)$$

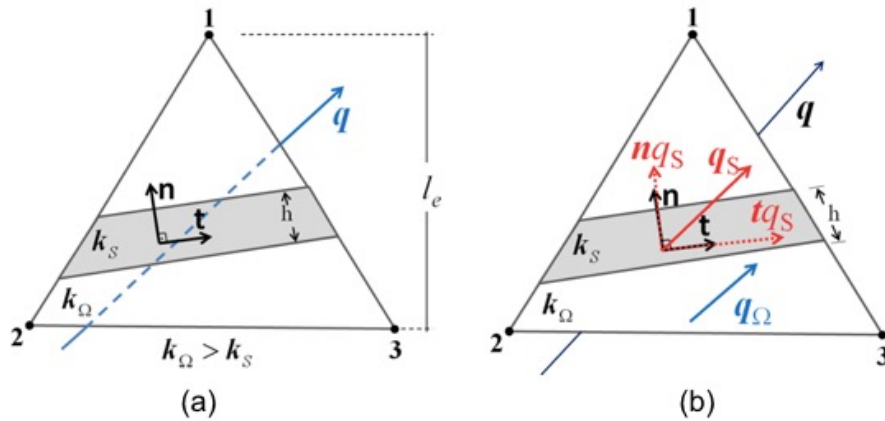
Finalmente, o campo de deformações na descontinuidade vai ser dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{l_e} \mathbf{M}[[\mathbf{u}]] + \frac{1}{h} \mathbf{N}[[\mathbf{u}]] + \boldsymbol{\varepsilon}_s^0 \quad (2. 85)$$

Onde $\boldsymbol{\varepsilon}_s^0$ é o estado inicial de deformação correspondente ao estado de tensões efetivas inicial (ZULETA, 2017)

Quando existe uma fratura em um meio poroso, essa representa um caminho preferencial para o fluxo no sentido da descontinuidade, que pode ser interpretada como uma anisotropia induzida, na direção da fratura, em todo o meio (BESERRA, 2015; FALCÃO *et al.*, 2018). A Figura 7 apresenta as fraturas incorporadas nos elementos finitos, para este caso, o tensor de permeabilidade do elemento se torna anisotrópico, com um valor de permeabilidade maior na direção da fratura.

Figura 7 - (a) Elemento com fratura embebida (b) decomposição do vetor de fluxo na direção da descontinuidade.



Fonte: Adaptado de Beserra (2015).

Considerando a decomposição do vetor de fluxo na fratura em uma componente normal e outra tangencial, como mostra a Figura 7 assume-se que não existe fluxo na interface entre a fratura e a parte contínua do elemento e que todo o fluxo na fratura ocorre na direção dela, portanto:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla_{Df} = 0 \quad (2. 86)$$

$$\mathbf{t} \cdot \mathbb{V}_{Df} = \mathbb{V}_{Df} \quad (2. 87)$$

Onde $\mathbf{t}$ é o vetor unitário na direção da descontinuidade. O fluxo Darcy na fratura $\mathbb{V}_{Df}$ é dado por:

$$\mathbb{V}_{Df} = -K_f \nabla p \quad (2. 88)$$

Onde $K_f = k_f / \mu$

Na aproximação de elementos finitos o fluxo na fratura ocorrerá em toda a espessura do elemento. Para garantir que a transmissividade do elemento com a fratura incorporada seja igual a transmissividade do

conjunto elemento contínuo mais fratura, a permeabilidade K_f deve ser multiplicada pelo fator geométrico h/l_e . Assim a equação de fluxo pode ser escrita, na forma tensorial, da seguinte forma (BESERRA, 2015)

$$\mathbb{V}_{Df} = -\frac{h}{l_e} K_f \mathbf{t} \otimes \mathbf{t} \nabla p \quad (2. 89)$$

Onde $\mathbf{t}$ é o vetor que define a direção da descontinuidade, h é a espessura da descontinuidade incorporada e l_e é o tamanho característico do elemento.

O fluxo na parte contínua é dado por:

$$\mathbb{V}_{D\Omega} = -K_\Omega \nabla p \quad (2. 90)$$

Onde K_Ω é o tensor de permeabilidade do meio contínuo. E fluxo no elemento corresponde a soma dos fluxos na descontinuidade e na parte contínua:

$$\mathbb{V}_D = \mathbb{V}_{D\Omega} + \mathbb{V}_{Df} \quad (2. 91)$$

$$\mathbb{V}_D = -\left(K_\Omega + \frac{h}{l_e} K_f \mathbf{t} \otimes \mathbf{t}\right) \cdot \nabla p \quad (2. 92)$$

Finalmente, pode-se calcular o fluxo no elemento, definindo-se também um tensor de permeabilidade efetiva que incorpora a anisotropia induzida pela presença da fratura, que é um canal preferencial ao fluxo.

$$\mathbb{v}_D = -\mathbf{K}_{\text{ef}} \nabla p \quad (2. 93)$$

$$\mathbf{K}_{\text{ef}} = \mathbf{K}_{\Omega} + \frac{h}{l_e} K_f \mathbf{t} \otimes \mathbf{t} \quad (2. 94)$$

A permeabilidade intrínseca da fratura k_f pode ser determinada por diferentes modelos, que podem considerar as fraturas com paredes rugosas ou com material de preenchimento. Para este modelo é usada a lei de placas paralelas que define a permeabilidade em função da abertura da fratura da seguinte forma: (BESERRA, 2015); (ZIMMERMAN; CHEN; HADGU e BODVARSSON, 1993) .

$$k_f = \frac{a^2}{12}, \quad a = a_0 + j \quad (2. 95)$$

Onde a é a abertura hidráulica da fratura.

Sendo a_0 a abertura hidráulica inicial da fratura, para o estado de tensões iniciais, que é um parâmetro da rede de fraturas e j é o fechamento da fratura dado pelo modelo de Barton-Bandis e associado à deformação do meio.

A equação de continuidade que rege o fluxo de fluido no meio poroso, considerando meio rígido e sem efeito gravitacional é dada por:

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_f \mathbb{v}_D] = 0 \quad (2. 96)$$

A densidade do fluido se relaciona com a pressão de acordo a seguinte expressão:

$$\rho_f = \rho_{f0} e^{c_T(p-p_0)} \quad (2. 97)$$

Onde ρ_{f0} é a densidade de referência, β é a compressibilidade do fluido, p é a pressão e p_0 é a pressão de referência.

A variação de porosidade é definida a partir da equação de conservação de massa do sólido, em função da velocidade de deslocamento do sólido (BESERRA, 2015):

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1 - \phi)\rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \phi)\rho_s \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (2. 98)$$

Onde ρ_s é a densidade do sólido, que depende da compressibilidade da matriz, e ϕ é a porosidade do meio.

A equação de conservação de massa da fase fluida é dada por (BESERRA, 2015):

$$\frac{\partial}{\partial t}[\phi\rho_f] + \nabla \cdot [\rho_f \mathbf{v}_D + \phi\rho_f \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (2. 99)$$

Onde ρ_f é a densidade do fluido e o $\mathbf{v}_D$ fluxo Darcy.

3 SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS

O comportamento geomecânico dos meios porosos tem se tornado cada vez mais importante para as operações de exploração de reservatórios de hidrocarbonetos. A modelagem numérica de tais processos é complexa e tem sido realizada historicamente em três áreas distintas: modelagem geomecânica (com o objetivo principal de computar o comportamento de tensão/deformação), simulação de reservatório (essencialmente modelagem de fluxo multifásico e transferência de calor em meios porosos), e mecânica de fratura associado a geomecânica (lidando em detalhes com propagação de fissuras e geometria) (SETTARI e WALTERS, 2001).

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações usando a teoria de pseudoacoplamento explicada no Capítulo 2.

3.1 OBTENÇÃO DE TABELAS DE PSEUDOACOPLAMENTO USANDO O MÉTODO DE DESCONTINUIDADES INCORPORADAS

Nesta seção será descrito o procedimento para obtenção de tabelas de pseudoacoplamento usando o programa em elementos finitos CODE_BRIGHT.

Este caso foi desenvolvido em parceria com a Petrobras (FALCÃO *et al.*, 2018), que forneceu uma seção 3D de um modelo tridimensional correspondente a um dos reservatórios do Pré-sal. As células 3D correspondem ao volume relacionado do modelo geológico construído com aproximadamente 12000 fraturas. Além disso, também foram disponibilizadas as características do reservatório, as condições iniciais e de contorno para as simulações.

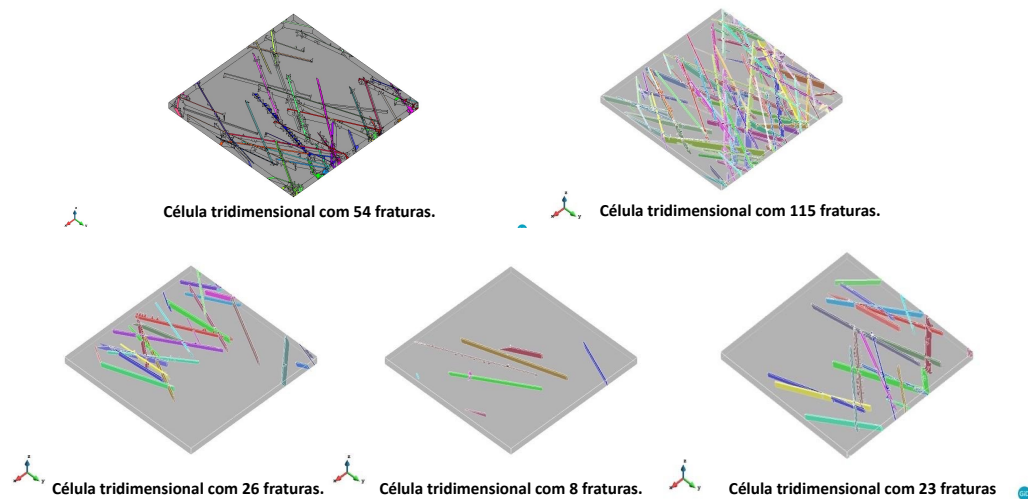
Foram analisadas 5 células do modelo de reservatório fornecido com diferentes densidades de fraturas, conforme mostradas na Figura 8. Na Tabela 2 se apresenta o nome de cada uma das células e a relação com o número de fraturas.

Tabela 2 - Relação nome e número de fraturas para as células analisadas.

ID das células analisadas	Número de fraturas
3_3_16	115
54 Fra	54
8_7_36	26
8_14_30	23
11_8_61	8

Na Figura 8 são apresentadas as imagens das células em malhas de elementos finitos, é possível observar as fraturas discretizadas e que estas não têm um padrão representativo, só que as fraturas em sua maioria cortam completamente o eixo z. As tabelas de pseudoacoplamento são obtidas para as três direções de fluxo (X, Y e Z).

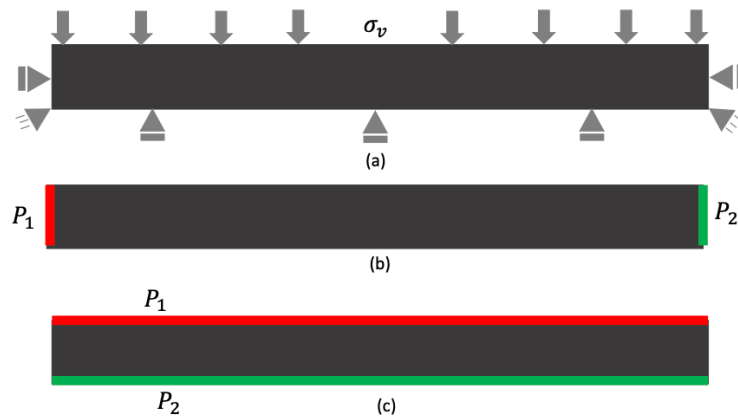
Figura 8 - Malhas de elementos finitos criadas com as fraturas discretizadas.



Fonte: Autor (2023).

O experimento numérico consiste em avaliar a vazão que percola uma amostra sob condições edométricas. O domínio é submetido a um carregamento vertical constante durante todo o tempo de simulação, com deslocamento lateral restrito. São calculadas propriedades equivalentes como permeabilidade para cada direção de fluxo, com a aplicação de um gradiente de pressão de $\Delta p = 0.1 \text{ MPa}$. As propriedades equivalentes são obtidas para um cenário de depleção do reservatório, com a pressão variando de 50 MPa para 10 MPa. A amostra fica sob o gradiente constante de pressão até o estado estacionário ser atingido, condição necessária para obtenção do valor correto para a permeabilidade.

Figura 9 - Condições de contorno: (a) Condições de contorno mecânicas. (b) Condição de contorno hidráulica para obtenção da permeabilidade horizontal. (c) Condição de contorno hidráulica para obtenção da permeabilidade vertical.



Fonte: Autor (2023).

Assim ao invés de atualizar a porosidade com a equação implícita no simulador, são usados os multiplicadores de porosidade e permeabilidade que parte da teoria de *flow based upscaling*. Dentro do programa em elementos finitos CODE_BRIGHT está programada uma equação polinomial de grau 4 obtida com as tabelas de pseudoacoplamento, onde é interpolada a permeabilidade em função da pressão do sistema, com esta se faz possível obter o comportamento de fechamento das fraturas naturais durante a depleção da célula do reservatório analisada.

A descrição geológica real da rede de fraturas raramente é considerada em detalhes na avaliação dos parâmetros de dupla porosidade. Esta questão foi abordada em diferentes graus por investigadores anteriores por exemplo, (BOURBIAUX *et al.*, 1998, 2002; CACAS *et al.*, 1990). Nesses trabalhos, foram propostos métodos para criar a ligação entre o modelo geológico e os modelos de fluxo contínuo. (CACAS *et al.*, 1990) demonstraram uma abordagem para estimar a permeabilidade em escala de reservatório e parâmetros de dupla porosidade de rochas fraturadas usando dados estatísticos sobre a geometria da rede em combinação com uma calibração do modelo usando testes hidráulicos e traçadores em pequena escala. Estas abordagens mantêm a ligação com a geologia em certa medida e, mas levam a modelos grandes devido à complexidade da rede de fraturas. Vários outros investigadores como (BOGDANOV *et al.*, 2003; LEE *et al.*, 2001; LONG *et al.*, 1985; SNOW, 2001) calcularam as permeabilidades efetivas para sistemas fraturados como serão feitas neste trabalho. (DERSHOWITZ *et al.*, 2000) propôs integrar modelos discretos e de dupla porosidade onde os parâmetros usados para simulações de dupla porosidade são derivados de modelos geologicamente mais realistas de

fraturas discretas, a fim de refletir mais precisamente a conectividade, heterogeneidade e anisotropia de reservatórios fraturados (MOINFAR *et al.*, 2011). Eles derivaram a permeabilidade direcional do sistema de fratura a partir de modelos de fratura gerados estocasticamente, e os parâmetros de fluxo assim obtidos foram então usados como base para a simulação de dupla porosidade.

Na Tabela 3 são apresentadas as características do reservatório que correspondem a uma formação de carbonato com matriz de baixa permeabilidade e altamente fraturada, e que são os dados de entrada para a simulação de alta fidelidade a qual tem como objetivo criar as fraturas de maneira discreta em uma malha de elementos finitos.

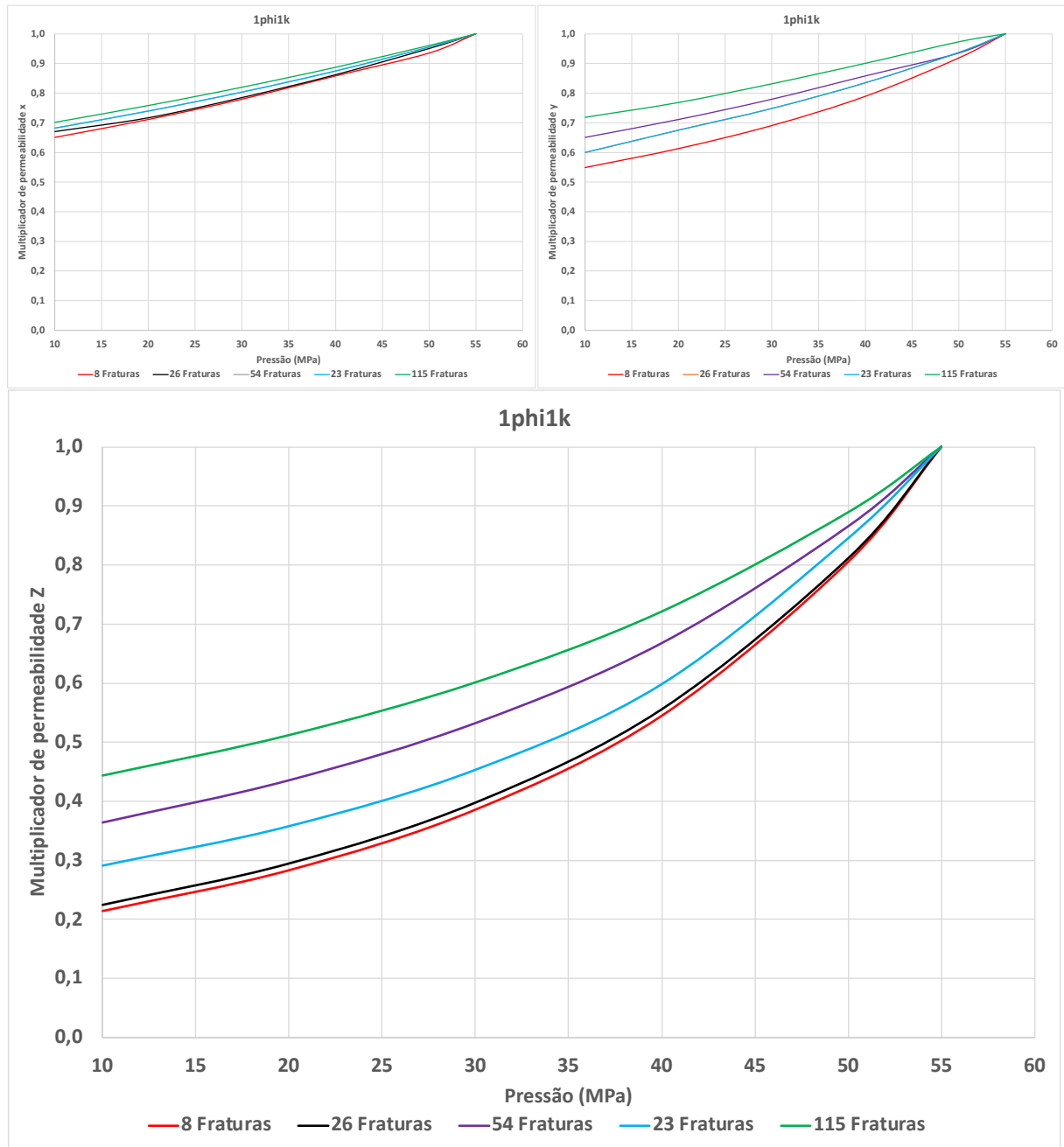
Tabela 3 - Propriedades do reservatório.

	Valor
Viscosidade (Pa.s)	1.00E-09
Compressibilidade do Fluido (1/Pa)	7.10E-05
Permeabilidade x (mD)	343.1676
Permeabilidade y (mD)	343.1676
Permeabilidade z (mD)	0.026
Pressão de referência (Mpa)	55
Modulo de Young (Mpa)	16900
Tensão Vertical Aplicada (Mpa)	85
Porosidade	0.0758
Coefficiente de Biot	1
Relação de Poisson	0.3

Na Figura 10 e Figura 11 são apresentadas as curvas de multiplicadores de permeabilidade equivalente obtidas em todas as direções de fluxo. É possível observar que só em z a maioria de fraturas cortam completamente esta direção, e é onde o fluxo é mais bem comparado com a direção x e y.

É notório o impacto que tem a densidade de fraturas nas permeabilidades equivalentes em função da pressão, como concluiu (WAN *et al.*, 2016) no seu trabalho, para um maior número de fraturas naturais, a permeabilidade da célula é maior, e ao acontecer a despressurização do reservatório analisado as fraturas fecham, o que leva a uma diminuição na permeabilidade. Isto é padrão para todas as células. Porém, ao fazer a comparação entre elas, se evidencia a diminuição da capacidade de fluxo relacionada à intensidade das fraturas naturais, considerando assim a célula de 8 fraturas com uma relação de multiplicador de permeabilidade menor que a célula com 115 fraturas.

Figura 10 - Multiplicadores de permeabilidade obtidos para o modelo 1phi1k.



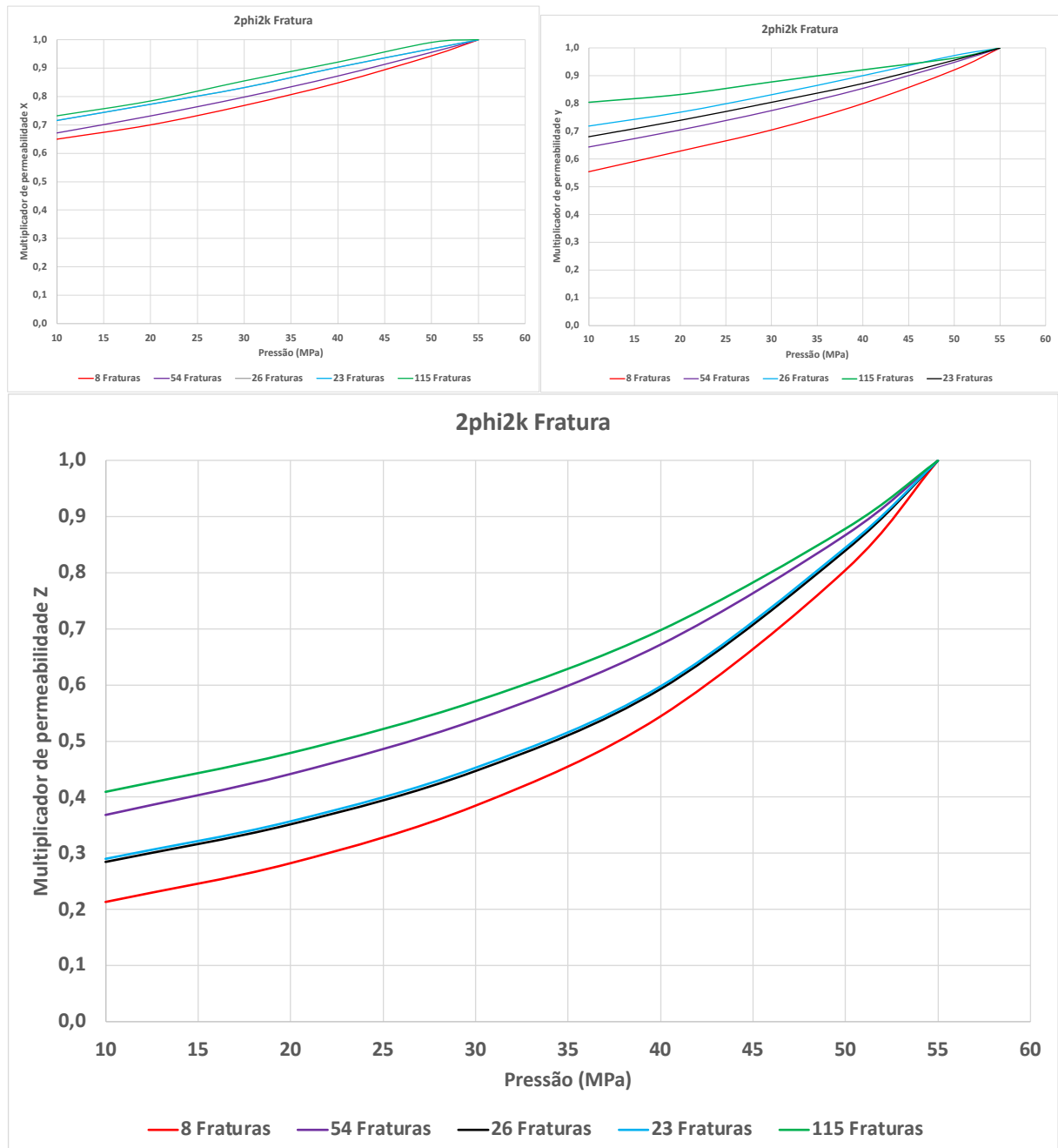
Fonte: Autor (2023).

Como foi observado anteriormente, os parâmetros equivalentes para o modelo 1phi1k e o 2phi2k são calculados de maneiras diferentes. Na Figura 11 são apresentados os multiplicadores de permeabilidade equivalente para fratura, por que são as que representam maiormente o fluxo nas células, dado que a permeabilidade da rocha na direção z é de 0.026 mD.

O comportamento das curvas de permeabilidade equivalente com a pressão é similar às observadas nas curvas de permeabilidade equivalente 1phi1k. Ao se despressurizar o

reservatório as fraturas fecham e a permeabilidade do reservatório diminui. Existe também uma leve diferença entre os valores obtidos nas duas simulações. No caso 1phi1k se considera também a permeabilidade da rocha, que mesmo não sendo significativa contribui para a permeabilidade do sistema.

Figura 11 - Multiplicadores de permeabilidade obtidas para o modelo 2phi2k da fratura.

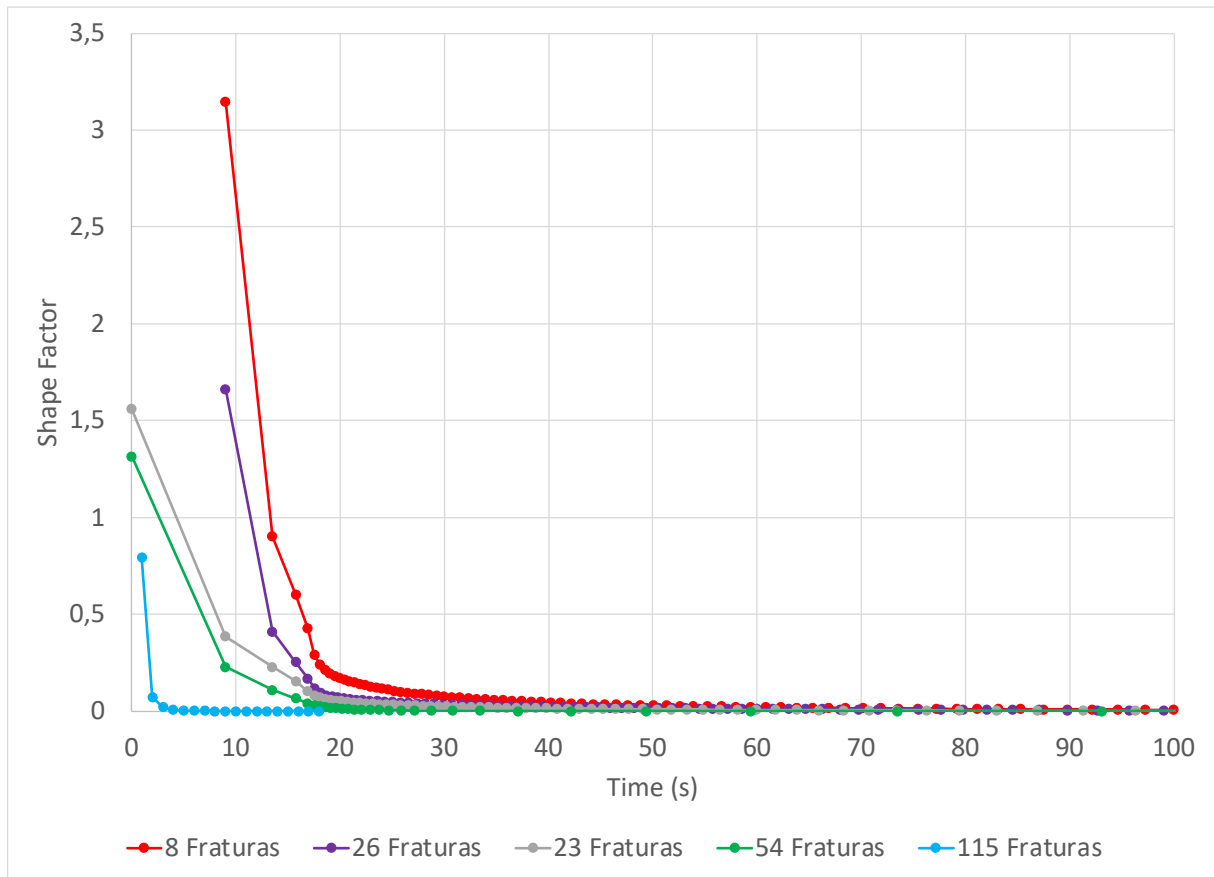


Fonte: Autor (2023).

3.2 APLICAÇÃO DE PSEUDOACOPLAMENTO NA MODELAGEM HIDROMECÂNICA DE SIMPLES POROSIDADE E DUPLA POROSIDADE E PERMEABILIDADE: CASOS DO PRÉ-SAL

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos mediante a simulação numérica usando como dados de entrada os valores obtidos dos multiplicadores de permeabilidade equivalente, apresentadas anteriormente, e o fator de forma apresentado na Figura 12, onde é mostrada a evolução do fator de forma com o tempo, calculado numericamente usando a formulação apresentada no capítulo 2. Se observa que quanto menor o número de fraturas que contribuem para a permeabilidade do sistema, a transferência de fluidos entre a rocha e as fraturas demora mais para chegar em um valor estacionário. O contrário acontece com o sistema mais fraturado, onde o fluxo entre matriz e fratura é facilitado e se estabiliza mais rápido. Nas simulações 2phi2k, é observado o comportamento transiente do fator de forma com o tempo, que representa uma aproximação rigorosa da real dinâmica do reservatório. Autores como (ULEBERG e KLEPPE, 1996), concluíram que "os modelos baseados no conceito 2phi2k utilizando termos simples de transferência de fluido entre fraturas e blocos matriciais não são suficientemente precisos ou representativos na maioria dos casos". Ao longo do tempo, variações 2phi2k foram implementadas para melhorar sua capacidade de representar o meio fraturado e diferentes estudos abordam problemas particulares com modelos 2phi2k (TORRES *et al.*, 2020). Neste trabalho é capturado o fator de transferência entre a rocha e a matriz do modelo geológico real e considerando a variação de este termo com o tempo.

Figura 12 - Comportamento do fator de forma com o tempo obtido para cada célula.



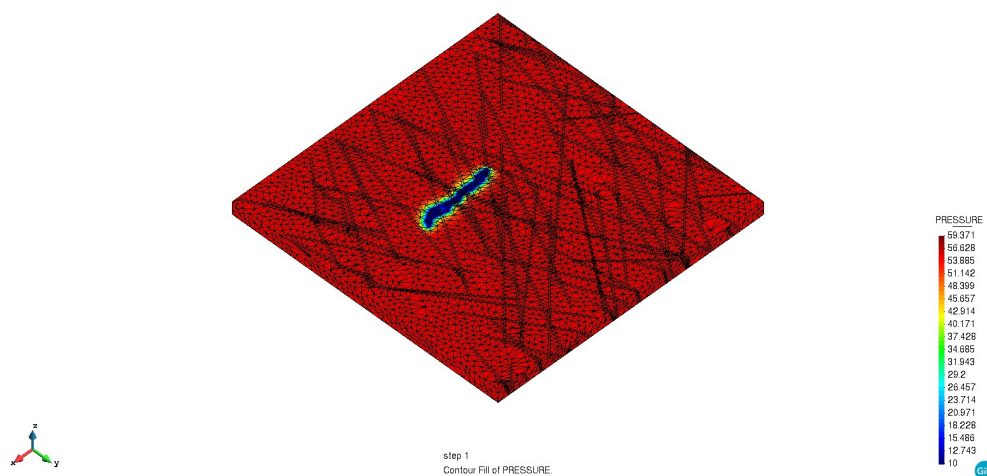
Fonte: Autor (2023).

Nos seguintes gráficos é feita uma comparação dos resultados obtidos para cada célula usando a modelagem 1phi1k, 2phi2k e DFN. Basicamente três tipos de abordagens são usados para a análise do fluxo em um reservatório fraturado. O primeiro é a abordagem contínua (1phi1k) que trata o reservatório fraturado como um meio poroso único com uma permeabilidade global equivalente. As teorias relativas a esta abordagem são gerais e bem desenvolvidas. A segunda é a abordagem 2phi2k, que assume que o meio poroso consiste em dois meios contínuos, um associado à rede de fraturas e outro com um sistema de poros menos permeáveis de bloco matricial. A terceira é a abordagem da rede de fratura discreta (*discrete fracture networks* - DFN), que pressupõe que as fraturas formam caminhos para o fluxo de fluidos e que a matriz é permeável. A abordagem contínua é boa tanto para fluxos saturados quanto não saturados, a menos que os meios porosos sejam muito heterogêneos. As heterogeneidades dos meios porosos dão origem a campos de fluxo não uniformes com distribuições de velocidade muito diferentes. Tais fenômenos são frequentemente referidos como fluxo preferencial ou de desvio (BEVEN e GERMANN, 1981). Para meios porosos com forte heterogeneidade devido a fraturas, a abordagem contínua não pode fornecer previsões

realistas para o fluxo. Ao invés disso, o modelo 2phi2k ou o modelo DFN devem ser usados para a consideração de tais fluxos preferenciais. Os objetivos dos dois modelos são os mesmos, entretanto, cada modelo envolve parâmetros diferentes (LEE *et al.*, 1999) como já foi apresentado ao longo do texto.

Na Figura 13 é apresentada uma célula tridimensional com um poço horizontal no meio, este poço tem uma pressão inicial de 10 MPa e o resto do domínio 55 Mpa, inicia-se a produção de fluido do reservatório pela seção do poço e procede-se a despressurização até se atingir o estado pseudo-estacionário.

Figura 13 - Exemplo do poço definido na célula por onde procede-se a depleção do reservatório.



Fonte: Autor (2023).

Nas Figuras 14, 15 e 16 é apresentada a produção acumulada versus o tempo de produção, em escala logarítmica para ressaltar a diferença entre os resultados dependendo da intensidade de fraturas em cada uma das células.

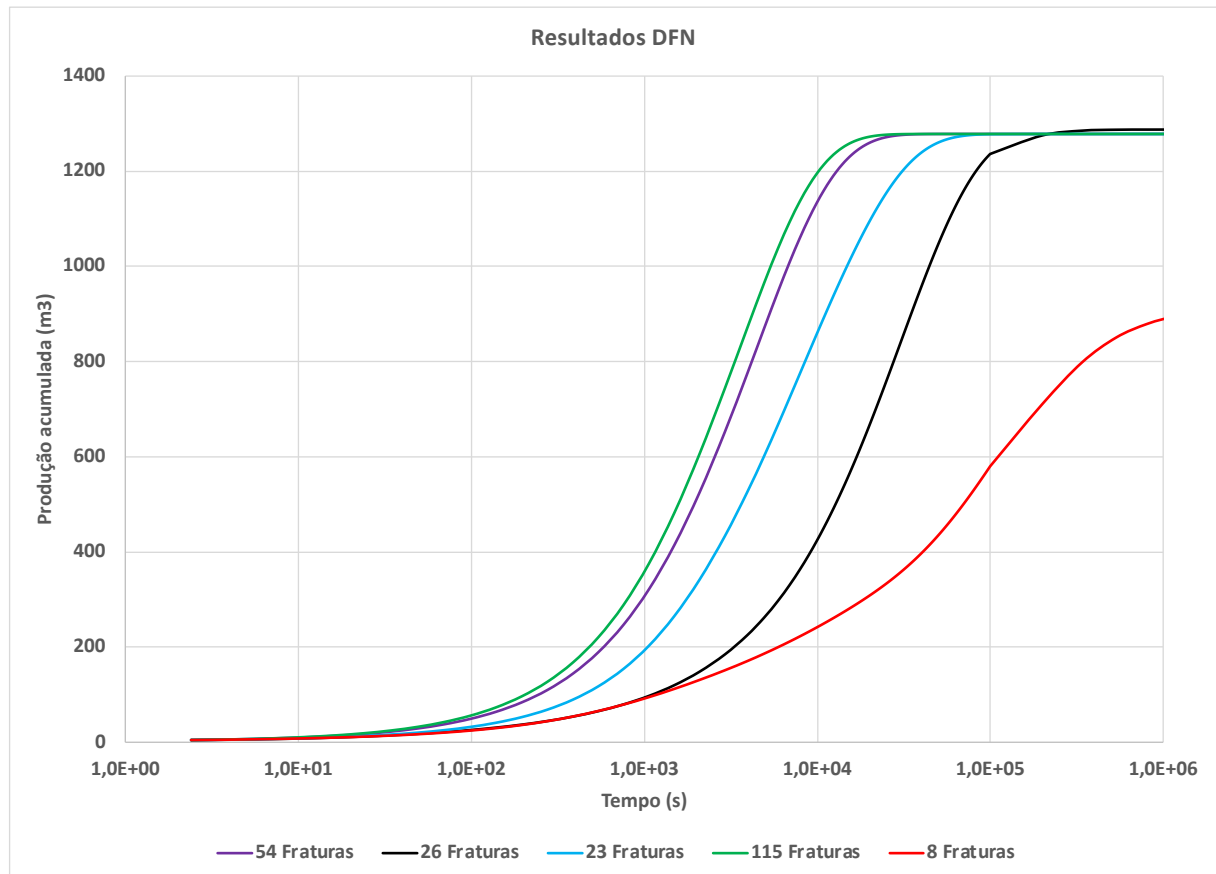
Ao usar o modelo de fraturas embebidas numa malha de elementos finitos, obtemos os resultados do modelo de fraturas discretas. Na Figura 14 é notória a diferença da produção acumulada com o tempo dependendo da intensidade de fraturas em cada uma das células analisadas. No caso da célula com 8 fraturas (11_8_61) o sistema não consegue chegar no estado estacionário uma vez que há poucas fraturas contribuindo para o fluxo.

Para o caso das células 8_14_30 (23 Fraturas), 8_7_36 (26 fraturas) e 54 fraturas se observa uma proximidade no comportamento da produção acumulada, mesmo assim o resultado da célula 26 fraturas se afasta ao comportamento da 23 fraturas, dando como conclusão que todas as fraturas presentes nesta primeira célula não cortam completamente a direção z,

deixando só competitivas para o fluxo nesta direção 17 fraturas, o que leva a uma lenta transferência de fluido entre a rocha e a fratura, conforme resultado observado na Figura 14.

Finalmente para o caso da célula 3_3_16 (115 fraturas), o fluxo acontece rápido devido ao sistema ser altamente fraturado, chegando assim num estado pseudo-estacionário com maior facilidade que as outras células.

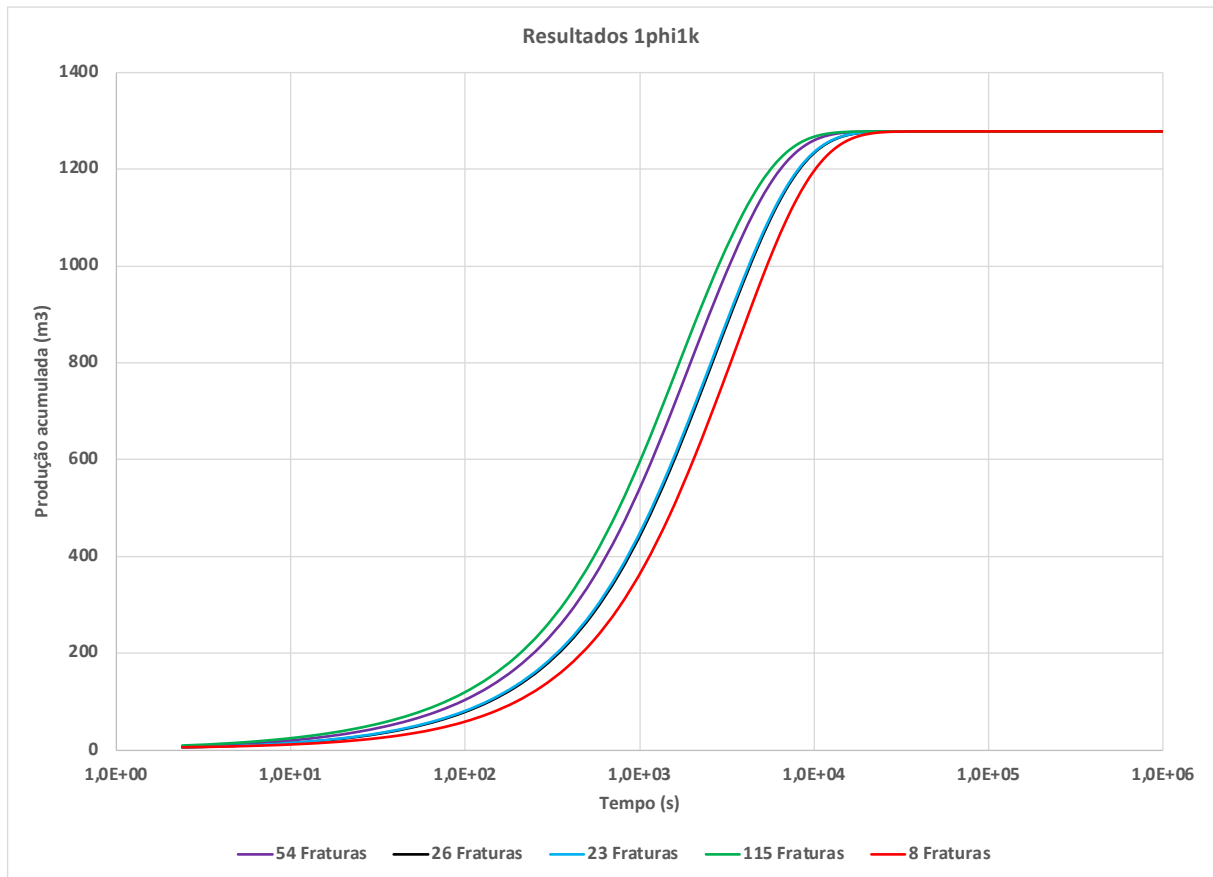
Figura 14 - Resultados para simulação DFN usando o método de descontinuidades embebidas.



Fonte: Autor (2023).

Na Figura 15 são apresentados os resultados para as simulações realizadas com o modelo *lphi1k*. Neste caso, são usadas as tabelas de pseudoacoplamento apresentadas na Figura 10. Como o sistema considera as fraturas e rocha, pode-se observar um comportamento suave das curvas de produção acumulada com o tempo. A velocidade de produção do fluido em cada uma das células é equivalente ao número de fraturas naturais presente no sistema, similar ao que foi discutido nos resultados anteriores (DFN).

Figura 15 - Resultados para simulação 1phi1k.



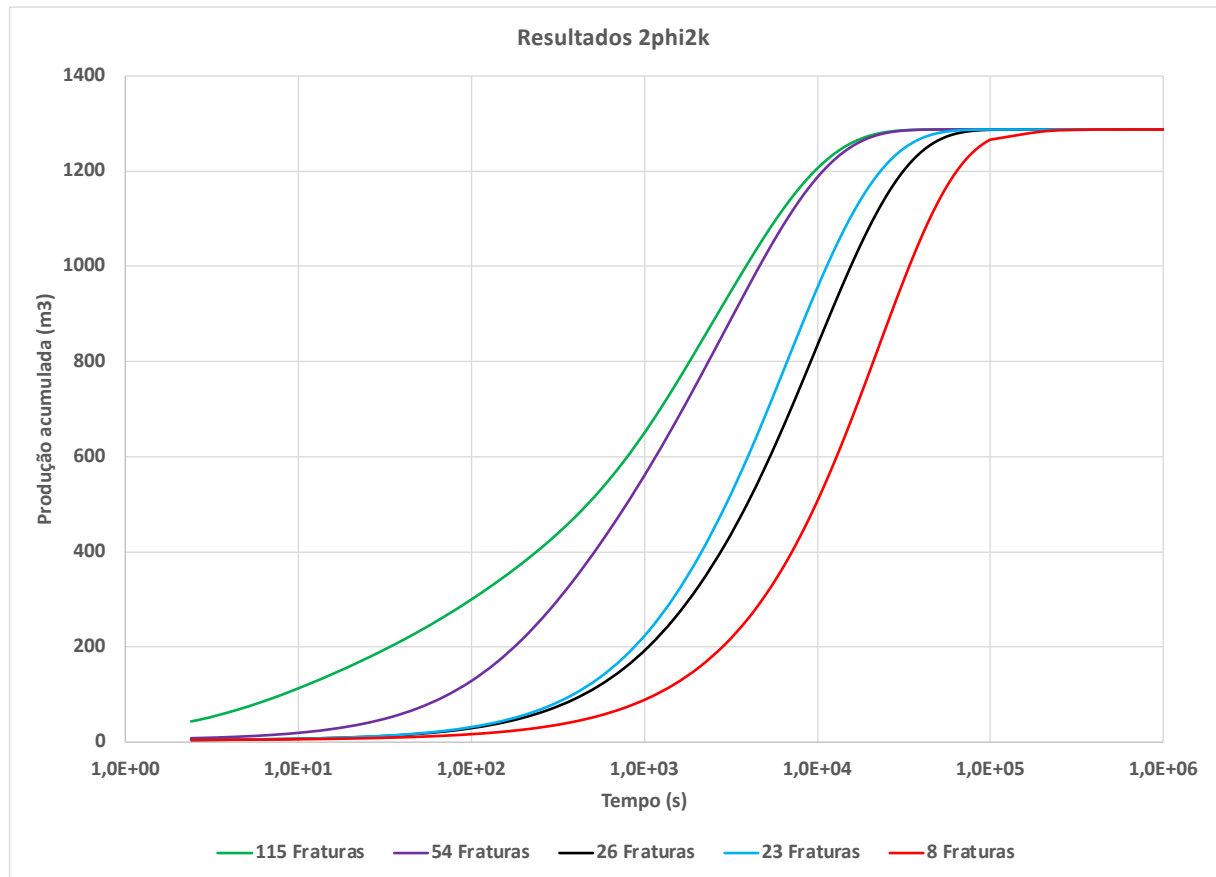
Fonte: Autor (2023).

Finalmente, na Figura 16, são apresentados os resultados para as simulações realizadas com o modelo 2phi2k. Neste caso, é usada uma tabela de pseudoacoplamento para o sistema das fraturas (Figura 11) e outra para o sistema da rocha.

É possível observar uma diferença entre o tempo que se alcança o estado pseudo-estacionário em cada uma das células, relacionado a densidade de fraturas em cada célula.

O modelo 2phi2k permite representar uma aproximação ao comportamento real do reservatório, levando em consideração o comportamento do fechamento das fraturas naturais, usando neste caso as tabelas de pseudoacoplamento obtidas através do experimento apresentado na Figura 9.

Figura 16 - Resultados para simulação 2phi2k.

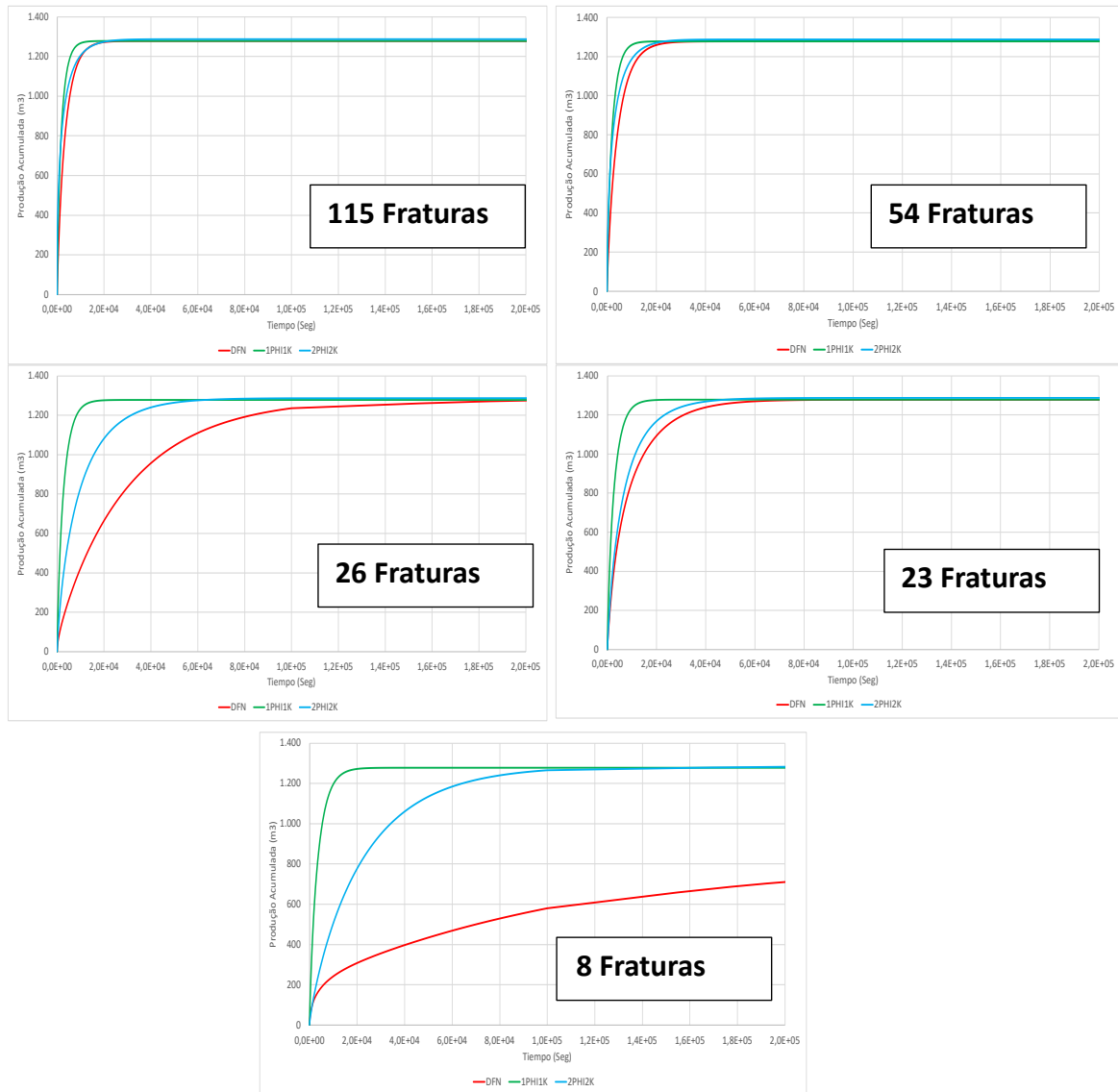


Fonte: Autor (2023).

A seguir, serão apresentadas as curvas comparando cada uma das metodologias usadas (DFN, 1phi1k e 2phi2k) para cada uma das células. Esta análise permitirá identificar que método se aproxima melhor da realidade do comportamento do sistema naturalmente fraturado durante um processo de despressurização. O objetivo é identificar se o modelo 1phi1k ou 2phi2k permite um resultado aproximado ao DFN, que como já foi dito anteriormente, apresenta um custo computacional maior devido à definição exata da rede de fraturas numa malha de elementos finitos.

Uma conclusão geral ao observar os gráficos é que a metodologia 2phi2k é a mais próxima da DFN, capturando melhor o fluxo através de cada meio e, também, a diminuição de permeabilidade pelo fechamento da fratura. Se observa que o modelo DFN e 2phi2k sempre se afastam do 1phi1k. Este comportamento se deve ao fato de algumas fraturas fecham durante a análise, reduzindo a permeabilidade do sistema. Por este motivo, a dissipação da pressão dos poros é descontínua e menor quando comparada com o modelo de porosidade única (MEJIA *et al.*, 2021).

Figura 17 - Comparação entre modelos para cada uma das células.



Fonte: Autor (2023).

O modelo 2phi2k representa melhor o modelo DFN principalmente nas células com maior densidade de fraturas (3_3_16) 115 fraturas e a de 54 fraturas. Ao observar células com densidade de fraturas baixa (11_8_61, com 8 fraturas) o modelo 2phi2k é pouco efetivo, chegando-se à conclusão que para sistemas com baixa densidade de fraturas, ou que tenham pouca conectividade entre elas, o modelo 1phi1k consegue representar melhor o fluxo no meio fraturado. Mesmo que a técnica 2phi2k tenha servido ao propósito prático de simular reservatórios reais, reconhece-se que tem limitações quanto a sua precisão (KIM e DEO, 1999).

Por tanto, é observado nas células analisadas uma separação das curvas de produção acumulada com o tempo para as abordagens 1phi1k e 2phi2k.

4 PERMEABILIDADE EQUIVALENTE USANDO PADRÕES TOPOLÓGICOS

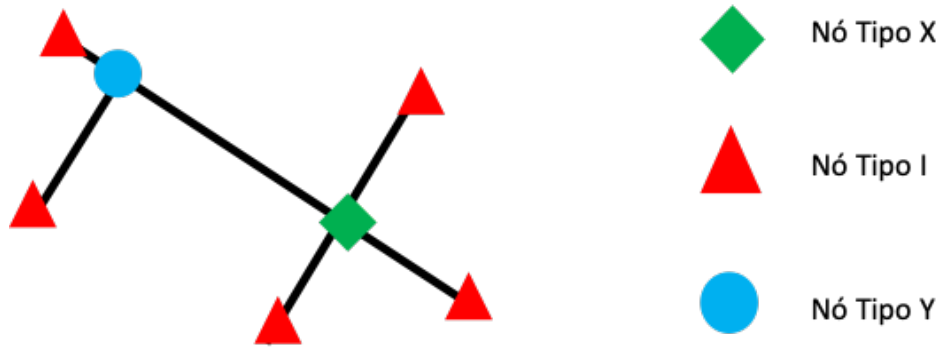
Este capítulo apresenta um estudo publicado na revista *Energies* (ALVAREZ et al., 2021), que compila a obtenção de permeabilidades equivalentes usando a técnica de elementos finitos com fraturas incorporadas e o fator de forma.

O objetivo é que, através das características geométricas das fraturas utilizar o modelo proposto por Sævik e Nixon em seu estudo para identificar o impacto da topologia da fratura no fator de forma e a permeabilidade equivalente do sistema. Um resumo do modelo proposto por Sævik e Nixon e o modelo ODA é apresentado abaixo para validar e comparar os resultados.

4.1 CARACTERIZAÇÃO TOPOLÓGICA DA REDE DE FRATURAS

Um reservatório naturalmente fraturado pode envolver vários conjuntos de fraturas, que podem ou não se interceptar. Cada fratura pode ser descrita por uma variedade de atributos geométricos (BERKOWITZ, 2002). Assim, é tanto a geometria das fraturas quanto as relações entre fraturas individuais ou conjuntos de fraturas que controlam as propriedades de fluxo (SÆVIK e NIXON, 2017). A conexão entre os planos de fratura é importante, e o termo topologia é usado para descrever as relações espaciais entre os planos de fratura. A análise da topologia do plano de fratura pode melhorar a estimativa analítica da permeabilidade efetiva em redes de fraturas (SÆVIK e NIXON, 2017). A topologia define basicamente as conexões entre fraturas em um modelo de rede de fratura discretizada como contagem de nós e análise de ramos. As proporções de nós Y-, X-, e I-nós isolados proporcionam o suporte para a classificação topológica e contagem do tipo de nó (Figura 18). A análise topológica pode determinar a intensidade sem dimensão, frequência, orientação e comprimento das fraturas. As proporções de amostragem de vários tipos de nós fornecem uma classificação topológica que pode estimar o efeito da condutividade da rede (SANDERSON e NIXON, 2015b) (Figura 18).

Figura 18 - Classificação dos tipos de nós. Tipo X - as fraturas são cruzadas, tipo I - início e fim da fratura, tipo Y - pilar de fratura com outra fratura.



Fonte: Adaptado de Sanderson e Nixon (2015b).

Sævik e Nixon (2017) apresentaram um método analítico inovador para a estimativa da permeabilidade efetiva usando parâmetros topológicos. Eles se concentraram no *upscaling* analítico para criar uma relação funcional entre a permeabilidade efetiva e os parâmetros de fratura.

A conectividade hidráulica f é a relação entre a permeabilidade efetiva real da rede (*upscaling*) e o limite superior teórico, conforme definido por (ODA e SAITOO, 1989). Nesta estrutura a conectividade f toma o valor 1 ($f=1$) em um caso idealizado de fraturas definidas por dois planos paralelos, que é uma representação clássica de fraturas de rocha em modelos numéricos (THOMAS *et al.*, 1983). Para outros tipos de geometrias idealizadas de fraturas, f é uma função da intensidade da fratura, que é definida como o comprimento total do traço por área de amostragem (SÆVIK AND NIXON, 2017).

O valor da conectividade hidráulica f é calculado pela realização de uma simulação numérica da injeção de fluido através da malha. A permeabilidade equivalente obtida pela simulação numérica também foi processada através do método analítico de Oda para definir f . Os parâmetros de conectividade topológica foram calculados e traçados com o parâmetro f . Assumimos que a conectividade hidráulica f é zero abaixo do limiar de percolação.

Usando o operador máximo, a equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$f = \max\left(0, \frac{2.94 \cdot (4n_x + 2n_y)}{4n_x + 2n_y + n_i} - 2.13\right) \quad (4. 1)$$

Onde n_x e o número de nós X, n_y e o número de nós Y e n_i e o número de nós tipo I.

4.2 ABORDAGEM TENSOR ODA PARA ESTIMATIVA DE PERMEABILIDADE EQUIVALENTE

Oda e Saitoo (1989) propuseram um método analítico para calcular a permeabilidade à fratura equivalente. Este método é amplamente utilizado na ampliação do DFN devido a sua eficiência (COTTEREAU *et al.*, 2010; LEI *et al.*, 2017). Para uma célula da malha com áreas de fratura conhecidas, A_k , e transmissibilidades, T_k , obtida do modelo DFN, um tensor empírico que considera apenas a geometria da fratura pode ser calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N f_k A_k T_k \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (4. 2)$$

Onde $\mathbf{F}$ é o tensor de fratura, V é o volume da célula de grade, N é o número total de fraturas em uma célula de grade, f_k é a conectividade hidráulica para a fratura k (geralmente assumida como igual a 1), A_k é a área de fratura k , T_k é a transmissividade da fratura k , e $\mathbf{n}$ é os componentes de uma normal unitária para a fratura.

O tensor de permeabilidade de Oda é derivado de $\mathbf{F}$ assumindo que $\mathbf{F}$ expressa o fluxo da fratura como um vetor ao longo da unidade da fratura normal. Assumindo que as fraturas são impermeáveis em uma direção paralela à sua unidade normal, $\mathbf{F}$ deve ser girado em planos de permeabilidade (DERSHOWITZ *et al.*, 2004).

$$\mathbf{k} = \frac{1}{12} (\text{tr } \mathbf{F} \mathbf{I} - \mathbf{F}) \quad (4. 3)$$

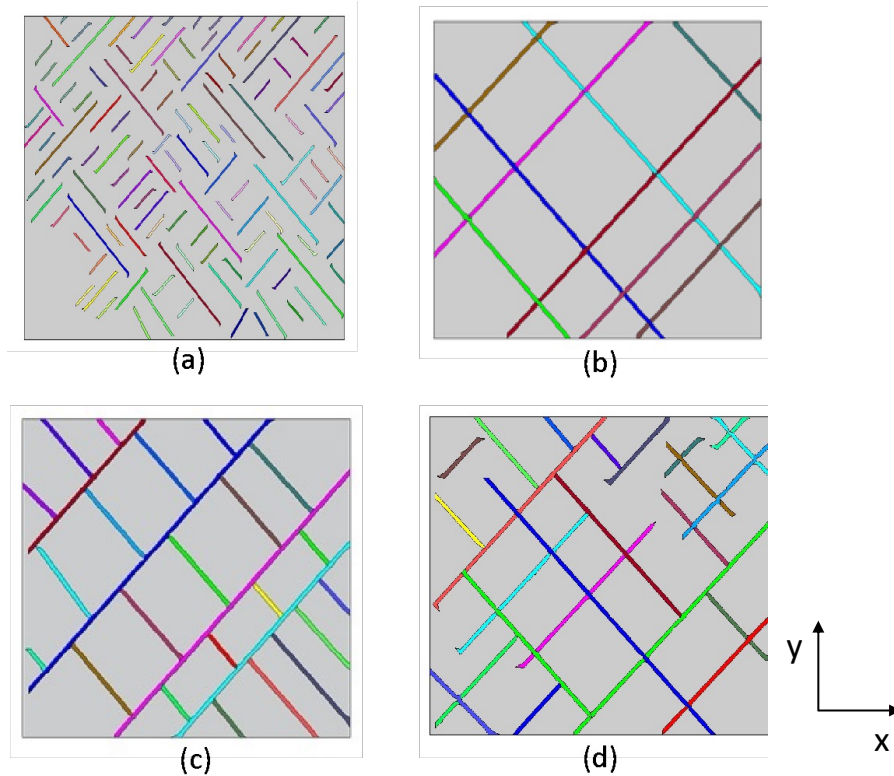
Onde $\mathbf{k}$ é o tensor de permeabilidade, $\mathbf{F}$ é o tensor de fratura, $\mathbf{I}$ é a matriz de identidade, e $\text{tr } \mathbf{F}$ é a soma da diagonal principal do tensor de fratura. De acordo com (ELFEEL, 2014), uma limitação à aplicação da Equação anterior é que fraturas de qualquer comprimento contribuirão para o valor de permeabilidade mesmo que as fraturas não percolem em uma célula.

4.3 RESULTADOS ANÁLISE TOPOLOGICA

Para conhecer o impacto da topologia nas determinações da permeabilidade equivalente de uma amostra de reservatório, foram construídas quatro imagens de fraturas naturais

artificialmente seguindo o trabalho apresentado por (Silva et al. 2021). Foram aqui criados modelos sintéticos de meios naturalmente fraturados sendo um cenário com padrão topológico predominante do tipo X (Figura 19 (b)), outro predominante Y (Figura 19 (c)), e um terceiro com padrão predominante I (Figura 19 (c)). Um quarto e último cenário contempla a combinação dos três padrões XYI (Figura 19 (a)).

Figura 19 - Imagens de fraturas naturais construídas artificialmente.



Fonte: Autor (2023).

Para cada cenário é feita a quantificação dos nós (X, Y, I) de cada padrão topológico. Com esses valores é possível calcular a conectividade hidráulica (f) e a permeabilidade equivalente por meio da metodologia apresentada por Oda.

Para todos os casos, a medida de intensidade de fratura foi calculada a partir da metodologia desenvolvida por (DERSHOWITZ e EINSTEIN, 1988) a qual define uma série de medidas de densidade de fraturas por P_{xy} , onde x denota a dimensão da região de amostragem e y a dimensão de o sistema que está sendo medido (SANDERSON e NIXON, 2015A)

As malhas de elementos finitos foram construídas com um script em MATLAB que carrega as coordenadas de fratura (terminações) e aberturas, que são usadas para obter a permeabilidade de fratura. A matriz rochosa foi considerada isotrópica e de baixa permeabilidade.

O problema hidráulico analisado consistiu na injeção de fluido (água) no lado esquerdo e produção no lado direito do domínio, com uma pressão de injeção de 55 Mpa e uma pressão de produção de 54,9 Mpa, criando assim um gradiente de pressão de 0,1 Mpa. A simulação também foi realizada para todos os padrões considerando o fluxo verticalmente, utilizando os mesmos valores de pressão de injeção.

Após a obtenção do valor de permeabilidade equivalente a partir da simulação numérica, é possível comparar com os resultados obtidos pelo método Oda (Equação 5. 3), considerando a conectividade hidráulica como única (valor padrão) ou aquela obtida pela análise topológica (Equação 5. 1).

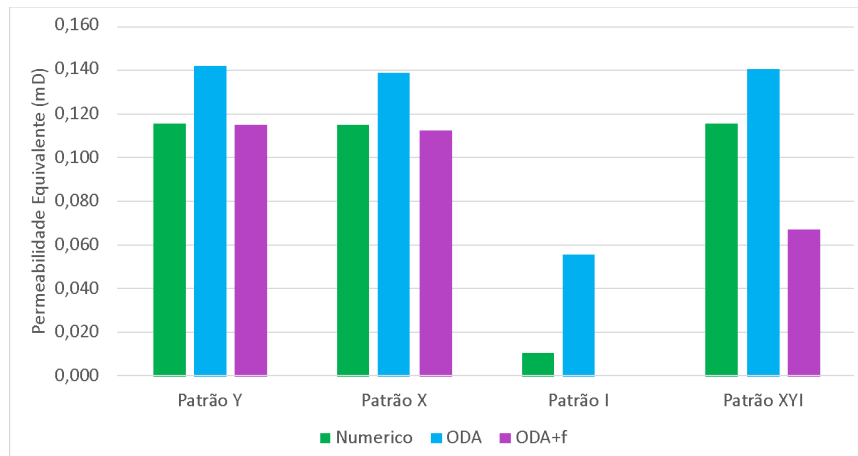
Nas Figuras 20 e 21 é apresentado um gráfico comparativo entre a permeabilidade equivalente obtida na simulação numérica, a obtida pelo método Oda e a obtida com a correção feita no método Oda utilizando o valor da conectividade hidráulica obtido com os padrões topológicos.

Na Figura 20 são apresentados os resultados assumindo o fluxo horizontal ou direção x. É possível observar que o método Oda, superestima os valores de permeabilidade equivalente assumindo que todas as fraturas analisadas cruzam toda a amostra, criando assim um caminho de fluxo maior que o real. Quando o modelo Oda está corrigido usando a conectividade hidráulica obtida, um bom ajuste é identificado entre os valores numéricos para as seções com padrão topológico Y e X.

Quando o caso com padrão topológico I é analisado, verifica-se que a equação 5.1 é nula, pois os valores de n_x e n_y são zero. Com isso é possível concluir que para uma rocha com presença de fraturas, mas sem interconexão, não é possível obter um valor realmente representativo de permeabilidade equivalente pelo método Oda, pois sempre haverá uma estimativa acima do real.

Para o caso em que existe uma combinação dos padrões topológicos X, Y e I, resultados muito interessantes são obtidos. Como mostrado anteriormente, o modelo de Oda por si só apresenta resultado superior ao valor obtido por simulação numérica. Porém, no caso de padrão topológico I, quando se usa a equação 5.1 para fazer o ajuste, o valor de conectividade hidráulica é divergente do obtido na simulação. É possível concluir que este resultado está relacionado à presença de fraturas não interconectadas. Neste caso particular as fraturas do tipo I não permitem interligação no sistema, dificultando o escoamento de fluidos no mesmo.

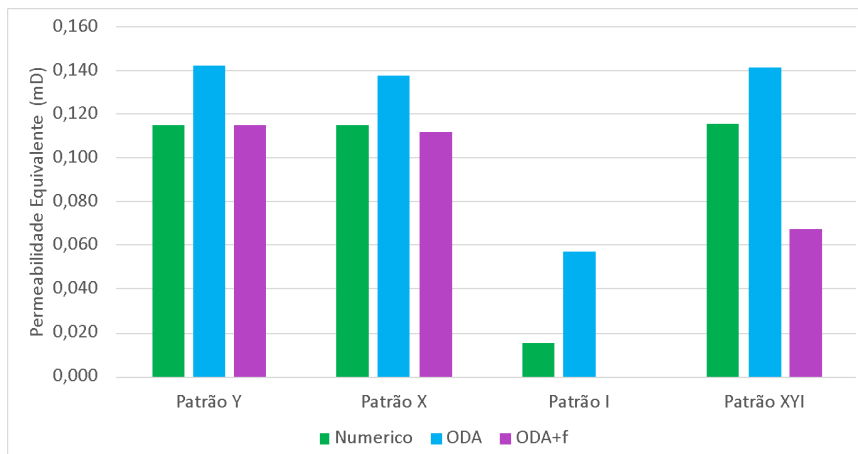
Figura 20 - Comparação de permeabilidade equivalente entre casos com diferentes padrões de topologia considerando fluxo horizontal.



Fonte: Autor (2023).

Os valores de permeabilidade equivalentes, considerando o fluxo vertical ou direção y, são muito próximos aos mostrados para o fluxo horizontal. Isso está relacionado à configuração das imagens sintéticas criadas por (SILVA, 2018), onde as fraturas têm uma disposição que não afeta a direção do fluxo. Como pode ser visto na Figura 21.

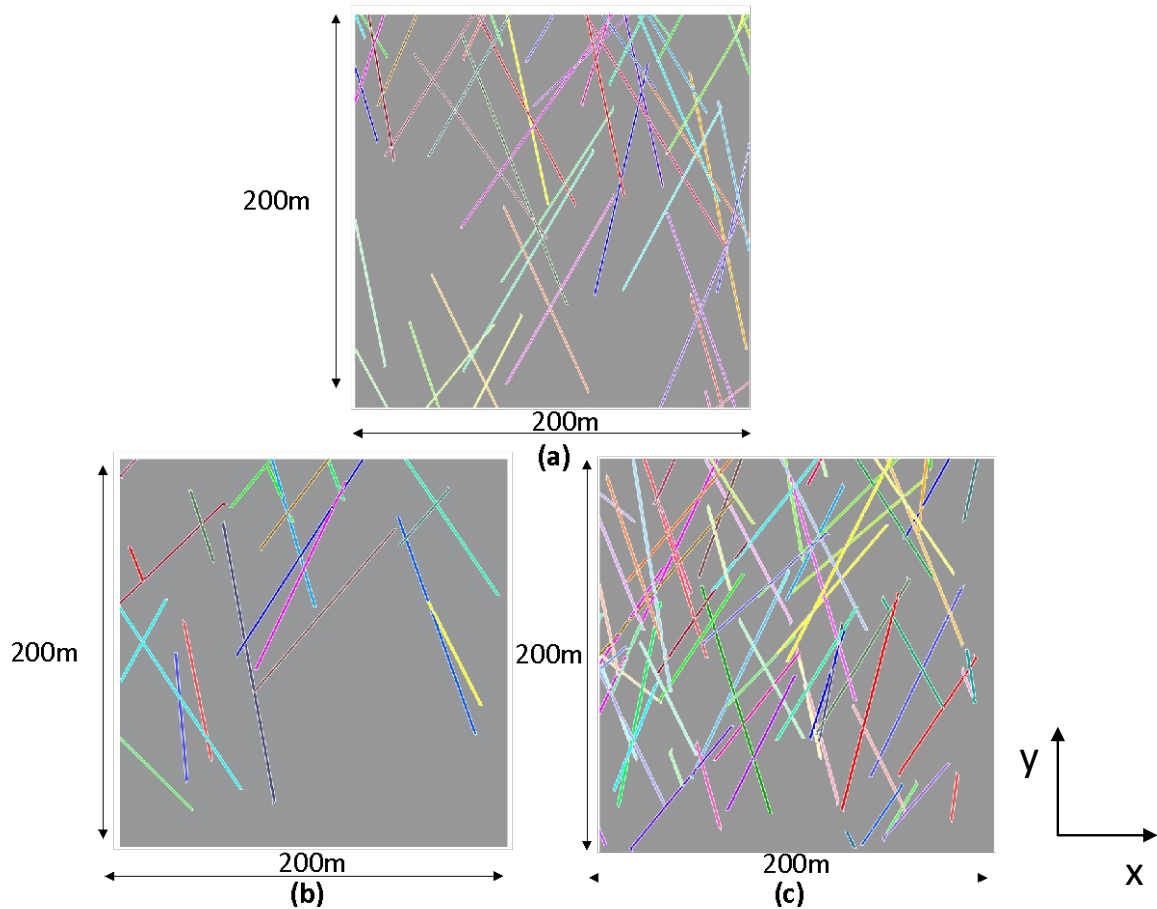
Figura 21 - Comparação de permeabilidade equivalente entre casos com diferentes padrões de topologia considerando fluxo vertical.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 22 mostra os três cenários bidimensionais reais analisados, seções horizontais (fatias), extraídas da célula tridimensional do modelo de reservatório do Pré-sal. Cada seção 2D (200 x 200 m) apresenta uma estrutura diferente de intensidade de fratura e disposição espacial. O primeiro modelo 2D, seção 1, possui 54 planos de fratura, o segundo, seção 2, possui 22 fraturas, e o terceiro caso, seção 3, possui 75 fraturas (Figura 22).

Figura 22 - Fraturas naturais construídas usando celular tridimensional do pré-sal brasileiro.

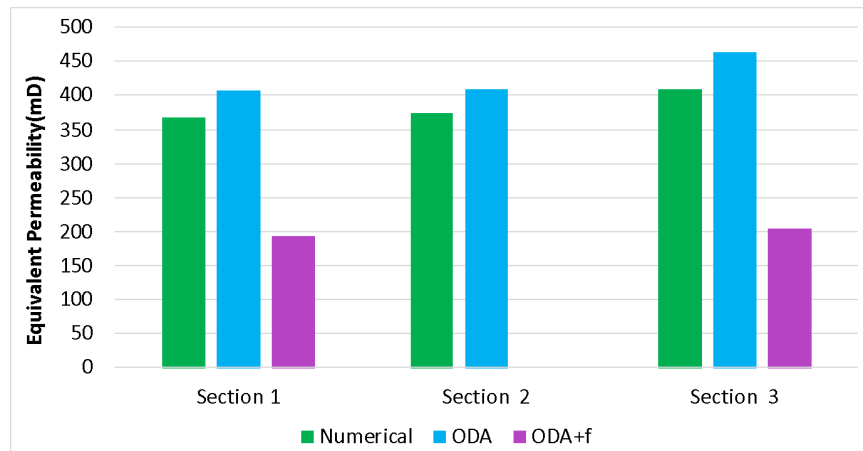


Fonte: Autor (2023).

As Figuras 23 e 24 apresentam os resultados comparativos da permeabilidade equivalente obtida a partir da simulação numérica, pelo método Oda e a correção do método Oda utilizando os nós topológicos para cada seção. Na Figura 23 os resultados são obtidos considerando o fluxo horizontal, onde é possível observar o ajuste representativo obtido com o método Oda quando comparado com a simulação numérica, embora o modelo de Oda sobreestime ligeiramente a permeabilidade equivalente.

É importante notar que embora a orientação da fratura esteja na direção oposta ao fluxo aplicado neste caso, existe uma rede interligada que permite obter uma capacidade de fluxo representativa. Para a seção 2 (Figura 22 (b)), o valor do parâmetro de conectividade hidráulica f foi 0, devido ao alto número de nós tipo I em relação aos nós X e Y. Quando isto acontece a equação proposta por (SÆVIK e NIXON, 2017) é negativa, o que não é coerente, e então o valor de f é nulo conforme considerado e discutido por (SANDERSON e NIXON, 2015B)

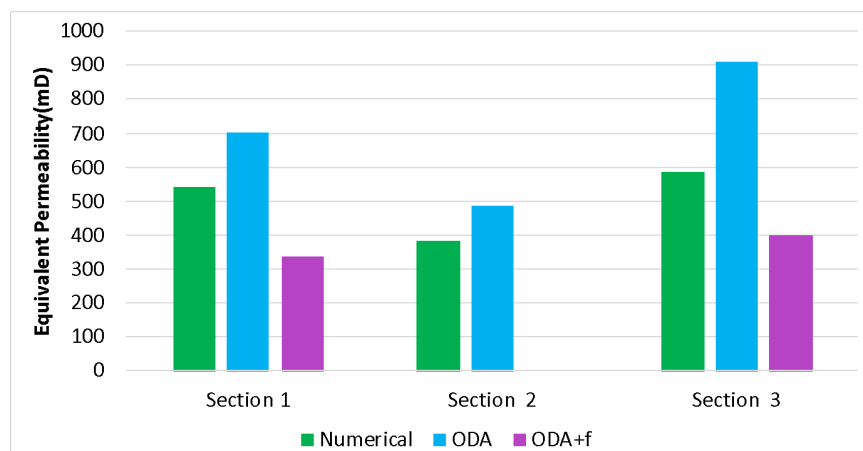
Figura 23 - Comparação de permeabilidade equivalente entre seções do Pré-sal considerando fluxo horizontal.



Fonte: Autor (2023).

Os resultados considerando o fluxo vertical são apresentados na figura 24, onde o valor de permeabilidade equivalente mais alto é evidente em comparação com os apresentados no caso do fluxo horizontal, dado que a direção da fratura coincide com a direção do fluxo aplicado. Para as seções 1 e 3 há uma diferença significativa entre os resultados numéricos e analíticos obtidos pelo modelo da Oda. Isto está relacionado com a superestimação feita por este último que supõe que as fraturas atravessam toda a superfície analisada. Quando a correção é feita considerando os nós topológicos, um resultado próximo ao numérico não é obtido, novamente evidenciando a limitação criada no modelo pela presença do nó topológico I.

Figura 24 - Comparação de permeabilidade equivalente entre seções do Pré-sal considerando fluxo vertical.

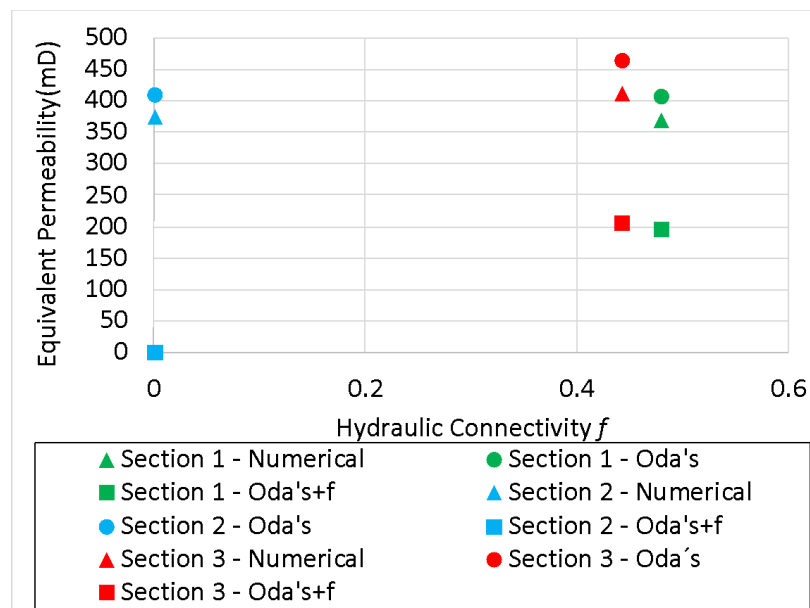


Fonte: Autor (2023).

Tendo os resultados comparativos da permeabilidade equivalente obtida por diferentes métodos, as Figuras 25 e 26 apresentam uma relação desses valores de permeabilidade relacionados com a conectividade hidráulica f obtida por análise topológica.

Considerando o fluxo horizontal nas 3 seções analisadas, de acordo com a Figura 25, o resultado mais próximo ao numérico é o obtido pelo método de Oda, invalidando assim a correção feita usando a teoria de Sanderson & Nixon. Entretanto, o valor da conectividade hidráulica f permite evidenciar o impacto dos nós topológicos I em cada uma das seções analisadas.

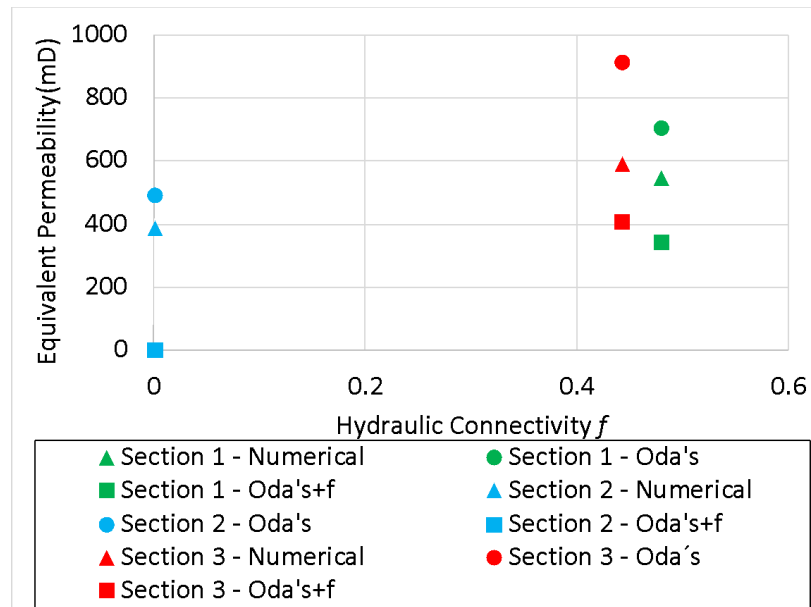
Figura 25 - Permeabilidade equivalente considerando fluxo horizontal versus conectividade hidráulica.



Fonte: Autor (2023).

Quando a permeabilidade equivalente é obtida considerando o fluxo vertical (Figura 26), não se pode concluir qual método analítico (Oda ou Oda com correção topológica) está mais próximo da simulação numérica, considerando apenas as seções 1 e 3. Com relação à conectividade hidráulica f , o mesmo comportamento padrão apresentado no caso do fluxo horizontal é seguido, já que esta variável não depende da direção na qual o fluxo está sendo aplicado no meio fraturado.

Figura 26 - Permeabilidade equivalente considerando fluxo vertical versus conectividade hidráulica.

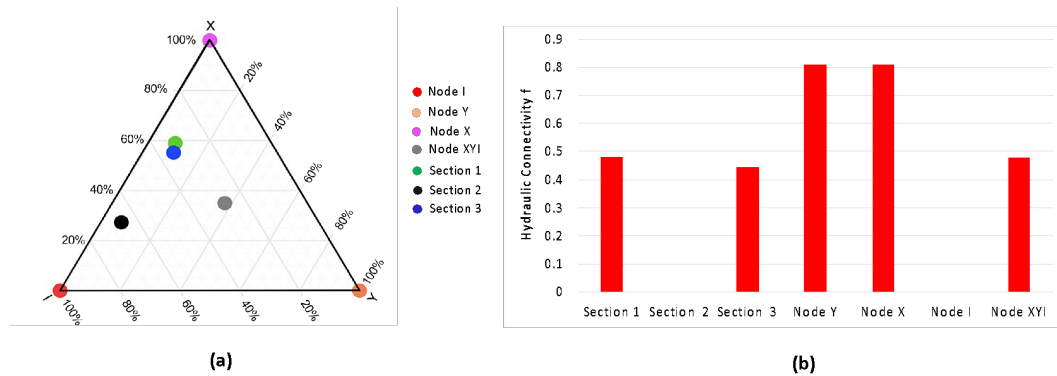


Fonte: Autor (2023).

Um diagrama ternário é apresentado na Figura 27 que permite mostrar a porcentagem de cada uma das topologias presentes em cada seção estudada. Este diagrama baricêntrico é utilizado para representar três variáveis que se somam a um determinado valor constante. A representação dos valores para as três variáveis é mostrada como as posições dentro de um triângulo equilátero, e os três lados representam a métrica de seu valor. Para as seções obtidas de uma célula tridimensional do pré-sal brasileiro, observa-se um comportamento próximo da topologia I e das fraturas do nó X, relacionado à maior presença destas em cada seção analisada.

A Figura 27 mostra um gráfico de barras com a conectividade hidráulica f calculada com nós topológicos para cada um dos casos trabalhados. É possível observar, comparando com o diagrama ternário, que para as seções com maior porcentagem de nós X e Y, a conectividade hidráulica f é maior, portanto, há uma facilidade no fluxo entre as fraturas e a matriz.

Figura 27 - Diagrama ternário topológico. O ponto do Nó I, Y, X e XYI está relacionado com os casos sintéticos e as seções 1, 2 e 3 estão relacionadas com os cenários do pré-sal.



Fonte: Autor (2023).

Muitos avanços foram feitos desde os primeiros trabalhos sobre a modelagem numérica de cenários geológicos. (JING e STEPHANSSON, 1997) apontaram que aplicar uma formulação matemática para representar rochas fraturadas não pode ser arbitrária, e deve estar relacionada com as propriedades topológicas da rede de fraturas. (HADDAD et al., 2012) mostraram que a heterogeneidade dos reservatórios fraturados afeta profundamente a taxa de transferência de massa entre o sistema de fratura e os blocos matriciais. Uma das fontes de heterogeneidade está relacionada com a intensidade variável da fratura.

Neste estudo, utilizamos com sucesso descontinuidades embebidas em modelos baseados em FEM, em relação a cenários reais e artificiais, de meios porosos fraturados para executar simulações de fluxo. Uma abordagem semelhante também foi utilizada com sucesso para casos reais em reservatórios do pré-sal brasileiro por (FALCÃO *et al.*, 2018).

A realização de simulação numérica com as descontinuidades incorporadas demonstrou confiabilidade para simulação de fluxo de fluido em meios fraturados, incluindo simulações acopladas (FUMAGALLI *et al.*, 2019; MANZOLI e SHING, 2006; MEJIA *et al.*, 2021; OLIVER 1996; OLIVER *et al.*, 2006; SPENCER, 2002). Este método apresenta uma alternativa às técnicas clássicas baseadas no uso de elementos de interface. Também representa uma alternativa de análise que requer a repetição da ligação da geometria, como observado nos métodos de fratura discreta, nos quais as fraturas são representadas explicitamente no modelo (FLEMISCH *et al.*, 2018; FUMAGALLI *et al.*, 2019). A abordagem permite que as fraturas sejam representadas por linhas e superfícies (ALGHALANDIS, 2017). Esta técnica também apresenta a vantagem de reduzir os custos computacionais e simplifica o processo de discretização dos meios fraturados (BESERRA *et al.*, 2018), e inclui diretamente a contribuição da fratura na matriz sem qualquer porcionamento espacial.

Os modelos de casos artificiais e reais foram construídos com o método FEM, e as simulações de fluxo realizadas permitem calcular a permeabilidade equivalente e o fator de forma para todos os cenários. Os cenários reais 2D foram construídos a partir de uma célula extraída de um modelo DFN maior de um reservatório do intervalo pré-sal brasileiro. (FALCÃO *et al.*, 2018). Três fatias horizontais foram adquiridas da célula escolhida que forneceu três seções bidimensionais com conjuntos de fraturas adequados. As simulações nos permitiram avaliar o impacto da topologia da fratura e destacar alguns aspectos importantes do cálculo da permeabilidade equivalente e do fator de forma no meio fraturado. A topologia da fratura trata da generalização das relações espaciais como a conectividade e a continuidade dos planos de fratura. Refere-se a propriedades que não se alteram pela contínua transformação do espaço no qual as fraturas estão inseridas, a deformação (deformação) das propriedades geométricas (comprimentos e ângulos); um conceito familiar em muitas áreas da geologia (SANDERSON e NIXON 2015B; SILVA *et al.*, 2021). A análise topológica dos NFRs é fundamental para prever a conectividade hidráulica f , que envolve a rede de fraturas e a matriz de rocha em problemas clássicos de dupla porosidade. Além da simulação numérica, usamos o método analítico de Oda e a correção aplicada a este método proposto por Sævik e Nixon. A correção considera a conectividade do sistema de fratura e as características de fratura utilizando a quantificação dos tipos de nós de fratura topológica. Embora estes autores não comparem os resultados com o método original de Oda, vários autores fizeram avanços no uso deste método analítico e demonstraram a necessidade de considerar outros parâmetros representativos para representar o tensor de permeabilidade dos meios fraturados de forma mais realista (FUMAGALLI *et al.*, 2019; GHAFAROKHI, 2017; HARIDY *et al.*, 2019). Fumagalli *et al.*, implementaram a técnica de fraturas discretas embutidas e compararam as simulações com o método de Oda usado em um simulador comercial. Seus resultados mostraram a precisão dos modelos de fraturas incrustadas em comparação com o método analítico.

Considerando a correção do método Oda fornecida pela análise topológica, a conectividade hidráulica f é usada para representar um novo parâmetro na equação geral do tensor de Oda. Os resultados obtidos através de simulação para os casos sintéticos com nós X e Y foram similares aos resultados obtidos com o método Oda corrigido. Esse resultado demonstra a importância de analisar a conectividade hidráulica f para a estimativa da permeabilidade equivalente (MANZOCCHI, 2002; SILVA *et al.*, 2021)

Silva *et al.*, apresentaram uma ferramenta numérica para modelagem de fraturas que testaram em modelos bidimensionais sintéticos de meios fraturados. Eles analisaram a

capacidade dos modelos FEM com descontinuidades embutidas para calcular a permeabilidade equivalente em escala aumentada e a influência dos padrões topológicos no fluxo. Estes autores analisaram a influência dos padrões topológicos na permeabilidade equivalente. Eles concluíram que a intensidade da fratura, a conectividade e o padrão topológico desempenham um papel importante na permeabilidade em escala elevada. Estes autores demonstraram a reduzida permeabilidade equivalente das redes de fraturas dominadas por nós I, devido à falta de conectividade, em comparação com as redes com padrões de nós X e Y, como também foi encontrado pelo presente estudo.

(LAHIRI, 2021) realizou o cálculo da permeabilidade efetiva de uma rede de fraturas e utilizou a conectividade topológica através de expressões analíticas considerando as distribuições fractal e multifatorial. O autor concluiu que a permeabilidade dos sistemas de fratura aumenta rapidamente com o crescimento em comprimento dos segmentos do ramo. Segmentos de ramos mais longos em redes de fraturas desempenham um papel crítico na determinação da permeabilidade do reservatório fraturado. Encontramos resultados similares no cálculo da permeabilidade equivalente através da análise topológica dos casos reais. Um segmento de ramo maior tende a ter mais conectividade com outros planos de fratura, mas as fraturas do nó I tendem a aparecer como planos curtos.

O fator de forma foi introduzido inicialmente por (BARENBLATT *et al.*, 1960). Nesta abordagem, a matriz e as fraturas são divididas em dois sistemas contínuos: As fraturas são consideradas as principais vias de fluxo global (as fraturas têm alta permeabilidade e baixa capacidade de armazenamento), enquanto a matriz de rocha é o principal reservatório de fluido (os blocos da matriz apresentam alto armazenamento e baixa permeabilidade). Os dois sistemas estão conectados e interagem direta ou indiretamente com as fraturas vizinhas da conexão global. O conceito de dupla porosidade foi estendido e aplicado à engenharia de reservatório por (WARREN e ROOT, 1963), principalmente para análise de teste de pressão. Eles desenvolveram um método baseado na premissa geral de que as fraturas são uniformemente espaçadas e permitem variações na largura da fratura para satisfazer condições reais de anisotropia em um reservatório naturalmente fraturado. O termo de transferência de matriz de fratura, governado pelo fator de forma, não pode ser representado por pseudo-estacionário estável. Ao contrário, ele envolve períodos transitórios de magnitude variável, dependendo do caso de fluxo considerado. Além disso, o fator de forma não é apenas um valor. O conceito deficiente da suposição de transferência de pseudo-estacionário explica por que uma certa controvérsia se desenvolveu em torno da definição do fator de forma (LEMONNIER e BOURBIAUX, 2010B). O problema da transferência de matriz de fratura envolve uma

convolução temporal entre as condições de fluxo de fratura. O fluxo real ocorre dentro do meio matricial.

Alguns trabalhos desenvolveram metodologias transientes para obter o fator de forma, em relação ao efeito do tempo, e uma representação real da interação matriz de fratura em relação aos processos de produção ou injeção no reservatório (KAZEMI, 1969; LANDEREAU *et al.*, 2001; LIM e AZIZ, 1995; QUINTARD e WHITAKER, 1996; THOMAS *et al.*, 1983). Rostami *et al.*, (2020) demonstraram que o fator de forma é uma função do tempo, e seu valor poderia ser diferente para formas regulares e irregulares.

A análise realizada neste estudo considerou uma nova abordagem para obter o fator de forma como uma função do tempo e comparou a permeabilidade equivalente computada através de simulação numérica com métodos analíticos corrigidos com análise topológica em cenários bidimensionais artificiais e reais. O resultado mais relevante demonstrou a influência da característica topológica do nó I sobre o fluxo em meios fraturados. As redes de fraturas dominadas pelos tipos de nós I impedem o efeito de transferência entre as fraturas e a matriz de rocha, e o impacto na permeabilidade equivalente pode ser relevante, apesar da densidade da fratura. Assim, a disposição das fraturas que influenciam os nós topológicos e a conectividade hidráulica pode proporcionar uma estimativa simplificada e rápida dos parâmetros de controle de fluido (permeabilidade e fator de forma) para simulações numéricas de reservatórios fraturados.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A simulação tridimensional é um recurso poderoso e possibilita uma melhor avaliação do problema de produção em reservatórios naturalmente fraturados, pois garante uma análise de todo o reservatório incorporando os fenômenos que ocorrem em toda a malha, ao contrário de simulações bidimensionais.

Na obtenção das permeabilidades equivalentes verificou-se que apesar da configuração das fraturas do reservatório e da diferença das características iniciais de cada uma, o comportamento da permeabilidade equivalente diante da depleção apresenta o mesmo comportamento, diminuição.

O pseudo acoplamento permite levar em conta os efeitos hidromecânicos nas simulações de fluxo e adotar o fator de forma transiente e as tabelas de pseudoacoplamento no modelo 2phi2k consiste em uma metodologia inovadora que permite simular de maneira mais acurada o comportamento de reservatórios naturalmente fraturados sem aumentar substancialmente os custos computacionais.

O fator de forma é um parâmetro essencial para capturar o comportamento de transferência de fluido entre a matriz e a fratura, portanto, neste trabalho, foi dada ênfase especial à obtenção desse parâmetro a partir de uma malha com fraturas discretas, e ele é aplicado em uma simulação de permeabilidade dupla com porosidade dupla, capturando todo o estado transiente até o estado pseudo-estacionário.

Simulações numéricas foram realizadas com sucesso para obter a permeabilidade efetiva em relação a casos artificiais e reais com dupla porosidade em meios fraturados construídos com modelos MEF. Os resultados foram comparados com os dados obtidos por meio de métodos analíticos, corrigidos com a análise topológica dos sistemas de fratura (nós I, nós Y e nós X).

Os resultados mostraram o impacto da conexão entre as fraturas e o comportamento das propriedades diretamente relacionadas ao fluxo, como a permeabilidade. A análise demonstrou a relação entre a topologia da fratura e o fator de forma. Os meios fraturados dominados por terminações de nós I resultam em fatores de forma menores do que os sistemas compostos por outros tipos de nós de fratura. Este efeito está diretamente relacionado à falta de conectividade.

As simulações realizadas nos cenários bidimensionais mostraram que, em sistemas fraturados com menos nós X e Y do que nós I, a equação usada para definir a conectividade hidráulica f dará um resultado negativo. Essa descoberta impediu a extração adicional de

propriedades como a permeabilidade equivalente ou o fator de forma com relação à condutividade hidráulica f do meio.

Os resultados apresentados demonstraram a relação direta do fator de forma com a geometria das fraturas e o aspecto da intensidade da fratura e evidenciaram o impacto dessas variáveis no fator de forma, no sentido que fraturas com melhor conectividade têm melhor transferência de fluidos entre a rocha e as fraturas.

A análise comparativa demonstrou que os métodos analíticos são satisfatórios para estimar a permeabilidade equivalente para sistemas fraturados idealizados, examinando casos sintéticos em termos de densidade de fraturas e fator de conectividade. No entanto, o teste com cenários reais, um DFN de um reservatório do pré-sal, demonstrou que os métodos analíticos não são eficientes para estimar a permeabilidade equivalente do meio fraturado, mesmo quando o método analítico foi corrigido pelo uso da análise topológica.

Também é importante destacar a contribuição da teoria da topologia da fratura na obtenção de parâmetros de entrada para modelos de dupla porosidade e dupla permeabilidade, como permeabilidade e fator de forma.

Sugere-se continuar a análise comparativa dos modelos $1\phi 1k$, $2\phi 2k$ e DFN usando a teoria de pseudoacoplamento para um modelo de reservatório completo. Também é importante que trabalhos futuros considerem o efeito geomecânico sobre o fator de forma.

REFERÊNCIAS

- ABBASI, M; MADANI, M; SHARIFI, M; KAZEMI, A. Fluid flow in fractured reservoirs: Exact analytical solution for transient dual porosity model with variable rock matrix block size. **Journal of Petroleum Science and Engineering**. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.01.010>
- ADACHI, J; SIEBRITS, E; PEIRCE, A; DESROCHES J. Computer simulation of hydraulic fractures. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2006.11.006>
- AIFANTIS, E. On Barenblatt's problem. **International Journal of Engineering Science**. 1980. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(80\)90033-6](https://doi.org/10.1016/0020-7225(80)90033-6)
- ALGHALANDIS, Younes. ADFNE: Open source software for discrete fracture network engineering, two and three dimensional applications. **Computers & Geosciences**. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.02.002>
- ALVAREZ, L; GUIMARÃES, L; GOMES, I; BESERRA, L; PEREIRA, L; MIRANDA, T; MACIEL, B; BARBOSA, J. Impact of fracture topology on the fluid flow behavior of naturally fractured reservoirs. **Energies**. 2021. <https://doi.org/10.3390/en14175488>
- BAGHERI, M; SETTARI, A. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. **SPE Reservoir evaluation & engineering**. 2008. <https://doi.org/10.2118/93083-PA>
- BARENBLATT, G; ZHELTOV, IU; KOCHINA, I. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**. 1960. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(60\)90107-6](https://doi.org/10.1016/0021-8928(60)90107-6)
- BARROSO, Josué dos Santos. **Novo Modelo Computacional de Acoplamento Hidromecânico Em Reservatórios Fraturados**. 2018. Tese de doutorado. Laboratório Nacional de Computação Científica. Petrópolis, Rio de Janeiro, 2018.
- BARTON, N; BANDIS, S; BAKHTAR, K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. 1985. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(85\)93227-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(85)93227-9)
- BERKOWITZ, Brian. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. **Advances in Water Resources**. 2002. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(02\)00042-8](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00042-8)
- BESERRA, L; GUIMARÃES, L; MANZOLI, O; BERRIO, L. Finite element with embedded discontinuities analysis of well production decline due to fracture closure in naturally fr. In: **16th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, ECMOR 2018**. 2018. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201802156>
- BESERRA, Leila Brunet de Sá. **Análise hidromecânica do fraturamento hidráulico via elementos finitos com descontinuidades fortes incorporadas**. 2015. Tese de doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, 2015.

- SEVEN, K; GERMANN, P. Water flow in soil macropores ii. A combined flow model. **European journal of Soil Science**. 1981. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2389.1981.tb01682.x>
- BIOT, M, A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. **Journal of Applied Physics**. 1955. <https://doi.org/10.1063/1.1721956>
- BIOT, M, A. General theory of three-dimensional consolidation. **Journal of Applied Physics**. 1941. <https://doi.org/10.1063/1.1712886>
- BOGDANOV, I; MOURZENKO, V; THOVERT, J; ADLER, P. Effective permeability of fractured porous media in steady state flow. **Water Resources Research**. 2003. <https://doi.org/10.1029/2001WR000756>
- BOURBIAUX, B; CACAS, M; SARDA, S; SABATHIER, J. A rapid and efficient methodology to convert fractured reservoir images into a dual-porosity model. **Oil & Gas Science and Technology**. 1998. <https://doi.org/10.2516/ogst:1998069>
- BOURBIAUX, B; BASQUET, R; CACAS, M; DANIEL, J; SARDA, S. **An integrated workflow to account for multi-scale fractures in reservoir simulation models: implementation and benefits**. In: **Society of Petroleum Engineers - Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference 2002, ADIPEC 2002**. 2002. <https://doi.org/10.2118/78489-MS>
- BRATTON, T; GILLESPIE, P; CANH, D; QUE, N. The Nature of Naturally Fractured Reservoirs. **Oilfield review**. 2006.
- BUITRAGO, S; GEDLER, G; RUIZ, J. Characterization of naturally fractured reservoirs. **SPE Reprint Series**. 2001.
- CACAS, M; LEDOUX, E; MARSILY, G; TILLIE, B; BARBREAU, A; DURAND, E; FEUGA, B; PEAUDECERF, P. Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: calibration and validation: 1. The flow model. **Water Resources Research**. 1990. <https://doi.org/10.1029/WR026i003p00479>
- CHANG, Ming-Ming. Derive the shape factor of a fractured rock matrix. **National Institute for Petroleum and Energy Research**. 1993. <https://doi.org/10.2172/10192737>
- CHEN, T; ZHANG, L; ZHANG, D. Simulation of hydraulic fracture in unsaturated soils with high degree of saturation. **Advances in Materials Science and Engineering**. 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/981056>
- CHEN, Z, X. Transient flow of slightly compressible fluids through double-porosity, double-permeability systems — A state-of-the-art review. **Transport in Porous Media**. 1989. <https://doi.org/10.1007/BF00134995>
- CHENG, Alexander. **Poroelasticity**. Springer Cham. 2016. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-25202-5>
- CMG. **CMG Licensing User Guide**. 2019.
- COATS, K. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs (SPE-18427). **SPE Journal**. 1989. <https://doi.org/10.2118/18427-MS>

COTTEREAU, N; GARCIA, M; GOSSELIN, O; VIGIER, L. **Effective Fracture Network Permeability: Comparative Study of Calculation Methods**. In: **SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition**. 2010. <https://doi.org/10.2118/131126-MS>

COUSSY, Oliver. **Poromechanics**. 2004.

DERSHOWITZ, B; LAPOINTE, P; EIBEN, T; WEI, L. Integration of discrete feature network methods with conventional simulator approaches. **SPE Res Eval & Eng** **3**. 2000. <https://doi.org/10.2118/62498-PA>

DERSHOWITZ, W; EINSTEIN, H. Characterizing Rock Joint Geometry with Joint System Models. **Rock Mechanics and Rock Engineering**. 1988. <https://doi.org/10.1007/BF01019674>

DERSHOWITZ, W; POINTE, P; DOE, T. **Advances in Discrete Fracture Network Modeling**. 2004.

DUGUID, J; LEE, P. Flow in Fractured Porous Media. **Water Resources Research**. 1977. <https://doi.org/10.1029/WR013i003p00558>

ELFEEL, Mohamed. **Improved upscaling and reservoir simulation of enhanced oil recovery process in naturally fractured reservoirs**. Tese de doutorado. Heriot-Watt University, Edinburgh, Scotland, UK. 2014. <http://hdl.handle.net/10399/2755>

ELSWORTH, D; BAI, M. Flow-deformation response of dual-porosity media. **Journal of Geotechnical Engineering**. 1992. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1992\)118:1\(107\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1992)118:1(107))

FALCÃO, F; BARROSO, J; MURAD, M; PAREIRA, P; VARGAS, E; JUVIANO, A; MULLER, A; ROEHL, D; QUEVEDO, R; MEJIA, C; GUIMARÃES, L; BESERRA, L; ALVAREZ, L; CLETO, P; MANZOLI, O. **Synthetic Benchmark for the Computation of Equivalent Properties in Coupled Flow and Geomechanics Conditions for a Fractured Carbonate Rock**. In: *2nd International Discrete Fracture Network Engineering Conference*. 2018.

FALCÃO, Flávia de Oliveira Lima. **Simulação hidromecânica de reservatório carbonático de petróleo através de pseudoacoplamento**. Tese de doutorado. PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil. 2013.

TORRES, F; XAVIER, M; AILIN, J; YU, W; YUNSHENG, W; JUNLEI, W; HONGBING, X; NING, L; MIAO, J. **Comparison of dual porosity dual permeability with embedded discrete fracture model for simulation fluid flow in naturally fractured reservoirs**. In: *54th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium Held in Golden, Colorado, USA*. 2020.

BERND, F; BERRE, I; BOON, W; FUMAGALLI, A; SCHWENCK, N; SCOTTI, A; STEFANSSON, I; TATOMIR, A. Benchmarks for Single-Phase Flow in Fractured Porous Media. **Advances in Water Resources**. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2017.10.036>

FRYKMAN, Peter. Estimation of Shape Factors in Fractured Reservoirs. **Geological Society**. 2005. <https://doi.org/10.1144/0060545>

- FUMAGALLI, A; KEILEGAVLEN, E; SCIALÒ, S. Conforming, non-conforming and non-matching discretization couplings in discrete fracture network simulations. **Journal of Computational Physics**. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.09.048>
- GHAFOURI, H; LEWIS, R. A Finite Element Double Porosity Model for Heterogeneous Deformable Porous Media. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 1996. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9853\(199611\)](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9853(199611)20:11<1096::AID-IJNAG1096>3.0.CO;2-1)
- GHAHFAROKHI, Payam. The structured gridding implications for upscaling model discrete fracture networks (DFN) using corrected Oda's method. **Journal of Petroleum Science and Engineering**. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.03.027>
- HADDAD, S; HASSANZADEH, H; ABEDI, J; CHEN, Z. **Effect of fracture intensity and longitudinal dispersivity on mass transfer in fractured reservoirs**. In: **Society of Petroleum Engineers - SPETT Energy Conference and Exhibition**. 2012. <https://doi.org/10.2118/157147-MS>
- HARIDY, G; SEDIGHI, F; GHAHRI, P; USSENOVA, K; ZHIYENKULOV, M. **Comprehensive study of the Oda corrected permeability upscaling method**. In: **Society of Petroleum Engineers - SPE/IATMI Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition 2019, APOG 2019**. 2019. <https://doi.org/10.2118/196399-MS>
- ITO, Yoshiaki. **The Introduction of the Microchanneling Phenomenon to Cyclic Steam Stimulation and Its Application to the Numerical Simulator (Sand Deformation Concept)**. 1984. <https://doi.org/10.2118/11193-PA>
- JALALI, M; DUSSEAU, M. Coupling Geomechanics and Transport in Naturally Fractured Reservoirs. **Int. J. Min. & Geo-Eng**. 2012.
- JING, L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. 2003. [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(03\)00013-3](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00013-3)
- JING, L; STEPHANSSON, O. Network Topology and Homogenization of Fractured Rocks. **Fluid Flow and Transport in Rocks**. 1997. [https://doi.org/10.1007/978-94-009](https://doi.org/10.1007/978-94-009-7940-9)
- KAZEMI, H. Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. **Society of Petroleum Engineers Journal**. 1969. <https://doi.org/10.2118/2156-A>
- KFOURY, M; ABABOU, R; NÉTINGER, B; QUINTARD, M. Matrix-fracture exchange in a fractured porous medium: stochastic upscaling. **Comptes Rendus Mécanique**. 2004. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2004.04.001>
- KHALED, M; BESKOS, D; AIFANTIS, E. On the Theory of Consolidation with Double Porosity - III A Finite Element Formulation. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. 1984. <https://doi.org/10.1002/nag.1610080202>
- KHALILI-NAGHADEH, N; VALLIAPPAN, S. Flow through fissured porous media with deformable matrix: Implicit formulation. **Water Resources Research**. 1991. <https://doi.org/10.1029/91WR00161>

KIM, J; DEO, M. **Comparison of the performance of a discrete fracture multiphase model with those using conventional methods.** In: **SPE Reservoir Simulation Symposium**, Houston, Texas. 1999. <https://doi.org/10.2118/51928-MS>

KIM, J; TCHELEPI, H; JUANES, R. Stability, Accuracy, and Efficiency of Sequential Methods for Coupled Flow and Geomechanics. **SPE Journal**. 2011. <https://doi.org/10.2118/119084-PA>

LAHIRI, Sivaji. Estimating effective permeability using connectivity and branch length distribution of fracture network. **Journal of Structural Geology**. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2021.104314>

LAI, K; PAO, W. Assesment of different matrix-fracture shape factor in double porosity medium. **Journal of Applied Sciences**. 2013. <https://doi.org/10.3923/jas.2013.308.314>

LANDEREAU, P; NOETINGER, B; QUINTARD, M. Quasi-steady two-equation models for diffusive transport in fractured porous media: large-scale properties for densely fractured systems. **Advances in Water Resources**. 2001. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(01\)00015-X](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(01)00015-X)

LEE, J; CHOI, S; CHO, W. A comparative study of dual-porosity model and discrete fracture network model. **KSCE Journal of Civil Engineering**. 1999. <https://doi.org/10.1007/BF02829057>

LEE, S; LOUGH, M; JENSEN, C. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales. **Water Resources Research**. 2001. <https://doi.org/10.1029/2000WR900340>

LEI, Q; LATHAM, J; TSANG, C. The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. **Computers and Geotechnics**. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.12.024>

LEMONNIER, P; BOURBIAUX, B. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. State of the Art-Part 1 – Physical Mechanisms and Simulator Formulation. **Oil & Gas Science and Technology**. 2010A. <https://doi.org/10.2516/ogst/2009066>

LEMONNIER, P; BOURBIAUX, B. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. State of the Art Part 2 – Matrix-Fracture Transfers and Typical Features of Numerical Studies. **Oil & Gas Science and Technology**. 2010B. <https://doi.org/10.2516/ogst/2009067>

LEWIS, R; SCHREFLER, B. The Finite-Element Method in Deformation and Consolidation of Porous Media. **Transport in Porous Media**. 1987.

LIM, K; AZIZ, K. Matrix-Fracture Transfer Shape Factors for Dual-Porosity Simulators. **Journal of Petroleum Science and Engineering**. 1995. [https://doi.org/10.1016/0920-4105\(95\)00010-F](https://doi.org/10.1016/0920-4105(95)00010-F)

LONG, J; GILMOUR, P; WITHERSPOON, P. A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. **Water Resources Research**. 1985. <https://doi.org/10.1029/WR021i008p01105>

LOPES, Tuane Vanessa. 2018. **Novos modelos computacionais hierárquicos para reservatórios fraturados carstificados**. Tese de doutorado. Laboratório Nacional de Computação Científica. Petrópolis, Rio de Janeiro, 2018.

MANZOCCHI, T. The connectivity of two-dimensional networks of spatially correlated fractures. **Water Resources Research**. 2002. <https://doi.org/10.1029/2000WR000180>

MANZOLI, O; SHING, P. A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements. **Computers and Structures**. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2005.10.009>

MEJIA, C; ROEHL, D; RUEDA, J; QUEVEDO, R. A new approach for modeling three-dimensional fractured reservoirs with embedded complex fracture networks. **Computers and Geotechnics**. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103928>

MINKOFF, S; STONE, C; ARGUELLO, J; BRYANT, S; EATON, J; PESZYNSKA, M; WHEELER, M. **Staggered in time coupling of reservoir flow simulation and geomechanical deformation: step 1 - one-way coupling**. In: **SPE Reservoir Simulation Symposium**, Houston, Texas. 1999. <https://doi.org/10.2118/51920-MS>

MOINFAR, A; NARR, W; HUI, M; MALLISON, B; LEE, S. **Comparison of discrete-fracture and dual-permeability models for multiphase flow in naturally fractured reservoirs**. In: **SPE Reservoir Simulation Symposium**, The Woodlands, Texas. 2011. <https://doi.org/10.2118/142295-MS>

MURAD, M; LOULA, A. On stability and convergence of finite element approximations of Biot's consolidation problem. **The International Journal for Numerical Methods in Engineering**. 1994. <https://doi.org/10.1002/nme.1620370407>

NELSON, Ronald A. **Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs**. 2001.

ODA, M; SAITOO, T; KAMEMURA, K. **Permeability of rock masses at great depth**. In: **ISRM International Symposium**, Pau, France. 1989.

ODEH, A. S. Unsteady-state behavior of naturally fractured reservoirs. **Society of Petroleum Engineers Journal**. 1965. <https://doi.org/10.2118/966-PA>

OLIVER, J. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Part 2: numerical simulation. **International Journal for Numerical Method in Engineering**. 1996. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097)

OLIVER, J; HUESPE, A; SÁNCHEZ, P. A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities: E-FEM vs X-FEM. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2005.09.020>

OSORIO, J; CHEN, H; LAWRENCE, W. **Numerical simulation of the impact of flow-induced geomechanical response on the productivity of stress-sensitive reservoirs**. In: **SPE Reservoir Simulation Symposium**, Houston, Texas. 1999. <https://doi.org/10.2118/51929-MS>

PEREIRA, P., A. ROCHA, AND M. MURAD. **Single vs Double vs Triple Porosity Models**. 2017.

PETROBRAS. **Características: O Pré-Sal**. 2017. 126(1):21.

QUINTARD, M; WHITAKER, S. Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media. Ii: comparison with numerical experiments for slightly compressible single-phase flow. **Advances in Water Resources**. 1996. [https://doi.org/10.1016/0309-1708\(95\)00024-D](https://doi.org/10.1016/0309-1708(95)00024-D)

GONG, J; ROSSEN, W. Modeling flow in naturally fractured reservoirs: effect of fracture aperture distribution on dominant sub-network for flow. **Petroleum Science**. 2017. <https://doi.org/10.1007/s12182-016-0132-3>

ROCHA, A. **Experimentos Para Computo Do Fator de Forma Experimentos Numéricos**. 2018

ROSTAMI, P; SHARIFI, M; DEJAM, M. Shape factor for regular and irregular matrix blocks in fractured porous media. **Petroleum Science**. 2020. <https://doi.org/10.1007/s12182-019-00399-9>

SÆVIK, P; NIXON, C. Inclusion of topological measurements into analytic estimates of effective permeability in fractured media. **Water Resources Research**. 2017. <https://doi.org/10.1002/2017WR020943>

SAMIER, P; ONAISI, A; FONTAINE, G. Comparisons of uncoupled and various coupling techniques for practical field examples. **SPE Journal**. 2006. <https://doi.org/10.2118/79698-PA>

SANDERSON, D; NIXON, C. The use of topology in fracture network characterization. **Journal of Structural Geology**. 2015A. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2015.01.005>

SARMA, P; AZIZ, K. New transfer functions for simulation of naturally fractured reservoirs with dual-porosity models. **SPE Journal**. 2006. <https://doi.org/10.2118/90231-PA>

SETTARI, A; WALTERS, D. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. **SPE Journal**. 2001. <https://doi.org/10.2118/74142-PA>

SILVA, Aldemir Cirilo. **Acoplamento Hidromecânico Em Reservatórios Naturalmente Fraturados Com Dupla Porosidade e Dupla Permeabilidade Utilizando a Técnica Do Stress Split**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco. 2018.

SILVA, F; DEBANDE, G; PEREIRA, C; PLISCHKE, B. **Casing collapse analysis associated with reservoir compaction and overburden subsidence**. In: **European Petroleum Conference**, The Hague, Netherlands. 1990. <https://doi.org/10.2118/20953>

SILVA, Jefferson. **Desenvolvimento de Ferramenta Para Caracterização de Meios Fraturados Empregando Técnica de Scanline e Análise Topológica de Imagens**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2018.

SILVA, J; GOMES, I; SANTOS, R; MIRANDA, T; GUEDES, R; BARBOSA, J; GUIMARÃES, E; BESERRA, L; GUIMARÃES, L. Topological analysis of fracture estimation networks integrated with flow simulation models for equivalent fracture permeability estimation. **Journal of Structural Geology**. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2021.104338>

- SNOW, David. Anisotropic permeability of fractured media. **Water Resources Research**. 1969. <https://doi.org/10.1029/WR005i006p01273>
- SPENCER, Benjamin. Finite elements with embedded discontinuities for modeling reinforced concrete members. Tese de doutorado. University of Colorado. 2002. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.23606.14400>
- SWANN, A. Analytic solutions for determining naturally fractured reservoir properties by well testing. **Society of Petroleum Engineers Journal**. 1976. <https://doi.org/10.2118/5346-PA>
- THOMAS, L; DIXON, T; PIERSON, R. Fractured reservoir simulation. **Society of Petroleum Engineers Journal**. 1983. <https://doi.org/10.2118/9305-PA>
- TRAN, David. **Processing of coupling between geomechanics deformation and reservoir flow in porous media**. Dissertação de mestrado. University of Calgary, Calgary. 2002.
- UEDA, Y; MURATA, S; WATANABE, Y; FUNATSU, K. **Investigation of the shape factor used in the dual-porosity reservoir simulator**. In: **SPE Asia-Pacific Conference**, Sydney, Australia. 1989. <https://doi.org/10.2118/SPE-19469-MS>
- ULEBERG, K; KLEPPE, J. Dual Porosity, Dual Permeability Formulation for Fractured Reservoir Simulation. **Trondheim RUTH Seminar**. Stavanger. 1996.
- WAN, Y; LIU, Y; OUYANG, W; HAN, G; LIU, W. Numerical investigation of dual-porosity model with transient transfer function based on discrete-fracture model. **Applied Mathematics and Mechanics**. 2016. <https://doi.org/10.1007/s10483-016-2075-8>
- WANG, L; YANG, S; MENG, Z; CHEN, Y; QIAN, K; HAN, W; WANG, D. Time-dependent shape factors for fractured reservoir simulation: effect of stress sensitivity in matrix system. **Journal of Petroleum Science and Engineering**. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.01.020>
- WARREN, J; ROOT, P. The behaviour of naturally fractured reservoirs. **Society Of Petroleum Engineers Journal**. 1963. <https://doi.org/10.2118/426-PA>
- ZHENGMIN, Y; ERSAGHI, I; MONDRAGON, J; HARA, S. **A simulation study of steamflooding in a highly stress-sensitive heavy oil formation**. In: **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. New Orleans, Louisiana. 1998.
- ZIMMERMAN, R; CHEN, G; HADGU, T; BODVARSSON, G. A numerical dual-porosity model with semi-analytical treatment of fracture/matrix flow. **Water Resources Research**. 1993. <https://doi.org/10.1029/93WR00749>
- ZULETA, Aura Maria. **Modelagem do fraturamento hidráulico e fechamento de fraturas por depleção em meios naturalmente fraturados via método dos elementos finitos com descontinuidades**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2017.

APÊNCIDE A – ARTIGO PUBLICADO

Neste apêndice é apresentado o artigo publicado na revista. *Energies* 2021, 14, 5488.
<https://doi.org/10.3390/en14175488>



Article

Impact of Fracture Topology on the Fluid Flow Behavior of Naturally Fractured Reservoirs

Leidy Laura Alvarez ^{1,*}, Leonardo José do Nascimento Guimarães ¹, Igor Fernandes Gomes ¹, Leila Beserra ²,
 Leonardo Cabral Pereira ³, Tiago Siqueira de Miranda ⁴, Bruno Maciel ¹ and José Antônio Barbosa ⁵

- ¹ Civil Engineering Graduate Program, Federal University of Pernambuco, Recife 50740-530, PE, Brazil; leonardo.guimaraes@ufpe.br (L.J.d.N.G.); igor.fernandes@ufpe.br (I.F.G.); bruno.canabarro@ufpe.br (B.M.)
² Department of Civil Engineering, Federal University of Pernambuco, Recife 50740-530, PE, Brazil; leila.brunet@ufpe.br
³ Petrobras, Rio de Janeiro 21941-915, Rio de Janeiro, Brazil; leonardocabral@petrobras.com.br
⁴ Department of Geology, Federal University of Pernambuco, Recife 50740-530, PE, Brazil; tiago.smiranda@ufpe.br
⁵ GEOQUANT Lab—DCEO, Federal University of Pernambuco, Recife 50740-530, PE, Brazil; jose.antonio@ufpe.br
 * Correspondence: leidy.alvarez@ufpe.br

Citation: Alvarez, L.L.; Guimarães, L.J.N.; Gomes, I.F.; Beserra, L.; Pereira, L.C.; Miranda, T. S.; Maciel, B.; Barbosa, J. A. Impact of Fracture Topology on the Fluid Flow Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. *Energies* **2021**, *14*, 5488.
<https://doi.org/10.3390/en14175488>

Academic Editor: Reza Rezaee

Received: 2 June 2021
 Accepted: 23 August 2021
 Published: 2 September 2021

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Abstract: Fluid flow modeling of naturally fractured reservoirs remains a challenge because of the complex nature of fracture systems controlled by various chemical and physical phenomena. A discrete fracture network (DFN) model represents an approach to capturing the relationship of fractures in a fracture system. Topology represents the connectivity aspect of the fracture planes, which have a fundamental role in flow simulation in geomaterials involving fractures and the rock matrix. Therefore, one of the most-used methods to treat fractured reservoirs is the double porosity-double permeability model. This approach requires the shape factor calculation, a key parameter used to determine the effects of coupled fracture-matrix fluid flow on the mass transfer between different domains. This paper presents a numerical investigation that aimed to evaluate the impact of fracture topology on the shape factor and equivalent permeability through hydraulic connectivity (f). This study was based on numerical simulations of flow performed in discrete fracture network (DFN) models embedded in finite element meshes (FEM). Modeled cases represent four hypothetical examples of fractured media and three real scenarios extracted from a Brazilian pre-salt carbonate reservoir model. We have compared the results of the numerical simulations with data obtained using Oda's analytical model and Oda's correction approach, considering the hydraulic connectivity f . The simulations showed that the equivalent permeability and the shape factor are strongly influenced by the hydraulic connectivity (f) in synthetic scenarios for X and Y-node topological patterns, which showed the higher value for f (0.81) and more expressive values for upscaled permeability (k_x -node = 0.1151 and k_y -node = 0.1153) and shape factor (25.6 and 14.5), respectively. We have shown that the analytical methods are not efficient for estimating the equivalent permeability of the fractured medium, including when these methods were corrected using topological aspects.

Keywords: carbonate reservoir; fracture network topology; shape factor; permeability

1. Introduction

Naturally fractured reservoirs (NFRs) are composed of various lithologies such as shales, sandstones, carbonates, and igneous rocks and correspond to over 30% of the global production [1]. Within this group, fractured carbonate reservoirs represent an important part of the world's oil and gas reserves (e.g., the Campos and Santos Basins in Brazil and the Kwanza Basin in Angola) [2,3]. Characterization and numerical simulation

of naturally fractured reservoirs represent a challenge because of their complex evolution (diagenesis, geomechanics) and the effect of the coupled fracture-matrix relationship on the fluid flow [4–8].

Mathematical modeling of fluid flow and transport in a fractured reservoir also represents a challenging task. First, the acquisition of fracture systems attributes (e.g., aperture, length, orientation, spatial distribution, and topology) is complex because of the need to integrate various scales and limited sampling through subsurface datasets (e.g., seismic, well logs, and cores) [9–11]. The scale of the fracture systems is an important aspect to be considered in the fluid flow analysis of naturally fractured reservoirs because it affects the connectivity of the fracture network (spacing, orientation, clustering, and fracture intensity), as discussed by Nelson [12], Laubach [13], Berkowitz et al. [14], Roy et al. [15], Laubach et al. [16], Sahu and Roy [17], and Silva et al. [18], among others. Second, the main challenges are posed by the anisotropic nature of fracture systems controlled by stress distribution and the rock heterogeneities [19] and the dual porosity phenomenon when the rock matrix and the surrounding fractures behave as separated media with variable grades of interaction [20]. Large fractures represent a crucial aspect in fractured systems because it is often necessary to model them explicitly due to their singular effect in numerical models [21].

There are different ways of modeling an NFR. One is the approach of equivalent continuous medium, which assumes that the fluid flow in the geological medium, including fractures, can be simulated in a representation of a porous medium with the classical equations of flow and transport. Another approach is the discrete fracture network model (DFN), which considers the representation of fractures in the model, and the flow simulation considers their influences. The main differences to flow simulation between dual-porosity and discrete fracture models are related to time flow behavior during the early phases of simulation because the saturation is modeled with different efficiency [22]. A third approach to simulate an NFR is called hybrid-dimensional modeling and involves the discretization of major faults and fractures, with the matrix and small fractures represented as a continuous medium [23]. The main objective is to facilitate mesh generation. DFN models allow better prediction of fluid flow and transport phenomena than continuum models [24,25]. An advantage of the discrete fracture technique is that it can explicitly consider the effects of discrete fractures on reservoir fluid flow [26–28]. Thus, DFN models have become popular due their practical applications [28]. The fluid flow through NFRs is highly heterogeneous, as flow develops through the matrix and fractures because to the hydraulic head gradient [29–31]. Fluid flow in the rock matrix is limited by the matrix permeability and if the fracture network allows, pressure gradients will form in each block [32,33]. Thus, the permeability of the NFRs is not an intrinsic property but changes strongly with the sampling and scale of characterization [34]. Embedding fractures as discontinuities in finite element mesh (FEM) can adequately represent the behavior of natural fractures in a hydraulic [18] and hydromechanical numerical analysis [35,36]. This technique allows us to estimate equivalent permeability in naturally fractured media. The advantage of using DFN models to compute the equivalent permeability of fractured rocks through numerical analysis is linked to the upscaling approach, which allows reaching computational efficiency and generating reliable input data for double porosity-permeability models. The upscaling process is achieved with the replacement of the fracture network with homogeneous grid blocks, and the average flow can be adequately estimated [18,36–41].

The main objective of this work is to investigate the impact of fracture systems geometry, based on analysis of topology, in the fluid flow in naturally fractured media. Two fracture systems can exhibit the same geometrical elements regarding orientation and trace length but present different node (where fracture planes terminate or cross other fractures) arrangements [42]. The fracture topology can have different impacts on the flow [41–44]. The hydraulic connectivity (f) is related to the fracture topology. This variable allows obtaining an analytical value of equivalent permeability for the fractured

medium using Oda's [45] methodology, which considers discontinuous rock masses as homogeneous, anisotropic porous media.

The double porosity approach is a computationally efficient and usually adopted method to simulate the flow in the fracture-matrix system. The formulation of double porosity-permeability involves the determination of fluid transfer between the matrix and the fracture, related to the shape factor as previously mentioned, and this approach has been evaluated by several authors [46–53]. Although several strategies have been evaluated to enhance the predictions of fracture-matrix exchange in double porosity-permeability models, most commercial formulations are based on the initial model of fractured reservoirs as proposed by Warren and Root [46,54]. For irregular fracture networks, which are more realistic, there is not a unique geometric method to estimate the shape factor. Performing numerical simulation of models with discrete fractures aims to predict the flow behavior [55]. Thus, we have performed numerical simulations to compare the effect in the flow patterns regarding the application of the shape factor. We have used hypothetical and real scenarios with different fracture topologies (I-nodes, Y-nodes, and X-nodes) to provide a realistic investigation of the problem.

Our results showed the impact created by the arrangements of fracture nodes on the fluid transfer term between the rock matrix and the fracture network, which is directly related to the capacity of the fluid flow in the system, the shape factor, and the equivalent permeability. The contribution of this paper is related to the proposition of an integrated methodology that considers the adoption of topological pattern analysis for computing the hydraulic connectivity number, regarding the influence of this parameter for the numerical and analytical upscaling process of equivalent permeability and dual porosity dual permeability shape factor for naturally fractured reservoirs.

2. Mathematical Formulation

The methodology adopted used DFN-based models to obtain equivalent permeability fields and the shape factor and compared with solutions obtained for flow properties using Oda's model. This procedure considered the hydraulic connectivity (f) to estimate the influence of each topological configuration. The shape factor was also analyzed considering the hydraulic connectivity f from the topological analysis. The mathematical form of the flow equation for double porosity-permeability systems is presented in Equation (1), as proposed by Lewis and Schrefler [56].

As mentioned above, the shape factor and equivalent permeability are input values for numerical simulation of the double porosity-permeability model. In Equation (1), the term (α) refers to the fluid transfer term between the fractures and the rock matrix in a naturally fractured medium and is related to the shape factor. Permeability is defined within the source term in Equation (1) and is presented in more detail in Equations (2) and (3) ($\mathbf{k}_i$).

$$\phi_i \frac{\partial p_{fi}}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_{fi} \mathbf{q}_i] + (-1)^{i+1} \alpha = 0 \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$\mathbf{q}_i = -\mathbf{K}_i \nabla P_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{\mu}, \quad (3)$$

where ϕ is the porosity, ρ_f is the fluid density, $\mathbf{q}$ is the fluid flux vector, P is the pressure and μ is the fluid viscosity.

Below, we describe each of the stages of the methodology.

2.1. Topological Characterization of Fracture Network

An NFR may involve several fracture sets, which may or may not intersect each other, and fractures can be described by a variety of geometrical attributes [28]. The geometry of the fractures and the relationships between individual fractures or fracture sets control

the flow properties [41]. Regarding the importance of fracture connections, the term topology refers to the spatial relationships between fracture planes, and the topological analysis can improve the analytical estimation of effective permeability in fracture networks [41]. Topology defines the connections between fractures in a discretized fracture network model as node counting and branch analysis. The proportions of abutting Y-, crossing X-, and isolated I-nodes provide topological classification and node type counting (Figure 1). Topology analysis can determine the dimensionless intensity, frequency, orientation, and length of fractures. Sampling proportions of various types of nodes provides a topological classification that can estimate the conductivity effect of the network [42] (Figure 1).

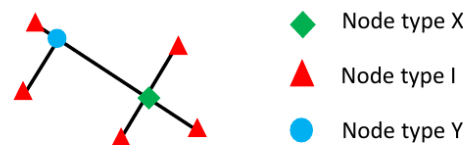


Figure 1. Classification of node types. X type: fractures are crossed, I type: fracture start and end, Y type: fracture abutment with another fracture. Modified from Sanderson and Nixon [38].

Sævik and Nixon [41] presented an innovative analytical method for the estimation of effective permeability using topological parameters. They focused on analytical upscaling to create a functional relationship between the effective permeability and the fracture parameters.

The hydraulic connectivity f is the ratio between the actual effective permeability of the network (upscaling) and the theoretical upper bound as defined by Oda [45]. In this framework, the connectivity f considers the value of 1 ($f = 1$) in an idealized case of fractures defined by two parallel planes, a classical representation of rock fractures in numerical models [28]. For other idealized fracture geometries, f is a function of the fracture intensity, defined as the total trace length per sampling area [41].

The value of hydraulic connectivity f is computed by conducting a numerical simulation of fluid injection through the grid. The equivalent permeability obtained by numerical simulation was also processed through Oda's analytical method to define f . The topological connectivity parameters were calculated and plotted with parameter f . We have assumed that the hydraulic connectivity f is zero below the percolation threshold.

Using the maximum operator, the equation can be written as follows:

$$f = \max\left(0, \frac{2.94 \cdot (4n_x + 2n_y)}{4n_x + 2n_y + n_i} - 2.13\right), \quad (4)$$

where n_x is the number of nodes X, n_y is the number of nodes Y and n_i is the number of I type nodes.

2.2. Discrete Fracture Model and Finite Element with Embedded Discontinuities

We used the mathematical development of the continuous approximation of embedded discontinuities proposed by Beserra et al. [35], which was also applied by Silva et al. [18]. This approach was implemented in the CODEBRIGHT in-house software [57,58], a finite element-based code to perform numerical analysis of fluid flow in deformable porous media in a fully coupled scheme. The embedding process, which considers the triangular element with three nodes from the domain (length, band, and width), is divided into two parts, isolating node 1 from nodes 2 and 3, as shown in Figure 2a. Darcy's flow into the discontinuity is decomposed in a tangential and normal component as is shown in Figure 2b.

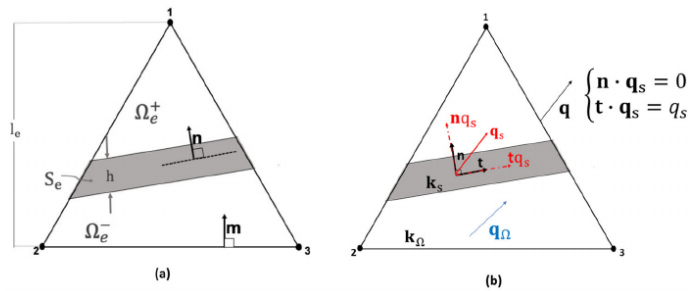


Figure 2. (a) Finite element crossed by a discontinuity band. (b) The normal and tangential components of fluid flow in fracture.

The formulation adopted in the present work considers that the fluid flow in a fracture occurs in its direction. Therefore, we considered only the tangential component. Darcy's law can be written for continuum (q_Ω) as follows:

$$q_\Omega = -K_\Omega \nabla p, \quad (5)$$

where K_Ω is the permeability tensor of the continuous part, and Darcy's law for fracture (q_s) is

$$q_s = -K_s \nabla p, \quad (6)$$

where $K_s = k_s/\mu$.

The finite elements approach considers that the flow at the fracture will occur over the entire element thickness. As presented by Silva et al. [18], to ensure that the element transmissivity in the fracture direction is the same as the transmissivity of the embedded fracture, the fracture permeability K_s is multiplied by the ratio h/l_e . The resulting Equation is:

$$q_s = -\frac{h}{l_e} K_s t \otimes t \nabla p, \quad (7)$$

where t is the discontinuity direction, h is the thickness of incorporated discontinuity, and l_e is the element size.

Because a fracture in a porous medium represents a preferred path for flow toward discontinuity, it induces anisotropy in the direction of the fracture throughout the medium. As a result, an effective permeability tensor for the element is given by:

$$q = -K_{ef} \nabla p \quad (8)$$

$$K_{ef} = \left(K_\Omega + \frac{h}{l_e} K_s t \otimes t \right) \quad (9)$$

Two different permeability variation laws are adopted, one for the continuum portion and the other for the fracture. Estimation of intrinsic fracture permeability k_s can be performed through models that consider fractures with rough walls or filled with proppant material. We used the law of parallel plates in the models built for this research [35,59].

$$k_s = k_o \left(\frac{h}{h_o} \right)^2 \quad (10)$$

where k_o is the permeability in the continuum portion, h is the fracture thickness, and h_o the initial fracture aperture.

For the rock matrix, we adopted the isotropic permeability law, described as follows:

$$k = k_o \left(\frac{\phi}{\phi_o} \right)^A \quad (11)$$

where ϕ_o is the initial porosity, ϕ is the porosity calculated after perturbations induced by rock deformation, and A is a parameter to be determined experimentally [36,60].

The continuity equation that governs the fluid flow in the porous media, considering a rigid medium and without gravitational effect, is given by:

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_f \mathbf{q}] = 0 \quad (12)$$

where ϕ is the host rock porosity and $\mathbf{q}$ is the fluid flux vector given by Equation (8).

The fluid density is related to pore pressure according to the following expression:

$$\rho_f = \rho_{f0} e^{\beta(p-p_0)} \quad (13)$$

where ρ_{f0} is the reference density, β is the fluid compressibility, p is the pressure, and p_0 is the reference pore pressure.

2.3. Calculation of Shape Factor for Dual-Porosity—Permeability Models

The finite element method with embedded discontinuities allowed monitoring the fracture flow rate by applying the fluid flow Equation in the rock matrix to derive the shape factor that best corresponds to the simulation results.

Assuming that the matrix is a homogeneous and isotropic medium, ϕ_m represents the porosity, β_m the compressibility, $\mathbf{k}_m$ the permeability tensor, and μ the viscosity, a general expression of the Equation for matrix pressure, $p_m(\mathbf{x}, t)$, is given by:

$$\begin{cases} \phi_m \beta_m \frac{\partial p_m(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}_m = 0 & \text{em } \Omega \times (0, T) \\ \mathbf{q}_m = -\frac{\mathbf{k}_m}{\mu} \nabla p_m(\mathbf{x}, t) \\ p_m(\mathbf{x}, t) = p_f & \text{for } \Gamma_{mf} \times (0, T) \\ \mathbf{q}_m \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{for } \Gamma_N \times (0, T) \\ p_m(\mathbf{x}, t) = p_{m,0} & \text{in } \Omega \times (t = 0) \end{cases} \quad (14)$$

Considering the domain border Ω given by $\partial\Omega = \Gamma_{mf} \cup \Gamma_N$ where Γ_{mf} represents the matrix-fracture interface, Γ_N is the boundary on which the null flow is imposed, and $\mathbf{n}$ is the normal vector of Γ_N outside the domain Ω , p_f is the fracture pressure, and $p_{m,0}$ is the initial matrix pressure.

Zimmerman et al. [59] developed two equivalent expressions to calculate the shape factor, one based on the mean matrix pressure and the other with flow defined by $\partial\Omega$. Thus, the following expression is adopted to introduce the shape factor $\alpha(t)$:

$$\nabla p_m(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} \approx \frac{\bar{p}_m(t) - p_f}{\delta t} \quad (15)$$

where $\bar{p}_m(t)$ is the measure of $p_m(\mathbf{x}, t)$ on domain Ω :

$$\bar{p}_m(t) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} p_m(\mathbf{x}, t) d\Omega \quad (16)$$

The parameter δt in Equation (15) measures the penetration depth of perturbation into $p_m(\mathbf{x}, t)$ caused by p_f . Thus, the expression to calculate the shape factor is given by:

$$\alpha(t) = \frac{|\Gamma_{mf}|}{|\Omega|\delta t} \quad (17)$$

where $|\Gamma_{mf}|$ denotes the area Γ_{mf} , and $\alpha(t)$ is the transient shape factor.

We have adopted an expression to obtain the shape factor as a function of mean pressure $\bar{p}_m$, using the Gauss theorem and the balanced Equation (4), described as follows:

$$\alpha(t) = \frac{\phi_m \beta_m \mu}{k_m (\bar{p}_m(t) - p_f)} \frac{\partial \bar{p}_m(t)}{\partial t} \quad (18)$$

In the limit $t \rightarrow \infty$, the stationary value of such a parameter is obtained.

$$\alpha_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) \quad (19)$$

As α_∞ is a geometric parameter, it does not depend on p_f or the hydrodynamic properties of the matrix.

2.4. Oda Tensor Approach for Equivalent Permeability Estimation

Oda [45] proposed an analytical method to compute equivalent fracture permeability, which is widely used in DFN upscaling due to its efficiency [61,62]. For a grid cell with known fracture areas, A_k , and transmissivities, T_k , obtained from the DFN model, an empirical tensor that considers only fracture geometry can be calculated as follows:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N f_k A_k T_k \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (20)$$

where $\mathbf{F}$ is the fracture tensor, V is the grid cell volume, N is the total number of fractures in a grid cell, f_k is the hydraulic connectivity for fracture k (generally assumed to equal to 1), A_k is the area of fracture k , T_k is the transmissivity of fracture k , and $\mathbf{n}$ is the components of a unitary normal to the fracture.

Oda's permeability tensor is derived from $\mathbf{F}$ by assuming that $\mathbf{F}$ expresses fracture flow as a vector along the fracture's unit normal. Assuming that fractures are impermeable in a parallel direction to their unit normal $\mathbf{F}$ must be rotated into planes of permeability [63].

$$\mathbf{k} = \frac{1}{12} (\text{tr } \mathbf{F} \mathbf{I} - \mathbf{F}) \quad (21)$$

where $\mathbf{k}$ is the permeability tensor, $\mathbf{F}$ is the fracture tensor, $\mathbf{I}$ is the identity matrix, and $\text{tr } \mathbf{F}$ is the sum of the main diagonal of the fracture tensor. According to Elfeel [64], a limitation to the application of Equation (21) is that fractures of any length will contribute to the permeability value, including if fractures do not allow percolation in a cell.

3. Modeling of Studied Cases

The characteristics of models, four synthetic cases, and three real scenarios of a Brazilian pre-salt reservoir, used to perform the proposed methodology are described below.

3.1. Artificial Fractured Media

The synthetic 2D sections analyzed in this work were created based on scenarios presented and tested by Silva et al. [18]. We have adopted changes in their models regarding the dimensions and fracture characteristics as the apertures. The scenarios consider four different topological patterns with different intensities and distribution of fractures that allowed the analyses of the impact of the topology on the shape factor and validating the results they present for the equivalent permeability (Figure 3).

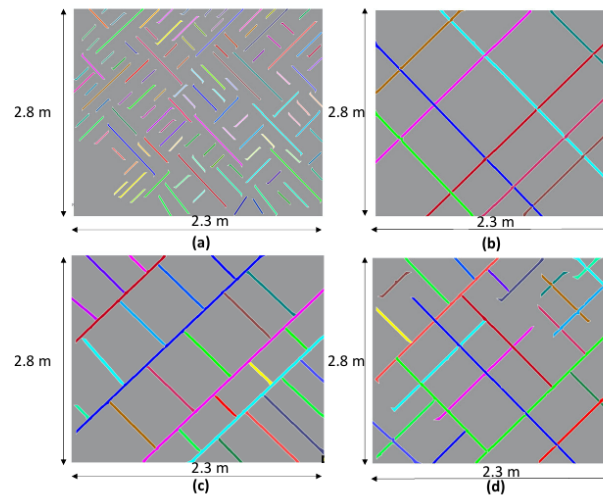


Figure 3. Synthetic scenarios of natural fracture systems (a) I-node; (b) X-node; (c) Y-node; and (d) combination of XYI-nodes.

The quantification of topological fracture node types for each scenario (Figure 3) is presented in Table 1.

Table 1. Quantity of fracture node type connections of synthetic scenarios 1, 2, 3, and 4.

Section	Node I	Node X	Node Y	Node XYI
Fractures	115	9	26	24
Pattern I	230	-	-	11
Pattern X	-	13	-	14
Pattern Y	-	-	34	15

For all cases, the fracture intensity was calculated according to the method proposed by Dershowitz and Einstein [24], which defines measures of fracture abundance by P_{xy} , where x is the dimension of the sampling region and y the dimension of the measured feature (e.g., Sanderson and Nixon [42]).

We used the P22 sampling technique (area of fractures per sampling area) to calculate the relationship between the topology of the fractures and the equivalent permeability. The dimensionless intensity calculated from the P22 analysis is given by $P_{22} = N_L L_c^2 / A = P_{21} \cdot L_c$, and it has dimensions $[L^{-0}]$ where L_c is the characteristic length and is defined as the arithmetic mean of the line lengths. We used a MATLAB® script to build the FEM (parameterized meshes). After loading the fracture coordinates (endpoints) and apertures, the script allows the extraction of the fracture permeability using the parallel plate theory (Equation (10)). We consider the matrix as isotropic and of low permeability, which simulates a tight reservoir scenario.

The simulation of hydraulic phenomena consisted of the injection of a single fluid-phase (water) on the left side of the models and fluid production on the right side of the domain. The fluid injection pressure was 55 Mpa, and the production pressure is 54.9 Mpa, leading to a pressure gradient of 0.1 MPa. The simulation was also conducted for all scenarios considering a vertical flow, using the same pressure values (Figure 4).

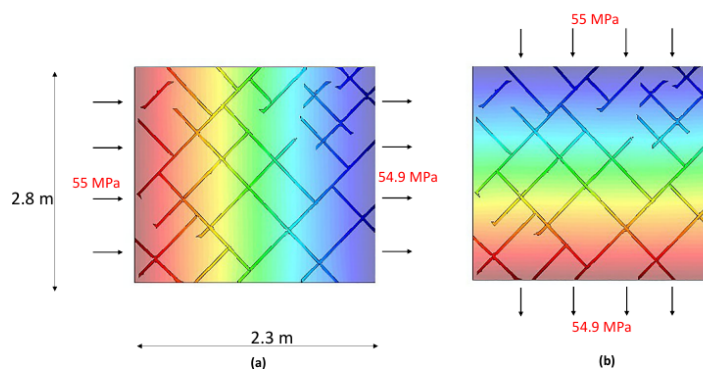


Figure 4. Synthetic models with I-, Y-, and X-node combinations and boundary conditions were used in the numerical simulation. (a) The horizontal fluid flow and (b) vertical flow.

For the simulations, we considered a single-phase flow governed by a nonlinear form of Darcy's law, the equivalent permeabilities computed from DFNs, and a flow-based upscaling approach.

Thus, the numerical simulation was conducted to obtain the shape factor. In the FEM used for simulations, the fractures were considered as flow lines. The shape factor was calculated numerically using the discrete fracture model for all flow states until reaching its pseudo-stationary value.

3.2. Real Fractured Reservoir Case: Brazilian Pre-Salt

The real case analyzed in our study is adapted from Falcão et al. [36]. They developed several DFN models for a carbonate reservoir from the Brazilian pre-salt interval (Figure 5). Figure 5 shows the model used to extract fracture distribution examples (bidimensional sections) used in this work. The Santos Basin pre-salt cluster is located in ultra-deep waters, 2000 m approximately, and 290 km offshore from the Rio de Janeiro coast. This cluster represents a prominent regional sequence covered by a continuous evaporitic sequence. The reservoirs are mainly composed of carbonate rocks, laminites, stromatolites, coquinas, and spherulites. Pre-salt development presents many challenges like water depths, reservoir heterogeneities, oil with the content of CO_2 in the gas phase, and drilling challenges because of variable salt layer [65].

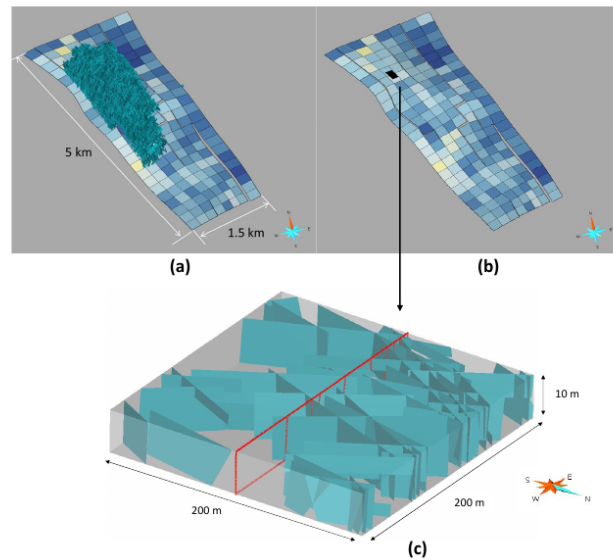


Figure 5. (a) Geocellular model with a zone filled with fracture planes (DFN) developed for a pre-salt reservoir [32]. (b) Location of a grid-cell extracted with a sub-sampling of DFN model. (c) DFN sample used for the extraction of 2D sections used in this study.

Figure 6 shows the three bidimensional scenarios, horizontal sections (slices), extracted from the tridimensional cell from the pre-salt reservoir model shown in Figure 5c. Each 2D section (200×200 m) presents a different fracture intensity and spatial arrangement. We have adopted the fracture parameters and coordinates used to compose the 2D sections after the original work of Falcão et al. [36]. The first 2D model, section 1, possesses 54 fracture planes (Figure 6a), the second, section 2, possesses 22 fractures (Figure 6b), and the third case, section 3, 75 fractures (Figure 6c). The building of the FEM created from the sections shown in Figure 6 followed the same procedures used to build the FEM from the artificial models shown in Figures 3 and 5.

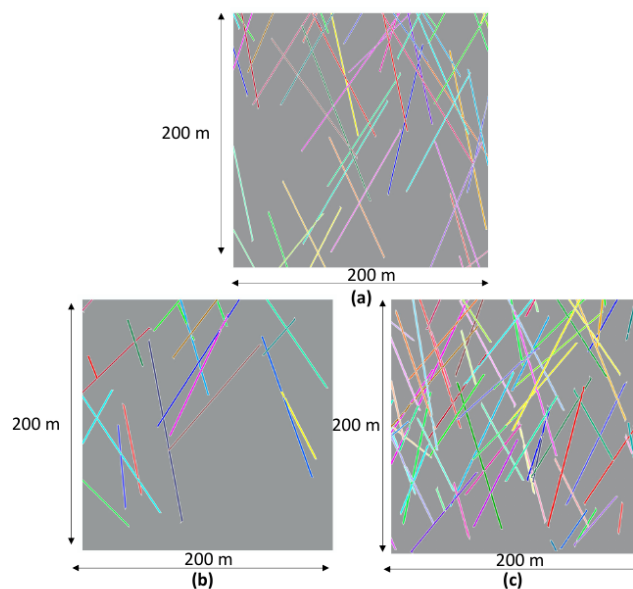


Figure 6. Bidimensional sections extracted from the 3D model cell (slices). (a–c) sections 1, 2, and 3, with 54 fractures, 22 fractures, and 75 fractures, respectively.

Table 2 shows topological pattern values of each section shown in Figure 6. These values are used in Equation (4) for the calculation of the hydraulic connectivity value f .

Table 2. Quantity of fracture node type connections of sections 1, 2, and 3 extracted from the Brazilian pre-salt reservoir model cell (Figure 5).

	Section 1	Section 2	Section 3
Fractures	54	22	75
Pattern I	43	29	77
Pattern X	79	12	123
Pattern Y	12	3	23

4. Results

4.1. Artificial Scenarios

Figure 7 shows the results for the three artificial cases regarding the equivalent permeability calculated with the horizontal flow simulation (direction x). Oda's method overestimates the equivalent permeability because it assumes that all the fracture planes cross the entire sample. Permeability calculated using the Oda method with the hydraulic connectivity f reached a better result, similar to the numerical simulation for the sections with Y- and X-nodes. The calculation of permeability with (f) for the I-nodes case resulted in negative values (not shown in the graph) because the values of n_x and n_y are zero, which resulted in inconsistent outputs, and the 0 value is assumed.

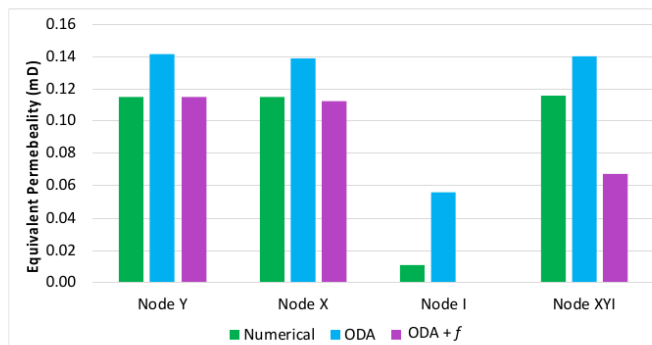


Figure 7. Equivalent permeability output obtained through the methods tested regarding the simulation of horizontal flow in the synthetic cases (Figure 3).

It indicates that Oda's method cannot compute the equivalent permeability for the situation of topology dominated by I-nodes, which has no connection between fracture planes. The corrected Oda's method presented reliable results for the cases dominated by X- and Y-nodes. The same aspect was demonstrated by Madden [66], that the geometric mean of heterogeneous bodies could be used to predict the physical properties of a homogenized matrix.

Figure 8 shows the results obtained for the equivalent permeability values obtained through the vertical flow simulation (y-direction). Results are close to those obtained for the horizontal flow (Figure 7) and agree with Silva et al. (2021). This similarity occurs because the arrangement does not affect the flow pattern in the two situations (Figures 7 and 8).

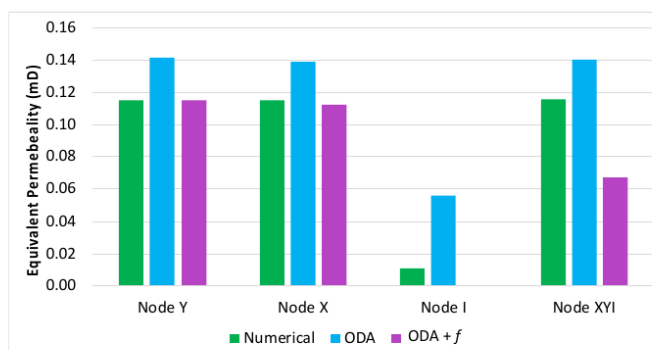


Figure 8. Equivalent permeability output obtained through the methods tested regarding the simulation of vertical flow in the synthetic cases (Figure 3).

Figure 9 presents the shape factor behavior during the simulation for the synthetic scenarios. The significant impact of the I-node-dominant topology is shown, and the related curve reaches the pseudo-stationary state first, followed by the X-node and Y-node curves (Figure 9). This effect demonstrates that the lack of fracture connections dramatically affects the fluid transmissibility through the matrix.

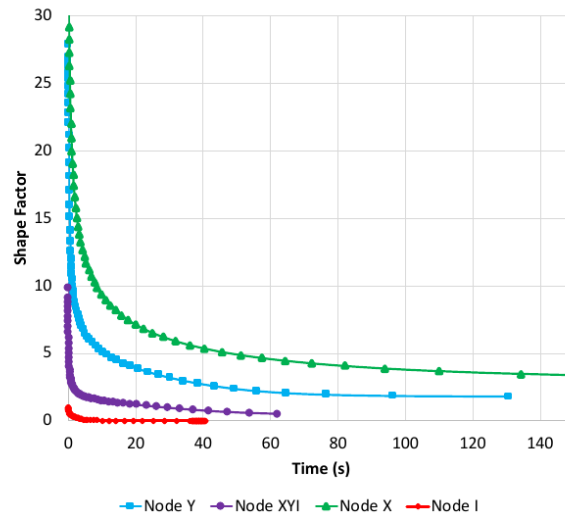


Figure 9. Computation of shape factor behavior with time for the synthetic scenarios.

The shape factor is defined when the curves flatten parallel to the X-axis. The building of synthetic cases has considered similar dimensionless fracture intensities based on the P22 distribution. This condition is important to assure that similar fracture areas with different element distributions would be compared.

Figure 10 presents the dimensionless fracture intensity P22 percentage defined for each synthetic case (Figure 10a) and the final shape factor value calculated for each case (after reaching the pseudo-stationary state) (Figure 10b). The case dominated by the X-node pattern shows the highest value of shape factor as expected because of the higher connectivity relationships. A similar response is observed for Y-node dominated topological patterns, while for combined (XYI) and dominated I-nodes scenarios, the values are low. It leads to the evidence that the fracture crossing predominance induces a more considerable matrix-fracture transfer and can impact the fluid flow for the dual-porosity dual permeability media.

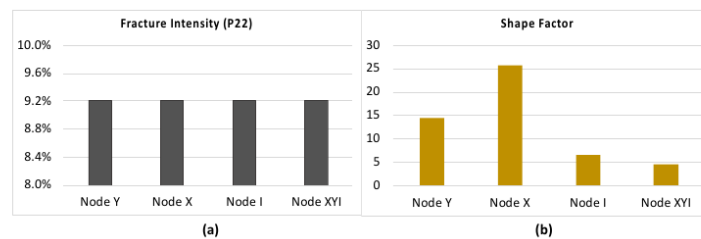


Figure 10. Computation of shape factor behavior with time for the synthetic scenarios.

Figure 11 shows the result of a cross-correlation between the computed equivalent permeability and shape factor for each case. The patterns dominated by X-nodes and Y-nodes show slightly higher equivalent permeability, which demonstrates the negative impact caused by I-nodes in the X-Y-I pattern (Figure 11), and that the shape factor, regardless of the fracture intensity, affects the permeability anisotropy [67].

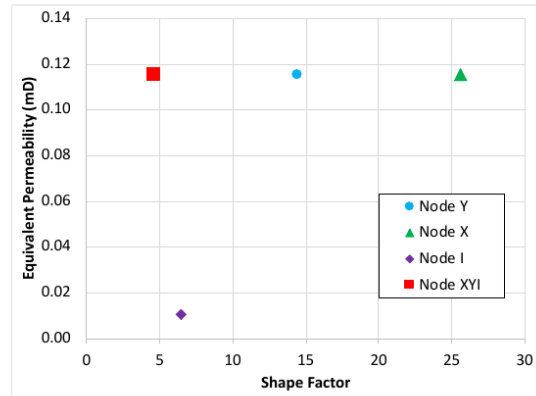


Figure 11. Cross-correlation between computed equivalent permeability and computed shape factor of synthetic cases.

Table 3 shows the properties of the synthetic cases and results obtained through the simulation: the equivalent permeability, factor f , and the shape factor. It demonstrated that the lower shape factor values resulted from the influence of the I-node terminations.

Table 3. Summary of synthetic cases characteristics and the computed equivalent permeability and shape factor related to their hydraulic connectivity f .

Section	Node I	Node X	Node Y	Node XYI
Fractures	115	9	26	24
Pattern I	230	-	-	11
Pattern X	-	13	-	14
Pattern Y	-	-	34	15
Hydraulic Connectivity f	0.0	0.81	0.81	0.48
Matrix k (mD)	0.1	0.1	0.1	0.1
Keq x-Numerical (mD)	0.0107	0.1151	0.1153	0.1154
Keq x-Oda's (mD)	0.0506	0.1390	0.1490	0.1406
Keq x- f correction (mD)	0.0	0.1126	0.1149	0.0670
Shape Factor	6.54	25.6	14.5	4.64

4.2. Numerical Simulation of Real Fractured Reservoir Scenarios of Brazilian Pre-Salt Interval

Figures 12 and 13 show the results of equivalent permeability computed through Oda's method, and Oda's method corrected with hydraulic connectivity and numerical simulation for horizontal and vertical flow for the three real cases (Figure 6). For the horizontal flow situation, Oda's method yielded higher values of equivalent permeability, and it overestimated the numerical simulation results, which showed slightly lower values (Figure 12). Application of the Oda method corrected with the hydraulic connectivity f resulted in the lowest values for the equivalent permeability, compared to the numerical simulation. This effect results from the influence of I-node fractures, and the opposite is observed for Oda's analytical solution (Figure 12). De Dreuzy [68] demonstrated a significant coupling between flow heterogeneities at the fracture scale and flow heterogeneities at the network scale that cannot be solved through the hydraulic connectivity approach, as observed in real cases presented here. For section 2, the value of hydraulic connectivity f was 0 due to the high number of I-node fractures compared to the X- and Y-node types (Figure 6b). Thus, Equation (4) becomes negative, which implies a lack of coherency.

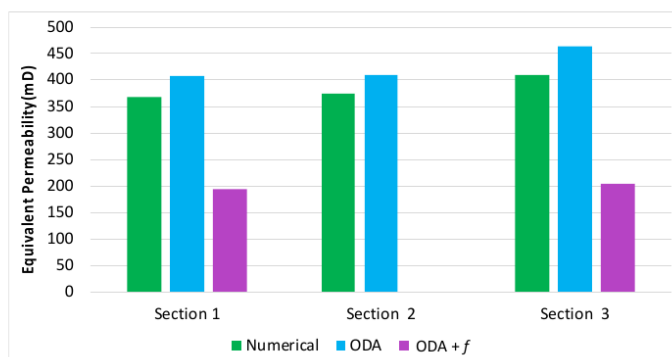


Figure 12. Equivalent permeability output obtained through the methods tested regarding the simulation of horizontal flow in the three real cases from the pre-salt reservoir model (Figure 6).

Figure 13 presents the results for the calculation of permeability regarding the vertical flow scenario. The results showed higher values, in certain cases, more than the double extracted with each method, compared to the horizontal flow scenario (Figure 12). It occurs because the fracture planes are aligned with the flow direction. Values computed for sections 1 and 3 show a significant difference between the numerical and analytical results obtained with Oda's model. As observed with the synthetic cases, this effect occurs because this method assumes that the fracture planes cross the entire model area. After the application of the correction factor to the topological aspect, the result becomes close to the numerical solution. Again, this result shows the influence of the I-node fractures in the transmissibility phenomena.

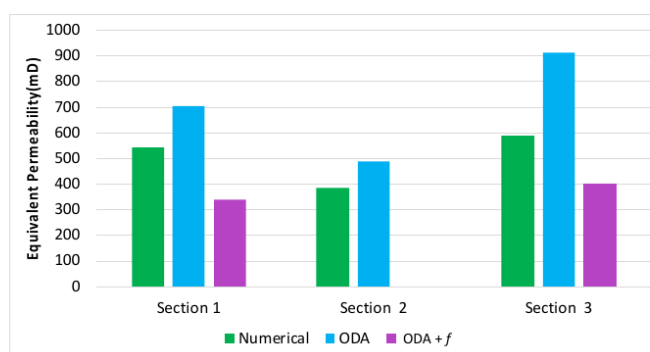


Figure 13. Equivalent permeability output obtained through the methods tested regarding the simulation of vertical flow in the three real cases from the pre-salt reservoir model (Figure 6).

Figures 14 and 15 show the cross-correlation of the computed equivalent permeability and the hydraulic connectivity f calculated with the topological analysis for the horizontal and vertical flow scenarios, respectively, for the three real cases treated. For the horizontal flow scenario, results obtained with Oda's method are the closest to the result reached with numerical simulation. For this specific scenario, the hydraulic connectivity does not help to achieve a reliable solution. However, the value of hydraulic connectivity f is efficient to demonstrate the impact of the topological I-nodes in the three real cases analyzed.

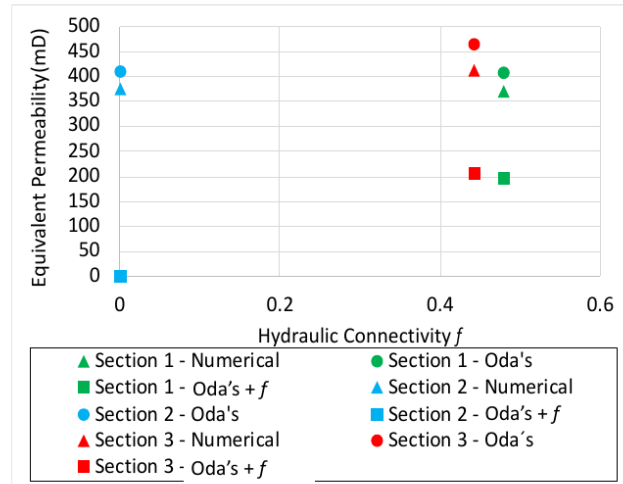


Figure 14. Cross-correlation plot between computed equivalent permeability and the hydraulic connectivity factor found through the topological analysis regarding the horizontal flow for the three bidimensional sections modeled after the pre-salt reservoir.

For the vertical flow scenario, sections 1 and 3 show a similar correlation for the factors analyzed, and section 2 presents a remarkable difference relate to the connectivity effect (Figure 15). As observed for the horizontal flow scenario, the hydraulic connectivity f has a similar pattern because it does not depend on the direction of the flow in the fractured medium.

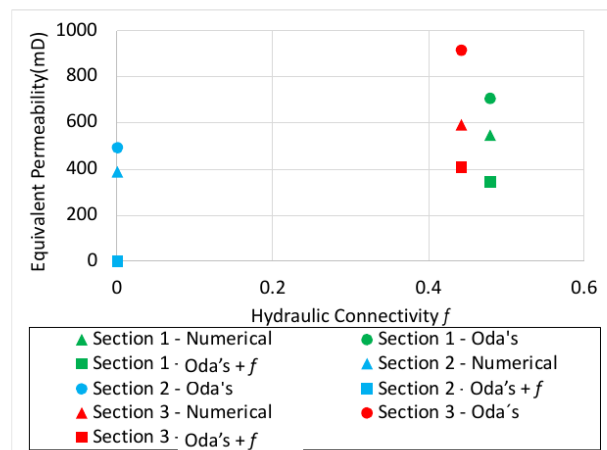


Figure 15. Cross-correlation plot between computed equivalent permeability and the hydraulic connectivity factor found through the topological analysis regarding the vertical flow for the three 2D sections modeled after the pre-salt reservoir.

Figure 16 shows the shape factor calculated as a function of time for the three real 2D sections. The curves show the influence of fracture density on fluid transfer between the fracture network and the matrix. For section 2, which has only 23 fractures, it takes longer to reach a pseudo-stationary state. As observed above, the lack of coherence for the connectivity factor for section 2 prevents a better comparison of correlation with other parameters.

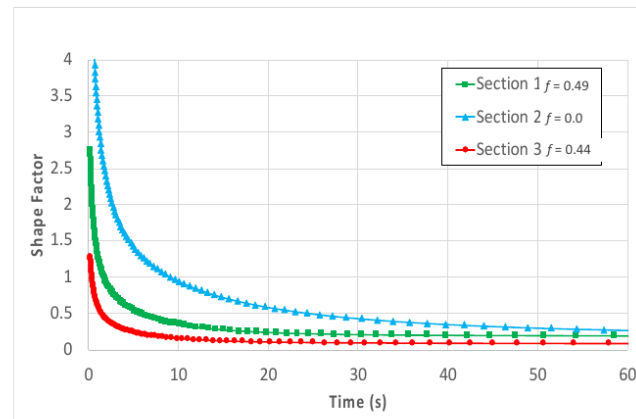


Figure 16. Graph showing prediction of shape factor behavior with time for the three real sections after the pre-salt reservoir model.

Figure 17 presents a cross-correlation, a comparison between the dimensionless fracture intensity P22 (the relationship between the area of fractures over the area of the section) Figure 17 (a), and the shape factor related to the topology patterns of fracture networks for the three 2D sections derived from the pre-salt reservoir model Figure 17 (b). The section 3 presents the higher fracture intensity and the lower shape factor (Figure 17). The section 2, dominated by I-node endings, shows the higher shape factor and the lower fracture intensity.

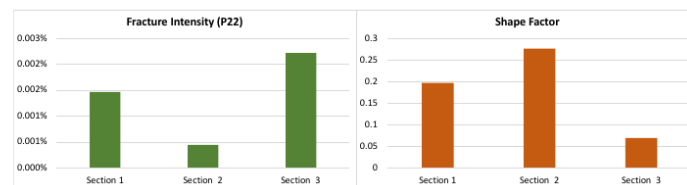


Figure 17. (a) Comparison between fracture density, P22 (relationship of fracture area over the matrix area), (b) Computed shape factor for the three 2D sections extracted from the pre-salt reservoir model.

Figure 18 shows cross-correlation between the shape factor value at its stationary state and the calculated hydraulic connectivity f for each 2D section. Section 3 presents lower values for these two parameters, due to the influence of I-node fracture endings. However, section 3 presents the highest fracture intensity, as shown in Figure 17. Section 2 presents zero value for the shape factor due to the lack of connectivity caused by the dominance of I-node fractures, and the lack of coherence prevented correlation. Section 1

presents a higher connectivity shape value and, relatively, the higher shape factor of the three sections.

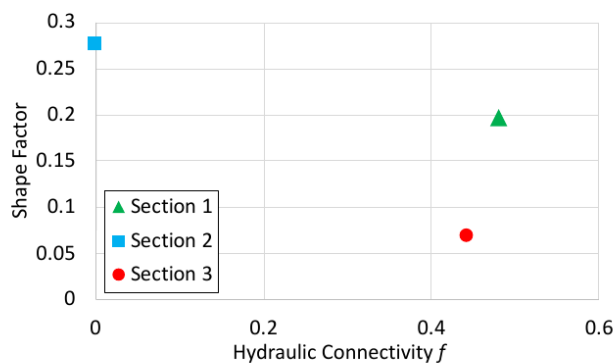


Figure 18. Cross-correlation between computed shape factor and hydraulic connectivity f for the three 2D sections of the pre-salt reservoir model.

Figure 19 shows the correlation between computed equivalent permeability and the shape factor calculated from the topological scenarios with X- and Y-node types. Section 3 presents a lower shape factor but higher equivalent permeability. Section 2 shows markedly higher values of shape factor but slightly lower equivalent permeability values than section 3. Section 2 also presents the highest shape factor but relatively lower equivalent permeability to sections 1 and 3.

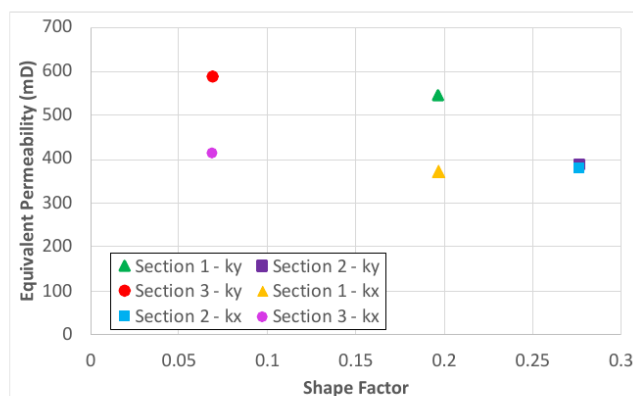


Figure 19. Cross-correlation between equivalent permeability and the shape factor regarding the X- and Y-node types fractures for the three real scenarios of the pre-salt reservoir model.

Table 4 shows the properties of the three 2D sections extracted from the pre-salt reservoir model and results obtained through the simulation: the equivalent permeability, factor f , and the shape factor. This integration highlights the relationship between the topological patterns and the resulting equivalent permeability. It also points to the importance of defining both the number of connections between fracture planes and the number of I-node types present in the DFN because it controls the permeability effect and the interaction of fluid between fractures and rock matrix.

Table 4. Summary of real cases characteristics and the computed equivalent permeability and shape factor related to their hydraulic connectivity f .

	Section 1	Section 2	Section 3
Fractures	54	22	75
Pattern I	43	29	77
Pattern X	79	12	123
Pattern Y	12	3	23
Hydraulic Connectivity f	0.48	0.0	0.44
Matrix k (mD)	343.28	343.28	343.28
Keq x -Numerical (mD)	369.44	375.21	410.45
Keq x -Oda's (mD)	407.37	409.56	464.52
Keq x - f correction (mD)	195.51	0.0	205.27
Keq y -Numerical (mD)	544.67	385.64	586.92
Keq y -Oda's (mD)	705.02	488.73	913.90
Keq y - f correction (mD)	338.36	0.0	403.85
Shape Factor	0.1964	0.2766	0.0689

We present a ternary diagram in Figure 20a that shows the percentage of each topology pattern for the three sections studied. Figure 20b shows a bar chart with the value for the hydraulic connectivity factor for the same sections. The hydraulic connectivity f tends to be higher in the sections with a higher percentage of X- and Y-nodes. However, it does not indicate higher equivalent permeability fields, and the definition of topological aspects may be essential to constraining hydraulic simulations in fractured media.

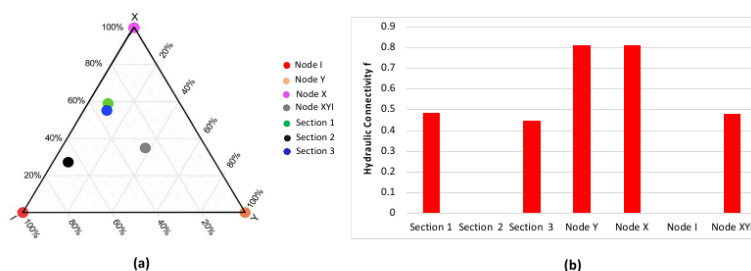


Figure 20. (a) Ternary diagram with the relationship between the topological patterns I, Y, X, used to classify the DFNs according to their connectivity and (b) Comparison of hydraulic connectivity between sections.

The results showed the main effects of topology variations in upscaled permeability tensor estimation and shape factor, considering a low and fixed matrix permeability (e.g., tight reservoir). This work provided an analysis of fracture patterns influence (type and degree of connections) in the cell scale used in reservoir simulation.

5. Discussion

There are many advancements since the early works on the numerical modeling of geological scenarios. Jing and Stephansson [44] showed that applying a mathematical formulation to represent fractured rocks cannot be arbitrary, and it must relate to the topological properties of the fracture network. Haddad et al. [69] showed that the heterogeneity of fractured reservoirs profoundly affects the rate of mass transfer between

the fracture system and matrix blocks. One of the heterogeneity sources is related to the variable fracture intensity.

In this study, we successfully used embedded discontinuities in FEM-based models, regarding real and artificial scenarios, of fractured porous media to execute flow simulations. A similar approach was also successfully used for real cases in Brazilian pre-salt reservoirs by Falcão et al. [36].

Performing numerical simulation with the incorporated discontinuities has demonstrated reliability for fluid flow simulation in fractured media, including coupled simulations [70–76]. This method presents an alternative to the classical techniques based on the use of interface elements. It also represents an alternative for analysis that requires the repeated rewiring of the geometry, as observed in discrete fracture methods in which fractures are represented explicitly in the model [77,78]. The approach allows representing fractures with lines and surfaces [79]. This technique also presents the advantage of reducing the computational costs and simplifies the discretization process of fractured media [35] and directly includes the fracture contribution into the matrix without any spatial portioning.

The artificial and real case models treated here were built with the FEM method, and the flow simulations performed allow calculating the equivalent permeability and the shape factor for all the scenarios. The 2D real scenarios were built from a cell extracted from a larger DFN model of a reservoir from the Brazilian pre-salt interval [36]. Three horizontal slices were acquired from a 3D cell and provided three bidimensional sections with proper fracture sets. The simulations allowed us to evaluate the impact of fracture topology and highlight aspects of the computation of equivalent permeability and shape factor in the fractured medium. Fracture topology handles the generalization of spatial relationships as the connectivity and continuity of fracture planes. It refers to properties that are unchanged by the continuous transformation of the space in which the fractures are embedded, the deformation (strain) of the geometrical properties (lengths and angles), a concept familiar in many areas of geology [18,42]. Topological analysis of NFRs is fundamental to predict the hydraulic connectivity f , which involves the fracture network and the rock matrix in classical dual-porosity problems. Besides the numerical simulation, we used Oda's analytical method, and the correction applied to this method according to Sævik and Nixon [41]. The correction considers the fracture system connectivity and fractures characteristics using the quantification of topological fracture node types. Although these authors do not compare results with Oda's original method, several authors have made advances in this analytical method and shown the need to consider other representative parameters to represent the permeability tensor of fractured media more realistically [78,80,81]. Fumagalli et al. [78] implemented the embedded discrete fractures technique and compared the simulations with Oda's method used in a commercial simulator. Their results showed the accuracy of the embedded fracture models compared to the analytical method.

Considering the correction to Oda's method provided by the topological analysis, the hydraulic connectivity f is used to represent a new parameter in the general equation of Oda's tensor. Results obtained through simulation for the synthetic cases with X- and Y-nodes were similar to the values obtained with the corrected Oda method. This outcome demonstrates the importance of analyzing the hydraulic connectivity f to estimate equivalent permeability [43,82].

Silva et al. [18] presented a numerical tool for fracture modeling, which was tested in synthetic bidimensional models of fractured media. They analyzed the capacity of FEM models with embedded discontinuities to calculate upscaled equivalent permeability and the influence of topological patterns in the flow. These authors analyzed the influence of topological patterns in the equivalent permeability. They concluded that the fracture intensity, connectivity, and topology pattern play an important role in the upscaled permeability. These authors demonstrated the reduced equivalent permeability of

fracture networks dominated by I-nodes, due to the lack of connectivity, compared to networks with X- and Y-node patterns, as was also found by the present study.

Lahiri [83] performed the calculation of the effective permeability of a fracture network and used topological connectivity through analytical expressions, considering fractal and multifractal distributions. The author concluded that the permeability of fracture systems increases rapidly with the growth in length of the branch segments. Longer branch segments in fracture networks play a critical role in determining the permeability of the fractured reservoir. We found similar results in the calculation of equivalent permeability through topology analysis of the real cases. Larger branches of fracture systems tend to have more connectivity with other fracture planes, but I-node fractures tend to form short planes.

The shape factor was first introduced by Barenblatt et al. [84]. In this approach, the matrix and the fractures are divided into two continuum systems: The fractures are considered the main global flow paths (fractures have high permeability and low storage capacity), while the rock matrix is the main fluid storage sink (the matrix blocks present high storage and low permeability). The two systems are connected, and they interact either directly or indirectly with the global connection neighboring fractures. The concept of double porosity was extended and applied to reservoir engineering by Warren and Root [46], mainly for pressure test analysis. They developed a method based on the general premise that fractures are evenly spaced and allow for variations in fracture width to satisfy real anisotropy conditions in a naturally fractured reservoir. The fracture-matrix transfer term, governed by shape factor, cannot be represented by pseudo-steady-state. Rather, it involves transient periods of variable magnitude depending on the considered flow case. Furthermore, the shape factor is not just a value. The deficient concept of the pseudo-state transfer assumption explains why a certain controversy developed around the definition of the shape factor [85]. The fracture-matrix transfer problem involves a time convolution between fracture flow conditions. The actual flow occurs within the matrix medium.

Certain works have developed transient methodologies to obtain the shape factor, regarding the time effect, and a real representation of the fracture matrix interaction regarding the production or injection processes in the reservoir [23,47,51–53,86–90]. Rostami [91] demonstrated that the shape factor is a function of time, and its value could be different for regular and irregular shapes.

The analysis performed in this study considered a novel approach to obtain the shape factor as a function of time and compared the equivalent permeability computed through numerical simulation with analytical methods corrected with topological analysis in bidimensional artificial and real scenarios. The most relevant result demonstrated the influence of the I-node topology feature on the flow in fractured media. Fracture networks dominated by I-node types hinder the transfer effect between the fractures and the rock matrix, and the impact in the equivalent permeability can be relevant, despite the fracture density. Thus, the arrangement of fractures that influences the topological nodes and the hydraulic connectivity can provide a simplified and fastened estimate of fluid control parameters (permeability and shape factor) for numerical simulations of fractured reservoirs.

6. Conclusions

Numerical simulations were successfully performed to obtain the effective permeability regarding artificial and real cases with dual-porosity in fractured media built with FEM models. The results were compared with data obtained through analytical methods, corrected with topological analysis of fracture systems (I-nodes, Y-nodes, and X-nodes).

Results showed the impact of connection between the fractures and the behavior of properties directly related to flow, such as permeability. The analysis demonstrated the relationship between the fracture topology and shape factor. Fractured media dominated

by I-node terminations result in smaller shape factors than systems composed by other fracture node types. This finding is directly related to the lack of connectivity.

Simulations performed on the scenarios showed that in fractured systems with fewer X- and Y-nodes than I-nodes, the equation used to define the fracture connectivity f will return negative results. This finding prevented the further extraction of properties such as equivalent permeability or the shape factor regarding the hydraulic conductivity f of the medium.

The results presented demonstrated the direct relationship of the shape factor with the geometry of the fractures and the fracture intensity aspect and evidenced the impact of these variables on the shape factor.

The comparative analysis demonstrated that the analytical methods are satisfactory to estimate equivalent permeability of idealized fractured systems. These represent artificial cases in terms of the fracture density and the connectivity factor. However, the test with real scenarios, a DFN from a pre-salt reservoir, demonstrated that the analytical methods are not efficient to estimate the equivalent permeability of the fractured medium, including with the corrected analytical method by using topological analysis.

The study reinforces the contribution of the fracture topology theory in obtaining input parameters for double porosity and double permeability models such as permeability and shape factor.

As a recommendation for the work evolution, one can consider the variable aperture and cement filling due to diagenetic effects in fractures, which is crucial to reproduce realistic models. The adoption of a coupled hydro-mechanical approach should be considered in further developments to establish the effect of fractured media (matrix rock and fractures) and stress-strain in the upscaled process need to be analyzed.

Author Contributions: Conceptualization, I.F.G., L.J.d.N.G., T.S.d.M. and L.L.A.; methodology, I.F.G., L.J.d.N.G., L.B., B.M., L.C.P., T.S.d.M., J.A.B. and L.L.A.; software, L.J.d.N.G., L.B., B.M. and L.L.A.; formal analysis, I.F.G., J.A.B., L.L.A. and T.S.d.M.; investigation, L.L.A., I.F.G., J.A.B., T.S.d.M., L.J.d.N.G. and B.M.; writing—original draft preparation, L.L.A., I.F.G., L.J.d.N.G., J.A.B., T.S.d.M.; writing—review and editing, L.L.A., J.A.B., I.F.G.; supervision, I.F.G., L.J.d.N.G., J.A.B. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Institutional Review Board Statement: Not applicable.

Informed Consent Statement: Not applicable.

Acknowledgments: The authors thank the financial support provided by Petrobras, Energi Simulation, and CNPq-Brazil.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

1. Jaffré, J.; Mnejja, M.; Roberts, J. A discrete fracture model for two-phase flow with matrix-fracture interaction. *Procedia Comput. Sci.* **2011**, *4*, 967–973, doi:10.1016/j.procs.2011.04.102.
2. Lima, B.E.M.; De Ros, L.F. Deposition, diagenetic and hydrothermal processes in the Aptian Pre-Salt lacustrine carbonate reservoirs of the northern Campos Basin, offshore Brazil. *Sediment. Geol.* **2019**, *383*, 55–81, doi:10.1016/j.sedgeo.2019.01.006.
3. Lima, B.E.M.; Tedeschi, L.R.; Pestilho, A.L.S.; Santos, R.V.; Vazquez, J.C.; Guzzo, J.V.P.; De Ros, L.F. Deep-Burial Hydrothermal Alteration of the Pre-Salt Carbonate Reservoirs from Northern Campos Basin, Offshore Brazil: Evidence from Petrography, Fluid Inclusions, Sr, C and O Isotopes. *Mar. Pet. Geol.* **2020**, *113*, 104143.
4. Philip, Z.G.; Jennings, J.W.; Olson, J.E.; Laubach, S.E.; Holder, J. Modeling Coupled Fracture-Matrix Fluid Flow in Geomechanically Simulated Fracture Networks. *SPE Reserv. Eval. Eng.* **2005**, *8*, 300–308.
5. Bratton, T.; Canh, D.V.; Van Que, N.; Duc, N.V.; Gillespie, P.; Hunt, D.; Li, B.; Marcinew, R.; Ray, S.; Montaron, B.; et al. The Nature of Naturally Fractured Reservoirs. *Oilfield Rev.* **2006**, *18*, 4–23.
6. Laubach, S.E.; Olson, J.E.; Gross, M.R. Mechanical and fracture stratigraphy. *AAPG Bull.* **2009**, *93*, 1413–1426, doi:10.1306/07270909094.
7. Olson, J.E.; Laubach, S.E.; Lander, R.H. Natural fracture characterization in tight gas sandstones: Integrating mechanics and diagenesis. *AAPG Bull.* **2009**, *93*, 1535–1549, doi:10.1306/08110909100.

8. Mohammed, I.; Olayiwola, T.O.; Alkathim, M.; Awotunde, A.A.; Alafnan, S.F. A review of pressure transient analysis in reservoirs with natural fractures, vugs and/or caves. *Pet. Sci.* **2021**, *18*, 154–172, doi:10.1007/s12182-020-00505-2.
9. Bonnet, E.; Bour, O.; Odling, N.E.; Davy, P.; Main, I.; Cowie, P.; Berkowitz, B. Scaling of Fracture Systems in Geo-logical Media. *Rev. Geophys.* **2001**, *39*, 347–383.
10. Laubach, S.E.; Gale, J.F.W. Obtaining Fracture Information for Low-Permeability (Tight) Gas Sandstones from Sidewall Cores. *J. Pet. Geol.* **2006**, *29*, 147–158, doi:10.1111/j.1747-5457.2006.00147.x.
11. Laubach, S.E.; Lander, R.H.; Criscenti, L.J.; Anovitz, L.M.; Urai, J.L.; Pollyea, R.M.; Hooker, J.N.; Narr, W.; Evans, M.A.; Kerisit, S.N. The Role of Chemistry in Fracture Pattern Development and Opportunities to Advance Interpretations of Geological Materials. *Rev. Geophys.* **2019**, *57*, 1065–1111.
12. Nelson, R.A. *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*, 2nd ed.; Gulf Professional Publishing: Boston, MA, USA, 2001.
13. Laubach, S.E. Fracture Networks in Selected Cretaceous Sandstones of the Green River and San Juan Basins: Wyoming, New Mexico, and Colorado. In *Geological Studies Relevant to Horizontal Drilling: Examples from Western North America*; Schmoker, J.W., Coalson, E.B., Brown, C.A., Eds.; Rocky Mountain Association of Geologists, Denver, CO, USA, 1992; pp. 115–127.
14. Berkowitz, B.; Bour, O.; Davy, P.; Odling, N. Scaling of fracture connectivity in geological formations. *Geophys. Res. Lett.* **2000**, *27*, 2061–2064, doi:10.1029/1999gl011241.
15. Roy, A.; Perfect, E.; Dunne, W.; Odling, N.; Kim, J.-W. Lacunarity analysis of fracture networks: Evidence for scale-dependent clustering. *J. Struct. Geol.* **2010**, *32*, 1444–1449, doi:10.1016/j.jsg.2010.08.010.
16. Laubach, S.; Hundley, T.; Hooker, J.; Marrett, R. Spatial arrangement and size distribution of normal faults, Buckskin detachment upper plate, Western Arizona. *J. Struct. Geol.* **2018**, *108*, 230–242, doi:10.1016/j.jsg.2017.10.001.
17. Sahu, A.K.; Ankur, R. Clustering, Connectivity and Flow Responses of Deterministic Fractal-Fracture Net-works. *Adv. Geosci.* **2020**, *54*:149–56.
18. Silva, J.; Igor, G.; Rafael, S.; Tiago, M.; Ricardo, G.; Jose, B.; Leonardo, G.; Leila, B. Topological Analysis of Fracture Estimation Networks Integrated with Flow Simulation Models for Equivalent Fracture Permeability Estimation. *J. Struct. Geol.* **2021**, *147*, 104338.
19. Laubach, S.E. A Method to Detect Natural Fracture Strike in Sandstones. *AAPG Bull.* **1997**, *81*, 604–623, doi:10.1306/522b43e3-1727-11d7-8645000102c1865d.
20. Gong, J.; Rossen, W.R. Modeling Flow in Naturally Fractured Reservoirs: Effect of Fracture Aperture Distribu-tion on Dominant Sub-Network for Flow. *Pet. Sci.* **2017**, *14*, 138–154.
21. Sævik, P.N. *Analytical Methods for Upscaling of Fractured Geological Reservoirs*; University of Bergen: Bergen, Norway, 2015.
22. Kumar, S.; Rey, A.; Dufour, G.; Ogunyomi, B. Understanding fluid flow behavior in fractured reservoir using dual porosity dual permeability and discretized fracture model. In Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Calgary, AB, Canada, 30 September–2 October 2019.
23. Brenner, K.; Hennicker, J.; Masson, R.; Samier, P. Hybrid-dimensional modelling of two-phase flow through fractured porous media with enhanced matrix fracture transmission conditions. *J. Comput. Phys.* **2018**, *357*, 100–124.
24. Dershowitz, W.S.; Einstein, H.H. Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock Mech. Rock Eng.* **1988**, *21*, 21–51, doi:10.1007/bf01019674.
25. Wong, D.L.Y.; Doster, F.; Geiger, S.; Francot, E.; Gouth, F. Fluid Flow Characterization Framework for Naturally Fractured Reservoirs Using Small-Scale Fully Explicit Models. *Transp. Porous Med.* **2020**, *134*, 399–434, doi:10.1007/s11242-020-01451-8.
26. Berkowitz, B.; Balberg, I. Percolation theory and its application to groundwater hydrology. *Water Resour. Res.* **1993**, *29*, 775–794, doi:10.1029/92wr02707.
27. Niven, E.B.; Deutsch, C.V. A Sensitivity Analysis for Equivalent Permeability Tensors Calculated from 2D Discrete Fracture Networks. Paper 109, *CCG Ann. Rep.* **2009**, 1–8.
28. Berkowitz, B. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. *Adv. Water Resour.* **2002**, *25*, 861–884, doi:10.1016/s0309-1708(02)00042-8.
29. van Harmelen, A.; Weijermars, R. Complex analytical solutions for flow in hydraulically fractured hydrocarbon reservoirs with and without natural fractures. *Appl. Math. Model.* **2018**, *56*, 137–157, doi:10.1016/j.apm.2017.11.027.
30. Hui, M.-H.R.; Karimi-Fard, M.; Mallison, B.; Durlafsky, L.J. A General Modeling Framework for Simulating Complex Recovery Processes in Fractured Reservoirs at Different Resolutions. *SPE J.* **2017**, *23*, 598–613.
31. Kasiri, N.; Bashiri, A. Status of Dual-Continuum Models for Naturally Fractured Reservoir Simulation. *Pet. Sci. Technol.* **2011**, *29*, 1236–1248, doi:10.1080/10916460903515557.
32. Berre, I.; Doster, F.; Keilegavlen, E. Flow in Fractured Porous Media: A Review of Conceptual Models and Discretization Approaches. *Transp. Porous Media* **2019**, *130*, 215–236, doi:10.1007/s11242-018-1171-6.
33. Parsons, R. Permeability of Idealized Fractured Rock. *Soc. Pet. Eng. J.* **1966**, *6*, 126–136, doi:10.2118/1289-pa.
34. Lang, P.S.; Paluszny, A.; Zimmerman, R.W. Permeability tensor of three-dimensional fractured porous rock and a comparison to trace map predictions. *J. Geophys. Res.* **2014**, *119*, 6288–6307.
35. Beserra, L.; Guimarães, L.; Manzoli, O.; Berrio, L. Finite Element With Embedded Discontinuities Analysis Of Well Production Decline Due To Fracture Closure In Naturally Fr. In Proceedings of the ECMOR XVI—16th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery; European Association of Geoscientists & Engineers, Barcelona, Spain, 3–6 September 2018.
36. Falcao, F.; Barroso, J.; Murad, M.; Pereira, P.; Vargas, E.; Juvinao, A.; Muller, A.; Roehl, D.; Quevedo, R.; Mejia, C.; et al. Synthetic Benchmark for the Computation of Equivalent Properties in Coupled Flow and Geomechanics Conditions for a Fractured

- Carbonate Rock. In Proceedings of the 2nd International Discrete Fracture Network Engineering Conference, Seattle, DC, USA, 20–22 June 2018.
37. Durlafsky, L.J. Upscaling of Geological Models for Reservoir Simulation: Issues and Approaches Introduction to the Special Issue. *Comput. Geosci.* **2002**, *6*, 1–4.
 38. Durlafsky, L.J. Upscaling and Gridding of Fine Scale Geological Models for Flow Simulation. In Proceedings of the 8th International Forum on Reservoir Simulation, Stresa, Italy, 20–24 June 2005; pp. 1–59.
 39. He, C.; Durlafsky, L. Structured flow-based gridding and upscaling for modeling subsurface flow. *Adv. Water Resour.* **2006**, *29*, 1876–1892, doi:10.1016/j.advwatres.2005.12.012.
 40. Karimi-Fard, M.; Durlafsky, L.J.; Aziz, K. An Efficient Discrete-Fracture Model Applicable for General-Purpose Reservoir Simulators. *SPE J.* **2007**, *9*, 227–236.
 41. Sævik, P.N.; Nixon, C.W. Inclusion of Topological Measurements into Analytic Estimates of Effective Permeability in Fractured Media. *Water Resour. Res.* **2017**, *53*, 9424–9443.
 42. Sanderson, D.; Nixon, C.W. The use of topology in fracture network characterization. *J. Struct. Geol.* **2015**, *72*, 55–66, doi:10.1016/j.jsg.2015.01.005.
 43. Huseby, O.; Thøvert, J.-F.; Adler, P.M. Geometry and topology of fracture systems. *J. Phys. A Math. Gen.* **1997**, *30*, 1415–1444, doi:10.1088/0305-4470/30/5/012.
 44. Jing, L.; Stephansson, O. Network Topology and Homogenization of Fractured Rocks. In *Fluid Flow and Transport in Rocks*; Springer Science and Business Media LLC: Berlin/Heidelberg, Germany, 1997; pp. 191–202.
 45. Oda, M.; Saito, T.; Kamemura, K. Permeability of Rock Masses at Great Depth. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* **1989**, *27*, 211.
 46. Warren, J.E.; Root, P.J. The Behaviour of Naturally Fractured Reservoirs. *Soc. Pet. Eng. J.* **1963**, *3*, 245–255.
 47. Kazemi, H. Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution. *Soc. Pet. Eng. J.* **1969**, *9*, 451–462, doi:10.2118/2156-a.
 48. Coats, K. Implicit Compositional Simulation of Single-Porosity and Dual-Porosity Reservoirs (SPE-18427). In Proceedings of the SPE Symposium on Reservoir Simulation, Houston, TX, USA, 6–8 February 1989.
 49. Ueda, Y.; Murata, S.; Watanabe, Y.; Funatsu, K. Investigation of the Shape Factor Used in the Dual-Porosity Reservoir Simulator. In Proceedings of the SPE Asia-Pacific Conference, Sydney, Australia, 13 September 1989; pp. 35–44.
 50. Chang, M.-M. Deriving the shape factor of a fractured rock matrix. In *Deriving the Shape Factor of a Fractured Rock Matrix*; Office of Scientific and Technical Information (OSTI): Oak Ridge, TN, USA, 1993; doi:10.2172/10192737.
 51. Lim, K.; Aziz, K. Matrix-fracture transfer shape factors for dual-porosity simulators. *J. Pet. Sci. Eng.* **1995**, *13*, 169–178, doi:10.1016/0920-4105(95)00010-f.
 52. Quintard, M.; Whitaker, S. Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media. II: Comparison with numerical experiments for slightly compressible single-phase flow. *Adv. Water Resour.* **1996**, *19*, 49–60, doi:10.1016/0309-1708(95)00024-d.
 53. Zendejboudi, S.; Chatzis, I.; Shafiei, A.; Dusseault, M. Empirical Modeling of Gravity Drainage in Fractured Porous Media. *Energy Fuels* **2011**, *25*, 1229–1241.
 54. Lemonnier, P.; Bourbiaux, B. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. State of the Art Part 1. *Oil Gas Sci. Technol.* **2010**, *65*, 239–262.
 55. If, F.; Frykman, P. Estimation of shape factors in fractured reservoirs. *Geol. Soc. Lond. Pet. Geol. Conf. Ser.* **2005**, *6*, 545–550.
 56. Lewis, R.W.; Schrefler, B.A. *Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 1998.
 57. Olivella, S.; Gens, A.; Carrera, J.; Alonso, E.E. Numerical formulation for a simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. *Eng. Comput.* **1996**, *13*, 87–112, doi:10.1108/02644409610151575.
 58. Guimarães, L.D.N.; Gens, A.; Olivella, S. Coupled Thermo-Hydro-Mechanical and Chemical Analysis of Expansive Clay Subjected to Heating and Hydration. *Transp. Porous Media* **2007**, *66*, 341–372.
 59. Zimmerman, R.W.; Chen, G.; Hadgu, T.; Bodvarsson, G.S. A Numerical Dual-Porosity Model with Semi-Analytical Treatment of Fracture/Matrix Flow. *Water Resour. Res.* **1993**, *29*, 2127–2137.
 60. Alvarez, L.L.; Beserra, L.; Guimarães, L.; Maciel, B.; Manzoli, O. Modeling of near-Wellbore Permeability Reduction Due to Depletion of a Naturally Fractured Reservoir. In Proceedings of the 54th U.S. Rock Mechanics/Geomechanics Symposium, Physical Event Cancelled, Golden, CO, USA, 28 June–1 July 2020.
 61. Cottreau, N.; Garcia, M.H.; Gosselin, O.R.; Vigier, L. Effective Fracture Network Permeability: Comparative Study of Calculation Methods. Presented at the SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibitio, Barcelona, Spain, 14–17 June 2010; pp. 1–31.
 62. Lei, Q.; Latham, J.-P.; Tsang, C.-F. The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. *Comput. Geotech.* **2017**, *85*, 151–176, doi:10.1016/j.compgeo.2016.12.024.
 63. Dershowitz William, S.; La Pointe, P.R.; Doe Thomas, W. Discrete Fracture Network Modeling: Current Status and Future Trends. In Proceedings of the US EPA/NGWA Fractured Rock Conference: State of the Science and Measuring Success in Remediation, Portland, ME, USA, 13–15 September 2004; pp. 882–894.
 64. Ahmed Elfeel, M. Improved Upscaling and Reservoir Simulation of Enhanced Oil Recovery Process in Naturally Fractured Reservoirs. Ph.D. Thesis, Heriot-Watt University, Edinburgh, UK, 2014.

65. da Costa Fraga, C.T.; Capeleiro Pinto, A.C.; Branco, C.C.M.; da Silva Paulo, C.A. Brazilian Pre-Alt: An Impressive Journey from Plans and Challenges to Concrete Results. In Proceedings of the Offshore Technology Conference, Houston, TX, USA, 7 May 2015.
66. Madden, T.R. Random Networks and Mixing Laws. *Geophysics* **1976**, *41*, 1104–1125, doi:10.1190/1.2035907.
67. Katagiri, J.; Kimura, S.; Noda, S. Significance of shape factor on permeability anisotropy of sand: Representative elementary volume study for pore-scale analysis. *Acta Geotech.* **2020**, *15*, 2195–2203, doi:10.1007/s11440-020-00912-0.
68. De Dreuzy, J.-R.; Méheust, Y.; Pichot, G. Influence of fracture scale heterogeneity on the flow properties of three-dimensional discrete fracture networks (DFN). *J. Geophys. Res. Space Phys.* **2012**, *117*, 1–21, doi:10.1029/2012jb009461.
69. Haddad, A.S.; Hassanzadeh, H.; Abedi, J.; Chen, Z. Effect of Fracture Intensity and Longitudinal Dispersivity on Mass Transfer in Fractured Reservoirs. In Proceedings of the All Days; Society of Petroleum Engineers (SPE), Port-of-Spain, Trinidad, 11–13 June 2012; pp. 80–87.
70. Oliver, J. Modelling Strong Discontinuities in Solid: Part 2. *Int. J. Numer. Method in Eng.* **1996**, *39*, 3601–3623.
71. Spencer, B.W. Finite Elements with Embedded Discontinuities for Modeling Reinforced Concrete Members By. Analysis (October). Ph.D. Thesis, University of Colorado at Boulder, Boulder, CO, USA, 2002.
72. Manzoli, O.; Shing, P. A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements. *Comput. Struct.* **2006**, *84*, 742–757, doi:10.1016/j.compstruc.2005.10.009.
73. Oliver, J.; Huespe, A.E.; Sánchez, P.J. A Comparative Study on Finite Elements for Capturing Strong Discontinuities: E-FEM vs X-FEM. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **2006**, *195*, 4732–4752.
74. Mejia, C.; Roehl, D.; Rueda, J.; Quevedo, R. A new approach for modeling three-dimensional fractured reservoirs with embedded complex fracture networks. *Comput. Geotech.* **2021**, *130*, 103928, doi:10.1016/j.compgeo.2020.103928.
75. Fumagalli, A.; Scotti, A. *A Reduced Model for Flow and Transport in Fractured Porous Media with Non-Matching Grids*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2013.
76. Zendehboudi, S.; Chatzis, I.; Mohsenipour, A.A.; Elkamel, A. Dimensional analysis and scale-up of immiscible two-phase flow displacement in fractured porous media under controlled gravity drainage. *Energy Fuels* **2011**, *25*, 1731–1750.
77. Flemisch, B.; Berre, I.; Boon, W.; Fumagalli, A.; Schwenck, N.; Scotti, A.; Stefansson, I.; Tatomir, A. Benchmarks for single-phase flow in fractured porous media. *Adv. Water Resour.* **2018**, *111*, 239–258, doi:10.1016/j.advwatres.2017.10.036.
78. Fumagalli, A.; Keilegavlen, E.; Scialò, S. Conforming, Non-Conforming and Non-Matching Discretization Couplings in Discrete Fracture Network Simulations. *J. Comput. Phys.* **2019**, *376*, 694–712.
79. Alghalandis, Y.F. ADFNE: Open Source Software for Discrete Fracture Network Engineering, Two and Three Dimensional Applications. *Comput. Geosci.* **2017**, *102*, 1–11.
80. Ghahfarokhi, P.K. The Structured Gridding Implications for Upscaling Model Discrete Fracture Networks (DFN) Using Corrected Oda's Method. *J. Pet. Sci. Eng.* **2017**, *153*, 70–80.
81. Haridy, M.G.; Sedighi, F.; Ghahri, P.; Ussenova, K.; Zhiyenkulov, M. Comprehensive Study of the ODA Corrected Permeability Upscaling Method." Society of Petroleum Engineers—SPE/IATMI Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition 2019, APOG 2019, Bali, Indonesia, 29–31 October 2019.
82. Manzocchi, T. The connectivity of two-dimensional networks of spatially correlated fractures. *Water Resour. Res.* **2002**, *38*, 1, doi:10.1029/2000wr000180.
83. Lahiri, S. Estimating effective permeability using connectivity and branch length distribution of fracture network. *J. Struct. Geol.* **2021**, *146*, 104314, doi:10.1016/j.jsg.2021.104314.
84. Barenblatt, G.; Zheltov, I.; Kochina, I. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [strata]. *J. Appl. Math. Mech.* **1960**, *24*, 1286–1303, doi:10.1016/0021-8928(60)90107-6.
85. Lemonnier, P.; Bourbiaux, B. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. State of the Art Part 2. *Oil Gas Sci. Technol.* **2010**, *65*, 263–286.
86. Thomas, L.K.; Dixon, T.N.; Pierson, R.G. Fractured Reservoir Simulation. *Soc. Pet. Eng. J.* **1983**, *23*, 42–54, doi:10.2118/9305-pa.
87. Landereau, P.; Noetinger, B.; Quintard, M. Quasi-Steady Two-Equation Models for Diffusive Transport in Fractured Porous Media: Large-Scale Properties for Densely Fractured Systems. *Adv. Water Resour.* **2001**, *24*, 863–876.
88. Penuela, G.; Civan, F.; Hughes, R.; Wiggins, M. Time-Dependent Shape Factors for Interporosity Flow in Naturally Fractured Gas-Condensate Reservoirs. In Proceedings of the All Days; Society of Petroleum Engineers (SPE), Calgary, AB, Canada, 29–30 April 2002; pp. 183–200.
89. Sarda, S.; Jeannin, L.; Bourbiaux, B. Hydraulic Characterization of Fractured Reservoirs: Simulation on Discrete Fracture Models. *SPE Reserv. Eval. Eng.* **2002**, *5*, 154–162.
90. Al-Kobaisi, M.; Kazemi, H.; Ramirez, B.; Ozkan, E.; Atan, S. A Critical Review for Proper Use of Water-Oil-Gas Transfer Functions in Dual-Porosity Naturally Fractured Reservoirs—Part II. Presented at the International Petroleum Technology Conference, Dubai, UAE, 4–6 December 2007; doi:10.3997/2214-4609-pdb.147.iptc11778.
91. Rostami, P.; Sharifi, M.; Dejam, M. Shape Factor for Regular and Irregular Matrix Blocks in Fractured Porous Media. *Pet. Sci.* **2020**, *17*, 136–152.