



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

GLEICY KELLY DE BARROS LUZ

**SIMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: explorando peças
de bordados manuais**

Recife
2023

GLEICY KELLY DE BARROS LUZ

**SIMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: explorando peças
de bordados manuais**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestra em Educação Matemática e Tecnológica. **Área de concentração:** Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Recife
2023

Catálogo na fonte
Bibliotecário Danilo Leão, CRB-4/2213

L979s Luz, Gleicy Kelly de Barros
Simetria nos anos finais do Ensino Fundamental: explorando peças de
bordados manuais / Gleicy Kelly de Barros Luz. – 2023.
127 f.

Orientação de: Paula Moreira Baltar Bellemain.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de
Educação. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e
Tecnológica, 2023.
Inclui Referências e apêndices.

1. Educação matemática. 2. Engenharia Didática 3. Ensino
Fundamental. I. Bellemain, Paula Moreira Baltar (Orientação). II. Título.

510.07 (23. ed.) UFPE (CE2024-020)

GLEICY KELLY DE BARROS LUZ

**SIMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: explorando peças
de bordados manuais**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 30/05/2023

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain
(Orientadora e Presidente)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida
(Examinador Interno)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Profa. Dra. Luciana Ferreira dos Santos
(Examinadora Externa)
Prefeitura da Cidade de Olinda

A Deus, minha fortaleza para seguir, aos meus pais (Josinete e Josenildo) e meu irmão (Gleybson), que sempre estão comigo, me apoiando e me encorajando a continuar, para que meus sonhos e objetivos se tornem realidade.

AGRADECIMENTOS

Ao meu Deus, que me concede força e coragem, que me mostra que com Ele tudo posso, me carregando em suas asas e me conduzindo com seu amor.

À minha mãe, a Virgem Maria, minha intercessora, que passa na frente iluminando os meus caminhos e com seu manto sagrado não me desampara.

Aos meus pais, Josinete Severina e Josenildo Francisco, que, da maneira deles, sempre me apoiaram e me encorajaram, nunca deixaram de me mostrar o caminho do bem, sempre me incentivaram a ser uma pessoa melhor e estão dispostos a me ver feliz.

Ao meu irmão, meu amigo, Gleybson, que com sua sinceridade me aconselha, me apoia e ajuda no que é preciso.

À minha tia, Jussara, minha segunda mãe, que sempre fica feliz com minhas conquistas e me acompanha em todos os momentos.

À minha amiga de quatro patas, Lila, minha fiel companheira nos momentos que me sinto só e que me proporciona boas risadas.

À minha orientadora, Paula Baltar, a quem devo toda gratidão pelas palavras, ensinamentos, encorajamento, orientação e paciência. Tudo isso fez toda a diferença em minha vida nesta etapa do mestrado e com certeza na minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Ao Jadilson Almeida e Luciana Santos, que participaram das bancas de qualificação e defesa contribuindo para aperfeiçoar a pesquisa e o texto da dissertação.

Aos colegas do grupo de orientação, pelos conhecimentos compartilhados e contribuições para esta pesquisa.

Aos estudantes e escola que fizeram parte da pesquisa.

Aos amigos da turma de mestrado, da linha didática, e em especial Hugo Gustavo e José Vitor, que conheço desde a graduação e estavam sempre ali quando necessário para apoiar, bem como compartilhar os momentos difíceis.

Ao professor Dr. Ernani Martins, com quem iniciei meus estudos sobre Etnomatemática, bordados manuais e tive o incentivo de ir mais além.

À minha grande amiga, Jaciele, com quem tenho uma amizade de mais de 10 anos, que mesmo seguindo caminhos diferentes, nunca deixamos de nos comunicar

e manter essa proximidade. Você sempre me ajudou em todos os momentos nesses dois anos e antes mesmo de ingressar.

Às minhas demais amizades, aquelas com quem sempre pude compartilhar um pouco dessa minha fase da vida acadêmica.

A todos os professores do EDUMATEC, em especial aqueles com quem tive oportunidade de cursar alguma disciplina e os professores da linha de didática que na disciplina de seminários contribuíram para a minha pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, por me conceder a oportunidade da bolsa de estudo durante todo o período de realização desta pesquisa.

E a você, que de alguma maneira se interessou por minha pesquisa e busca entendê-la melhor através da leitura.

“Entrega o teu caminho ao Senhor, confia nele, e ele tudo fará” (Bíblia, 2023, n. p. [Salmo 37: 5]).

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo apresentar como a exploração de bordados manuais pode contribuir para o conhecimento das simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental. A prática das bordadeiras foi considerada sob a ótica da Etnomatemática, com foco na dimensão educacional. O percurso metodológico inspirado na Engenharia Didática levou a realizar análises preliminares, apresentar a sequência de atividades e justificar as escolhas didáticas realizadas e analisar as produções dos participantes sem compará-las com um grupo controle. O estudo foi realizado em Passira, cidade do Agreste pernambucano conhecida como terra dos bordados manuais. Dois objetivos específicos foram estabelecidos: (a) averiguar que conhecimentos sobre simetria de reflexão são mobilizados por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental ao realizarem atividades envolvendo bordados manuais; e (b) identificar aproximações e distanciamentos entre conhecimentos matemáticos presentes na prática do bordado manual e conhecimentos sobre simetria de reflexão trabalhados na escola. Cinco estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental matriculados na rede pública municipal realizaram individualmente uma sequência composta de nove atividades envolvendo a exploração de bordados manuais e outros materiais como papel carbono, instrumentos de medição, barbante, papel quadriculado e papel ofício. As atividades eram voltadas para a cultura e para a conexão com o conteúdo de simetria de reflexão. Os resultados sugerem que as atividades propostas envolvendo bordado manual permitiram o resgate e valorização das práticas e saberes das bordadeiras, favoreceram visualizações de padrões geométricos em peças de bordados manuais já produzidas e estimularam a mobilização intuitiva de conhecimentos sobre simetria de reflexão a partir da exploração dos bordados manuais. Com as respostas dos estudantes foi possível perceber que o conhecimento de simetria mobilizado com o auxílio das peças de bordados manuais pode ter sido construído na escola, durante os anos anteriores, mas também pode ter sido construído pelas práticas culturais observadas em seu meio. A sequência de atividades permitiu que, mesmo de maneira intuitiva, ao passar de uma atividade para a outra, os estudantes recordassem e fortalecessem a ideia de simetria ao lembrar termos e aspectos importantes.

Palavras-chave: bordados manuais; simetrias; simetria de reflexão; etnomatemática; engenharia didática (ED).

ABSTRACT

This research aimed to present how the exploration of hand embroidery can contribute to the understanding of symmetries in the final years of Elementary School. The practice of embroiderers was considered from the perspective of Ethnomathematics, with a focus on the educational dimension. The methodological journey inspired by Didactic Engineering led to conducting preliminary analysis, presenting the sequence of activities, justifying the didactic choices made, and analyzing the participants' productions without comparing them to a control group. The study was carried out in Passira, a city in the Agreste region of Pernambuco known as the land of hand embroidery. Two specific objectives were established: (a) to investigate what knowledge about reflection symmetry is mobilized by students in the final years of Elementary School when performing activities involving hand embroidery, and (b) to identify approaches and differences between mathematical knowledge present in the practice of hand embroidery and knowledge about reflection symmetry worked on in school. Five students from the 9th grade of Elementary School enrolled in the municipal public network individually carried out a sequence composed of nine activities involving the exploration of hand embroidery and other materials such as carbon paper, measuring instruments, string, graph paper, and craft paper. The activities were focused on culture and connection with the content of reflection symmetry. The results suggest that the proposed activities involving hand embroidery allowed the rescue and valorization of the practices and knowledge of embroiderers, favored visualizations of geometric patterns in hand-embroidered pieces already produced, and stimulated the intuitive mobilization of knowledge about reflection symmetry from the exploration of hand embroidery. With the students' responses, it was possible to perceive that the symmetry knowledge mobilized with the help of hand-embroidered pieces may have been constructed in school during previous years but may also have been built through the cultural practices observed in their environment. The sequence of activities allowed, even intuitively, as they moved from one activity to another, the students to recall and strengthen the idea of symmetry by remembering important terms and aspects.

Keywords: hand embroidery; symmetries; reflection symmetry; ethnomathematics; didactic engineering (DE).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Síntese da discussão dos elementos da Etnomatemática	31
Figura 2 –	Exemplo de bordado com ponto de preenchimento	37
Figura 3 –	Exemplo de bordado com ponto sombra	37
Figura 4 –	Exemplo de bordado com ponto perfurado	38
Figura 5 –	Exemplo de bordado com ponto crivo	38
Figura 6 –	Exemplo de bordado com ponto atrás	39
Figura 7 –	Exemplo de ponto matame na peça de bordado	39
Figura 8 –	Exemplo de ponto com fios agrupados	40
Figura 9 –	Bordado de Mariah Escossia	44
Figura 10 –	Bordado de Paulo Rezende	44
Figura 11 –	Bordado de Heloísa Marques	45
Figura 12 –	Bordado de Pedro Luis	45
Figura 13 –	Bordado de Tamara	46
Figura 14 –	Bordado de Giselle Quinto	46
Figura 15 –	Bordado de Thamires Cola	47
Figura 16 –	Bordado de Thomas Ueda	47
Figura 17 –	Bordado de Juliana Mota	48
Figura 18 –	Bordado de Sarah Ferrigo	48
Figura 19 –	Bordado de Linhas de Sampa	49
Figura 20 –	Exemplo de apresentação do conceito de simetria em livro didático	51
Figura 21 –	Definição de simetria de translação	52
Figura 22 –	Translação por um vetor	52
Figura 23 –	Exemplo de translação na figura ABC	53
Figura 24 –	Definição de simetria de reflexão	53
Figura 25 –	Exemplo de reflexão com eixo de simetria r	54
Figura 26 –	Definição de simetria de rotação	54
Figura 27 –	Rotação de centro O	55
Figura 28 –	Exemplo de rotação	55
Figura 29 –	Exemplo da presença de simetria no cotidiano	56
Figura 30 –	Exemplo de pinturas na carroceria de caminhão	62

Figura 31 –	Processo de impressão no tecido	64
Figura 32 –	Bordadeira medindo os lados do tecido	66
Figura 33 –	Bordado manual em uma determinada peça com eixo traçado	67
Figura 34 –	Palavra “bordado” para a atividade 5	68
Figura 35 –	Palavra “bordado” com as simetrias possíveis identificadas	69
Figura 36 –	Peça de bordado manual com diferentes pontos	69
Figura 37 –	Bordado manual em uma determinada peça	71
Figura 38 –	Tapetes criados por tapeceiras de Lagoa do Carro	71
Figura 39 –	Desenho de flor	72
Figura 40 –	Processo de impressão no tecido	75
Figura 41 –	Desenho realizado pela estudante Tatiane na atividade 1	76
Figura 42 –	Desenho realizado pela estudante Samanta na atividade 1	78
Figura 43 –	Desenho realizado pela estudante Lidiane na atividade 1	79
Figura 44 –	Desenho realizado pela estudante Josiane na atividade 1	81
Figura 45 –	Desenho realizado pelo estudante Gilson na atividade 1	82
Figura 46 –	Realização da atividade 2 com instrumentos de medição	83
Figura 47 –	Peça guardanapo com o eixo vertical traçado com barbante	85
Figura 48 –	Quadrado com os eixos traçados	87
Figura 49 –	Bordado manual em uma determinada peça com eixo traçado	89
Figura 50 –	Peça de borado manual com diferentes pontos	93
Figura 51 –	Produção da estudante Tatiane nas atividades 6 e 7	94
Figura 52 –	Produção da estudante Samanta nas atividades 6 e 7	95
Figura 53 –	Produção da estudante Lidiane nas atividades 6 e 7	95
Figura 54 –	Produção da estudante Josiane nas atividades 6 e 7	96
Figura 55 –	Produção do estudante Gilson nas atividades 6 e 7	97
Figura 56 –	Bordado manual em uma determinada peça	98
Figura 57 –	Tapetes criados por tapeceiras de Lagoa do Carro	99
Figura 58 –	Atividade 9 desenvolvida pela estudante Tatiane	101
Figura 59 –	Atividade 9 desenvolvida pela estudante Samanta	102
Figura 60 –	Atividade 9 desenvolvida pela estudante Lidiane	102
Figura 61 –	Atividade 9 desenvolvida pela estudante Josiane	102

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Trabalhos que versam sobre a Etnomatemática na dimensão educacional publicados nos anais do XIV ENEM, no eixo temático Etnomatemática e Cultura	27
Quadro 2 –	Simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental a partir do seu objeto de conhecimento e habilidade	57
Quadro 3 –	Pesquisas que abordam as simetrias como objeto de estudo	59
Quadro 4 –	Variáveis didáticas e valores voltados à simetria com base em Melo (2010) e Lima (2006)	63
Quadro 5 –	Respostas da estudante Tatiane na atividade 1	76
Quadro 6 –	Respostas da estudante Samanta na atividade 1	78
Quadro 7 –	Respostas da estudante Lidiane na atividade 1	79
Quadro 8 –	Respostas da estudante Josiane na atividade 1	81
Quadro 9 –	Respostas do estudante Gilson na atividade 1	82
Quadro 10 –	Respostas dos estudantes na atividade 2	84
Quadro 11 –	Respostas da estudante Tatiane na atividade 3	86
Quadro 12 –	Respostas da estudante Samanta na atividade 3	86
Quadro 13 –	Respostas da estudante Lidiane na atividade 3	87
Quadro 14 –	Respostas da estudante Josiane na atividade 3	88
Quadro 15 –	Respostas do estudante Gilson na atividade 3	88
Quadro 16 –	Respostas dos estudantes ao item “a” da atividade 4	89
Quadro 17 –	Respostas dos estudantes ao item “b” da atividade 4	90
Quadro 18 –	Respostas dos estudantes ao item “c” da atividade 4	90
Quadro 19 –	Respostas da estudante Tatiane na atividade 8	99
Quadro 20 –	Respostas da estudante Samanta na atividade 8	99
Quadro 21 –	Respostas da estudante Lidiane na atividade 8	100
Quadro 22 –	Respostas da estudante Josiane na atividade 8	100
Quadro 23 –	Respostas do estudante Gilson na atividade 8	100
Quadro 24 –	Respostas dos estudantes na atividade 9	103

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
COVID-19	Coronavirus Disease 2019
ED	Engenharia Didática
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EPEM	Encontro Pernambucano de Educação Matemática
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICME	Congresso Internacional de Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	ELEMENTOS DA ETNOMATEMÁTICA PARA FUNDAMENTAÇÃO DA PESQUISA	23
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	32
4	ESTUDOS PRELIMINARES	35
4.1	CONTEXTO DO BORDADO	35
4.2	ASPECTOS DA GEOMETRIA E ARTE	40
4.3	SIMETRIA NA MATEMÁTICA ESCOLAR	50
4.3.1	Simetria de translação	52
4.3.2	Simetria de reflexão	53
4.3.3	Simetria de rotação	54
4.4	ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA: DOCUMENTOS DE ORIENTAÇÃO CURRICULAR	55
4.5	PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA	58
5	CONCEPÇÃO E ELEMENTOS DE UMA ANÁLISE A PRIORI	64
6	EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	74
6.1	ATIVIDADE 1: CONSTRUINDO E RECONHECENDO A SIMETRIA DE REFLEXÃO	74
6.2	ATIVIDADE 2: TRAÇANDO O EIXO DE SIMETRIA NO BORDADO MANUAL (PARTE 1)	83
6.3	ATIVIDADE 3: TRAÇANDO O EIXO DE SIMETRIA NO BORDADO MANUAL (PARTE 2)	85
6.4	ATIVIDADE 4: VERIFICANDO O EIXO DE SIMETRIA	89
6.5	ATIVIDADE 5: IDENTIFICANDO O EIXO DE SIMETRIA	91
6.6	ATIVIDADE 6: BORDANDO NO PAPEL QUADRICULADO E ATIVIDADE 7: BORDANDO NO PAPEL OFÍCIO	92
6.7	ATIVIDADE 8: COMPARANDO OS BORDADOS	98
6.8	ATIVIDADE 9: DESENVOLVENDO O SEU BORDADO	101
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	104

REFERÊNCIAS	109
APÊNDICE A – ATIVIDADES APLICADAS	115
APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	125

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa investiga a exploração de bordados manuais para o ensino de simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental. Nesta etapa escolar, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) leva em consideração que por meio da vivência de experiências os estudantes podem observar situações da realidade que podem contribuir para o desenvolvimento de ideias mais complexas (Brasil, 2018).

Observando em nossa volta e pensando no contexto escolar, é possível notar que muitos estudantes vivenciam falta de motivação para aprender matemática e desinteresse nos conteúdos que são ministrados. Entre as inúmeras razões que podem explicar essa situação, há a falta de eficácia de estratégias metodológicas tradicionalistas para o ensino do conteúdo; e a insuficiência da exploração das conexões dos conteúdos matemáticos aos estudos de outras disciplinas e às necessidades do cotidiano (Masola, 2014; Masola; Allevato, 2016; Masola, Vieira; Allevato, 2016).

À vista disso, em busca de uma possível melhoria desses pontos, o professor pode utilizar saberes e práticas dos espaços que estão próximos aos estudantes e suas comunidades para incentivo e auxílio em diferentes questões da aprendizagem, além de poder ajudar os estudantes em futuras tomadas de decisões, com oportunidade de se tornarem cidadãos capazes de argumentar e se envolver em resoluções que envolvam o seu meio. Concordamos com Gasparin (2005, p. 15), quando defende que:

O educando deve ser desafiado, mobilizado, sensibilizado; deve perceber alguma relação entre o conteúdo e a sua vida cotidiana, suas necessidades, problemas e interesses. Torna-se necessário criar um clima de predisposição favorável à aprendizagem.

Desse modo, a escolha de explorar a potencialidade dos bordados manuais para o ensino e a aprendizagem de matemática apoia-se em alguns argumentos: a possibilidade de provocar um maior interesse e motivação por parte dos estudantes para estudar matemática, a oportunidade de conectar a matemática da escola com vivências extraescolares; e a intenção de propiciar condições para que os estudantes utilizem na vida os conhecimentos matemáticos que adquirem na escola. Além disso, a motivação pessoal para esse tema vem do fato da pesquisadora viver em Passira, cidade do Agreste Pernambucano conhecida como a terra do bordado manual e ter

iniciado os estudos sobre relações da matemática com a prática de bordados manuais no Trabalho de Conclusão do Curso (TCC) de Licenciatura em Matemática (Luz, 2019).

Na pesquisa do TCC foi possível identificar saberes matemáticos durante a produção do bordado manual por um grupo de bordadeiras da cidade de Passira-PE. Observando as produções e as falas das bordadeiras identificamos conhecimentos voltados às grandezas e medidas, e à geometria, especificamente no subcampo da simetria. Os dados foram coletados por meio de entrevistas, diário de campo, registros fotográficos, filmagens e gravações, e auxiliaram no entendimento tanto dos materiais utilizados como das atividades desenvolvidas durante a produção. O tipo de bordado pesquisado no Trabalho de Conclusão de Curso (Luz, 2019) foi o bordado bainha¹, confirmando a presença de saberes matemáticos que se conectam com conteúdo da matemática formal, mobilizados de forma intuitiva. Desse modo, surgiram algumas inquietações a respeito da exploração desses conhecimentos com os estudantes.

Inúmeras pesquisas (Pavanello, 1993; Lorenzato, 1995; Pereira; Valente, 2001; Sena; Dorneles, 2013; Vieira; Paulo; Allevato, 2013, entre outras) denunciaram o fato de a geometria ter sido relegada a segundo plano na matemática da Educação Básica, e discutiram possíveis causas e consequências desse abandono. Entre essas causas, são apontadas, por exemplo, a concentração dos capítulos sobre a geometria na parte final de alguns livros didáticos e lacunas na formação de professores para o ensino desse campo. Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1997, 1998), observa-se uma tentativa de reversão dessa situação e uma defesa explícita da importância do ensino de geometria:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no Ensino Fundamental visto que por meio deles o estudante desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os estudantes costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (Brasil, 1998, p. 39).

¹ Tipo de bordado a partir de um agrupamento de fios. Os tipos de bordados serão melhores discutidos adiante no texto.

Outro avanço observado nas pesquisas que foram citadas é o fato de pouco a pouco, a partir do final da década de 1990, a abordagem da geometria nos livros didáticos ter sido mais diluída ao longo das coleções e de serem reforçadas as articulações entre conteúdos da própria geometria e entre a geometria e os demais campos da matemática escolar.

Com os PCN, o currículo prescrito passa a incluir as transformações geométricas (incluindo as simetrias) entre os conteúdos a serem estudados no Ensino Fundamental e um dos aspectos dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática é o destaque para o uso de outros aspectos que podem ser considerados, já que a capacidade intelectual dos estudantes avança a cada momento. “Eles começam a estabelecer relações de causalidade, o que os estimula a buscar a explicação das coisas (porquês) e as finalidades (para que servem). O pensamento ganha maior flexibilidade, o que lhes possibilita perceber transformações” (Brasil, 1997, p.55), ou seja, os estudantes passam a observar mais e com os seus pensamentos identificam situações que permanecem e outras que se modificam, aspectos que aumentam a capacidade de compreensão.

Delmondi e Pazuch (2018) destacam a presença das transformações geométricas na história da humanidade desde os tempos mais remotos, embora as primeiras formalizações dessas ideias matemáticas venham da Grécia Antiga. Entre os contextos nos quais essa presença pode ser observada estão obras de arte e produções artesanais das mais diversas civilizações, inclusive no Brasil contemporâneo. Podemos aqui fazer uma comparação entre a presente pesquisa e a presença de transformações geométricas na produção artesanal do bordado manual. Esses autores realizaram uma revisão sistemática por meio da qual selecionaram 30 artigos publicados em revistas Qualis A1 na área de Ensino. A pesquisa aqui proposta conecta-se com uma das unidades propostas por Delmondi e Pazuch (2018) - recursos didáticos e estratégias metodológicas – que agrupa pesquisas sobre a abordagem desse conteúdo em livros didáticos, o uso de materiais manipulativos, o uso da resolução de problemas no ensino de transformações geométricas e a elaboração de tarefas e de sequências didáticas.

Conforme evidenciam Teles e Santos (2012) e Santos (2019), o estudo das simetrias é um terreno fértil de conexões entre a matemática e as artes visuais. A hipótese que buscamos verificar por meio deste trabalho, portanto, é que a exploração das simetrias presentes nos bordados manuais contribui para o interesse dos

estudantes com o conteúdo, uma vez que se trata de uma manifestação cultural importante no Agreste pernambucano, onde o estudo empírico foi realizado. Além disso, o estudo das simetrias, conectado a outros conteúdos matemáticos presentes na produção de bordados manuais, pode favorecer a visualização de padrões e o desenvolvimento do pensamento geométrico, bem como a articulação com outros componentes curriculares, em especial com as artes visuais, em conformidade com as orientações curriculares atuais (Brasil, 2018).

Mendes (2008) ressalta que a arte geométrica tem atraído o interesse de vários profissionais, como antropólogos, artistas plásticos, estilistas, estudiosos da Etnomatemática, entre outros. A humanidade vem elaborando aspectos geométricos em quase todo o mundo e conhecer esses aspectos, sejam eles históricos, antropológicos ou artísticos da matemática dos ornamentos geométricos, é importante, pois ao explorar é possível perceber a conversão e padrões cognitivos nas criações geométricas, da mesma maneira que é possível perceber conexões de saberes nessa criação artística e matemática. Mendes (2008) destaca que é possível discutir as práticas de grupos de artesãos ligados a este tipo de criação artística, pois muitos desses profissionais, em suas práticas, evidenciam os saberes que caracterizam a cultura dos ornamentos geométricos. Em sua pesquisa, Mendes (2008) se propôs a discutir as possibilidades de incorporação das práticas dos artesãos nas aulas de matemática, considerando a geometria e a arte. Relata, também, que a geometria envolvida nessas práticas culturais pode se tornar mais agradável e acessível para os estudantes, ao passo que incluir uma variedade de fontes culturais explorando o pensamento e prática geométrica na sala de aula pode possibilitar uma boa experiência para o estudante, permitindo que estes compreendam a contribuição de outras culturas para o desenvolvimento da arte geométrica explorada nas aulas de geometria.

Dessa maneira, a partir dos conhecimentos identificados nas produções dos bordados manuais, que foram identificados durante a pesquisa de graduação, a perspectiva da presente pesquisa é o desenvolvimento de uma sequência de atividades em um momento extra classe, utilizando peças de bordados manuais prontas como material nos anos finais do Ensino Fundamental para o ensino das simetrias, uma vez que o conhecimento sobre essa sub-área foi percebido pela pesquisadora no TCC (Luz, 2019) durante a produção das peças de bordados manuais em que as bordadeiras buscavam uma simetria aproximada. De acordo com

suas falas, as bordadeiras nessa perspectiva apresentam um cuidado durante a produção do bordado manual para que a peça final tenha a característica de ser simétrica. Assim, entendendo simetria do ponto de vista das bordadeiras e do ponto de vista da prática cultural, com o olhar da matemática, essa se torna uma simetria aproximativa a partir do olhar abstrato da matemática acadêmica.

Diante da problemática apresentada, questionamos: De que maneira a exploração de peças de bordados manuais pode contribuir para provocar a mobilização de conhecimentos sobre simetrias por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental?

Na busca de responder tal questionamento, o objetivo geral dessa pesquisa foi: evidenciar possíveis contribuições da exploração de bordados manuais para o conhecimento das simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental.

Com os objetivos específicos de: a) averiguar que conhecimentos sobre simetria de reflexão são mobilizados por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental ao realizarem atividades envolvendo bordados manuais; e b) identificar aproximações e distanciamentos entre conhecimentos matemáticos presentes na prática do bordado manual e conhecimentos sobre simetria de reflexão trabalhados na escola.

A fundamentação teórico-metodológica da pesquisa vem da Etnomatemática, que é um programa de pesquisa que auxilia no reconhecimento e explicação de conhecimentos matemáticos que podem existir em diferentes comunidades e contextos culturais. De acordo com D'Ambrósio (2017, p. 60)²:

Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo ticas] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo matema] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo etnos]. Daí chamar o exposto acima de Programa Etnomatemática.

Além da Etnomatemática, temos como inspiração para os procedimentos metodológicos a Engenharia Didática. Dessa maneira, o texto está estruturado em sete capítulos. O primeiro capítulo é esta introdução.

No segundo capítulo, temos as perspectivas da Etnomatemática, uma apresentação das suas dimensões, em especial da dimensão educacional,

² Utilizamos a 5ª edição. do livro: Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade, publicada em 2017, mas a primeira edição desse livro é de 2001.

privilegiada nesse trabalho, e realizamos, conseqüentemente, uma breve revisão de trabalhos que versam sobre a Etnomatemática na dimensão educacional.

Posteriormente, no terceiro capítulo, traçamos os procedimentos metodológicos, explicitamos o campo de investigação e apresentamos os elementos de elaboração, experimentação e análise inspirados na Engenharia Didática.

O quarto capítulo traz os estudos preliminares que subsidiaram a elaboração da sequência de atividades. Discutimos o contexto do bordado; aspectos da relação entre geometria e arte; simetria na matemática e em documentos curriculares e pesquisas que investigam questões acerca do ensino e/ou da aprendizagem de simetria.

No quinto capítulo, focamos na concepção e elementos de uma análise a priori, apresentando as atividades da nossa sequência de atividades e algumas justificativas das escolhas didáticas feitas e expectativas acerca das respostas dos estudantes participantes da pesquisa.

No capítulo seguinte, de número seis, temos a experimentação e análise dos dados, apresentando como aconteceu e em seguida todas as respostas com descrição a partir de nossas análises.

Por fim, tecemos nossas considerações no que representa o capítulo sete, em relação ao que conseguimos alcançar e ao que pode ser aprimorado e perspectivas de pesquisas futuras.

2 ELEMENTOS DA ETNOMATEMÁTICA PARA FUNDAMENTAÇÃO DA PESQUISA

A apresentação de Ubiratan D'Ambrósio na abertura do 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), em 1984, é um marco na consideração da Etnomatemática como campo de pesquisa, sendo esse, inclusive, internacionalmente reconhecido.

Segundo D'Ambrósio (2017), a Etnomatemática é considerada uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática e estabelece fortes relações com a Antropologia e as Ciências da Cognição. Na perspectiva da Etnomatemática, por meio de uma prática cotidiana se podem relacionar diferentes conhecimentos. A matemática, por exemplo, é encontrada nas práticas de diferentes povos e culturas. Assim, esse campo não se restringe apenas a um conhecimento aprendido na escola, mas que também faz parte das vivências de cada indivíduo.

D'Ambrósio (2017, p. 9) afirma que:

Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos.

Assim, pensando no nosso trabalho, as bordadeiras compõem um grupo cultural de trabalhadoras que praticam uma matemática com objetivos e tradições em comum, a produção de peças de bordado manual, transmitida de geração em geração.

A Etnomatemática volta-se à valorização do conhecimento que cada indivíduo apresenta e como através dos seus comportamentos podemos notar tais conhecimentos. Essa ideia se aproxima de nossa pesquisa quando pensamos que cada bordadeira mobiliza seus conhecimentos à medida que produz as peças de bordado manual e que muitos conhecimentos podem ser identificados quando passamos a observar a produção. Luz (2019) em sua pesquisa, observou as produções e diferentes conhecimentos mobilizados pelas bordadeiras, desde o momento do risco no tecido, até a peça final, envolvendo instrumentos de medições, cuidado nas cores, linhas, contagem dos pontos, entre outros.

Tais momentos estão presentes em uma matemática contextualizada, são situações ligadas ao comportamento e à arte, que segundo D'Ambrósio (2017, p. 77)

“são referidas como cultura popular”. Nosso trabalho explora, portanto, conexões entre a Geometria e a Arte, o que será discutido adiante. Mas pensando sob a ótica da Etnomatemática, esses cuidados em relação à cor e à espessura da linha observados na prática das bordadeiras podem ser conectados com conhecimentos de geometria presentes na escola, em especial com uma mobilização intuitiva do conceito de simetria.

A cor, diferentes formatos e tamanhos são experiências geométricas. Em seu livro, D’Ambrósio (2017, p. 78) atesta que “a reaproximação de Arte e Geometria não pode ser alcançada sem a mediação da cor.” Então, percebamos a aproximação da nossa pesquisa com diferentes contextos apresentados até o momento sobre a Etnomatemática.

Diante disso, pensamos na mobilização desses conhecimentos e contextos na sala de aula, envolvendo a noção de cultura no âmbito educacional. D’Ambrósio (2017, p. 19) enfatiza que:

Ao reconhecer que os indivíduos de uma nação, de uma comunidade, de um grupo compartilham seus conhecimentos e cultos, a culinária e os costumes, e têm seus comportamentos compatibilizados e subordinados a sistemas de valores acordados pelo grupo, dizendo que esses indivíduos pertencem a uma cultura. No compartilhar conhecimento e compatibilizar comportamento estão sintetizadas as características de uma cultura. Assim falamos de cultura da família, da tribo, da comunidade, da agremiação, da profissão, da nação.

A busca por compartilhar conhecimento se concretiza em nossa pesquisa quando ao propor uma sequência de atividades procura-se compatibilizar o que será vivenciado com os estudantes com o comportamento das bordadeiras em suas produções, conforme observado na obra de Luz (2019). Nesse sentido, podemos evidenciar que a cultura está caracterizada nessa compatibilidade de diferentes maneiras das práticas das bordadeiras e do saber que cada uma apresenta de maneira intuitiva. D’Ambrósio (2017, p. 19) afirma que:

As distintas maneiras de fazer [práticas] e de saber [teorias], que caracterizam uma cultura, são parte do conhecimento compartilhado e do comportamento compatibilizado. Assim como comportamento e conhecimento, as maneiras de saber e de fazer estão em permanente interação.

É nessa perspectiva que a cultura está voltada, e conectamos na nossa pesquisa com o conjunto de comportamentos apresentados pelas bordadeiras e que agora de certa maneira passa a ser o conjunto de comportamentos oferecidos pelos estudantes na mobilização do conhecimento e respostas apresentadas nas

atividades, processo que inclui os valores da comunidade, remetendo a instrumentos e materiais utilizados pelas próprias bordadeiras no seu dia a dia. Mais uma afirmação de D'Ambrósio (2017, p. 36) e que explica o termo Etnomatemática, é que:

O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes nas técnicas, nas tics de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que o matema próprio ao grupo, à comunidade, ao etno. Isto é, na sua etnomatemática.

Muitas são as experiências durante a vida na perspectiva da Etnomatemática. Cada povo possui uma maneira de pensar matematicamente a partir de suas vivências. Logo, a matemática se faz presente na vida humana por meio de diferentes dimensões. Segundo D'Ambrósio (2017, p. 22):

O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

O saber/fazer matemático se encontra no cotidiano e certos estudos sobre a Etnomatemática enfatizam isso. D'Ambrósio (2017) faz, em seu livro, um levantamento sobre o fazer matemático no cotidiano. Nesses estudos que o autor realiza levantamento há menções sobre uma comunidade de artesãos em Granada, na Espanha. Os artesãos eram de origem árabe e esse trabalho contribui para os estudantes conhecerem conteúdos, como os ângulos, medidas em graus e o modo de obtenção de acordo com as medidas de cada peça artesanal que é confeccionada.

Ainda no levantamento dos estudos, D'Ambrósio (2017) apresenta relação das práticas matemáticas na profissão de borracheiro e também sobre a matemática praticada por bicheiros, em um esquema de apostas atrativo e compensador. Também é abordada a matemática na cultura africana, através da cestaria, tecidos e jogos. Com essas pesquisas referenciadas em um levantamento feito por D'Ambrósio (2017) em seu livro, queremos enfatizar a Etnomatemática como parte do cotidiano, levando, por exemplo, estudantes a aprenderem um determinado conhecimento fora do âmbito escolar.

Esses diferentes aspectos presentes nas pesquisas remetem às várias dimensões da Etnomatemática que são apresentadas por D'Ambrósio (2017). Dentre elas, destacamos:

A dimensão conceitual: baseada em fatos e fenômenos que fazem parte desde o princípio, não esquecendo que a Etnomatemática e suas implicações consideram a história e a filosofia da matemática.

A dimensão histórica: os instrumentos intelectuais têm uma dependência de interpretações históricas dos conhecimentos de diferentes povos e nações.

A dimensão cognitiva: a importância do pensamento matemático, se atentando a estudos da mente, consciência e o comportamento associado ao conhecimento.

A dimensão epistemológica: entender o ciclo do conhecimento à medida do tempo e do momento, visando os fazeres e saberes de uma cultura, ou seja, a realidade.

A dimensão política: em algumas situações, as raízes carregadas pelos indivíduos sofrem por processos ao chegar na escola, seja de aprimoramento, transformação ou substituição. É possível restaurar, reconhecer e respeitar as raízes de cada um, não é o fato de ignorar ou rejeitar, mas reforçar as raízes que o outro apresenta. Nossa pesquisa também carrega elementos da dimensão política. Quando pensamos no encontro do estudante com suas raízes culturais dentro da escola, envolvendo assim um processo civilizatório e buscando resultados positivos em uma dinâmica escolar.

A dimensão educacional: a Etnomatemática não ignora ou rejeita a matemática acadêmica, mas aprimora e incorpora o conhecimento a valores da humanidade, usando do respeito, solidariedade e cooperação.

Por meio de diferentes dimensões, podemos notar a Etnomatemática como um caminho para a educação, que mostra oportunidades para lidar com diferentes situações, considerando as raízes culturais e práticas de uma dinâmica cultural.

Desse contexto, nosso trabalho se volta para a dimensão educacional, a Etnomatemática na sala de aula, em que alguns comportamentos das pessoas de um meio cultural, no caso as bordadeiras e suas produções, serão conduzidos para o dia a dia dos estudantes. Esses comportamentos e produções serão aprimorados e incorporados de acordo com o conteúdo a ser vivenciado.

A proposta da Etnomatemática em sala de aula, portanto, é fazer da matemática algo que está presente na vida dos estudantes. D'Ambrósio (2017, p. 46) enfatiza que os estudantes serão mobilizados a questionar, criticar, praticar, "lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]". A Etnomatemática na

dimensão educacional é um verdadeiro conhecimento da importância das culturas na educação, que faz parte da formação dos estudantes de forma inerente.

Pensando na Etnomatemática em relação à dimensão educacional e para tomarmos como exemplos outras pesquisas desenvolvidas em sala de aula, realizamos uma busca nos anais do XIV ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), evento que envolve diversos segmentos relacionados à Educação Matemática. Escolhemos em especial esta edição pois teve como tema: “Educação Matemática, Escola e Docência – o que nos trouxe Ubiratan D’Ambrósio”. O evento contou com 19 eixos temáticos, envolvendo trabalhos das diversas temáticas da Educação Matemática. Para a nossa pesquisa, analisamos o eixo temático 09 – Etnomatemática e Cultura, porque abrange as discussões similares à nossa pesquisa. No eixo temático encontramos 43 artigos, mas descartamos aqueles que consideramos não estarem voltados à dimensão educacional, restando assim 6 produções. A seguir, apresentamos as pesquisas selecionadas:

Quadro 1 – Trabalhos que versam sobre a Etnomatemática na dimensão educacional publicados nos anais do XIV ENEM, no eixo temático Etnomatemática e Cultura

Título	Autoria/Ano
Ação Pegue e Pague: Uma experiência no Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima	Silva, Feitosa e Villória (2022)
Ensino-aprendizagem da simetria em Geometria Planta motivado por padrões geométricos em panarias de Cabo Verde pela via da Etnomatemática	Santos, Cassela e França (2022)
A Etnomatemática no PNLD do “Novo” Ensino Médio	Costa (2022)
Etnomatemática em propostas de ensino para a Educação Básica: resultados de um mapeamento teórico	Viana, Santos e Lara (2022)
A utilização de jogos no ensino da matemática nos anos iniciais: uma perspectiva através da Enculturação Matemática	Lage (2022)
Atividades Matemáticas Interculturais para o Ensino Fundamental: estudo de probabilidade com dados e jogos africanos	Conceição e Cunha (2022)

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

O trabalho apresentado por Silva, Feitosa e Villória (2022) descreve as ações desenvolvidas no projeto de extensão intitulado “Minha família, minha escola e eu”, que busca aproximação entre família e escola. A experiência desenvolvida e relatada

no texto possibilitou aos estudantes compreenderem a matemática presente na cultura dos povos por meio das necessidades, com atividades voltadas ao cotidiano, como compra e venda. Com essa atividade, os estudantes colocaram em prática o sistema monetário brasileiro e as operações básicas. O texto enfatiza a importância dos conhecimentos do cotidiano e do contexto sociocultural no ambiente escolar, fortalecendo o processo de ensino e aprendizagem.

Já o artigo de Santos, Cassela e França (2022), é fruto dos resultados obtidos por França (2017, p. 41) em sua dissertação de mestrado. A pesquisa buscou responder a seguinte questão: “Que potencialidades de padrões geométricos das panarias cabo-verdianas podem contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da simetria ortogonal em uma aula de Geometria Plana do sétimo ano do ensino fundamental?”, com o objetivo de transformar a sala de aula em um ambiente que os estudantes pudessem aprender sobre a Geometria Plana com os fazeres culturais africanos, ou seja, através de padrões geométricos presentes em panarias cabo-verdianas.

A partir de fotografias, suportes escritos e a visita à praia, em Cabo Verde, foram aplicadas sequências didáticas e atividades para 10 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. Livros, sites da internet e atividades adaptadas foram os materiais para a elaboração da sequência. Com os dados, foi possível identificar a geometria contida nos panos africanos. Os estudantes dialogaram com a aprendizagem matemática, envolvendo conceitos geométricos, conhecimentos sobre simetria e padrões geométricos. Uma das atividades foi a reprodução de padrões. Os estudantes, manuseando o pano de Cabo Verde, iriam identificar figuras que se repetiam e então reproduzir os desenhos no papel quadriculado. Com essa reprodução os estudantes precisavam verificar quais possuíam eixo de simetria.

A pesquisa de Costa (2022) não foi desenvolvida com os estudantes, mas consideramos como da dimensão educacional, pois busca compreender porque a Etnomatemática se encontra ausente nos textos das reformas educacionais e aparece somente no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). A questão que direciona o trabalho é: “Porque e com qual perspectiva a Etnomatemática foi incorporada apenas à política de livros didáticos, sem ser mencionada nas principais “reformas” curriculares relacionadas ao próprio PNLD (2021)?” (Costa, 2022, p. 2). No referencial, o trabalho reflete sobre os determinantes ético-políticos, pedagógicos e econômicos da “reforma”. Em suas considerações, Costa (2022) relata que os resultados iniciais

indicam que a Etnomatemática não se enquadra nas “reformas”, sobretudo por suas dimensões política e epistemológica, sendo então associada no PNLD à ideia frágil de “relativismo” cultural.

O artigo de Viana, Santos e Lara (2022) apresenta resultados de um mapeamento teórico sobre propostas de ensino envolvendo a Etnomatemática na Educação Básica. Os artigos foram selecionados a partir do Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Nos resultados foram encontrados 197 artigos e apenas 14 apresentam alguma atividade envolvendo o ensino e matemática com a Etnomatemática.

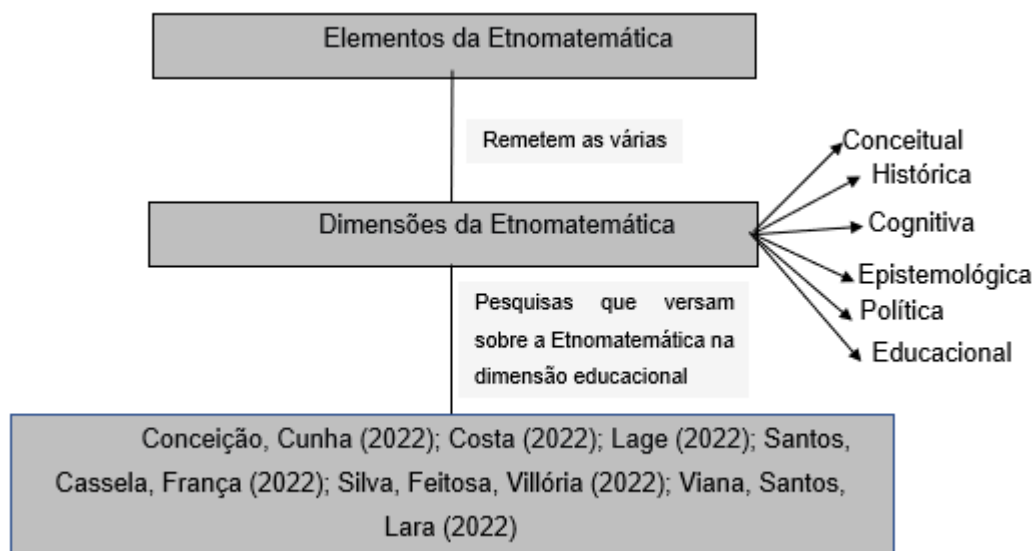
A pesquisa mostrou aproximadamente 7% de atividades para o ensino de matemática no portal da CAPES e que são poucas as pesquisas que propõem usos da Etnomatemática na sala de aula da Educação Básica. Os artigos encontrados trabalham temáticas como: a) raciocínio lógico-matemático no cotidiano dos estudantes, envolvendo temas transversais; b) estudos com estudantes do Ensino Fundamental, com temática de horticultores com hortalças para os conhecimentos de contagem; c) proposta com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, com conteúdos sobre a planificação e a construção das principais figuras geométricas nos livros didáticos, envolvendo a produção de uvas e pipas, para a produção e armazenamento de vinho; d) conceitos trigonométricos presentes no triângulo retângulo com estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental, tendo como motivação a construção civil; e) pesquisa com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com o conteúdo de Simetria, por meio de uma sequência de atividades, utilizando a construção de desenho à mão livre de figuras simétricas; a aprendizagem de aritmética com brincadeiras e jogos; abordagem do conteúdo de função linear envolvendo o cultivo e a venda do caranguejo; f) medidas de comprimento com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental com problemas matemáticos na rede social; g) recursos tecnológicos e os aspectos históricos dos aparelhos; diferentes modos de matematizar advindos de diferentes civilizações; h) educação Financeira com estudantes surdos, valorizando a cultura dos estudantes surdos; as quatro operações e aspectos da Geometria em uma escola indígena; i) jogo de tradição africana para o desenvolvimento do raciocínio lógico, abordando questões étnico-raciais, geográficas e históricas; e j) e aspectos relativos às medidas e volumes de sólidos geométricos na produção de café.

Por meio de uma revisão bibliográfica, Lage (2022) apresenta os jogos no ensino da matemática nos anos iniciais, em uma perspectiva do currículo e da enculturação matemática. O “jogar” pode ser pensado como uma atividade antropológica e cultural, fazendo com que os estudantes se apropriem de conhecimentos de diferentes civilizações na aprendizagem matemática. O estudante em sua educação pode desenvolver habilidades e competências baseadas no ensino da matemática de maneira lúdica e esses jogos culturais podem ser alinhados à BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

O relato de experiência de Conceição e Cunha (2022) discute um minicurso ministrado com uma turma de pedagogia, intitulado “Atividades matemáticas interculturais para o ensino fundamental: estudo de probabilidade com dados e jogos africanos”. Tomando como base as contribuições de grandes pesquisadores da Etnomatemática como Ubiratan D’Ambrósio e Paulus Gerdes, foram trabalhados a análise probabilística sobre o dado egípcio e jogos africanos. Os autores recomendaram relacionar as aulas de matemática com espaço de valorização, conectando o conhecimento matemático na cultura africana. O minicurso visava permitir que os graduandos em pedagogia futuramente colocassem em prática nas suas aulas, as articulações entre a matemática escolar e aquela praticada em outras culturas.

Nossa pesquisa se assemelha e se aproxima em alguns pontos dos trabalhos supracitados ao destacar a importância da matemática presente na cultura, ao propor atividades que exploram a presença de padrões geométricos em peças de artesanato ou ao desenvolver uma proposta de ensino envolvendo a Etnomatemática na Educação Básica. Esses trabalhos contribuem para nossa pesquisa pois nos inspiram e motivam a continuar buscando elaborar e experimentar atividades voltadas ao cotidiano dos estudantes e com a presença de elementos da cultura, adaptando de acordo com o artesanato que escolhemos e os padrões geométricos presentes nesse artesanato. Na ilustração seguir, elaborado pela autora, tentamos sintetizar o que aqui foi discutido sobre os elementos da Etnomatemática.

Figura 1 – Síntese da discussão dos elementos da Etnomatemática



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Assim, nossa pesquisa propõe explorar o bordado manual (parte da cultura na qual os participantes estão inseridos) no conteúdo de simetria, por meio de uma sequência de atividades a ser vivenciada com os estudantes (dimensão educacional). Partimos da pesquisa do TCC (Luz, 2019), na qual foi realizada a observação de elementos de uma Etnomatemática das bordadeiras na atividade da prática do bordado e na presente pesquisa buscamos caminhos para trazer essa contribuição e valorização da experiência das bordadeiras para a matemática trabalhada na escola através do estudo da simetria.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento do estudo. Apresentamos o campo de investigação e os elementos de elaboração, experimentação e análise inspirados na Engenharia Didática.

O ambiente de investigação foi uma escola que atende aos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) na mesorregião do Agreste Pernambucano, especificamente na região de Passira, conhecida como a terra do bordado manual. O estudo empírico foi realizado em um momento extraclasse e a sequência de atividades foi implementada pela pesquisadora.

Como se sabe, a Engenharia Didática é um quadro teórico-metodológico desenvolvido no âmbito da Didática da Matemática, em estreita relação com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. Como na nossa pesquisa não nos situamos na perspectiva da TSD, adotamos apenas algumas características da Engenharia Didática, adaptando-as ao contexto específico da pesquisa.

Bittar (2017) destaca que a Engenharia Didática emerge na França, concomitante com o surgimento da Didática da Matemática como campo científico. Sua difusão mais ampla teve grande impulso com a publicação de um texto de sistematização (Artigue, 1990) que tem servido de referência central para as pesquisas que adotam essa perspectiva teórico-metodológica:

A noção de Engenharia Didática emergiu na Didática da Matemática no início dos anos 1980. E trata-se de classificar por este termo uma forma de trabalho didático; comparável ao do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre um conjunto de conhecimentos científicos do seu domínio, aceita se submeter a um controle do tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos mais complexos do que os objetos depurados da ciência e assim, se debruça praticamente, com todos os meios dos quais dispõe sobre os problemas ainda não considerados pela ciência" (Artigue, 1990, p. 283, **tradução nossa**)³.

A Engenharia Didática é estruturada em torno de quatro etapas: as análises preliminares, a concepção e análise a priori, a experimentação, e a análise a posteriori

³ Do original: "La notion d'ingénierie didactique a émergé en didactique des mathématiques au début des années 1980. Il s'agissait d'étiqueter par ce terme une forme du travail didactique: celle comparable au travail de l'ingénieur qui, pour réaliser un projet précis, s'appuie sur les connaissances scientifiques de son domaine, accepte de se soumettre à un contrôle de type scientifiques mais, dans le même temps, se trouve obligé de travailler sur des objets beaucoup plus complexes que les objets épurés de la science et donc de s'attaquer pratiquement, avec tous les moyens dont il dispose, à des problèmes que la science ne veut ou ne peut encore prendre en charge" (Artigue, 1990, p. 283).

e validação. Essas etapas não são estanques, nem tampouco independentes. Na prática, há sobreposições temporais e necessidades de retomadas, em função do desenvolvimento da pesquisa. Podemos entender um pouco de cada uma delas a seguir.

Nas análises preliminares são realizados estudos sobre o conteúdo em foco, sua aprendizagem e seu ensino.

Na etapa da concepção e análise a priori, amparados nas análises preliminares, são elaboradas as situações didáticas. No caso da nossa pesquisa, elaboramos uma sequência de atividades e procuramos justificar as nossas escolhas didáticas em função do objeto de pesquisa em foco, ou seja, a conexão entre bordados manuais e simetria. Não fizemos propriamente uma análise a priori das atividades, mas consideramos que a justificativa das escolhas e a antecipação de possíveis respostas dos participantes são parte dessa etapa de concepção e análise a priori.

A experimentação é a etapa de realização da sequência de atividades. Ao longo dessa etapa, muitas vezes, é necessário retomar e aprofundar elementos das análises preliminares ou ajustar escolhas e retomar aspectos da análise a priori, em função do monitoramento contínuo da experimentação da sequência de atividades e seus efeitos sobre a aprendizagem.

A etapa final da Engenharia Didática - a análise a posteriori e validação – é o momento em que o pesquisador vai se debruçar mais detidamente sobre as produções dos estudantes, verificar indícios de conhecimentos construídos, identificar bloqueios no processo de aprendizagem, refletindo criticamente sobre a pertinência ou não das escolhas didáticas feitas na sequência. A validação das hipóteses didáticas que guiam uma Engenharia Didática se dá pelo confronto entre análise a priori e análise a posteriori e não por comparação entre grupo experimental e grupo controle.

Em relação a nossa pesquisa, nas análises preliminares procuramos aprofundar a compreensão sobre as simetrias (do ponto de vista da matemática escolar), sobre o contexto dos bordados manuais, sobre o que se espera que seja ensinado acerca desse conteúdo, de acordo com as propostas curriculares atuais, assim como o que as pesquisas anteriores dizem sobre a didática das simetrias. Esse conjunto de estudos subsidiou as escolhas das atividades da sequência.

Na etapa da concepção e análise a priori, nos amparamos em pesquisas anteriores que mostram que o fato de utilizar recursos didáticos tem influência sobre

as estratégias de resolução de atividades voltadas às simetrias, modelizando assim a sequência de atividades com recursos, como bordado manual, instrumentos de medição, barbante.

A etapa de experimentação consistiu na realização da sequência de atividades, com um grupo de 5 (cinco) estudantes de uma escola municipal da cidade de Passira, que foram escolhidos pela professora da turma e concordaram em participar da pesquisa. Os estudantes foram retirados da sala de aula em dois momentos de 50 minutos, que correspondem a 2 (duas) aulas. Para participação, tanto a escola quanto os estudantes receberam um termo a ser assinado concordando que a pesquisa fosse realizada na instituição de ensino e que os estudantes com autorização de seus responsáveis estavam disponíveis a participar da pesquisa.

Na etapa final da Engenharia Didática, análise a posteriori e validação, analisamos as respostas dos estudantes em conexão com o que apresentamos nas justificativas da sequência de atividades. Não houve propriamente uma validação a partir da confrontação das análises a priori e posteriori, uma vez que nosso foco era observar possíveis aportes do uso das peças de bordados manuais no ensino de simetrias. Ao apresentar as resoluções dos estudantes procuramos verificar a pertinência ou não das escolhas didáticas feitas na sequência de atividades.

Os próximos capítulos são dedicados, respectivamente, às análises preliminares; à apresentação e justificativa das escolhas didáticas da sequência de atividades e à experimentação com análise das resoluções das atividades pelos participantes.

4 ESTUDOS PRELIMINARES

Na nossa pesquisa, como mencionado, temos como objeto matemático as simetrias. Abordamos o ensino desse objeto explorando peças de bordados manuais, identificando os desafios cognitivos e didáticos. Nos nossos estudos preliminares com inspirações da ED, apresentamos o contexto a partir do recurso escolhido, no caso, o bordado e apresentaremos sobre as simetrias, objeto do nosso estudo, a partir dos tópicos: contexto do bordado, aspectos da geometria e a arte, simetria na matemática escolar, ensino e aprendizagem de simetria nos documentos de orientação curricular e, por fim, pesquisas que versam sobre o ensino e aprendizagem de simetria.

4.1 CONTEXTO DO BORDADO

No Brasil, contamos com contribuições de diversos povos. Essas colaborações influenciam na cultura do país e apresentam diversas formas de manifestações culturais. O bordado, feito à mão ou à máquina, pode ser considerado uma manifestação cultural, sendo a criação de desenhos e figuras em um tecido.

Algumas cidades se destacam com essa manifestação, logo, esta cultura se torna um atrativo turístico, um ramo da economia, que lembra as tradições de um povo e uma cultura popular que muitas vezes é aprendida na vivência familiar. Sobre a noção de cultura, D'Ambrósio (2017, p. 19) afirma que:

Ao reconhecer que os indivíduos de uma nação, de uma comunidade, de um grupo compartilham seus conhecimentos, tais como a linguagem, os sistemas de explicações, os mitos e cultos, a culinária e os costumes, e têm seus comportamentos compatibilizados e subordinados a sistemas de valores acordados pelo grupo, dizemos que esses indivíduos pertencem a uma cultura. No compartilhar conhecimento e compatibilizar comportamento estão sintetizadas as características de uma cultura. Assim falamos de cultura da família, da tribo, da comunidade, da agremiação, da profissão, da nação.

Assim como outras manifestações culturais, o bordado conta com heranças que contêm sua história. Segundo relatos, o bordado surgiu na antiguidade, quando os povos da época, ao passarem frio e calor, precisavam criar suas próprias vestimentas. Para essa criação utilizavam de ossos, fibras vegetais e peles de animais, o que atualmente corresponde a agulha, linha e tecido, respectivamente.

Ao longo dos anos, o bordado passou a ter diversas técnicas. No século XX, por exemplo, surgiu o bordado feito à máquina e, atualmente, temos bordadeiras

eletrônicas e industriais, mas a arte de bordar à mão, apesar de pouco valorizada, ainda existe, contando com o uso de materiais e diferentes técnicas para conseguir o desenho desejado.

Essa arte no nosso estudo será considerada na cidade de Passira, cidade escolhida para realização da pesquisa. A localidade em questão está situada no Agreste pernambucano, há 78,49 km de distância da capital do estado. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (2020), o local contém uma área territorial de 325,758 km² e sua população estimada para 2021 pelo censo era de 28.856 pessoas.

Pesquisas anteriores (Silva, 1995; Almeida, 2013; Vasconcelos, 2016) já desenvolvidas na cidade de Passira e com o bordado manual relatam que a cidade é conhecida como a terra do bordado manual e do milho, por estes serem bastante produzidos e terem influência na cultura e economia da cidade. A arte de bordar foi passada de geração em geração e os primeiros indícios surgiram na zona rural da cidade. O artesanato passou a ser ensinado à medida que outras cidades procuravam por encomendas. Logo, se tornou uma opção para os habitantes da cidade aprender a bordar, para contemplar as demandas dessas cidades, se tornando, assim, uma alternativa de renda e complementação. Ao longo dos anos, com um número maior de pessoas que sabiam bordar, foram surgindo cooperativas, agregando mais pessoas e que aumentaram as produções, levando o artesanato para feiras em outras cidades, eventos, lojas e galerias.

No nível municipal, existe o incentivo através do Departamento de Turismo, realizando na cidade a Feira do Bordado Manual, que atrai turistas e promove a valorização dos trabalhos das bordadeiras de Passira. Essa feira acontece anualmente, com duração de três dias, durante a manhã e à tarde. Organizada em estandes, os comerciantes e bordadeiras conseguem expor os produtos e assim procurar vendê-los aos turistas e visitantes.

Entre os tipos de bordado feitos, há o bordado livre, o ponto cruz, o ponto russo, o vagonite e bordado com fitas. Nos bordados manuais feitos em Passira, alguns pontos são bastante presentes.

O ponto de preenchimento: também conhecido como ponto cheio, este ponto serve para preencher o desenho exposto no tecido, na maioria das vezes, sendo flores e folhas. Com a linha na agulha e de acordo com o desenho, o movimento é feito tanto na vertical como na horizontal, de modo a preencher toda a forma presente no tecido.

Pode ser encontrado em decorações de almofadas, toalhas, jogos de cozinha e lençóis. Podemos ver essas possibilidades na figura a seguir, a partir do destaque em círculos:

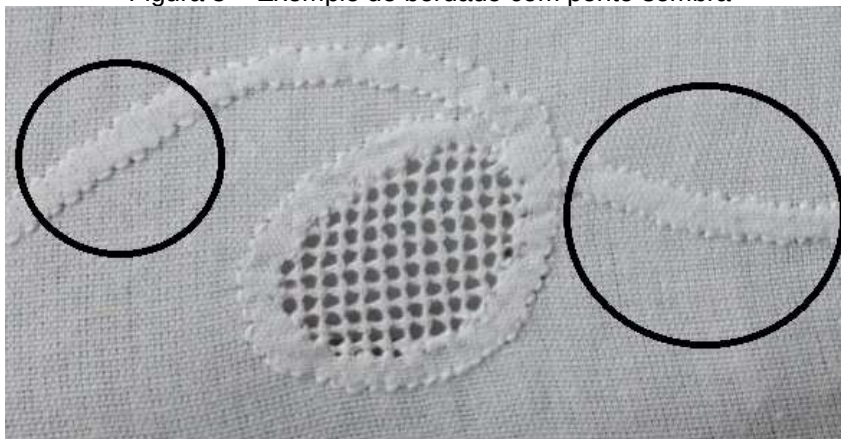
Figura 2 – Exemplo de bordado com ponto de preenchimento



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

O ponto sombra: realizado no avesso do tecido, sendo composto por vários pontos cruzados, feitos de um lado para o outro da forma do desenho. Ao virar o tecido, encontramos como uma sombra, ou seja, como um contorno do que foi feito no avesso. Este pode ser observado na figura a seguir:

Figura 3 – Exemplo de bordado com ponto sombra



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Ponto perfurado: usados de maneira delicada nos bordados, é realizado a partir de uma marcação feita na região a ser bordada, que vai sendo formado em direção de um contorno à medida que vai sendo executado. Notemos a figura a seguir:

Figura 4 – Exemplo de bordado com ponto perfurado



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Ponto crivo: utilizando a agulha ou a tesoura, o tecido é desfiado, de modo que, os fios em seguida sejam agrupados em quantidades iguais. Consequentemente, com a agulha e a linha esses fios são agrupados tanto na vertical, quanto na horizontal, na região a ser bordada. Vejamos:

Figura 5 – Exemplo de bordado com ponto crivo



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Seguindo o traçado do desenho, o ponto é realizado a partir de um movimento retrocesso. A agulha vai de frente para trás até dar a distância do ponto pretendido. Pode gerar uma linha reta ou em curva. Verificamos na figura a seguir:

Figura 6 – Exemplo de bordado com ponto atrás



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Ponto matame: é um ponto de acabamento, presente em volta do tecido. Pode ser feito do tecido para a borda, ou no sentido contrário, da borda para o tecido, desde que arremate as bordas do tecido, impedindo que venha a desfiar. Uma peça em que podemos encontrar esse ponto é a “passadeira” ou “caminho de mesa”.

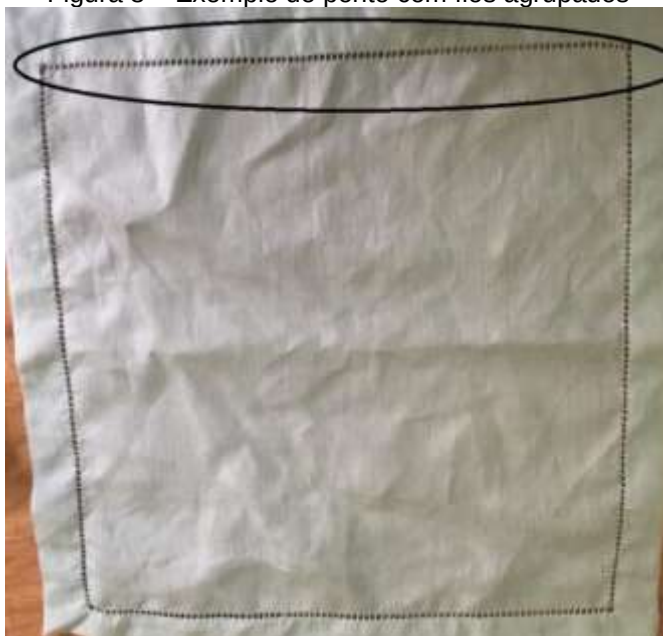
Figura 7 – Exemplo de ponto matame na peça de bordado



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Ponto com fios agrupados: ponto conhecido como as bainhas. São pontos realizados a partir de um agrupamento de fios. Existem diferentes tipos de bainhas, logo, a quantidade de fios será agrupada de acordo com o modelo, assim como o manejo desses fios. A bainha é definida pelas estruturas abertas. Encontramos, portanto, a bainha em volta da peça. Um exemplo de peça que podemos encontrar a bainha é o guardanapo.

Figura 8 – Exemplo de ponto com fios agrupados



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Conhecendo um pouco do contexto do bordado e já que nosso estudo está associado à geometria, passaremos a descrever como os aspectos da geometria estão interligados com a arte.

4.2 ASPECTOS DA GEOMETRIA E ARTE

Nesta sessão apresentamos um pouco da importância da arte e alguns de seus aspectos que podem ser articulados com a geometria.

Os estudantes, em sua trajetória, carregam consigo conhecimentos e experiências trazidos do seu cotidiano, os quais podem ser considerados para o ensino e a aprendizagem. Um exemplo desses conhecimentos e observações é a arte, que se faz presente na vida do indivíduo, é algo que não encontramos apenas em museus, pois é uma manifestação humana e que pode ser observada em nossa volta.

Encontramos diversas dessas manifestações, por exemplo, na cerâmica, azulejos, utensílios, renda, bordado, pintura, desenho, tapetes. Estes são apenas alguns dos elementos que fazem parte do cotidiano e podem ser utilizados no ambiente escolar, dado que nesses elementos podemos encontrar padrões geométricos e formas simbólicas.

Conforme Santos (2010), as articulações entre geometria e arte atravessam as mais diversas civilizações e períodos da história e podem ser incorporadas no ensino

e na aprendizagem de matemática. A seguir, elencamos alguns exemplos dos aspectos da geometria e arte ao longo dos anos a partir da pesquisa de Santos (2010).

Por exemplo, no Renascimento noções de profundidade e volume foram introduzidas a partir da técnica dos artistas de projetar espaços reais sobre uma superfície plana. Leonardo da Vinci (1452-1519) foi um grande artista do Renascimento e uma de suas obras que se destaca é a Última Ceia (Santa Ceia), obra em que podemos perceber a técnica de projetar espaços reais.

Já nas obras do impressionista Paul Cézanne (1839-1906) observa-se a simplificação das figuras. Segundo Fainguelernt e Nunes (2006, p. 20-21) as figuras eram transformadas em formas sólidas geométricas.

No século XX surgiu o Cubismo, movimento fundado por Pablo Picasso e George Braque. Santos (2010) elenca que a geometrização das formas, a renúncia à perspectiva e a representação do volume colorido sobre superfícies planas eram as principais características do movimento. As linhas também foram elementos presentes nas artes. Ainda no Cubismo, Mondrian se inspirou em linhas retas verticais e horizontais, uma vez que os contornos delimitavam regiões quadradas e retangulares.

Com contribuições desse artista, criou-se um novo movimento, o Abstracionismo Geométrico, em que a expressão geométrica nesse movimento resulta da composição de formas e cores.

Retornando ao Cubismo, esse movimento serviu de referência para um artista brasileiro, Milton Dacosta. Este, em suas obras, aderiu às figuras humanas, tornando-as geometrizadas. Percebe-se em suas obras, inclusive, a forte presença da simetria de reflexão.

Com essa breve exploração da geometria e arte através de alguns artistas, a partir da pesquisa de Santos (2010) percebemos um pouco a relação existente entre esses dois aspectos ao longo do tempo.

Para além dessa exploração, a partir da pesquisa de Santos (2010), também vamos observar o Concretismo, em que a arte foi se modificando ao passar dos anos para se encontrar com a Arte Concreta e Neoconcreta no Brasil.

O Concretismo surgiu em meados da década de 1950. Foi um movimento literário e uma das suas principais influências é a arte concreta. Até então, as artes eram voltadas à representação do homem e de paisagens (Abril, 1976). Nesse movimento, ainda, a arte se volta para uma direção que produz obras geométricas

não figurativas em que existe a relação matemática em suas construções (Amaral, 1998).

A simetria é um aspecto presente no concretismo, uma vez que um dos elementos desse contexto é se basear no rigor geométrico, advindo da matemática, que estrutura ritmos e relações; outro elemento é eliminar o gesto, o sinal da mão e as formas do desenho que passam a ser precisos, feitos com instrumentos de medição como a régua e o compasso. Além do Concretismo, temos o Neoconcretismo, que se diferencia do anterior uma vez que em suas obras passa a existir interação do público. Nesse movimento literário contamos com obras de alguns artistas que conectam a geometria e a arte, como Lygia Clark que em suas proposições artísticas se preocupava com a abstração geométrica. A artista em questão iniciou seus trabalhos com a pintura, mas, posteriormente, trocou pela experiência com os objetos tridimensionais.

Nas obras de Clark podemos encontrar bases matemáticas/geométricas, que podem ser levadas para a sala de aula, explorando conceitos, competências e habilidades importantes.

Outro autor destacado por Santos (2010) é Hélio Oiticica. No trabalho Metaesquema, de 1957, por exemplo, identificamos a presença da geometria nas formas geométricas (quadrados, retângulos e losangos). O artista também buscou romper a pintura bidimensional para explorar a tridimensional. Com essa proposta, temos o trabalho Bilaterais e Relevos Espaciais, de 1959, com objetos de placas quadradas e/ou retangulares, suspensas em um teto.

Amilcar de Castro, mais um autor do Neoconcretismo constrói suas obras diante das suas próprias convicções. Em suas obras ele realiza a conexão da geometria e arte. Por exemplo, nas Mil faces secretas sob a face neutra, o autor parte de uma canção de poesia de Carlos Drummond de Andrade. Desse contexto, Amilcar atesta:

Em formas geométricas simples - no triângulo ou no retângulo, no círculo ou no quadrado - através da sensível comprovação de que basta cortá-las, dobrá-las e juntá-las em novas e múltiplas relações para atingir a face ainda não revelada da beleza (Vieira, 1996, p. 355).

Além desses autores no movimento literário, existem outros com fortes contribuições para a geometria e arte. Para mais do que foi apresentado até o momento, esses dois campos estão interligados com outras manifestações artísticas

brasileiras, como na arquitetura e na arte popular. Na primeira encontramos elementos da geometria nos edifícios, monumentos e/ou alguns espaços urbanos. Existem muitas obras arquitetônicas brasileiras conhecidas por suas formas geométricas, como o Palácio do Planalto, com características do Modernismo, por exemplo, com suas formas retilíneas e geométricas. A Catedral Metropolitana de São Sebastião no Rio de Janeiro, o Museu de Arte Contemporânea de Niterói, entre outros, também são expressividades desse contexto.

Já na arte popular podemos encontrar a geometria em diversas manifestações, como nos tecidos, bordados, esculturas, rendas, objetos de decoração. Nesse domínio, os artistas têm, muitas vezes, suas regiões de origem como inspiração. Mascelani (2002, p. 13) diz que:

O universo da arte popular é fecundo e está em permanente movimento. Atravessa todos os recantos da imaginação e em seu rastro revolve e traz à tona antigas tradições quase esquecidas, inventa temas nunca antes pensados, colhe novidades no repertório da vida cotidiana, transforma com frescor o patrimônio de muitas gerações. No Brasil, seus revigorantes caminhos conduzem a campos praticamente ilimitados: da música e do cancionero aos shows de habilidades e performances; da literatura de cordel às invenções e bricolagens; das festas comunitárias ao folclore; do teatro às brincadeiras de rua, das artes plásticas ao artesanato. Abrange variada gama de produções feitas por pessoas que, sem jamais terem frequentado escolas de arte, criam obras nas quais se reconhecem valor estético e artístico. Obras que encontram sentido e, de certa forma, revelam importantes aspectos da cultura em que surgem.

No Brasil e no mundo temos artistas populares conhecidos e uma das características dos autores na arte popular, segundo Mascelani (2002, p. 8), é que:

Seus autores são gente do povo – qualificativo que, em geral, indica mais do que a origem socioeconômica de um grupo –, remetendo a um conjunto de valores que identifica um modo de ser nativo, de criar e transformar a partir do que se tem em torno, de iluminar os valores da nacionalidade, de sintetizar aspectos do pensamento coletivo.

Diante desse contexto, nossa pesquisa se apoia na arte popular, presente nos bordados. Lisete Lagnado (1998, p. 17) afirma que: “Nos bordados, há nitidamente uma busca de uma vida interior harmoniosa, com valores essenciais, destituída de qualquer tipo de excesso – seja moral ou estético”.

Ilustrando a presença do bordado manual, no Brasil atual observamos vários nomes que conquistaram as redes sociais com seus trabalhos, mostrando formas modernas de expressão ao mesmo tempo sem perder a tradição e a delicadeza do

bordado. Sem pretender produzir uma lista exaustiva, apresentamos a seguir alguns deles⁴, os temas explorados e algumas características específicas.

A carioca Mariah Escossia (Instagram @bordadospraiaia) retrata frequentemente em seus bordados mulheres e plantas, como na figura a seguir.

Figura 9 – Bordado de Mariah Escossia



Fonte: Domestika (2023)⁵.

Na obra do carioca/capixaba Paulo Rezende (Instagram @monsterbox), o tema predominante são animais domésticos.

Figura 10 – Bordado de Paulo Rezende



Fonte: Domestika (2023)⁶.

⁴ A maioria dos artesãos citados nesse trecho foi extraída do artigo “10 brasileiros que vão provar que o bordado é a nova tendência” Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Muitos deles, além de produzirem as obras, dão cursos de bordado *online*.

⁵ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

⁶ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

A pernambucana Heloísa Marques (Instagram @heloisamarques) aborda em suas obras reflexões políticas e feministas, como no exemplo a seguir.

Figura 11 – Bordado de Heloísa Marques



Fonte: Domestika (2023)⁷.

O artista visual Pedro Luis Figueiredo Soares (Instagram @pedroluiss), a título de exemplo, utiliza em seus bordados tecidos, papéis e fotografias antigas para expressar sentimentos, ideias e memórias, como no exemplo seguinte.

Figura 12 – Bordado de Pedro Luis



Fonte: Domestika (2023)⁸.

⁷ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

⁸ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

Tamara produz o que chama de bordado afetivo. Ela cria os bordados à mão a partir de fotografias, colocando em evidência histórias e memórias, como ilustra a figura a seguir.

Figura 13 – Bordado de Tamara



Fonte: Domestika (2023)⁹.

Giselle Quinto (Instagram @gisellequinto), apesar de ser brasileira, vive em Amsterdam. Em seus bordados encontramos personagens femininas, enquanto a artista explora texturas e mistura técnicas como ilustração e aquarela, conforme exemplo da figura a seguir.

Figura 14 – Bordado de Giselle Quinto



Fonte: Domestika (2023)¹⁰.

⁹ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

¹⁰ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

Nas peças de Thamires Cola há cenas do cotidiano, plantas e frases, usando linhas de tons terrosos, como na figura a seguir.

Figura 15 – Bordado de Thamires Cola



Fonte: Domestika (2023)¹¹.

Thomas Ueda (Instagram @thomasueda), de São Paulo, usa a cultura pop e cores vibrantes em seus bordados, como na figura a seguir.

Figura 16 – Bordado de Thomas Ueda



Fonte: Domestika (2023)¹².

A paulistana Juliana Mota (Instagram @julianamotabordado) é formada em design gráfico, mas se dedica ao bordado desde 2014, com trabalhos desde o bordado autoral, até ilustrações e oficinas de arte.

¹¹ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

¹² Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

Figura 17 – Bordado de Juliana Mota

Fonte: Domestika (2023)¹³.

Em seus bordados, Sarah Ferrigo (Instagram @sarahferrigo) vai além do tecido. Ela cria bordados em diferentes suportes, como por exemplo em uma folha de árvore seca ou um ovo de galinha.

Figura 18 – Bordado de Sarah Ferrigo

Fonte: Domestika (2023)¹⁴.

O coletivo Linhas de sampa (Instagram @linhasdesampa) utiliza o bordado como forma de manifestação em defesa da democracia e dos direitos humanos. Na figura a seguir há um bordado produzido por esse coletivo.

¹³ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

¹⁴ Disponível em: <https://www.domestika.org/pt/blog/10730-10-brasileiros-que-vao-provar-que-o-bordado-e-a-nova-tendencia>. Acesso em: 03 fev. 2024.

Figura 19 – Bordado de Linhas de Sampa



Fonte: Instagram (2023)¹⁵.

O que vimos até o momento mostra por um lado conexões entre diversas manifestações artísticas e geometria e por outro o bordado manual como uma forma de expressão artística presente na atualidade. Fazendo uma conexão com o contexto escolar, uma das características de ser professor “é preocupar-se com o ser do estudante, tentando auxiliá-lo a conhecer algo que ele, professor, já conhece e julga importante que o estudante venha a conhecer, também” (Bicudo, 2005, p. 48). Nessa perspectiva, pensamos que o professor pode observar elementos da geometria presentes em obras de arte e mais especificamente em peças de bordados manuais, contribuindo para que os estudantes atribuam significado, usando contextos do cotidiano. É importante quando o professor conhece algo e por meio desse conhecimento consegue notar a importância que isso pode ter para os seus estudantes, pensando no aprimoramento do conhecimento para cada um deles.

Logo, o professor pode introduzir um conteúdo por meio da arte, da cultura, permitindo que o estudante aprenda a geometria envolvida em diferentes práticas. A simetria é um dos conteúdos que podem ser trabalhados nesse contexto. Segundo Mendes (2008, p. 43):

A conexão entre a geometria abordada na escola e as atividades produtivas da arte dos ornamentos apresenta um ponto em comum: a ampla exploração do espaço como um elemento gerador de conceitos geométricos e propriedades referentes a medidas e simetria.

¹⁵ Disponível em: www.instagram.com/linhasdesampa. Acesso em: 03 fev. 2024.

É possível identificarmos estudos que dão suporte à importância da arte para o ensino de geometria. Um estudo que leva em consideração o bordado, por exemplo, e o ensino de simetria, é o de Gallo (1996), que através das formas geométricas presentes nas cerâmicas marajoaras, fornece subsídios para os bordados de camisas e pinturas de tecidos. Os detalhes nos desenhos contribuem para a elaboração de atividades, tanto para o ensino de geometria, quanto para o ensino de grandezas e medidas. Em relação ao ensino de geometria e formas geométricas, destacam-se os casos de simetria.

Ao refletir sobre as práticas presentes na arte, percebemos diferentes contextos que podem considerar a aprendizagem, apresentando aos estudantes diversas atividades e propostas que despertem a criatividade, utilizando de desenhos, cores e variadas formas que despertem o interesse pela matemática, associando aos detalhes que eles podem encontrar no cotidiano. Assim, essa prática pode buscar envolvê-los na realização das atividades e motivá-los para os conhecimentos matemáticos, atribuindo sentido ao que está sendo trabalhado pelo professor.

A seguir, passaremos a discutir a simetria na matemática escolar, que é o objeto matemático em foco nessa pesquisa.

4.3 SIMETRIA NA MATEMÁTICA ESCOLAR

O ensino de geometria conta com um contexto histórico no Brasil. A simetria que é incluída nesse ramo da matemática também se fez presente nesse mesmo contexto. O primeiro indício do seu ensino foi em 1970, com funções aplicadas a pontos no plano. Com as influências dos movimentos que aconteceram, a simetria foi excluída e incluída algumas vezes, mas voltou realmente na proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais, do Ensino Fundamental. Nessa proposta, as ferramentas da simetria estavam presentes para o estudo da geometria plana e espacial, desde então o conteúdo se encontra também em outros documentos curriculares (Mabuchi, 2000).

Com o avanço e a inserção do conteúdo, diversos materiais, por exemplo, livros didáticos de matemática, trazem capítulos que abordam simetria. Em muitos deles, se pode encontrar uma relação da simetria com o cotidiano, exemplos a partir de figuras que ilustram mosaicos, natureza, objetos, corpo humano e o uso dessas transformações geométricas em figuras são aspectos importante para o ensino e

aprendizagem de geometria, permitindo analisar situações matemáticas (Mendes; Delgado, 2008).

Se observa no exemplo a seguir, retirado de um livro didático de matemática do 7º ano, os autores apresentando uma dessas situações, antes de introduzir o conceito de simetria. No trecho selecionado solicita-se que os estudantes observem a simetria no cotidiano através das imagens presentes no livro didático.

Figura 20 – Exemplo de apresentação do conceito de simetria em livro didático



A produção de mosaicos, em que um **padrão** (também chamado **motivo**) se repete, envolve diversos conceitos matemáticos ligados a figuras geométricas e **simetria**.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

Um exemplo como esse reafirma a importância da conexão do conteúdo com o cotidiano, facilitando na compreensão dos estudantes, permitindo que consigam entender a importância de um conteúdo matemático, que muitas vezes se encontra nos aspectos da vida. Santos (2010), em sua pesquisa, elenca livros didáticos que articulam simetria e artes visuais. As atividades identificadas em diferentes coleções de livros didáticos, propiciam aos estudantes compreenderem a simetria através de modalidades artísticas, como a arquitetura, padrões, desenho, dobradura, gravura, pintura e diversas características, sendo o desenho predominante nas atividades.

Então, cabe ao professor usar desses meios para melhor apresentar o conteúdo aos estudantes, seja por exemplos como esse que estão presentes no livro didático ou em busca de recursos para apresentar em sala de aula.

O conceito de simetria pode ser utilizado somente para diferenciar formas e caracterizá-las de acordo com seu número de eixos. Pode também ser estudado como um conteúdo em si, que oferece diferentes possibilidades de exploração, como a construção de novas figuras a partir de outras, a análise dos eixos de simetria de uma figura e a formação de padrões geométricos. (Segadas *et al.*, 2016, n. p.).

Com essas diferentes possibilidades de exploração, o interesse em trabalhar simetria com a exploração de bordados manuais reflete nessa importância de ensinar o conteúdo, ajudando os estudantes a entender os conceitos, contando com sua participação e os envolvendo em algo do seu cotidiano.

A seguir, descrevemos os tipos de simetria, do ponto de vista matemático. Em seguida, apresentamos como esse tema é abordado nos documentos curriculares.

4.3.1 Simetria de translação

Inicialmente nos apoiamos em Jesus (2017) para definir a simetria de translação.

Figura 21 – Definição de simetria de translação

Definição 2.3.1. *Considere um vetor $\vec{v}$ do plano. Uma translação de vetor $\vec{v}$ é uma função $\tau_{\vec{v}}$ que a cada ponto P do plano faz corresponder um ponto P' tal que $\overrightarrow{PP'} = \vec{v}$.*

Escrevemos a translação pelo vetor $\vec{v}$ como:

$$\tau_{\vec{v}}(P) = P + \vec{v}$$

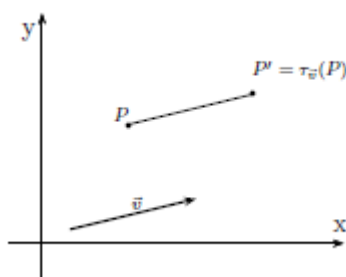
Sendo o ponto $P = (x, y)$ e um vetor $\vec{v} = (x_0, y_0)$, temos que a expressão analítica da translação $\tau_{\vec{v}}(P) = P'$ é dada por:

$$P' = \tau_{\vec{v}}(P) = (x, y) + (x_0, y_0) = (x + x_0, y + y_0)$$

Fonte: Jesus (2017).

A figura a seguir, também extraída de Jesus (2017), ilustra a translação sobre um ponto.

Figura 22 – Translação por um vetor

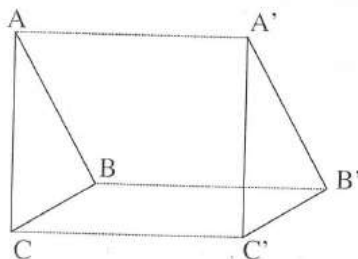


Fonte: Jesus (2017).

Como nos explicam Fossa *et al.* (2006), numa simetria de translação cada ponto é deslocado a uma distância fixa, na mesma direção e no mesmo sentido (o vetor que define a translação determina a distância, a direção e o sentido).

Na figura a seguir, o triângulo $A'B'C'$ é a imagem do triângulo ABC por uma translação. Os segmentos AA' , BB' e CC' são paralelos e congruentes e o vetor $\overrightarrow{AA'}$ determina a distância, a direção e o sentido da transformação que leva ABC em $A'B'C'$.

Figura 23 – Exemplo de translação na figura ABC



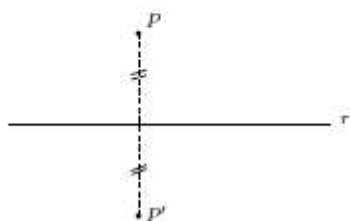
Fonte: Fossa et al. (2006).

4.3.2 Simetria de reflexão

Vamos novamente trazer a definição de simetria de reflexão na matemática acadêmica, como vem exposta por Jesus (2017):

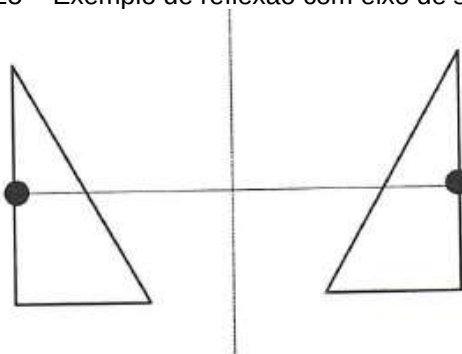
Figura 24 – Definição de simetria de reflexão

Definição 2.3.2. *Seja r uma reta. A reflexão por uma reta r é a função σ_r que a cada ponto P do plano associa um ponto $P' = \sigma_r(P)$ tal que a reta r é a mediatriz do segmento PP' , ou seja, P' é o simétrico de P em relação à reta r .*



Fonte: Jesus (2017).

Fossa et al. (2006) ilustram na figura a seguir a reflexão de um triângulo, em relação a um eixo de simetria vertical.

Figura 25 – Exemplo de reflexão com eixo de simetria r 

Fonte: Fossa *et al.* (2006).

O conjunto formado por uma figura e seu reflexo vai caracterizar a reflexão. Trata-se de “quando duas imagens são reflexo uma da outra e esse reflexo se dá em relação a uma linha, dizemos que há simetria de reflexão e a linha é seu eixo de reflexão” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. 87).

Considerando cada ponto P do triângulo e a imagem P' desse ponto pela reflexão em torno do eixo r , teremos que r é a mediatriz do segmento PP' . Outro modo de expressar o que caracteriza essa simetria é um ponto P e seu correspondente P' pela simetria de reflexão em torno de r , que estão a uma mesma distância do eixo r .

4.3.3 Simetria de rotação

Por fim, trazemos a simetria de rotação, que do ponto de vista da matemática acadêmica tem a seguinte definição (Jesus, 2017):

Figura 26 – Definição de simetria de rotação

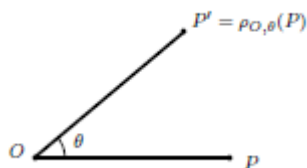
Definição 2.3.3. *Seja O um ponto do plano e θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) um ângulo orientado no sentido positivo (anti-horário). A função que tem O como ponto fixo e aplica todo ponto $P \neq O$ no ponto P' , tal que o ângulo $\widehat{POP'} = \theta$ e $|OP| = |OP'|$, chama-se rotação de centro O e ângulo θ , e é indicada por $\rho_{O,\theta}$.*

Temos que o ponto O é o centro de rotação e o ângulo θ é chamado de ângulo de rotação.

Fonte: Jesus (2017).

A figura a seguir ilustra a rotação de centro O e ângulo Θ , que leva o ponto P , no ponto P' .

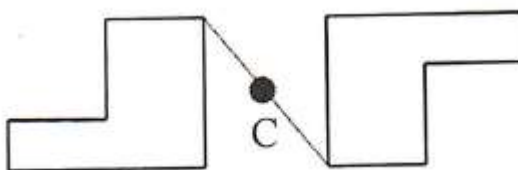
Figura 27 – Rotação de centro O



Fonte: Jesus (2017).

A simetria de rotação se caracteriza por um giro que acontece ao redor de um ponto, chamado centro de rotação. A distância a esse centro permanece constante e o giro considera um ângulo, entre 0° e 360° . Na figura a seguir, “por exemplo, o polígono da esquerda, sofreu uma rotação de 180° em torno do ponto C, resultando na imagem da direita” (Fossa *et al.*, 2006, p. 64).

Figura 28 – Exemplo de rotação



Fonte: Fossa *et al.* (2006).

4.4 ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA: DOCUMENTOS DE ORIENTAÇÃO CURRICULAR

Como já mencionado, a simetria é um conteúdo da geometria que se faz presente no cotidiano, em várias ações, de diversas formas e em diferentes situações. No cotidiano, como podemos ver na figura a seguir, se percebe a simetria, especificamente a simetria de reflexão, presente em um bordado em uma peça de guardanapo, imagem do acervo de pesquisa do TCC (Luz, 2019).

Figura 29 – Exemplo da presença de simetria no cotidiano



Fonte: Acervo da pesquisa de TCC (Luz, 2019).

Sendo um ramo da matemática, a geometria nos auxilia também em outras áreas do conhecimento. A BNCC apresenta que “a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade” (Brasil, 2018, p. 272). Quando se reflete sobre o ensino de geometria, é possível relacionar com as diferentes formas de exploração. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destaca-se também essa importância:

Se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (Brasil, 1997, p. 39).

Ao abordar o conteúdo de simetria, é possível que, através da observação, os estudantes percebam aspectos comuns e diferenças entre figuras, como também, fortaleçam o instinto de percepção em relação às posições destas figuras. Essas características de observação e percepção fazem parte da realidade dos estudantes, que com isso poderão relacionar diversas formas que observam no dia a dia com conceitos geométricos.

Nos PCN (Brasil, 1997, p. 82) é enfatizado que:

Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras etc.

Uma das características do ensino de simetria é possibilitar ao estudante estabelecer relações do conteúdo com situações que fazem parte do cotidiano.

Quando o conteúdo é apresentado dessa maneira, o interesse do estudante pode aumentar, expandindo sua motivação, o que nos leva a buscar relacionar o conceito de simetria com diversos contextos. Andrade *et al.* (2007, p. 10) afirmam que:

As simetrias, tanto a duas como a três dimensões, proporcionam aos alunos magníficas oportunidades de identificarem no mundo, a geometria. Podemos encontrá-las em diversos contextos tais como, na arquitetura, na arte, na natureza, entre outros. Borboletas, rostos, flores, reflexos na água, frutos, desenhos de cerâmica, tapetes, constituem alguns exemplos que envolvem simetrias.

Logo, é importante oferecer ao estudante um ensino de maneira que ele seja capaz de reconhecer e atuar no mundo em que vive, conforme os conhecimentos adquiridos no âmbito educacional.

Nesta pesquisa, voltamos para o ensino das simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental. Nesta etapa escolar, propõe-se na BNCC que os conteúdos de Matemática sejam estudados por meio de cinco unidades temáticas, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. (Brasil, 2018).

Diante essas unidades temáticas, nossa pesquisa se apoia na geometria, com o propósito de investigar o objeto geométrico simetrias. Apresentamos a seguir como esse objeto de conhecimento está presente na BNCC e suas habilidades ao decorrer dos anos finais do Ensino Fundamental.

Quadro 2 – Simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental a partir do seu objeto de conhecimento e habilidade

Ano de Ensino	Objeto de Conhecimento	Habilidade
7º Ano	Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros
8º Ano	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica

Fonte: Elaborado pela autora (2023), adaptado da BNCC (Brasil, 2018).

Além da BNCC e antes dos anos finais, o estudo de simetria também é indicado nos PCN de matemática para estudantes do segundo ciclo, sendo um dos principais objetivos “identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções” (Brasil, 1998, p. 52).

Para além desse objetivo, o documento também apresenta “identificação da simetria em figuras tridimensionais” (Brasil, 1998, p. 56); e “identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria etc.” (Brasil, 1998, p. 56). Percebamos que diferente da BNCC, nos PCN não se determinavam os anos escolares em que a simetria deveria ser trabalhada, sendo assim, o conteúdo era trabalhado em livros didáticos que contemplassem todo o ciclo.

Analisando a BNCC, nota-se que a partir do 3º ano os estudantes no objeto de conhecimento congruência de figuras geométricas planas recebe as figuras usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares. No 4º ano eles têm o objeto de conhecimento de simetria de reflexão. Na sequência, no 5º ano ampliação e redução introduzindo a discussão de semelhança de figuras. Nos anos finais, iniciando no 6º ano, aprofunda-se a discussão, no 7º ano tem início a apresentação de outros tipos de simetria, como ilustrado no quadro 2 e, no 8º ano, aprofunda-se a discussão. Por fim, na etapa do Ensino Fundamental, no 9º ano, continua-se a proposta com semelhanças de figuras. Percebamos, então, que as transformações geométricas começam a ser trabalhadas no 3º ano e são aprofundadas ao longo do Ensino Fundamental, mas a abordagem, de fato, de simetria, teve uma separação de 2 anos, do 4º para o 7º ano.

4.5 PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA

Para a busca de pesquisas que versam sobre a simetria, optamos por alguns eventos em Educação Matemática. Consideramos a importância desses eventos a nível internacional, nacional e estadual, de maneira que envolvem professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática, estudantes da Pós-Graduação e pesquisadores em geral. Todos contribuindo no

interesse pelas discussões no âmbito da Educação Matemática, no que tange às tendências e pesquisas.

Então, tomamos como referência artigos dos anais do SIPEM, em sua edição VII, ano de 2018; o ENEM, nas edições XI, XII, XIII, anos de 2013, 2016 e 2019; e o EPEM, edição VII, ano 2017. Como palavra-chave utilizamos “simetria”. Optamos apenas pela modalidade comunicação científica, por ser um contexto que em seus trabalhos apresenta resultados de pesquisas. Encontramos 12 trabalhos e tomamos como critérios de exclusão aqueles que estavam voltados para a formação de professores e/ou que as pesquisas foram realizadas com professores, uma vez que nossa pesquisa é voltada aos estudantes. A partir dessa seleção, foram selecionados os trabalhos do quadro 3, a seguir.

Quadro 3 – Pesquisas que abordam as simetrias como objeto de estudo

Evento	Título	Autoria/Ano
XI ENEM	A simetria de reflexão: elementos de concepção mobilizados por alunos do 9 ^a ano	Melo (2013)
XI ENEM	Renda de bilro e a matemática: enlaces possíveis para o ensino de simetria	Santos (2013)
XII ENEM	Conhecimentos de estudantes de pedagogia sobre simetria de reflexão	Teles e Santos (2016)
XII ENEM	Experiência com o uso de materiais manipuláveis para o ensino de simetrias	Bravim (2016)
XII EPEM	Conhecimentos mobilizados por professores sobre o conteúdo simetria na relação entre Geometria e Artes Visuais	Santos e Teles (2017)

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Melo (2013) desenvolveu uma pesquisa de mestrado, sobre as concepções que os estudantes do Ensino Fundamental mobilizam quando resolvem problemas de simetria de reflexão. Para a realização da pesquisa, apresentada sob recorte no respectivo evento, aconteceu uma experimentação com 50 estudantes do 9º ano de escolas das redes públicas do Agreste pernambucano. A pesquisa mostrou que as respostas dos estudantes em relação à simetria de reflexão estão baseadas na visualização das figuras.

“Renda de bilro e a matemática: Enlaces possíveis para o ensino de simetria” é uma pesquisa desenvolvida por Santos (2013) a partir da criação das rendas de bilro para as possibilidades matemáticas, apontando possíveis enlaces dos saberes da simetria e das isometrias para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Então, por meio da apresentação da prática das rendas de bilro, se levantou fontes

de criatividade, imaginação e desenvolvimento de saberes matemáticos, se adequando para o trabalho sobre simetria e as transformações isométricas, como a reflexão, rotação e translação que são exploradas em sala de aula.

Teles e Santos (2016) investigaram a identificação de conhecimentos do conteúdo específico de estudantes de pedagogia sobre simetria de reflexão. Participaram da pesquisa 36 estudantes do 5º período do Curso de Pedagogia matriculados na disciplina de Fundamentos do Ensino da Matemática na Universidade Federal de Pernambuco. O estudo apontou que os estudantes ainda não conseguiam, a partir de conhecimentos específicos, construir figuras diferentes.

Na pesquisa desenvolvida por Bravim (2016), por outro lado, foram aplicadas atividades para o ensino de simetrias de reflexão, translação e rotação. Estas foram desenvolvidas no Ensino Médio, com a utilização de materiais concretos manipulativos, como o jogo “queimada com obstáculos”, dobraduras, malhas impressas e o geoplano. A pesquisa mostrou que o uso desses materiais, quando bem orientado, potencializa a aprendizagem e desperta o interesse do estudante, que constrói então um conhecimento em matemática que por vezes é desenvolvido apenas no abstrato.

Santos e Teles (2017) trazem um recorte de uma pesquisa de doutorado que estava em andamento, que visava identificar como os conhecimentos dos professores estão mobilizados sobre o conteúdo simetria ortogonal (reflexão) à medida que resolvem situações-problemas envolvendo a leitura, contextualização e produção de imagens. A coleta de dados aconteceu a partir da realização de uma oficina apresentando indícios de conhecimentos que são mobilizados pelos professores.

Salientamos que a tese citada acima foi concluída e tem por título “Conhecimentos de Professores: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias”, que apesar de ter sido uma pesquisa desenvolvida com professores, tem fortes contribuições para o nosso trabalho no aspecto da geometria com artes e culturas visuais por meio da simetria.

Santos (2019) cita, por exemplo, que podemos encontrar arte com características abstratas e geométricas presentes em registros de diferentes culturas. E conseguimos em sua pesquisa conhecer diferentes representações postas nessas culturas que buscam discutir as articulações da geometria com as artes visuais.

Apesar de não ser o foco em questão no nosso trabalho, Santos (2019) também apresenta como os professores mobilizam e articulam conhecimentos voltados à

geometria. Percebemos que é uma discussão importante e que reflete na nossa pesquisa em relação aos estudantes, uma vez que os conhecimentos geométricos dos professores, em especial os que envolvem as artes e culturas visuais, têm impacto na aprendizagem dos estudantes e como eles podem se posicionar diante de atividades que envolvam tais características.

Além desses trabalhos encontrados nos eventos, realizamos uma busca no banco de dissertações do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Na busca, filtramos as pesquisas com a palavra-chave “simetria” e encontramos 4 trabalhos. Porém, elencaremos 2 deles a fim de destacarmos os que mais se aproximam de nossa pesquisa.

Escolhemos o trabalho de Melo (2010) uma vez que trata sobre a simetria de reflexão e os elementos de concepção mobilizados pelos estudantes no ensino fundamental.

Melo (2010) propôs aos estudantes problemas de reconhecimento e construção de figuras simétricas em relação a um eixo de simetria. Nos resultados, foi possível concluir que os estudantes mobilizam controles que estão ligados às direções vertical e horizontal. Nas atividades que os estudantes ficavam mais livres para desenhar, por exemplo, eles manifestam um conflito em relação às posições. Já na construção de figuras complexas e figuras simples, em papel quadriculado e papel branco respectivamente, as dificuldades parecem ser as mesmas. No mais, a pesquisa evidencia que os estudantes mobilizam controles ligados à conservação de forma e tamanho das figuras, o que revela que muitas respostas são baseadas na visualização das figuras.

A segunda pesquisa que elencamos é de Santos (2010), que converge com a nossa no aspecto da simetria e artes visuais. Apesar de ter sido desenvolvida uma análise de livros didáticos de matemática dos anos iniciais, a pesquisa contribui para a nossa no aspecto de identificarmos como as questões voltadas à simetria e arte se fazem presentes no material didático do estudante. Em relação ao entrelace entre esses campos, os livros apresentam questões que abordam modalidades artísticas padrões, arquitetura, pinturas, borrões de tinta, desenhos e dobraduras, questões nas quais a simetria está sendo trabalhada implicitamente e os eixos de simetria são abordados de diferentes posições.

Além das buscas nos eventos e dissertações, queremos destacar também uma pesquisa realizada por Fossa *et al.* (2006), intitulada “Estudo dos padrões geométricos

nas faixas decorativas das carrocerias dos caminhões brasileiros”, que atesta que o uso dos desenhos e detalhes pode coincidir de alguma maneira com características da arte de bordar.

Os pesquisadores utilizaram de fontes de informações, como fotos de caminhões que circulam nas estradas de alguns estados e dados coletados através de visitas a várias oficinas de carroçaria. Após essas informações, classificou-se as faixas de carroçaria em dois grupos. No primeiro, as faixas são lisas; no segundo grupo, as peças recebem três faixas finas horizontais, além dos detalhes de topiaria. A característica importante dessas faixas são os desenhos que serão encontrados em ambas, que serão predominantemente geométricos, com linhas retas, curvas simples, círculos, losangos etc.

A composição dos desenhos remete à simetria, que em alguns casos é de reflexão e em outros, de rotação. Esses desenhos muitas vezes são feitos por pintores que são analfabetos ou pouco instruídos, mas a importância está no cuidado ao pintar, na marcação de pontos e locações para evitar distorções na simetria. Vale salientar que, muitos não utilizam de réguas ou outros instrumentos para as marcações, apenas a visão. Podemos observar alguns desses exemplos de pintura na figura a seguir.

Figura 30 – Exemplo de pinturas na carroceria de caminhão



Fonte: Fossa *et al.* (2006).

Mediante os trabalhos apresentados é possível perceber que estudos utilizando alguns materiais como recursos didáticos são pertinentes para o ensino de simetria e que podemos encontrar diferentes tipos de simetria em diversas circunstâncias, assim confirmando que existem estudos na área e que é relevante continuar com pesquisas que colaborem ainda mais, servindo de suporte para explorar novas perspectivas.

Nossa pesquisa não se adentra nas variáveis didáticas e nas atividades elaboradas apresentamos justificativas que explicam o conhecimento que pode ser mobilizado. Contudo, apesar de não nos aprofundarmos nas variáveis didáticas reconhecemos a importância e que elas se fazem presentes nas situações-problemas. Santos e Bellemain (2007, p. 3) enfatizam a importância da variável didática:

A variável didática é uma ferramenta importante na categorização dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras de ação errôneas, na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos.

Nesta seção apresentamos pesquisas que versam sobre o ensino e aprendizagem de simetria. Nas simetrias, as variáveis didáticas estão presentes e é possível pensar nelas. Estão relacionadas aos tipos de figuras, tipos de problema, especificidades da figura, orientações dos segmentos e tipos de papel, entre outros aspectos (Melo, 2010). Diante disso, no quadro a seguir, apresentamos as variáveis didáticas e valores com aporte no estudo de Melo (2010) e Lima (2006) com adaptações buscando contemplar as variáveis didáticas e valores voltado as simetrias que estão em conexão aos estudos aqui apresentados e com a nossa pesquisa.

Quadro 4 – Variáveis didáticas e valores voltados à simetria com base em Melo (2010) e Lima (2006)

Variáveis didáticas	Valores
Tipo de problema	Visualização e reconhecimento de figura simétrica; Visualização e reconhecimento do eixo de simetria; Reconhecimento de reflexão; Construção de figura simétrica; Construção de eixo de simetria.
Especificidade da figura	Se possui ou não eixo de simetria.
Natureza da figura	Representa um objeto real ou não.
Orientação do eixo de simetria na folha de papel	Vertical, horizontal e diagonal.
Tipo de papel	Liso (branco); Quadriculado

Fonte: Elaborado pela autora (2023) a partir do quadro desenvolvido por Melo (2010).

5 CONCEPÇÃO E ELEMENTOS DE UMA ANÁLISE A PRIORI

A presente fase constitui em conceber a sequência de atividades que será aplicada em um momento extraclasse. Nesta fase também apresentamos elementos de uma análise a priori, justificando as atividades. Para a construção de atividades, consideramos as habilidades presentes na BNCC (Brasil, 2018) que atendem ao objeto de conhecimento simetrias de translação, reflexão e rotação, referente ao 7º ano; e transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação, em relação ao 8º ano. Todas as atividades foram realizadas individualmente, em dois momentos de 50 minutos.

Na atividade a seguir, inicialmente os estudantes não receberam nenhum comando além do que está explicado no enunciado da atividade. Foram propostos 15 min para a atividade.

Atividade 1: Construindo e reconhecendo a simetria de reflexão:

Enunciado: Na cidade de Passira, conhecida como a terra do bordado manual, as bordadeiras utilizam de técnicas para obter o desenho no tecido, desenho esse que será bordado. Para ter o desenho no tecido, as bordadeiras utilizam um papel vegetal que já está desenhado, com esse papel sobre o tecido, o processo de impressão é aplicado com o anil e tinta, algo que se assemelha ao papel carbono quando desejamos realizar uma impressão para uma folha.

Observe:

Figura 31 – Processo de impressão no tecido



Fonte: Acervo da pesquisa de TCC (Luz, 2019).

Com essa informação considerando um dos processos para a produção do bordado manual, vamos realizar uma atividade com a folha de ofício. Você deverá

dobrar essa folha ao meio, marcando a linha que divide a folha. Após marcar a divisão, com a folha de papel ofício ainda aberta, você unirá com a folha de papel carbono, de modo que o “lado que escreve” do carbono esteja em contato com a folha de papel ofício.

Feito isso, você dobrará novamente a folha de papel ofício e realizará um desenho imaginando uma peça de bordado e/ou alguma imagem que se encontra na peça, lembre-se de peças que você viu em sua casa ou em outro ambiente. Finalizado o desenho, responda as questões a seguir:

- a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?
- b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?
- c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.
- d) Quando estamos na frente do espelho, o que acontece?
- e) Se fizemos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?
- f) E se fizemos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?
- g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?

Justificativa: A atividade resgata uma prática das bordadeiras e evoca peças de bordado familiares aos habitantes de Passira, como inspiração para a produção solicitada dos participantes. Ao dobrar o papel ao meio e traçar um desenho inspirado nos bordados manuais usando papel carbono teremos, no interior da folha, duas figuras simétricas e a dobra do papel será o eixo de simetria. Pretendemos com essa atividade verificar se os estudantes mobilizam intuitivamente conhecimentos sobre simetria.

Após realizada a atividade, uma das justificativas é o reconhecimento do eixo de simetria. Com esse reconhecimento, propomos a seguir atividade que conecte o conceito mobilizado com a cultura dos estudantes. Na atividade foi estimada uma duração de 15 minutos.

Atividade 2: Traçando o eixo de simetria no bordado manual (parte 1):

Enunciado: Em mãos, temos dois tecidos. O primeiro, não encontramos nenhum bordado nele, o tecido é de um tamanho da peça guardanapo e o segundo tecido, o qual já encontramos o bordado bainha, sendo a peça guardanapo já produzida. Com instrumentos de medição, a partir do tecido que se encontra bordado, note quais foram as medições da borda do tecido até o bordado e no tecido que não

se encontra bordado realize o mesmo procedimento de maneira a realizar marcações no tecido.

Em seguida, responda:

Você acredita que a medição é um processo importante para a construção de desenhos simétricos? Se sim, por quê?

Justificativa: Com essa atividade os estudantes realizarão o mesmo movimento percebido por Luz (2019) em sua pesquisa com as bordadeiras, em que estas medem 7cm da ponta do tecido para o meio, nos 4 lados do tecido, realizando assim a marcação para a puxada de fios que em seguida será conduzido o bordado bainha. Vale salientar que as medições variam a depender do tamanho da peça. A medição no tecido é um dos principais movimentos para que o bordado bainha quando finalizado fique simétrico. Ao realizarem essa atividade, esperamos que os estudantes consigam delimitar as marcações, experimentem na prática a vivência das bordadeiras e reconheçam a importância dos instrumentos de medição.

Figura 32 – Bordadeira medindo os lados do tecido



Fonte: Acervo da pesquisa de TCC (Luz, 2019).

Atividade 3: Traçando o eixo de simetria no bordado manual (parte 2):

Nesta atividade foi previsto que os estudantes tivessem 10 minutos.

Enunciado: Em mãos, você tem uma peça de guardanapo em que se encontra o bordado manual. Nesse bordado temos o ponto bainha. Use o barbante para traçar um eixo vertical na peça, em seguida, responda:

- a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?
- b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bainha se encontra em cada lado da peça?
- c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?

Justificativa: Nessa atividade, os estudantes precisavam lembrar o que é um eixo vertical e um eixo horizontal, fazendo paralelo ao conteúdo simetria, percebendo que o eixo de simetria divide a figura em duas partes simétricas. Ao traçar o eixo, o ideal é que encontrem a mesma quantidade de pontos do ponto bairra em cada lado da peça e percebam que se o eixo fosse horizontal, a peça do guardanapo também continuaria simétrica, ou seja, se espera que os estudantes mobilizem conhecimento acerca das diferentes posições do eixo de simetria.

Com o conceito de reflexão construído e lembrado, a atividade a seguir é uma proposta de uma imagem de bordado com o eixo de simetria já traçado. Os estudantes dispunham de 5 minutos.

Atividade 4: Verificando o eixo de simetria:

Figura 33 – Bordado manual em uma determinada peça com eixo traçado



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Na imagem acima encontramos um bordado manual presente em uma peça de centro de mesa. Nela traçamos um eixo. A partir da observação dessa imagem, responda:

- a) O eixo traçado na peça representa um eixo de simetria? Justifique.
- b) Você acha que há outros eixos de simetria na peça além do que está traçado? Por quê?
- c) Como você faria para encontrar o eixo de simetria dessa imagem em uma folha de papel?

Justificativa: A partir dessa atividade, o estudante verifica o eixo de simetria traçado e imagina outros possíveis eixos na imagem, a atividade também faz uma conexão com a folha de papel, propondo o estudante a pensar como encontraria o eixo de simetria em uma folha de papel o qual não estaria ainda traçado. Assim, se espera que os estudantes mobilizem conhecimento acerca do eixo traçado. Logo, o estudante pode retornar às atividades anteriores em que foram utilizados instrumentos de medições, barbantes, objetos que os auxiliariam na identificação.

Na atividade a seguir utilizamos uma palavra associada à pesquisa para que os estudantes possam encontrar o eixo de simetria nas letras. Foi proposta uma duração de 5 minutos.

Atividade 5: Identificando o eixo de simetria:

Bordado é uma palavra que você ouve com frequência, por fazer parte da cultura da cidade em que vive, e além de ouvir, você encontra em muitos letreiros espalhados pela cidade de Passira, por exemplo, nas lojas e galerias. Suponhamos que um letreiro que se encontra a palavra “bordado” precisa ser pintado, nessa palavra é necessário que todas as letras tenham pelo menos um eixo de simetria.

Com suas palavras, explique como identificar o eixo de simetria de cada letra da figura a seguir:

Figura 34 – Palavra “bordado” para a atividade 5



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Essa questão foi adaptada de uma questão da prova de 2ª fase da Olimpíada Brasileira de Raciocínio Lógico (OBRL)¹⁶ da edição de 2022.

Justificativa: A proposta da atividade é associar que o eixo de simetria vai além de só em imagens e que os estudantes possam perceber isso. Se espera que os estudantes usem instrumentos de medição para traçar os eixos ou mesmo sem usar os instrumentos que possam traçar, identificando assim se a letra apresenta ou não eixo de simetria. Mobilizando o conhecimento acerca da posição do eixo. O enunciado pede explicação de como identificar o eixo de simetria em cada letra, o que foi proposital para despertar a curiosidade no estudante se de fato pelo menos uma letra apresenta ou se podemos encontrar alguma letra que não tenha o eixo. Por exemplo, vamos encontrar de fato eixo de simetria nas letras B, O, D e A, mas não vamos encontrar na letra R.

Na imagem a seguir vamos apresentar as letras com seus respectivos eixos, identificação que esperamos que os estudantes percebam.

¹⁶ Disponível em: <https://www.obrl.com.br/>. Acesso em 10 nov. 2022.

Figura 35 – Palavra “bordado” com as simetrias possíveis identificadas



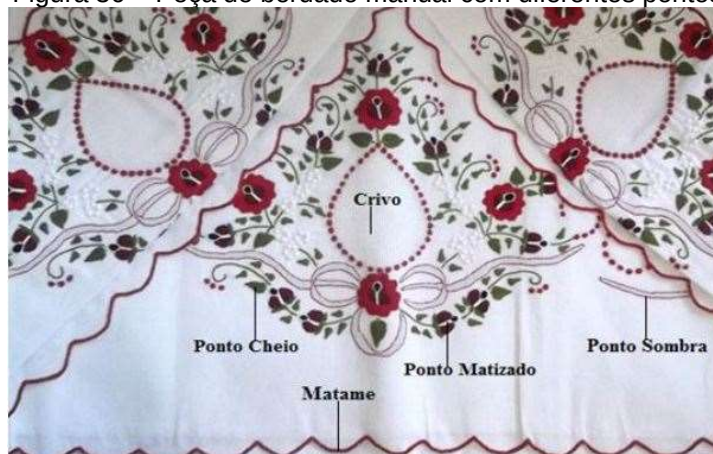
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Atividade 6: Bordando no papel quadriculado:

Os estudantes tinham 15 minutos para desenvolver essa atividade.

Com a imagem a seguir e um papel quadriculado, você deve observar o bordado manual e as diferentes representações nele, identificando nessas quais delas possuem conexão com o conteúdo simetria. Ao identificar, escolha a parte representada no bordado e reproduza no papel quadriculado. Se houver repetição, leve em consideração a repetição ao reproduzir. Use os lápis de cor e régua para a reprodução.

Figura 36 – Peça de bordado manual com diferentes pontos



Fonte: Silva (2014, p. 15).

Em seguida, responda:

- Por que você escolheu essa representação do bordado?
- Na sua escolha você considera que tem conexão com a simetria? Por que?
- Nas figuras presentes na peça de bordado, quais delas tem o eixo de simetria? E quais não tem?

Justificativa: Os estudantes podiam visualizar diferentes pontos de bordado na figura, por exemplo, representando flores, folhas, laços, entre outros. A partir dessa visualização, tinham a oportunidade de conectar com a simetria, escolhendo figuras que podiam se relacionar com a simetria de reflexão. Além da escolha, poderiam

perceber que alguns pontos observando como uma parte da peça podem ter o eixo de simetria, enquanto outros não.

Na atividade a seguir, propomos basicamente a mesma ideia de atividade, pedindo que o desenho seja reproduzido agora em uma folha de ofício. Novamente os estudantes tinham 15 minutos.

Atividade 7: Bordando no papel ofício:

Enunciado: Na atividade anterior, você reproduziu a representação do bordado em um papel quadriculado. Agora, com a mesma representação escolhida, reproduza em um papel ofício. Em seguida, responda:

a) Você nota diferença ao reproduzir no papel quadriculado e depois no papel ofício? Descreva as suas impressões ao desenhar nos dois tipos de papel.

b) Em relação a simetria, em qual dos papéis é melhor para a associar e por quê?

Justificativa: Vamos observar nessa atividade se o estudante utiliza a folha de ofício com algo que os auxilie a desenhar o ponto do bordado ou se apenas desenharam em qualquer espaço da folha. A intenção é comparar os tipos de papel, que é uma variável didática e os valores (liso ou quadriculado), permitindo que o estudante expresse suas facilidades e dificuldades.

Na atividade a seguir apresentamos aos estudantes o bordado de uma maneira diferente dos que eles estão habituados a ver na cidade de Passira. É possível encontrarmos o bordado em outras peças, por exemplo, na tapeçaria. Assim, os estudantes percebem que existem diferentes culturas. Serão propostos 10 minutos.

Atividade 8: Comparando os bordados:

O bordado é um elemento cultural pertencente também a outras regiões. Em uma cidade próxima a Passira, em Lagoa do Carro, por exemplo, encontramos o bordado na tapeçaria.

Figura 37 – Bordado manual em uma determinada peça



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Figura 38 – Tapete criado por tapeceiras de Lagoa do Carro



Fonte: Associação de Tapeceiras de Lagoa do Carro¹⁷.

Observando os dois tipos de bordado, responda:

- a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?
- b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique.

Justificativa: Nessa atividade, esperamos que o estudante associe o bordado na tapeçaria a simetria, comparando com as atividades anteriores já realizadas. Despertando o imaginar dele em relação ao conteúdo em diferentes peças.

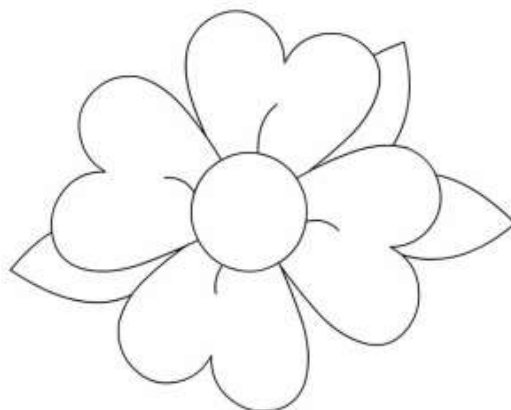
Pretende-se estimular o estudante a pensar em relação às cores, formas, entre outros elementos presentes nessas duas imagens propostas. Percebemos que a tapeçaria apresenta mais elementos geométricos, do que figurativos. Por exemplo, se olharmos para o centro da peça, podemos encontrar hexágonos justapostos. Elementos que não vamos encontrar na peça de bordado manual apresentada nessa atividade. Logo, esperamos que o estudante perceba essas características e pontue.

Propomos agora o bordar na prática, a arte de bordar em um papel. Os estudantes podiam realizar a atividade em 10 minutos.

¹⁷ Disponível em: www.artesol.org.br/tapeceiras. Acesso em: 15 nov. 2022.

Atividade 9: Desenvolvendo o seu bordado:

Figura 39 – Desenho de flor

Fonte: Pop Lembrancinhas¹⁸.

Enunciado: Com a imagem acima você vai desenvolver o seu bordado. Com um lápis, perfure o contorno do desenho, considerando que tenha uma certa distância de um ponto para o outro. Em seguida, com uma linha, com a cor e espessura da sua preferência, você vai passar pelos furos. Use sua técnica para passar por cima e depois por baixo. Por fim, use uma técnica para arrematar a linha e ela não mais se soltar.

Justificativa: Com essa atividade, tínhamos a expectativa de conhecer se o estudante sabe e entende o bordar, por exemplo, a escolha das cores e da espessura da linha de acordo com o contorno do desenho e com o furo que será feito, além da técnica do manejo para envolver a linha por toda a figura e, por fim, para arrematar. Se aguarda que a finalização seja por um nó e que os estudantes utilizem a tesoura para tirar o excesso da linha, assim como quem realiza o bordado manual. Com essa atividade esperamos que o conhecimento mobilizado seja algo mais cultural, permitindo que os estudantes vivenciem na prática algo feito pelas bordadeiras.

A escolha da linha é um ponto importante na produção do bordado. Na pesquisa do TCC, Luz (2019, p. 37), em entrevista com as bordadeiras, percebeu que as linhas grossas tinham mais consistência que as finas e uma das bordadeiras em sua fala diz que “as linhas em meadas são mais grossas, já as linhas de carretel são mais finas, assim o bordado fica de melhor qualidade com as linhas em meadas, conseguindo um melhor preenchimento”. Nessa atividade podemos retornar às características do bordado de Sarah Ferrigo, apresentado na sessão de aspectos da

¹⁸ Disponível em: www.poplembrancinhas.com.br/desenhos-de-flores-para-colorir. Acesso em: 20 nov. 2022.

geometria e arte. Sarah utiliza diferentes materiais para o bordado, por exemplo, as folhas secas.

6 EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo apresentamos elementos da experimentação da sequência de atividades que foi realizada, que como já mencionado, aconteceu em um momento extraclasse com 5 (cinco) estudantes de uma escola municipal da cidade de Passira. Os estudantes foram retirados da sala de aula em dois momentos de 50 minutos, que corresponde a 2 (duas) aulas. Em uma sala com uma mesa, os 5 (cinco) estudantes sentaram próximos e responderam as atividades de forma escrita. Não houve interação entre eles ou troca de conhecimentos. A interação aconteceu ao final quando a pesquisadora questionou as opiniões dos estudantes em relação às atividades propostas.

A escola é ampla, com equipamentos, estrutura organizacional e administrativa, ofertando Educação Infantil, anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e EJA (Educação de Jovens e Adultos). Em seu projeto político-pedagógico explicita a adoção de uma postura democrática com avaliação das ações, a fim de direcionar os caminhos que a escola deve percorrer.

Relembramos que para nossa pesquisa contamos com a participação de 5 (cinco) estudantes, que foram escolhidos com a ajuda da professora da turma e que estavam dispostos a participar da pesquisa. Tanto a escola, quanto os estudantes, receberam um termo a ser assinado concordando que a pesquisa fosse realizada na instituição de ensino e que os estudantes juntamente com autorização de seus responsáveis estavam disponíveis a participar da pesquisa.

A sequência de atividades aconteceu em dois momentos de 50 minutos cada, como já mencionado. A fim de preservar a identidade dos participantes, usamos nomes fictícios (Tatiane, Samanta, Lidiane, Josiane e Gilson).

A seguir, apresentamos a análise dos dados a partir das respostas dos estudantes nas atividades.

6.1 ATIVIDADE 1: CONSTRUINDO E RECONHECENDO A SIMETRIA DE REFLEXÃO

Nessa atividade temos o seguinte enunciado¹⁹:

¹⁹ Apesar da repetição, optamos por reproduzir as questões para facilitar a leitura e interpretação das respostas dos estudantes participantes da pesquisa.

Na cidade de Passira, conhecida como a terra do bordado manual, as bordadeiras utilizam de técnicas para obter o desenho no tecido, desenho esse que será bordado. Para ter o desenho no tecido, as bordadeiras utilizam um papel vegetal que já está desenhado. Com esse papel sobre o tecido, o processo de impressão é aplicado com o anil e tinta, algo que se assemelha ao papel carbono quando desejamos realizar uma impressão para uma folha.

Observe:

Figura 40 – Processo de impressão no tecido



Fonte: Acervo da pesquisa de TCC (Luz, 2019).

Com essa informação, considerando um dos processos para a produção do bordado manual, vamos realizar uma atividade com a folha de ofício. Você deverá dobrar essa folha ao meio, marcando a linha que divide a folha. Após marcar a divisão, com a folha de papel ofício ainda aberta, você unirá com a folha de papel carbono, de modo que o “lado que escreve” do carbono esteja em contato com a folha de papel ofício.

Feito isso, você dobrará novamente a folha de papel ofício e realizará um desenho imaginando uma peça de bordado e/ou alguma imagem que se encontra na peça. Lembre-se de peças que você viu em sua casa ou em outro ambiente. Finalizado o desenho, responda as questões a seguir:

- a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?
- b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?
- c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.
- d) Quando estamos na frente do espelho, o que acontece?

e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?

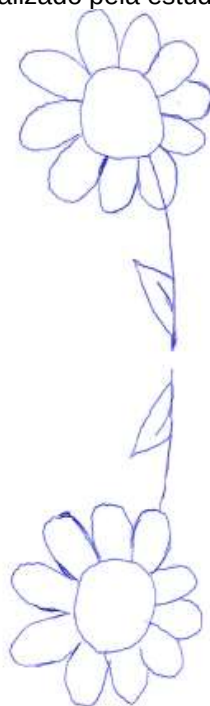
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?

g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?

Relembrado o enunciado, temos que nessa atividade os estudantes realizam o desenho na folha de ofício dobrada ao meio juntamente com a de papel carbono, lembrando de alguma representação que já viram em peças de bordados manuais.

A seguir temos o desenho e respostas de Tatiane:

Figura 41 – Desenho realizado pela estudante Tatiane na atividade 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 5 – Respostas da estudante Tatiane na atividade 1

Itens da questão	Respostas de Tatiane
a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?	“Ultrapassou o outro lado da folha”
b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?	“Elas são iguais”
c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.	“Sim. Já vi as bordadeiras fazendo no bordado”
d) Quando estamos na frente do espelho, o que acontece?	“A nossa imagem reflete no espelho”
e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?	“As imagens ficam iguais, porém distantes”
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?	“Ficam iguais, mais próxima do ‘eixo’”

g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?	“Ela mostra um pouquinho de como funciona a simetria”
--	---

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Percebemos que em seu desenho, a estudante resgatou elementos de folhas e flores que encontramos no bordado manual. Em relação às respostas e à conexão com a matemática, no item “a”, Tatiane apresenta que o que aconteceu na parte de dentro da folha foi uma ultrapassagem, indicando que o que ela desenhou ultrapassou o outro lado da folha. Entendemos que a estudante, ao utilizar a palavra “ultrapassou”, deseja se referir à reprodução que foi feita do desenho. Mesmo sem usar termos matemáticos, entendemos que existe um conhecimento intuitivo.

No item “b”, ela compreende que as figuras ficaram iguais. Interpretamos em sua resposta a ideia de que ao dobrarmos a folha, exatamente como a estudante dobrou, na mesma linha, a figura que foi desenhada se sobrepõe à que foi obtida devido ao carbono. De maneira intuitiva, Tatiane mobiliza um conhecimento segundo o qual uma figura e sua imagem por uma simetria de reflexão são congruentes.

No item “c”, a estudante conecta com a observação do trabalho das bordadeiras e não menciona outros contextos em que esse tipo de situação seja observado.

No item “d”, a estudante reconhece que no espelho é visto o reflexo. O espelho pode ser um instrumento em aulas do conteúdo de simetria, como por exemplo na atividade desenvolvida na Unicamp²⁰, em que é apresentado um experimento de espelhos e simetrias, podendo ser adaptado de acordo com o nível de ensino.

Nos itens “e” e “f” percebemos mobilização de conhecimentos sobre simetria. Ao afirmar que “As imagens ficam iguais, porém distantes”, no item “e” e que “Ficam iguais, mais próxima do ‘eixo’”, Tatiane expressa com suas palavras que a figura e sua imagem pela simetria de reflexão são congruentes e que há uma relação entre a distância de uma figura ao eixo de simetria e a distância de sua imagem pela simetria de reflexão em torno desse eixo. Por fim, no item “g”, a estudante reconhece a associação da atividade com a noção de simetria.

Em seguida, temos o desenho e as respostas de Samanta:

²⁰ Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1012/espelhos_e_simetrias---o_experimento.pdf>. Acesso em 10 jan. 2023.

Figura 42 – Desenho realizado pela estudante Samanta na atividade 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 6 – Respostas da estudante Samanta na atividade 1

Itens da questão	Respostas de Samanta
a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?	“O desenho foi transferido para os dois lados da folha”
b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?	“As figuras estão como se estivessem refletindo uma à outra, muito parecidas”
c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.	“Sim, o reflexo do espelho”
d) Quando estamos na frente do espelho, por exemplo, o que acontece?	“A nossa imagem reflete no espelho”
e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?	“Acho que ficariam parecidos, mas sem a linha da divisão”
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?	“Ficaram parecidos e com a linha que os divide”
g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?	“A linha que divide os desenhos se parece com o eixo de simetria”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Em seu desenho, Samanta apresenta diferentes detalhes que remetem aos riscos que encontramos no bordado manual. Já em relação a suas respostas, encontramos algumas aproximações com relação às percepções da estudante Tatiane que já analisamos. Por exemplo, no item “a”, a estudante apresenta a mesma ideia de reprodução do desenho, que é uma das ideias iniciais da simetria. Porém, em

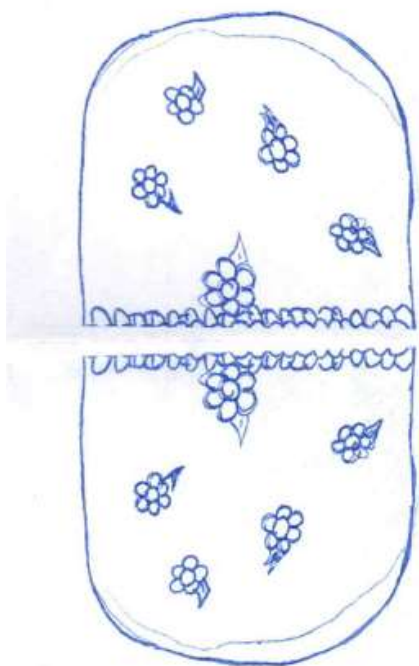
sua resposta ela usa a palavra “transferido”, enquanto Tatiane usa o verbo “ultrapassar”.

No item “b”, Samanta destaca a ideia de reflexão e diz que as figuras são parecidas. O uso do papel carbono faz com que haja reprodução da figura, na mesma posição e orientação, mas ao abrir a folha, se vê duas figuras simétricas em relação ao eixo de simetria determinado pela dobra do papel.

Do item “b” em diante, a estudante sempre enfatiza a ideia de reflexão, amparada na ideia de espelho. No item “g”, a aluna conecta o que chamou intuitivamente de linha da divisão com a noção de eixo de simetria.

Dando continuidade, temos agora o desenho e respostas de Lidiane.

Figura 43 – Desenho realizado pela estudante Lidiane na atividade 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 7 – Respostas da estudante Lidiane na atividade 1

Itens da questão	Respostas de Lidiane
a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?	“O desenho feito na dobra do papel se repete igualmente em ambos dos lados internos da folha branca”
b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?	“São exatamente iguais as que foram desenhadas na parte de fora da folha branca”
c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.	“Sim! Costumava dobrar papéis ao meio e cortar quando menor para fazer uma figura com lados iguais”

d) Quando estamos na frente do espelho, por exemplo, o que acontece?	“Temos nossa imagem por completo frente a frente, assim como na folha se tivermos a intenção de reproduzir figuras iguais”
e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?	“Separados, ficará duas figuras”
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?	“Ficará apenas uma figura, sem separações”
g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?	“Se tratam da mesma coisa?”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Em seu desenho, Lidiane também busca elementos de flores e folhas, frequentes nos bordados manuais de Passira. Em suas respostas, no item “a”, apresenta a ideia de repetição, trazendo a ideia intuitiva de congruência das figuras. No item “b”, ela expressa com suas palavras a ideia que a figura traçada e as duas figuras que aparecem no interior da folha devido ao uso do papel carbono são congruentes.

No item “c” ela pensa para além da reflexão do espelho, contexto muitas vezes usado na escola para a noção de simetria de reflexão. Lidiane relembra sua infância, ao invés de conectar com conhecimentos formais. Esse comportamento, converge com a perspectiva da Etnomatemática que segundo Clareto (2003, p. 54) busca “pensar o conhecimento para além das fronteiras rigidamente postas pela academia e pelos matemáticos.” Por exemplo, a essa resposta podemos associar aquelas correntes de pessoas de papel, que ao ser desenhada uma pessoa em uma dobra de papel e em seguida cortada faz com que seja formada uma corrente de várias pessoas.

Nos itens “e” e “f” ela associa a figuras que ficarão separadas (quando distante do eixo de simetria) e figuras que podem se tornar apenas uma (quando se aproxima do eixo de simetria). Numa simetria de reflexão, a imagem de um ponto do eixo de simetria é o próprio ponto. Lidiane percebe que se a figura se aproxima muito do eixo de simetria, a figura e sua imagem terminam por compor uma única figura simétrica. Além do conhecimento matemático implícito, observamos que o contexto das artes visuais pode ter favorecido a intuição voltada à abordagem do conteúdo de simetria.

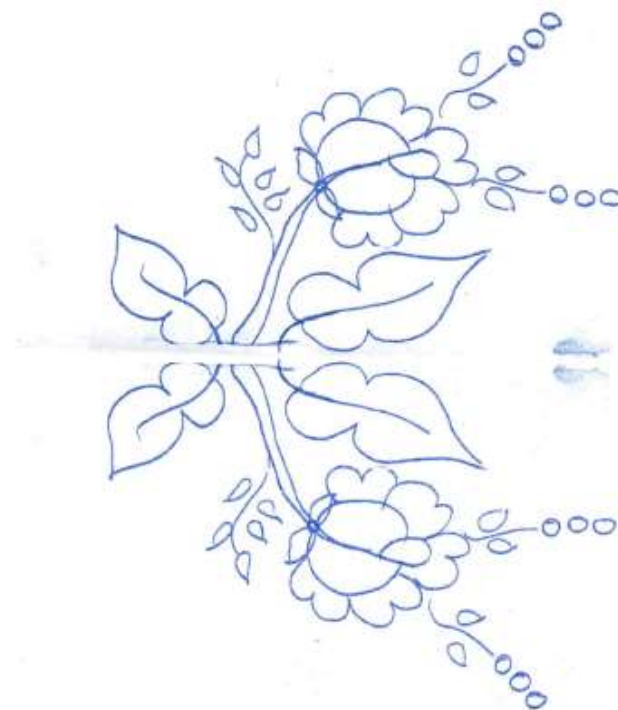
De acordo com Santos (2010, p. 53): “A abordagem desse conteúdo de ensino tomando como base a intuição, seja através da Arte ou de outra área de

conhecimento, possibilita que a imaginação, a criação, a emoção e a sensibilidade sejam mobilizadas na sala de aula de matemática”.

No item “g”, a estudante não parece conectar a atividade ao conteúdo de simetria, questionando se trata da mesma coisa, esperamos que ao passar das atividades esse conhecimento possa ser mobilizado.

Na sequência, temos o desenho e respostas de Josiane:

Figura 44 – Desenho realizado pela estudante Josiane na atividade 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 8 – Respostas da estudante Josiane na atividade 1

Itens da questão	Respostas de Josiane
a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?	“Apareceu o mesmo desenho duas vezes”
b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?	“Percebo que ficaram idênticas e na parte que foi dobrada a folha ficou com uma linha”
c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.	“Sim. Exemplo: ao cortarmos alguns dos nossos alimentos ao meio: a laranja, bolo, pizza”
d) Quando estamos na frente do espelho, por exemplo, o que acontece?	“Vemos o nosso reflexo, o reflexo do nosso corpo, da nossa imagem”
e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?	“Fica idênticos, mais distante um do outro, sem a linha ao meio do desenho”
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?	“Acontece o aparecimento de uma linha no meio do desenho como se fosse um eixo de simetria”

g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?	“Associo a forma que foi realizada, dobrando a folha, com isso fazendo com que apareça uma linha entre os desenhos, representando assim a simetria entre os desenhos”
--	---

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

É comum nos desenhos encontrarmos flores e folhas, elementos mais presentes nas peças de bordados vistas pelos estudantes. Josiane, em suas respostas, apresenta vários conhecimentos mobilizados no início da atividade, já no item “b” ela começa a se referir à linha que divide os desenhos.

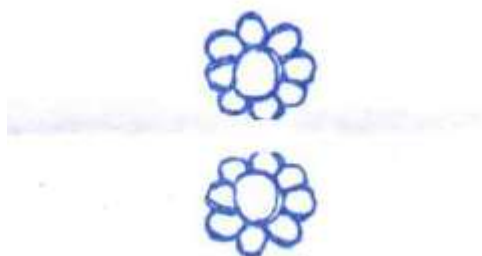
Outro conhecimento mobilizado está presente no item “c” quando associa aos alimentos. Percebe-se que a estudante se refere apenas ao cortar ao meio, ou seja, um único corte. Entendemos que a resposta está intuitivamente voltada à simetria, pois sinaliza apenas um corte, ou seja, um único eixo que permite o reflexo uma da outra.

Mas percebemos outro conhecimento intuitivo, que é o conteúdo de fração. Este estaria mais presente se Josiane estivesse se referindo a vários cortes, em que geralmente os professores utilizam as fatias de pizza para trabalhar esse conteúdo.

No item “f” a estudante começa a mobilizar o conhecimento que antes se referia à linha, agora como eixo. Percebendo que a reprodução, no caso dessa atividade, se dá em relação a uma linha, que é o eixo.

No desenho e respostas de Gilson temos:

Figura 45 – Desenho realizado pelo estudante Gilson na atividade 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 9 – Respostas do estudante Gilson na atividade 1

Itens da questão	Respostas de Gilson
a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?	“O desenho feito na frente da folha, foi repassado para o meio dela”
b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?	“Foi duplicada na parte interna da folha”
c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.	“Sim, ao se consultar com um médico”

d) Quando estamos na frente do espelho, por exemplo, o que acontece?	“Percebemos nosso reflexo, assim como aconteceu com o desenho da folha”
e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?	“Será duplicado, mas longe da borda do papel”
f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?	“As figuras irão ficar próximas”
g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?	“É perceptível o uso da simetria ao abrimos o papel, sendo criada uma linha no meio da folha”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Novamente encontramos flores no desenho e nas respostas finalizamos a análise da primeira atividade, concluindo que todos os estudantes se aproximaram nas respostas e nos conhecimentos intuitivos apresentados. Vejamos especificamente a resposta de Gilson, no item “c”, associando o papel carbono a consulta médica, ao lembrar que o médico ao utiliza do papel carbono para obter uma cópia do que está sendo prescrito ao paciente. O estudante entende que o desenho foi reproduzido, assim como uma receita médica. E as demais respostas, mobilizando o conhecimento de eixo de simetria e que a atividade está associada ao conteúdo.

6.2 ATIVIDADE 2: TRAÇANDO O EIXO DE SIMETRIA NO BORDADO MANUAL (PARTE 1)

Na imagem a seguir podemos observar os estudantes utilizando dos instrumentos de medição, a fita métrica e régua.

Figura 46 – Realização da atividade 2 com instrumentos de medição



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Nessa atividade, os estudantes são levados a usar instrumentos de medição, os quais fazem parte do fazer matemático no cotidiano. D’Ambrósio (2017, p. 22) afirma que:

O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

Após os estudantes medirem a peça de guardanapo e realizarem a marcação no tecido em branco, temos o enunciado da questão, que foi: Em mãos, temos dois tecidos. O primeiro, não encontramos nenhum bordado nele, o tecido é de um tamanho da peça guardanapo e o segundo tecido, o qual já encontramos o bordado bainha, sendo a peça guardanapo já produzida. Com instrumentos de medição, a partir do tecido que se encontra bordado, note quais foram as medições da borda do tecido até o bordado e no tecido que não se encontra bordado realize o mesmo procedimento de maneira a realizar marcações no tecido.

Em seguida, responda: Você acredita que a medição é um processo importante para a construção de desenhos simétricos? Se sim, por quê?

A seguir encontramos as respostas:

Quadro 10 – Respostas dos estudantes na atividade 2

Estudantes	Respostas
Tatiane	“Sim, é importante pra não fazer nada de errado e sair tudo certinho”
Samanta	“Sim, pois sem a medição alguns lados podem ter alterações e não ficar simétricos”
Lidiane	“Sim, porque assim todos os lados ficam iguais e com mesma medida”
Josiane	“Sim, por que eles têm que ficar não só idêntico, mais de tamanhos iguais sendo assim precisando da medição”
Gilson	“Sim, uma vez que os materiais são medidos temos a garantia da igualdade de todos os lados do desenho”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Todos os estudantes reconhecem que a medição é um processo importante para obter um desenho simétrico. Destacamos que foi pedido aos estudantes que realizassem a mesma movimentação das bordadeiras, que de uma maneira própria encontraram uma forma de realizar a medição na peça a fim de que na peça final pudessem encontrar os pontos bainha simétricos.

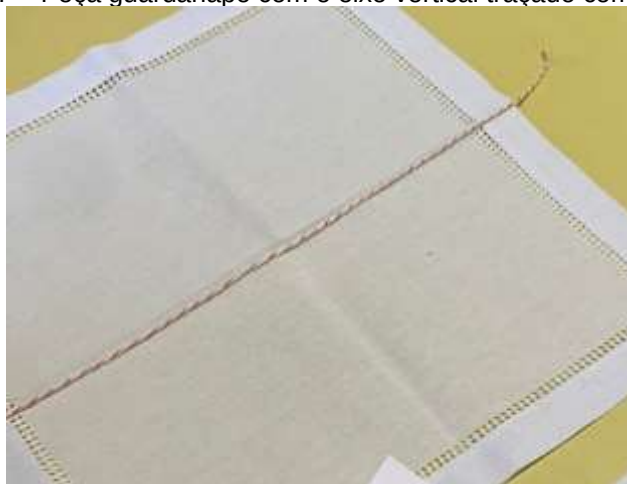
Os estudantes apresentam a medição como algo que está associado à busca de perfeição e de exatidão. Assim também é a visão dos artistas quando associam o conteúdo simetria às artes visuais. Como afirma Santos (2010, p. 50): “nas Artes, a Simetria é percebida nas múltiplas manifestações artísticas, por isso possui conotações diferentes. Geralmente, é associada à “ordem e lei”, à métrica exata, à perfeição”.

6.3 ATIVIDADE 3: TRAÇANDO O EIXO DE SIMETRIA NO BORDADO MANUAL (PARTE 2)

Na atividade 3 o estudante é motivado a utilizar um material, no caso o barbante, para delimitar o eixo vertical e em seguida o eixo horizontal.

Na imagem a seguir podemos observar a peça de guardanapo com a delimitação do barbante:

Figura 47 – Peça guardanapo com o eixo vertical traçado com barbante



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Esperávamos que os estudantes soubessem diferenciar o eixo vertical do eixo horizontal e do eixo diagonal. Como enunciado da atividade temos: Em mãos, você tem uma peça de guardanapo que se encontra o bordado manual, nesse bordado temos o ponto bainha. Use o barbante para delimitar um eixo vertical na peça, em seguida, responda:

- Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?
- Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bainha se encontra em cada lado da peça?
- Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?

A seguir vamos encontrar as respostas de Tatiane:

Quadro 11 – Respostas da estudante Tatiane na atividade 3

Itens	Respostas de Tatiane
a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?	“Que ficou igual os dois lados”
b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bainha se encontra em cada lado da peça?	“Primeiro lado: 31 pontos. Segundo lado: 33 pontos”
c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?	“Ficaria igual ao eixo vertical”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Apenas pela visualização com o eixo traçado, Tatiane afirma perceber que os dois lados ficaram iguais. Conseguiu, então, perceber que mesmo com o barbante dividindo a peça ao meio um lado se parece com o outro. No item “b”, salientamos que cada estudante recebeu peças de guardanapos de diferentes tamanhos, no caso de Tatiane ela não encontrou a mesma quantidade de pontos, mas quando traçou o eixo conseguiu perceber que um lado se parecia com o outro, imaginou a peça dobrada e coincidindo todos os pontos. No item “c”, ela consegue identificar também a duplicação se o eixo fosse horizontal.

Nessa atividade trabalhamos o eixo vertical e horizontal, mas enfatizamos que os estudantes podem encontrar em outras atividades diferentes valores posicionais, como também o diagonal, pretendemos que o estudante passa a produzir diferentes estratégias para então determinar posições do eixo.

Samanta apresente as seguintes respostas:

Quadro 12 – Respostas da estudante Samanta na atividade 3

Itens	Respostas de Samanta
a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?	“Que ambos os lados estão com tamanhos iguais”
b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bainha se encontra em cada lado da peça?	“Aproximadamente 29”
c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?	“A quantidade de pontos bainha seria igual pois a figura é um quadrado (que tem largura e comprimento igual)”

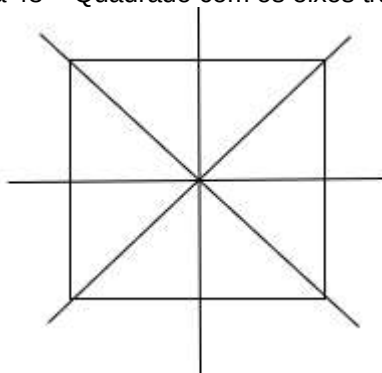
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Samanta também, apenas pela visualização, no item “a”, afirma que os lados têm tamanhos iguais. Em sua contagem, diferente de Tatiane, no item “b” ela encontra

um valor mais aproximativo, auxiliando na afirmação que ela fez anteriormente. No item “c” voltamos para a comparação que ela faz, da peça do guardanapo ter um formato de um quadrado. Então, em sua resposta ela afirma que mesmo que o eixo fosse horizontal, os pontos bainha seriam iguais já que a figura apresenta largura e comprimento iguais.

Ao lembrarmos as características do quadrado, temos que é uma figura plana, que possui quatro lados congruentes e com quatros ângulos retos. Percebemos que ao fazer essa comparação com o quadrado, Samanta atesta que a peça guardanapo teria outros eixos de simetria, além do vertical e horizontal, uma vez que o quadrado possui quatro eixos de simetria. Podemos observar esse contexto na ilustração a seguir:

Figura 48 – Quadrado com os eixos traçados



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Então, vejamos que Samanta pôde realizar outra associação à atividade, despertando ainda mais conhecimentos intuitivos que ela apresenta.

Nas respostas de Lidiane temos:

Quadro 13 – Respostas da estudante Lidiane na atividade 3

Itens	Respostas de Lidiane
a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?	“Que a figura foi dividida em duas partes”
b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bainha se encontra em cada lado da peça?	“37 pontos em ambos os lados”
c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?	“A figura seria dividida em duas partes novamente”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Lidiane associa suas respostas à divisão da figura, quando associamos esta divisão das figuras a reflexão pensamos na duplicação, “a reflexão é a duplicação do motivo” (Fossa *et al.*, 2006, p. 64).

Josiane, em suas respostas, apresenta:

Quadro 14 – Respostas da estudante Josiane na atividade 3

Itens	Respostas de Josiane
a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?	“Percebo que a peça de guardanapo ficou dividida em duas partes iguais, idênticas no formato e no tamanho”
b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto baina se encontra em cada lado da peça?	“Um lado 36 pontos e o outro lado 35 pontos”
c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?	“O mesmo processo, partes iguais no formato e tamanho”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

A estudante utiliza as palavras formato e tamanho, que são características presentes na simetria como algo necessário. Santos (2010), em seu trabalho voltado às artes visuais, observou que muitos enunciados em livros didáticos apresentam “as duas partes coincidem”. Enunciados como esses sugerem a ideia de preservar a imagem, obtendo-a em duas partes, mas conservando forma e comprimento, auxiliando o estudante na compreensão de simetria. Vejamos que essas expressões auxiliam e podemos perceber isso através das respostas dos estudantes, mas destacamos que são condições necessárias, mas não suficientes para dizer que uma figura é simétrica.

Nas respostas de Gilson encontramos:

Quadro 15 – Respostas do estudante Gilson na atividade 3

Itens	Respostas de Gilson
a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?	“Percebemos a igualdade no tamanho dos dois lados da peça”
b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto baina se encontra em cada lado da peça?	“Em um lado 35 e no outro 36”
c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?	“Os dois lados estarão simétricos, porém na horizontal”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Gilson também percebe a igualdade nos dois lados da peça, e se refere também a tamanho e, assim como Josiane, encontra quantidade de pontos aproximados no item “b”. Concluimos que, apenas com a visualização do uso do material barbante, os estudantes identificam o eixo simétrico e afirmam dividir a peça. Percebemos que uns estudantes colocaram quantidade de pontos diferentes e outros

usaram a palavra aproximadamente, considerando que tem a mesma quantidade de pontos.

Isto remete ao fato do imaginário e real. Concebemos que a quantidade de pontos seja igual, pois na teoria existe a simetria perfeita, mas no real encontramos quantidade de pontos diferentes. Então, a pergunta que pede a contagem dos pontos pode confundir o estudante à medida que o mesmo não encontra quantidades iguais, mas é importante essa experiência com o mundo real. D'Ambrósio (2017, p. 17) afirma que: “o reconhecimento, tardio, de outras formas de pensar, inclusive matemático, encoraja reflexões mais amplas sobre a natureza do pensamento matemático, do ponto de vista cognitivo, histórico, social, pedagógico”.

6.4 ATIVIDADE 4: VERIFICANDO O EIXO DE SIMETRIA

Na atividade anterior os estudantes tiveram a oportunidade deles mesmos traçarem o eixo de simetria. Nessa atividade, propomos uma imagem já com o eixo. O enunciado da atividade é:

Figura 49 – Bordado manual em uma determinada peça com eixo traçado



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Na imagem acima encontramos um bordado manual presente em uma peça de centro de mesa. Nela, delimitamos um eixo. A partir da observação dessa imagem, responda:

- O eixo traçado na peça representa um eixo de simetria? Justifique.
- Você acha que há outros eixos de simetria na peça além do que está traçado? Por quê?
- Como você faria para encontrar o eixo de simetria dessa imagem em uma folha de papel?

Em suas respostas temos:

Quadro 16 – Respostas dos estudantes ao item “a” da atividade 4

Estudantes	Respostas
Tatiane	“Sim, porque está no meio da figura”

Samanta	“Sim, o eixo divide a imagem ao meio e deixa ela com lados iguais”
Lidiane	“Sim, porque está dividindo a imagem bem ao meio”
Josiane	“Sim, pois temos o mesmo desenho nos dois lados, idênticos”
Gilson	“Sim, ambos os lados possuem o mesmo tamanho”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 17 – Respostas dos estudantes ao item “b” da atividade 4

Estudantes	Respostas
Tatiane	“Eu acho que sim, para que a figura fique centralizada”
Samanta	“Creio que também possa existir o eixo na horizontal”
Lidiane	“Não, porque não há outro modo de dividir a imagem exatamente ao meio”
Josiane	“Não, porque não ficaria o mesmo formato de desenho, de bordado”
Gilson	“Não. Ao passar um eixo na horizontal a peça não será simétrica”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Quadro 18 – Respostas dos estudantes ao item “c” da atividade 4

Estudantes	Respostas
Tatiane	“Traçando algum barbante”
Samanta	“Dobrando a folha ao meio”
Lidiane	“Dobrando a folha ao meio”
Josiane	“Eu iria encontrar fazendo a medição utilizando uma régua, assim iria identificar exatamente o meio do desenho, observando que os lados teriam que ficar idênticos”
Gilson	“Dobrando o papel ao meio”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

No item “a”, todos os estudantes afirmam que o eixo traçado representa um eixo de simetria, fazendo com que se encontre a reflexão do bordado. No item “b”, o estudante se permite imaginar outros eixos de simetria. A maioria dos estudantes acredita não haver outro eixo de simetria, possivelmente pensam que o eixo em outra posição além da vertical interfere na posição do bordado em relação ao eixo.

No item “c”, os estudantes recorreram às atividades já realizadas, imaginando que o eixo poderia ser traçado no papel utilizando os materiais já utilizados como, barbante, régua ou dobrando a folha ao meio, como realizado na atividade 1. Quando os estudantes passam a desenvolver um ritmo de atividades voltadas à sua cultura e em conexão com a matemática, eles tendem a pensar matematicamente nas novas atividades propostas, “seres humanos desenvolvem ideias matemáticas, entre outras, quando elaboram atividades culturais e pensam sobre as mesmas” (Gerdes, 2002, p. 222).

6.5 ATIVIDADE 5: IDENTIFICANDO O EIXO DE SIMETRIA

Na atividade 5 propomos um letreiro com a palavra bordado, a fim do estudante identificar o eixo de simetria nas letras.

No enunciado deixamos de forma proposital, induzindo o estudante, que seria possível encontrar eixo de simetria em cada letra, quando na verdade, só seria possível encontrar em todas as letras, exceto na letra R.

A seguir analisamos as respostas de cada estudante. Tatiane respondeu que: “A maioria das letras o eixo de simetria se encontra no meio delas”.

A estudante não afirma ter uma letra que não apresenta o eixo, não traçou nenhum eixo nas letras como forma de ajudar na identificação, assim afirma ter o eixo no meio delas, sem diferenciar se seria um eixo vertical ou horizontal. Consideramos que diante das atividades realizadas, a estudante ainda não relembrou/construiu de fato o conhecimento de eixo de simetria ou se tornou uma dificuldade à medida que tentamos trabalhar com letras e não com imagens.

Na resposta de Samanta temos: “Nas letras: B, O e D o eixo pode ser na horizontal, na letra A o eixo pode ser vertical e na letra R acredito que não seja possível ter um eixo de simetria”.

Mesmo com ambiguidade do enunciado, a resposta de Samanta traz uma força da compreensão do eixo de simetria, em que consegue perceber que uma das letras não possui o eixo de simetria. E, nas demais, ela consegue pensar em diferentes posições, tanto na vertical, quanto na horizontal. Vale salientar que ela não “rabiscou” as letras tentando identificar o eixo, foi identificando apenas visualmente.

Lidiane, em sua resposta, apresentou: “Na letra B se traçarmos uma linha na vertical teremos duas partes iguais, assim também na letra D no O e no A podemos traçar uma linha na horizontal. Apenas a letra B que não conseguiremos fazer isso.”

A estudante consegue identificar o eixo de simetria nas letras B, D e A, apesar de confundir o eixo vertical e horizontal. Mas consegue identificar que na letra R não terá eixo de simetria.

Na resposta de Josiane encontramos: “Passando um traço ao meio de cada letra, sabendo que seria impossível identificar o eixo de simetria nas letras R e D”.

A partir da resposta da estudante, percebemos que ela está imaginando apenas o eixo vertical, restringindo a ideia de eixo de simetria como tendo que ser apenas vertical, um erro comum que encontramos. Um indício desse erro é

encontrarmos nos livros didáticos imagens com representação apenas do eixo vertical. Santos (2010, p. 49), em sua pesquisa, diz que “outro equívoco decorrente de uma interpretação deformada do eixo de simetria, pois é recorrente, no ensino da simetria, a utilização de exemplos de figura com eixo vertical”.

A seguir temos a resposta do próximo estudante, Gilson: “Consigo identificar por meio de uma régua que as letras B e D não são simétricas, uma vez que passado uma reta, os lados não são iguais”.

O estudante realizou alguns traçados a fim de considerar que existem outras posições além da vertical e horizontal, mas em sua resposta só considera o eixo vertical e por considerar apenas esse eixo, não identifica que as letras B e D tem simetria. D’Ambrósio (2017, p. 23) destaca que: “um importante componente da Etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática”.

6.6 ATIVIDADE 5: BORDANDO NO PAPEL QUADRICULADO E ATIVIDADE 7: BORDANDO NO PAPEL OFÍCIO

Na atividade 6 os estudantes precisavam escolher um determinado ponto presente em uma parte da peça como um todo a partir da imagem de Silva (2014) e reproduzir em um papel quadriculado. O mesmo ponto escolhido seria reproduzido na atividade 7 em um papel ofício. A seguir relembramos o enunciado da atividade 6:

Com a imagem a seguir e um papel quadriculado, você deve observar o bordado manual e as diferentes representações nele, identificando nessas representações quais delas têm conexão com o conteúdo simetria. Ao identificar, escolha a parte representada no bordado e reproduza no papel quadriculado, se houver repetição, leve em consideração a repetição ao reproduzir. Use os lápis de cor e régua para reproduzir.

Figura 50 – Peça de bordado manual com diferentes pontos



Fonte: Silva (2014, p. 15).

Em seguida, responda:

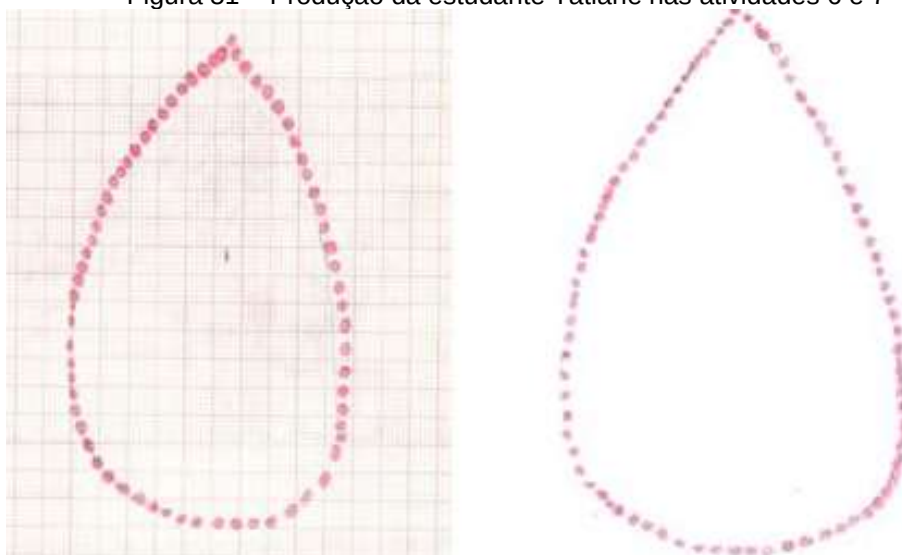
- a) Por que você escolheu essa representação do bordado?
- b) Na sua escolha, você considera que há conexão com a simetria? Por que?
- c) Nas figuras presentes na peça de bordado, quais delas tem o eixo de simetria? E quais não têm?

E o enunciado da atividade 7: Na atividade anterior, você reproduziu a representação do bordado em um papel quadriculado. Agora, com a mesma representação escolhida, reproduza em um papel ofício. Em seguida, responda:

- a) Você nota diferença ao reproduzir no papel quadriculado e depois no papel ofício? Descreva as suas impressões ao desenhar nos dois tipos de papel.
- b) Em relação a simetria, em qual dos papéis é melhor para a associar e por quê?

Relembrados os enunciados, apresentamos agora os desenhos e respostas de cada estudante em ambas as atividades. A seguir o desenho realizado por Tatiane e suas respostas:

Figura 51 – Produção da estudante Tatiane nas atividades 6 e 7



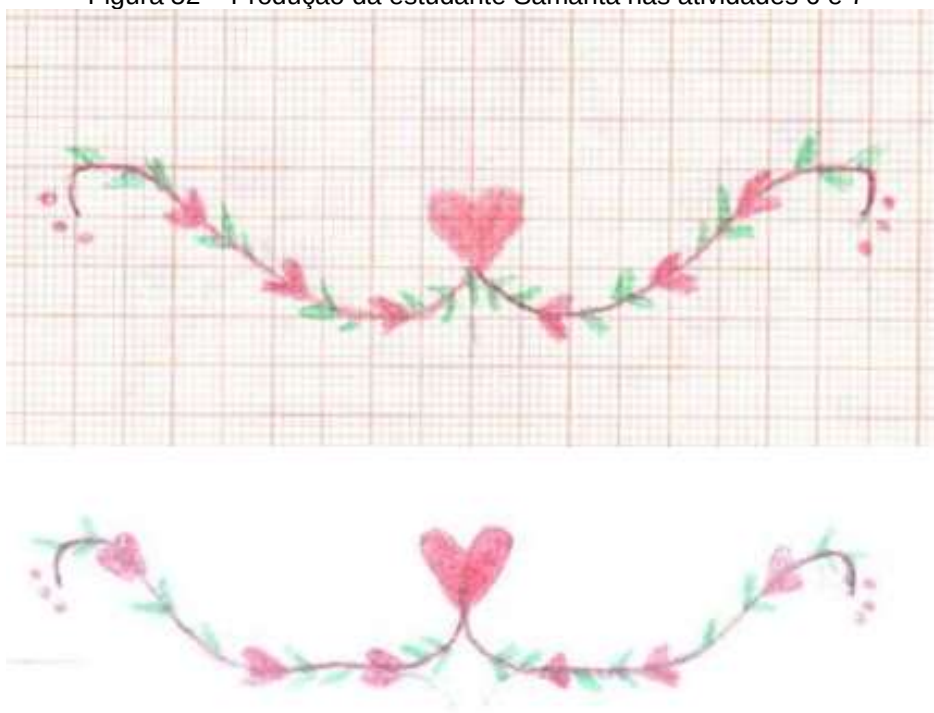
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Em suas respostas, a estudante enfatiza que escolheu esse ponto do bordado por ser mais fácil e porque ficaria mais simétrica. No item “b” ela diz que sua escolha teve conexão com a simetria, pois ficou igual ao outro lado e diante da figura dos pontos apresentada a estudante responde que todas que estão presentes têm eixo de simetria. Entendemos então que a estudante passa a analisar no item “b” os demais pontos presentes em uma parte da peça com o olhar de diferentes posições em relação ao eixo. Apesar de ter escolhido um ponto para desenhar que apresente o eixo vertical, no item “b”, à medida que foi pensar nas demais partes da peça, percebemos que o conhecimento de certa forma avançou em relação a atividade anterior, em que a estudante identificou simetria em todas as letras, apenas pensando no eixo vertical, sem pensar por diferentes perspectivas.

Na atividade 7 a estudante diz que não notou diferença ao desenhar, apenas que uma folha é lisa e outra quadriculada. Mas ao associar com a simetria, o papel quadriculado é melhor, segundo a sua resposta, por ajudar a centralizar.

No desenho de Samanta e suas respostas, temos:

Figura 52 – Produção da estudante Samanta nas atividades 6 e 7



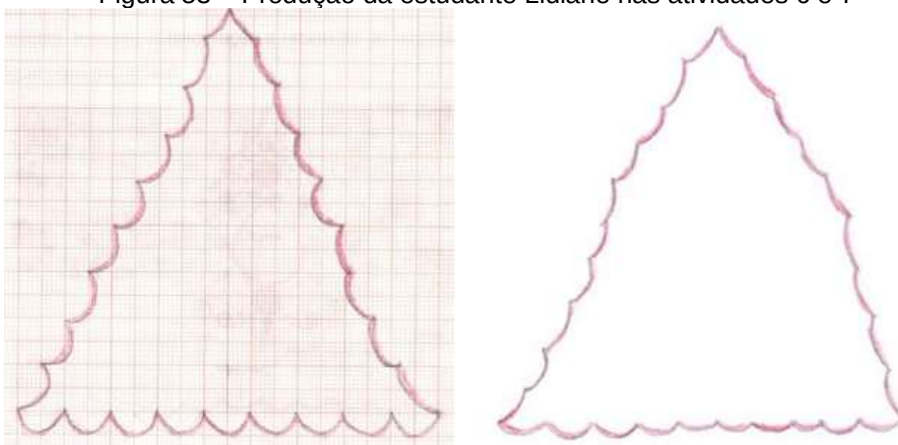
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Samanta responde que escolheu esse ponto por ter mais detalhes. Em relação a conexão com à simetria, diz que existe, pois o eixo simétrico desse bordado é na vertical em que o ponto cheio e matizado se repete. A estudante diz que todos os pontos existem eixo de simetria na vertical, menos o ponto sombra.

Em relação à dificuldade de uma folha para a outra, diz que o papel ofício é mais complicado e que o papel quadriculado é melhor para associar a simetria, pois dá para as medidas dos lados ficarem mais precisas e o desenho ficar com lados iguais.

A seguir temos os desenhos e respostas da estudante Lidiane:

Figura 53 – Produção da estudante Lidiane nas atividades 6 e 7



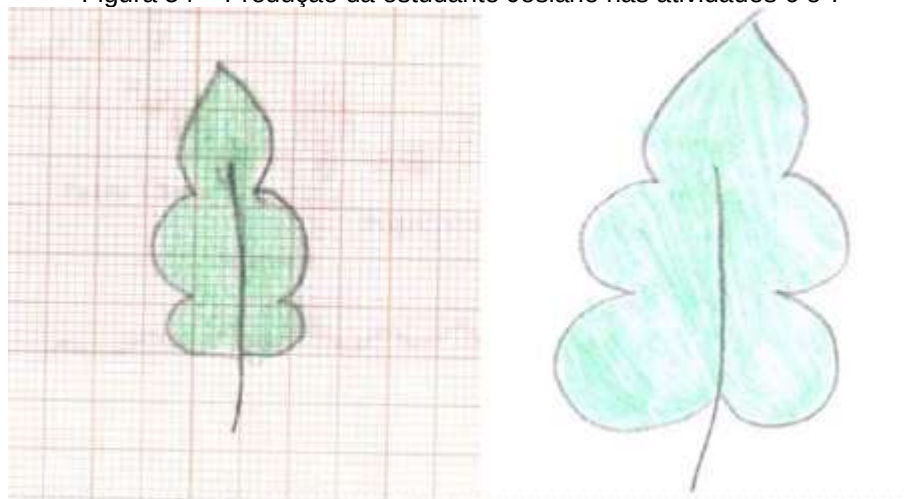
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

A estudante, em suas respostas, diz que escolheu esse ponto por ser simples de fazer e por ser um dos pontos que não pode faltar no bordado manual. Relata que tem conexão com a simetria porque todas as curvas são parecidas. E se dividirmos uma delas ao meio teremos dois lados iguais. Acredita que o matame, crivo e o ponto cheio apresentam eixo de simetria, enquanto o ponto matizado e ponta sombra não apresentam.

Ao descrever as impressões em desenhar nos dois tipos de papel, a estudante responde que no papel quadriculado se torna bem fácil o desenho por já saber a medida certa de cada lado. Já no papel ofício por não ter as linhas e os quadrados fica mais difícil de se fazer o desenho. Acredita então que o papel quadriculado é melhor para associar, uma vez que tem as linhas para facilitar.

Desenho e respostas da estudante Josiane:

Figura 54 – Produção da estudante Josiane nas atividades 6 e 7



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

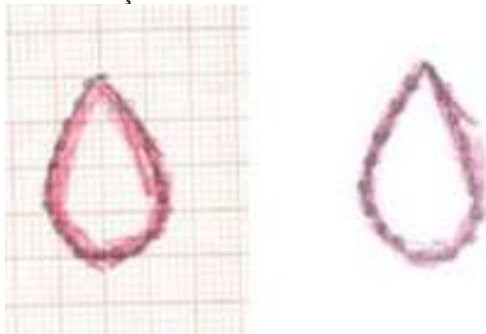
A estudante escolheu esse ponto porque percebe uma conexão com a simetria, considerando que ao observarmos conseguimos ver duas partes iguais, então se passarmos uma linha ao meio, ou dobrarmos esse desenho no bordado, iremos ter um eixo de simetria, segundo a estudante. Ela também identifica eixo de simetria no ponto cheio, matame e crivo que estão presentes em um trecho da peça, não identificando no ponto sombra presente em outra parte da peça.

Considera, conseqüentemente, que no papel quadriculado desenhou com mais facilidade pois realizou a medição utilizando os quadrados, já no papel ofício notou que o desenho não ficou com o mesmo tamanho de um lado para o outro, pois não usou nenhuma medição. Então, para a estudante, o papel quadriculado é melhor para

associar, já que apresenta a quantidade de quadrado de ambos os lados do desenho fazendo com que a medição fique correta, tendo assim uma relação com a simetria.

Nos desenhos e respostas do estudante Gilson, temos:

Figura 55 – Produção do estudante Gilson nas atividades 6 e 7



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

O estudante diz ter escolhido esse desenho por ser aparentemente simétrico. Pensa que ao passar um eixo na vertical a figura é simétrica, logo tem conexão com a simetria e diz que apenas o crivo e o ponto cheio presentes em um trecho da peça possuem o eixo de simetria.

Nas impressões dos dois tipos de papel, o estudante relata que no papel quadriculado se percebe a facilidade de desenhar, uma vez que o desenho fica simétrico devido ao quadriculado, já no papel ofício não possui uma base para o desenho, dificultando a simetria. Então diz que no papel quadriculado é melhor para desenhar, por possuir retas que podem ser considerados eixos.

Com a análise das respostas dos estudantes percebemos que a utilização de materiais é uma opção para o ensino e aprendizagem. No caso da atividade 6, a malha quadriculada permite identificar o eixo de simetria e é uma referência para a construção de figuras simétricas. Podemos associar essa atividade a um dos trabalhos identificados na revisão de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de simetria, o de Bravim (2016), que fez uso de alguns materiais manipuláveis, sendo a malha impressa um deles.

Notamos que o crivo foi o ponto mais escolhido pelos estudantes para realizar o desenho na malha quadriculada e também foi identificado por todos como sendo um dos pontos que apresenta simetria. Já no caso do ponto sombra, quatro estudantes alegam não ter o eixo de simetria. Podemos pensar que os estudantes levaram em consideração apenas a forma em que o nome está indicando, sem levar em conta as

outras formas do bordado que apresentam esse estilo. E, se observarmos bem as outras formas do ponto, é possível encontrar o eixo de simetria.

Essa atividade tem conexão com a atividade desenvolvida por França (2017) no trabalho de Santos, Cassela e França (2022) que apresentamos nas pesquisas que versam sobre a Etnomatemática na dimensão educacional. Esse contexto se conecta pelo fato de também ter sido uma atividade de repetição de padrões.

Por fim, ao compararmos a utilização dos dois tipos de papel, os estudantes perceberam a importância da medição, mesmo não sendo preciso utilizar instrumentos de medição e que a malha de fato ajuda a identificar o eixo de simetria.

6.7 ATIVIDADE 8: COMPARANDO OS BORDADOS

Na atividade 8 buscamos resgatar a cultura de outra comunidade, além da cultura que é conhecida pelos estudantes. A importância de apreciar e aprender sobre outras culturas é uma característica da Etnomatemática, que permite os estudantes fazerem conexão da cultura de sua realidade com demais culturas. Cláudia Zaslavsky (1973, p. 78) afirma que:

Os estudantes se conscientizam do papel da matemática em todas as sociedades. Eles tomam consciência de que as práticas matemáticas nascem das reais necessidades e interesses dos povos; os estudantes aprendem a apreciar as contribuições de culturas diferentes das suas e a valorizar sua própria herança cultural.

O enunciado da atividade foi o seguinte: O bordado é um elemento cultural pertencente também a outras regiões. Em uma cidade próxima a Passira, em Lagoa do Carro, por exemplo, encontramos o bordado na tapeçaria.

Figura 56 – Bordado manual em uma determinada peça



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Figura 57 – Tapete criado por tapeceiras de Lagoa do Carro



Fonte: Associação de Tapeceiras de Lagoa do Carro²¹

Observando os dois tipos de bordado, responda:

- a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?
- b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique.

Nas respostas da estudante Tatiane temos:

Quadro 19 – Respostas da estudante Tatiane na atividade 8

Itens	Respostas de Tatiane
a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?	“A segunda imagem o bordado tem mais detalhes que a primeira, o bordado da primeira é feito à mão”
b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique	“Não, porque se traçar uma linha no meio, o outro lado não ficará igual a outra”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Percebemos que a estudante observa os detalhes da tapeçaria e imagina que não é feita à mão. Quanto à simetria na tapeçaria, a estudante olha a peça como um todo, não pensando por exemplo na atividade anterior, em observar apenas alguns pontos de uma parte da peça, em que seria possível identificar a simetria.

A seguir temos as respostas de Samanta:

Quadro 20 – Respostas da estudante Samanta na atividade 8

Itens	Respostas de Samanta
a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?	“O primeiro é apenas um pequeno bordado em um pano, o segundo é uma grande peça, porém só de bordado”
b) Seria possível realizar as atividades anteriores também	“Na segunda opção talvez não, pois não se trata só do contorno e poucos desenhos”

²¹ Disponível em: www.artesol.org.br/tapeceiras. Acesso em: 15 nov. 2022.

nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique	
--	--

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

A estudante retrata a diferença em relação ao tamanho das peças, sem observar formas, cores, linhas, por exemplo, e acredita não ser possível conectar a tapeçaria com o conteúdo de simetria.

Nas respostas de Lidiane, temos:

Quadro 21 – Respostas da estudante Lidiane na atividade 8

Itens	Respostas de Lidiane
a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?	“O desenho, as formas, o formato, as cores”
b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique	“No segundo talvez já a imagem dividida ao meio fica com os dois lados iguais. Já no primeiro acho que não porque há detalhes que teriam de um lado da figura e do outro não”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

A estudante consegue perceber diferentes elementos que diferenciam uma peça da outra. Em relação à conexão da tapeçaria com a simetria, consegue ter um olhar apenas para uma parte da peça. Assim como realizado na atividade anterior, aqui, a estudante observou as formas que estão no centro da peça e pôde perceber que há simetria.

Josiane apresenta as seguintes respostas:

Quadro 22 – Respostas da estudante Josiane na atividade 8

Itens	Respostas de Josiane
a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?	“O material utilizado, tecido, linha, a forma do desenho”
b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique	“Sim, porque percebe-se que fazendo a medição, iremos encontrar eixo de simetria”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Aqui novamente a estudante apresenta diferentes elementos que diferenciam as peças, e ao pensar em conectar a tapeçaria com a simetria, recorda a medição, conhecimento mobilizado em atividades anteriores.

Nas respostas de Gilson, temos:

Quadro 23 – Respostas do estudante Gilson na atividade 8

Itens	Respostas de Gilson
-------	---------------------

a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?	“Diferentes formatos dos desenhos apresentados nos bordados”
b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique	“Sim, uma vez que o segundo desenho é simétrico”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

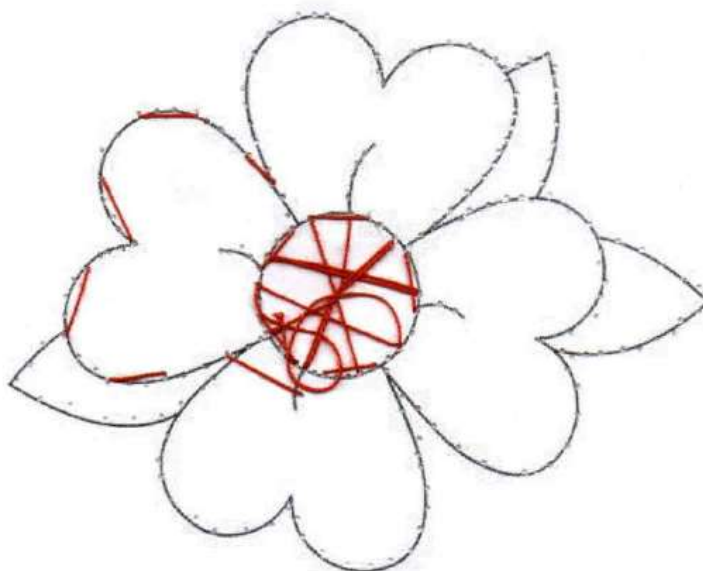
As respostas de Gilson se assemelham às demais, e assim, dos 5 estudantes, 3 pensaram na simetria como foco principal das atividades anteriores, associando se seria possível realizar nesse bordado da tapeçaria. Interagir com outras culturas é uma característica da Etnomatemática e da noção de cultura, uma vez que cada cultura tem sua peculiaridade e está em constante transformação. D’Ambrósio (2017, p. 19), em sua obra, realça que:

Uma dinâmica de interação que está sempre presente no encontro de indivíduos faz com que não se possa falar com precisão em culturas, finais ou estanques. Culturas estão em incessante transformação, obedecendo ao que podemos chamar uma dinâmica cultural.

6.8 ATIVIDADE 9: DESENVOLVENDO O SEU BORDADO

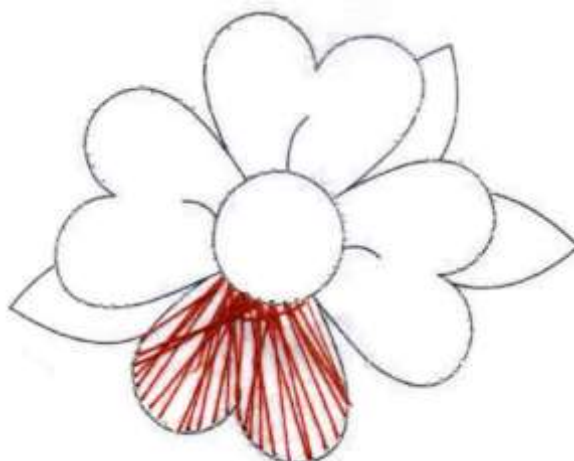
A atividade 9 permitia o estudante desenvolver seu bordado em um papel ofício. A intenção era conhecer se o estudante era familiarizado com a técnica. A seguir, podemos observar o que foi desenvolvido:

Figura 58 – Atividade 9 desenvolvida pela estudante Tatiane



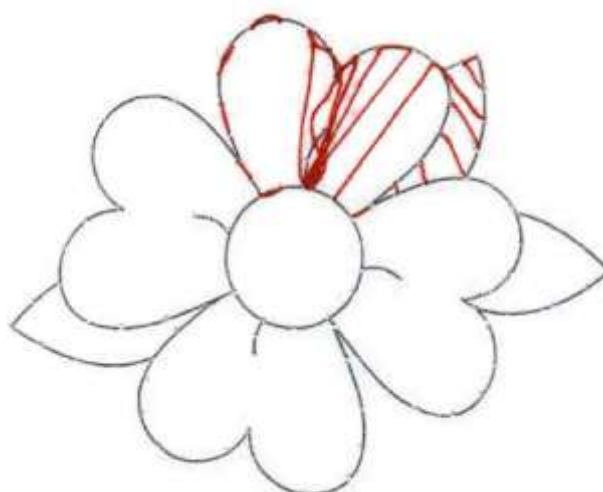
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Figura 59 – Atividade 9 desenvolvida pela estudante Samanta



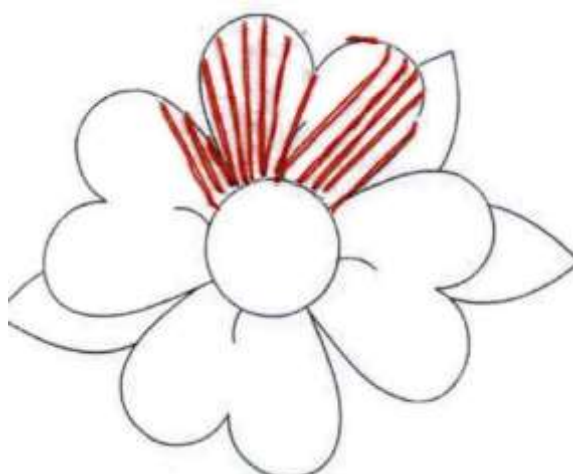
Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Figura 60 – Atividade 9 desenvolvida pela estudante Lidiane



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Figura 61 – Atividade 9 desenvolvida pela estudante Josiane



Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

O estudante Gilson não conseguiu desenvolver o bordado. A atividade, além de pedir que fosse desenvolvido o bordado, pedia que os estudantes relatassem sua experiência. Em suas respostas temos:

Quadro 24 – Respostas dos estudantes na atividade 9

Estudantes	Respostas
Tatiane	“Quando eu era pequena, tinha uns 8 anos, fiz uma bainha que minha mãe me ensinou. Mas hoje em dia eu não lembro nem pra onde vai”
Samanta	“Quando eu tinha 10 anos minha avó me ensinou a bordar e costurar, ambas atividades exigem paciência, criatividade e cuidado”
Lidiane	“Foi divertido, não tinha feito nada assim antes. Nunca tinha bordado antes, apenas observado minha mãe”
Josiane	“Foi uma experiência diferente de bordar no papel ofício, ou seja, de desenvolver o bordado no papel ofício, seguindo o passo a passo”
Gilson	“Não consegui realizar a atividade devido dificuldades no manuseio dos materiais”

Fonte: Acervo da pesquisa (2022).

Com as respostas dos estudantes sobre a experiência, percebemos que o bordado é algo presente na família deles. Vemos que alguns chegaram a aprender com a mãe e até com a avó, ressaltando que de fato é uma cultura passada de geração em geração. A estudante Tatiane destaca que aprendeu a bainha, o que nos leva a pensar que o ponto bainha é um dos primeiros a serem ensinados. A estudante, contudo, por não continuar a prática, acabou esquecendo. D’Ambrósio (2017, p.18) afirma que:

Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que por sua vez vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo seu comportamento e seu conhecimento estão em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência.

Ressaltamos que aqueles que apresentaram mais dificuldade, foram os que nunca bordaram e nunca aprenderam.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a encontrar elementos de resposta para o seguinte questionamento: “De que maneira a exploração de peças de bordados manuais pode contribuir para provocar a mobilização de conhecimentos sobre simetrias por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental?”. Seu objetivo geral foi evidenciar possíveis contribuições da exploração de bordados manuais para o conhecimento das simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental.

Dando continuidade à pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso da graduação, apoiamo-nos na Etnomatemática para elaborar uma sequência de atividades nas quais os estudantes se aproximassem da prática e dos saberes das bordadeiras de Passira, contexto no qual estão inseridos. Nosso interesse se voltou mais especificamente à dimensão educacional da Etnomatemática, levando a refletir sobre como a cultura das bordadeiras poderia ser levada até os estudantes em atividades que explorassem o conteúdo de simetria. A Engenharia Didática direcionou o modo como desenvolvemos a sequência de atividades, buscando atingir os seguintes objetivos específicos:

a) Averiguar que conhecimentos sobre simetria de reflexão são mobilizados por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental ao realizarem atividades envolvendo bordados manuais; e

b) Identificar aproximações e distanciamentos entre conhecimentos matemáticos presentes na prática do bordado manual e conhecimentos sobre simetria de reflexão trabalhados na escola.

Nas análises preliminares, como evidenciado no capítulo 4, discutimos o contexto do bordado; aspectos das relações entre geometria e arte; a simetria na matemática; o ensino e a aprendizagem de simetria nos documentos de orientação curricular; e pesquisas que versam sobre o ensino e a aprendizagem de simetria.

Ao discutir a presença dos bordados manuais no Brasil, com seus diversos pontos, tipos e estilos, destacamos a riqueza e atualidade dessa manifestação cultural, além de ser uma das principais atividades profissionais que garantem o sustento das famílias de Passira. Destacamos também o potencial das relações entre geometria e artes para favorecer o interesse e a aprendizagem dos estudantes tanto em matemática como nas artes visuais. A exploração de peças de bordados manuais pode ser situada nesse contexto mais amplo da conexão entre geometria e artes

visuais. Observamos que a possibilidade de conectar artes visuais com o conteúdo de simetria, inclusive, já está presente nos currículos prescritos e em livros didáticos.

Pontuamos que de acordo com a BNCC (Brasil, 2018), a simetria de reflexão é estudada desde o 4º ano. As habilidades visadas no 7º e 8º anos, respectivamente, são “Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.” e “Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.”

Percebemos tanto pesquisas com o ensino, voltadas para professores, quanto com a aprendizagem, voltada para estudantes. Encontramos pesquisas com renda, que se assemelham à nossa, por ser com um recurso desenvolvido pelas rendeiras e ter como objeto os saberes da simetria. E pesquisas que não eram necessariamente com um artefato cultural, mas com materiais manipuláveis, que também exploramos em nossa pesquisa, por exemplo, os instrumentos de medição, barbante e papel quadriculado.

Uma sequência de nove atividades foi elaborada buscando contemplar aspectos das práticas das bordadeiras, ao mesmo tempo em que traziam questões sobre simetria de reflexão. Embora não tenha sido feito um rastreamento sistemático, diferentes valores das variáveis didáticas estudadas em pesquisas anteriores foram considerados na sequência.

- i) Tipo de problema;
- ii) Visualização e reconhecimento de figura simétrica;
- iii) Visualização e reconhecimento do eixo de simetria;
- iv) Reconhecimento de reflexão;
- v) Construção de figura simétrica;
- vi) Construção de eixo de simetria.
- vii) Especificidade da figura: Se possui ou não eixo de simetria;
- viii) Natureza da figura: Representa um objeto real ou não;
- ix) Orientação do eixo de simetria na folha de papel: Vertical, horizontal e diagonal;
- x) Tipo de papel: Liso (branco) quadriculado.

Na atividade 1, buscamos construir e reconhecer a simetria de reflexão, resgatando práticas das bordadeiras utilizando papel ofício e carbono. Na atividade 2, foi pedido que traçassem o eixo de simetria com instrumentos de medição. Na atividade 3, que teve conexão com a atividade 2, os estudantes já não contavam com instrumentos de medição e sim com um barbante. Na atividade 4, foi trabalhado a verificação do eixo de simetria ao observar uma imagem de uma peça bordada e com o eixo de simetria traçado. Na atividade 5, propomos uma palavra sem os eixos de simetria traçado para que os estudantes pudessem identificar, nessa atividade eles ficaram livres para utilizar ou não instrumentos de medição. Na atividade 6, os estudantes puderam escolher um ponto de uma determinada imagem e reproduzir o ponto em um papel quadriculado, em seguida, na atividade 7, eles reproduziram no papel ofício e puderam comparar. Na atividade 8, através de imagens de dois tipos de bordados diferentes, os estudantes realizaram comparações. Na atividade 9, os estudantes bordaram em um papel ofício, utilizando linha.

Procuramos resgatar nas atividades, aspectos das práticas e dos saberes das bordadeiras de Passira, explorando fragmentos de peças de bordados manuais da região e apresentando aos estudantes uma cultura diferente, a partir da tapeçaria da cidade de Lagoa do Carro, que tem características distintas das de Passira.

As atividades foram aplicadas com estudantes do 9º ano, e, portanto, de acordo com a BNCC, já teriam estudado simetria. Vale salientar, entretanto, que no período que os estudantes cursaram o 7º e 8º anos (em que esse conteúdo deveria ser abordado) o ensino foi remoto, devido à pandemia de COVID-19, o que prejudicou o ensino de modo geral.

Percebemos que no início muitos não lembravam o conceito, mas que ao passar da sequência as atividades envolvendo o bordado manual provocaram nos estudantes a mobilização de conhecimentos sobre simetria.

Quanto ao primeiro objetivo específico da pesquisa, averiguamos a mobilização intuitiva de conhecimentos sobre simetria de reflexão pelos participantes tais como: uma figura e sua imagem pela simetria de reflexão são congruentes, quanto mais distante uma figura está do eixo de simetria, mais distante sua imagem também estará; os quais se aproximam de conhecimentos trabalhados na escola.

Em relação ao segundo objetivo específico, os conhecimentos apontados anteriormente se aproximam daqueles a serem trabalhados na escola. Quanto aos distanciamentos entre conhecimentos matemáticos presentes na prática do bordado

manual e conhecimentos sobre simetria de reflexão trabalhados na escola, destacamos por exemplo o fato de o bordado manual envolver uma visão aproximativa da simetria, o uso de cores como elemento a ser considerado nos motivos.

Algumas atividades incluíam visualizações de padrões geométricos em peças de bordados manuais já produzidas. Esse conhecimento despertado e mobilizado com o auxílio das peças de bordados manuais pode ter sido construído na escola, durante os anos anteriores, mas também pode ter sido construído pelas práticas culturais observadas em seu meio.

Pelos participantes da pesquisa, as contribuições da exploração de bordados manuais para o estudo de simetria mobilizam o conhecimento. A maneira que aconteceu a sequência de atividades permitiu que, mesmo de maneira intuitiva ao passar de uma atividade para a outra, os estudantes recordassem, fortalecessem a ideia de simetria, permitiu que lembrassem termos e aspectos importantes. Os estudantes expressaram que a sequência deveria ser levada para a sala de aula e vivenciada com os demais estudantes de uma turma, para que outros possam viver a experiência.

O estudo realizado indica que a sequência de atividades contribuiu para valorizar os saberes e as práticas das bordadeiras e favoreceu a mobilização intuitiva de conhecimentos sobre simetria de reflexão, o que nos parece convergente com a dimensão educacional da Etnomatemática, visada na pesquisa.

Mais pesquisas podem ser desenvolvidas nesse âmbito, pesquisadores podem identificar a cultura de diferentes regiões e desenvolver pesquisas nesse aspecto, envolvendo a cultura escolar e a cultura da sociedade, mais precisamente os estudantes, mobilizando e despertando o conhecimento nos mesmos.

Para trabalhos futuros, sugerimos realizar uma sequência didática, para além da sequência de atividades, permitindo explorar outros tipos de simetria, além da simetria de reflexão. Outro aspecto que destacamos é o aperfeiçoamento das atividades e além de observar apenas as respostas dos estudantes, passar a ter um olhar do que pode ser superado por eles em relação às respostas.

Também sugerimos o aprofundamento da Engenharia Didática, de maneira que as etapas sejam vivenciadas com maior profundidade, em estudo de duração mais longa.

Por fim, evidenciamos que este trabalho nos direcionou para um novo projeto, além da aprofundar e melhorar a sequência, como a exploração da Engenharia

Didática, também permitir que o trabalho com a Etnomatemática na dimensão educacional se torne motivação para demais profissionais da Educação Básica, por meio de formações, pensando em contribuir para que professores explorem em suas aulas e outros estudantes vivenciem a experiência, de maneira a inspirar que a cultura seja algo mais trabalhado no contexto escolar. Permite, também, uma inspiração e contexto para possíveis pesquisas voltadas para os professores e os recursos utilizados por eles em suas aulas do conteúdo de simetria.

REFERÊNCIAS

ABRIL. **Arte Brasileira**. São Paulo: Abril – MEC, 1976.

ALMEIDA, A. J. M. **Design e artesanato**: a experiência das bordadeiras de Passira com a moda nacional. 2013. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

AMARAL, A. **Arte Construtiva no Brasil**. São Paulo: Companhia Melhoramentos; DBA Artes Gráficas, 1998.

ANDRADE, A. F.; KUSMENKOVSKY, A. B.; CARDOSO, J. S.; JACON, M. L. **A Modalidade D no conceito de simetria**. Curitiba: Graphica, 2007.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n. 3, p. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BÍBLIA. **Bíblia Sagrada** [Josué 1:9]. Tradução de Fernando. 3ª Edição. Rio de Janeiro - RJ: Editora NVI, 2023.

BICUDO, M. A. V. O professor de matemática nas escolas de 1º e de 2º graus. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Educação matemática**. 2ª ed. São Paulo: Centauro, 2005. p. 45-57.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. *In*: TELES, Rosinalda Aurora de Melo; BORBA, Rute Elisabete de Souza Rosa; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira. (Org.). **Investigações em didática da matemática**. 1ª ed. Recife: UFPE, 2017, p. 101-132.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica, **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Ministério da Educação; Secretaria Executiva; Conselho Nacional de Educação. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRAVIM, J. D. Experiência com o uso de materiais manipuláveis para o ensino de simetrias. XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016. *In*: **Anais do [...]**, São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4936_4152_ID.pdf. Acesso em: 18 nov. 2021.

CLARETO, S. M. **Terceiras margens**: um estudo etnomatemático de espacialidades em Laranjal do Jari (Amapá). 2003. 257 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

CONCEIÇÃO, G. V., CUNHA, D. A. Atividades matemáticas interculturais para o ensino fundamental: estudo de probabilidade com dados e jogos africanos. XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, edição virtual, 2022. *In: Anais do [...]*, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/484045.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

COSTA, C. F. A Etnomatemática no PNLD do “Novo” Ensino Médio. XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, edição virtual, 2022. *In: Anais do [...]*, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/483057.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

D’AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V. Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, vol. 99, n. 253, p. 659-686, set./dez. 2018.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FRANÇA, M. C. S. **Estudo da simetria a partir de padrões geométricos das panarias**: pesquisa e intervenções etnomatemáticas para sala de aula. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

FOSSA, J. A.; PAIVA, J. P. A. A.; RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. **Padrões de simetria: do cotidiano à sala de aula**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2006. 172p.

GALLO, G. **Motivos ornamentais da cerâmica marajoara**: Modelos para o artesanato hoje. 2ª ed. Cachoeira do Arari: Edições O Museu do Marajó, 1996.

GASPARIN, J. L. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. Campinas: Autores Associados, 2005.

GERDES, P. Sobre a produção de conhecimentos matemáticos da África Central: ideias matemáticas de povos culturalmente distintos. *In: FERREIRA, M. K. L. (Org.) Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos*. São Paulo: Global, 2002. p. 221-247.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

IBGE, Diretoria de Pesquisas. **Coordenação de População e Indicadores Sociais**, Estimativas da população residente com data de referência em 1º de julho de 2020. IBGE, 2020.

JESUS, I. S. **Isometrias no Plano: Uma abordagem aplicável ao ensino básica**. Dissertação. 2017. 64 f. (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

LAGE, J. A. A Utilização de Jogos no Ensino da Matemática nos Anos Iniciais: Uma Perspectiva através da Enculturação Matemática. **XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**, edição virtual. 2022. *In: Anais do [...]*, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/483981.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

LAGNADO, L. **Leonilson**: São Tantas as Verdades. São Paulo: DBA-Melhoramentos; Sesi/SP, 1998.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans l'ecas de la symétrie orthogonale**. 2006. 390 f. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2006.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, vol.1. n. 4, p. 3-13, 1995

LUZ, G. K. B. **Um olhar etnomatemático para a produção dos bordados manuais na cidade de Passira-PE**. 2019. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). 2019 – Universidade Federal de Pernambuco, Nazaré da Mata, 2019. (Não publicado).

MABUCHI, S. T. **Transformações Geométricas: a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares**. 2000. 259 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

MASCELANI, A. **O mundo da arte popular brasileira**. Rio de Janeiro: Mauad/Museu Casa do Pontal, 2002.

MASOLA, W. J. **Dificuldades de aprendizagem matemática dos alunos ingressantes na educação superior nos trabalhos do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2014. 161f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.

MASOLA, W. J.; ALLEVATO, N. Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, vol. 2, n. 1, p. 64-74, jun./mar. 2016.

MASOLA, W. J.; VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. Ingressantes na Educação superior e suas Dificuldades em Matemática: uma Análise das Pesquisas Publicadas nos Anais dos X e XI ENEMs. Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo. *In: Anais do [...]*, São Paulo, 2016.

MELO, D. M. B. A simetria de reflexão: elementos de concepção mobilizados por alunos do 9º ano. XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba,

2013. In: **Anais do [...]**, Curitiba, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3428_1858_ID.pdf. Acesso em: 02 fev. 2021.

MELO, D. M. B. **A simetria de reflexão**: elementos de concepções mobilizadas por alunos do ensino fundamental. 2010. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MENDES, I. A. Ensino de conceitos geométricos, medidas e simetria: por uma educação (etno)matemática com a arte. **Revista Cocar**, vol. 2, n. 4. 2008.

MENDES, M. F., DELGADO, C. C. **Geometria**: Textos de Apoio para Educadores de Infância. Lisboa: Ministério da Educação. 2008.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, vol. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, M. R. O.; VALENTE, W. R. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

SANTOS, E. C.; CASSELA, E. A. D.; FRANÇA, M. C. S. Ensino-aprendizagem da simetria em Geometria Plana motivado por padrões geométricos em panarias de Cabo Verde pela via da Etnomatemática. XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, edição virtual, 2022. In: **Anais do [...]**, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/483020.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

SANTOS, L. F. **Pintar, dobrar, recortar e desenhar**: o ensino de simetria e das artes visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental. 2010. 217 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Conhecimentos mobilizados por professores sobre o conteúdo simetria na relação entre Geometria e Artes Visuais. VII EPEM – Encontro Pernambucano de Educação Matemática, Garanhuns, 2017. In: **Anais do [...]**, Garanhuns, 2017. Disponível em: http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/CC03772380409_152917.pdf. Acesso em: 02 fev. 2021.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino da simetria e artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, vol. 26, n. 42A, p. 291-310, abr. 2012.

SANTOS, M. J. C. Renda de bilro e a matemática: enlaces possíveis para o ensino de simetria. XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013. In: **Anais do [...]**, Curitiba, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/171_312_ID.pdf. Acesso em: 18 nov. 2021.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. **Educação Matemática em Revista**, vol. 13, n. 22, p. 25-42, 2007.

SANTOS; L. F. **Conhecimentos de professores: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias**. 2019. 382 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SEGADAS, C.; SILVA, B. P.; ROCHA, D. F.; PEREIRA, M. M.; BARBOSA, P. M.; CASTRO, V. F. **O ensino de simetria para deficientes visuais**. Atelim [online], 2016. Disponível em: <https://atelim.com/o-ensino-de-simetria-para-deficientes-visuais.html>. Acesso em: 03 fev. 2024.

SENA, R.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **Revemat**, vol. 8, p. 138-155, 2013.

SILVA, M. R. M. B. **O universo da bordadeira estudo etnográfico do bordado em Passira**. 1995. 224 f. Dissertação (Mestrado em Antropologia) – Universidade Federal de Pernambuco - Recife, 1995.

SILVA, R. K. A. **A geografia do bordado manual: paisagem de uma atividade cultural em Passira-PE**. TCC (Licenciatura em Geografia) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2014.

SILVA, R. M., FEITOSA, S. A., VILLÓRIA, E. K. F. S., Ação Pegue e Pague: Uma Experiência no Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima. XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, edição virtual, 2022. In: **Anais do [...]**, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/482687.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

TELES, R.A.M.; SANTOS, L.F. Conhecimentos de estudantes de pedagogia sobre simetria de reflexão. XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016. In: **Anais do [...]**, 2016. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6597_2812_ID.pdf. Acesso em: 03 fev. 2021

VASCONCELOS, I. K. M. F. **Uma prática, um bem cultural: Uma história sobre o bordado na cidade de Passira-PE (1985-2008)**. 2016. 243 f. Dissertação (Mestrado em História) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

VIANA, V. T. F.; SANTOS, J. B. P.; LARA, I. C. M. Etnomatemática em propostas de ensino para a Educação Básica: resultados de um mapeamento teórico. XIV – ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, edição virtual, 2022. In: **Anais do [...]**, 2022. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/483966.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022.

VIEIRA, G.; PAULO, R. M.; ALLEVATO, N. S. G. Simetria no Ensino Fundamental através da resolução de problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. **Bolema**, vol. 27, n. 46, p. 613-630, ago. 2013.

VIEIRA, J. G. Almicar de Castro, escultura também é cosa mentale. **Estudos Avançados**, vol. 10, n. 26, 1996.

ZASLAVSKY, C. Africa Counts. **Number and Pattern in African Cultures**. 3rd Edition. Chicago: Lawrence Hill Books, 1973.

APÊNDICE A – ATIVIDADES APLICADAS

Atividade 1: Construindo e reconhecendo a simetria de reflexão.

Na cidade de Passira, conhecida como a terra do bordado manual, as bordadeiras utilizam de técnicas para obter o desenho no tecido, desenho esse que será bordado. Para ter o desenho no tecido, as bordadeiras utilizam um papel vegetal que já está desenhado, com esse papel sobre o tecido, o processo de impressão é aplicado com o anil e tinta, algo que se assemelha ao papel carbono quando desejamos realizar uma impressão para uma folha.

Observe:



Fonte: Luz (2019)

Com essa informação, considerando um dos processos para a produção do bordado manual, vamos realizar uma atividade com a folha de ofício. Você deverá dobrar essa folha ao meio, marcando a linha que divide a folha. Após marcar a divisão, com a folha de papel ofício ainda aberta, você unirá com a folha de papel carbono, de modo que o “lado que escreve” do carbono esteja em contato com a folha de papel ofício.

Feito isso, você dobrará novamente a folha de papel ofício e realizará um desenho imaginando uma peça de bordado e/ou alguma imagem que se encontra na peça, lembre-se de peças que você viu em sua casa ou em outro ambiente. Finalizado o desenho, responda as questões a seguir:

a) O que aconteceu na parte de dentro dessa folha?

b) O que você percebe com as figuras que foram criadas?

c) Você já viu algo parecido no seu cotidiano? Se sim, exemplifique.

d) Quando estamos na frente do espelho, o que acontece?

e) Se fizermos um desenho longe da dobra do papel, como ele fica na parte de dentro?

f) E se fizermos um bem próximo à linha da dobra, o que acontece?

g) Como você associa essa atividade ao conteúdo de simetria?

Atividade 2: Delimitando o eixo de simetria no bordado manual (parte 1)

Em mãos, temos dois tecidos. O primeiro, não encontramos nenhum bordado nele, o tecido é de um tamanho da peça guardanapo e o segundo tecido, o qual já encontramos o bordado bainha, sendo a peça guardanapo já produzida. Com instrumentos de medição, a partir do tecido que se encontra bordado, note quais foram as medições da borda do tecido até o bordado e no tecido que não se encontra bordado realize o mesmo procedimento de maneira a realizar marcações no tecido.

Em seguida, responda:

Você acredita que a medição é um processo importante para a construção de desenhos simétricos? Se sim, por quê?

Atividade 3: Delimitando o eixo de simetria no bordado manual (parte 2)

Em mãos, você tem uma peça de guardanapo que se encontra o bordado manual, nesse bordado temos o ponto bainha. Use o barbante para delimitar um eixo vertical na peça, em seguida, responda:

a) Ao traçar o eixo vertical na peça, o que você conseguiu perceber?

b) Após traçado o eixo vertical, quantos pontos do ponto bairra se encontra em cada lado da peça?

c) Se o eixo delimitado fosse horizontal, o que aconteceria?

Atividade 4: Verificando o eixo de simetria.



Na imagem acima encontramos um bordado manual presente em uma peça de centro de mesa. Nela delimitamos um eixo. A partir da observação dessa imagem, responda:

a) O eixo traçado na peça representa um eixo de simetria? Justifique.

b) Você acha que há outros eixos de simetria na peça além do que está traçado? Por quê?

c) Como você faria para encontrar o eixo de simetria dessa imagem em uma folha de papel

Atividade 5: Identificando o eixo de simetria.

Bordado é uma palavra que você ouve com frequência, por fazer parte da cultura da cidade em que vive, e além de ouvir, você encontra em muitos letreiros espalhados pela cidade de Passira, por exemplo, nas lojas e galerias. Suponhamos que um letreiro que se encontra a palavra “bordado” precisa ser pintado, nessa palavra é necessário que todas as letras tenham pelo menos um eixo de simetria.

BORDADO

Com suas palavras, explique como identificar o eixo de simetria em cada letra.

Atividade 6: Bordando no papel quadriculado.

Com a imagem a seguir e um papel quadriculado, você deve observar o bordado manual e as diferentes representações nele, identificando nessas representações quais delas tem conexão com o conteúdo simetria. Ao identificar, escolha a parte representada no bordado e reproduza no papel quadriculado, se houver repetição, leve em consideração a repetição ao reproduzir. Use os lápis de cor e régua para reproduzir.



Em seguida, responda:

a) Por que você escolheu essa representação do bordado?

b) Na sua escolha você considera que tem conexão com a simetria? Por que?

c) Nas figuras presentes na peça de bordado, quais delas tem o eixo de simetria? E quais não tem?

Atividade 7: Bordando no papel ofício.

Na atividade anterior, você reproduziu a representação do bordado em um papel quadriculado, agora, com a mesma representação escolhida, reproduza em um papel ofício, em seguida responda:

a) Você nota diferença ao reproduzir no papel quadriculado e depois no papel ofício? Descreva as suas impressões ao desenhar nos dois tipos de papel.

b) Em relação a simetria, em qual dos papéis é melhor para a associar e por quê?

Atividade 8: Comparando os bordados.

O bordado é um elemento cultural pertencente também a outras regiões. Em uma cidade próxima a Passira, em Lagoa do Carro, por exemplo, encontramos o bordado na tapeçaria.

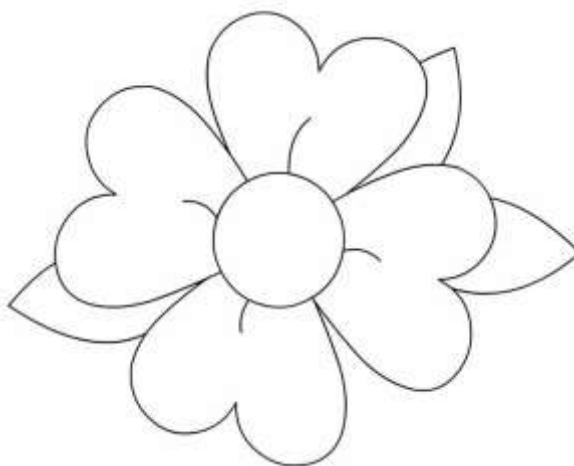


Observando os dois tipos de bordado, responda:

a) Qual(is) diferença(s) você consegue identificar?

b) Seria possível realizar as atividades anteriores também nesse tipo de bordado da tapeçaria? Justifique.

Atividade 9: Desenvolvendo o seu bordado



Com a imagem acima você vai desenvolver o seu bordado. Com um lápis, perfure o contorno do desenho, considerando que tenha uma certa distância de um ponto para o outro. Em seguida, com uma linha, com a cor e espessura da sua preferência, você vai passar pelos furos, use sua técnica para passar por cima e depois por baixo. Por fim, use uma técnica para arrematar a linha e ela não mais se soltar.

Relate sua experiência em algumas linhas.

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA
MESTRADO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Por meio deste termo de consentimento livre e esclarecido, convidamos você a participar como voluntário(a), da pesquisa intitulada “**SIMETRIAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: explorando peças de bordados manuais**”. Meu nome é **GLEICY KELLY DE BARROS LUZ**, sou a pesquisadora responsável sob orientação da Profa. Dra. **PAULA MOREIRA BALTAR BELLEMAIN**.

Após as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento. Em caso de recusa na participação, não terá nenhum problema. Mas, se aceitar participar, as dúvidas sobre a pesquisa podem ser melhor esclarecidas pela pesquisadora responsável, via e-mail (gxxxxxx.xxx@ufpe.br) e também sob forma de ligação pelo telefone (xx) xxxxx-xxxx0.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Essa pesquisa propõe investigar de que maneira o uso de peças de bordados manuais pode contribuir para a aprendizagem de simetrias nos anos finais do Ensino Fundamental. Entrelaçando elementos da Etnomatemática e da Engenharia Didática, a partir de uma sequência de atividades e experimentá-la com 5 (cinco) estudantes na cidade de Passira, no Agreste Pernambucano, conhecida como a terra do bordado e do milho. Essa arte tem passado de geração em geração e além de sua importância para a identidade cultural do povo de Passira é uma das principais atividades econômicas da região.

Vale salientar que haverá sigilo nas informações desta pesquisa, de maneira a assegurar a privacidade dos sujeitos em relação aos dados confidenciais ou divulgação do nome do participante. A pesquisa não tem fins lucrativos, então não haverá nenhum tipo de pagamento pela sua participação e havendo liberdade de recusar a participar ou retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa.

Em caso de aceitação, por favor, assine ao final deste documento.

Passira, ____ de _____ de _____

Assinatura por extenso do(a) participante

Assinatura por extenso do(a) pesquisador(a) responsável

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO PARTICIPANTE DA PESQUISA

Eu, _____, inscrito(a) sob o RG/CPF _____, abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado “**SIMETRIAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: explorando peças de bordados manuais**”, como voluntário(a). Realizei a leitura deste documento e fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo(a) pesquisador(a) sobre a pesquisa e os procedimentos envolvidos. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Passira, ____ de _____ de _____

Assinatura por extenso do(a) participante

Assinatura por extenso do(a) responsável do participante