



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MARINÉSIO PINHEIRO DE LIMA

**MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS DA INFLUÊNCIA DO  
TEMPO NA ESTABILIDADE DE REALCES EM MINA SUBTERRÂNEA**

Recife

2024

MARINÉSIO PINHEIRO DE LIMA

**MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS DA INFLUÊNCIA DO  
TEMPO NA ESTABILIDADE DE REALCES EM MINA SUBTERRÂNEA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Recife

2024

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

- L732a Lima, Marinésio Pinheiro de.  
Modelagem numérica em elementos finitos da influência do tempo na estabilidade de realces em mina subterrânea / Marinésio Pinheiro de Lima. – 2024.  
136 f.: il., fig., tab. e siglas.
- Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.  
Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.  
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2024.  
Inclui referências.
1. Engenharia Civil. 2. Lavra subterrânea. 3. Elementos finitos. 4. Dimensionamento de realces. 5. Diluição. 6. Modelagem numérica. I. Guimarães, Leonardo José do Nascimento (Orientador). II. Gomes, Igor Fernandes (Coorientador). III. Título.
- UFPE
- 624 CDD (22. ed.) BCTG/2024-48

MARINÉSIO PINHEIRO DE LIMA

**MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS DA INFLUÊNCIA DO  
TEMPO NA ESTABILIDADE DE REALCES EM MINA SUBTERRÂNEA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovada em 26/01/2024

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães – UFPE

Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes – UFPE

**BANCA EXAMINADORA**

Participação por videoconferência  
Prof. Dr. José Antônio Barbosa (examinador interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

Participação por videoconferência  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Débora Cristina Almeida de Assis (examinadora externa)  
Universidade Federal do Agreste de Pernambuco

Participação por videoconferência  
Prof. Dr. Artur Ângelo Alcântara de Assis (examinador externo)  
Universidade Federal do Agreste de Pernambuco

Participação por videoconferência  
Prof. Dr. Márcio Luiz de Siqueira Campos Barros (examinador externo)  
Universidade Federal do Agreste de Pernambuco

Participação por videoconferência  
Prof. Dr. Robson Ribeiro Lima (examinador externo)  
Universidade Federal do Agreste de Pernambuco

Aos amores da minha vida e os motivos para continuar lutando, minha esposa  
Débora Maria e o meu filho Ian Luca.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a DEUS, por todas as bênçãos alcançadas.

Aos meus Pais, José Ferreira de Lima e Maria da Natividade Pinheiro de Lima (*in memoriam*).

A minha esposa Débora Maria dos Santos Pinheiro de Lima, e ao meu filho Ian Luca dos Santos Pinheiro de Lima, que me apoiaram incondicionalmente em todos os momentos.

Aos meus orientadores, Professor Leonardo José do Nascimento Guimarães e Professor Igor Fernandes Gomes pela oportunidade, paciência, ensinamentos e orientação.

Ao Engenheiro de Minas Luis Eduardo (*in memoriam*) da Nexa Resources, por abrir as portas da empresa e contribuir de forma significativa para esta pesquisa;

Ao Engenheiro de Minas Rodolfo Renó, que na época era responsável pelo setor de mecânica das Rochas da Mina de Zinco da Nexa - Vazante, pela contribuição e envio de dados utilizados em parte desta pesquisa;

A Nexa Resource por autorizar a publicação dos dados usados em parte desta pesquisa;

Aos Professores do DEMINAS, Artur Ângelo, Carlos Magno, Carlos Eduardo, Márcio, José Carlos, Robson, Júlio Cesar, Áureo, Pedro Guzzo e Amanda, pelo apoio.

Aos colegas e amigos do LMCG, Tiago Viana, Ricardo Guedes, Daniel, Rayane, Pedro, Jean, Áurea, Laura e Jonathan por compartilharem conhecimentos que contribuíram para este trabalho.

À secretaria nas pessoas de Andrea, Juliana Henriques, Rose e Priscila, pela estimada ajuda no decorrer do curso.

## RESUMO

Esta tese tem como objetivo geral realizar uma análise quantitativa do efeito do tempo na instabilidade dos realces provenientes do método de lavra subterrânea de aberturas por subníveis, utilizando modelagem numérica, via método dos elementos finitos. A previsão da diluição não planejada consiste em determinar, numericamente, os deslocamentos pós-desmontes ocorridos nas paredes dos realces durante o tempo em que o mesmo permanece exposto sem aplicação de qualquer tipo de suporte. A abordagem aqui adotada consiste na utilização de um modelo elasto-viscoplástico com formulação para o método dos elementos finitos, com a capacidade de simular o comportamento do maciço rochoso dependente do tempo diante de escavações subterrâneas. O modelo encontra-se implementado no código de elementos finitos CODE BRIGTH, com critério de plastificação de Mohr-Coulomb e regularização viscosa da plasticidade, baseada no modelo de Perzyna. Para avaliação da aplicação do modelo na previsão da diluição não planejada, foi analisado o comportamento de três indicadores de instabilidade em um caso sintético e dois casos reais, totalizando vinte e duas simulações em um estado plano de tensões. O caso sintético mostrou a evolução dos indicadores em função dos parâmetros de entrada do modelo, constatando que o mesmo pode ser facilmente calibrado para várias condições reológicas do maciço rochoso. O segundo caso foi elaborado a partir de um deslocamento registrado no teto de realce em um período de sete meses, cujos resultados definiram alguns limites de aplicabilidade do modelo. O terceiro caso trata-se da abertura de um realce com dados reais de geometria e diluição não planejada, com os resultados obtidos pela simulação bastante coerente com os dados reais de diluição do realce, além de mostrar a evolução dos indicadores de instabilidade ao longo do tempo, indicando um acréscimo na diluição não planejada de até 2,2%, para cada mês de exposição. As simulações mostraram que o modelo elasto-viscoplástico possui boa consistência com casos reais, com fácil adequação de parâmetros e coerência com teorias do comportamento reológico das rochas.

Palavras-chave: lavra subterrânea; elementos finitos; dimensionamento de realces; diluição; modelagem numérica.

## **ABSTRACT**

This thesis has the general objective of carrying out a quantitative analysis of the effect of time on the instability of stopes arising from the underground mining method of sublevel openings, using numerical modeling, through the finite element method. The prediction of unplanned dilution consists of determining, numerically, the post-blasts dismantling displacements that occurred on the walls of the stopes during the time in which they remain exposed without applying any type of support. The approach adopted here consists of using an elasto-viscoplastic model with a formulation for the finite element method, with the ability to simulate the time-dependent behavior of the rock mass in the face of underground excavations. The model is implemented in the CODE BRIGTH finite element code, with Mohr-Coulomb plasticization criterion and viscous plasticity regularization, based on the Perzyna model. To evaluate the application of the model in predicting unplanned dilution, the behavior of three instability indicators was analyzed in a synthetic case and two real cases, totaling twenty-two simulations in a plane stress state. The synthetic case showed the evolution of the indicators depending on the model's input parameters, noting that it can be easily calibrated for various rheological conditions of the rock mass. The second case was created based on a displacement recorded in the highlight ceiling over a period of seven months, the results of which defined some limits of the model's applicability. The third case is the opening of a highlight with real geometry data and unplanned dilution, with the results obtained by the simulation being quite coherent with the real stope dilution data, in addition to showing the evolution of instability indicators throughout the time, indicating an increase in unplanned dilution of up to 2.2% for each month of exposure. The simulations showed that the elasto-viscoplastic model has good consistency with real cases, with easy adjustment of parameters and coherence with theories of the rheological behavior of rocks.

Keywords: underground mining; finite elements; stope project, dilution; numerical modeling

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Impactos econômicos da diluição de minério.....	18
Figura 2 - Cenário da produção mineral brasileira em 2021.....	26
Figura 3 - Porte e modalidade de lavra das minas no Brasil em 2021.....	26
Figura 4 - Infraestrutura básica de uma mina subterrânea.....	28
Figura 5 - Classificação dos métodos de mineração subterrânea de acordo com resposta do maciço rochoso associada à mineração.....	29
Figura 6 - Geometria do método de lavra de Abatimento por Subnível.....	31
Figura 7 - Desenho esquemático de um realce aberto pelo método de aberturas por subnível com desenvolvimento de lavra longitudinal.....	31
Figura 8 - Disposição transversal do realce em relação ao corpo de minério.....	32
Figura 9 - Formas estáveis para o método de aberturas por subníveis.....	33
Figura 10 - Efeitos de tamanho da amostra na caracterização de maciços rochosos...	35
Figura 11 - Ilustração das possíveis trajetórias de tensões próximas à abertura subterrânea.....	39
Figura 12 - Comprimento da zona de baixo confinamento no centro do Hangingwall versus Raio Hidráulico.....	40
Figura 13 - (a) Processo de fragmentação da rocha das ondas compressivas e de tração. (b) Zonas radiais de ruptura.....	42
Figura 14 - (a) Realce projetado, (b) plano de perfuração, (c) Dano causado pela detonação no maciço remanescente.....	42
Figura 15 - Ilustração do efeito de alocação de perfuração deslocada.....	43
Figura 16 - Sequência ascendente de lavra de realces primários e secundários.....	44
Figura 17 - Vão ativo versus tempo de stand-up.....	45

Figura 18 - Tempo de Stand Up versus RMR.....	46
Figura 19 - Registro da evolução dos deslocamentos ocorridos em um realce da Mina Ruttan.....	46
Figura 20 - Diluição não planejada.....	47
Figura 21 - Fatores que contribuem para diluição.....	48
Figura 22 - Ilustração do ELOS em um realce.....	50
Figura 23 - Sequência de etapas para o projeto de realces.....	51
Figura 24 - Gráfico para obtenção do Fator A (Fator de Tensão).....	53
Figura 25 - Gráfico para obtenção do Fator B de acordo com a orientação das estruturas.....	54
Figura 26 - Gráfico para obtenção do Fator C de acordo com mecanismos de gravidade.....	54
Figura 27 - Gráfico para obtenção do Fator C de acordo com o mecanismo de deslizamento.....	55
Figura 28 - Gráficos de estabilidade para paredes de realce sem suporte.....	55
Figura 29 - Realce com possíveis condições do maciço rochoso.....	58
Figura 30 - Valores de velocidade versus probabilidade de instabilidade.....	59
Figura 31 - Valores de deformação plástica versus probabilidade de instabilidade.....	60
Figura 32 - Representação do Potencial Plástico.....	66
Figura 33 - Comportamento bidimensional de um material elástico linear perfeitamente plástico.....	67
Figura 34 - Tipos de endurecimento.....	67
Figura 35 - Comportamento bidimensional com endurecimento.....	68
Figura 36 - Comportamento bidimensional com amolecimento.....	69

Figura 37 - Superfície de fluência de Mohr Coulomb.....	71
Figura 38 - Vetor de deformações plásticas e seus componentes.....	72
Figura 39 - (a)Variação da coesão em função das deformações desviadoras; (b)Variação do ângulo de atrito em função das deformações desviadoras.	73
Figura 40 - Simulações realizadas para o caso 01.....	78
Figura 41 - (a) Vista tridimensional com as dimensões do realce; (b) Dimensões da seção analisada.....	79
Figura 42 - Malha de elementos finitos triangulares não estruturados e as condições de contorno mecânica do problema.....	80
Figura 43 - Deslocamentos horizontais(m) das cinco simulações do conjunto 01.....	82
Figura 44 - Valores dos deslocamentos horizontais da parede do realce.....	83
Figura 45 - Regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ) em MPa obtidas pelas 5 simulações do conjunto 01.....	84
Figura 46 - Deformação plástica cisalhante em torno do realce, obtidas pelas simulações 02, 03, 04 e 05 do conjunto 01.....	85
Figura 47 - ELOS obtidos pelo alcance das regiões de baixo confinamento e as regiões plastificadas obtidas pelas simulações 02, 03, 04 e 05, do conjunto 01.....	86
Figura 48 - Resultado do ELOS obtido pelos indicadores de instabilidade em função do Coeficiente de Poisson.....	87
Figura 49 - Sensibilidade dos indicadores de instabilidade em função do GSI.....	89
Figura 50 - Gráfico Característico da Diluição em Função do ELOS para o realce do Caso 01.....	90
Figura 51 - Bloco de lavra 285 e 305 e o resultado do levantamento mostrando a evolução do deslocamento do bloco 285 BL 1 10150 S.....	94
Figura 52 - Evolução dos deslocamentos ocorridos no teto do realce 285.....	94

Figura 53 - (a) Características da seção analisada; (b) Modelo em Elementos Finitos	95
Figura 54 - Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb ajustada da envoltória de Hoek-Brown.....	97
Figura 55 - (a) Região de Baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	99
Figura 56 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	100
Figura 57 - (a) Deslocamentos verticais (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	101
Figura 58 - Evolução dos deslocamentos reais e os obtidos pelos indicadores de instabilidade da simulação 18.....	102
Figura 59 - (a) Região de baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	103
Figura 60 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias, (c) Após 141 dias.....	104
Figura 61 - (a) Deslocamentos verticais (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	105
Figura 62 - Gráfico comparativo dos deslocamentos reais e os deslocamentos obtidos pela simulação para o parâmetro viscoso de $0,8 \times 10^6$ .....	106
Figura 63 - (a) Região de baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	107
Figura 64 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias, (c) Após 141 dias.....	108
Figura 65 - (a) Deslocamentos verticais(m) após 20; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.....	109
Figura 66 - Gráfico comparativo dos deslocamentos reais e os deslocamentos obtidos pela simulação com parâmetro viscoso de $0,6 \times 10^6$ .....	110

Figura 67 - Ábaco que correlaciona o vão do teto com o tempo de auto-sustentação, em conformidade com o valor do RMR do maciço rochoso.....	111
Figura 68 - Taxa de avanço médio obtido pelas simulações 18, 19 e 20.....	111
Figura 69 - Seção Geológica da Mina de Vazante.....	114
Figura 70 - Posicionamento do realce com relação às litologias.....	115
Figura 71 - Operações contínuas de extração e enchimento em um realce.....	115
Figura 72 - (a) Geometria do bloco de lavra (Modificado de Charbel, 2015); (b) Geometria da seção bidimensional na direção NW-SE indicando o posicionamento do realce e as litologias envolvidas.....	116
Figura 73 - Gráfico característico da diluição em função do ELOS para o hanging wall do bloco 9140, mostrando a diluição real ocorrida no realce.....	117
Figura 74 - Malha de elementos finitos, com detalhe no entorno do realce.....	118
Figura 75 - (a) Linha de isovalores do deslocamento horizontal $\geq 1$ cm, nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ ; (b) Valores do Deslocamento horizontal no centro do hanging wall, nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ .....	120
Figura 76 - Diluição simulada através dos deslocamentos horizontais inadmissíveis, nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ .....	121
Figura 77 - (a) Regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ ; (b) Valores de $\sigma_3$ ao longo da linha no centro do hanging wall, nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ .....	122
Figura 78 - Comparação dos valores simulados com o valor real da diluição nos instantes T1 e T2, através da simulação das regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), para o parâmetro viscoso de $1 \times 10^6$ .....	122

Figura 79 - (a) Linhas de isovalores de 1cm nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de $5 \times 10^5$ ; (b) Valores da diluição nos instantes T1 e T2, com parâmetro viscoso de $5 \times 10^5$ .....	123
Figura 80 - (a) Elos nos instantes T1 e T2, com parâmetro viscoso de $5 \times 10^5$ ; (b) Valores da diluição nos instantes T1 e T2, com parâmetro viscoso de $5 \times 10^5$ .....	124

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estimativa empírica do módulo de deformabilidade do maciço rochoso.....	37
Tabela 2 - Visão geral das abordagens e códigos numéricos em mecânica das rochas.....	57
Tabela 3 - Estado de tensão in situ.....	79
Tabela 4 - Parâmetros do maciço rochoso usados nas simulações do conjunto 01.....	80
Tabela 5 - Parâmetros do maciço rochoso usados nas simulações do conjunto 02.....	86
Tabela 6 - Parâmetros do Maciço Rochoso.....	88
Tabela 7 - Parâmetros do maciço rochoso usados nas simulações.....	89
Tabela 8 - Padrão de qualidade da Brecha Willemítica.....	96
Tabela 9 - Parâmetros do Critério de Ruptura de Hoek-Brown.....	96
Tabela 10 - Parâmetros geomecânicos do maciço rochoso para cada simulação...	97
Tabela 11 - Resumo dos resultados da simulação 18.....	98
Tabela 12 - Resumo dos resultados da simulação 19.....	102
Tabela 13 - Resumo dos resultados da simulação 20.....	106
Tabela 14 - Estado de tensão in situ na de direção NW – SE.....	116
Tabela 15 - Características do hanging wall do Bloco 9140, levantados na mina..	116
Tabela 16 - Parâmetros geomecânicos das litologias adotados na simulação 21...	118
Tabela 17 - Parâmetros geomecânicos das litologias adotados na simulação 22...	119
Tabela 18 - Resumo do comportamento dos indicadores do caso 03.....	125

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
1.1	OBJETIVOS.....	20
1.2	ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	21
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>LAVRA SUBTERRÂNEA.....</b>	<b>25</b>
3.1	CENÁRIO DA MINERAÇÃO SUBTERRÂNEA NO BRASIL.....	27
3.2	MÉTODOS DE LAVRA SUBTERRÂNEA.....	26
3.3	MÉTODO DE LAVRA DE ABERTURAS POR SUBNÍVEIS.....	30
3.4	FATORES QUE AFETAM A ESTABILIDADE DOS REALCES.....	33
<b>3.4.1</b>	<b>Geometria.....</b>	<b>33</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Resistência do Maciço Rochoso.....</b>	<b>34</b>
<b>3.4.3</b>	<b>Estado Tensional.....</b>	<b>38</b>
<b>3.4.4</b>	<b>Influência da Detonação.....</b>	<b>40</b>
<b>3.4.5</b>	<b>Sequenciamento da Lavra.....</b>	<b>43</b>
<b>3.4.6</b>	<b>Influência do Tempo de Exposição na Estabilidade.....</b>	<b>45</b>
3.5	ESTABILIDADE E DILUIÇÃO DOS REALCES.....	47
<b>3.5.1</b>	<b>Estimativa da Diluição.....</b>	<b>48</b>
3.6	PROJETO DOS REALCES DE LAVRA.....	50
<b>3.6.1</b>	<b>Métodos Empíricos.....</b>	<b>52</b>
<b>3.6.2</b>	<b>Métodos Numéricos.....</b>	<b>56</b>
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO DO MODELO.....</b>	<b>62</b>
4.1	COMPATIBILIDADE, EQUILÍBRIO E CONDIÇÃO DE CONTORNO.....	62
4.2	ELASTOPLASTICIDADE.....	63
<b>4.2.1</b>	<b>Decomposição Aditiva da Deformação.....</b>	<b>63</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Função de Fluência.....</b>	<b>64</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Regra de Fluxo Plástico.....</b>	<b>65</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Lei de Endurecimento.....</b>	<b>66</b>
<b>4.2.5</b>	<b>Tensor Elastoplástico.....</b>	<b>69</b>
4.3	CRITÉRIO DE PLASTIFICAÇÃO DE MOHR-COULOMB.....	70
4.4	MODELO ELASTO-VISCOPLÁSTICO.....	74
<b>5</b>	<b>CASO 01 – SINTÉTICO.....</b>	<b>77</b>

5.1	INTRODUÇÃO.....	77
5.2	DESCRIÇÃO DO CASO 01.....	78
5.3	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS.....	79
5.4	SIMULAÇÕES DO CONJUNTO 01.....	80
5.4.1	<b>Resultado dos Deslocamentos Horizontais.....</b>	<b>81</b>
5.4.2	<b>Resultado das Regiões de baixo confinamento e plastificação.....</b>	<b>84</b>
5.5	SIMULAÇÕES DO CONJUNTO 02 .....	86
5.6	SIMULAÇÕES DO CONJUNTO 03 .....	87
5.7	DISCUSSÃO DO CASO 01.....	90
<b>6</b>	<b>CASO 02 – DESPLACAMENTO.....</b>	<b>93</b>
6.1	INTRODUÇÃO.....	93
6.2	DESCRIÇÃO DO CASO 02.....	93
6.3	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS.....	95
6.4	RESULTADOS DO CASO 02.....	98
6.4.1	<b>Resultados da Simulação 18.....</b>	<b>98</b>
6.4.2	<b>Resultados da Simulação 19.....</b>	<b>102</b>
6.4.3	<b>Resultados da Simulação 20.....</b>	<b>106</b>
6.5	DISCUSSÃO DO CASO 02.....	110
<b>7</b>	<b>CASO 03 - DILUIÇÃO DE UM REALCE.....</b>	<b>114</b>
7.1	DESCRIÇÃO DO CASO 03.....	114
7.2	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS.....	117
7.3	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO 21.....	119
7.3.1	<b>Comportamento dos deslocamentos horizontais.....</b>	<b>119</b>
7.3.2	<b>Comportamento da região de baixo confinamento.....</b>	<b>121</b>
7.4	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO 22.....	123
7.4.1	<b>Comportamento dos deslocamentos horizontais.....</b>	<b>123</b>
7.4.2	<b>Comportamento da região de baixo confinamento.....</b>	<b>123</b>
7.5	DISCUSSÃO DO CASO 03.....	124
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO E SUGESTÃO PARA TRABALHO FUTUROS.....</b>	<b>127</b>
8.1	CONCLUSÃO.....	127
8.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	129
	REFERÊNCIAS.....	130

## 1 INTRODUÇÃO

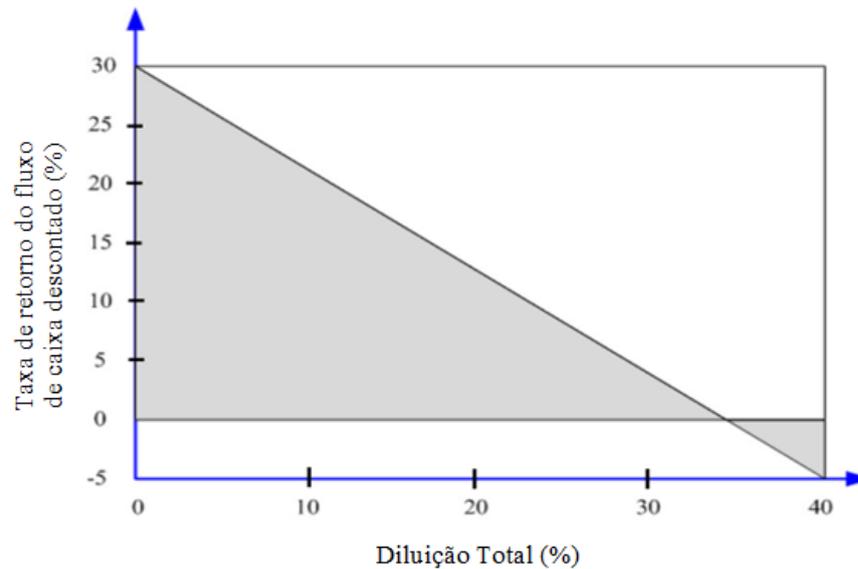
A mineração subterrânea possui um papel fundamental na extração de minerais metálicos que envolvem um alto grau de complexidade em seu processo de lavra, necessitando avanços contínuos nas mais diversas áreas que envolvem o planejamento e operação de mina.

Nas últimas décadas, o método de lavra *Sublevel Open Stope* tornou-se muito difundido na mineração subterrânea, devido sua facilidade de aplicação e eficiência na operação. No entanto, nas aberturas dos realces a diluição é uma questão importante a ser considerada, exigindo uma boa gestão e controle para um dimensionamento adequado da exploração em termos de estabilidade. As falhas e rupturas associadas às más condições de estabilidade representam uma ameaça à segurança geral da mina e dos trabalhadores, além de contribuir para o aumento da diluição, que significa uma maior quantidade de material estéril dentro do minério extraído. Desta forma, as estimativas das condições de estabilidade, e rupturas das paredes que possam contribuir para um potencial aumento da diluição, são necessárias para garantir o dimensionamento adequado da exploração (Delentas, Benardos e Nomikos, 2021)

A instabilidade dos realces está ligada diretamente à diluição não planejada que associam custos que podem levar até o fechamento da mina, com sérias consequências que vão desde a operação de lavra até o tratamento de minérios em seus processos de moagem classificação e concentração, afetando o Valor Presente Líquido (VPL) da mina. A Figura 1 exemplifica o decréscimo na taxa de retorno do fluxo de caixa descontado com o aumento da diluição em uma mina de zinco com teor de 20%, evidenciando os impactos catastróficos quando a diluição se aproxima de valores em torno de 30% (Mohammed, Wael e Haithan, 2020).

Algumas metodologias empíricas foram desenvolvidas para previsão da instabilidade das paredes dos realces. Uma delas é o Método Gráfico de Instabilidade proposto por Mathews *et al.* (1981), e posteriormente desenvolvido por Pakalnis (1986), Potvin *et al.* (1988), Milne (1997) e Clark (1998), que provaram ser muito úteis para uma avaliação prévia da condição de estabilidade e quantificação teórica do *overbreak* das paredes do realce.

Figura 1 - Impactos econômicos da diluição de minério



Fonte: Bawden (1993).

Além das abordagens empíricas, os métodos numéricos tornaram possível uma avaliação rápida e confiável das condições de estabilidade das aberturas subterrâneas. Os métodos numéricos tiveram sua origem no início da década de 1960, com notada aplicação nos mais diversos campos da engenharia. O rápido avanço dos computadores desempenhou um papel fundamental na resolução de problemas cada vez mais complexos e no desenvolvimento geral dessas técnicas. A abordagem numérica para a análise de questões relacionadas ao maciço rochoso deve abranger a capacidade de descrever o comportamento da rocha, através de um modelo constitutivo pertinente com mecanismo de fratura, fraturas pré-existentes, tensões *in situ*, homogeneidade e a anisotropia, além do comportamento dependente do tempo, causado por fluência e deformações plásticas (Nikolić; Roje; Ibrahimbegović, 2016).

A previsão do autossuporte em escavações subterrâneas, por meio de simulação numérica, é realizada pela análise de indicadores que representam danos ao maciço rochoso, e contribui para instabilidade da escavação.

Uma série de indicadores tem sido proposta para avaliar a estabilidade dos realces de lavra subterrânea. O fator de segurança, tensão máxima de tração, contorno de deslocamentos inadmissíveis, profundidade de zonas de desconfinamento, velocidade de deslocamentos, plasticidade, entre outros, são indicadores que proporcionam uma análise indireta da ocorrência de quebras excessivas das paredes dos realces (*overbreak*). Entretanto, sua

interpretação em termos de indicadores adequados, ainda é bastante desafiadora na mineração (Wagner, 2019; Nikolić; Roje; Ibrahimbegović, 2016; Zhang; Zhou; Feng, 2011).

De acordo com Wang e Cai (2022) a estabilidade das aberturas subterrâneas é afetada ao longo do tempo devido às deformações por fluência do maciço rochoso, que podem ter um impacto significativo na sua estabilidade. A instabilidade das escavações subterrâneas é um problema que envolve muitos fatores como geometria da escavação, método de escavação, resistência do maciço, tensões induzidas, entre outros.

O processo de escavação em rochas provoca uma redistribuição das tensões no seu entorno, modificando o estado de estabilidade de algumas regiões durante o tempo em que a abertura permanece exposta, sem suporte empregado. O rearranjo das rochas para alcançar um novo equilíbrio é um processo gradual, que depende das características de fluência da rocha, para se obter soluções de engenharia, a longo prazo (Zhao, *et al.*, 2017).

O fenômeno de fluência da rocha é um importante aspecto a ser considerado na avaliação da estabilidade de longo prazo, em projetos de engenharia de rocha. De acordo com Paraskevopoulou e Diederichsb (2018) sua deformação consiste em um componente viscoelástico e outro viscoplástico. O componente de deformação viscoplástica irreversível é responsável pela falha retardada dependente do tempo, portanto, é importante compreender o comportamento elasto-viscoplástico da rocha.

Perzyna (1966) propôs, pela primeira vez, o conceito geral da elasto-viscoplasticidade, que define a variação das deformações viscoplásticas ao longo do tempo, como um tensor dependente da viscosidade, bem como a resistência máxima proporcionada pela função de fluência e a variação do potencial plástico, em relação ao tensor de tensões.

Desde então, o comportamento elasto-viscoplástico das rochas tem sido discutido, baseados em investigações de campo, ensaios de laboratório, modelos constitutivos e análises numéricas. Sulem *et al.* (1987) apresentaram uma solução analítica para o caso de um túnel circular construído em um meio homogêneo e isotrópico, com comportamento dependente do tempo. O modelo leva em consideração o efeito do avanço da frente de escavação, ao longo do tempo, propondo uma generalização do método de confinamento convergência. Lauffer (1988), Bieniawski (1989) e Barton, (1978), mostraram que as respostas mecânicas de aberturas subterrâneas são dependentes do tempo, ou seja, a estabilidade de um túnel sem suporte é uma função do tempo. Tsai *et al.* (2008) pesquisaram os comportamentos elasto-viscoplásticos em arenitos e estabeleceram as regras de fluxo associadas para modelar os comportamentos de deformação dependentes do tempo. Zhao *et al.* (2017), apresentaram uma extensa investigação laboratorial das características mecânicas reológicas não lineares de

rochas duras, sob carregamento e descarregamento incremental cíclico, e propuseram um modelo reológico elasto-viscoplástico não linear, contendo vários componentes de deformação. Paraskevopoulou e Diederichs (2018) apresentaram um estudo sistemático do comportamento de fluência de um calcário fraturado, com base em testes de fluência de carga e descarga, para proposição e validação de um modelo de fluência elasto-viscoplástico. Borja e Yin (2019) investigaram a fluência do xisto e como a deformação dependente do tempo pode ser quantificada em escalas nanométricas a milimétricas. Kabwe *et al.* (2020) propuseram uma solução considerando o comportamento elasto-viscoplástico para a estimativa da resposta do solo de um túnel não circular sob campo de tensões hidrostáticas, em um maciço rochoso isotrópico e homogêneo.

Deste modo, a contribuição desta pesquisa é prever de forma quantitativa o efeito do tempo na instabilidade das paredes dos realces e definir seu impacto no processo de diluição não planejada, através de modelagem numérica, via método dos elementos finitos. A avaliação da estabilidade local dos realces foi realizada através da análise da evolução dos indicadores de instabilidade utilizando um modelo elasto-viscoplástico com formulação para elementos finitos, identificando quantitativamente o acréscimo na diluição do realce ao longo do tempo.

## 1.1 OBJETIVOS

Esta tese tem como objetivo geral realizar uma análise quantitativa do efeito do tempo na instabilidade e diluição não planejada dos realces provenientes do método de lavra subterrâneo de aberturas por subníveis, utilizando modelagem numérica, via método dos elementos finitos.

Para alcançar o objetivo geral, foram propostos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar a aplicabilidade do modelo elasto-viscoplástico implementado no código de elementos finitos *CODE\_BRIGHT (COupled DEformation, BRIne, Gas and Heat Transport)*, para simular a evolução das regiões de perda de suporte no entorno das escavações, levando em consideração o efeito do tempo;
- Elaborar modelos em elementos finitos de escavações subterrâneas para analisar como o modelo elasto-viscoplástico pode contribuir na previsão dos deslocamentos, levando em consideração o tempo de exposição, sem suporte do realce;

- Definir as variáveis que servirão como indicadores de instabilidade das paredes dos realces para as análises dos resultados das simulações;
- Analisar via modelagem numérica, a influência do tempo de exposição no comportamento dos indicadores de instabilidade, em função do parâmetro viscoso do modelo adotado;
- Definir os indicadores que melhor representam as regiões instáveis provocadas pela escavação de maciços rochosos, em situações realísticas;
- Avaliar a acurácia e as restrições de aplicação do modelo elasto-viscoplástico na previsão da diluição de um realce de lavra, ao longo do tempo, através de casos reais de lavra.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A tese encontra-se organizada em oito itens:

No item 1 foi realizada uma introdução ao tema abordado e uma contextualização do problema enfatizando a importância de soluções numéricas para o entendimento do fator tempo na instabilidade de escavações subterrâneas. Foram descritos os objetivos e a abordagem metodológica do trabalho de pesquisa para alcançar os objetivos propostos. E por fim, foi descrita uma visão geral da tese para o entendimento do trabalho de pesquisa como um todo.

No item 2 foi descrita a metodologia utilizada neste trabalho.

No item 3 foi descrito um levantamento bibliográfico que contempla o entendimento sistemático dos métodos de lavra subterrâneo e os problemas de instabilidade das aberturas de lavra que ocorrem no método de abertura por subníveis. Destacando os fatores que influenciam a estabilidade dos realces e abordando as metodologias utilizadas na mineração para os seus dimensionamentos.

O item 4 é dedicado a descrição da formulação do modelo contendo uma revisão sobre a estrutura da teoria da plasticidade, os critérios de plastificação e a estrutura do modelo elasto-viscoplastico usados na simulação.

O item 5 apresenta um caso sintético de aplicação do modelo elasto-viscoplástico, onde foi observado o comportamento dos indicadores de instabilidade no decorrer do tempo em função dos parâmetros do maciço rochoso.

O item 6 discorre sobre a aplicação e discussão da metodologia aplicada em um caso real de deslocamento no teto de um realce, com intuito de verificar a aplicabilidade do modelo elasto-viscoplastico.

O item 7 trata-se da aplicação do modelo em um caso real de extração de um realce escavado pelo método de lavra de abertura por subníveis que serviu para correlacionar a previsão da diluição obtida na simulação com os resultados reais ocorridos no realce, além de verificar o efeito do tempo de exposição na instabilidade das paredes do realce.

No item 8 são apresentadas as conclusões sobre a aplicabilidade e importância prática do modelo elasto-viscoplástico na previsão dos deslocamentos das paredes do realce ao longo do tempo de exposição, e proposição para trabalhos futuros.

## 2 METODOLOGIA

Nesta tese foi utilizada modelagem numérica via métodos dos elementos finitos (MEF) para prever a estabilidade dos realces de lavra, provenientes do método de Aberturas por Subníveis, com intuito de analisar o efeito do tempo na sua estabilidade.

Para simular as deformações dependentes do tempo, foi utilizado o modelo elasto-viscoplástico, com critério de plastificação de Mohr-Coulomb, obedecendo a lei bilinear de softening, e regularização viscosa da plasticidade através do modelo de Perzyna com estrutura baseada na teoria da plasticidade.

Foram elaborados modelos em elementos finitos, que proporcionaram a análise através do estado plano de deformação, de três indicadores de instabilidade, os deslocamentos, as regiões de desconfinamento, e as deformações plásticas desviadoras. Os modelos representam seções bidimensionais perpendiculares à escavação, e localizada no centro do realce.

Três cenários foram avaliados, um caso sintético e dois casos reais, definidos como Caso 01 – Sintético, Caso 02 – Desplacamento, e Caso 03 – Diluição de um Realce.

O Caso 01 foi elaborado com o objetivo de verificar o comportamento dos indicadores de instabilidade em função dos parâmetros de entrada do modelo elasto-viscoplástico. Foram realizados três blocos de simulações, totalizando 17 simulações para análise dos três indicadores citados. No primeiro bloco, os indicadores foram analisados em função do parâmetro viscoso de Perzyna. No segundo foram avaliados em função do coeficiente de Poisson, e no terceiro bloco, em função dos parâmetros de resistência do maciço rochoso.

O Caso 02 trata-se de um caso real de um deslocamento ocorrido no teto do realce da mina subterrânea de zinco da Nexa Resources, localizada no município de Vazante, Minas Gerais, Brasil. Os deslocamentos foram registrados pelo levantamento de cavidades da mina em um período de sete meses, cujos dados foram enviados pela empresa, e tratados no LCGM, para elaboração do modelo em elementos finitos e a realização das simulações. O caso foi escolhido por possuir dados que proporcionam a avaliação dos indicadores ao longo do tempo, identificando os que melhor representam os deslocamentos, além de definir alguns limites de aplicabilidade do modelo.

O caso 03 foi elaborado a partir de um caso real de extração de um realce de lavra pelo método de aberturas por subníveis na mesma mina do caso 02. Sua escolha ocorreu devido a disponibilidade de dados precisos sobre sua geometria e diluição, descrito em

Charbel (2015). Nele foi possível constatar a precisão da diluição não planejada, obtidas pelos indicadores de instabilidade analisados, e seu comportamento ao longo do tempo.

O dano indicado pelas regiões de baixo confinamento no entorno dos realces, foi analisado através do comportamento da tensão principal menor, cuja medida linear da parede da escavação até o contorno de isovalores da tensão principal menor igual a zero ( $\sigma_3 = 0$ ), semelhante ao valor do ELOS definido por Clark (1998). O dano indicado pelas deformações plásticas desviadoras, foi determinada pela distância da parede da escavação até o alcance de sua ocorrência. E o alcance do dano indicado pelos deslocamentos, é medida linear da parede da escavação até o contorno de isovalores que representem os deslocamentos inadmissíveis para o maciço rochoso em questão.

Os modelos numéricos foram gerados de acordo com a geometria da seção obtida no centro dos realces, cujas malhas de elementos finitos foram geradas utilizando o *software* livre GMHS. Em seguida, códigos em Matlab foram desenvolvidos para gerar os arquivos de entrada do CODE BRIGTH (*COupled DEformation, BRIne, Gas and Heat Transport*), que é um código de elementos finitos *in house* desenvolvido em Fortran para modelar processos termo-químico-hidro-mecânico de forma acoplada em meios geológicos.

A visualização dos dados relacionados à simulação numérica, foi realizada pelo software comercial GID, com uma interface gráfica interativa, possibilitando vários tipos de análise.

### 3 LAVRA SUBTERRÂNEA

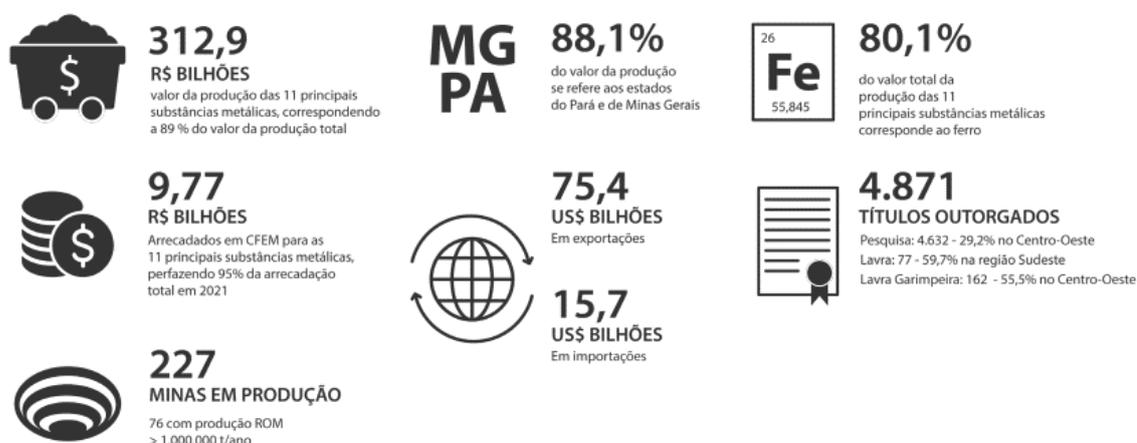
#### 3.1 CENÁRIO DA MINERAÇÃO SUBTERRÂNEA NO BRASIL

Desde o século XVII, o Brasil vem explorando seus recursos minerais, mas foi a partir do final do século XIX, que foram utilizadas técnicas de mineração subterrânea para extração de ouro, em Minas Gerais, com abertura da Mina de Passagem, em Mariana, no ano de 1818, e da Mina Velha da Saint John Del Rey Mining Co, em Nova Lima, em 1834, permanecendo ativas até meados do século XX. Na década de 1960, foi aplicado com sucesso o método de lavra por subníveis, com posterior enchimento dos realces em veios estreitos das minas pelo Grupo Penarroya de Boquira, na Bahia e Plumbum, em Panelas no Paraná, alcançando-se elevadas taxas de recuperação na lavra, representando um importante avanço nas lavras subterrâneas (Germany, 2002).

No final dos anos 70, foi aplicado com êxito o primeiro método de lavra subterrânea de alta produtividade nas minas de Cromita da Ferbasa no Município de Andorinha-BA, empregando-se o método de abatimento por subníveis (*sublevel caving*). No início dos anos 80, a Petrobras implantou a moderna mina de Taquari – Vassouras nos municípios de Rosário do Catete, Capela e Carmópolis no estado de Sergipe, aplicando o método de câmaras e pilares. No final dos anos 90, a mina Caraíba, na Bahia, implantou o projeto de aprofundamento da mina subterrânea de 500 para 800 metros abaixo da superfície, aplicando pela primeira vez, no Brasil, as variantes do método de abertura por subníveis, o *Vertical Crater Retreat* (VCR) e o *Modified Vertical Retreat* (VRM), nos quais, os realces são preenchidos com pasta de rejeito, possibilitando a lavra dos pilares, atingindo uma recuperação do minério em torno de 80% (Germany, 2002).

De acordo com o Anuário Mineral Brasileiro de 2021, as principais substâncias metálicas no cenário mineral são: Alumínio, Cobre, Cromo, Estanho, Ferro, Manganês, Nióbio, Níquel, Ouro, Vanádio e Zinco. Estas substâncias correspondem a cerca de 80% do valor total da produção mineral brasileira. A Figura 2 mostra um resumo da produção mineral brasileira de 2021.

Figura 2 - Cenário da produção mineral brasileira em 2021



Fonte: Anuário Mineral Brasileiro (2022).

A Figura 3 mostra o porte e a modalidade das minas em operação no Brasil no ano de 2021, com 227 minas em operação, sendo 195 a céu aberto e 29 subterrâneas. São consideradas minas de grande porte, as que tiveram produção bruta (ROM) anual maior que 1.000.000 toneladas; as minas de médio porte as que tiveram produção bruta (ROM) entre 100.000 toneladas e 1.000.000 toneladas; e as de pequeno porte, as que tiveram uma produção anual bruta de ROM entre 10.000 toneladas até 100.000 toneladas.

Figura 3 - Porte e modalidade de lavra das minas no Brasil em 2021

Substância	Grandes			Médias			Pequenas			Subtotal			Total
	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	
<b>Brasil</b>	<b>68</b>		<b>8</b>	<b>66</b>		<b>16</b>	<b>61</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>195</b>	<b>1</b>	<b>29</b>	<b>227</b>
Alumínio (Bauxita)	4			8			19			31			31
Cobre	4		1	2		2	1			7		3	10
Cromo			1	1			1			2		1	3
Estanho	5			8			4			17			17
Ferro	46			26			10			82			82
Manganês				4		1	12			16		1	17
Nióbio	3									3			3
Níquel	3						1			4			4
Ouro*	4		4	16		13	13	1	5	33	1	22	56
Vanádio	1									1			1
Zinco			2	1						1		2	3

Fonte: Anuário Mineral Brasileiro (2021).

### 3.2 MÉTODOS DE LAVRA SUBTERRÂNEA

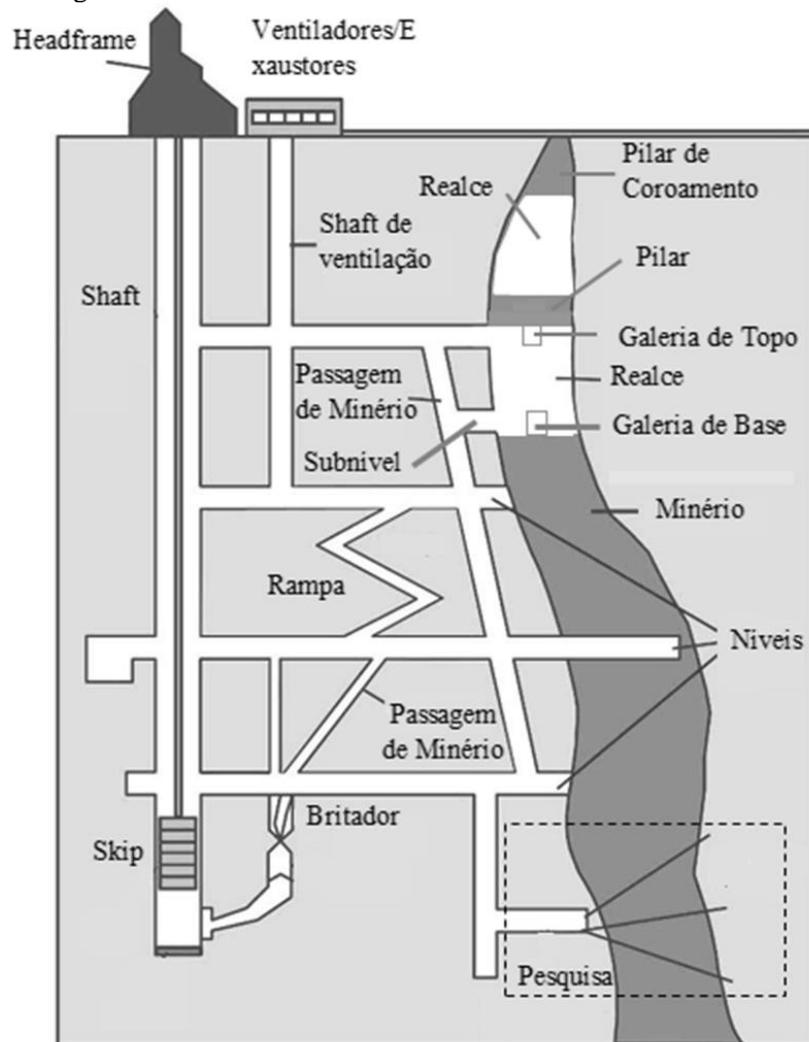
Os corpos de minério ocorrem na natureza com as mais variadas formas geométricas possíveis. O método de lavra a céu aberto pode ser aplicado a qualquer configuração do corpo mineral, já os métodos de lavra subterrâneos foram desenvolvidos em resposta aos requisitos da geometria do corpo e as propriedades geomecânicas do minério e da rocha encaixante (Vergne, 2000).

A extração do minério em subsolo consiste em desenvolver três tipos de escavações, as galerias e poços permanentes que ligam a superfície aos níveis de acesso da zona mineralizada, galerias de transporte e travessas ao longo dos níveis, e os realces de lavra. A Figura 4 apresenta um layout esquemático de uma mina subterrânea ilustrando os tipos de escavações, formatos e tamanhos necessários para o processo de mineração, que independentemente, do método de lavra utilizado possuem semelhanças entre as funções e os desempenhos geomecânicos exigidos dos diferentes tipos de escavação (Brady; Brown, 2004).

As galerias, rampas, poços e travessas fazem parte da etapa de desenvolvimento da mina com objetivo de passagem de pessoas e transporte de minério e preparação para abertura dos realces. As escavações dos realces compreendem a operação de extração do minério, proporcionando aberturas de grandes dimensões ao longo do corpo de minério, exercendo grande influência no desempenho geomecânico dos realces e da mina como um todo.

O pré-requisito básico da mecânica das rochas no projeto de mineração subterrânea é garantir que as aberturas permanentes se mantenham estáveis durante toda vida útil da mineração. Tal pré-requisito pode ser expresso com a necessidade de localizar as escavações relevantes e estruturas associadas em locais cujos deslocamentos e deformações induzidas no maciço rochoso estejam dentro de magnitudes aceitáveis, desta forma a formulação do layout completo de uma mina deve evoluir a partir da consideração das consequências geomecânicas do método selecionado para recuperar o minério (Brady; Brown, 2004).

Figura 4 - Infraestrutura básica de uma mina subterrânea

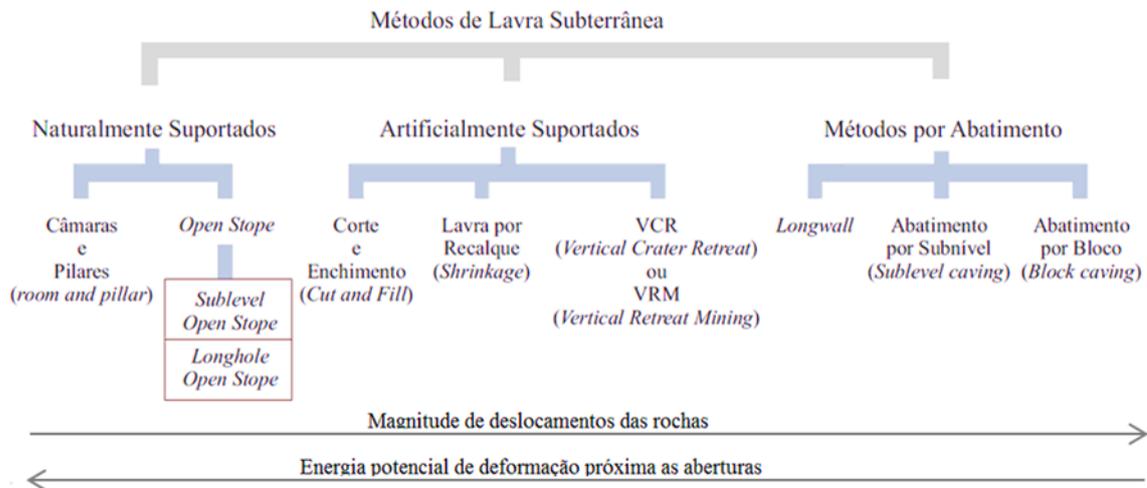


Fonte: Modificada de Brady e Brown, (2004).

Um método de lavra consiste em uma sequência de operações que são executadas repetidamente dentro e ao redor dos blocos de produção em que um corpo de minério é subdividido. Os métodos de lavra envolvem diferentes técnicas de execução das operações unitárias da lavra, de acordo com as propriedades geométricas, geomecânicas, geológicas e econômicas do depósito, influenciando diretamente no planejamento da mina (Brady; Brown, 2004).

Apesar da dificuldade de se categorizar os métodos de lavra subterrânea, a classificação mais aceita é a proposta por Brady e Brown (2004), relacionando os métodos de acordo com as magnitudes dos deslocamentos do maciço rochoso provocados por cada layout de mineração, divididos basicamente em três grandes classificações: naturalmente suportados, suportados artificialmente e por abatimento, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - Classificação dos métodos de mineração subterrânea de acordo com resposta do maciço rochoso associada à mineração



Fonte: Brady e Brown (2004).

Nos métodos naturalmente suportados os realces são desenvolvidos de tal forma que a magnitude dos deslocamentos no maciço rochoso seja minimizada, proporcionando estabilidade local e regional da mina, em um arranjo no qual os pilares exercem um papel fundamental na contenção e estabilidade do maciço. Exemplos clássicos dos métodos são: câmaras e pilares aplicados a corpos minerais tabulares e horizontalizados, e o método de aberturas por subníveis (*sublevel open stope*) aplicado a corpos minerais verticalizados.

Os métodos suportados artificialmente são caracterizados pela necessidade de se estabilizar os deslocamentos proporcionados pela abertura dos realces de lavra, com materiais para enchimento dos realces, exercendo um papel de suporte artificial contribuindo para estabilidade local e regional da mina. O suporte consiste em preencher os realces com *backfill*, de acordo com o sequenciamento determinado pelo planejamento da mina.

De acordo com Vergne (2000) o *backfill* é o todo material de preenchimento das aberturas, classificadas em vários tipos como: *Rock fill*, *Cemented Rock Fill (CRF)*, *Hydraulic fill*, *CHF (normal and high density)*, *concrete fill*, *paste fill* e *ice fill (permafrost regions)*.

Nos métodos por abatimento, os realces são abertos prevendo o abatimento do minério e da rocha encaixante como parte integrante do processo de extração. Caracterizado por grandes deslocamentos do maciço rochoso, as cavidades mineradas tornam-se auto preenchíveis à medida que são lavradas, ocasionando regiões de subsidências que atingem a superfície em ordem crescente de magnitude de deslocamento do maciço. Os métodos de

lavra básicos a serem considerados nesta categoria são os métodos de Abatimento por Subníveis, Abatimento por Blocos e o *longwall* (Brady; Brown, 2004).

As análises realizadas nesta tese abordam casos característicos do método de lavra subterrâneo de Aberturas por Subníveis (*Sublevel Open Stope*), classificado como naturalmente suportado, e caracterizado por pequenas magnitudes de deslocamentos e elevada energia potencial de deformação, que será apresentado a seguir.

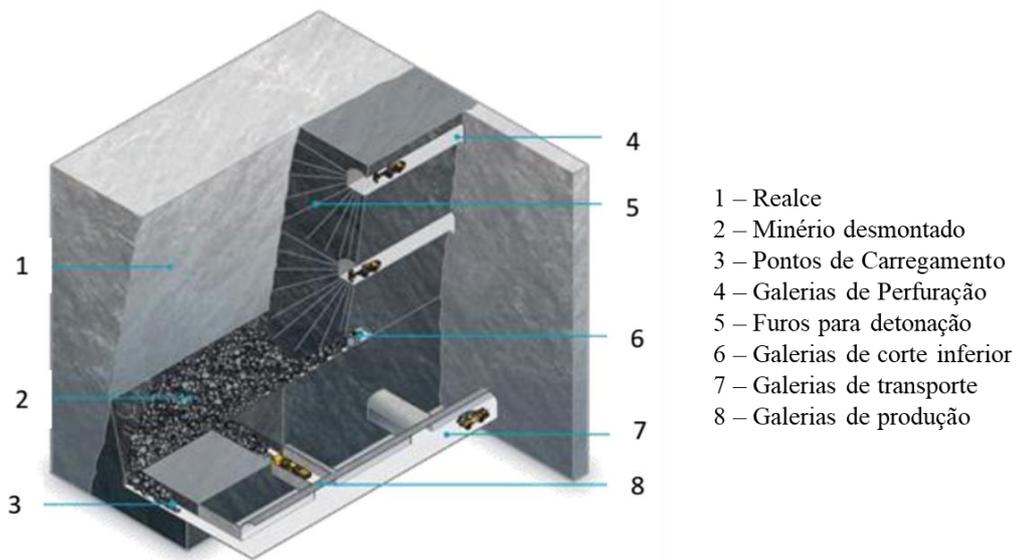
### 3.3 MÉTODO DE LAVRA DE ABERTURAS POR SUBNÍVEIS

O método de abertura por subníveis é um dos métodos mais utilizados na mineração subterrânea de minerais metálicos, caracterizado pelo baixo custo, alta recuperação, alta produtividade, com boa segurança operacional. Aplicado na extração de corpos de minério maciços ou tabulares com rochas encaixantes competentes com poucas restrições quanto à forma e tamanho das aberturas. Novas tecnologias de perfuração e desmonte possibilitaram a abertura de realces com grandes dimensões de forma bastante eficiente, tornando o método de mineração subterrânea de menor custo disponível atualmente (Dzimunya; Radhe; William, 2018; Villaescusa, 2014).

A abertura por subníveis permite uma alta produtividade e intenso grau de mecanização, possibilitada pelo desenvolvimento da tecnologia de perfuração de grandes diâmetros. Utiliza faces livres verticais e horizontais para realização dos desmontes de furos longos verticais paralelos ou em forma de leque, podendo ser realizados de forma descendente e/ou ascendente, conforme ilustrado na Figura 6.

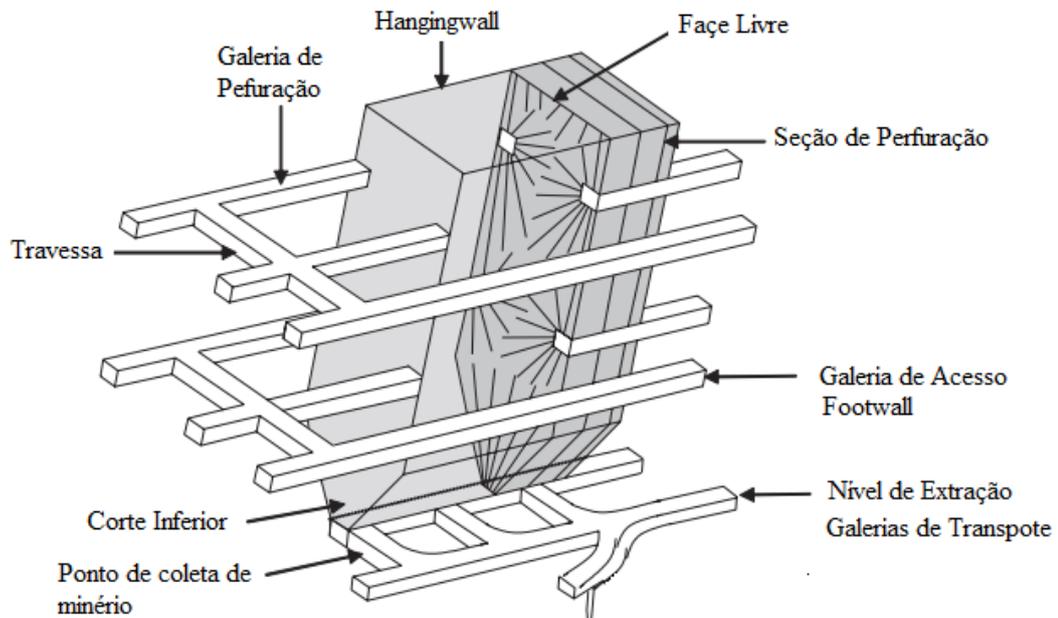
Geometricamente duas disposições básicas da câmara em relação ao corpo de minério são possíveis, a longitudinal e a transversal. A disposição longitudinal é usada para corpos de minério estreitos, geralmente com menos de 15 metros, com mergulho acentuado e face livre paralela ao corpo de minério, a Figura 7 mostra o layout esquemático com desenvolvimento das câmaras longitudinal ao corpo, e com todas as feições e desenvolvimentos necessários para lavra. Para corpos de minério largos, os realces são orientados perpendicularmente ao avanço da lavra com pilares deixados entre os realces conforme ilustrado na Figura 8 (Brady; Brown, 2004).

Figura 6 - Geometria do método de lavra de Abatimento por Subnível



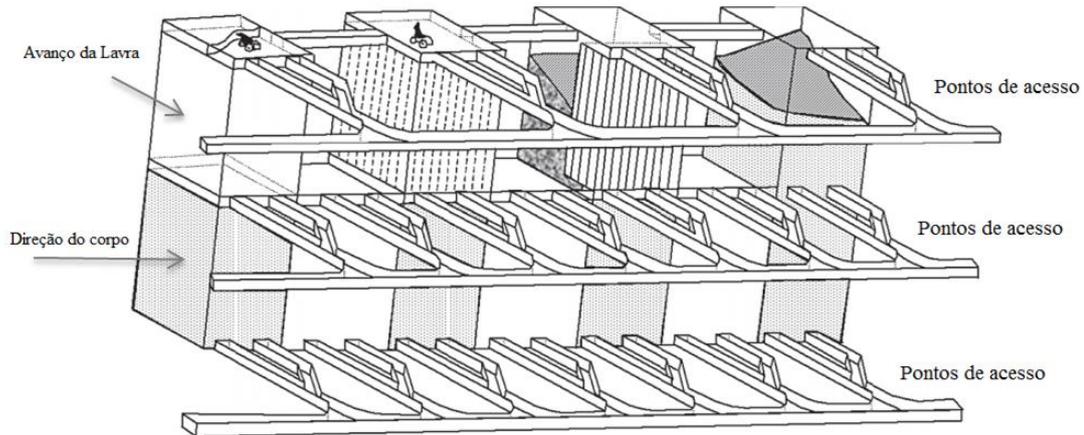
Fonte: Atlas Copco (2014)

Figura 7 - Desenho esquemático de um realce aberto pelo método de aberturas por subnível com desenvolvimento de lavra longitudinal



Fonte: Modificada de Villaescusa (2014).

Figura 8- Disposição transversal do realce em relação ao corpo de minério



Fonte: Modificada de Villaescusa (2014)

O desmonte do minério é realizado através de detonações com uso de explosivo em bancadas verticais, iniciando pela abertura de uma face livre na extremidade do realce, seguida da detonação dos leques de perfuração com o minério caindo para os pontos de carregamento.

O desenvolvimento tecnológico alcançado atualmente permite a aplicação bem sucedida deste método em situações geológicas e de mineração mais complexas, sendo necessária uma maior compreensão do método com intuito de facilitar as configurações de acesso e otimização da sequência de extração dos realces, levando a uma maior recuperação de minério e maior controle na diluição (Villaescusa, 2014).

Desta forma, algumas variantes foram desenvolvidas para uma prática mais segura e rentável, adaptadas a cada situação. Um maciço rochoso potencialmente instável nos limites da escavação pode passar por um processo de reforço com parafusos e cabos que exercem um controle dos deslocamentos nos limites do realce. Outro método de contenção bastante utilizado é o *backfill*, que é uma técnica de retropreenchimento dos realces vazios, cuja composição é desenvolvida na mina, e devem garantir a estabilidade geral da mina.

O enchimento tem efeito considerável na resistência da estrutura rochosa, apoiando pilares e fornecendo as condições de lavra dos mesmos. A preservação da estrutura rochosa da mina minimiza efeitos indesejáveis como explosões de rochas espontâneas (*rockbursts*) e diluição não planejada. A prática de enchimento de realces é muito difundida nas minas de minerais metálicos, e provou ser um suporte eficiente, acarretando maior estabilidade geral da mina, maximizando a recuperação do minério na lavra, além de utilizar o rejeito gerado no processamento do minério, o que o torna bastante atraente devido ao impacto ambiental proporcionado pela redução da quantidade de rejeitos descartado pela planta de processamento.

da mina. Seu custo de capital é alto, mas os custos operacionais são relativamente moderados (Emad; Mitri; Kelly, 2015).

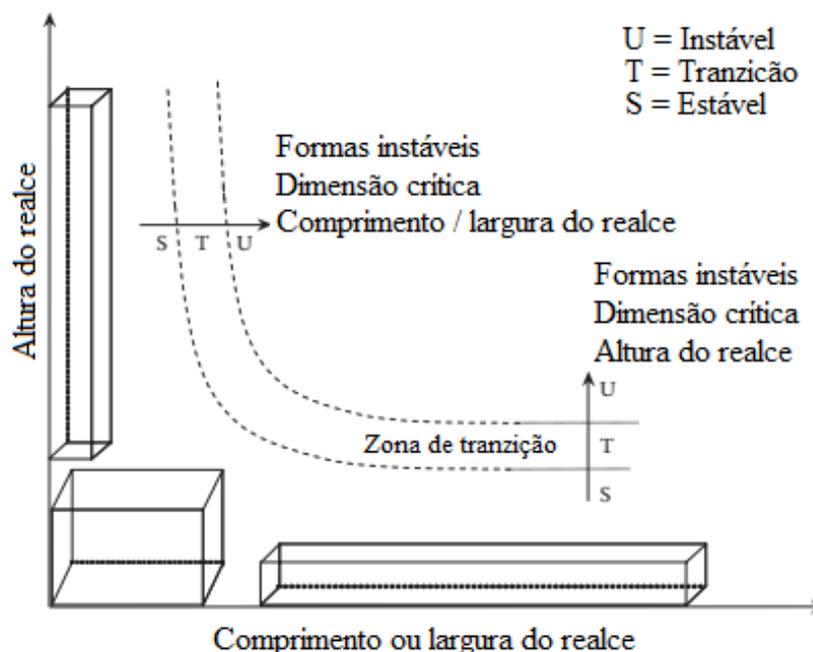
### 3.4 FATORES QUE AFETAM A ESTABILIDADE DOS REALCES

Os realces devem se ajustar a tamanhos e formatos que satisfaçam aos critérios de estabilidade, e os requisitos de produção da mina. Vários fatores afetam a estabilidade das paredes das escavações e devem ser analisados na etapa de projeto.

#### 3.4.1 Geometria

O efeito da geometria da escavação pode ser observado conforme ilustrada na Figura 9, onde a experiência mostra que, em geral, é possível alcançar a estabilidade da parede do realce com diluição mínima criando aberturas com dimensões verticais altas e horizontais curtas. A estabilidade também pode ser alcançada formando aberturas com dimensões horizontais longas e verticais curtas. A geometria menos eficaz são os realces de formato quadrado em termos de volumes potencialmente instáveis (Villescusa, 2014).

Figura 9 - Formas estáveis para o método de aberturas por subníveis



Fonte: Modificada de Villescusa (2014).

Os realces de lavra escavados pelo método de lavra de aberturas por subníveis, geralmente possuem grandes dimensões em suas alturas e comprimentos com inclinação que acompanha o mergulho do corpo de minério. Isso significa dizer que as paredes laterais denominadas *hangingwall* e *footwall* são geralmente as maiores superfícies do realce, o que significa maiores instabilidade devido aos grandes vãos (Wang, 2004).

A avaliação da estabilidade das paredes dos realces leva em consideração a qualidade do maciço rochoso e a geometria da face analisada. Um dos métodos mais aplicados na mineração é o Método Gráfico de Estabilidade, desenvolvido por Mathews (1981), e modificado por Potvin (1988), Potvin e Milne (1992) e Nickson (1992). Trata-se de um método empírico que relaciona a classificação do maciço rochoso com a geometria da parede analisada. Devido às geometrias complexas das paredes dos realces, foi introduzido o conceito de raio hidráulico, que é definido pela razão entre área da superfície e o seu perímetro, inserindo o fator geométrico da face na análise da estabilidade.

### **3.4.2 Resistência do Maciço Rochoso**

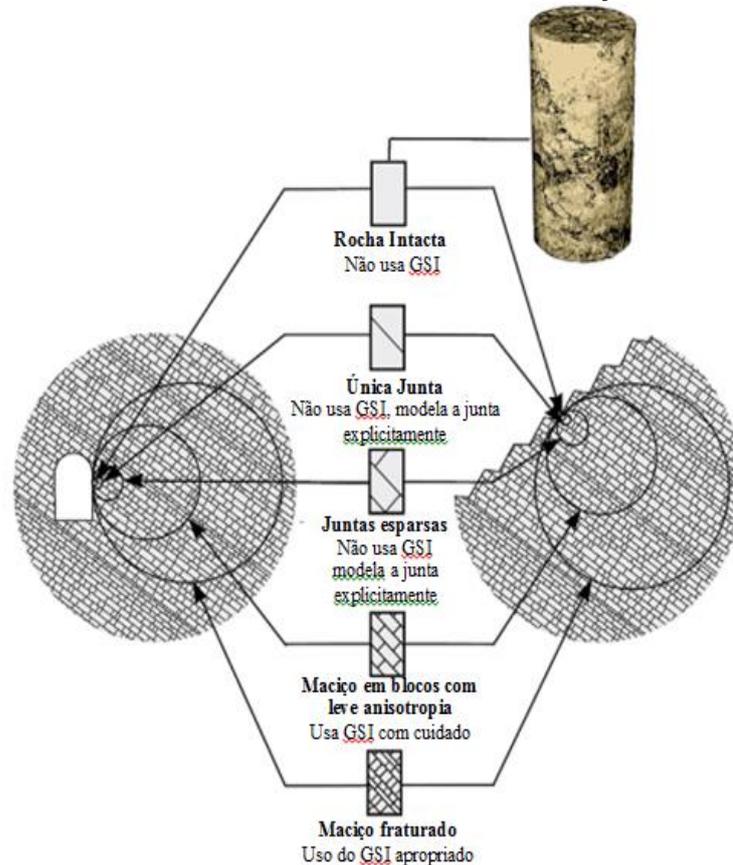
A resistência do maciço rochoso depende da escala e da estrutura geológica envolvida na escavação. As descontinuidades contidas nos maciços rochosos proporcionam estruturas distintas. A combinação de falhas, cisalhamentos e diques de baixa resistência, podem fornecer superfícies de falhas quando interceptados pelas paredes do realce (Villescusa, 2014).

O comportamento do maciço está condicionado a sua estrutura. Quando o maciço não possui descontinuidades, a estabilidade estará ligada ao comportamento da matriz rochosa. No caso de existir descontinuidades únicas ou um pequeno número de descontinuidades, a estabilidade envolve o problema de equilíbrio de blocos de rocha formado pela intercessão das descontinuidades com as paredes dos realces, podendo provocar grandes deslizamentos. No caso do maciço rochoso ser um conjunto de blocos discretos, a relação força de cisalhamento e deslocamento normal nos contatos é de grande importância neste caso (Brady; Brown, 2004; Villescusa, 2014).

Às vezes é necessário considerar a resposta global de um maciço rochoso fraturado no qual o espaçamento das descontinuidades é pequeno na escala do domínio do problema. Técnicas de caracterização de maciço rochoso podem ser usadas para estimar as constantes que relacionam tensões e deformações elástica, tensões de escoamento e o comportamento pós-pico da rocha fraturada (Brady; Brown, 2004).

A Figura 10 ilustra a transição da rocha intacta para um maciço rochoso fraturado com o aumento do tamanho da região envolvida, onde o modelo a ser aplicado dependerá do tamanho da escavação em relação à estrutura.

Figura 10 - Efeitos de tamanho da amostra na caracterização de maciços rochosos



Fonte: (Hoek e Brown, 2018).

Para o projeto de escavação subterrânea a determinação dos parâmetros de entrada, como módulo de deformação e parâmetros de resistência para modelagem numérica, pode ser determinada a partir de ensaios e *in situ*, ou aplicar os sistemas de classificação geomecânica, como: RQD, Rock Mass Rating (RMR), Q e Geological Strength Index (GSI). O RMR e o Q são amplamente utilizados para projeto de suporte de rocha e o GSI mais utilizado para determinar os parâmetros de projeto.

O modelo proposto por Hoek e Brown (1980) é um critério de ruptura empírico não linear que incorpora tanto as características da matriz rochosa quanto das discontinuidades, através do índice de resistência geológica (GSI). O GSI foi introduzido por Hoek (1994) e Hoek *et al.* (1995), como uma ferramenta para coletar informações da estrutura do

maciço e estimar suas constantes  $m_i$ ,  $s$  e  $a$  para utilização no critério de Hoek-Brown, definido, em sua forma generalizada, pela Equação (1).

O critério parte das propriedades da rocha intacta, definidas através de ensaios de laboratório, e em seguida, introduzidos fatores que penalizam estas propriedades, baseadas nas características das descontinuidades existentes no maciço. O critério de Hoek-Brown para maciços rochosos é amplamente aceito e tem sido aplicado em muitos projetos de mineração pelo mundo (Hoek; Brown, 2018).

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma'_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

Onde:  $m_b$ ,  $s$  e  $a$  são as constantes do maciço rochoso, definidas de acordo com as Equações (2), (3) e (4).

$$m_b = m_i \exp \left( \frac{GSI - 100}{28 - 14D} \right) \quad (2)$$

$$s = \exp \left( \frac{GSI - 100}{9 - 3D} \right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{\frac{GSI}{15}} e^{-\frac{20}{3}} \right) \quad (4)$$

A resistência à compressão uniaxial e resistência a tração, são obtidas fazendo  $\sigma'_3 = 0$ , na Equação (1), obtendo a Equação (5), e para fins práticos Hoek e Martin (2014) propuseram um corte na tração baseado no critério de ruptura de Griffith proposta por Fairhurst (1964), conforme Equação (06).

$$\sigma_c = \sigma_{ci} \cdot s^a \quad (5)$$

$$\frac{\sigma_{ci}}{|\sigma_t|} = 0.81m_i + 7 \quad (6)$$

O módulo de deformação de um maciço rochoso é um parâmetro de entrada importante em qualquer análise do comportamento do maciço. Os testes de campo para determinar este parâmetro diretamente são demorados, caros e a confiabilidade dos resultados às vezes é questionável. Vários autores propuseram relações empíricas para estimar o valor do

módulo de deformação de uma massa rochosa isotrópica com base em esquemas de classificação como o Rock Mass Rating (RMR) proposto por Bieniawski, (1973), o Tunneling Quality Index (Q) proposto por Barton, Lien e Lunde (1974) e o Índice de Força Geológica (GSI), proposto por Hoek e Brown (1997).

A Tabela 1 lista uma série de proposições para obtenção do modo de deformabilidade do maciço rochoso de vários autores.

Tabela 1 - Estimativa empírica do módulo de deformabilidade do maciço rochoso

RELAÇÃO EMPÍRICA	AUTORES
$E_{mr} = 2RMR - 100$	(BIENIAWSKI, 1978)
$E_{mr} = 10^{(RMR - \frac{10}{40})}$	(SERAFIM e PEREIRA, 1983)
$E_{mr} = E_i / 100 (0.0028RMR^2 + 0.9 \exp \exp \left( \frac{RMR}{22,82} \right)), E_i = 50 \text{ GPa}$	(NICHOLSON e BIENIAWSKI, 1990)
$E_{mr} = E_i (0,5(1 - \cos(\frac{\pi RMR}{100}))$	(MITRI, R e HENNING, 1994)
$E_{mr} = 0,1(RMR/10)^3$	(READ, RICHARDS e PERRIN, 1999)
$E_{mr} = 7(\pm 3)\sqrt{Q'}, Q' = 10((RMR - 44)/21)$	(DIEDERICHS e KAISER, 1999)
$E_{mr} = 10Q_c^{1/3}, Q_c = Q\sigma_{ci}/100$	(BARTON, 2002)
$E_{mr} = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \times 10^{\frac{(RMR-10)}{(40)}}, \sigma_{ci} \leq 100 \text{ MPa},$ $E_m(\text{GPa}) = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \cdot 10^{\frac{(GSI-10)}{40}}, \sigma_{ci} > 100 \text{ MPa}$	(HOEK, CARRANZA-TORRES e CORKUM, 2002)
$E_{mr} = E_i (s^a)^{0,4}, E_i = 50 \text{ GPa}, s = \exp((GSI - 100)/9)$ $a = \frac{1}{2} + 1/6(\exp \exp \left(-\frac{GSI}{15}\right) - \exp \exp \left(-\frac{20}{3}\right))$	(SONMEZ, GOKCEOGLU e ULUSAY, 2004)
$E_{mr} = E_i s^{1/4}, s = \exp\left(\frac{GSI-100}{9}\right)$	(CARVALHO, 2004)

Fonte: Hoek e Diederichs (2006).

A determinação do ângulo de atrito e coesão do maciço rochoso pode ser obtida ajustando uma relação linear média à curva gerada pela solução da Equação 01 para uma faixa de valores de tensão principais menores definidos por  $\sigma_t < \sigma_3 < \sigma_{3\max}$ , que são definidas para cada caso de aplicação, seja para taludes ou túneis. O processo de ajuste envolve o equilíbrio

das áreas acima e abaixo da envoltória de Mohr-Coulomb, resultando nas equações (7) e (8) para o ângulo de atrito  $\phi'$  e a coesão  $c'$  (Hoek *et al.*, 2002).

$$\phi = \sin^{-1} \left[ \frac{6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (7)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-2a)m_b \sigma'_{3n}] (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{(1-a)(2+a) \left( 1 + \frac{(6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1})}{(1-a)(2+a)} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

Onde:

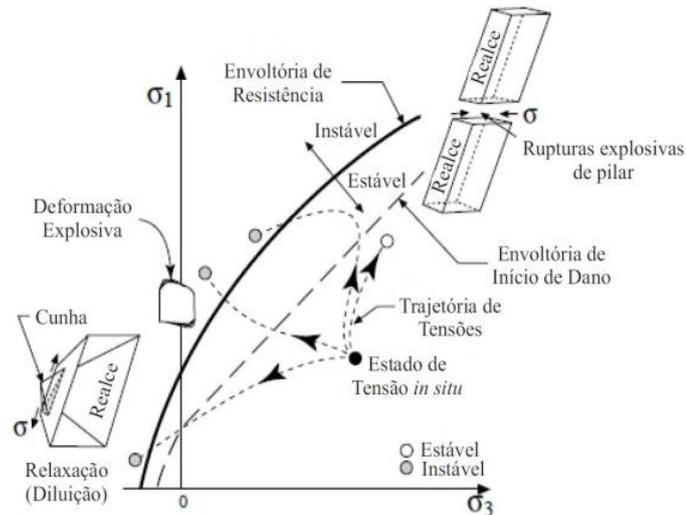
$$\sigma_{3n} = \frac{\sigma'_{3max}}{\sigma_{ci}} \quad (9)$$

### 3.4.3 Estado Tensional

O maciço rochoso em profundidade encontra-se sujeita as tensões resultantes do peso das rochas sobrejacentes e de tensões de origem tectônica. A partir do momento que é escavada o campo de tensões é interrompido localmente, e é induzido um novo conjunto de tensões na rocha ao redor da abertura. Sendo de fundamental importância o conhecimento das magnitudes e direções das tensões induzidas, podendo estas exceder a resistência da rocha com graves consequências na estabilidade das aberturas subterrâneas (Hoek; Kaiser; Bawden, 1988).

Os caminhos potenciais de tensão em torno de uma abertura subterrânea são ilustrados na Figura 11, mostrando que para a maioria dos caminhos, a massa de rocha é fundamentalmente descarregada, e sugere que a falta de confinamento está associada à diluição no realce. O comportamento do maciço rochoso fraturado é significativamente controlado pelo confinamento, o que não ocorre em um maciço rochoso de boa qualidade com fraturas de baixa continuidade, a menos que ocorra o crescimento de novas fraturas tornando a estrutura do maciço cinematicamente instável (Martin *et al.*, 1999).

Figura 11 – Ilustração das possíveis trajetórias de tensões próximas à abertura subterrânea



Fonte: Martin *et al.* (1999).

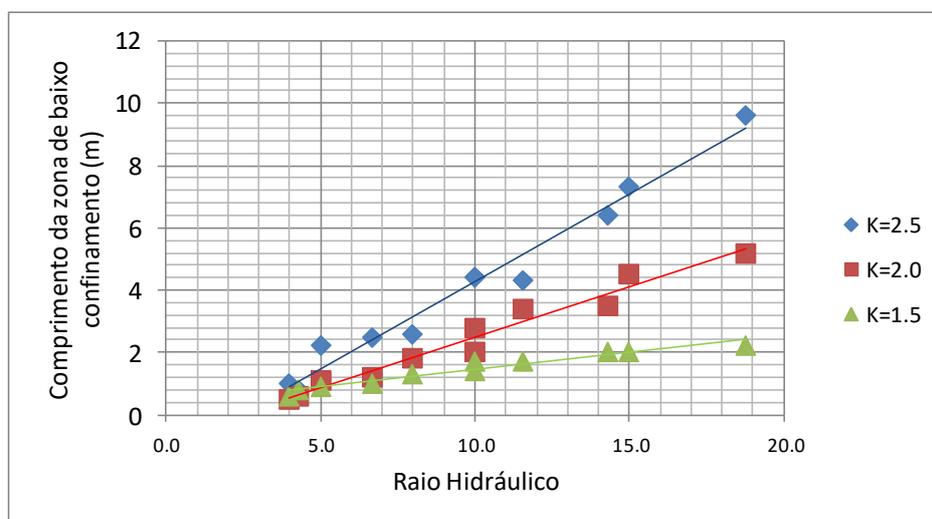
A instabilidade da parede suspensa (*Hangingwall*) é influenciada pelo tamanho da zona de relaxamento de tensões. Com as baixas tensões de confinamento, o maciço rochoso fraturado pode cair em direção ao vazio devido à força gravitacional. No entanto, o tamanho da zona de desconfinamento de uma parede está relacionado com as tensões *in situ*, influenciando de forma significativa sua estabilidade (Wang, 2004).

Uma das primeiras soluções para distribuição bidimensional de tensões em torno de uma abertura foi publicada por Kirsch (1898) para uma abertura circular bidimensional em um corpo elástico infinitamente longo. Mostrando que a magnitude das tensões ao redor da abertura está relacionada com a magnitude de um campo de tensões distante, a razão entre a tensão horizontal e vertical ( $K$ ) e as dimensões da abertura.

Wang (2004) avaliou numericamente, a zona de desconfinamento no centro do *hangingwall* de realces em função do estado tensional e sua geometria. O tamanho da zona de relaxamento está diretamente relacionado à razão do estado de tensão *in situ* ( $\sigma_1/\sigma_3$ ) ao invés das suas magnitudes.

No gráfico da Figura 12, observa-se o resultado de 11 simulações realizadas por Wang (2004), com geometrias distintas, que resultaram em uma correlação positiva entre o raio hidráulico e os estados de tensão *in situ*, considerados.

Figura 12– Comprimento da zona de baixo confinamento no centro do *Hangingwall* versus Raio Hidráulico



Fonte: Wang (2004).

Nos resultados percebe-se também a sensibilidade do alcance da zona de baixo confinamento ( $\sigma_3=0$ ), para cada estado de tensão, deixando clara a influencia do estado tensional no alcance da zona de baixo confinamento, e consequentemente, na estabilidade e diluição do realce.

### 3.4.4 Influência da Detonação

A detonação é o primeiro processo de cominuição do maciço rochoso para liberação do minério, ao projetar uma detonação, devem-se definir os objetivos e requisitos que satisfazem o planejamento da produção, como: fragmentação da rocha, metas de produtividade, disponibilidade e segurança. Além de minimizar os danos causados ao maciço remanescente, que impactam no processo de diluição não planejada (Onederra; Chitombo, 2008).

O dano causado ao maciço rochoso pela detonação refere-se a qualquer degradação da resistência da rocha remanescente devido à presença de novas fraturas, cisalhamento e extensão dos planos de fraqueza. Existem duas formas das detonações provocarem danos nas paredes dos realces. A primeira é devido ao mecanismo de ruptura que o explosivo provoca no maciço, e a segunda é devido à operacionalização da etapa de perfuração, que implica em desvios de perfuração e deslocamentos dos leques de perfurados.

A ruptura do maciço rochoso provocada pela detonação de uma carga explosiva confinada consiste, basicamente, em quebra e deslocamento do material fragmentado, na qual, se compreende quatro etapas: detonação, propagação da onda de choque, expansão dos gases e movimento de massa de material.

Os explosivos são compostos, geralmente, de um óleo e uma combinação oxidante, que após a detonação, são convertidos em alta pressão e temperatura de gases, atingindo valores de pressão na frente de detonação na ordem de 1GPa a 28GPa, e temperaturas em torno 1600° C a 3900° C. Após a detonação, ocorre a propagação das ondas de choque no maciço rochoso, devido a rápida expansão dos gases. A geometria da dispersão das ondas de choque depende de fatores como a localização da iniciação, a velocidade da detonação, e da velocidade de propagação da onda na rocha (Morais, 2004).

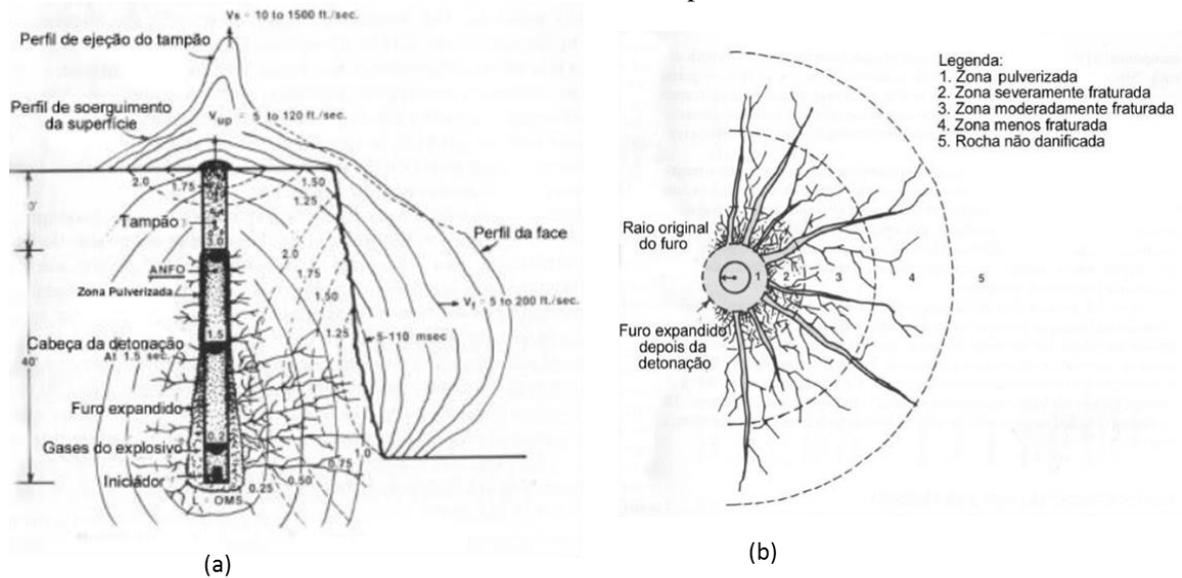
A onda de choque provocada pela detonação se propaga em forma cilíndrica, a uma velocidade muito maior do que as fendas radiais, originando as primeiras fraturas na rocha, em frações de milissegundos, logo após a detonação (Morais, 2004).

Durante e/ou depois da propagação das ondas de choque, gases sob altas pressões e temperaturas criam um campo de tensão, em torno do furo, e penetram na rede de fraturas, aumentando as fendas e criando novas fraturas. A Figura 13(a), ilustra o processo de fragmentação da rocha através de ondas compressivas e de tração, pela expansão dos gases ou combinação de ambos, já a Figura 13(b), ilustra as zonas de rupturas radiais, em torno de um furo detonado.

A fase final do processo de quebra é a movimentação de massa, que envolve a fragmentação devido à colisão durante o lançamento do material em direção da face livre, que é inibido na direção do maciço remanescente, devido ao fato de não haver face livres.

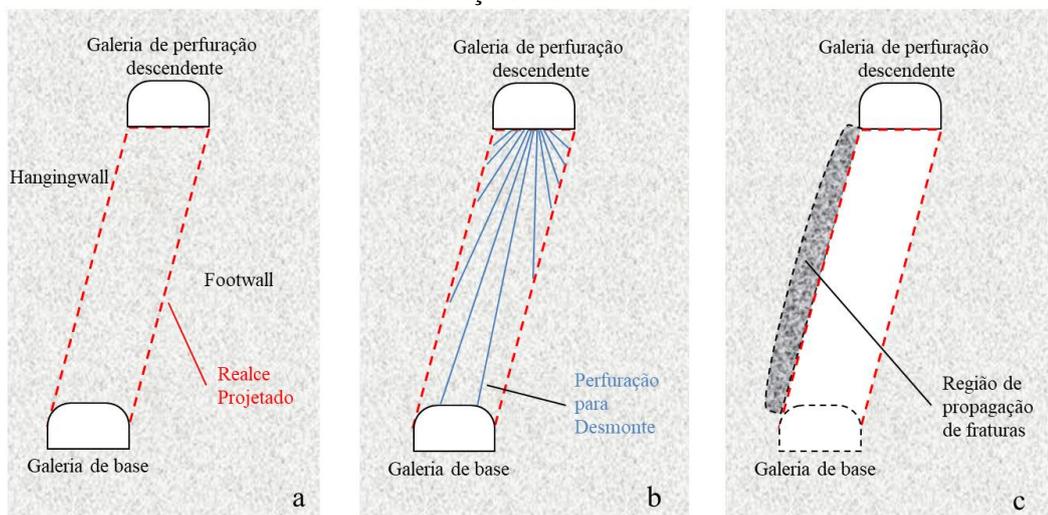
A Figura 14(a) mostra o delineamento de um realce projetado, a 14(b), ilustra o plano de perfuração descendente em leque, sem nenhum tipo de desvio, e a Figura 14(c), ilustra o dano causado pelo desmonte no maciço remanescente *hangingwall* do realce. As paredes do teto, do piso e das laterais de capa (*hangingwall*) e de lapa capa (*footwall*), quando expostas, ainda sofrem impactos na estabilidade de formas distintas, devido suas dimensões e as tensões induzidas pela escavação.

Figura 13– (a) Processo de fragmentação da rocha das ondas compressivas e de tração. (b) Zonas radiais de ruptura



Fonte: Morais (2004).

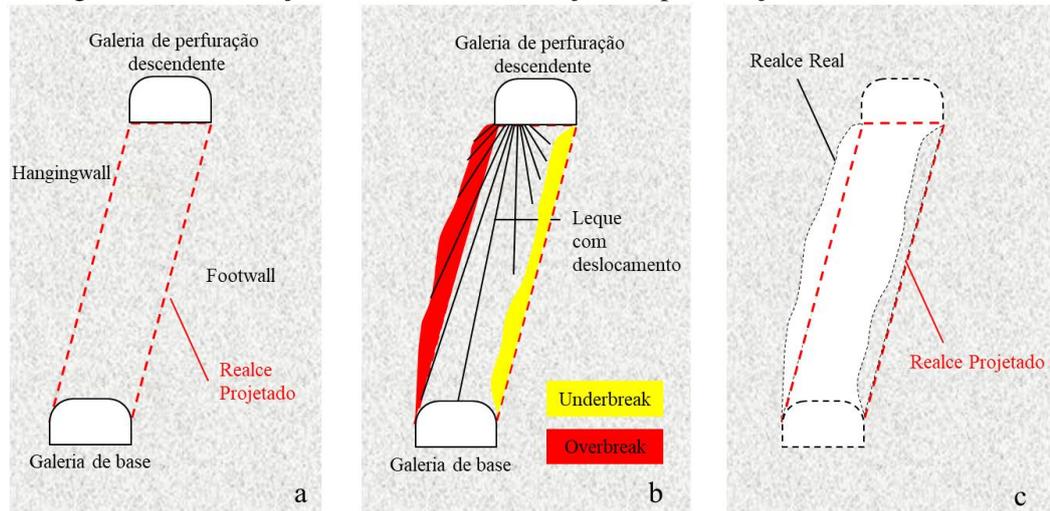
Figura 14– (a) Realce projetado, (b) plano de perfuração, (c) Dano causado pela detonação no maciço remanescente



Os danos nas paredes dos realces causadas por falhas na operacionalização dos equipamentos, pode ser atribuído a três fatores: o posicionamento incorreto do colar de perfuração, o erro de alinhamento da boca do furo e o desvio de furo da trajetória planejada. Essas fontes de erros dependem das propriedades da rocha, geometria da detonação, tipo de equipamento de perfuração, especificações do composto broca/haste e parâmetros de operação da perfuração (Villescusa, 2014).

A Figura 15 ilustra a geração de *overbreak* e *underbreak* em um realce com deslocamento do leque de perfuração. No caso do *overbreak* gerado, ainda existe uma degradação do maciço rochoso, que pode aumentar ainda mais a diluição não planejada.

Figura 15– Ilustração do efeito de alocação de perfuração deslocada

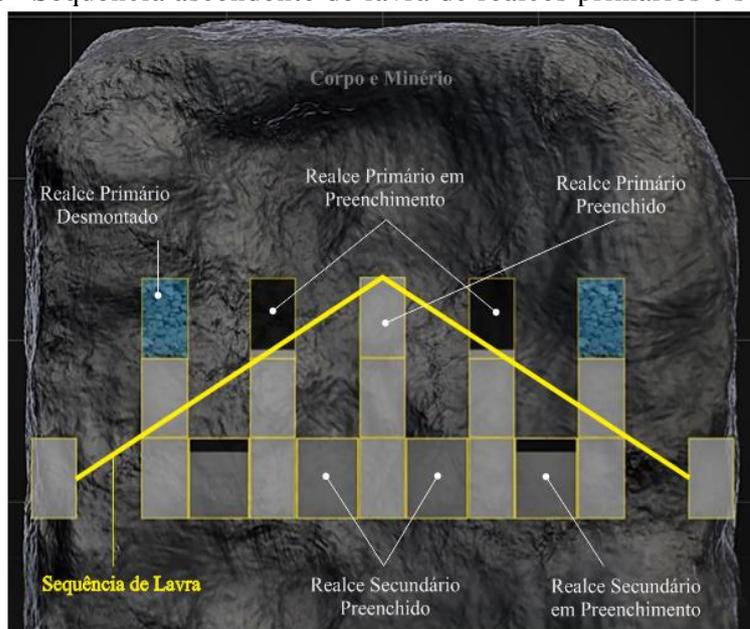


### 3.4.5 Sequenciamento da Lavra

É objetivo do planejamento determinar uma sequência para extração dos realces, de forma satisfatória às restrições geomecânicas e requisitos de mineração, como taxa de produção e teor de minério, dentro de fator de segurança tolerável.

Do ponto de vista geomecânico, a sequência geral deve envolver a extração de blocos com baixo potencial de suporte, deixando os pilares nos blocos com alto potencial para controlar os deslocamentos e manter uma sequência de extração, em direção ao maciço estável. O layout de extração dos realces ilustrado na Figura 16, consiste em extrair os realces primários intercalados dos realces secundários, em uma sequência ascendente, obedecendo a um limite de avanço vertical em direção ao *sill pillar*.

Figura 16– Sequência ascendente de lavra de realces primários e secundários



Fonte: Atlas Copco (2018).

Segundo Morrison (1996), esse método possui muitas vantagens em termos de controle de deslocamento, sobretudo, sob a condição de alta tensão e sismicidade ativa. Para Brady e Brown (2004) a extração dos pilares através da abertura dos realces secundários pode acarretar problemas desafiadores, embora a sequência não elimine grandes eventos sísmicos e explosões de rochas associadas, pode reduzir, significativamente, as magnitudes de tais eventos.

Os métodos de lavra, em geral, possuem um sequenciamento definido apenas em relação ao sentido da lavra, que pode ser em avanço, quando a lavra parte do ponto de coleta do minério para sua extremidade, ou em recuo, quando a lavra possui sentido inverso, da extremidade para o ponto de coleta do minério. Ambas implicam em desenvolver os layouts das galerias de acesso ao corpo de forma distinta, o que podem ser vantajosas ou não.

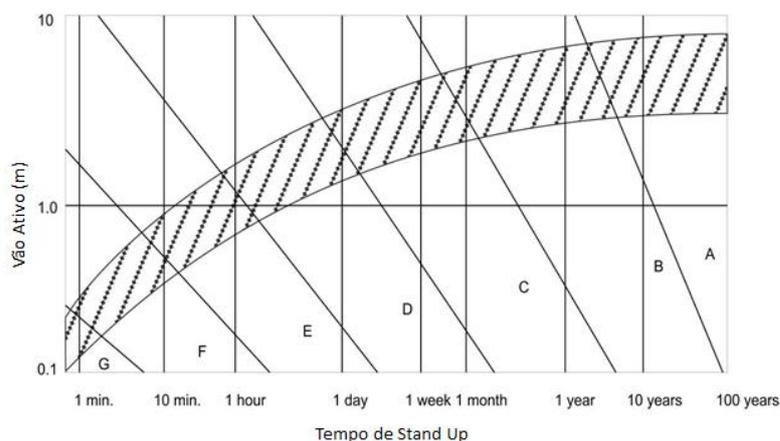
No caso do método de lavra de aberturas por subníveis, a lavra em avanço implica em abrir as galerias de acesso ao painel, à medida que a lavra avança. Já na lavra em recuo, as galerias de acesso devem ser abertas em sua totalidade, abrangendo toda extensão do corpo. Que de acordo com Wagner (2019) as áreas remanescentes do maciço tendem a ser afetados por altas tensões e geralmente são caracterizados por uma alta incidência de *rockburst*.

### 3.4.6 Influência do Tempo de Exposição na Estabilidade

O comportamento dos maciços rochosos fraturados ao longo do tempo é uma questão importante para estruturas que necessitam de uma vida útil prolongada. Na mineração subterrânea, os modelos reológicos podem auxiliar no processo de planejamento das escavações, no que se refere ao ciclo de operações das aberturas, nos métodos de desmonte e no processo de contenção das mesmas (Wang; Cai, 2022).

A quantidade de tempo que um túnel ou abertura subterrânea se autossustenta foi definido por Lauffer (1958) no seu sistema de classificação, como tempo de *stand-up* de maciços rochosos. Constatando que para qualquer condição do maciço, o tempo de *stand up* diminui com o aumento do vão ativo, conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Vão ativo versus tempo de stand-up



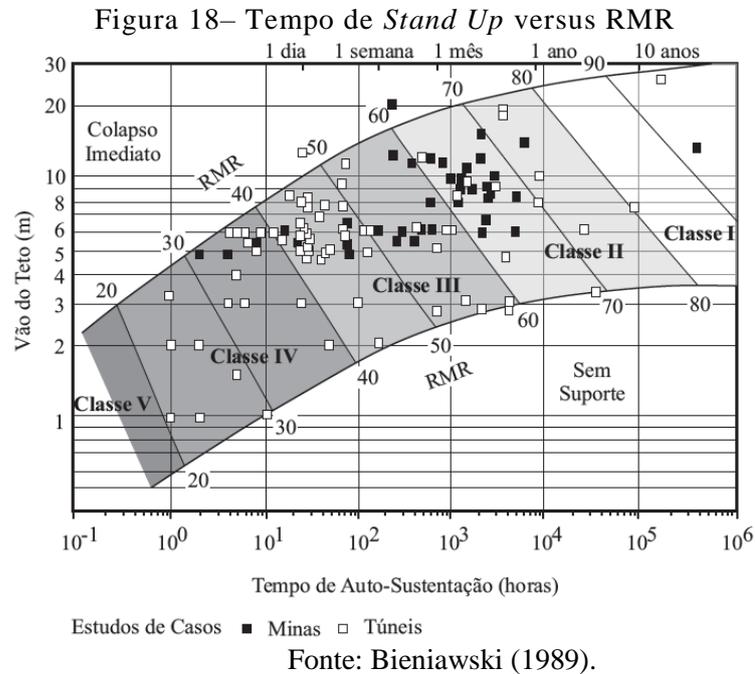
Fonte: Lauffer (1958).

A região (A) da Figura 17 representa o maciço de melhor qualidade, e a região (G) o maciço de pior qualidade, a área sombreada indica o alcance prático.

Nguyen (2015) evidencia a importância da determinação do tempo de stand-up para o planejamento do ciclo de operações das escavações subterrâneas, como a taxa de avanço possível, método de escavação e métodos de suporte para cada tipo de maciço rochoso.

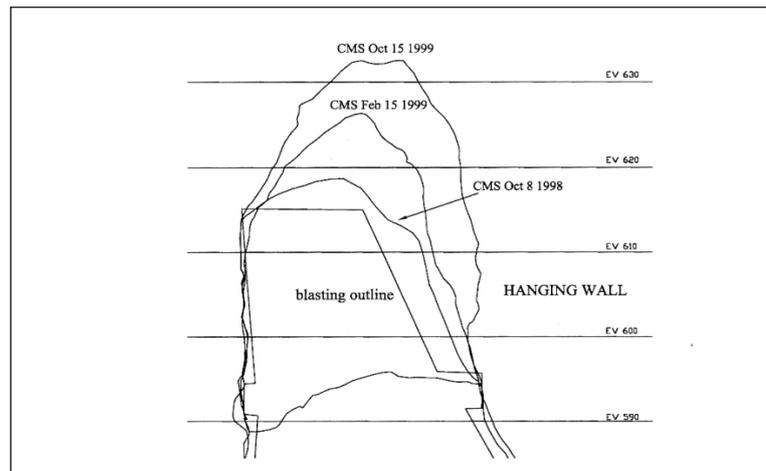
Baseado na classificação de Lauffer, Barton *et al.* (1975) sugeriram a relação entre o vão máximo não suportado e o tempo de *stand up*, de acordo com a qualidade do maciço rochoso proposto, pelo sistema de classificação geomecânica Q - System. Bieniawski (1989) também propôs o tempo médio *stand up*, com relação ao sistema de classificação RMR, conforme mostrados na Figura 18. Para Wange (2004) ambos os sistemas de classificação

podem ser usados para estimar a estabilidade do túnel, com uma abordagem para incorporar a influência do tempo.



Um exemplo da influência do tempo de exposição na estabilidade de aberturas subterrâneas foi apresentado por Ran (2002), em um caso da Mina Ruttan em Manitoba, no Canadá, mostrando a evolução dos deslocamentos registrados pelo levantamento de cavidades da mina, durante um ano, conforme ilustrado na Figura 19.

Figura 19 – Registro da evolução dos deslocamentos ocorridos em um realce da Mina Ruttan



Fonte: Ran (2002)

### 3.5 ESTABILIDADE E DILUIÇÃO DOS REALCES

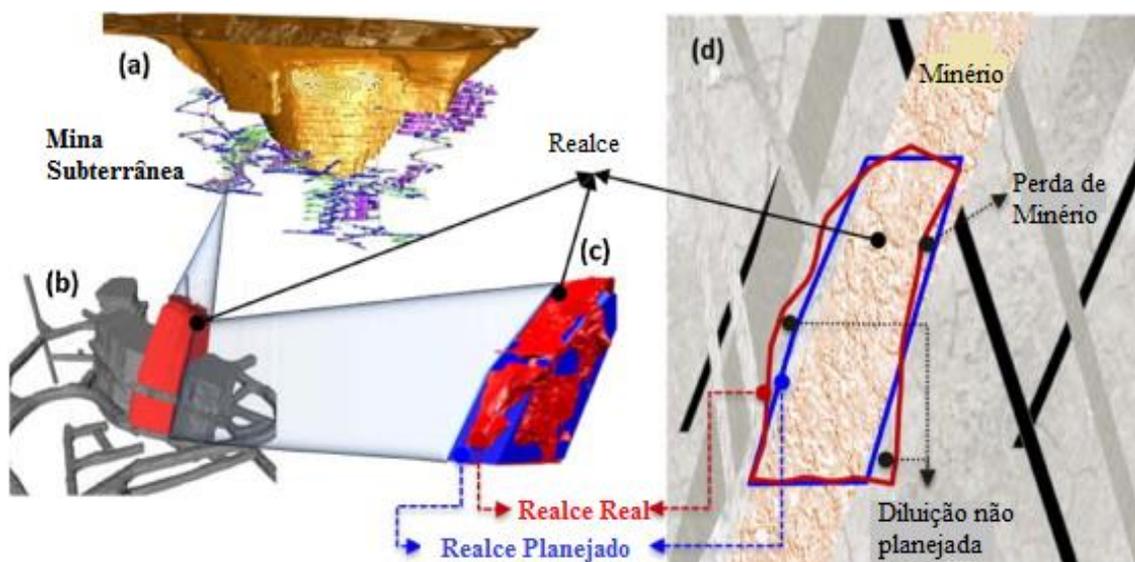
O método de lavra de Aberturas por Subníveis é aplicado a corpos verticalizados, nos quais, os realces são projetados conforme a geometria do corpo de minério.

As operações de desmonte, carregamento e transporte exigem um volume operacional mínimo, que juntamente com a irregularidade morfológica do minério acarreta a mistura de minério com estéril na sua extração.

A diluição é a mistura de minério com estéril, podendo ser compreendida como planejada e não planejada. A Figura 20 ilustra como elas ocorrem em um realce. A diluição planejada ou de projeto, está associada ao estéril que se encontra dentro do limite do realce projetado, que são dependentes de fatores como: a seletividade do método de lavra, as dimensões da camada de minério, a regularidade dos contatos e a dimensão dos equipamentos utilizados na lavra.

A diluição não planejada está associada ao estéril desmontado fora dos limites do realce projetado. Originam-se nas instabilidades das superfícies do realce provocadas por danos dos desmontes e pelas condições de instabilidade, causadas pela sua abertura. A estabilidade local dos realces pode ser medida pela sua diluição não planejada, quanto maior a diluição não planejada, maior é a instabilidade das rochas encaixantes.

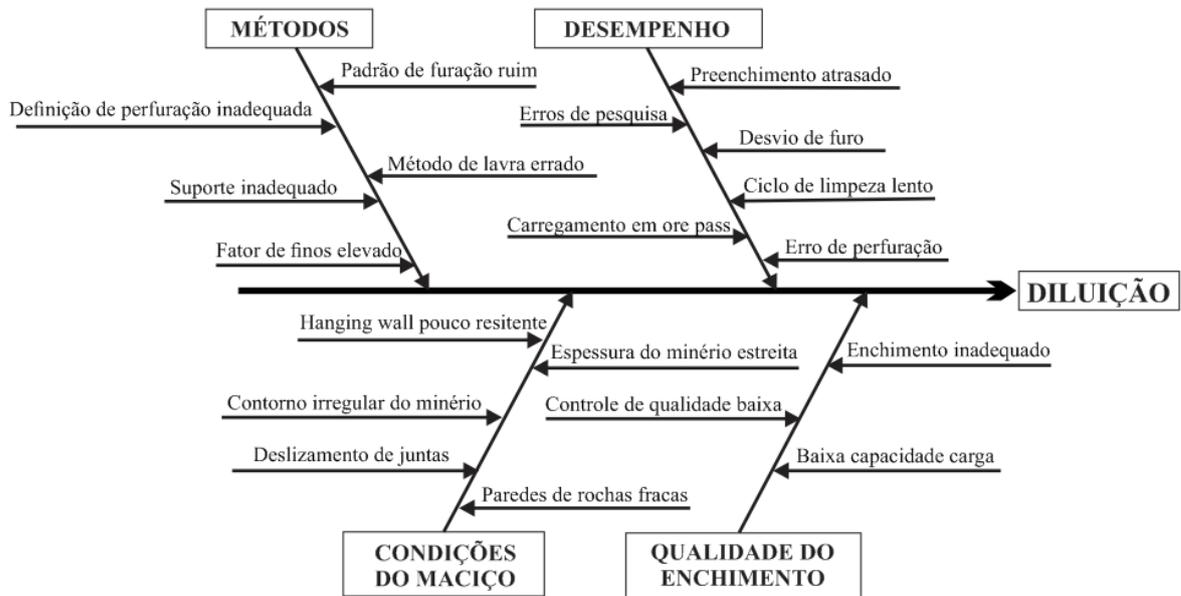
Figura 20 – Diluição não planejada



Fonte: Modificada de Jang; Topal e Kawamura (2015).

O custo da diluição não planejada está ligado, diretamente, à quantidades maiores que as previstas de material estéril incluso no circuito de manuseio e processamento do minério. E de forma indireta, com maiores quantidades de minério nos rejeitos. Os fatores que contribuem para que ocorra a diluição, encontram-se agrupados na Figura 21.

Figura 21- Fatores que contribuem para diluição



Fonte: Vergne (2000).

O impacto econômico da diluição associa custos que podem levar ao fechamento da mina, com sérias consequências, que afetam desde a lavra, até o tratamento de minérios, em seus processos de moagem, classificação e concentração. Mostrando a necessidade de prever, estimar e controlar este fenômeno. (Mohammed; Wael; Haithan, 2020; Miller *et al.* 1992; Scoble; Moss, 1994).

### 3.5.1 Estimativa da Diluição

Existem várias formas para se quantificar a diluição, uma delas é baseando na tonelagem produzida, que pode ser definida conforme Equação 10, e de acordo com Pakalnis (1986) a diluição não planejada pode ser obtida pela Equação 11.

$$Diluição = \frac{Estério Lavrado}{Minério Lavrado} \times 100\% \quad (10)$$

$$Diluição_{NP} = \frac{Volume\ de\ Overbreak}{Volume\ de\ Overbreak + Volume\ do\ realce} \times 100\% \quad (11)$$

De acordo com Martin e Read (1996) a Equação 12 pode ser aplicada para quantificar a diluição, no entanto, ela só é válida quando a diluição é causada pelas paredes laterais do realce (*hangingwall e footwall*) e possui geometria consistente ao longo de sua direção.

$$Diluição = \frac{\frac{Footwall\ overbreak}{Peso\ de\ Estéril(kg)} + \frac{Hangingwall\ overbreak}{Peso\ de\ Estéril(kg)}}{Largura\ de\ mineração\ planejada\ (m)} \times 100 \quad (12)$$

Pode-se usar a Equação 13 para definir a porcentagem de estéril na diluição (*WRD*), onde *Gis* é o teor do minério *in situ*, e *Gmf* é o teor na alimentação do moinho (Lappalainen ; Pitkajarvi, 1996).

$$WRD = \frac{Gis - Gmf}{Gis} \times 100 \quad (13)$$

A Equação 13 define a diminuição do teor de minério *in situ* para alimentação do processo de moagem. Segundo Stewart e Forsyth (1995) quando a diluição é menor que 10%, o realce está estável, entre 20% e 30% o realce está instável, e maior que 30%, ocorre a falha do realce.

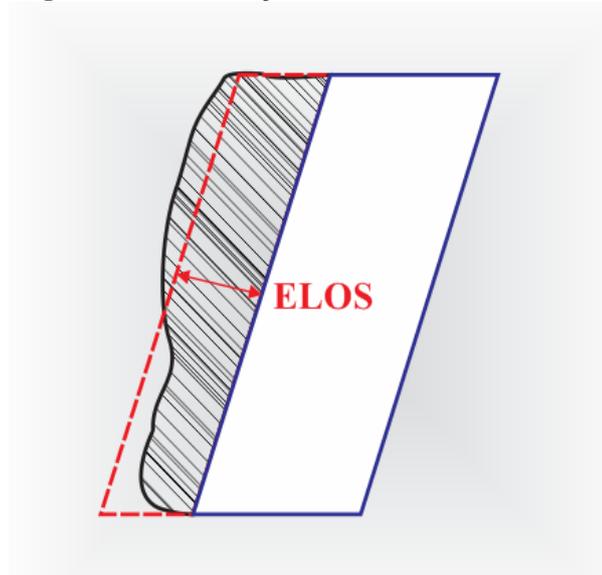
A partir de um sistema de monitoramento de cavidades, Clark e Pakalnis (1997) desenvolveram o conceito do *Equivalent Linear Overbreak or Slough (ELOS)*, que é a medida da profundidade média de quebra e perda de suporte de uma única face do realce, que pode ser obtida pela relação entre o volume de *overbreak* e a área da face analisada, conforme Equação 14.

$$ELOS = \frac{\text{Volume do Overbreak (m}^3\text{)}}{\text{Altura do realce(m)} \times \text{Comprimento do realce (m)}} \quad (14)$$

O *ELOS* é a medida linear perpendicular a superfície do realce, definida com o volume médio de rompimento por metros quadrados da parede do realce. O volume rompido é medido diretamente, através do levantamento da cavidade resultante do desmonte do realce, conforme ilustrado na Figura 22.

Com base nas faixas do *ELOS*, Suorineni et al. (2001) classificaram as zonas de estabilidade da seguinte forma:  $ELOS \leq 0,5$  m, implica realce em estável;  $0,5 \leq ELOS \leq 5$  m, implica realce instável;  $ELOS > 5$  m, implica no colapso do realce (Mohammed; Wael; Haithan, 2020).

**Figura 22** - Ilustração do *ELOS* em um realce

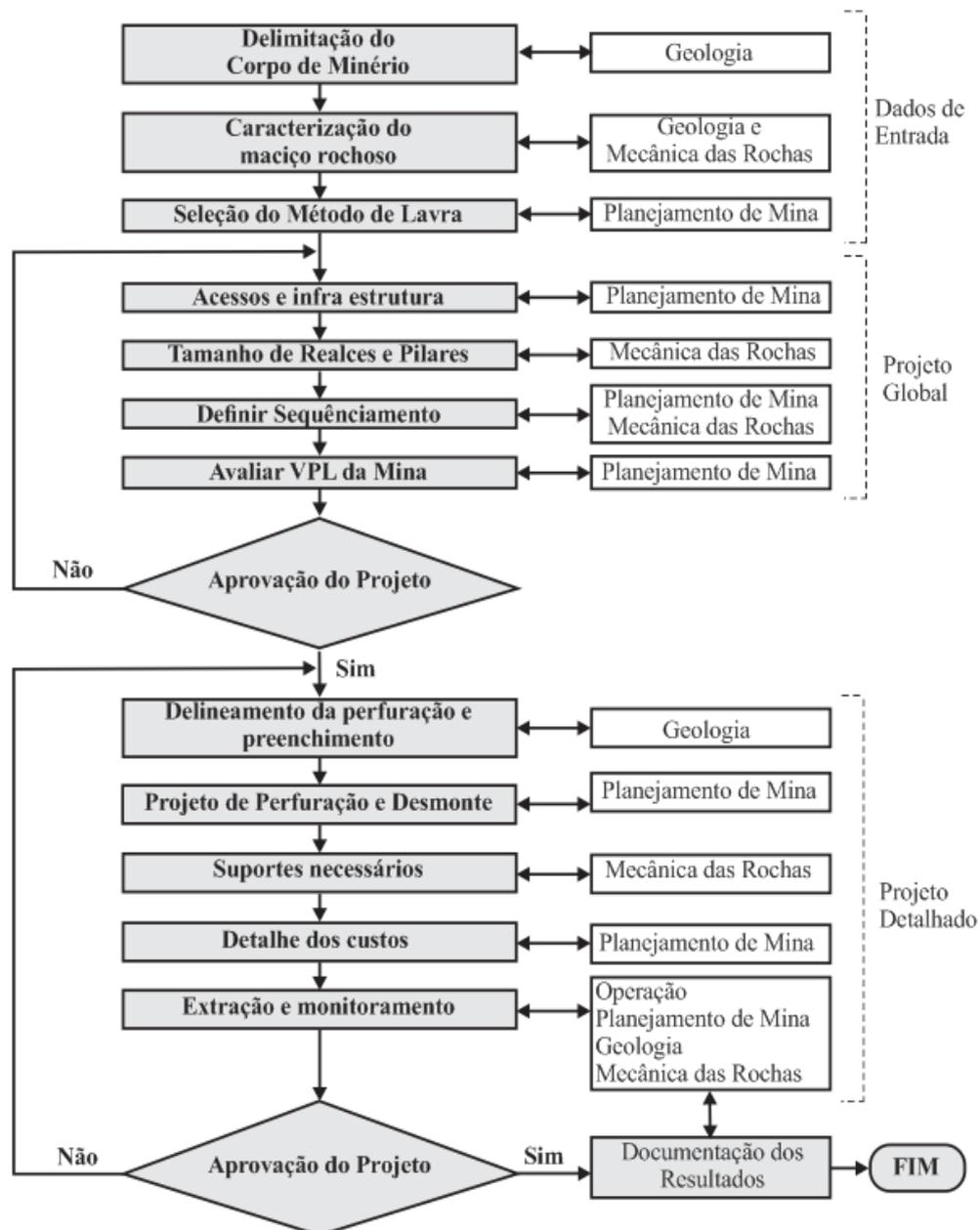


Fonte: Adaptada de Mohammed, Wael e Haithan (2020)

### 3.6 PROJETO DOS REALCES DE LAVRA

O projeto dos realces é uma das partes integrantes do projeto da mina subterrânea, que impacta, diretamente, na fase de desenvolvimento da mina, impondo um alto grau de complexidade e várias interdependências. Esta dinâmica é mostrada na Figura 23, que evidencia a complexidade do projeto dos realces, limitando-o a obtenção de soluções ótimas (Pontow, 2019).

Figura 23– Sequência de etapas para o projeto de realces.



Fonte: Modificada de Villaescusa (2014).

Para Mohammed, Wael e Haithan (2020) a diluição está ligada diretamente ao processo de recuperação do minério na lavra, que está fortemente correlacionada à estabilidade do realce, inclusive, podendo ser um indicador para a qualidade do projeto do realce. As metodologias para projetar os realces podem ser agrupadas, basicamente, por duas abordagens: os métodos empíricos e os métodos numéricos, que serão brevemente descritos a seguir.

### 3.6.1 Métodos Empíricos

Os métodos empíricos foram desenvolvidos para avaliação inicial da estabilidade nos projetos em fase de pré-viabilidade, tornando-se uma ferramenta usada em todos os estágios de dimensionamento da mina. A maioria possui uma série de condições para aplicação de forma adequada (Salgado, *et al.*, 2020).

Utilizados desde a década de 1970, os métodos empíricos pressupõem um julgamento quantitativo baseado em uma série de resultados. Segundo Pontow (2019) os empiristas acreditam que a complexidade da interação do maciço rochoso com as estruturas nele desenvolvida, pode ser trabalhada implicitamente com métodos para superar as limitações e incertezas, onde o número de casos influencia, diretamente, na qualidade dos resultados.

Os métodos empíricos mais utilizados na mineração são os sistemas de classificação geomecânica, que tem o objetivo de classificar o maciço rochoso através de suas propriedades que são identificadas e quantificadas *in loco*.

Os mais comuns na mineração são:

- Rock Quality Designation Index (RQD) de Deere (1967);
- Rock Structure Rating (RSR) de Wickham *et al.* (1972);
- Geomechanical classification (RMR) de Bieniawski (1973);
- Rock Tunneling Quality Index (Sistema Q) de Barton, Lien e Lunde, (1974);
- Geological Strength Index (GSI), de Hoek, (1994).

Com o objetivo de propor um método para definir a estabilidade de realce e projeto de cabeamento do maciço, Mathews (1981) propôs um método baseado no sistema de classificação geomecânica das rochas, que se tornou conhecido como Método Gráfico de (MGE). Potvin (1988), Potvin e Milne (1992) e Nickson (1992), com base na análise de mais de 350 casos coletados em minas subterrâneas canadenses, determinaram os principais fatores, que influenciam no projeto de abertura de realces. Informações sobre a resistência, estrutura do maciço rochoso, tensões *in situ*, tamanho, forma e orientação da abertura, são usadas para determinar se o realce será estável, sem necessidade de suporte, estável com necessidade de suporte ou instável (Hoek; Kaiser; Bawden, 1988).

O método Gráfico de Estabilidade é baseado no cálculo de dois fatores, o número de estabilidade ( $N'$ ), que representa a qualidade do maciço rochoso, e o raio hidráulico (RH) que

é o fator de forma da face analisada.  $N'$  é obtido pela Equação 15, e o raio hidráulico pela Equação 16.

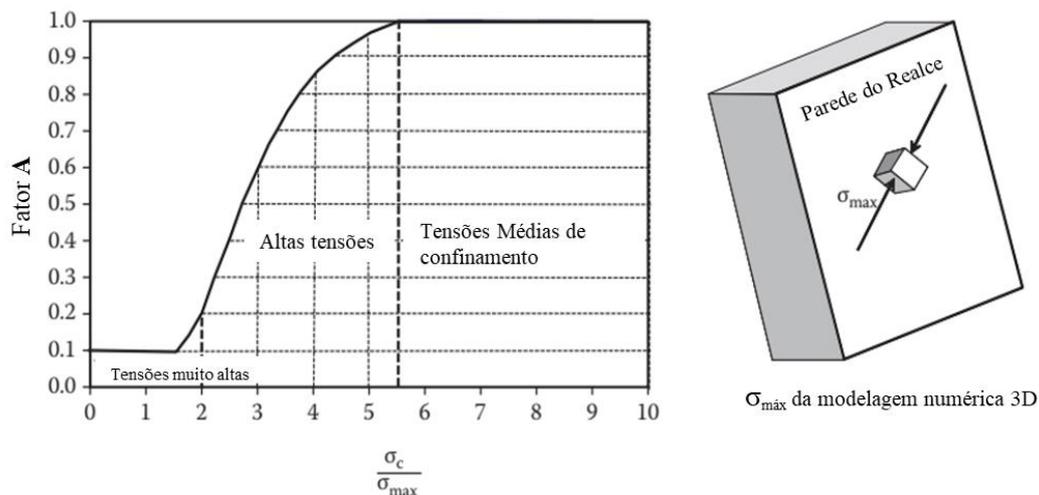
$$N' = \left( \frac{RQD}{J_n} \right) \left( \frac{J_r}{J_a} \right) A \times B \times C \quad (15)$$

Onde:  $J_n$  é número de famílias de descontinuidades;  $J_r$  é o parâmetro de rugosidade das descontinuidades;  $J_a$  é o parâmetro de alteração das descontinuidades;  $A$  é o fator de tensão da rocha;  $B$  é o fator de ajuste da orientação das descontinuidades em relação a face analisada;  $C$  é o fator de ajuste da gravidade.

$$RH = \frac{\text{Área da superfície}}{\text{Perímetro da Superfície}} \quad (16)$$

O fator  $A$  é a razão entre as tensões máximas induzidas pela escavação na superfície analisada e a resistência à compressão simples ( $\sigma_{ci}$ ), e pode ser obtido pelo gráfico da Figura 24.

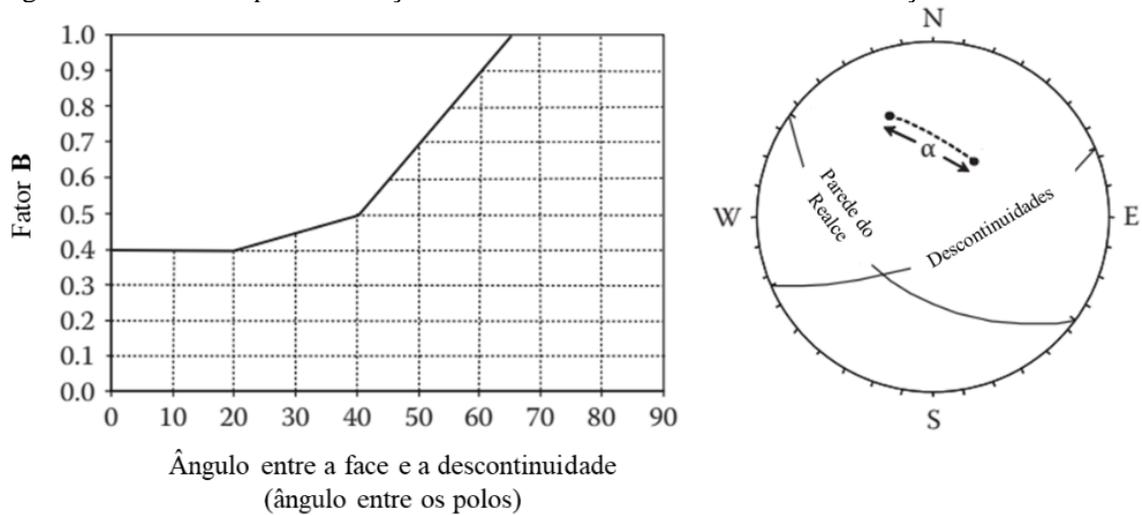
Figura 24– Gráfico para obtenção do Fator A (Fator de Tensão)



Fonte: Villaescusa (2014).

O fator  $B$  expressa a diferença relativa entre a orientação da descontinuidade mais crítica e a superfície do realce. Seu valor é obtido através do gráfico da Figura 25.

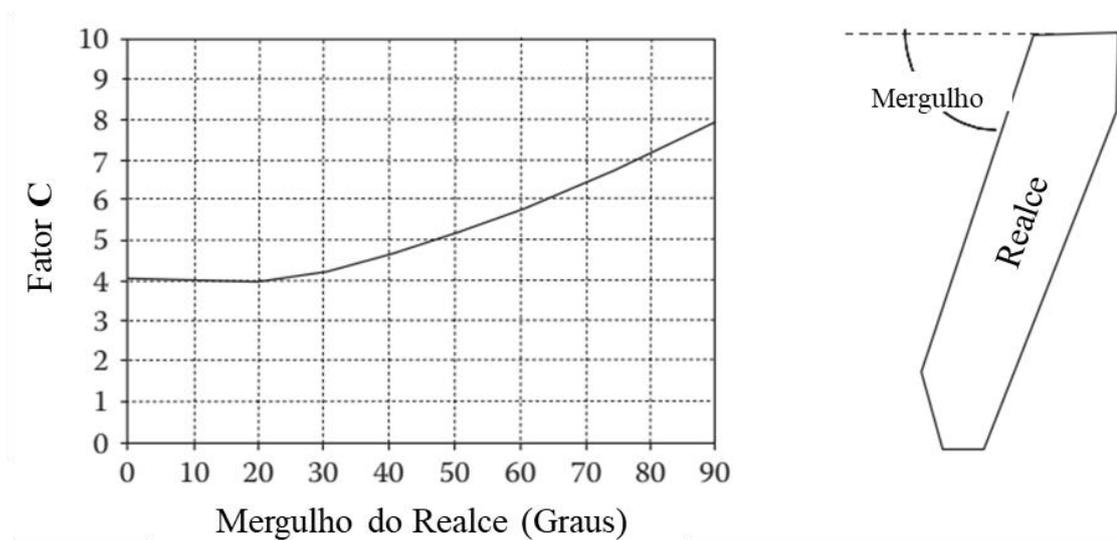
Figura 25– Gráfico para obtenção do Fator B de acordo com a orientação das estruturas



Fonte: Villaescusa (2014).

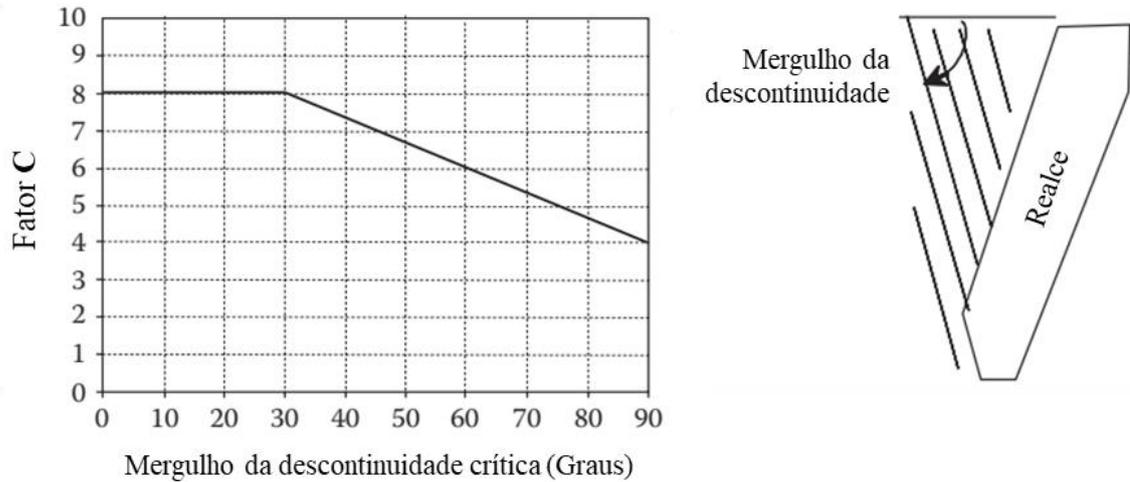
O fator *C* está ligado a queda de blocos, que pode ocorrer a partir do teto da escavação por gravidade ou deslizamento pelas paredes do realce, podendo ser obtido pelos gráficos da Figura 26 e 27, conforme cada condição.

Figura 26– Gráfico para obtenção do Fator C de acordo com mecanismos de gravidade



Fonte: Villaescusa (2014).

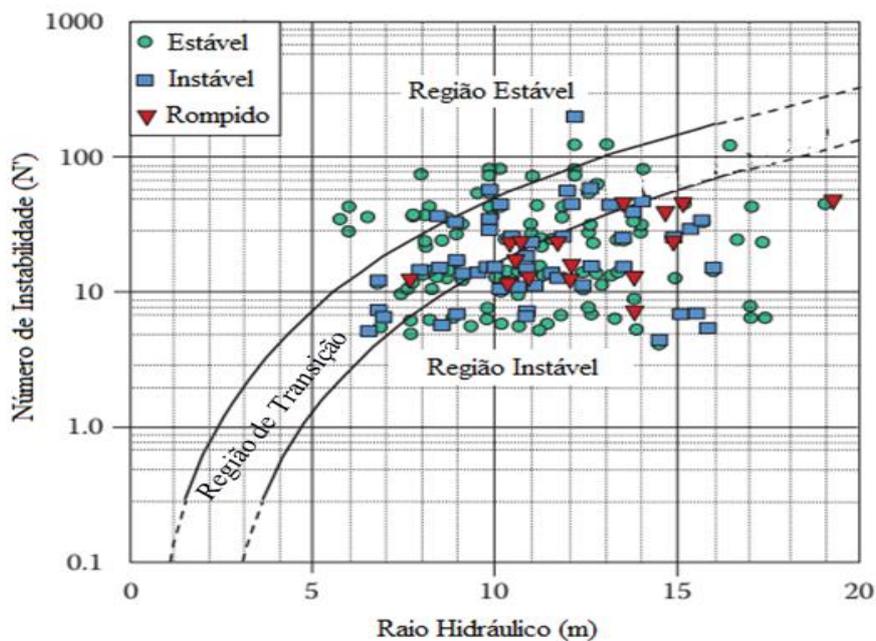
Figura 27– Gráfico para obtenção do Fator C de acordo com o mecanismo de deslizamento



Fonte: Villaescusa (2014).

Os valores de  $N'$  e  $RH$  encontrados, são plotados no gráfico da Figura 28, que indicará a estabilidade do realce analisado. A sua aplicabilidade e limitações foram revisadas por vários autores como Pakalnis *et al.* (1995), Stewart e Forsyth (1995), Suorineni *et al.* (2001); Suorineni (2012).

Figura 28- Gráficos de estabilidade para paredes de realce sem suporte



Fonte: Villaescusa (2014).

Villaescusa (2014) fez as seguintes observações na aplicabilidade do MGE:

- O método não incorpora mecanismos de falhas complexos, que envolvam mais de uma família de descontinuidades geológicas;
- Não considera a flambagem em que a frequência de descontinuidades subparalelas podem ser crítica;
- Reflete a prática de mineração, que pode ter sido influenciada por fatores como legislação, práticas locais e peculiaridades geológicas particulares;
- Possui uma excessiva dispersão nos dados de paredes estáveis e instáveis.

Desta forma, o método gráfico de estabilidade pode não ser uma metodologia para projeto de realce ideal, mas sim, um ponto de partida para cada ambiente geológico, necessitando de uma validação realizada através de estratégias de instrumentação, com intuito de refinar o modelo para a realidade de cada mina (Villaescusa, 2014).

### **3.6.2 Métodos Numéricos**

Os métodos numéricos são técnicas pelas quais os problemas matemáticos são formulados, de modo que, possam ser resolvidos com operações aritméticas, que geralmente envolvem um grande número de cálculos tediosos (Chapra; Canele, 2016).

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) são de grande utilidade na modelagem de diversos fenômenos das várias áreas da engenharia. O seu estudo é motivado pelo interesse, intrinsecamente matemático, que estas equações possuem, tornando-se poderosas representações teóricas de processos de evolução. Podendo em alguns casos serem resolvidas analiticamente ou através de métodos numéricos aproximados (Maioli, 2015).

Os métodos numéricos podem ser classificados em três categorias de acordo com sua abordagem: contínuos, descontínuo e híbridos. O conceito de método contínuo implica na não separação do domínio de interesse e a continuidade entre os pontos devem ser preservadas para estabelecer as derivadas, com a continuidade entre os elementos preservados. A abordagem descontínua trata os elementos discretizados, individualmente contínuos que interagem entre si. Já os métodos híbridos usam as propriedades de ambas as abordagens (Nikolić; Roje; Ibrahimbegović, 2016).

Na Tabela 2 tem-se uma visão geral da abordagem numérica, métodos e códigos desenvolvidos para aplicação em mecânica das rochas, com seus respectivos desenvolvedores.

Tabela 2 - Visão geral das abordagens e códigos numéricos em mecânica das rochas.

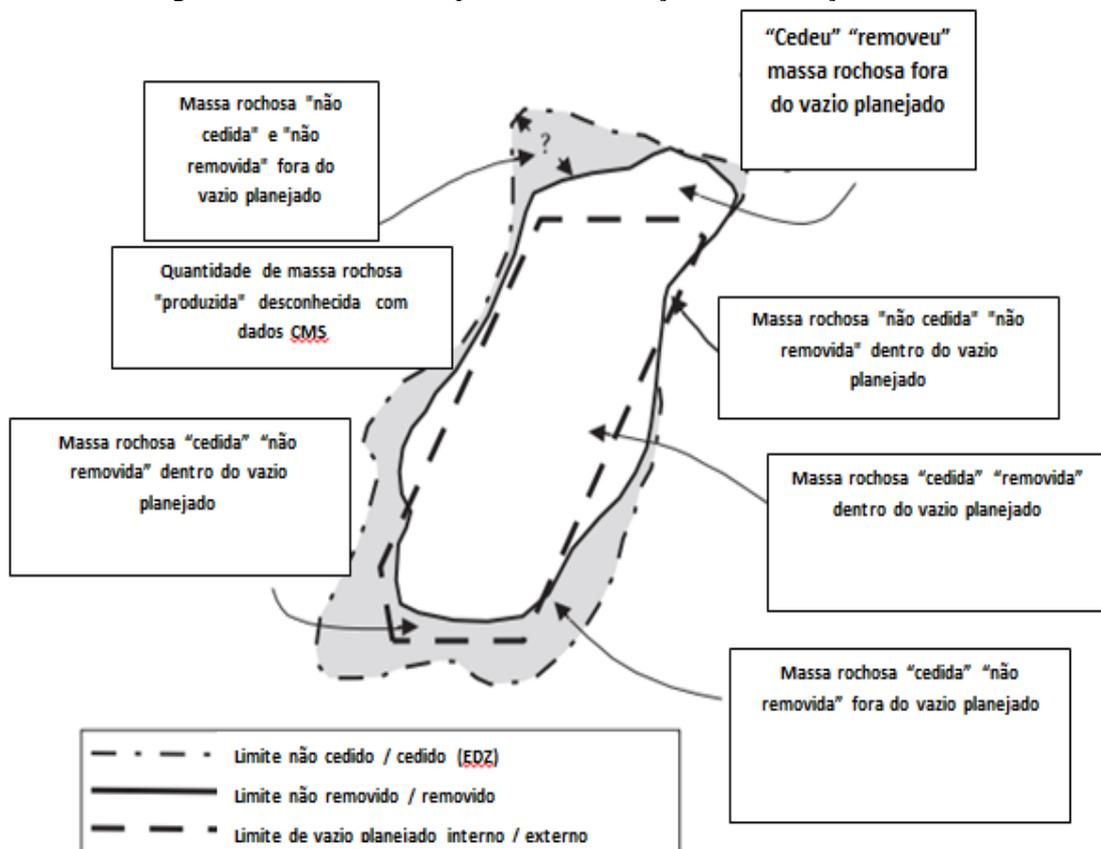
Abordagem numérica	Método	Código comercial / acadêmico	Instituição / autor (ano)
Método Contínuo	<i>Método de elemento finito (MEF)</i>	ABAQUS	Dassault Systèmes
		ADINA	ADINA R&D, Inc.
		ANSYS	ANSYS, Inc.
		GEO5	Software fino
		LS-DYNA	LSTC
		Midas GTS NX	MIDAS IT
		PLAXIS2D, PLAXIS3D	Plaxis
	RFP2D, RFP3D	Mechsoft	
	RS2 (Fase 2), RS3	Rocscience	
	<i>Método de diferença finita (MDF)</i>	FLAC, FLAC3D	Itasca Consulting Group, Inc.
<i>Método de elemento de contorno (MEC)</i>	Examinar	Rocscience	
	Map3D não linear	Map3D	
Método Descontínuo	<i>Método de elemento discreto (MED)</i>	PFC2D, PFC3D	Itasca Consulting Group, Inc.
		UDEC, 3DEC	Itasca Consulting Group, Inc.
	<i>Análise de deformação descontínua (ADD)</i>	Códigos DDA	Goodman e Shi (1985)
	<i>Rede de fratura discreta (DFN)</i>	FracMan	Golder
	NAPSAC	Tecnologia AEA	
Método híbrido	<i>MEC / MED</i>	DEM_SRS + BEDA + FNET + BEFA	Wei (1992), Wei e Hudson (1998)
	<i>MEC / MEF</i>	Códigos MEC / MEF	Zienkiewicz <i>et al.</i> (1977)
	<i>MED / MEF</i>	CA3	Fakhimi (2009)
		ELFEN	Rockfield
		IRAZU	Geomecânica
		NMM	Shi (1991)
		Y2D	Munjiza <i>et al.</i> (2004)
		Y-Geo	Mahabadi <i>et al.</i> (2012)
	<i>MED / MDF</i>	PFC2D / FLAC, PFC3D / FLAC3D	Itasca Consulting Group, Inc.

Fonte: Wang, *et al.* (2021).

A contribuição da modelagem numérica para o dimensionamento dos realces de lavra subterrânea é prever o comportamento do maciço diante do projeto do realce. Do ponto de vista geotécnico, o realce possui um desempenho com relação a sua estabilidade, que pode ser analisado comparando a zona de dano provocada pela redistribuição das tensões com a geometria real do realce. Villaescusa (2014) mostrou as possíveis situações que podem ocorrer no entorno de realce, que se encontra ilustrada na Figura 29.

A perda de suporte nas paredes das escavações subterrâneas pode ser avaliada através de variáveis que indique algum tipo de dano ao maciço no entorno das aberturas, onde essas podem ser consideradas indicadores de instabilidade. Variáveis como fator de tensão, deformações plásticas, profundidade de zonas de desconfinamento, deslocamentos inadmissíveis, fator de segurança, velocidade de deslocamento, ou qualquer outra que melhor defina a situação de instabilidade podem ser simuladas numericamente para definir o desempenho do realce.

Figura 29– Realce com possíveis condições do maciço rochoso



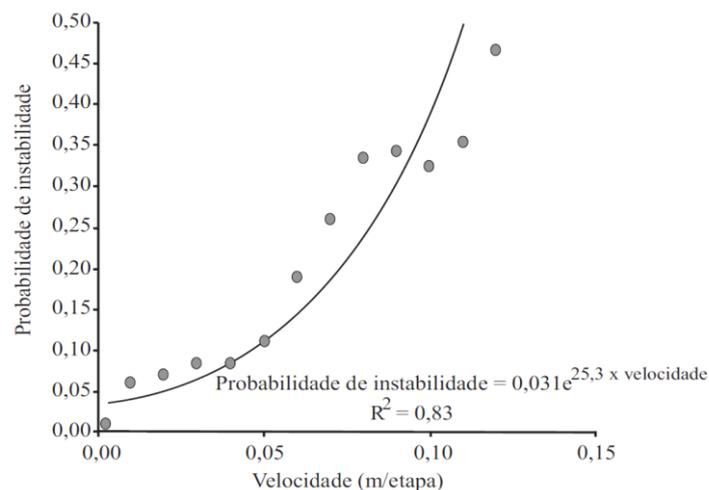
Fonte: Villaescusa (2014).

Pesquisas desenvolvidas por Henning e Mitri (1999), Martin *et al.* (1999), Stewart e Treuman (2003) e Wang *et al.* (2007) foram dedicadas ao entendimento da ocorrência das regiões de baixo confinamento e como ela afeta a estabilidade dos realces.

Zhang, Zhou e Feng (2011) propuseram o índice de aproximação de falhas (FAI) como indicador de instabilidade. Trata-se de uma variável unificada que combina um coeficiente do risco de ruptura induzido por tensão ( $\omega$ ) e o índice de dano para o maciço rochoso circundante (FD).

Cepuritis *et al.* (2010) utilizaram modelos elastoplásticos em elementos finitos para análise do *hangingwall* dos realces da mina *Kanowna Belle Gold Mine da Barrick Gold Australia*, sugerindo que a condição de instabilidade em qualquer ponto maciço rochoso, numericamente, resultava da combinação entre a velocidade de deslocamento e as deformações plásticas. Foram comparados os níveis máximos de deformação plástica e velocidade de deslocamento que ocorreram nos pontos instáveis, obtendo-se o que o autor chamou de “probabilidade de instabilidade empírica”, devido sua calibração com a geometria real da cavidade. O gráfico da Figura 30 mostra a correlação da probabilidade de instabilidade em função da velocidade deslocamento independente da ocorrência de deformações plásticas.

Figura 30- Valores de velocidade versus probabilidade de instabilidade

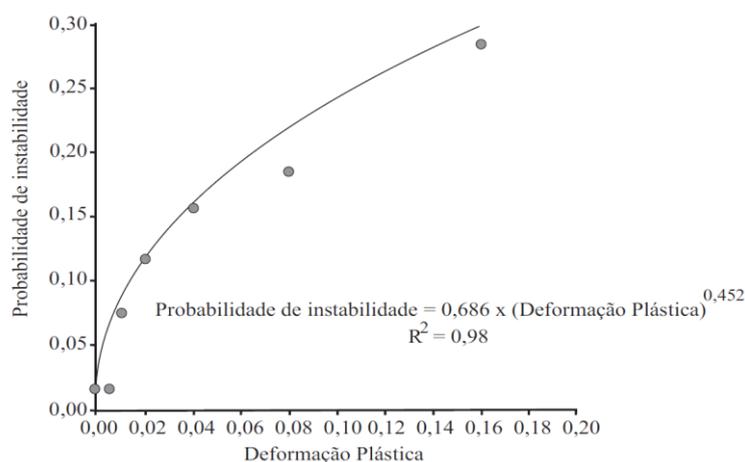


Fonte: Villescusa (2014).

No gráfico da Figura 31, é mostrada a correlação entre as deformações plásticas e a probabilidade de instabilidade, independente da velocidade dos deslocamentos, mostrando que as deformações plásticas são responsáveis por no máximo 30% das instabilidades

observadas. Os autores mostraram que a velocidade de deslocamento juntamente com a ocorrência de deformações plásticas são bons indicadores de instabilidade para análise numérica direta das paredes dos realces do caso em questão.

Figura 31- Valores de deformação plástica versus probabilidade de instabilidade



Autor: Villescusa (2014).

Mohammed, Wael e Haithan (2020) utilizaram modelos numéricos bidimensionais em elementos finitos com critério de plastificação de Mohr Coulomb, para verificar o efeito da inclinação do realce e suas características geométricas na instabilidade do *hanging wall*, e sua contribuição para a diluição dos realces. O resultado foi interpretado através do mapeamento das zonas de relaxamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ) e extensão das zonas de plastificação, estabelecendo os valores do ELOS para previsão da diluição.

Abdellah, Hefni e Ahmed (2020), Cordova, Zingano e Gonçalves (2022) Guggari, Kumar e Budi (2023), utilizaram modelos elásticos e elastoplásticos via método dos elementos finitos (MEF) para prever diluições não planejadas.

No entanto, as respostas do maciço rochoso às escavações subterrâneas podem ser entendidas como um comportamento mecânico independente e dependente do tempo. Os comportamentos elástico e plástico são distintos e independentes do tempo. O comportamento mecânico dependente do tempo é caracterizado por deformação lenta e contínua sob um estado de tensão constante, denominado fluência. Estudos detalhados sobre a fluência de geomateriais podem ser encontrados nos trabalhos de Zhao et al (2017), Paraskevopoulou e Diederichs (2018), Borja e Yin (2019).

Modelos numéricos capazes de simular comportamento dependente do tempo foram desenvolvidos para soluções de engenharia de longo prazo. Gioda e Cividini (1994)

apresentaram leis constitutivas lineares e não lineares simples, capazes de descrever esse fenômeno utilizando o método dos elementos finitos. Lazari et al (2018) reavaliaram a viscoplasticidade do tipo Perzyna para modelagem constitutiva de geomateriais granulares, com ênfase na simulação de efeitos de taxa/tempo de diferentes magnitudes. Harahap e Chang-Yu (2020) investigaram o comportamento dependente do tempo de uma parede diafragma e da superfície do solo para uma escavação típica em argila mole usando análise bidimensional de elementos finitos. Kabwe, Karakus e Chanda (2020) apresentaram um modelo constitutivo viscoelástico viscoplástico e implementaram as equações constitutivas em FLAC3D para simular deformações responsáveis pela compressão dentro de um túnel. Xu (2023) propôs um modelo reológico não linear com parâmetro de fluência não estacionário, com formulação FEM, para representar as características de fluência terciária em taludes de solo.

## 4 FORMULAÇÃO DO MODELO

A análise de tensão-deformação desta pesquisa será realizada através do estado plano de tensões, em virtude das características geométricas do realce, cujas relações do meio satisfazem as condições de compatibilidade, equilíbrio e condição de contorno, com um modelo elasto-viscoplástico e critério de ruptura de Mohr-Coulomb, conforme descrito neste item.

### 4.1 COMPATIBILIDADE, EQUILÍBRIO E CONDIÇÃO DE CONTORNO

Para problemas que envolvem pequenas deformações, os componentes do gradiente material e espacial, são praticamente iguais, proporcionando uma igualdade aproximada dos tensores de deformações infinitesimais Lagrangeano e Euleriano, descritos nas Equações 17 e 18, respectivamente.

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{X}_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial \mathbf{X}_i} \right) \quad (17)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial \mathbf{x}_i} \right) \quad (18)$$

Como  $\mathbf{G} \equiv \mathbf{E}$ , a deformação para pequenos deslocamentos é obtida pelo tensor de deformações infinitesimais, conforme a Equação 19.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (19)$$

O estado de tensões em cada ponto do meio pode ser representado por um tensor de segunda ordem, que deve cumprir a condição de equilíbrio, conforme Equação 20.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (20)$$

Onde:  $\boldsymbol{\sigma}$  é tensor de tensões totais de segunda ordem, e  $\mathbf{b}$  é o vetor que representa as forças de corpo.

As Equações 21 e 22 representam as condições de contorno de Dirichlet (essencial) e a Neumann (natural), respectivamente.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^* \text{ em } \Gamma_u \quad (21)$$

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \mathbf{t}^* \text{ em } \Gamma_t \quad (22)$$

Onde  $\mathbf{n}_\Gamma$  é o vetor normal ao contorno  $\Gamma$ , e  $\mathbf{u}^*$  e  $\mathbf{t}^*$  são os valores prescritos de deslocamentos e cargas nos contornos  $\Gamma_u$  e  $\Gamma_t$ , respectivamente.

## 4.2 ELASTOPLASTICIDADE

A teoria incremental da plasticidade desenvolvida por Hill (1950) é um ramo da mecânica do contínuo para modelar, analiticamente, a deformação plástica ou fluxo de metais, no entanto, os mecanismos plásticos dissipativos de deformação podem ocorrer em rochas, tornando-se razoável usar a teoria da plasticidade para desenvolver critérios de ruptura para rochas (Brady; Brown, 2004).

A aplicação da teoria da plasticidade, incorporada aos modelos elásticos simples, promovem, em boa parte, um comportamento mais realista que os modelos puramente elásticos. Desta forma, torna-se relevante abordar os conceitos básicos da teoria da plasticidade para formulação de um modelo elasto-plástico geral, sujeito a um estado de tensão biaxial, introduzindo os conceitos de função de fluência, regras de endurecimento e amolecimento, e como ele pode ser formulado para o uso, na análise de elementos finitos (Potts; Zdravkovic, 1999).

### 4.2.1 Decomposição Aditiva da Deformação

O incremento de deformação total é a soma dos incrementos de deformação elástica ( $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ ) e plástica ( $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ ), conforme Equação 23.

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \quad (23)$$

A relação das tensões e deformações se dá através do tensor elástico  $\mathbf{D}_e$ , expressando a lei constitutiva, conforme a Equação 24.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (24)$$

#### 4.2.2 Função de Fluência

Em uma situação multiaxial é definida uma Função de Fluência, que é expressa em termos de tensões e parâmetros plásticos, definindo o limite entre o comportamento elástico e o plástico, e que podem estar relacionados a parâmetros de endurecimento ou amolecimento, com expressão geral, escrita pela Equação 25.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \quad (25)$$

O domínio elástico e a superfície de fluência são descritos nas Equações 26 e 27.

$$E_\sigma^e = \{ \boldsymbol{\sigma} \mid F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) < 0 \} \quad (26)$$

$$\partial E_\sigma = \{ \boldsymbol{\sigma} \mid F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \} \quad (27)$$

A função de fluência define uma superfície fechada, onde sua forma depende do modelo constitutivo adotado e o seu valor é utilizado para identificar o comportamento do material. Se  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) < 0$ , o comportamento é puramente elástico, se  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0$ , o comportamento do material é plástico e a relação constitutiva entre as tensões e as deformações são obtidas através do tensor elastoplástico ( $\mathbf{D}_{ep}$ ), expressa na Equação 28. E para  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) > 0$ , significa um estado de tensões impossíveis.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_{ep} (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \quad (28)$$

### 4.2.3 Regra de Fluxo Plástico

Quando as tensões atingem a superfície de fluência, o material sofre deformações plásticas na direção dos seus vetores normais á superfície de potencial plástico, definida pela equação evolutiva que relaciona os incrementos de deformação plástica com os gradientes de potencial plástico  $P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$ , definindo a direção das deformações plásticas. Desta forma, o incremento da deformação plástica é determinado através da lei de fluxo, expressa pela Equação 29.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \Lambda \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (29)$$

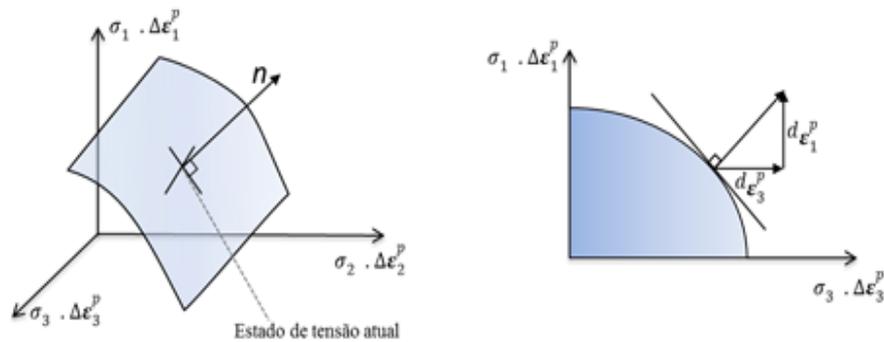
Onde  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P$  é a deformação plástica incremental,  $\Lambda$  é o multiplicador plástico escalar, que indica a magnitude da deformação plástica definida pela Equação 30, onde o parâmetro  $A$  assume valores em conformidade com o tipo de platiidade.  $P$  é a função potencial plástico, e  $m$  é um vetor característico de parâmetro de estado. A Equação 31, expressa a função potencial plástico.

$$\Lambda = - \frac{\frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\kappa})^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \mathbf{D}_e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\kappa})^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \cdot D_e \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} + A} \quad (30)$$

$$P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m}) = 0 \quad (31)$$

A Figura 32 ilustra, graficamente, a função potencial plástica, o vetor externo  $\mathbf{n}$  normal à superfície de potencial plástico, em um estado de tensão, que possui componentes que fornecem as magnitudes relativas ao incremento de deformações plásticas.

Figura 32- Representação do Potencial Plástico



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999)

O valor de  $\Lambda$  controla sua magnitude e depende da regra de endurecimento/amolecimento. Quando a função de potencial plástico é igual à função de fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$ , diz-se que a regra de fluxo está associada, caso  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \neq P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$ , a regra de fluxo é dita não associada.

#### 4.2.4 Lei de Endurecimento

O comportamento dos materiais elastoplásticos pode ser perfeitamente plástico, quando não ocorre endurecimento ou amolecimento e os parâmetros de estado  $\boldsymbol{\kappa}$  são constantes. Já para materiais que sofrem amolecimento ou endurecimento durante a deformação plástica, são necessárias leis, que regem o comportamento da função de fluência.

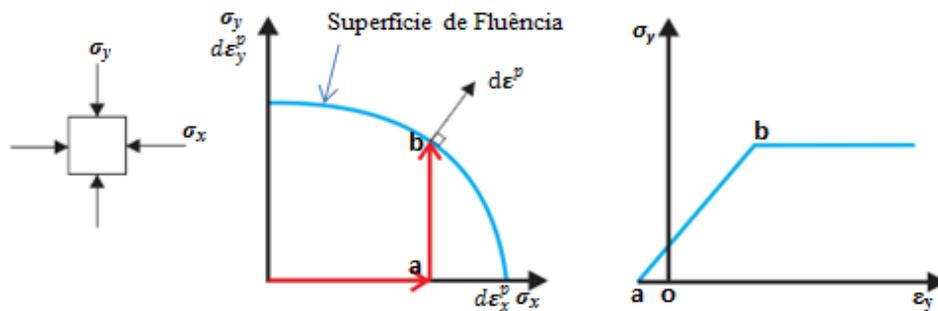
Na situação multiaxial, as leis de endurecimento e amolecimento estão relacionadas ao aumento ou diminuição da superfície de fluência, em função da deformação plástica acumulada, tais regras são chamadas de deformação com endurecimento/amolecimento. Alternativamente as mudanças da superfície de fluência podem estar relacionadas ao incremento do trabalho plástico (Equação 32), chamadas de trabalho de endurecimento/amolecimento.

$$W^p = \int \boldsymbol{\sigma}^T \Delta \boldsymbol{\epsilon}^p dT \quad (32)$$

No comportamento com plasticidade perfeita, a superfície de fluência não muda de posição quando o carregamento ocorre, portanto, com o estado de tensão abaixo da superfície

de fluência, o comportamento é totalmente elástico, ao atingir a superfície de fluência, iniciam-se as deformações plásticas, não sendo possível o estado de tensão além da superfície de fluência, conforme ilustrado na Figura 33.

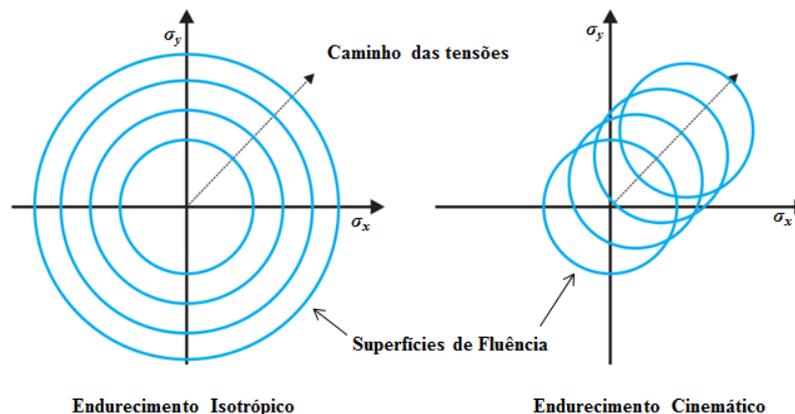
Figura 33- Comportamento bidimensional de um material elástico linear perfeitamente plástico



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999)

No comportamento com endurecimento, a posição e tamanho da superfície de fluência mudam com o incremento da deformação plástica ou trabalho plástico, provocando dois tipos de endurecimento: o isotrópico, quando a superfície de fluência muda de tamanho, mas continua centrada na mesma posição, e o cinemático, quando a superfície de fluência muda de posição no espaço mantendo o tamanho, conforme ilustrado na Figura 34. De forma geral, é possível incluir os componentes isotrópicos e cinemáticos, ao mesmo tempo num mesmo modelo elastoplástico.

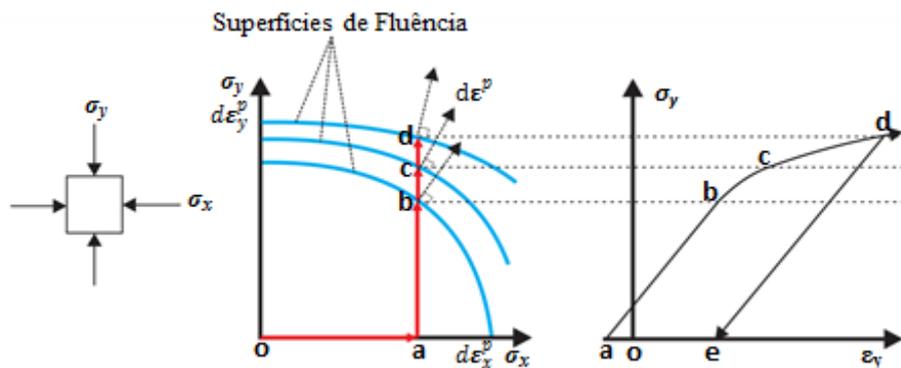
Figura 34 – Tipos de endurecimento



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999)

Na Figura 35, observa-se que o carregamento no ponto 'o', passando pelo ponto 'a', até chegar à superfície de fluência no ponto 'b', o comportamento é totalmente elástico. Com o aumento de  $\sigma_x$ , a superfície de fluência se expande, conforme a lei de endurecimento. A partir do ponto 'b', ocorre o comportamento elastoplástico, com desenvolvimento de deformações elásticas e plásticas simultaneamente. Com o carregamento adicional é provável que a proporção dos componentes de deformação plástica  $d\varepsilon_x^p$  e  $d\varepsilon_y^p$  mude, podendo a superfície de fluência parar de endurecer e ocorrer a ruptura do material.

Figura 35- Comportamento bidimensional com endurecimento



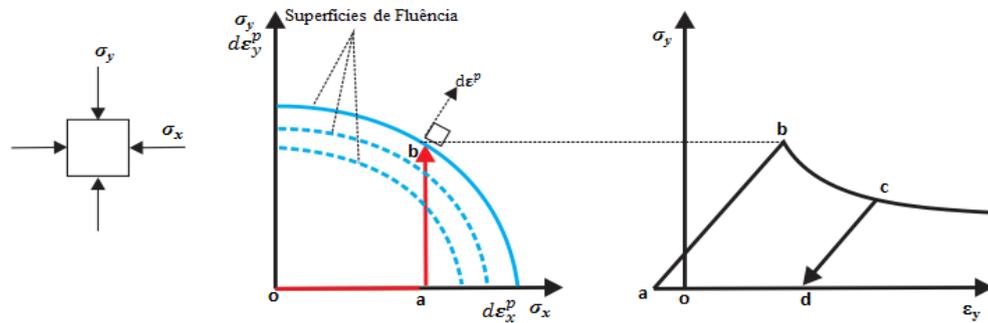
Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999).

No caso de descarregamento a partir do ponto 'd', a curva de tensão-deformação segue o caminho 'd – e'. Se o modelo for de endurecimento isotrópico, a descarga será elástica. Se for do tipo cinemático, a descarga pode provocar um comportamento plástico.

Caso ocorra o carregamento novamente, o comportamento permanecerá elástico, até que o estado de tensão atinja o ponto 'd', a partir de então, o comportamento será elastoplástico novamente.

Na Figura 36, observa-se o comportamento com amolecimento, que é semelhante ao com endurecimento, sendo que a superfície de fluência diminui com o aumento da deformação plástica.

Figura 36- Comportamento bidimensional com amolecimento



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999).

#### 4.2.5 Tensor Elastoplástico

No regime elastoplástico, a relação tensão-deformação é feita através do tensor constitutivo elastoplástico ( $\mathbf{D}_{ep}$ ), que é definido por uma Função de Fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$ , e uma função de potencial plástico  $P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$  expressadas em termos de componentes de tensão ou seus invariantes e os parâmetros plásticos do material  $\boldsymbol{\kappa}$ .

A relação constitutiva elastoplástica é definida através do tensor elastoplástico, e os gradientes de Função de Fluência e Potencial plástico, conforme a Equação 33.

$$\mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e - \frac{\mathbf{D}_e \left\{ \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \mathbf{D}_e}{\left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \mathbf{D}_e \cdot \left\{ \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} + A} \quad (33)$$

Onde  $A$  é o fator que representa o tipo de plasticidade envolvida expresso em função do multiplicador plástico  $\Lambda$ . Para plasticidade perfeita  $\boldsymbol{\kappa}$  é constante e  $A = 0$ , no caso de endurecimento ou amolecimento  $A$  assume a forma da Equação 34.

$$A = -\frac{1}{\Lambda} \left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})}{\partial \boldsymbol{\kappa}} \right\}^T \frac{\partial \boldsymbol{\kappa}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^P} \boldsymbol{\epsilon}^P \quad (34)$$

### 4.3 CRITÉRIO DE PLASTIFICAÇÃO DE MOHR-COULOMB

Proposto por Coulomb, em 1773, este critério considera a tensão de cisalhamento limite em um plano, como sendo função da tensão normal, e é caracterizado pela coesão  $c$  e o ângulo de atrito interno  $\phi$  do material. Sua representação em termos da tensão normal  $\sigma_n$  e tensão cisalhante  $\tau$  é definida conforme a Equação 35.

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \quad (35)$$

Escrevendo em termos de tensões principais, temos:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 c \cos(\phi) + (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen}(\phi) \quad (36)$$

De acordo com Potts e Zdravkovic (1999) para materiais isotrópicos, a função de fluência pode ser definida em termos dos invariantes de tensão, a tensão média efetiva  $p$ , tensão desviadora  $J$ , e o ângulo de Lode  $\theta$ , conforme Equação 37.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = J - \left( \frac{c}{\tan \phi} + p \right) g(\theta) = 0 \quad (37)$$

Onde:  $g(\theta)$  é a função de Lode, definida pela Equação 38:

$$g(\theta) = \frac{\operatorname{sen}(\phi)}{\cos(\theta) + \frac{\operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\phi)}{\sqrt{3}}} \quad (38)$$

Os invariantes são definidos pelas Equações 39, 40 e 41.

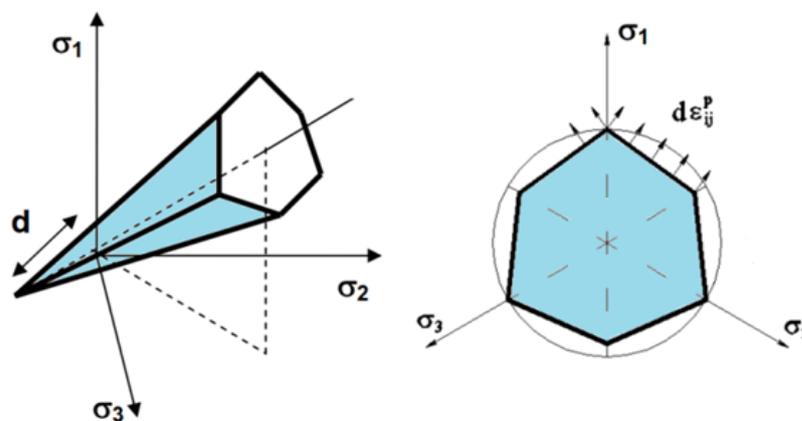
$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (39)$$

$$J = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (40)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] \quad (41)$$

O critério de Mohr-Coulomb resulta em uma superfície piramidal de base pentagonal irregular, como mostra a Figura 37.

Figura 37- Superfície de fluência de Mohr Coulomb



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999).

A função de fluência de Mohr Coulomb apresenta em suas arestas, vértices angulares, tornando indefinidos os gradientes em relação às tensões, impossibilitando o cálculo da matriz constitutiva elastoplástica, acarretando problemas numéricos, quando implementado em programas de elementos finitos (Gomes. 2009).

ZienKiewics e Pande (1977), suavizaram a superfície de Mohr Coulomb através de um arredondamento hiperbólico, resultando em uma superfície de fluência contínua e diferenciável, para todos os valores de tensão, podendo ser ajustada por apenas um parâmetro. A nova superfície hiperbólica encontra-se interna a superfície de Mohr Coulomb, diminuindo a região de tensões admissíveis. No modelo adotado nesta pesquisa à função  $F(\sigma, m)$  define o critério de plastificação e a direção das deformações plásticas.

Em conformidade com a regra de fluxo definida pela Equação 29, a função potencial plástico é definida pela Equação 42.

$$P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m}) = J - \left[ \left( \frac{c}{\tan \phi} + p_c \right) \frac{g(\theta_c)}{g_{pp}(\theta_c)} - p_c + p \right] \cdot g_{pp}(\theta) = 0 \quad (42)$$

Onde  $p_c$  é a tensão média do estado de tensão atual, com a função do ângulo de Lode definida pela Equação 43.

$$g_{pp}(\theta) = \frac{\text{sen}(\nu)}{\cos(\theta) + \frac{\text{sen}(\theta) \text{sen}(\nu)}{\sqrt{3}}} \quad (43)$$

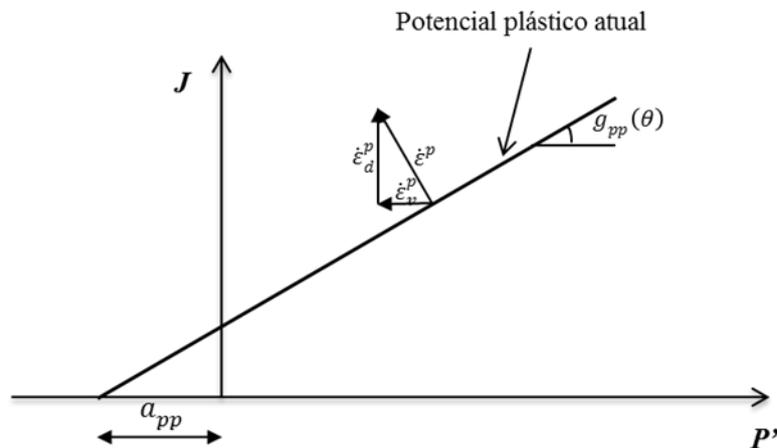
Onde  $\nu$  é o ângulo de dilatância, que para plasticidade associada a função potencial plástico é igual a função de fluência, com o ângulo de dilatância igual ao ângulo de atrito interno  $\phi$ .

O incremento de deformação plástica pode ser decomposto em duas componentes: o incremento de deformação plástica volumétrica  $\dot{\varepsilon}_v^p$  e o incremento de deformação plástica desviadora  $\dot{\varepsilon}_d^p$ , definidos pelas Equações 44 e 45 e ilustrado na Figura 38.

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \dot{\varepsilon}_1^p + \dot{\varepsilon}_2^p + \dot{\varepsilon}_3^p = -2\Lambda (1 - \text{sen}(\nu)) \quad (44)$$

$$\dot{\varepsilon}_d^p = \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_1^p - \dot{\varepsilon}_v^p) = \Lambda \quad (45)$$

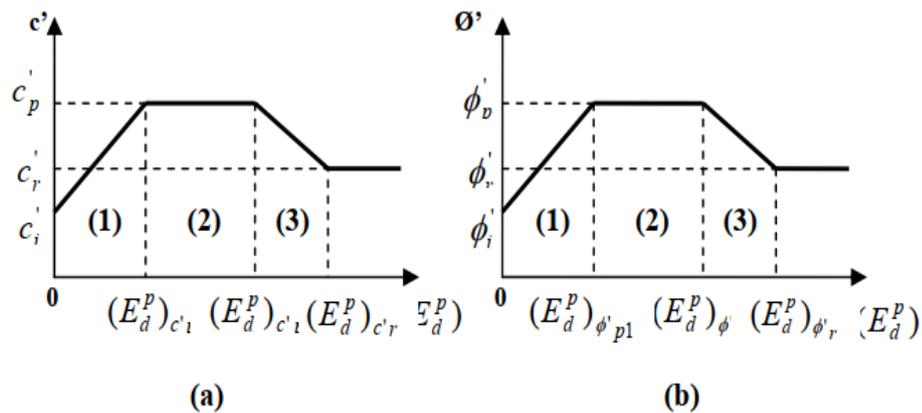
Figura 38 - Vetor de deformações plásticas e seus componentes



Fonte: Modificada de Potts e Zdravkovic (1999)..

No modelo de Mohr-Coulomb, a coesão ( $c$ ) e ângulo de atrito ( $\phi$ ) variam, linearmente, com as deformações plásticas desviadoras acumuladas. A Figura 39 ilustra os três tipos de comportamentos nas regiões (1), (2) e (3). Na região (1), os parâmetros de resistência aumentam, linearmente, até os valores de pico, referente ao comportamento de endurecimento. Na região 2, esses parâmetros permanecem constantes, ilustrando a plasticidade perfeita. E na região 3, a coesão e o ângulo de atrito diminuem, linearmente, do valor de pico para o valor residual, caracterizando o comportamento de amolecimento (Potts; Zdravkovic, 1999).

Figura 39 – (a)Variação da coesão em função das deformações desviadoras; (b)Variação do ângulo de atrito em função das deformações desviadoras



Fonte: Adaptado de Potts e Zdravkovic (1999).

#### 4.4 MODELO ELASTO-VISCOPLÁSTICO

No código de elementos finitos (CODE BRIGTH), utilizado nesta pesquisa, o modelo viscoso implementado, é o de Perzyna (1966), que define a variação das deformações viscoplásticas, como um tensor dependente da viscosidade, bem como, a resistência máxima proporcionada pela função de fluência e a variação do potencial plástico, em relação ao tensor de tensões (Rojas; León, 2008).

O modelo foi implementado no CODE BRIGTH por Gomes (2006), cuja taxa de deformação viscoplástica, possui estrutura baseada na teoria da plasticidade, conforme mostrada a seguir.

A taxa de deformação total é decomposta em duas parcelas, elástica e viscoplástica, conforme Equação 46.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (46)$$

O incremento de tensão é definido pelo tensor constitutivo elástico e pela taxa de deformação elástica, conforme a Equação 47.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_e (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}) \quad (47)$$

A regra de fluxo define a taxa de deformação viscoplástica, da seguinte forma:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \dot{\Lambda} \mathbf{m} \quad (48)$$

Onde  $\dot{\Lambda}$  é o multiplicador viscoplástico, e  $\mathbf{m}$  é o tensor de segunda ordem, que determina a direção da taxa de deformação viscoplástica, conforme a Equação 49.

$$\mathbf{m} = \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (49)$$

O multiplicador viscoplástico  $\dot{\Lambda}$  é definido por uma função monótona e um parâmetro viscoso  $\eta$ , que introduz uma variável interna  $\mathbf{q}$ , pelo módulo plástico  $\boldsymbol{\kappa}$ , conforme Equação 50.

$$\dot{\Lambda} = \frac{\langle \phi(F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})) \rangle}{\eta} \quad (50)$$

Considerando a viscoplasticidade tipo associada ( $P \equiv F$ ), a velocidade de deformação viscoplástica e a variável interna  $\mathbf{q}$  são formuladas em função de um tensor elástico  $\mathbf{D}_e$ , por uma função  $\phi$  monótona em que  $\phi(x) = 0 \Leftrightarrow x \leq 0$ , definida pelas Equações 51 e 52.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\langle \phi(F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})) \rangle}{\eta} \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (51)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \boldsymbol{\kappa} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} \quad (52)$$

A função  $\phi(F)$  é determinada pela Equação 53.

$$\phi(F) = \frac{1}{N+1} \left( \frac{F}{\sigma_y} \right)^N \quad (53)$$

Onde:  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento limite e  $N$  é o parâmetro que indica a sensibilidade a dependência das taxas de deformações visco-plásticas com a função de fluência (Gomes, 2009).

O modelo de Perzyna considera a adoção de uma matriz tangente  $\mathbf{D}^{**}$  em função do gradiente de deformação viscoplástica aplicada à matriz de rigidez global da equação de equilíbrio de tensões discretizada.

A partir da relação entre o tensor elástico  $\mathbf{D}$  e um tensor viscoplástico  $\mathbf{D}^*$  definido na Equação 54.

$$\mathbf{D}^{**} = \mathbf{D}^* \mathbf{D} \quad (54)$$

O tensor viscoplástico  $\mathbf{D}^*$  possui a forma da equação 55, é obtido em função de um gradiente de velocidade de deformação.

$$\mathbf{D}^* = [\mathbf{I} + \mathbf{D} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}]^{-1} \quad (55)$$

De acordo com a Teoria de Perzyna, a matriz gradiente de deformação viscoplástica é definida pela Equação 56.

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left[ \frac{\Delta t \langle \varphi(F) \rangle}{\eta} \cdot \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] \quad (56)$$

Onde  $\Delta t$  é intervalo de tempo;  $\eta$  é parâmetro viscoso do material, durante a deformação viscoplástica;  $F$  função de fluência, e  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor de tensões.

## 5 CASO 01 - SINTÉTICO

### 5.1 INTRODUÇÃO

Este caso foi elaborado com o objetivo de verificar a aplicabilidade do modelo elasto-viscoplástico na previsão da instabilidade dos realces de lavra subterrânea ao longo do tempo. Para este caso foram realizados três conjuntos de simulações, totalizando 22 simulações, conforme ilustrado na Figura 40.

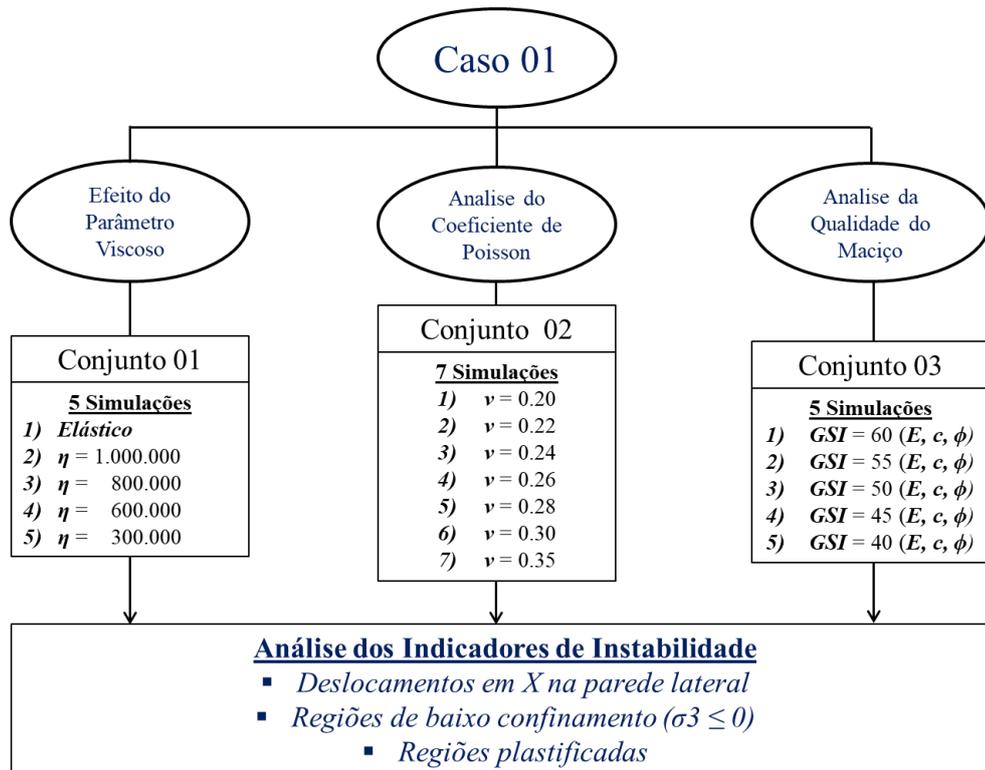
No primeiro conjunto foram realizadas cinco simulações, uma com modelo elástico e quatro com o modelo elasto-viscoplástico, para analisar o efeito do parâmetro viscoso no comportamento dos indicadores de instabilidade.

O gradiente de deformação viscoplástica é definido pela Equação 54, onde o parâmetro viscoso pode assumir valores de zero a +infinito, porem quando seu valor tende a zero, problemas de convergência para falha do material podem ocorrer. Inicialmente foi adotado um valor de  $1 \times 10^6$ , de modo a conseguir um comportamento mais próximo do comportamento elastoplástico. Em seguida foram realizadas simulações com valores menores para o parâmetro viscoso, no qual o valor de  $3 \times 10^5$  foi o menor valor cujo modelo obteve convergência.

No segundo conjunto foram realizadas sete simulações, que serviram para analisar a sensibilidade do coeficiente de Poisson, no comportamento dos indicadores. Foi escolhida a faixa de valores de 0,20 a 0,35, de forma a contemplar a média do coeficiente de Poisson para a maioria das rochas, que de acordo com Vallejo (2002) vai de 0,25 a 0,33.

O terceiro conjunto foi dedicado a análise da variação na qualidade do maciço rochoso definido pelo critério de ruptura de Hoek-Brown (2002), cujos parâmetros mecânicos do maciço rochoso ( $E$ ,  $c$  e  $\phi$ ), são definidos em função dos parâmetros de entrada ( $GSI$ ,  $D$  e  $m_i$ ) do critério de ruptura de Hoek-Brown (HB). O  $GSI$  é o sistema de classificação qualitativo, que incorpora as estruturas das descontinuidades ao maciço, o  $D$  é parâmetro que incorpora o dano causado pelo desmonte e o  $m_i$  é o parâmetro adotado pelo critério de HB.

Figura 40– Simulações realizadas para o caso 01



## 5.2 DESCRIÇÃO DO CASO 01

O caso simulado consiste na abertura de um realce hipotético, típico das escavações subterrâneas, realizadas pelo método de lavra de aberturas por subníveis (*Sublevel Open Stope*). O realce analisado possui dimensões de 40 metros de altura, por 10 metros de largura e 40 metros de comprimento, com um volume de  $16.000 \text{ m}^3$ , a uma profundidade de 500,0 m. A Figura 41(a) mostra uma vista tridimensional com as dimensões do realce e a localização da seção de simulação. Na Figura 41(b), tem-se a geometria da seção de simulação.

Foi considerado um maciço rochoso fraturado do tipo Hoek, com critério de Hoek e Brawn totalmente aplicável, com comportamento homogêneo e isotrópico. O estado de tensão *in situ* é referente a uma profundidade de 500 m, sob condição hidrostática de tensão, que se encontra descrita na Tabela 3.

Figura 41– (a) Vista tridimensional com as dimensões do realce; (b) Dimensões da seção analisada.

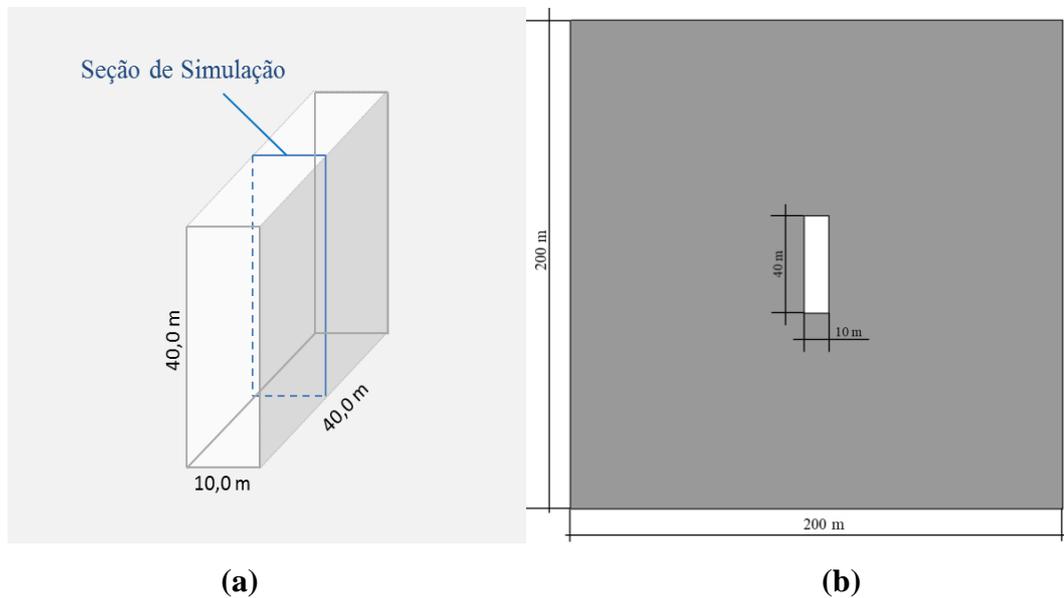


Tabela 3 - Estado de tensão *in situ*

$\gamma$ (MN/m <sup>3</sup> )	$h$ (m)	$K^{NW-SE}$	$\sigma_v$ (MPa)	$\sigma_h$ (Mpa)
0,027	500	1,0	13,6	13,6

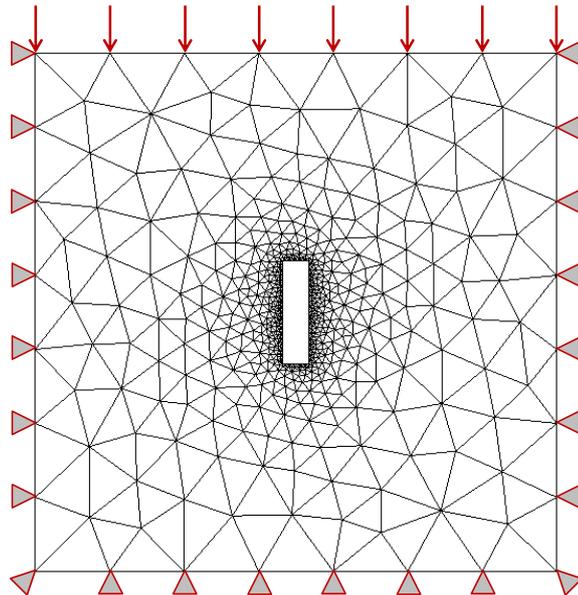
### 5.3 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

O modelo em elementos finitos representa a seção transversal no centro do realce. A malha possui um domínio de 200 m x 200 m, no entorno da escavação, e foram empregados elementos triangulares não estruturados, totalizando 2144 elementos e 1087 nós. As características geométricas e condições de contorno se encontram ilustradas na Figura 42.

As tensões iniciais foram obtidas através do estado geostático de tensões, considerando a gravidade e a aplicação de uma carga vertical na face superior do modelo, para atingir o estado de tensão, descrita na Tabela 3.

Foi considerado um tempo de simulação total de 1000 segundos, com abertura do realce no instante de 500 segundos, gerando um tempo de 500 segundos de exposição da abertura, onde foi analisado o comportamento dos indicadores de instabilidade.

Figura 42– Malha de elementos finitos triangulares não estruturados e as condições de contorno mecânica do problema.



#### 5.4 SIMULAÇÕES DO CONJUNTO 01

Neste bloco, foram realizadas 5 simulações, sendo uma com modelo elástico e 4 com o modelo elasto-viscoplástico, para análise dos indicadores, em função do parâmetro viscoso do modelo. Todos os parâmetros usados nas simulações encontram-se agrupados na Tabela 4.

Tabela 4 - Parâmetros do maciço rochoso usados nas simulações do conjunto 01

<b>Propriedades</b>	<b>Simulação 01(Elástico)</b>	<b>Simulação 02</b>	<b>Simulação 03</b>	<b>Simulação 04</b>	<b>Simulação 05</b>
Densidade (MN/m <sup>3</sup> )	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027
Ci (MPa)	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
Cp (MPa)	NA	1,9	1,9	1,9	1,9
Cr (MPa)	NA	0	0	0	0
φi (°)	52,1	52,1	52,1	52,1	52,1
φp (°)	NA	52,1	52,1	52,1	52,1
φr (°)	NA	1	1	1	1
E (MPa)	12000	12000	12000	12000	12000
Poisson	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
<b>Parâmetro Viscoso</b>	NA	<b>1,0 x 10<sup>6</sup></b>	<b>0,8 x 10<sup>6</sup></b>	<b>0,6 x 10<sup>6</sup></b>	<b>0,3 x 10<sup>6</sup></b>

Foram avaliados três indicadores de instabilidade: os deslocamentos horizontais, as regiões de baixo confinamento e as deformações plásticas, ocorridos na parede lateral esquerda do realce. Os resultados serão apresentados por indicadores de instabilidade.

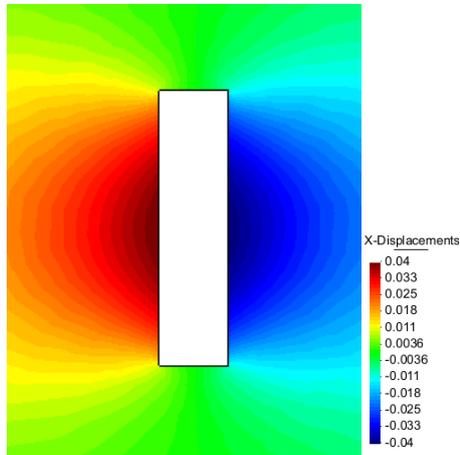
### **5.4.1 Resultado dos Deslocamentos Horizontais**

Os deslocamentos horizontais foram medidos no centro da parede esquerda do realce, durante todo período de simulação. A Figura 43 mostra o resultado dos deslocamentos horizontais das cinco simulações realizadas neste conjunto.

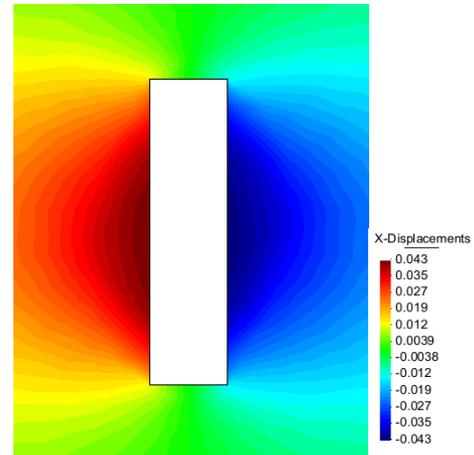
Observa-se que nas simulações 2, 3, 4 e 5, os deslocamentos horizontais das paredes do realce aumentam à medida que o parâmetro viscoso do modelo diminui. O que pode ser um bom indicador, quando se conhece os deslocamentos admissíveis do maciço para calibragem dos modelos numéricos.

Figura 43– Deslocamentos horizontais(m) das cinco simulações do conjunto 01

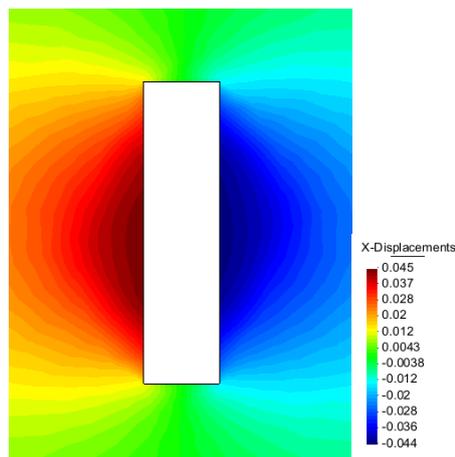
Simulação 1 (*Elástico*)



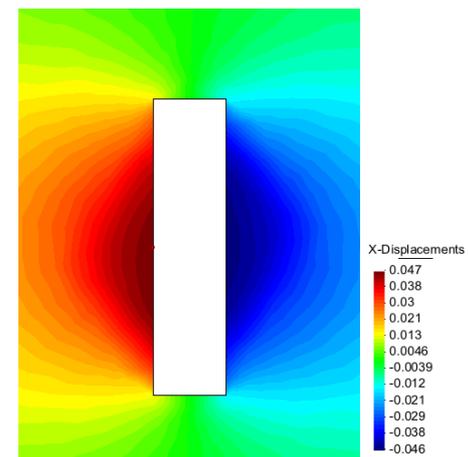
Simulação 2 ( $\eta = 1,0E6$ )



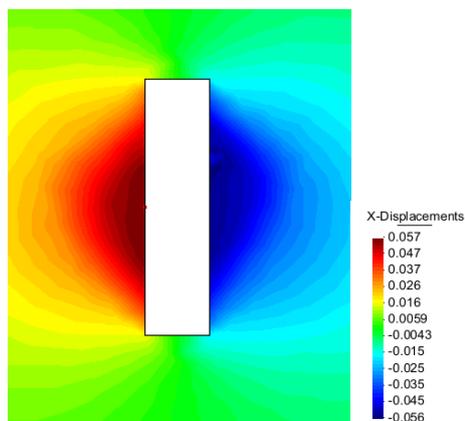
Simulação 3 ( $\eta = 0,8E6$ )



Simulação 4 ( $\eta = 0,6E6$ )



Simulação 5 ( $\eta = 0,3E6$ )



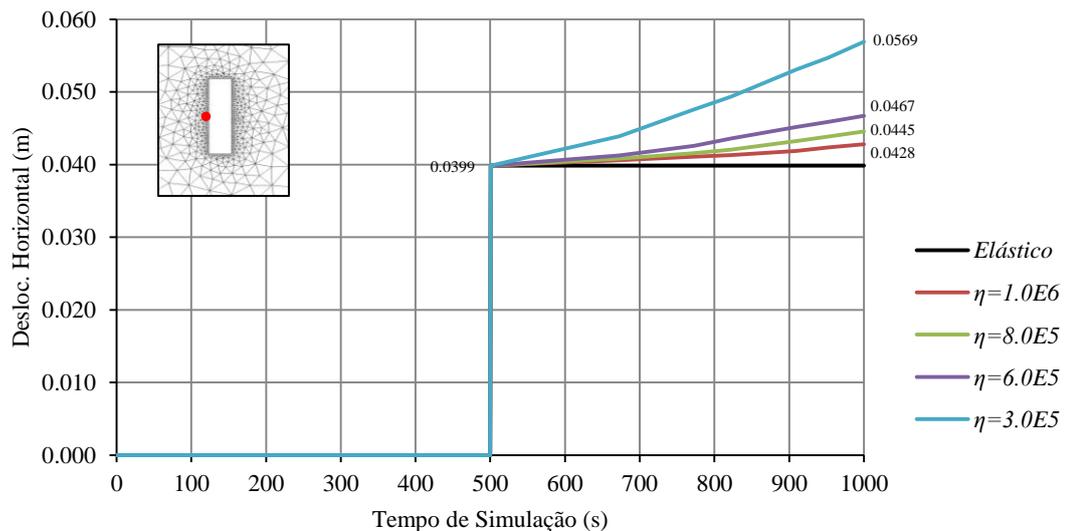
O gráfico da Figura 44 mostra a evolução dos valores dos deslocamentos horizontais, no centro da parede lateral esquerda, para cada valor do parâmetro viscoso.

Na simulação 01, o deslocamento horizontal no centro da parede esquerda do realce, atinge o valor de 3,99 cm, com o modelo puramente elástico, e permanece com o mesmo valor até o final da simulação.

Nas simulações 02, 03, 04 e 05, observa-se que os deslocamentos horizontais atingem um deslocamento instantâneo obtido no modelo elástico no instante da abertura do realce ( $t=500s$ ) e continua aumentando até o tempo total de simulação ( $t=1000s$ ), com taxas de deslocamentos maiores para os valores do parâmetro viscosos menores. Na simulação 05 o valor do parâmetro viscoso é de  $3,0 \times 10^5$ , e o deslocamento horizontal no instante final da simulação, atinge um valor de 5,69 cm, com a maior variação de deslocamento de 1,69 cm, no período de 500 segundos. Isto mostra que quanto menor o parâmetro viscoso maior será os deslocamentos na parede do realce.

Desta forma, percebe-se que o modelo foi capaz de capturar deformações dependentes do tempo, com o parâmetro viscoso podendo ser facilmente calibrado a uma taxa de evolução de deslocamentos reais, e contribuir para previsões de rupturas levando em consideração o efeito do tempo para este tipo de escavação.

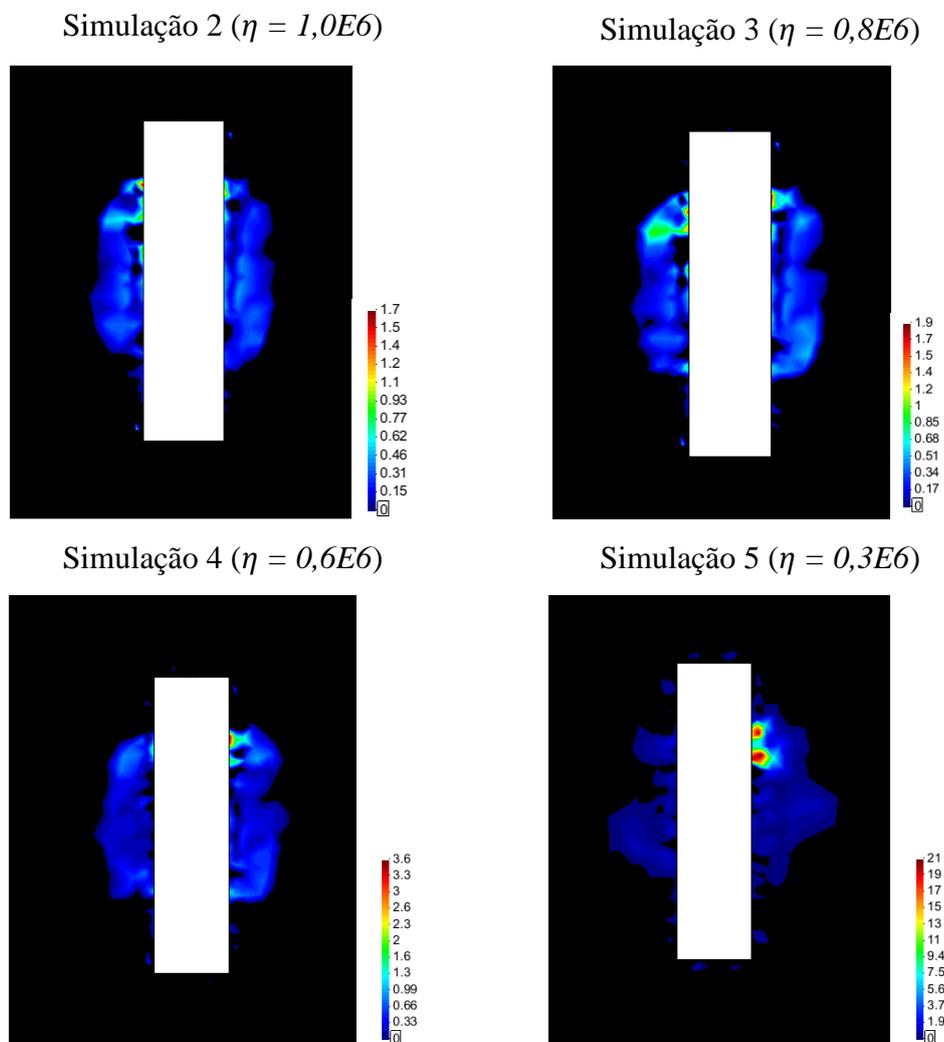
Figura 44 – Valores dos deslocamentos horizontais da parede do realce



### 5.4.2 Resultado das Regiões de baixo confinamento e plastificação

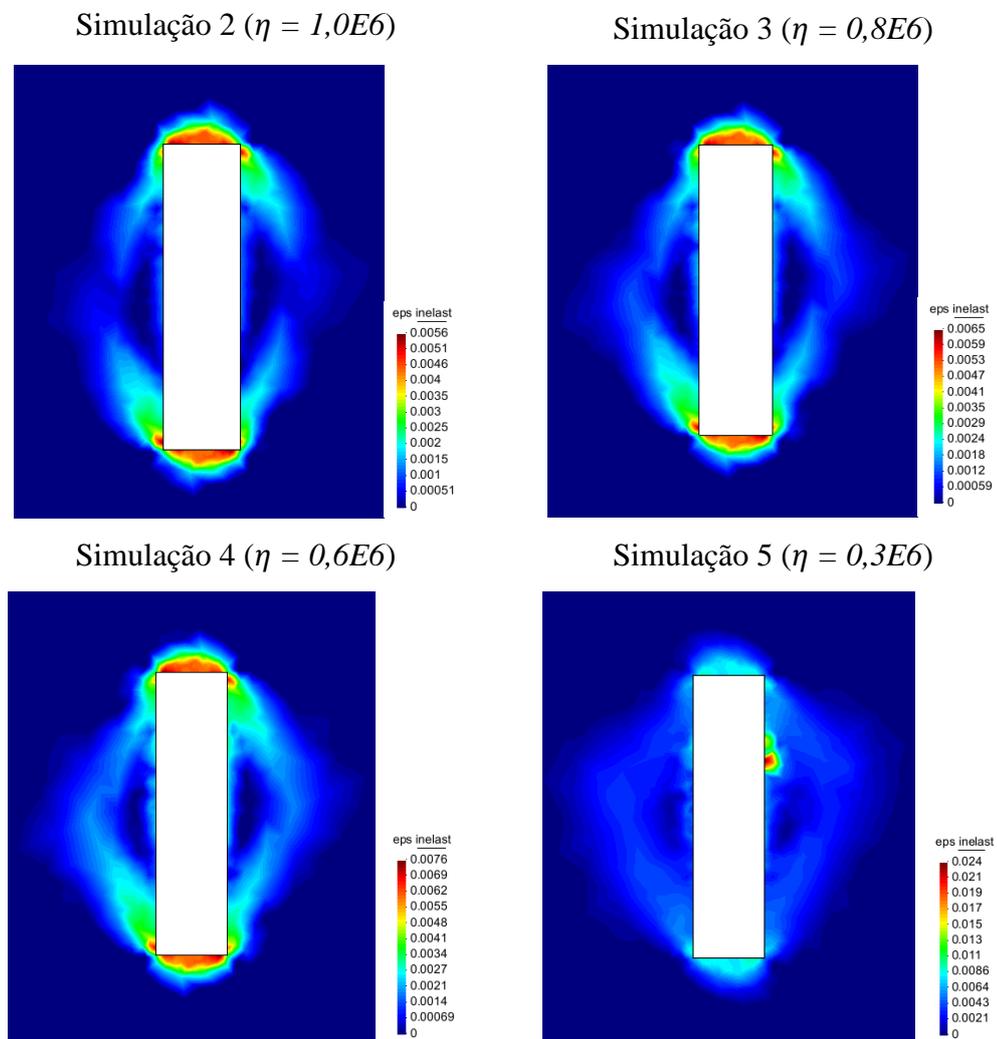
Os resultados contemplam as simulações 02, 03, 04 e 05 do bloco 01, que utilizaram o modelo elasto-viscoplástico. Na Figura 45, pode-se observar a amplitude das regiões de baixo confinamento no entorno do realce, para cada simulação. Esse indicador foi avaliado pela medida horizontal da parede lateral esquerda do realce, até o maior alcance da região de baixo confinamento, semelhante ao conceito do *Equivalent Linear Lverbreak or Slough (ELOS)*, de Clark e Pakalnis (1997).

Figura 45– Regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ) em MPa obtidas pelas 5 simulações do conjunto 01



A Figura 46 mostra os resultados das deformações plásticas, no entorno do realce, causado pela sua escavação, ou final da simulação ( $t=1000s$ ). Observa-se o aumento das regiões plastificadas, com o decréscimo do valor do parâmetro viscoso. Sua avaliação foi semelhante a das regiões de baixo confinamento, onde o alcance das zonas plastificadas foram medidas, a partir da parede lateral esquerda do realce, que determinaram o valor semelhante ao ELOS.

Figura 46– Deformação plástica cisalhante em torno do realce, obtidas pelas simulações 02, 03, 04 e 05 do conjunto 01



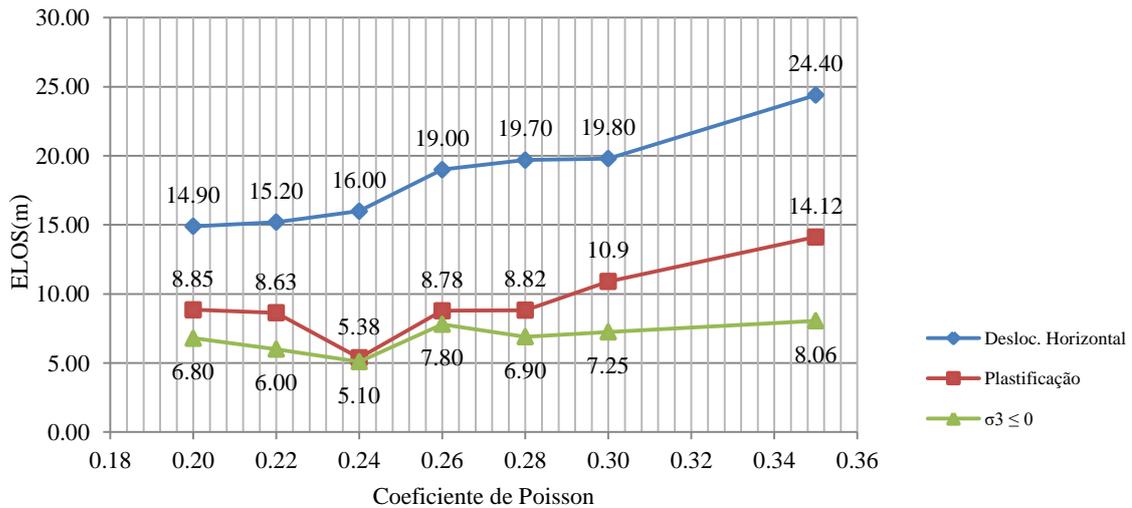
O gráfico da Figura 47, mostra o comportamento do ELOS obtido por cada indicador em função do parâmetro viscoso ( $\eta$ ). Percebe-se, que a amplitude das deformações plásticas é bem maior do que os valores obtidos pelas regiões de baixo confinamento, apesar de



Os resultados das simulações do conjunto 02 de podem ser observados no gráfico da Figura 48, que mostra o comportamento do ELOS, obtido pelos indicadores.

Para determinação do ELOS a partir dos deslocamentos horizontais, foi estimado deslocamentos inadmissíveis para o maciço, baseado nos trabalhos de Lianjin *et al* (2006) e no SniP-II-94-80, que classificam a estabilidade para vários tipos de rochas em função dos deslocamentos no perímetro do túnel. De acordo com esta classificação, foi considerado o maciço rochoso muito instável, quando os deslocamentos atingem valores de 1 a 2cm. Desta forma, adotou-se o deslocamento inadmissível de 1,5cm, onde o ELOS é a distância horizontal do centro da parede lateral esquerda até a linha de isovalores de deslocamentos iguais a 1,5 cm. Os valores do ELOS para os outros dois indicadores foram obtidos, conforme descrito no subitem 5.4.2.

Figura 48– Resultado do ELOS obtido pelos indicadores de instabilidade em função do Coeficiente de Poisson



## 5.6 SIMULAÇÕES DO CONJUNTO 03

Neste bloco, foram realizadas as simulações 13, 14, 15, 16 e 17, com intuito de observar como a qualidade do maciço rochoso afeta o comportamento dos indicadores de instabilidade.

Conforme descrito anteriormente, o caso 01 trata-se de um maciço rochoso homogêneo e isotrópico, com critério de ruptura de Hoek e Brown aplicável. Os parâmetros mecânicos do maciço rochoso ( $E$ ,  $c$  e  $\phi$ ) foram gerados a partir do critério de Hoek e Brown (2002), cujos parâmetros de entrada ( $GSI$ ,  $D$  e  $m_i$ ), foram definidos de forma a representar

cinco estruturas de fraturamento distintas incorporadas ao maciço pelo *GSI*. Os parâmetros *D* e *m<sub>i</sub>* permaneceram constantes para todas as simulações, assumindo os valores de 0 e 23,9 respectivamente. O que representa uma mudança apenas na estrutura de fraturamento do maciço rochoso sem danos causados por detonações de explosivo.

Foi variado o valor do *GSI*, e determinado módulo de elasticidade pela Equação de Hoek et al (2002), e a coesão e ângulo de atrito do maciço equivalente, pelas Equações 7 e 8, respectivamente. Na Tabela 6, encontram-se os parâmetros adotados para o maciço rochoso.

Tabela 6 - Parâmetros do Maciço Rochoso					
	Simulação	Simulação	Simulação	Simulação	Simulação
	13	14	15	16	17
<b>Classificação de Hoek Brown</b>					
$\sigma_{ci}$ (MPa)	136	136	136	136	136
<b>GSI</b>	<b>60</b>	<b>55</b>	<b>50</b>	<b>45</b>	<b>40</b>
<i>m<sub>i</sub></i>	23,9	23,9	23,9	23,9	23,9
<i>D</i>	0	0	0	0	0
<i>E<sub>i</sub></i>	42000	42000	42000	42000	42000
<b>Critério de Hoek Brown</b>					
<i>m<sub>b</sub></i>	5,72766	4,79098	4,00749	3,35212	2,80393
<i>s</i>	0,011744	0,006738	0,003866	0,002218	0,001273
<i>a</i>	0,502841	0,504048	0,505734	0,508086	0,511368
<b>Ajuste de Mohr-Coulomb</b>					
<i>c</i> (MPa)	3,57878	3,2363	2,95271	2,70682	2,48346
$\phi$ (o)	53,8298	52,5903	51,2848	49,9151	48,4774
<b>Parâmetros do Maciço Rochoso</b>					
$\sigma_t$ (MPa)	-0,27885	-0,19127	-0,1312	-0,08999	-0,06173
$\sigma_c$ (MPa)	14,5532	10,9399	8,1909	6,09633	4,49755
$\sigma_{cm}$ (MPa)	44,3091	40,0107	36,1575	32,6453	29,3924
<i>E<sub>rm</sub></i> (MPa)	21840	17147,8	12901,8	9393,3	6705,39

Determinado o módulo de elasticidade, coesão e ângulo de atrito do maciço rochoso equivalente, definem-se os valores de pico e residuais para a coesão e ângulo de atrito, que são parâmetros de entrada do modelo elasto-viscoplástico. Com intuito de simular a perda total de suporte do maciço no entorno da escavação, a coesão residual foi considerada zero, e

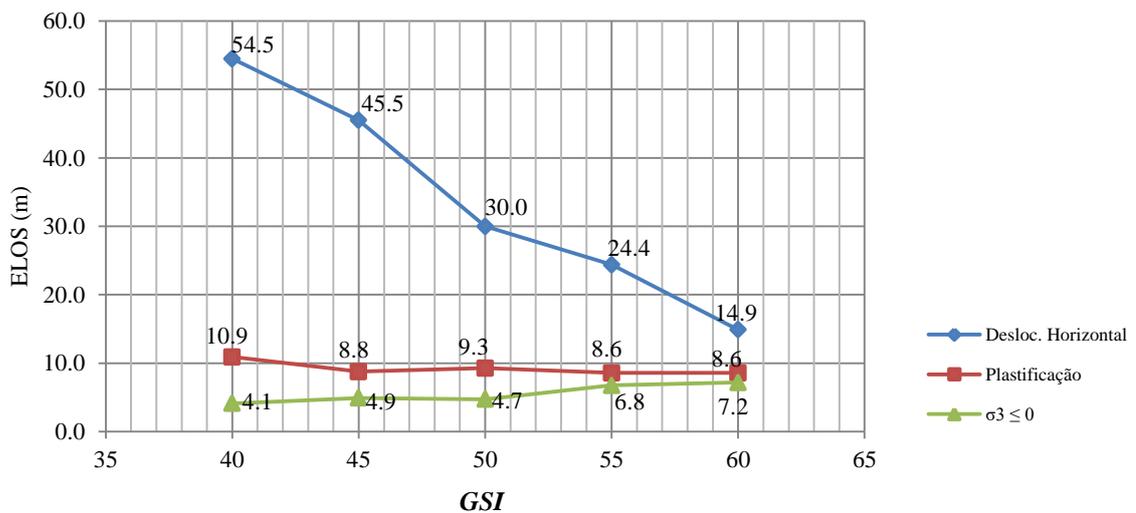
ângulo de atrito residual foi considerado  $1^\circ$  por conveniência numérica. Os valores dos parâmetros de entrada para cada simulação encontram-se agrupados na Tabela 7.

Tabela 7 - Parâmetros do maciço rochoso usados nas simulações

Propriedades	Simulação 13	Simulação 14	Simulação 15	Simulação 16	Simulação 17
Densidade ( $\text{MN/m}^3$ )	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027
$C_i$ (Mpa)	3,57	3,23	2,95	2,70	2,48
$C_p$ (Mpa)	3,57	3,23	2,95	2,70	2,48
$C_r$ (Mpa)	0	0	0	0	0
$\phi_i$ ( $^\circ$ )	53,82	52,59	51,28	49,91	48,47
$\phi_p$ ( $^\circ$ )	53,82	52,59	51,28	49,91	48,47
$\phi_r$ ( $^\circ$ )	1	1	1	1	1
E (MPa)	21840,0	17147,8	12901,8	9393,3	6705,39
Poisson	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
Parâmetro Viscoso	$1,0 \times 10^6$				

Os resultados podem ser observados no gráfico da Figura 49, que mostra o comportamento do ELOS obtido por cada indicador de instabilidade, em função do *GSI* do maciço rochoso.

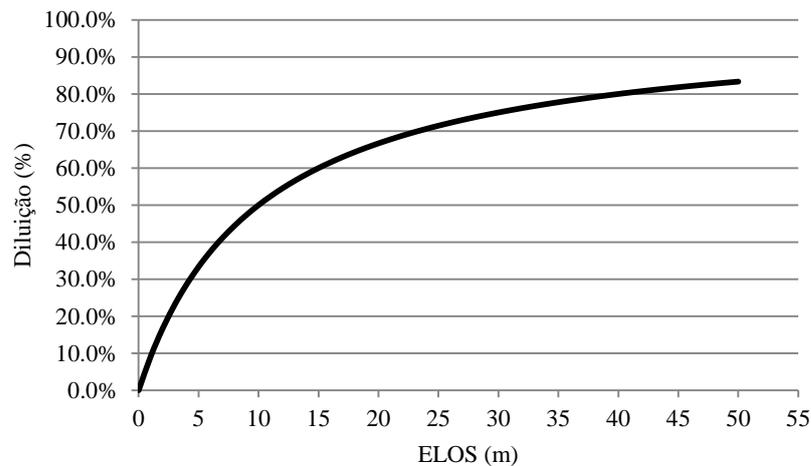
Figura 49– Sensibilidade dos indicadores de instabilidade em função do *GSI*



## 5.7 DISCUSSÃO DO CASO 01

Para a quantificação da diluição não planejada foi construído o gráfico característico para o realce do caso 01, que expressa a diluição não planejada em função do ELOS. O gráfico foi obtido a partir das Equações 11 e 14, e encontra-se ilustrado na Figura 50.

Figura 50- Gráfico Característico da Diluição em Função do ELOS para o realce do Caso 01



As simulações do conjunto 01 mostraram que o parâmetro viscoso exerce uma forte influência no comportamento dos indicadores de instabilidades, ao longo do tempo simulado.

O deslocamento horizontal medido no centro da parede lateral esquerda do realce sofre uma forte influência do modelo. O deslocamento de 3,99 centímetros é alcançado no instante da abertura do realce ( $t = 500s$ ), para as cinco simulações. O modelo elástico permanece com este mesmo valor até o final da simulação ( $t = 1000 s$ ), enquanto nos modelos com viscosidade, os deslocamentos horizontais vão crescendo com o tempo de simulação. O aumento de 1,41 centímetros decorrente da variação do parâmetro viscoso de  $1,0 \times 10^6$  para  $3,0 \times 10^5$ , expressa como o modelo interfere nos deslocamentos na parede do realce. O que é bastante significativo, quando se conhece os deslocamentos admissíveis do maciço rochoso em questão, podendo contribuir para previsão da estabilidade da parede. O que o torna um indicador de fácil adequação a contornos reais de *overbreak* pós-desmontes, e a evolução de deslocamentos.

Os valores do ELOS obtidos pela região de baixo confinamento no entorno do realce, sofre uma comprovada expansão ao longo do tempo de simulação, com uma diferença de 3,36

metros, quando o parâmetro viscoso varia de  $1,0 \times 10^6$  para  $3,0 \times 10^5$ . Acarretando um aumento da diluição de 44,4% para 54,5%.

O alcance das regiões plastificadas também sofre influência do modelo, tendo em vista que para o parâmetro viscoso de  $1,0 \times 10^6$  obtém-se um ELOS de 19,67 metros, e com a redução do parâmetro para  $0,3 \times 10^6$ , o valor do ELOS aumenta para 22,32 metros, com a diluição não planejada aumentando de 65,5% para 68,8%.

Conforme observado nos resultados do conjunto 01, pode-se constatar que o modelo elasto-viscoplástico mostrou o aumento da diluição não planejada com a diminuição do parâmetro viscoso.

As simulações do conjunto 02 mostraram a sensibilidade dos indicadores com a variação do coeficiente de Poisson adotado para o maciço rochoso. O ELOS indicado pelo deslocamento horizontal foi obtido através da distância da parede do realce até a curva de isovalores de 1,5 centímetros, ou seja, para deslocamentos maiores ou iguais a 1,5 centímetros, foi considerado ruptura da parede. Para o coeficiente de Poisson de 0,20 o deslocamento horizontal indicou um ELOS de 14,99 metros, o que significa um volume de *overbreak* de  $23.984\text{m}^3$  e uma diluição em torno de 60%. Para o coeficiente de Poisson de 0,35, obteve-se um ELOS de 24,4 metros, aumentando *overbreak* para  $39.040\text{m}^3$ , com aumento da diluição para 70%.

Para o ELOS medido segundo as regiões plastificadas, o menor valor de Poisson obteve-se o ELOS de 8,85m, o que significa uma diluição não planejada de 44,4%. E para o valor do coeficiente de Poisson de 0,35, o ELOS aumentou para 14m, com diluição não planejada equivalente a 58,3%.

A região de baixo confinamento indicou um ELOS de 6,8m para Poisson de 0,20, e de 8,0m para Poisson igual a 0,35. O que significa um aumento da diluição não planejada de 41,2 para 44,0%.

O conjunto 03 de simulações, mostrou a variação do ELOS obtido pelos indicadores de instabilidade com a variação da qualidade do maciço rochoso obtida pelo sistema de classificação **GSI** de Hoek-Brown. A incorporação da estrutura das descontinuidades ao maciço rochoso através do **GSI** possui um caráter qualitativo na sua definição, que podem ser motivos de pequenas variações no seu valor.

Os valores do ELOS obtidos pelo deslocamento horizontal, se mostrou o mais sensível dos indicadores com a variação de 40 para 60 para o valor do **GSI**, obedecendo a lógica de quanto menor o **GSI**, menor o módulo de elasticidade (E) e os parâmetros de resistência coesão (c) e ângulo de atrito ( $\phi$ ).

Para o valor do **GSI** de 40, o deslocamento horizontal indicou um ELOS de 54,5m, com diluição em torno de 83%. E para o **GSI** de 60 o ELOS assumiu o valor de 14,9m com uma diluição correspondente em torno de 58%.

As regiões plastificadas indicaram ELOS de 10,9m e 8,6m para o **GSI** de 40 e 60 respectivamente. Correspondendo a uma diluição de 50% para o **GSI** de 40 e 44,6% para o **GSI** de 60.

As regiões de baixo confinamento indicaram ELOS de 4,1m e 7,2m o **GSI** de 40 e 60 respectivamente. O que equivale a uma diluição não planejada de 28,6% para o **GSI** de 40, e 42% para o **GSI** de 60, não possuindo a mesma tendência dos demais indicadores.

De acordo com a classificação de Suorineni *et al.* (2001), o realce analisado possui, teoricamente, as seguintes previsões para a diluição não planejada:

- $0,0 < \text{ELOS} < 0,5\text{m}$ , implica realce em estável – Diluição<sub>NP</sub> = 0% a 4,8%;
- $0,5 \leq \text{ELOS} \leq 5,0\text{m}$ , implica realce instável – Diluição<sub>NP</sub> = 4,8% a 33,3%;
- $5,0 < \text{ELOS}$ , colapso do realce – Diluição<sub>NP</sub> > 33,3%

O que indica que o projeto do realce do caso 01 deve ser realizado com dimensões menores que minimizem os deslocamentos e conseqüentemente a diluição não planejada. Tendo em vista que todas as simulações indicaram um ELOS maior que 5,0m, o que implica no colapso imediato e uma diluição não planejada acima de 33,3%.

Na perspectiva da previsão da diluição não planejada, as simulações realizadas mostraram que os valores do ELOS obtido pelos indicadores possuem uma menor variação para maciços rochosos de melhor qualidade, com os deslocamentos horizontais se mostrando mais sensíveis aos parâmetros do maciço.

O fator tempo pôde ser percebido, constatando que o modelo pode ser aplicado para análise do fator tempo na diluição não planejada.

## 6 CASO 02 - DESPLACAMENTO

### 6.1 INTRODUÇÃO

O caso 02 foi elaborado a partir de um caso real de deslocamento ocorrido no teto de um realce da mina subterrânea de zinco, da Nexa Resources, localizada no município de Vazante, Minas Gerais, Brasil.

O maciço rochoso em questão é uma rocha sedimentar formada pela litificação de fragmentos angulares de rochas e minerais, denominado brechas. No local da abertura do realce o maciço é a brecha willemítica, encaixada em brechas dolomíticas do depósito zincífero de Vazante-MG, descrito por Dardenne, (2000) e Valeriano et al., (2008).

O objetivo da simulação foi avaliar o comportamento de três indicadores de instabilidade das paredes do realce e comparar com os deslocamentos reais ocorridos. Os indicadores analisados foram os deslocamentos verticais, as regiões de baixo confinamento e a plastificação ocorrida no entorno da escavação, que foram simuladas ao longo do tempo, através do modelo elasto-viscoplástico, descrito no item 4.

Para análise dos indicadores foram realizadas as simulações 18, 19 e 20, para um estado de tensão isotrópico ( $K=1$ ) conforme dados da Mineração Nexa. O parâmetro viscoso adotado na simulação 18 foi de  $1,0 \times 10^6$ , na simulação 19 foi adotado o valor de  $0,8 \times 10^6$ , e para simulação 20 o valor de  $0,6 \times 10^6$ , que foi o limite de convergência do caso.

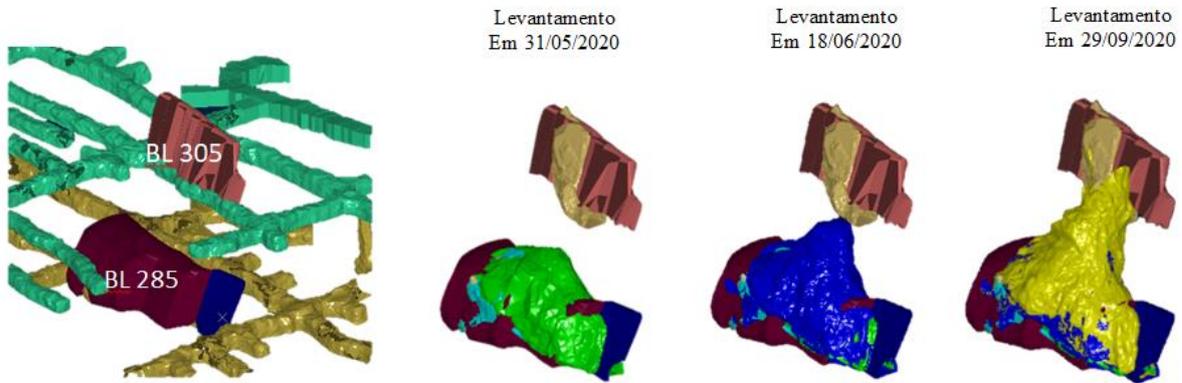
### 6.2 DESCRIÇÃO DO CASO 02

Os deslocamentos ocorreram no teto do realce 285, do bloco denominado BL1 10150 S, que foram registrados pelo levantamento de cavidades da mina, durante um período de sete meses. Os resultados dos levantamentos foram tratados no Software Studio UG da Datamine, ilustrados na Figura 51.

A partir dos levantamentos, foi escolhida a seção no cento do realce, onde os deslocamentos alcançaram os maiores valores, e deste modo, se mostrando a mais adequada para realização da simulação.

A seção analisada encontra-se a uma profundidade de 397,5 metros da superfície até a base do realce, em um estado de tensão hidrostático, com peso específico médio do maciço rochoso de  $0,027 \text{MN/m}^3$ , em conformidade com as considerações feitas por Charbel (2015).

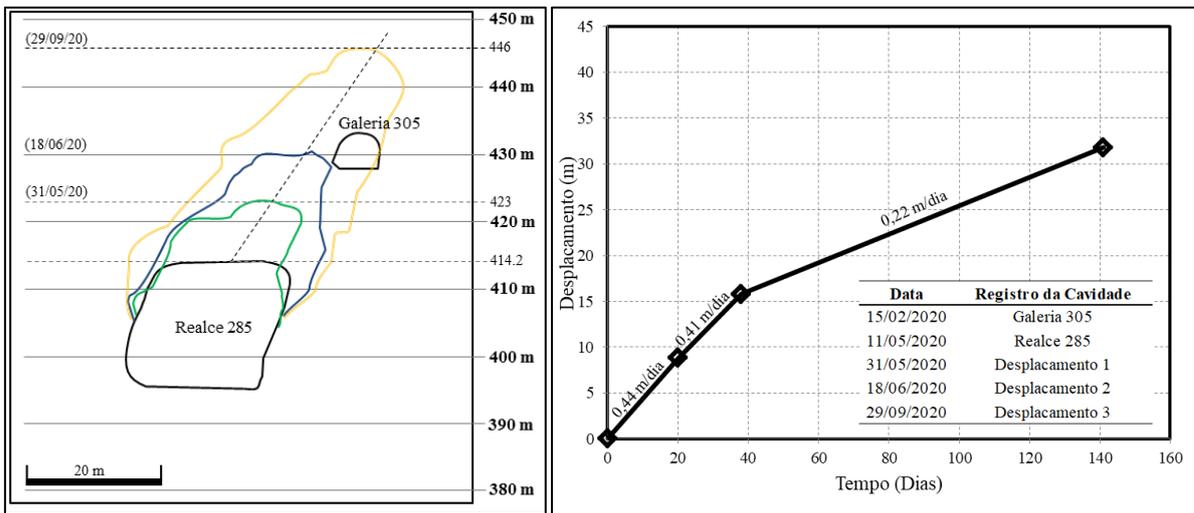
Figura 51- Bloco de lavra 285 e 305 e o resultado do levantamento mostrando a evolução do deslocamento do bloco 285 BL 1 10150 S



Fonte: Arquivos digitais da Nexa (2020)

A Figura 52 mostra a seção de análise com os contornos das cavidades e suas respectivas datas de levantamento e o gráfico mostrando a taxa de evolução por período.

Figura 52– Evolução dos deslocamentos ocorridos no teto do realce 285



### 6.3 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

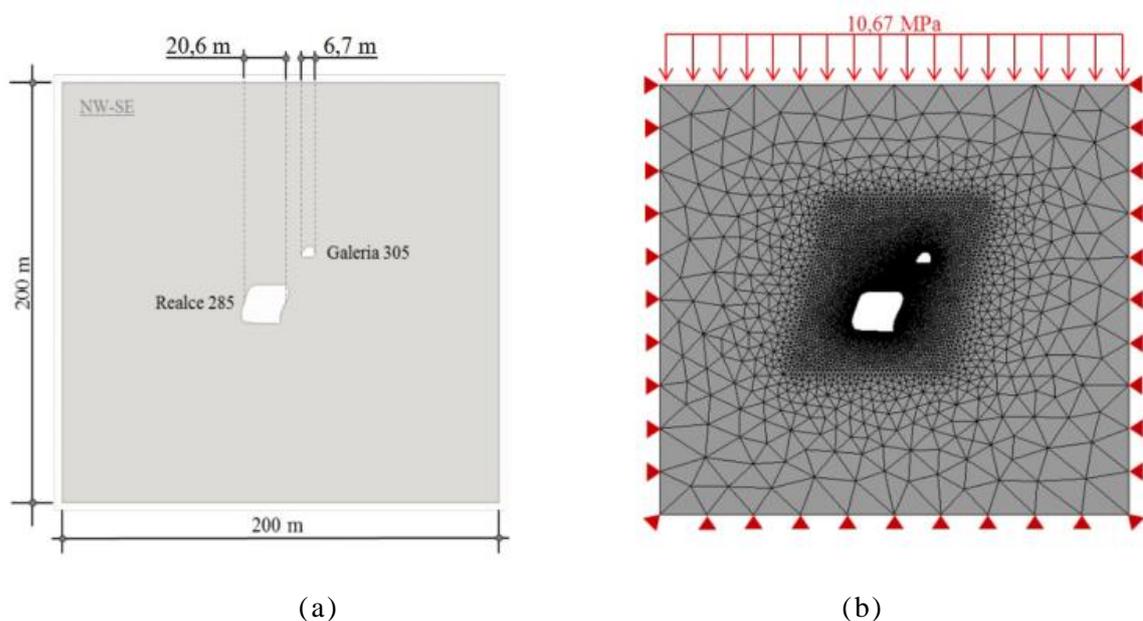
O modelo foi elaborado, a partir do perfil 10080 da mina, que possui direção NW-SE, perpendicular aos realces de lavra. Na Figura 53(a), encontram-se as características da seção analisada com a geometria do realce 285 e da galeria 305, da mina de Vazante.

O modelo em elementos finitos representa a seção bidimensional perpendicular às escavações, que possui um domínio de 200 m x 200 m, com uma malha de elementos finitos, não estruturada, com 21856 elementos tipo triangular e 10949 nós, cujas características e condições de contorno, encontram-se na Figura 53(b).

As tensões iniciais no local das aberturas foram obtidas através da aplicação do estado geostático de tensões, levando em consideração a gravidade e o peso específico médio do maciço rochoso de  $0,027 \text{ MN/m}^3$ , a uma distância vertical da base do realce, até a superfície de 397,5 metros, gerando uma tensão vertical de 10,67 MPa, onde  $\sigma_v = \sigma_h$ .

Primeiro foi simulada a abertura da galeria do nível 310, e após 86 dias, a abertura do realce, com um tempo total de simulação equivalente a 228 dias, em conformidade com o período do levantamento das cavidades. O tempo de simulação total foi de 1000 segundos, com fator de conversão de 3,5 segundos/dia, em conformidade com o tempo dos levantamentos.

Figura 53- (a) Características da seção analisada; (b) Modelo em Elementos Finitos



O maciço rochoso é uma brecha mineralizada, que de acordo com a sua estrutura geológica, foi considerado homogêneo, com comportamento isotrópico, cujos parâmetros são resultados estatísticos de ensaios e observações *in loco*, realizadas pela equipe de geomecânica da mina, ao longo dos anos de operação.

A classificação do maciço rochoso que é a Brecha Willemítica, possui os escores para os sistemas de classificação descritos na Tabela 8.

Tabela 8 - Padrão de qualidade da Brecha Willemítica

	Média	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão	Classificação		
Q	2,41	0,46	9,84	2,09	Muito Pobre 19,05%	Pobre 69,05%	Regular 11,90%
RMR	55,81	45	63	4,6	Classe II - Bom 16,67%	Classe III - Razoável 83,33%	- -
GSI	44,43	38	52	3,22			

Fonte: Nexa (2020)

O módulo de elasticidade do maciço rochoso foi obtido através do critério de Hoek-Brown, cujos parâmetros, encontram-se descritos na Tabela 9.

Tabela 9 - Parâmetros do Critério de Ruptura de Hoek-Brown

Classificação de Hoek e Brown	
$\sigma_{ci}$ (MPa)	108
GSI	44,43
$m_i$	20,9
D	0
$E_i$	63000
Critério de Hoek e Brown	
mb	2,87228
s	0,002082
a	0,508407
Faixa da Envoltória de Ruptura	
Aplicação	Túneis
$\sigma_{3max}$ (MPa)	5,29333
Densidade (MN/m <sup>3</sup> )	0,027
Profundidade do Túnel (m)	397,5
Mohr-Coulomb Ajustado	
c (MPa)	2,0572
$\phi$ (Graus)	48,6638
Parâmetros do Maciço Rochoso	
$\sigma_t$ (MPa)	-0,07828
$\sigma_c$ (MPa)	4,6786
$\sigma_{cm}$ (MPa)	23,9626
$E_{mr}$ (MPa)	13568,6

A coesão e o ângulo de atrito do maciço rochoso foram obtidos através de um ajuste da relação linear média a envoltória de Hoek-Brown, que pode ser observada na Figura 54.

Os valores residuais foram definidos para modelar a perda total de suporte, reduzindo a coesão para zero e o ângulo de atrito interno para  $1^\circ$ , tendo em vista a lei bilinear de *softening*, implementada no modelo. Os parâmetros para cada simulação encontram-se agrupadas na Tabela 10.

Figura 54 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb ajustada da envoltória de Hoek-Brown

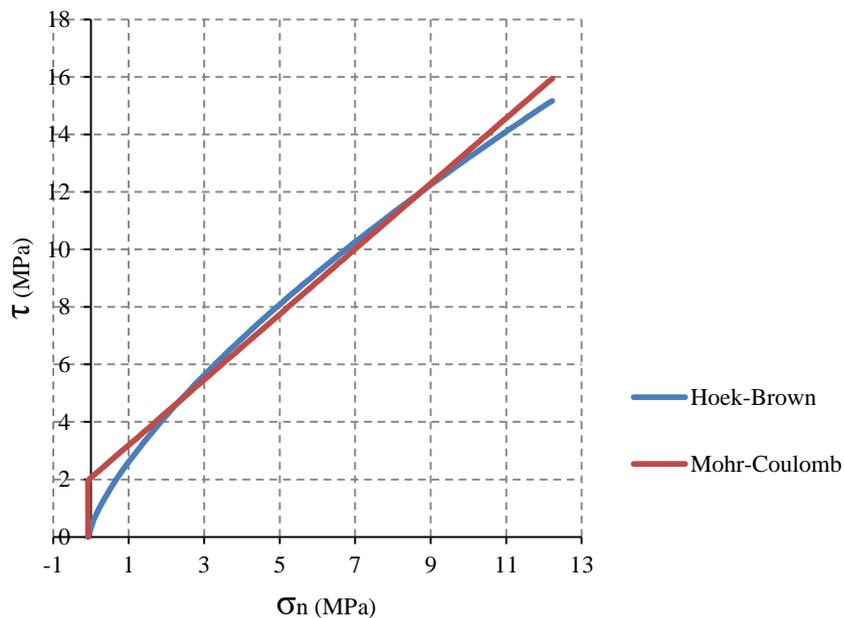


Tabela 10 - Parâmetros geomecânicos do maciço rochoso para cada simulação

Parâmetros	Simulação 18	Simulação 19	Simulação 20
Densidade ( $\text{MN/m}^2$ )	0,027	0,027	0,027
$C_i$ (Mpa)	2,0572	2,0572	2,0572
$C_r$ (Mpa)	0	0	0
$\varphi_i$ ( $^\circ$ )	48.6638	48.6638	48.6638
$\varphi_r$ ( $^\circ$ )	1	1	1
E (GPa)	13,568	13,568	13,568
<i>Coefficiente de Poisson</i>	0,2	0,2	0,2
<i>Parâmetro Viscoso de Perzyna</i>	$1,0 \times 10^6$	$0,8 \times 10^6$	$0,6 \times 10^6$

Onde:  $C_i$  = Coesão inicial;  $C_r$  = Coesão residual;  $\varphi_i$  = ângulo de atrito interno inicial;  $\varphi_r$  = ângulo de atrito interno residual.

## 6.4 RESULTADOS DO CASO 02

Foram analisadas as regiões de baixo confinamento, representada pelos valores menores ou iguais à zero da tensão principal menor, as zonas plastificadas, representada pelo alcance das deformações plásticas cisalhantes, e os deslocamentos verticais, representado pelo alcance dos deslocamentos inadmissíveis.

Com intuito de comparar os resultados da simulação com os valores reais dos deslocamentos ocorridos no teto do realce, foram analisados os instantes de 20, 38 e 141 dias da abertura do realce, que equivale a 600, 650 e 1000 segundo de simulação.

### 6.4.1 Resultados da Simulação 18

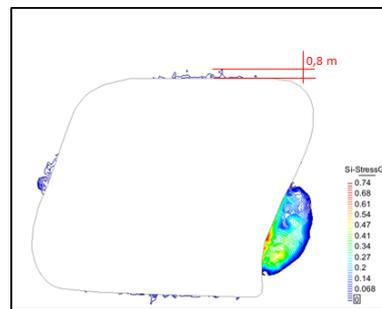
As Figuras 55(a), 55(b) e 55(c) mostram o contorno da zona de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ) no teto do realce nos instantes dos levantamentos. As Figuras 56(a), 56(b) e 56(c), mostram a evolução da deformação plástica cisalhante. E as Figuras 57(a), 57(b) e 57(c), mostram a evolução dos deslocamentos verticais.

A Tabela 11 resume os valores dos alcances dos deslocamentos obtidos por cada indicador.

Tabela 11 - Resumo dos resultados da simulação 18

Tempo (Dias)	ELOS (m)			Deslocamento Real (m)
	$\sigma_3 \leq 0$	Plastificação	Deslocamento Vertical	
0	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,80	3,20	12,64	8,80
38	0,90	3,50	12,86	15,80
141	2,10	5,30	17,16	31,80

Figura 55 - (a) Região de Baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias;  
(c) Após 141 dias



(a)

**Tempo = 20 dias**

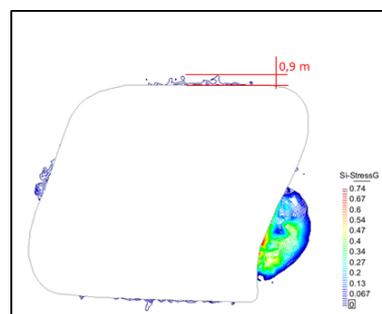
$$K = 1$$

$$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$$

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 0,8 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

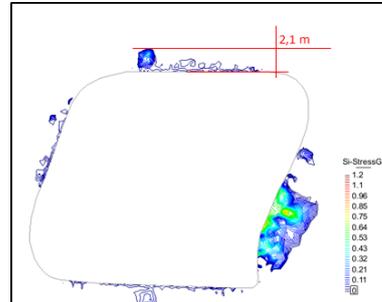
$$K = 1$$

$$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$$

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 0,9 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

$$K = 1$$

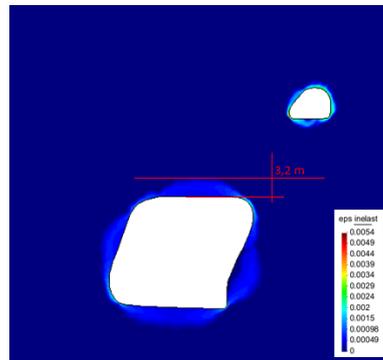
$$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$$

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 2,1 metros**

Figura 56 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

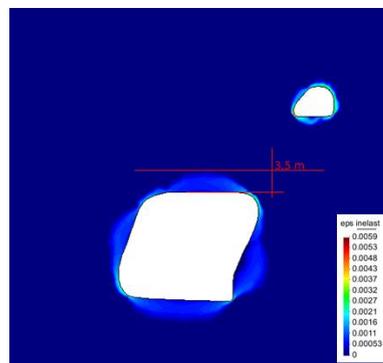
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 3,2 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

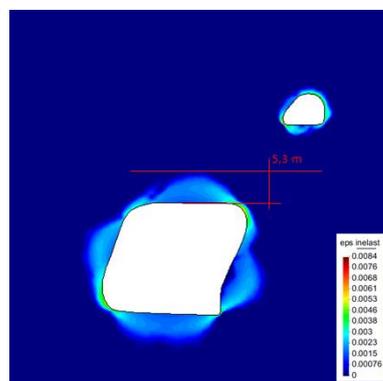
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 3,5 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

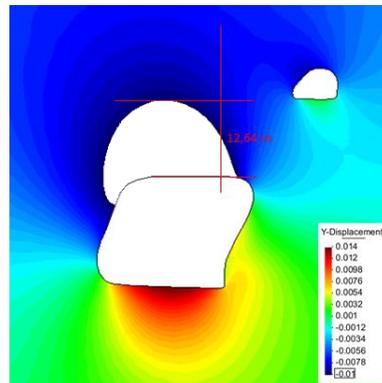
**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 5,3 metros**

Figura 57 - (a) Deslocamentos verticais (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

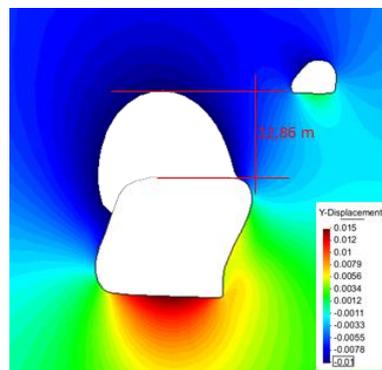
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 12,64 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

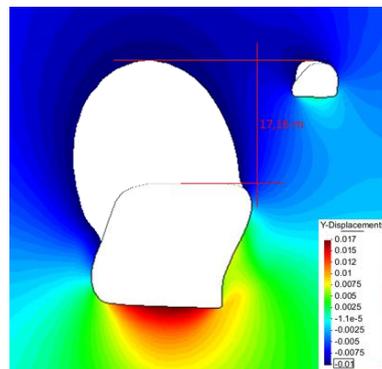
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 12,86 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

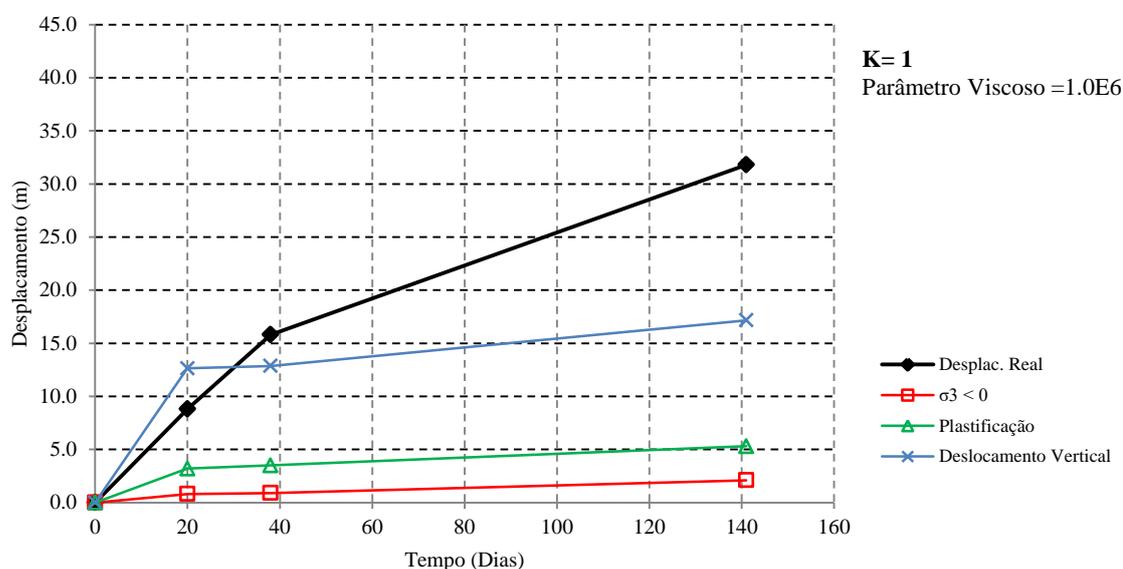
**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 1.0E6**

**Elos = 17,16 metros**

O gráfico da Figura 58 mostra a taxa de avanço que cada indicador representa, para o parâmetro viscoso de  $1,0 \times 10^6$  e os deslocamentos reais ocorridos no teto do realce 285.

Figura 58 - Evolução dos deslocamentos reais e os obtidos pelos indicadores de instabilidade da simulação 18.



Observa-se que os valores dos deslocamentos obtidos pelos indicadores simulados, obedecem a uma mesma tendência e valores bem distintos, sendo os deslocamentos verticais, o indicador que possui maior correlação com os deslocamentos reais. As regiões de baixo confinamento e as deformações plásticas não possuem uma boa acurácia com os deslocamentos reais para este valor do parâmetro viscoso.

#### 6.4.2 Resultados da Simulação 19

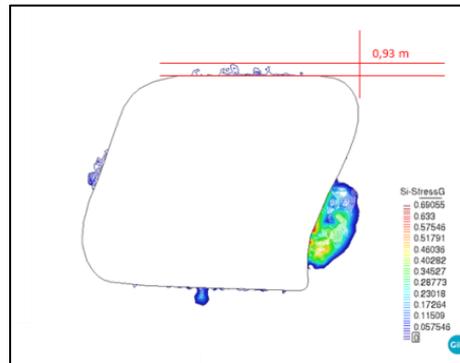
A simulação 19 foi realizada para um parâmetro viscoso de  $0,8 \times 10^6$ , a evolução do ELOS obtido pelo alcance da região de baixo confinamento, podem ser observadas nas Figuras 59(a), 59(b) e 59(c), as regiões plastificadas nas Figuras 60(a), 60(b) e 60(c), e nas Figuras 61(a), 61(b) e 61(c), os resultados dos deslocamentos verticais simulados nos instantes do levantamento.

A Tabela 12 apresenta o resumo dos resultados obtidos na simulação 19.

Tabela 12 - Resumo dos resultados da simulação 19

Tempo (Dias)	ELOS (m)			Deslocamento Real (m)
	$\sigma_3 \leq 0$	Plastificação	Deslocamento Vertical	
0	0,0	0,0	0,0	0,00
20	0,93	3,70	11,17	8,80
38	0,93	3,90	12,41	15,80
141	3,06	5,47	20,28	31,80

Figura 59 - (a) Região de baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

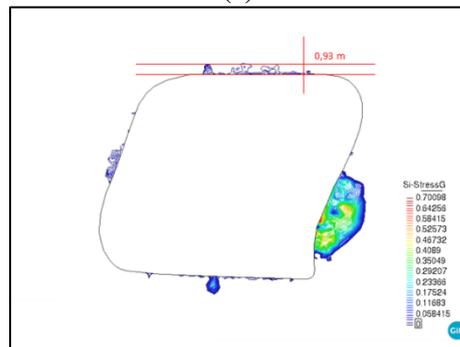
**$K = 1$**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 0,93 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

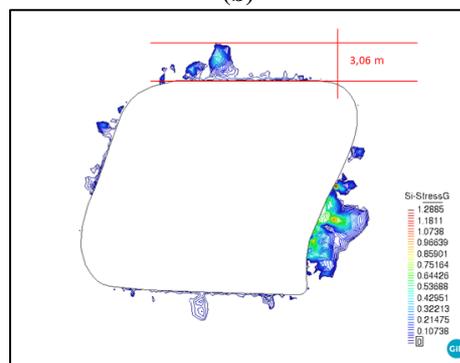
**$K = 1$**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 0,93 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**$K = 1$**

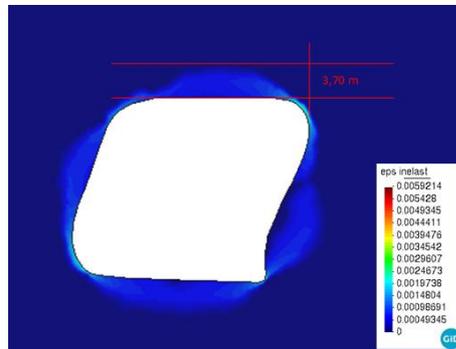
**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 3,06 metros**

Figura 60 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias, (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

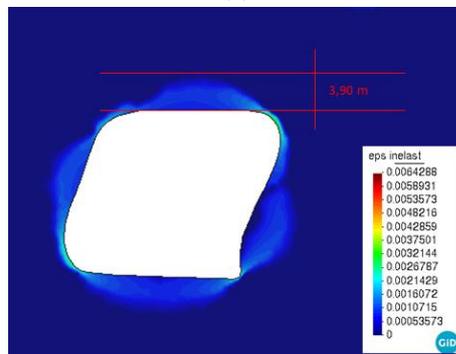
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.8E6**

**Elos = 3,70 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

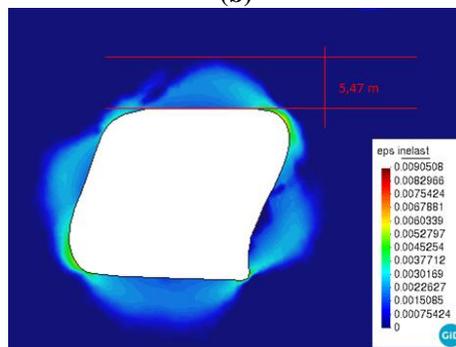
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.8E6**

**Elos = 3,90 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

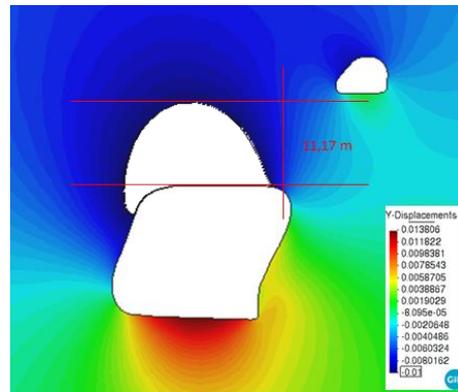
**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.8E6**

**Elos = 5,47 metros**

Figura 61 - (a) Deslocamentos verticais (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

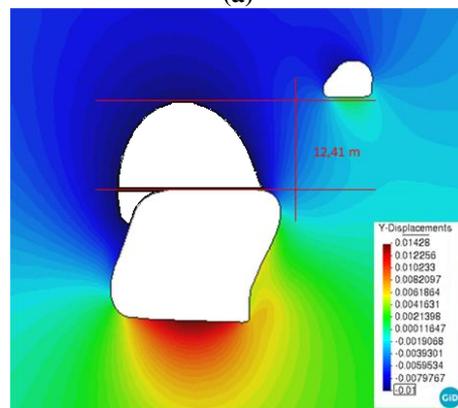
**$K = 1$**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 11,17 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

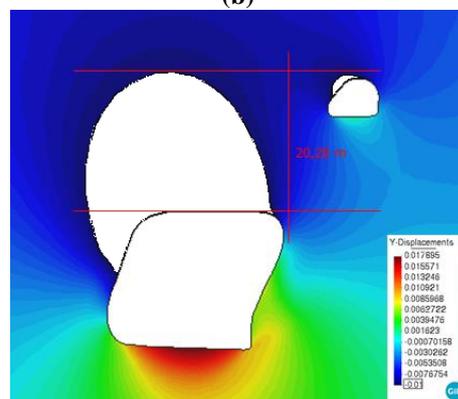
**$K = 1$**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 12,41 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**$K = 1$**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

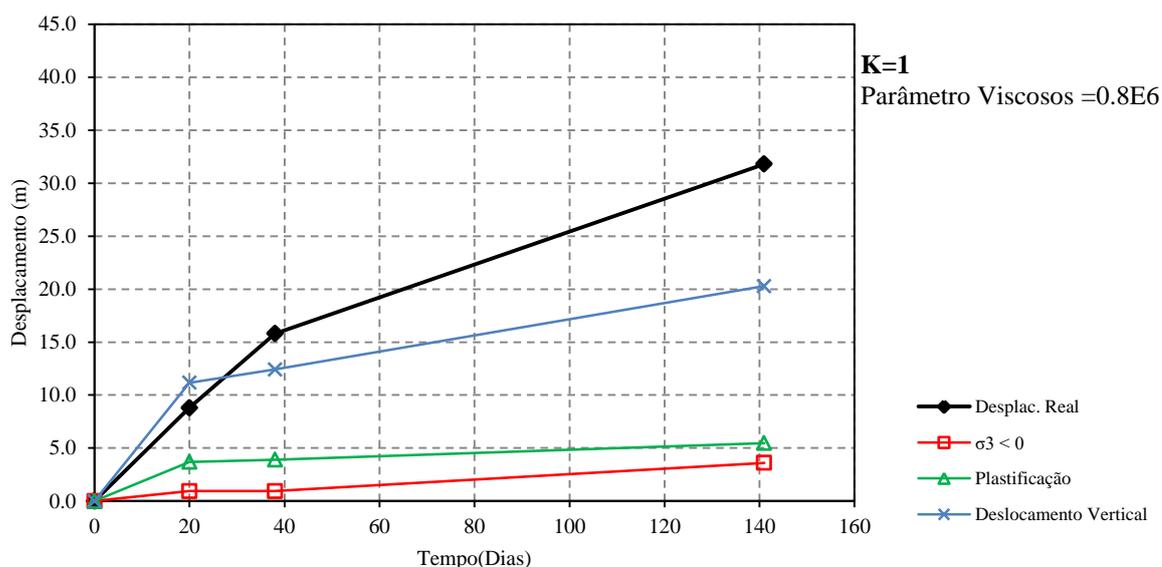
**Parâmetro Viscoso =  $0.8E6$**

**Elos = 20,28 metros**

O gráfico da Figura 62 apresenta as taxas de avanço obtidas por cada indicador de instabilidade. Pode-se perceber que os deslocamentos obtidos pelos indicadores sofrem um aumento um pouco maior para o parâmetro viscoso de  $0,8 \times 10^6$ , sendo o deslocamento vertical, o indicador mais sensível à variação do parâmetro. As regiões de baixo confinamento e as zonas plastificadas sofrem uma pequena expansão, indicando valores bem abaixo dos deslocamentos reais, ocorridos no teto do realce. Observa-se, que apesar da discrepância com

os valores reais, existe a tendência de crescimento da amplitude dos indicadores, com o a diminuição do parâmetro viscoso.

Figura 62 - Gráfico comparativo dos deslocamentos reais e os deslocamentos obtidos pela simulação para o parâmetro viscoso de  $0,8 \times 10^6$



### 6.4.3 Resultados da Simulação 20

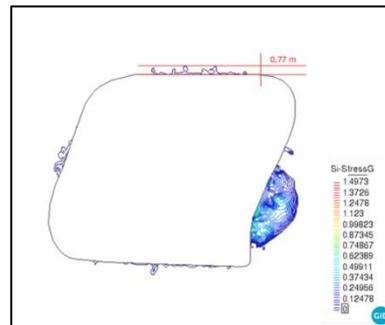
Na simulação 20 o parâmetro viscoso foi reduzido para  $0,6 \times 10^6$ . As evoluções dos indicadores obtidos pela simulação são apresentadas nas Figuras 63, 64 e 65.

Observa-se que os deslocamentos verticais se aproximaram, consideravelmente, dos valores reais do deslocamento, mostrando-se um bom indicador para esta situação. Já os valores obtidos pelas regiões de baixo confinamento e as zonas plastificadas, apesar de aumentarem ao longo do tempo, indicaram valores de deslocamentos bem abaixo dos valores ocorridos. O que mostra que o deslocamento vertical pode ser considerado o melhor indicador para o caso 02. Na Tabela 13 encontram-se os resultados da simulação 20.

Tabela 13 - Resumo dos resultados da simulação 20

Tempo (Dias)	ELOS (m)			Deslocamento Real (m)
	$\sigma_3 \leq 0$	Plastificação	Deslocamento Vertical	
0	0,0	0,0	0,0	0,00
20	0,77	3,66	13,19	8,80
38	0,81	4,45	14,01	15,80
141	3,98	6,19	30,16	31,80

Figura 63 - (a) Região de baixo confinamento (MPa) após 20 dias; (b) Após 38 dias; (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

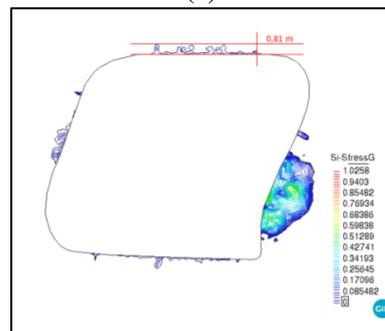
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 0,77 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

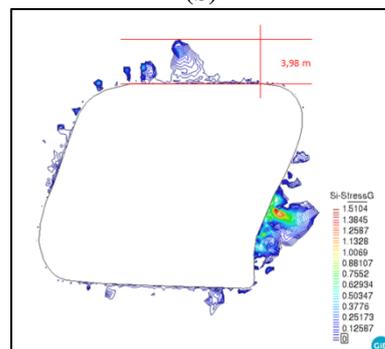
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 0,81 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

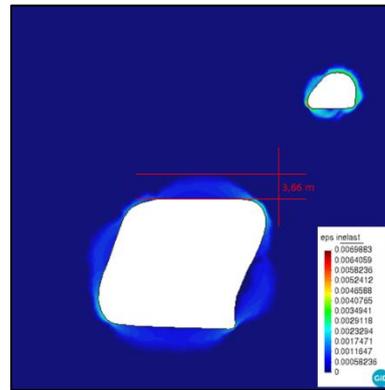
**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 3,98 metros**

Figura 64 - (a) Deformação plástica cisalhante (m) após 20 dias; (b) Após 38 dias, (c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

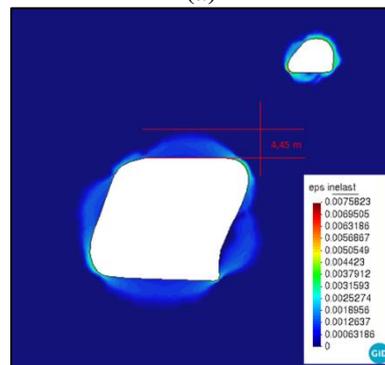
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 3,66 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

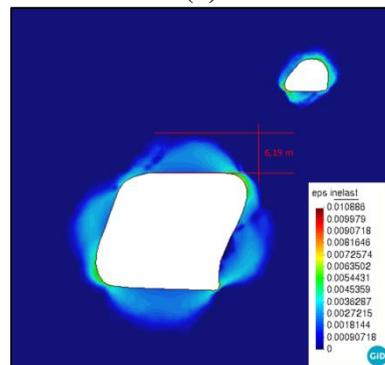
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 4,45 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

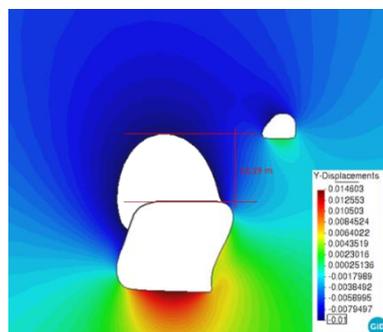
**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 6,19 metros**

Figura 65 - (a) Deslocamentos verticais(m) após 20; (b) Após 38 dias;  
(c) Após 141 dias.



(a)

**Tempo = 20 dias**

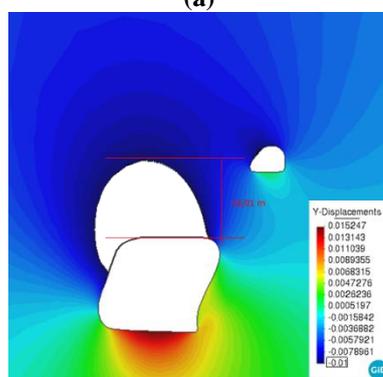
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 13,19 metros**



(b)

**Tempo = 38 dias**

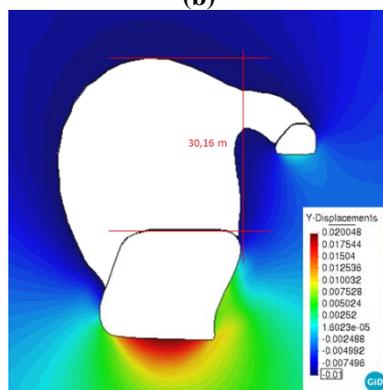
**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 14,01 metros**



(c)

**Tempo = 141 dias**

**K = 1**

**$\sigma_{\text{Horizontal}} = 10,67 \text{ MPa}$**

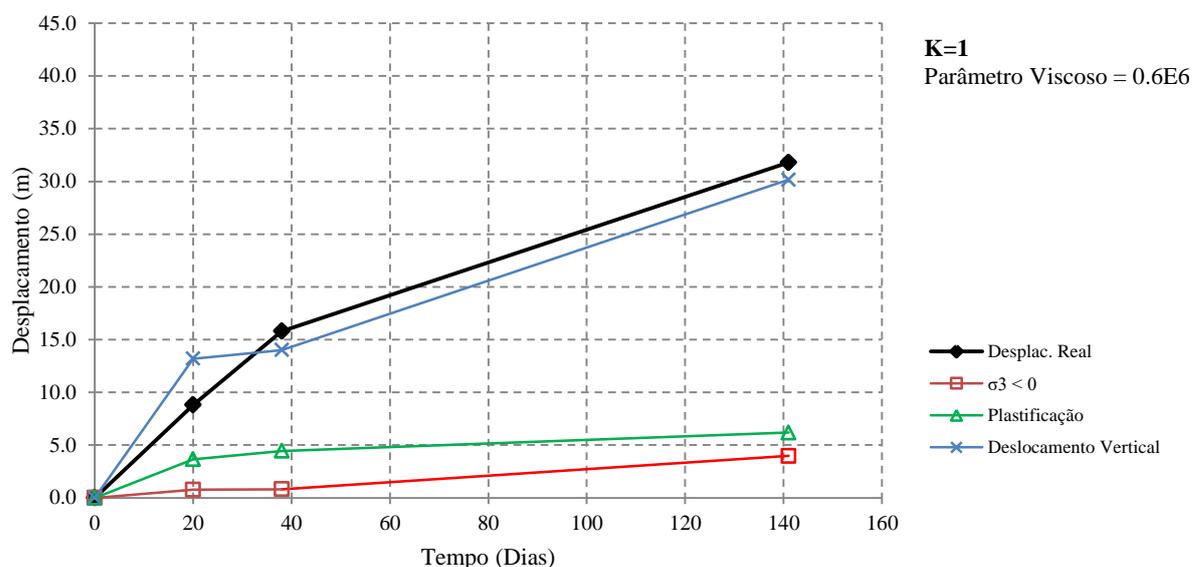
**$\sigma_{\text{vertical}} = 10,67 \text{ MPa}$**

**Parâmetro Viscoso = 0.6E6**

**Elos = 30,16 metros**

O comportamento dos indicadores ao longo do tempo, obtidos pela simulação 20 pode ser visto no gráfico da Figura 66. Onde pode se perceber que o deslocamento vertical chega a diferença de apenas 1,64m, o que pode ser considerado um valor satisfatório diante de algumas incertezas que envolvem o caso, como por exemplo, a data do levantamento pode não coincidir com o deslocamento real, o que pode acarretar algumas discrepâncias com a simulação.

Figura 66- Gráfico comparativo dos deslocamentos reais e os deslocamentos obtidos pela simulação com parâmetro viscoso de  $0,6 \times 10^6$ .

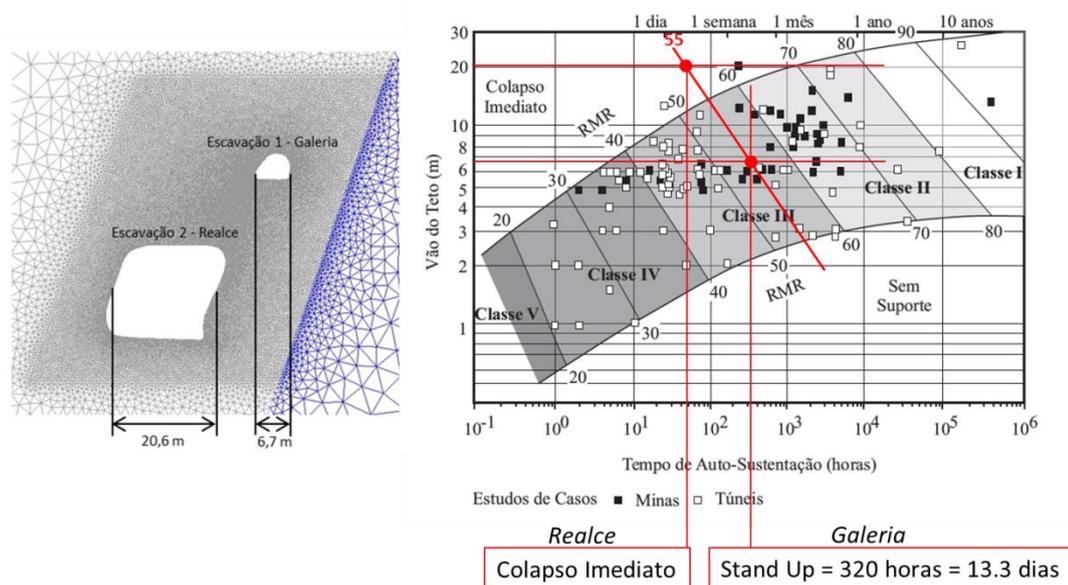


## 6.5 DISCUSSÃO DO CASO 02

As simulações 18, 19 e 20 realizadas para o caso 02 proporcionou a análise dos indicadores de instabilidade na previsão do deslocamento pós-desmorte. Possibilitando avaliar o comportamento de cada indicador, com relação aos deslocamentos reais ocorridos no teto do realce, ao longo do tempo de monitoramento.

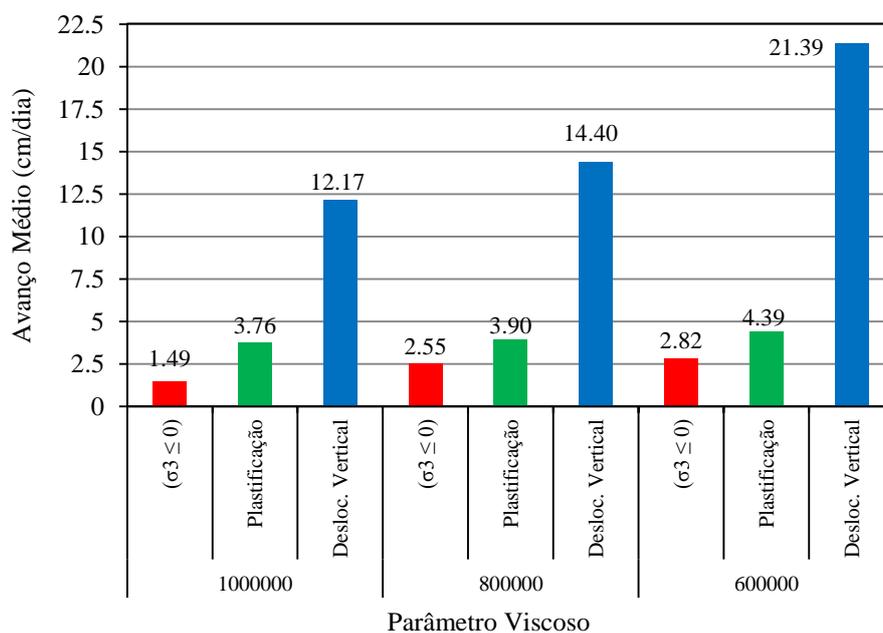
A qualidade do maciço rochoso em questão é a brecha willemítica com padrão de qualidade do maciço rochoso, descrita na Tabela 8, mostrando que o valor médio do RMR é 55, que de acordo com a classificação de Bieniawski (1989), trata-se de um maciço razoável. No entanto, analisando a abertura no ábaco, que correlaciona o tempo de auto sustentação com o vão da abertura para valores do RMR, observa-se que o vão de 20,6 metros do realce 285, encontra-se na região de colapso imediato, conforme ilustrado na Figura 67. Observa-se que para este tamanho de vão, pode-se alcançar a estabilidade para maciços com RMR acima de 70, aplicando-se algum tipo de suporte.

Figura 67 - Ábaco que correlaciona o vão do teto com o tempo de auto-sustentação, em conformidade com o valor do RMR do maciço rochoso.



O levantamento da cavidade realizado pela mineração, durante o período de sete meses, mostrou uma taxa média de avanço do deslocamento no teto do realce de 22,5 cm/dia. A taxa de avanço médio dos deslocamento obtidos pela simulação dos indicadores pode ser observada no gráfico da Figura 68.

Figura 68 - Taxa de avanço médio obtido pelas simulações 18, 19 e 20



As simulações foram realizadas em conformidade com os dados repassados pela mineração Nexa. Foi variado o parâmetro viscoso de Perzyna, para verificação do comportamento dos indicadores de instabilidade. Observou-se que a melhor acurácia aos valores reais, foi para parâmetro viscoso de 600.000.

O primeiro indicador de instabilidade analisado, foram as regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), onde o seu alcance no teto do realce indicou os deslocamentos simulados. O resultado do avanço médio para este indicador foi de 2,82 cm/dia, para o valor do parâmetro viscoso de 600.000. Ficando bem abaixo dos deslocamentos reais de 22,55 cm/dia, mostrando uma alta discrepância dos valores reais ocorridos, não devendo ser utilizado como indicador de deslocamentos, para este caso.

O segundo indicador analisado foi à deformação plástica, que também indicou deslocamentos com valores bem abaixo dos valores ocorridos nos instantes dos levantamentos, com uma taxa média de avanço de 4,39 cm/dia, para o parâmetro viscoso de 600.000. Apesar do aumento da taxa de avanço com a diminuição do parâmetro viscoso, a deformação plástica não é um bom indicador, para esta situação.

Estudos realizados por Villescusa (2014) e Cepuritis *et al.* (2010) indicaram que as deformações plásticas são responsáveis por no máximo 30% das instabilidades observadas nos realces, por ele analisado, podendo ser considerada um critério de limite inferior para estabilidade das paredes dos realces, pois o maciço pode estar danificado e ainda estar estável, devido a vários fatores. Os referidos autores mostraram ainda, em suas pesquisas, que para definir a instabilidade é necessário identificar as deformações plásticas associadas à velocidade de deslocamento, definida pela magnitude de um vetor de deslocamento resultante no *hangingwall*, calculado entre as etapas da simulação, expresso em metro por etapa. O que não foi analisado no âmbito deste caso por se tratar de deslocamentos no teto do realce.

Na análise dos deslocamentos verticais, observou-se que as curvas de isovalores de 1,0 cm, foi a que melhor se ajustou aos deslocamentos reais, podendo ser considerado o limite de instabilidade, ou seja, deslocamentos maior ou igual a 1,0 cm foram considerados deslocamentos inadmissíveis.

De acordo com a análise realizada, verificou-se que o deslocamento vertical é o indicador que possui melhor correlação com os deslocamentos ocorridos no teto do realce em todos os instantes do levantamento realizado, com a taxa média de avanço de deslocamento de 21,39 cm/dia, com valor bem próximo do deslocamento real de 22,5 cm/dia. Este valor foi obtido para o um parâmetro viscoso de 600.000, mostrando que o deslocamento vertical possui a maior sensibilidade ao parâmetro viscoso, dentre os

indicadores analisados, podendo ser um bom indicador e com fácil adequação, para o caso analisado.

Para se analisar a estabilidade de escavações subterrâneas, através de indicadores de instabilidade, é necessário definir os limites de aplicabilidade para cada situação. Bons indicadores de instabilidade precisam de uma boa correlação com situações reais, refletindo a acurácia dos modelos aplicados.

Na situação do caso 02, constatou-se que as regiões de baixo confinamento e as deformações plásticas não possuem uma boa consistência como indicadores de instabilidade, para o caso analisado. Essa falta de consistência pode estar ligada ao tipo de ruptura ocorrida no teto do realce, tendo em vista que o critério de plastificação adotado na simulação é o de Mohr-Coulomb, que presume uma ruptura por cisalhamento. Apesar do maciço rochoso se tratar de uma brecha com estrutura geológica, que pode ser considerado homogêneo e isotrópico, os deslocamentos podem afetar o grau de liberdade dos blocos no teto do realce, acarretando uma situação cinematicamente instável, mudando o tipo de ruptura previsto.

Além dos aspectos considerados, os parâmetros de resistência do maciço rochoso foram obtidos pelo critério de Hoek-Brown (2002), no qual a representatividade da estrutura descontínua do maciço é incorporada, através do sistema de classificação *GSI*. Os parâmetros de resistência, coesão e ângulo de atrito, são parâmetros de entrada para o modelo elasto-viscoplástico utilizado. Eles foram obtidos através da relação do critério de Hoek-Brown com Mohr-Coulomb, proposta por Hoek e Brown (2002), que se trata de um ajuste da relação linear média da envoltória de ruptura de Hoek-Brown, para determinação da coesão e ângulo de atrito. De acordo com os autores, esta relação está condicionada a problemas que não envolvam desmoronamento de blocos em mina, recomendando que não seja feita nenhuma relação entre os critérios, sugerindo que a determinação das propriedades e análise seja baseada em apenas um dos critérios. O que nos leva a crer, que partes das rupturas no teto do realce, pode estar relacionada a desmoronamento de blocos, o que impõe um limite para aplicação do modelo elasto-viscoplástico, com a metodologia utilizada.

## 7 CASO 03 - DILUIÇÃO DE UM REALCE

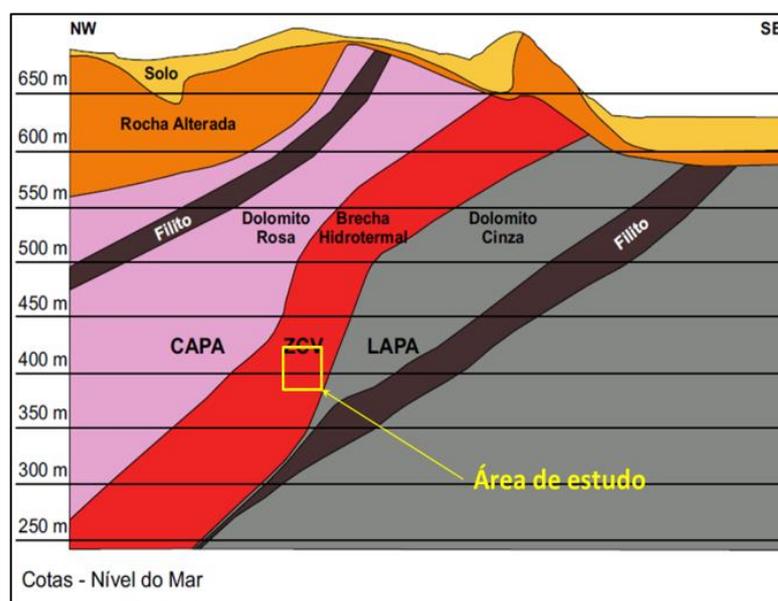
### 7.1 DESCRIÇÃO DO CASO 03

Neste item será analisado o caso real da abertura de um realce pelo método de lavra de aberturas por subníveis da Mina Subterrânea de Zinco da Nexa, localizada no município de Vazante, noroeste de Minas Gerais. Este caso foi escolhido para análise do efeito do tempo na estabilidade da parede suspensa do realce, por possuir dados precisos sobre sua geometria e diluição, além de um estudo minucioso sobre a previsão da diluição nele ocorrido, descrito por Charbel (2015).

O depósito em questão encontra-se inserido no Distrito Zincífero de Vazante – DZV, ocorrendo ao longo da Zona de Falha Vazante com pervasiva brechação, na maioria das vezes dolomíticas, apresentando enriquecimento em hematita e willemita. O mineral-minério primário é a willemita e seus produtos secundários de alteração supérgena (calamina), com teores de zinco variando entre 16 e 39%, encaixado em dolomitos (Valeriano et al., 2019).

A Figura 69 ilustra uma seção geológica da mina, com a localização do caso analisado.

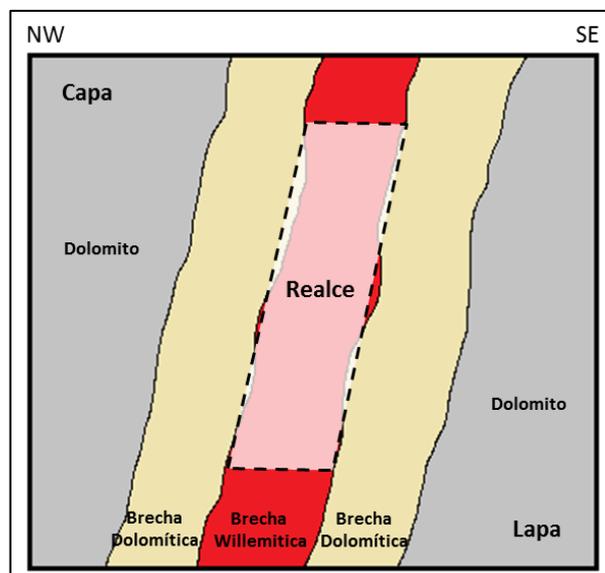
Figura 69 - Seção Geológica da Mina de Vazante



Fonte: Magalhães e Cella (2009) Apud Charbel (2015).

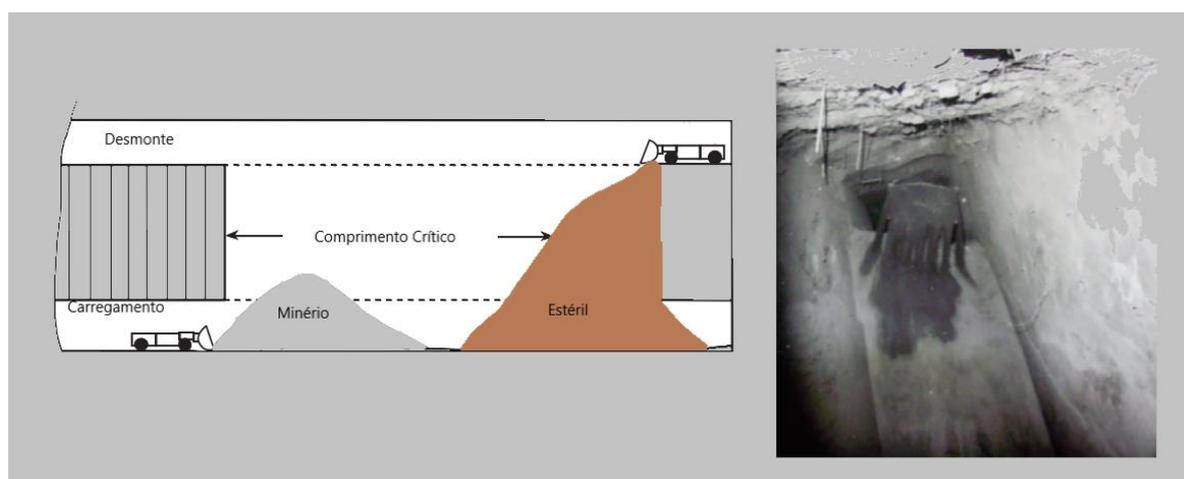
A Figura 70 mostra o esquema de posicionamento dos realces, com relação às litologias, que serviu de base para elaboração do modelo numérico.

Figura 70 - Posicionamento do realce com relação às litologias



O método de lavra utilizado na mina é do tipo de escavação por subníveis com preenchimento dos realces com material estéril, sem adição de cimento. A Figura 71 ilustra as operações de extração do minério desmontado e o enchimento com material estéril da mina.

Figura 71 - Operações contínuas de extração e enchimento em um realce

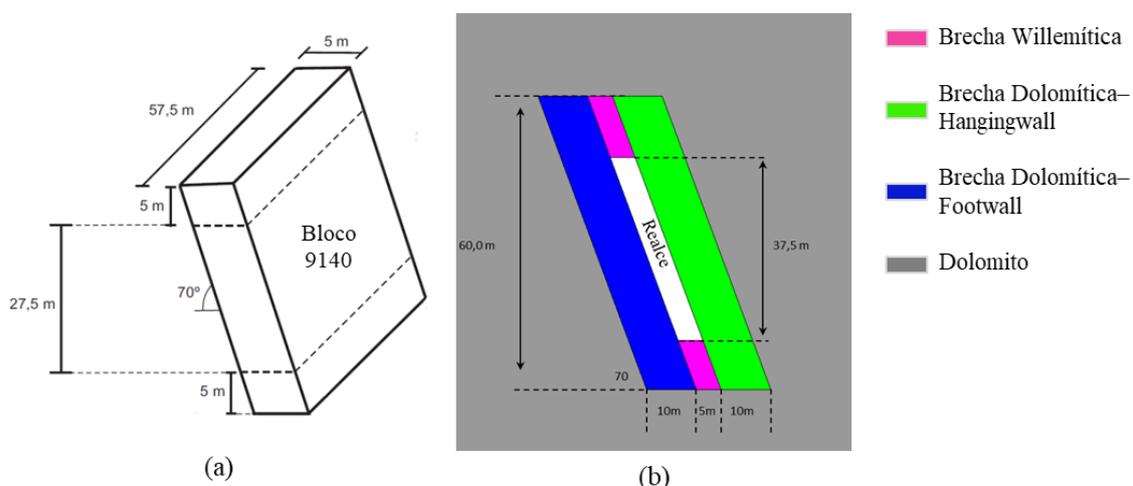


Fonte: Modificada de Villaescusa (2014).

O modelo foi elaborado a partir do bloco de extração 9140, localizado na cota 420 da mina de Vazante. A Figura 72(a) ilustra a geometria do bloco de lavra 9140, onde sua base

encontra-se a 268,5 metros da superfície. Foi realizada a simulação de uma seção bidimensional no centro do realce com características apresentadas na Figura 72(b), contendo as dimensões do realce escavado na brecha willemítica, que se encontra encaixada em brechas dolomíticas e dolomitos.

Figura 72 - (a) Geometria do bloco de lavra (Modificado de Charbel, 2015); (b) Geometria da seção bidimensional na direção NW-SE indicando o posicionamento do realce e as litologias envolvidas.



O estado de tensões *in situ* foi discutido, detalhadamente, por Charbel (2015) e encontra-se descrito na Tabela 14.

Tabela 14 - Estado de tensão *in situ* na de direção NW – SE

$\gamma$ (MN/m <sup>3</sup> )	$h$ (m)	$K^{NW-SE}$	$\sigma_v$ (MPa)	$\sigma_h$ (Mpa)
0,027	268.5	1,0	7.95	7.95

Fonte: Charbel (2015).

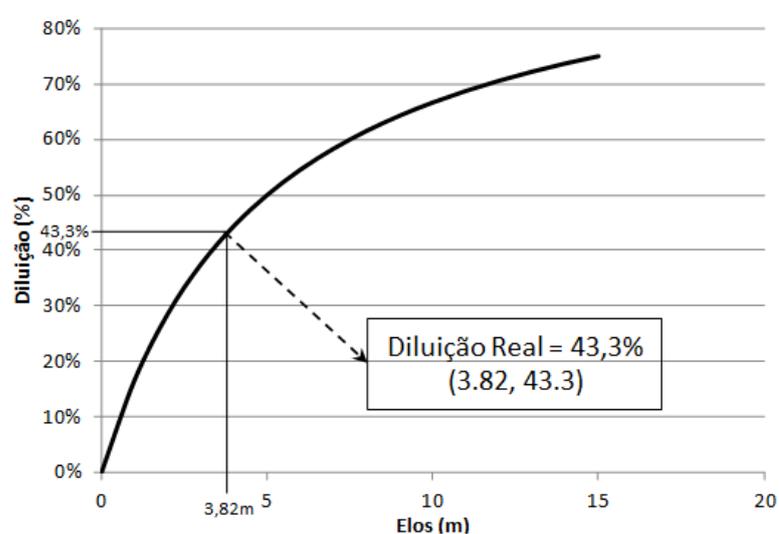
Na mina de Vazante, o processo de diluição não planejada está ligado aos deslocamentos ocorridos na parede suspensa (*hanging wall*) dos realces, onde foi realizada a análise no realce 9140, cujas características estão descritas na Tabela 15.

Tabela 15 - Características do *hanging wall* do Bloco 9140, levantados na mina

Comprimento do <i>hanging wall</i>	Largura do <i>hanging wall</i>	Área do <i>hanging wall</i>	Volume do realce	Elos no <i>hanging wall</i>	Diluição do Realce
57.5m	39.9m	2294.25 m <sup>2</sup>	11471.25 m <sup>3</sup>	3.82m	43.3%

Com base na teoria do *Equivalent Linear Overbreak/Slough* (ELOS) de Clark (1998), expressa pela Equação 14 e a diluição expressa pela Equação 11, foi elaborado o gráfico característico do *hanging wall* do bloco 9140, que expressa a diluição em função do ELOS, que servirá de base para a análise dos resultados da simulação, e encontra-se ilustrado na Figura 73.

Figura 73 - Gráfico característico da diluição em função do ELOS para o *hanging wall* do bloco 9140, mostrando a diluição real ocorrida no realce

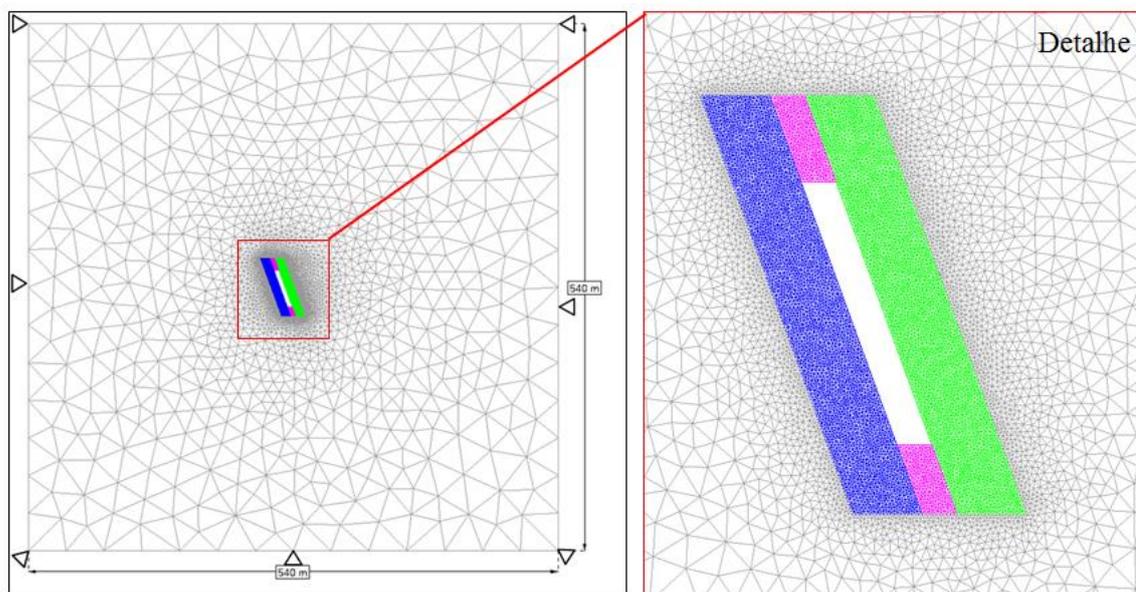


## 7.2 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

O modelo representa uma seção bidimensional perpendicular no centro do bloco de lavra 9140, da Mina Vazante, no nível 420. A seção de simulação possui um domínio de 540 m x 540 m. Foi empregada uma malha de elementos finitos, não estruturada, com 22626 elementos, tipo triangular e 11342 nós, cujas características, condições de contorno e o detalhe da malha, próximo a escavação, encontram-se na Figura 74.

Os parâmetros geomecânicos das litologias foram determinados pela equipe da mina de Vazante, onde foi utilizado o critério de Hoek e Brown (2002), para determinação das características do maciço rochoso por litologia, e são tratados aqui como maciços equivalentes contínuos e isotrópicos.

Figura 74 - Malha de elementos finitos, com detalhe no entorno do realce



A coesão  $c$  e o ângulo de atrito  $\phi$  são obtidos através de um ajuste da relação linear média a envoltória de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb, para cada litologia. Os valores residuais da coesão foram considerados iguais à zero, tendo em vista a modelagem da ruptura. O ângulo de atrito residual foi considerado igual a um, por conveniência numérica.

Foram realizadas as simulações 21 e 22, para dois valores do parâmetro viscoso de Perzyna. As características adotadas nas simulações encontram-se descritas na Tabela 16 e 17, respectivamente.

Tabela 16 - Parâmetros geomecânicos das litologias adotados na simulação 21

Características	Dolomito	Brecha Dolomítica da Capa	Brecha Dolomítica da Lapa	Brecha Willemitica
Densidade (MN/m <sup>2</sup> )	0,027	0,030	0,027	0,035
Ci (MPa)	2,40	1,90	1,75	1,98
Cr (MPa)	2,40	0	0	0
$\phi_i$ (°)	51,7	52,1	50,0	48,8
$\phi_r$ (°)	51,7	1	1	1
$E_{mr}$ (GPa)	30	12	10	13
<i>Coefficiente de Poisson</i>	0,20	0,20	0,20	0,20
<i>Parâmetro Viscoso de Perzyna</i>	$1,0 \times 10^6$	$1,0 \times 10^6$	$1,0 \times 10^6$	$1,0 \times 10^6$

Tabela 17 - Parâmetros geomecânicos das litologias adotados na simulação 22

Características	Dolomito	Brecha Dolomítica da Capa	Brecha Dolomítica da Lapa	Brecha Willemítica
Densidade (MN/m <sup>2</sup> )	0,027	0,030	0,027	0,035
Ci (MPa)	2,40	1,90	1,75	1,98
Cr (MPa)	2,40	0	0	0
φi (°)	51,7	52,1	50,0	48,8
φr (°)	51,7	1	1	1
E <sub>mr</sub> (GPa)	30	12	10	13
Coeficiente de Poisson	0,20	0,20	0,20	0,20
Parâmetro Viscoso de Perzyna	0,5 x 10 <sup>6</sup>	0,5 x 10 <sup>6</sup>	0,5 x 10 <sup>6</sup>	0,5 x 10 <sup>6</sup>

Onde: Ci Coesão inicial; Cr = Coesão residual; φi = ângulo de atrito interno inicial; φr = ângulo de atrito interno residual.

As tensões iniciais foram obtidas através da aplicação do estado geostático de tensões, levando em consideração a gravidade e o peso específico médio do maciço rochoso de 0,027 MN/m<sup>3</sup>, com distância vertical da base do realce, até a superfície de 268.5 metros, gerando uma tensão vertical de 7.95 MPa. A tensão horizontal foi corrigida, acrescentando-se um valor de 3,77 MPa, para se obter o estado de tensão, descrito na Tabela 12.

Em seguida, foi realizada a simulação no código de elementos finitos com um tempo total de 6000 segundos, a abertura do realce ocorreu no instante T<sub>1</sub> = 4000 segundos, permanecendo exposto até T<sub>2</sub> = 6000 segundos, o que foi suficiente para verificar o aumento do ELOS para os parâmetros analisados, que são: os deslocamentos horizontais e as regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ).

### 7.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO 21

Foram avaliados a evolução de dois parâmetros de instabilidade, os deslocamentos horizontais e a tensão principal menor, que ocorreram no centro do *hanging wall* do realce, indicando o valor do ELOS ao longo do tempo de simulação.

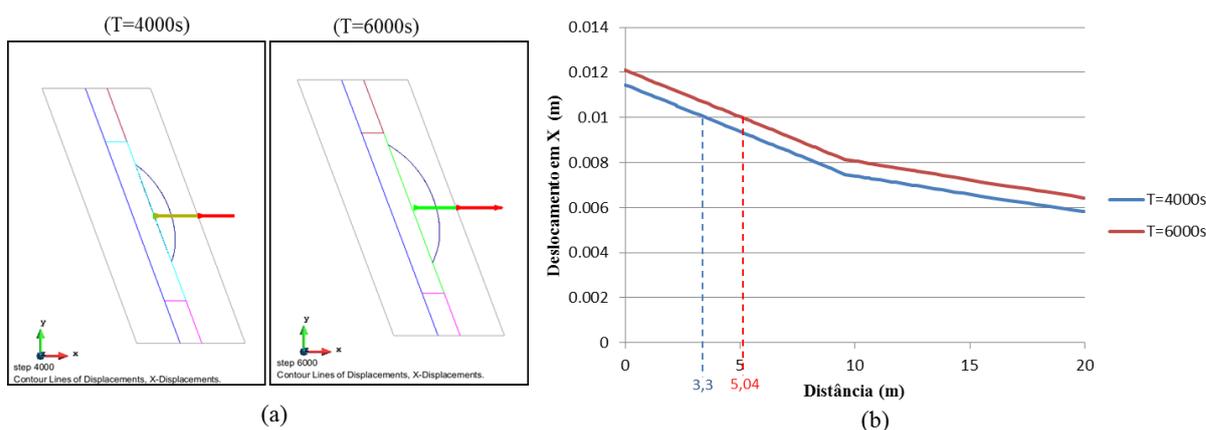
#### 7.3.1 Comportamento dos deslocamentos horizontais

De acordo com Charbel (2015), as curvas de isovalores de deslocamentos maior ou igual a 1,0 cm, coincidiram de forma satisfatória com os deslocamentos medidos no *hanging wall*, dos realces da mina. Desta forma, foi medido o ELOS referente aos deslocamentos horizontais  $\geq 1$  cm. A avaliação dos deslocamentos horizontais foi realizada ao longo da linha

horizontal, no centro do *hanging wall*, até uma distância de 20 metros, conforme ilustrado na Figura 75(a), que mostra os deslocamentos horizontais  $\geq 1,0$  cm, simulados nos instantes  $T_1=4000s$  e  $T_2=6000s$ .

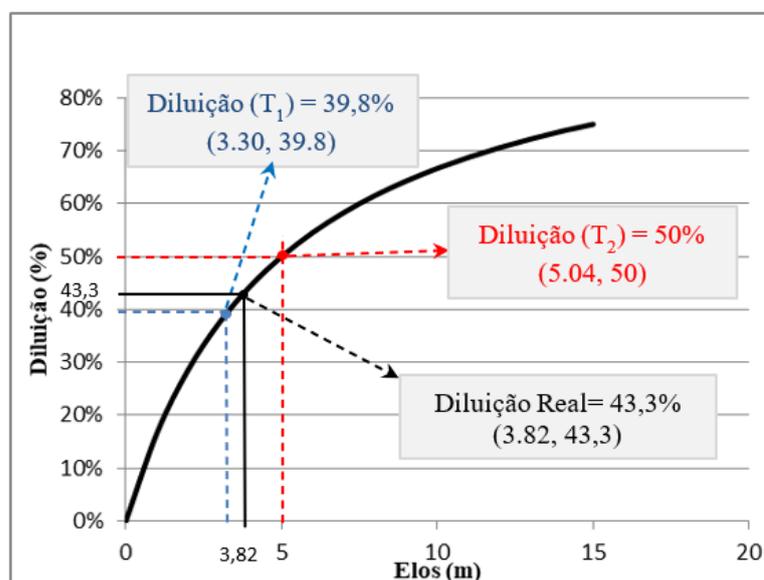
Na Figura 75(b), observa-se que a amplitude dos deslocamentos  $\geq 1$  cm, no momento da abertura do realce ( $T_1$ ), atinge o valor de 3,3 m, que será equivalente ao ELOS, para esse instante. Já os valores para o instante  $T_2$ , os deslocamentos  $\geq 1$  cm, atingem uma distância de 5,04 m, aumentando o valor do ELOS de 3,3 m para 5,04 m, em um intervalo de 2000s, evidenciando o efeito do tempo, no processo de diluição não planejada.

Figura 75 - (a) Linha de isovalores do deslocamento horizontal  $\geq 1$  cm, nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$ ; (b) Valores do Deslocamento horizontal no centro do *hanging wall*, nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$



A Figura 76 apresenta o gráfico da diluição característica do *hanging wall*, onde podem ser comparados os valores da diluição simulada, com os valores reais ocorridos no realce. Percebe-se, que no instante  $T_1$ , a diluição simulada foi de 39.8%, que se encontra bem próximo da diluição real de 43.3%. No instante  $T_2$ , observa-se um aumento da diluição para 50%.

Figura 76 - Diluição simulada através dos deslocamentos horizontais inadmissíveis, nos instantes T1 e T2, para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$



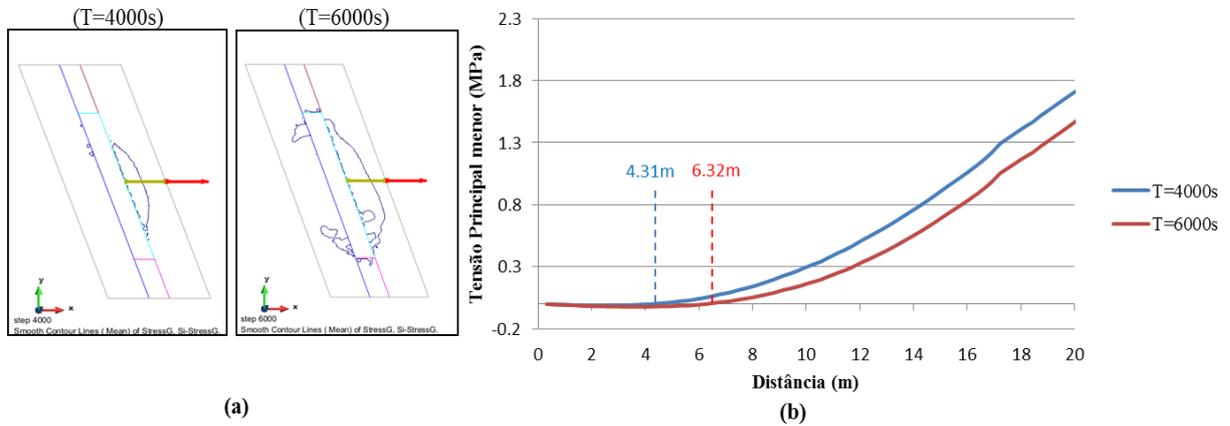
### 7.3.2 Comportamento da região de baixo confinamento

A tensão principal menor é o segundo parâmetro para definir o ELOS da face do realce. A avaliação consiste em definir a amplitude da região de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), ao longo da linha horizontal, no centro do *hanging wall* do realce, definindo o ELOS da face.

Na Figura 77(a) encontra-se o resultado da simulação contendo as curvas de isovalores de  $\sigma_3 \leq 0$ , nos instantes  $T_1=4000s$  e  $T_2=6000s$ , percebendo-se o avanço da região de baixo confinamento, com o tempo de exposição do realce.

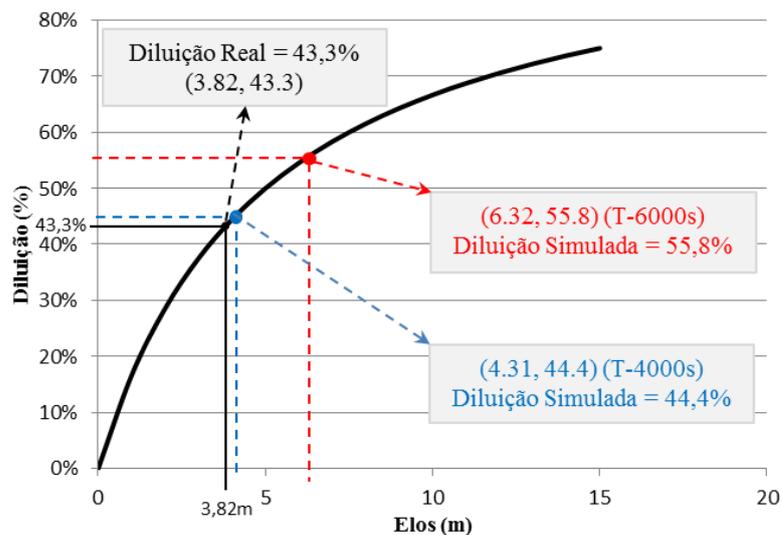
O gráfico da Figura 77(b) mostra os valores de  $\sigma_3$ , ao longo da linha horizontal no centro do *hanging wall*, nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , definindo o ELOS de 4.31 metros para  $T_1$  e 6.32 metros para  $T_2$ , evidenciando o aumento da região de baixo confinamento, durante o período de exposição do realce.

Figura 77 - (a) Regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$ ; (b) Valores de  $\sigma_3$  ao longo da linha no centro do *hanging wall*, nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$



Na Figura 78, pode-se comparar os valores de diluição real com a diluição simulada, através do comportamento da região de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), através do gráfico da diluição característica do *hanging wall*, do bloco 9140. Onde se observa no instante  $T_1$ , uma diluição simulada de 44.4%, e no instante  $T_2$  a diluição atinge um valor de 55.8%, evidenciando, de forma mais precisa, o efeito do tempo de exposição do *hanging wall*, no processo de diluição.

Figura 78 - Comparação dos valores simulados com o valor real da diluição nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , através da simulação das regiões de baixo confinamento ( $\sigma_3 \leq 0$ ), para o parâmetro viscoso de  $1 \times 10^6$



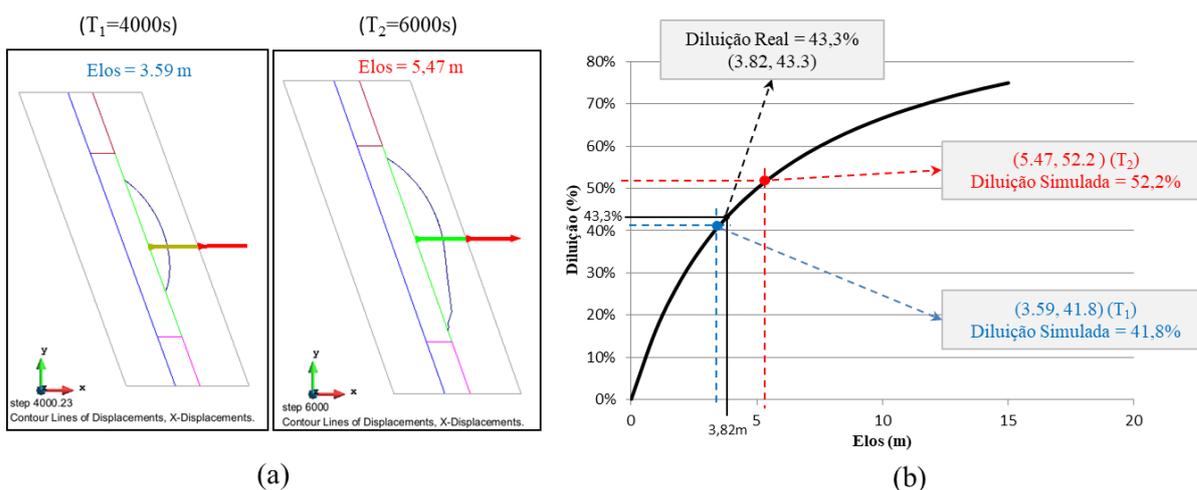
## 7.4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO 22

### 7.4.1 Comportamento dos deslocamentos horizontais

Na Figura 79 (a), encontram-se as linhas de isovalores dos deslocamentos horizontais no centro da parede suspensa do realce (*hangingwall*), logo após a abertura do realce no instante  $T_1$  e no instante  $T_2$ , mostrando a evolução dos deslocamentos inadmissíveis.

O gráfico da Figura 79(b) mostra a evolução dos valores da diluição simulada nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $5 \times 10^5$ , obtidos pelos deslocamentos horizontais.

Figura 79 - (a) Linhas de isovalores de 1 cm nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , para o parâmetro viscoso de  $5 \times 10^5$ ; (b) Valores da diluição nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , com parâmetro viscoso de  $5 \times 10^5$



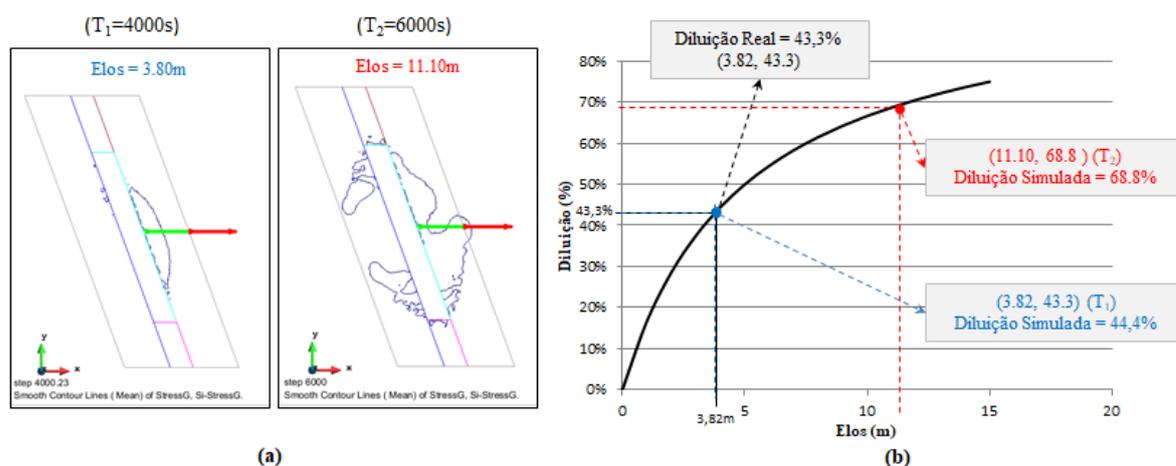
Os resultados da diluição para os deslocamentos horizontais nos instantes da abertura do realce e no final da simulação mostram o efeito do tempo, nos deslocamentos inadmissíveis, provocado pelo modelo elasto-viscoplástico.

### 7.4.2 Comportamento da região de baixo confinamento

Para o parâmetro viscoso de  $5 \times 10^5$ , a diluição simulada através do ELOS obtido pelo alcance da região de baixo confinamento, no instante que o realce é aberto ( $T_1$ ) coincide, exatamente, com os valores reais de 43.3% da diluição. No instante  $T_2$ , a diluição aumenta para 68.8%, conforme pode ser observado nas Figuras 80(a) e 80(b). Verificando-se a

evolução das regiões de baixo confinamento do instante  $T_1$  para  $T_2$ , e constatando que o parâmetro viscoso do modelo pode ser facilmente adequado para previsão da instabilidade de escavações subterrâneas, ao longo do tempo.

Figura 80 - (a) Elos nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , com parâmetro viscoso de  $5.10^5$ ; (b) Valores da diluição nos instantes  $T_1$  e  $T_2$ , com parâmetro viscoso de  $5.10^5$



## 7.5 DISCUSSÃO DO CASO 03

As simulações do caso 03 se mostraram coerentes com pesquisas desenvolvidas para previsão da diluição não planejada, através de modelagem numérica. Podemos citar Martin *et al.* (1999), que modelaram vários casos de realces escavados em maciços rochosos fraturados, e identificaram uma boa correlação entre a profundidade das zonas de relaxamento e os deslocamentos reais ocorridos nos realces. Desde então, várias pesquisas foram desenvolvidas, consolidando o uso da modelagem numérica, cujas análises dos resultados são realizadas através de indicadores de instabilidade.

A influência do tempo na estabilidade das escavações subterrâneas foi constatada desde os trabalhos de Lauffer (1958) e Bieniawski (1989), que introduziram o conceito de tempo de *stand up*, de acordo com o vão escavado e suas classificações geomecânicas de maciços rochosos. Wang (2004), em sua pesquisa, utilizou um extenso banco obtido na *Hudson Bay Mining and Smelting Company, Limited* (HBMS), e verificou que apesar de não possuir uma relação estatisticamente significativa, o ELOS real mostrou uma tendência geral de aumento, com o aumento do tempo de exposição, a uma taxa de 0,008 m/dia ou 0,24

metros por mês. O processo de diluição envolve muitas variáveis, que em muitos casos não tem como se contemplar nos modelos, dificultando muito uma previsão precisa.

A avaliação do tempo de exposição do realce com modelo utilizado mostrou que a deformação por fluência ocorreu de forma coerente, a evolução das regiões de baixo confinamento e os deslocamentos horizontais, ao longo do tempo, foi constatada, com previsão da diluição próxima aos valores reais ocorridos no realce.

Um fator importante para calibração do modelo é a determinação do fator de conversão (FC) do tempo, em segundos, para o tempo em dias, que pode ser obtido através do sistema de monitoramento da cavidade, durante seu período de exposição. Devido à ausência desses dados para o realce analisado, foi considerado o fator de conversão utilizado na simulação do Caso 02, por se tratar do mesmo maciço rochoso e ter os dados do levantamento dos deslocamentos ocorridos, ao longo de sete meses, apesar de se tratar de situações distintas.

Na Tabela 18, encontra-se um resumo do comportamento dos indicadores em função do parâmetro viscosos. Observando-se, que para um fator de conversão de 3,5 s/dia, o tempo simulado para exposição do realce é de 571,43 dias, com taxa de avanço mensal do ELOS obtida pelas regiões de baixo confinamento é um pouco maior do que os valores obtidos pelos deslocamentos horizontais.

Tabela 18 - Resumo do comportamento dos indicadores do caso 03

Indicadores	Parâmetro Viscoso	Elos (m)		Avanço (m)	Tempo (s)	FC (s/dia)	Tempo (Dias)	Taxa (m/dia)	Taxa (m/mês)
		(T <sub>1</sub> )	(T <sub>2</sub> )						
Deslocamento Horizontal	1,00E+06	3,30	5,04	1,74	2000	3,50	571,43	0,003	0,091
Região de Baixo confinamento	1,00E+06	4,31	6,32	2,01	2000	3,50	571,43	0,004	0,106
Deslocamento Horizontal	5,00E+05	3,59	5,47	1,88	2000	3,50	571,43	0,003	0,099
Região de Baixo confinamento	5,00E+05	3,89	11,10	7,21	2000	3,50	571,43	0,013	0,379

De acordo com o fator de conversão adotado, a taxa mensal de avanço do ELOS é de aproximadamente 10 cm/mês, que corresponde aos dois indicadores com parâmetros viscoso de 1,00E+06 e o deslocamento horizontal com o parâmetro viscoso de 5,00E+05. O que implica em um aumento da diluição de 0,7%, por mês de exposição, para os instantes iniciais, com um decréscimo deste valor para instantes finais.

Para as regiões de baixo confinamento com parâmetro viscoso de  $5,00E+05$ , a taxa de avanço mensal do ELOS ficou em torno de 38 cm/mês, implicando em um aumento de aproximadamente de 2,2% na diluição não planejada.

O comportamento dos indicadores, ao longo do tempo de exposição do realce, deixou clara a influência do tensor de deslocamento viscoplástico, que é obtido em função do gradiente de velocidade de deformação, com base no modelo de Perzyna, verificando que quanto maior o tempo de exposição, maiores são os alcances dos indicadores, o que significa um aumento da diluição não planejada. O valor do parâmetro viscoso impõe comportamentos distintos na reologia do maciço rochoso, quanto menor o valor do parâmetro, mais rápido ocorre à evolução dos indicadores, ocasionando uma maior amplitude no instante final da simulação.

Desta forma, constata-se uma boa aplicabilidade do modelo para previsão de diluição em realces abertos pelo método de lavra subterrânea *open stope*, podendo se estender para uma análise de tensão-deformação, ao longo tempo, em pilares e galerias que se encontram nas áreas de influência das escavações.

## 8 CONCLUSÃO E SUGESTÃO PARA TRABALHO FUTUROS

### 8.1 CONCLUSÃO

O tempo é um fator de reconhecida importância na estabilidade das escavações subterrâneas, influenciando, de forma significativa, a diluição de minérios, em minas subterrâneas. As minas que operam pelo método de aberturas por subníveis e suas variantes, possuem um ciclo operacional, que acarreta um período de exposição dos realces, podendo influenciar de forma significativa na diluição do minério.

O modelo elasto-viscoplástico implementado no código de elementos finitos CODE\_BRIGHT, proporcionou avaliação das deformações, ao longo do tempo, contribuindo para a previsão do fator tempo na diluição não planejada.

O caso 01 serviu para compreender o comportamento dos indicadores, mostrando que o modelo permite avaliar a estabilidade das paredes do realce ao longo do tempo, podendo ser facilmente calibrado a condições reológicas reais do maciço rochoso, e contribuir de forma eficiente na previsão da diluição não planejada do realce.

No caso 02 foi possível avaliar a aplicabilidade do modelo em uma situação real. Os indicadores evoluíram com o tempo de simulação e com as mesmas características observadas no caso 01. No entanto, os deslocamentos verticais tiveram a melhor acurácia e sensibilidade ao parâmetro viscoso, o que não foi percebido para a região de baixo confinamento e zonas plastificadas. Apesar da boa acurácia dos deslocamentos verticais, o caso 02 contribuiu para identificar um limite de aplicabilidade do modelo, condicionado ao tipo de ruptura do maciço rochoso.

O caso 03 é uma aplicação clássica do modelo, onde a diluição não planejada é um importante parâmetro a ser determinado. Os resultados obtidos pela simulação se mostraram bastante coerente com os dados reais de diluição ocorridos no realce, além de capturar um acréscimo na diluição não planejada ao longo do tempo de exposição, mostrando coerência com as teorias do comportamento reológico das rochas.

Desta forma, algumas afirmações podem ser feitas:

- O modelo elasto-viscoplástico possui uma boa aplicabilidade na previsão da diluição não planejada na parede suspensa dos realces de lavra subterrânea que utilizam o método de aberturas por subníveis e suas variantes;

- Para determinação dos indicadores de instabilidade, devem ser realizadas simulações que definam a acurácia de cada, através de dados de campo realistas para cada maciço rochoso;
- A aplicação do modelo é condicionada a maciços rochosos que possam ser considerados homogêneos e anisotrópicos, cuja ruptura ocorra por cisalhamento;
- Para se obter resultados compatíveis com o tempo real, é necessário determinar o fator de conversão de segundos na simulação, para segundos/dia, através de dados obtidos pela instrumentação do maciço rochoso.
- O modelo se mostrou eficiente na previsão da diluição não planejada ao longo do tempo de exposição do realce.

## 8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

De acordo com as proposições realizadas nesta pesquisa, alguns trabalhos de aplicação do modelo elasto-viscoplástico, são sugeridos para contribuir com o tema abordado:

- Analisar o problema através de modelagem tridimensional;
- Analisar o efeito do sequenciamento e a taxa de extração dos realces na estabilidade geral da mina ao longo do tempo;
- Dimensionar os pilares de coroamento, verticais (*sill pillar*), e horizontais (*rib pillar*), levando em consideração a vida útil dos mesmos;
- Definir os parâmetros de resistência do material que possa ser utilizado no enchimento dos realces, para que seja realizada a extração total dos pilares que separam os realces;
- Analisar o comportamento do maciço rochoso diante de processo de diluição não planejada ao longo do tempo, utilizando apenas o critério de ruptura de Hoek-Brown, comparando-o com critério de Morh-Coulomb utilizado nesta tese;
- Avaliar o comportamento em longo prazo da subsidência na lavra de minerais metálicos, que utilizam os métodos de lavra de abatimento por subníveis (*Sublevel Caving*), *longwall* e o abatimento por blocos (*Block Caving*), definindo como o processo de subsidência pode afetar as galerias de desenvolvimento vitais para produção de minério.

## REFERÊNCIAS

ATLAS COPCO. **Underground mining: aglobal revie of methodos and practices** – First edition, Orebro, Suécia, Atlas Copco Drills AB, 2014.

BARTON, Nick. Some new Q-value correlations to assist in site characterisation and tunnel design. **International journal of rock mechanics and mining sciences**, v. 39, n. 2, p. 185-216, 2002.

BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDE, J. Estimation of support requirements for underground excavations. In: **ARMA US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium**. ARMA, 1975. p. ARMA-75-161.

BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDE, J. Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. **Rock mechanics**, v. 6, p. 189-236, 1974.

BARTON, N. **Recent experiences with the Q-system of tunnel support design**. 1978.

BAWDEN, W. F. The use of rock mechanics principles in Canadian underground hard rock mine design. In: Hoek E (ed) **Surface and underground project case histories**. Pergamon Press, Oxford, 1993. p. 247–290.

BIENIAWSKI, Zdzisław Tadeusz. **Engineering rock mass classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering**. John Wiley & Sons, 1989.

BIENIAWSKI, Z. T. Classification of rock masses for engineering: the RMR system and future trends. In: **Rock testing and site characterization**. Pergamon. p. 553-573. 1993. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-042066-0.50028-8>.

BIENIAWSKI, Z. T. Engineering classification of jointed rock masses. **Civil Engineering=Siviele Ingenieurswese**, n. 12, p. 335-343, 1973.

BIENIAWSKI, Z. T. Determining rock mass deformability: experience from case histories. In: **International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts**. Pergamon, 1978. p. 237-247.

BORJA, R. I.; YIN, Q. Z. Z. Cam-Clay plasticity. Part IX: On the anisotropy, heterogeneity, and viscoplasticity of shale. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v.360, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112695>.

BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. **Rock Mechanics for underground mining**. Third edition. ed. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BRASIL. Agência Nacional de Mineração. **Anuário Mineral Brasileiro: principais substâncias metálicas**, coordenação técnica de Karina Andrade Medeiros. – Brasília: ANM, 2023. 23 p. Ano Base 2021.

CEPURITIS, P. M.; VILLAESCUSA, E.; BECK, D. A.; VARDEN, R. Back analysis of overbreak in a longhole open stope operating using non-linear elasto-plastic numerical modelling. In: **Proceedings of the 44th US Symposium of Rock Mechanics and Fifth Canada-US Rock Mechanics Symposium**, Salt Lake City. p. 27-30 June, 2010.

CHARBEL, P. A. **Gerenciamento de Risco Aplicado à Diluição de Minério**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, p. 406, 2015.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 7ª Edição. McGraw Hill, Brasil, 2016.

CLARK, L. M. **Minimizing Dilution in Open Stope Mining with a Focus on Stope Design and Narrow Vein Longhole Blasting**. MSc thesis, University of British Columbia, Department of Mining and Mineral Processing Engineering, p. 336, 1998.

CLARK, L.; PAKALNIS, R. An empirical design approach for estimating unplanned dilution from open stope hangingwalls and footwalls. In: **Proceedings of the 99th annual general meeting**. Vancouver: Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, 1997.

DARDENNE, M.A. The Brasilia Fold Belt. In: **31 st International Geological Congress, Tectonic evolution of South America**, Rio de Janeiro, p 231-263, 2000.

DELENTAS, A.; BENARDOS, A.; NOMIKOS, P. Analyzing stability conditions and ore dilution in open stope mining. **Minerals**, v. 11, n. 12, p. 1404, 2021.

DEERE, D. U.; DEERE, D. W. **The Rock Quality Designation (ROD) Index**. 1967.

DIEDERICHS, M. S.; KAISER, P. K. Stability of large excavations in laminated hard rock masses: the voussoir analogue revisited. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, n. 1, p. 97-117, 1999.

DZIMUNYA, N.; RADHE, K.; WILLIAM, C. M. Design and dimensioning of sublevel stoping for extraction of thin ore (< 12 m) at very deep level: a case study of konkola copper mines (kcm), Zambia. **Mathematical Modelling of Engineering Problems**, v. 5, p. 27-32, 2018.

EMAD, M. Z.; MITRI, H.; KELLY, C. State-of-the-art review of backfill practices for. **International Journal of Mining, Reclamation and Environment**, v. 29, n. 6, p. 544-556 2015.

EPIROC. Underground Mining and Tunneling. Sublevel stoping mining method. YouTube, 22 de nov. de 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BdU6-DvnpVU>. Acesso em: 21 ago. 2023.

GERMANY, D. J. **A Mineração no Brasil**. Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. Rio de Janeiro, p. 48. 2002.

GOMES, I. F. **Implementação de Métodos Explícitos de Integração Com Controle De Erro Para Modelos Elastoplásticos e Visco-Elastoplásticos**. Tese (Doutorado em

Engenharia Civil) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFPE, Recife – PE, p. 188, 2009.

GUIMARÃES, L. J. N. **Análisis multi-componente no isoterma en medio poroso deformable no saturado**. Phd Thesis, Geotechnical Engineering Department, Technical University of Catalunya, Spain. 2002.

HENNING, John G.; MITRI, Hani S. Examination of hanging-wall stability in a weak rock mass. **CIM bulletin**, v. 92, p. 40-44, 1999.

HILL, R. **A comparative study of some variational principles in the theory of plasticity**. 1950.

HOEK, E. (1968). Brittle failure of rock. In: STAGG, K. G., ZIENKIEWICZ O. C. (eds). **Rock Mechanics in Engineering Practice**. London: Wiley, p. 19-124, 1968.

HOEK, E; BROWN, E. T. **Underground excavations in rock**. CRC Press, 1980.

HOEK, E.; KAISER, P. K.; BAWDEN, W. F. **Support of Underground Excavations in Hard Rock**. Third edition. Rotterdam/Brookfield: A.A. Balkema, 1988. ISBN 89 5410 1873.

HOEK, E. Strength of rock and rock masses, ISRM News Journal, Vol. 2. **Hoek, E.(2000) Rock Engineering, A Course Notes**, <http://www.rocscience.com>, p. 31-38, 1994.

HOEK, E.; KAISER, P. K.; BAWDEN, W. F. **Support of Underground Excavations in Hard Rock**, Balkema, Rotterdam, 1995.

HOEK, E.; BROWN, E. T. Practical estimates of rock mass strength. **International journal of rock mechanics and mining sciences**, v. 34, n. 8, p. 1165-1186, 1997.

HOEK, E.; CARRANZA T. C.; CORKUM, B. Hoek-Brown Failure Criterion – 2002 Edition. **Mining and tunnelling innovation and opportunity, proceedings of the 5th North American rock mechanics symposium and 17th tunnelling association of Canada conference**, Toronto, p. 267 – 273, 2002.

HOEK, E; DIEDERICHS, M. S. Empirical estimation of rock mass modulus. **International journal of rock mechanics and mining sciences**, v. 43, n. 2, p. 203-215, 2006.

HOEK, E.; BROWN, E. T. The Hoek–Brown failure criterion and GSI–2018 edition. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, v. 11, n. 3, p. 445-463, 2019.

JANG, H.; TOPAL, E.; KAWAMURA, Y. Decision support system of unplanned dilution and ore-loss in underground stoping operations using a neuro-fuzzy system. **Applied Soft Computing**, v. 32, p. 1-12, 2015.

KABWE, E.; KARAKUS, M.; CHANDA, E. K. Isotropic damage constitutive model for time-dependent behaviour of tunnels in squeezing ground. **Computers and Geotechnics**, v. 127, p. 103738, 2020.

KIRSCH, E. G. Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. **Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure**, v. 42, p. 797-807, 1898.

LAPPALAINEN, P.; PITKAJARVI, J. Dilution control at Outokumpu mines. In: **Conference Series- Australasian Institute of Mining & Metallurgy**. 1996. p. 25-29.

LAUFFER, H. Gebirgsklassifizierung für den Stollenbau. **Geologie und Bauwesen**, v. 24, n. 1, p. 46-51, 1958.

LAUFFER-INNSBRUCK, H. Zur Gebirgsklassifizierung bei Freisvortrieben. **Felsbau**, v. 6, n. 3, p. 137-149, 1988.

LIANJIN, T, PANFENG, L, ZHOUYAUN Z. Stability ranking system of rockmass surrounding a large-scale underground excavations. **IAEG**, Paper number 390. pp. 1–6, 2006.

MAIOLI, G. **Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias**. Dissertação - (mestrado) Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP. p.66, 2015.

MALAN, D. F.; VOGLER, U. W.; DRESCHER, K. Time-dependent behaviour of hard rock in deep level gold mines. **Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, v. 97, n. 3, p. 135-147, 1997.

MARTIN, C. D.; TANNANT, D. D.; YAZICI, S.; KAISER, P. K. Stress path and instability around mine openings. **The 9th ISRM Congress of Rock Mechanics**, 1999, v. 1, Rotterdam, p. 311-315, 1999.

MARTIN, D. C.; READ, R. S. AECL's Mine-by experiment: A test tunnel in brittle rock. In: **Rock mechanics tools and techniques**. 1996. p. 13-24.

MATHEWS, K. E. et al. Prediction of stable excavation spans for mining at depths below 1000 m in hard rock. **CANMET DSS Serial No: 0sQ80-00081**, p. 127, 1981.

MILLER, F.; POTVIN, Y.; JACOB, D. Laser measurement of open stope dilution. **CIM (Canadian Mining and Metallurgical) Bulletin**, v. 85, n. 962, p. 96-102, 1992.

MOHAMMED, A. H.; WAEL, R. E. A.; HAITHAN, M. A. Factors influencing stope hanging wall stability and ore dilution in narrow-vein deposits: Part II. **Geotechnical and Geological Engineering**, v. 38, p. 3795-3813, 2020.

MORAIS, J. L. **Simulação da fragmentação dos desmontes de rochas por explosivos**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Minas), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, UFMG, Belo Horizonte – MG, p. 224, 2004.

NGUYEN, Van-Manh; NGUYEN, Quang-Phich. Analytical solution for estimating the stand-up time of the rock mass surrounding tunnel. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 47, p. 10-15, 2015.

NICKSON, S.D. **Cablebolt Support Guidelines for Underground Hard Rock Mine Operations**. MSc thesis, University of British Columbia - Department of Mining and Mineral Processing Engineering, Vancouver, BC Canadá, p.223, 1992.

- NIKOLIĆ, M.; ROJE-BONACCI, T.; IBRAHIMBEGOVIĆ, A. Overview of the numerical methods for the modelling of rock mechanics problems. **Tehnički vjesnik**, v. 23, n. 2, p. 627-637, 2016.
- ONEDERRA, I.; CHITOMBO, G. Design methodology for underground ring blasting. **Mining Technology**, v. 116, n. 4, p. 180-195, 2007.
- OLIVELLA, S., CARRERA, J., ALONSO, E. Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media. **Transport in porous media**, v. 15, p. 271-293, 1994.
- PAKALNIS, R. Empirical design methods in practice. In: **Design Methods 2015: Proceedings of the International Seminar on Design Methods in Underground Mining**. Australian Centre for Geomechanics, 2015. p. 37-56.
- PAKALNIS, R. C.; POULIN, R.; HADJIGEORGIOU, J. Quantifying the cost of dilution in underground mines. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts**. 1996. p. 233A.
- PARASKEVOPOULOUA, C.; DIEDERICHSB, M. Analysis of time-dependent deformation in tunnels using the Convergence Confinement Method, **Tunnelling and Underground Space Technology**, v.71, p. 62–80, 2018.
- PERZYNA, P. Fundamental Problems in Viscoplasticity. In: CHENYI, G. G. **Advances in Applied Mechanics**, Ed. 9, Academic Press, New York and London, p. 243-377, 1966.
- POTVIN, Y. **Empirical Open Stope Design in Canada**. PhD. thesis, University of British Columbia, Department of Mining and Mineral Processing Engineering, p.350. 1988.
- POTVIN, Y.; MILNE, D. Empirical cable bolt support design. In: **International symposium on rock support**. 1992. p. 269-275.
- PONTOW, S. **Evaluation of methods for stope design in mining and potential of improvement by pre-investigations**. Master's thesis (Master of Science) - Master Programme EMMEP, European Mining Course, p. 117, 2019.
- POTTS, M. D.; ZDRAVKOVIĆ, L. L. **Finite element analysis in geotechnical engineering**. Thomas Telford Publishing. London, 1999.
- RAN, J. Hangingwall sloughing mechanism in open stope mining. **CIM bulletin**, v. 95, n. 1064, p. 74-77, 2002.
- ROJAS, S.; LEÓN, B. Formulación matemática del modelo viscoplastico de Perzyna. **Revista Ciencia e Ingeniería**. v. 29, n. 1, p. 65-78, 2008.
- SALGADO-MEDINA, L.; NÚÑEZ-RAMÍREZ, D.; PEHOVAZ-ALVAREZ, H.; RAYMUNDO, C.; MOGUERZA, J. M. Model for dilution control applying empirical methods in narrow vein mine deposits in Peru. In: **Advances in Manufacturing, Production Management and Process Control: Proceedings of the AHFE 2019 International Conference on Human Aspects of Advanced Manufacturing, and the AHFE**

**International Conference on Advanced Production Management and Process Control, July 24-28, 2019, Washington DC, USA 10.** Springer International Publishing, 2020. p. 435-445.

SCOBLE, M. J.; MOSS, A. Dilution in underground bulk mining: implications for production management. **Geological Society, London, Special Publications**, v. 79, n. 1, p. 95-108, 1994.

SNIP-II-94-80. Trabalho em Mineração Subterrânea. Aprovado por Decreto, **Comitê Estadual de Construção da URSS**. 31 de dezembro de 1980. No 232. (em russo), 1980.

STEWART, S. B. V.; FORSYTH, W. W. The Mathew's method for open stope design. **CIM bulletin**, v. 88, n. 992, p. 45-53, 1995.

STEWART, P. C.; TRUEMAN, R. Applying the Extended Mathews stability graph to stress relaxation, site-specific effects and narrow-vein stoping. **1st Australasian Ground Control in Mining Conference - Ground Control in Mining: Technology and Practice**, 2003, Scientia, UNSW, p.55-61, 2003

SUORINENI, F. T.; KAISER, P. K.; TANNANT, D. D. Likelihood statistic for interpretation of the stability graph for open stope design. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 38, n. 5, p. 735-744, 2001.

SUORINENI, Fidelis T. A critical review of the stability graph method for open stope design. **MassMin 2012**, n. 2001, 2012. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Fidelis-Suorineni/publication/271191453\\_A\\_Critical\\_Review\\_of\\_the\\_Stability\\_Graph\\_Method\\_for\\_Open\\_Stope\\_Design/links/54bf84ce0cf2f6bf4e04f678/A-Critical-Review-of-the-Stability-Graph-Method-for-Open-Stope-Design.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Fidelis-Suorineni/publication/271191453_A_Critical_Review_of_the_Stability_Graph_Method_for_Open_Stope_Design/links/54bf84ce0cf2f6bf4e04f678/A-Critical-Review-of-the-Stability-Graph-Method-for-Open-Stope-Design.pdf). Acesso em: 21 ago. 2023.

SULEM, J.; PANET, M.; GUENOT, A. An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. In: **International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts**. Pergamon, 1987. p. 155-164.

TSAI, L.S.; HSIEH, Y.M.; WENG, M.C.; HUANG, T. H; JENG, F. S. Comportamentos de deformação dependentes do tempo de arenitos fracos. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 45, n. 2, pág. 144-154, 2008.

VALLEJO, L. I. G.; FERRER, M.; ORTUÑO, L.; OTEO, C. (2002). **Ingeniería Geológica**. Pretince Hall, Madrid, p374-390, 2002.

VALERIANO, C. M.; DIAS, P. H. A.; CARVALHO, M. O.; HEILBRON, M. Recursos Minerais de Minas Gerais: Zinco e chumbo. 2019. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/330635592>. Acesso em: 21 ago. 2023.

VERGNE, J. N. D. L. **The Hard Rock Miner's Handbook**. Edition 2. ed. Ontario: McIntosh Redpath Engineering, v. 1, 2000.

VILLESUSA, E. **Geotechnical Design for Sublevel Open Stopping**. Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2014.

WAGNER, H. Deep mining: A Rock Engineering Challenge. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 52, p. 1417-1446, 2019.

WANG, M.; CAI, M. Numerical Modeling of Stand Up Time of Tunnels Considering Time Dependent Deformation of Jointed Rock Masses. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 55, p. 4305–4328, 2022.

WAEEL, R. E. A.; HEFNI, MOHAMMED, A. H.; HAITHAN, M. A. Factors influencing stope hanging wall stability and ore dilution in narrow-vein deposits: Part I. **Geotechnical and Geological Engineering**, v. 38, p. 1451-1470, 2020.

WANG, J. Influence of Stress, Undercutting, Blasting and Time on Open Stope Stability and Dilution. Phd Thesis, University of Saskatchewan, Department of Civil and Geological Engineering. Saskatoon Saskatchewan, Canada, p. 279. 2004.

WANG J.; MILNE D.; WEGNER L.; REEVES M. Numerical evaluation of the effects of stress and excavation surfasse geometry on the zone of relaxation around open stope hanging walls. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**. v.44, p. 289-298, 2007.

WANG, J.; DEREK, B. A.; YUANYUAN, P.; ROBERT, H.; CHONG, W.; MOHAMMADALI, S. Numerical modeling for rockbursts: A state-of-the-art review. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, v. 13, p. 457-478, 2021.

WICKHAM, G. E; TIEDEMANN, H. R; SKINNER, E. H. Support determinations based on geologic predictions. In: **N Am Rapid Excav & Tunnelling Conf Proc**. 1972.

ZHANG, C. Q.; ZHOU, H.; FENG, X. T. An Index for Estimating the Stability of Brittle Surrounding Rock Mass: FAI and its Engineering Application. **Rock Mech Rock Eng**, n. 44, p. 401–414, 2011.

ZHAO, Y.; WANG, Y.; WANG, W.; WAN, W.; TANG, J. Modeling of non-linear rheological behavior of hard rock using triaxial rheological experiment. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, v. 96, p. 66-75, 2017.

ZIENKIEWICZ, O. C.; PANDE, G. N. Time-dependent multilaminate model of rocks—a numerical study of deformation and failure of rock masses. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 1, n. 3, p. 219-247, 1977.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. I. **The Finite Element Method**, v. 2, Mc-Graw-Hill Book Company, London, 1999.