



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

KATIA XAVIER RODRIGUES BARBOSA

**ÁREA DE FIGURAS PLANAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Recife
2024

KATIA XAVIER RODRIGUES BARBOSA

**ÁREA DE FIGURAS PLANAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Profa. Dra. Marilene Rosa dos Santos

Recife
2024

B238a	Barbosa, Katia Xavier Rodrigues Área de figuras planas em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental / Katia Xavier Rodrigues Barbosa. – 2024. 132 f. Orientação de: Marilene Rosa dos Santos. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2024. Inclui Referências. 1. Área de figuras planas. 2. Organizações praxeológicas. 3. Livros didáticos. 4. Anos iniciais. I. Santos, Marilene Rosa dos (Orientação). II. Título. 372.7 (22. ed.) UFPE (CE2024-059)
-------	---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

**ÁREA DE FIGURAS PLANAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Aprovado em: 22/04/2024

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Marilene Rosa dos Santos (Presidente/Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Katia Maria de Medeiros (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Mariana Moran (Examinadora Externa)
Universidade Estadual de Maringá

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me guiar e me sustentar ao longo deste caminho desafiador da dissertação. Sua graça e amor foram minha fonte de força e inspiração em todos os momentos.

A meu amado esposo e filhos, minha profunda gratidão por seu apoio e amor incondicional. Vocês estiveram ao meu lado em todos os momentos que precisei e celebrando comigo cada pequena conquista. Quero agradecer em especial ao meu sogro e minha sogra, que sempre ficaram com meus filhos para que eu pudesse estudar e alcançar meus objetivos.

Ao meu amigo Diógenes Maclyne, quero expressar minha gratidão, por acreditar em meu potencial, me encorajar e me orientar no caminho do mestrado. Agradeço por sua presença constante, as sábias orientações e por suas palavras de incentivo desde o início do projeto que foram fundamentais para chegar até aqui.

Aos amigos do trabalho, que foram empáticos nos momentos em que precisei e, em especial, a minha gestora, Cláudia Simone, quero expressar minha profunda gratidão por sempre me estender a mão nos momentos que precisei me ausentar para os estudos.

A minha orientadora, Marilene Rosa dos Santos, minha mais profunda gratidão por sua orientação sábia, apoio e compromisso com a minha jornada acadêmica. Suas palavras de sabedoria, feedback construtivo e encorajamento constante foram fundamentais para o sucesso deste trabalho.

Aos grupos de pesquisas GRUPEDIMA e GIPEM, por suas contribuições inestimáveis para o desenvolvimento desta dissertação. Suas discussões estimulantes, sugestões construtivas e feedback valiosos enriqueceram significativamente meu trabalho e me ajudaram a expandir minha compreensão sobre o tema.

Por fim, agradeço a todos os que, de alguma forma, contribuíram para esta dissertação, direta ou indiretamente. Cada palavra de incentivo, cada gesto de apoio, cada momento de colaboração foram inestimáveis e contribuíram para tornar este trabalho uma realidade.

A todos, muito obrigada!!

RESUMO

Esta dissertação tem por objetivo compreender a abordagem matemática e didática em uma coleção de LD de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao saber área de figuras planas. A fundamentação teórica está apoiada na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard, no tipo de Organização Didática proposta por Gascón, e no modelo de área enquanto grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian e Lima e Bellemain. A metodologia é qualitativa, de cunho documental, que consiste na análise da organização matemática e didática da coleção. Os resultados indicam, dentre as tarefas rastreadas, a predominância nas pertencentes ao tipo T2 (Determinar área de figuras planas), com 27 tarefas de representatividade, para as quais são aplicadas as técnicas: contagem de superfície unitária e multiplicação das medidas dos lados adjacentes. O bloco tecnológico-teórico que prevaleceu foi a aditividade de área e multiplicação, enquanto configuração retangular sob o domínio dos números naturais. Dos seis momentos de estudo propostos por Chevallard foram observados cinco, ficando de fora o momento da avaliação praxeológica. A ênfase da constituição do ambiente tecnológico teórico é no quadro numérico. A institucionalização do saber área na coleção didática, de forma geral, é considerada enquanto medida, o que pode contribuir para o desenvolvimento de lacunas na aprendizagem do estudante fortalecendo a promoção de concepção numérica. Devido à ênfase de a organização didática dos livros ser no momento exploratório e no trabalho da técnica, caracterizamos a concepção da obra como empirista, ou seja, a aprendizagem ocorre por meio de um processo didático indutivo.

Palavras-chave: área de figuras planas; organizações praxeológicas; anos iniciais; livro didático.

ABSTRACT

This dissertation aims to understand the mathematical and didactic approach in a collection of mathematics textbooks from the early years of Elementary School in relation to the knowledge of the area of plane figures. The theoretical foundation is based on the Anthropological Theory of Didactics, developed by Chevallard, on the type of Didactic Organization proposed by Gascón, and on the model of area as quantity proposed by Douady and Perrin-Glorian and Lima and Bellemain. The methodology is qualitative, of a documentary nature, which consists of the analysis of the mathematical and didactic organization of the collection. The results indicate, among the tasks tracked, the predominance of those belonging to the T2 type (Determine area of plane figures), with 27 representative tasks, for which the following techniques are applied: counting of unit surface and multiplication of adjacent sides. The technological-theoretical block that prevailed was the additivity of area and multiplication, as a rectangular configuration under the domain of the natural numbers. Of the six study moments proposed by Chevallard, five were observed, leaving out the moment of the praxeological evaluation. The emphasis of the constitution of the theoretical technological environment is on the numerical framework. The institutionalization of the knowledge area in the didactic collection, in general, is considered as a measure, which can contribute to the development of gaps in the student's learning, strengthening the promotion of numerical conception. Due to the emphasis that the didactic organization of the books is in the exploratory moment and in the work of the technique, we characterize the conception of the work as empiricist, that is, learning occurs through an inductive didactic process.

Keywords: area of plane figures; praxeological organizations; early years; textbook.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação da trajetória dos saberes na transposição didática.....	25
Figura 2 - Tipo de tarefa envolvendo o cálculo de área.....	28
Figura 3 - Elementos da praxeologia matemática.....	29
Figura 4 - Modelo de referência dos tipos de organizações didáticas.....	31
Figura 5 - Objeto geométrico.....	35
Figura 6 - Esquema de articulação dos quadros.....	39
Figura 7 - Modelo de superfícies diferentes que apresentam mesma área.....	41
Figura 8 - Exemplificação de uma situação de medida de área na perspectiva de Bellemain e Lima (2002).....	42
Figura 9 - Tarefa envolvendo área e perímetro.....	43
Figura 10 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T1 identificada no livro do 3º ano.....	77
Figura 11 - Tarefa do tipo T2 identificada no LD do 3º ano.....	78
Figura 12 - Exemplo de tarefa pertencente o T4 identificada no LD do 3º ano.....	81
Figura 13 - Extrato da técnica de sobreposição aplicada no livro do 3º ano.....	85
Figura 14 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 no livro do 4º ano.....	90
Figura 15 - Exemplo de tarefa do tipo T1 identificada no livro do 4º ano.....	92
Figura 16 - Extrato da seção de avaliação final do livro do 4º ano.....	93
Figura 17 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T1 identificada no livro do 4º ano.....	94
Figura 18 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T4 identificada no livro do 4º ano.....	95
Figura 19 - Extrato do livro analisado onde localiza-se a presença dos 2º e 3º momentos de estudo.....	98
Figura 20 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 identificada na avaliação de processo.....	100
Figura 21 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 envolvendo malha no livro do 5º ano.....	104
Figura 22 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 identificada no livro do 5º ano.....	105
Figura 23 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 envolvendo unidade de medida convencional.....	106
Figura 24 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo 3 identificada no livro do 5º ano....	108

Figura 25 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T4 identificada no livro do 5º ano.....	110
Figura 26 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T7 localizada no livro do 5º ano....	111
Figura 27 - Extrato do livro do 5º sobre o primeiro encontro com o saber área.....	114
Figura 28 - Extrato do livro do 5º ano que explora o 2º momento de estudo.....	116
Figura 29 - Extrato do livro do 5º ano que explora a avaliação do saber área.....	117
Figura 30 - Modelo de organização didática.....	119

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 3º ano do Ensino Fundamental.....	76
Tabela 2 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 4º ano do Ensino Fundamental.....	88
Tabela 3 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 5º ano do Ensino Fundamental.....	103
Tabela 4 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados na coleção analisada por ano escolar.....	119

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Silva (2011).....	46
Quadro 2 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Carvalho (2012).....	47
Quadro 3 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Bellemain (2013).....	47
Quadro 4 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Santos (2015...)	48
Quadro 5 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Ferreira (2018).....	48
Quadro 6 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Moura (2019)...	49
Quadro 7 - Tipos de tarefas para a grandeza área considerados na pesquisa.....	49
Quadro 8 - Objetos de conhecimento e habilidades preconizados na BNCC referente ao ensino de área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	51
Quadro 9 - Conteúdos e objetivos de aprendizagens preconizados na Política de Ensino da Rede Municipal do Recife referente à área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	52
Quadro 10 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 3º ano do Ensino Fundamental.....	54
Quadro 11 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 4º ano do Ensino Fundamental.....	54
Quadro 12 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 5º ano do Ensino Fundamental.....	55
Quadro 13 - Apresentação das pesquisas rastreadas por descritor de busca.....	57
Quadro 14 - Localização do saber área de figuras planas na coleção A conquista matemática.....	70
Quadro 15 - Critérios adotados para análise da praxeologia matemática.....	72
Quadro 16 - Critérios adotados para análise dos tipos de tarefas.....	73
Quadro 17 - Quadro de referência à análise da praxeologia didática.....	73
Quadro 18 - Quadro de referência à análise da Organização didática.....	80
Quadro 19 - Praxeologia matemática pontual relativa ao tipo de tarefas T1 presente no LD do 3º ano.....	81

Quadro 20 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T4 do LD do 3º ano.....	82
Quadro 21 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2 do LD do 4º ano.....	91
Quadro 22 - Praxeologia matemática pontual identificada no LD do 4º ano referente ao tipo de tarefas T1.....	95
Quadro 23 - Praxeologia matemática pontual relativa ao tipo de tarefas T4 localizada no LD do 4º ano.....	96
Quadro 24 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2 do LD do 5º ano.....	107
Quadro 25 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T1 do LD do 5º ano.....	108
Quadro 26 - Praxeologia matemática referente ao tipo de tarefas T3 identificada LD do 5º ano.....	109
Quadro 27 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T4 do LD do 5º ano.....	111
Quadro 28 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T7 do LD do 5º ano.....	112
Quadro 29 - Objetivos de aprendizagem proposto pela Política de Ensino do Recife para o 5º ano.....	113

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EJA	Educação de Jovens e Adultos
LD	Livro Didático
MEC	Ministério da Educação
OD	Organizações Didáticas
OM	Organização Matemática
PD	Praxeologia Didática
PM	Praxeologia Matemática
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
SI	Sistema Internacional de Unidades
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TOD	Tipo de Organização Didática
TOD	Tipos de Organizações Didáticas
TTD	Teoria da Transposição Didática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.....	21
2.1	TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA.....	21
2.2	ELEMENTOS PRIMITIVOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.....	26
2.3	PRAXEOLOGIAS OU ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS.....	27
2.3.1	Organização ou praxeologia matemática (PM).....	28
2.3.2	Organização ou praxeologia didática (PD).....	29
2.4	TIPOS DE ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS (TOD).....	31
3	O SABER ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS.....	34
3.1	GRANDEZAS E MEDIDAS.....	34
3.1.1	Área de figuras planas.....	36
3.1.1.1	Conservação de área.....	42
3.1.1.2	Dissociação entre área e perímetro.....	43
3.1.1.3	Medida de área e unidade de medida.....	44
3.1.2	Pesquisas que categorizaram tipos de tarefas relativos ao saber área.....	45
4	O SABER ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NOS DOCUMENTOS CURRICULARES E NAS PESQUISAS ACADÊMICAS.....	50
4.1	ÁREA DE FIGURAS PLANAS NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS.....	50
4.2	PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS.....	56
5	PERCURSO METODOLÓGICO.....	69
5.1	TIPO DE PESQUISA.....	69
5.2	A COLEÇÃO DE LIVROS ANALISADA.....	70
5.3	ETAPAS METODOLÓGICAS.....	72
5.3.1	Caracterização das praxeologias localizadas nos livros didáticos.....	73
5.3.1.1	Descrição dos critérios de análise da Praxeologia Matemática (PM).....	73
5.3.1.2	Descrição dos critérios de análise da Praxeologia Didática (PD).....	74
5.3.2	Identificação dos tipos de organização didática nos livros analisados.....	76
6	ANÁLISE E DISCUSSÕES.....	76
6.1	PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTES NO LIVRO DIDÁTICO DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	76
6.1.1	Praxeologia matemática do livro didático do 3º ano.....	76

6.1.2	Praxeologia didática identificada no livro didático do 3º ano.....	84
6.1.3	Tipo de organização didática no livro do 3º ano do Ensino Fundamental.....	88
6.2	PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTE NO LIVRO DIDÁTICO DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	89
6.2.1	Praxeologia matemática do livro didático do 4º ano.....	89
6.2.2	Praxeologia didática presente no livro do 4º ano.....	98
6.2.3	Tipo de organização didática no livro do 4º ano do Ensino Fundamental.....	102
6.3	PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTES NO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	103
6.3.1	Praxeologia matemática localizada no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental.....	103
6.3.2	Praxeologia didática presente no livro do 5º ano do Ensino Fundamental.....	115
6.3.3	Tipo de organização didática no livro do 5º ano do Ensino Fundamental.....	120
6.4	ANÁLISE TRANSVERSAL DA COLEÇÃO.....	121
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	126
	REFERÊNCIAS.....	129

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da minha trajetória¹, enquanto estudante de graduação do curso de Pedagogia, cursei disciplinas de estágios supervisionados, sendo uma delas: Estágio Supervisionado: rede de saberes em educação Matemática. Nas salas de aula de escolas públicas e privadas, acompanhávamos a prática das professoras quando ensinavam matemática. Durante a vivência nesses estágios, observamos o quanto o Livro Didático (LD) estava presente nas aulas dessa disciplina, destacando-se como recurso principal para ensinar, pelas docentes.

Ao termos contato com esse recurso, era possível observar que as propostas de ensino eram diferentes de um livro para o outro, como também muitas de suas atividades. Por diversas vezes, o conteúdo que estava sendo trabalhado pelos professores em sala de aula era área de figuras planas. Por não ter o amadurecimento necessário para apontar o que era ou não diferente na proposta de ensino e nas atividades entre essas obras didáticas, trouxe as minhas indagações para toda a turma da graduação, com a intenção de entender a organização do LD.

No que diz respeito às propostas de ensino, ou seja, à concepção de ensino da obra, após as discussões, os professores, na época, colocaram que os autores escrevem as suas obras por um caminho que eles entendem que os conteúdos devam ser ensinados, além de se apoiarem em alguns pressupostos institucionais, como o currículo nacional. Quanto aos diferentes tipos de atividades, não houve uma reflexão e uma discussão mais profunda.

Com o passar do tempo e após a conclusão da licenciatura, tive a oportunidade de participar de formações pela Prefeitura, após ser concursada. Essas formações fizeram despertar-me o interesse pela pesquisa, pois tive contato com textos cujos resultados de pesquisa apontaram lacunas de como o professor conduz a aula, como também no uso inadequado de alguns recursos didáticos. Diante dessa situação, fui buscar entender melhor como se dava todo o processo de ensino por meio de literaturas no contexto da Educação Matemática.

De acordo com Rosas (2008), o LD, especificamente o livro de matemática, se constitui em um importante recurso na sala de aula, por favorecer a aquisição de

¹ Nesse momento o texto se encontra em primeira pessoa do singular por se tratar de uma experiência pessoal da pesquisadora.

saberes, consolidar, ampliar e aprofundar os conhecimentos dos estudantes, auxiliar no planejamento didático pedagógico do professor, entre outros.

Assim, desde que foi criado, o LD teve presença marcante no sistema educacional brasileiro e na abordagem dos conteúdos escolares por fazerem a transposição didática² dos conhecimentos científicos, trazendo os conteúdos, os percursos metodológicos e o como avaliar. Com isso, esse recurso didático passou a ser muito utilizado pelo professor no processo de ensino, gerando uma forte influência na prática docente.

A decisão de utilizar o livro didático como único recurso na prática docente deve ser cuidadosamente ponderada, pois, mesmo trazendo a organização dos conteúdos, vir acompanhado de recursos adicionais, como atividades práticas e material multimídia, ele pode limitar a criatividade do professor, pode não estar alinhado com a realidade dos estudantes e apresentar uma abordagem que não esteja alinhada ao perfil deles, fazendo com que percam o interesse na aula.

Idealmente, os professores devem buscar um equilíbrio, incorporando diferentes recursos e estratégias de ensino para atender às diversas necessidades e estilos de aprendizagem, como o uso de materiais manipuláveis e digitais, a exemplo do geoplano, tangram e o geogebra, que vão favorecer na aprendizagem dos estudantes.

No Brasil, muitas pesquisas têm sido realizadas sobre o LD em diversas áreas do conhecimento, buscando analisar o papel que ele tem no processo de ensino, na prática pedagógica e na sua organização matemática e didática (Rosas, 2008; Anjos, 2014; Santos, 2017; Turíbio; Silva, 2017; Neto, 2019). Nessas investigações, os resultados revelam que o LD ainda é o recurso didático mais utilizado pelo professor. No entanto, o LD “deve ser considerado como recurso auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e não pode, portanto, ocupar o papel dominante nesse processo” (Brasil, 2010, p.13), ou seja, não pode ocupar papel dominante no trabalho pedagógico.

Para Pais (2006, p.1), devido à importância que o LD tem no processo de ensino “funcionando como forte referência na prática docente para a validação do saber escolar”, o professor tem a tarefa de escolher aquele que será trabalhado com os seus alunos. Para isso, consideramos importante que o professor saiba como os

² No referencial teórico, capítulo 2, iremos explicar o significado de transposição didática.

conteúdos estão organizados didática e matematicamente e, sobretudo, compreenda a proposta de ensino da obra.

Tendo em vista a importância do LD, nosso interesse, nesta pesquisa, foi analisar no LD de matemática, especificamente, a abordagem do ensino de área de figuras planas, devido ao papel que esse saber desenvolve na matemática escolar, por fazer conexão com outras disciplinas, ser um articulador entre outros conteúdos matemáticos, estar presente nas práticas sociais e por ter vivenciado o ensino desse saber no estágio supervisionado.

Pesquisas e estudos, como Silva Júnior, 2005; Rosas, 2008; Anjos, 2014; Santos, 2017; Pais, 2019, revelam que o LD vem sofrendo reformulações quanto à forma de abordar os conteúdos, atividades e metodologia para serem ensinados, em conformidade com as recomendações curriculares atuais, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)³ (Brasil, 2018), bem como os critérios do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

Vale salientar que o PNLD foi criado em 1985 pelo governo federal, pensando na melhoria da qualidade do ensino. Esse programa é responsável pela avaliação e distribuição de coleções de LD, pedagógicos e literários aos alunos da Educação Básica das redes públicas federais, estaduais, municipais e distrital de ensino brasileiro. Quando os livros são analisados, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos com resenhas das coleções aprovadas. É por meio desse guia que os professores escolhem os livros que melhor se adequam ao projeto político pedagógico das escolas. Depois de adotados, eles são utilizados por um período de quatro anos.

Diante da realidade de que o LD constitui um dos mais importantes recursos pedagógicos no trabalho do professor, cada vez mais sentia a necessidade de ir para o campo da pesquisa, para aprofundar o entendimento sobre o livro didático. Com isso, iniciei a minha preparação no mundo *Stricto Sensu*, cursando disciplinas como aluna especial do mestrado. Esses momentos trouxeram cenários vividos no tempo da graduação.

Na experiência como aluna especial, tive a oportunidade de conhecer a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1999), em que

³ A BNCC, documento normativo, define os conteúdos mínimos que devem ser considerados em cada etapa da Educação básica no Brasil. Neste trabalho, iremos considerar o que é proposto por esse documento na Unidade temática de Grandeza e medidas para o ensino de área de figuras planas.

realizamos um trabalho sobre as Organizações Matemática (OM) em determinado saber nos LD. A TAD é uma teoria desenvolvida no quadro da Didática da Matemática francesa, que permite analisar fenômenos que envolvem ações e condutas humanas. Nesse sentido, a TAD possibilita situar a atividade matemática dentro de um conjunto de atividades humanas e das instituições sociais, estudando o homem frente a situações matemáticas.

Esse pesquisador compreende o saber dentro de uma Organização Praxeológica, a qual é uma ferramenta teórico-metodológica constituída por quatro elementos articulados: tipos de tarefas (T), técnica (τ), tecnologia (θ), e teoria (Θ), que permite modelar as práticas sociais em geral, e, em específico, a atividade matemática em uma instituição. A partir disso, continuamos estudando a TAD e conhecemos outros conceitos dessa teoria, como foi o caso das Organizações Didáticas (OD), que ajudam analisar o modo pelo qual a realidade matemática poderá ser estudada a partir de seis momentos didáticos ou momentos de estudos.

Dando continuidade aos estudos, conhecemos o modelo de referência criado por Gascón (2003), o qual estuda a Organização Didática proposta por Chevallard (1999). Esse modelo de referência permite identificar o Tipo de Organização Didática (TOD) tanto na abordagem do livro didático como na prática docente. Gascón exibe um plano tridimensional em que cada eixo apresenta um tipo de organização didática, considerando os momentos de estudo proposto na TAD, a saber: clássica, empirista e construtivista.

Nosso interesse em investigar essas concepções educacionais se deu pelo motivo de lidar com LD na prática e perceber que as propostas de ensino eram diferentes de um livro para o outro, como também muitas de suas atividades.

Diante do exposto, surgiu o interesse em fazer uma investigação, buscando entender essas abordagens. Assim, foi construída a questão norteadora, a saber: *qual a abordagem matemática e didática presente em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais em relação ao estudo de área de figuras planas?*

A coleção selecionada resultou dos critérios adotados: ser a mais adotada pelas escolas da Prefeitura do Recife e aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Quanto ao foco no ensino de área de figuras planas, escolhemos por estar presente nos documentos curriculares, ter forte relevância social e utilidade no cotidiano das pessoas, por fazer articulação com outros

conceitos matemáticos (fração, figuras geométricas planas e números) e também por ser um saber que está presente nas práticas profissionais como, por exemplo: para o pintor realizar a pintura de uma parede, ele precisa calcular a área para saber o quanto vai usar de tinta, assim como para o agricultor, que precisa demarcar a área para plantar.

Por fim, outro fator que justifica nossa escolha são as dificuldades conceituais presentes nos processos de ensino e aprendizagem repertoriadas em pesquisas anteriores (Santos, 2005, 2015; Teles, 2007; Silva, 2016), como a dificuldade em reconhecer que figuras diferentes podem ter mesma área e a distinção entre área e perímetro.

Em virtude de o saber área fazer parte das aprendizagens essenciais para os estudantes da Educação Básica, conforme os currículos e a BNCC, é um dos conteúdos presentes no livro didático, que, por sua vez traz saberes a serem ensinados que auxiliam a prática pedagógica do professor e na aprendizagem dos estudantes.

No que diz respeito à praxeologia matemática e didática, é necessário saber como estão organizados no LD os conteúdos propostos para o estudante em termos de tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria, como também os momentos didáticos (Chevallard, 1999). Já em relação à proposta de ensino adotada nos livros, iremos identificar, a partir de um modelo de referência, os tipos de organizações didáticas, a saber: clássica, empirista e construtivista (Gascon, 2003), que iremos apresentar na fundamentação teórica.

No nosso ponto de vista, a relevância dessa pesquisa trará contribuições importantes na escolha dos LD feita pelos professores dos anos iniciais, já que é voltada para esse segmento. Com os resultados desta pesquisa, foi possível saber como os livros apresentam os elementos da praxeologia matemática no aspecto quantitativo e qualitativo, como estão organizados os momentos de estudos de acordo com a praxeologia didática, e, por fim, compreender a proposta de ensino da obra, por meio do tipo de organização didática.

De acordo com Lima e Bellemain (2010), o LD contribui no planejamento didático-pedagógico, na condução das aulas do professor, favorece na aquisição dos saberes e desenvolvimento de competências e habilidades dos estudantes, entre outros. No entanto, para que o livro atenda essas funções, o professor precisa conhecer essa organização, já que ele participa da escolha do LD que será usado

pelo estudante. Entendemos que a relação entre as praxeologias (OM e OD) e o tipo de Organização Didática será importante, isso porque o que não está claro no LD, pelo menos no conteúdo de área de figuras planas, serão revelados após os resultados desta pesquisa. Além disso, a pesquisa pode contribuir para os autores terem um novo olhar na elaboração do LD, prevalecendo de elementos que são fundamentais em uma obra didática.

Com base nas discussões levantadas acerca da área de figuras planas e do livro didático que traz saberes socialmente relevantes, temos por objetivo geral, *compreender a abordagem matemática e didática de uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao estudo de área de figuras planas*. De forma mais específica, caracterizar a praxeologia matemática e didática acerca da área de figuras planas em uma coleção de LD de matemática dos anos iniciais, e identificar o tipo de organização didática presente na coleção de LD dos anos iniciais em relação à área de figuras planas.

Sendo assim, apresentamos, a seguir, o referencial teórico adotado, procedimentos metodológicos e as análises dos nossos resultados. Por fim, nossas considerações finais e referências.

No referencial teórico iremos nos apoiar na Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1999), especificamente nas Organizações praxeológicas que permitem modelar as práticas sociais em uma instituição. Iremos nos fundamentar também nas Organizações Didáticas de Gascón (2003), que irão nos ajudar a analisar a proposta de ensino do LD, e na área de figuras planas, enquanto grandeza, proposta por Bellemain e Lima (2002), Regine Douady e Perrin Glorian (1989).

Nos procedimentos metodológicos descrevemos a realização de cada etapa para alcançar os objetivos específicos em relação ao saber área de figuras planas em uma coleção do LD dos anos iniciais.

A análise dos resultados irá remeter ao referencial teórico e trazer o que foi encontrado no LD sobre as hipóteses levantadas em relação às organizações praxeológicas e a proposta de ensino do saber área de figuras planas.

As considerações finais serão o momento de retomar o que foi exposto e demonstrar se o trabalho alcançou os objetivos e conseguiu responder à questão norteadora, além de trazer contribuições da pesquisa no campo da didática da matemática e novas ideias para possíveis pesquisas.

2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Neste tópico apresentamos alguns elementos que pertencem à Teoria Antropológica do Didático (TAD). Iniciamos com a transposição didática por ser o estágio inicial da TAD e por trazer uma relação mútua entre saber e instituição. Logo depois, trazemos os elementos primitivos da TAD, as ferramentas de modelização das práticas humanas institucionais, as praxeologias, os tipos de Organizações Didáticas proposta por Gascón (2003), o estudo sobre grandezas e medidas e o saber área de figuras planas.

2.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

A transposição didática é um fenômeno didático presente no ensino da matemática e ficou conhecida a partir da sistematização formulada por Chevallard, que, posteriormente, passou a ser chamada de Teoria da Transposição Didática. Nessa teoria encontram-se dois conceitos que são fundamentais: saber e instituição. De acordo com Chevallard (1991), o saber não existe no vácuo, pois ele aparece em determinada ocasião, num contexto da sociedade, apoiado em pelo menos uma instituição. Dessa forma, esse teórico afirma que todo saber é saber de uma instituição. Assim, o saber pode ser considerado como forma de organização do conhecimento, como fruto do comportamento humano em uma instituição.

Dentro dos pressupostos teóricos de Chevallard (1998), instituição é um dispositivo social, 'total', que impõe aos seus sujeitos, que nela habitam, diferentes maneiras de fazer e pensar próprios de cada um. Podemos citar como exemplo de instituição: sala de aula, escola, família, anos iniciais, etc. Esse autor ainda afirma que uma instituição não pode existir sem sujeitos.

Quando tomamos como exemplo o objeto do saber de nossa pesquisa, área de figuras planas, observamos que ela transita pela instituição escola, sala de aula, etc. e, em cada uma dessas, o saber área vai aparecer de forma diferente para atender a necessidade de cada um(a), tendo em vista que os saberes são adaptativos, passam por várias transformações, e vão se adaptando às exigências da instituição para permanecer nela (Santos, 2015).

Esse movimento que o saber faz ao passar de uma instituição para outra é chamado de transposição. Quando a instituição é uma instituição de ensino, então a

transposição é dita didática. Chevallard (1991, p. 45) compreende transposição didática como:

[...] um conteúdo do saber, designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é chamado transposição didática.

Dessa forma, a transposição é um processo de transformação dos saberes desde onde foi originado até chegar na instituição de ensino para ser ensinado. Assim, o saber quando chega na instituição para ser ensinado passou por várias modificações para ser transformado em saber ensinável, ou seja, ele nunca vai ser original, será sempre um saber transformado. Essas transformações são necessárias para tornar o ensino viável e “chega à sala de aula por necessidades sociais de educação e comunicação” (Santos, 2015, p. 27).

Vale ressaltar que a ideia proposta por Chevallard sobre transposição didática partiu dos estudos do sociólogo Michel Verret (1975), em sua tese de doutorado, mas diferenciando-se da sua atuação, uma vez que Verret está no campo da sociologia e Chevallard no campo da didática da matemática. Assim, a transposição didática, ficou conhecida como o estágio inicial da Teoria Antropológica do Didático.

No âmbito da Teoria da transposição didática, a instituição estabelece relação com os saberes e esta relação pode ser dada por meio de produção, uso, transposição e ensino. Sendo assim, as instituições são classificadas em quatro tipos diferentes: produtoras, utilitárias, transpositivas e de ensino (Chevallard, 1991).

As instituições produtoras, geralmente, pertencem ao saber sábio, são formadas por cientistas, pesquisadores e intelectuais. As utilitárias (empresas, comércio, etc.) são as que fazem uso do conhecimento produzido pela instituição produtora. As instituições transpositivas (noosfera) produzidas pelos técnicos, especialistas, etc. são consideradas o espaço de transformação principal, pois permitem que o saber passe de uma instituição a outra. Por fim, a instituição de ensino (escola), que é representada pelos professores em sala de aula (Santos, 2015).

Para Chevallard (1991), a noosfera é uma instituição “pensante”, “invisível” que seleciona os saberes que farão parte dos currículos. Desse modo, os grupos sociais que fazem parte da noosfera (especialistas, técnicos, pesquisadores,

secretários educacionais, etc.) são responsáveis pelo que deve ser ensinado na escola e estão envolvidos em produzir e comunicar os conhecimentos, como, por exemplo, as orientações curriculares, que são documentos que irão nortear as escolas nas suas propostas pedagógicas.

Quanto ao processo de transformação didática do saber, Chevallard (1991) classifica em três grupos: saber sábio, saber a ensinar e saber ensinado, cada grupo com seus próprios sujeitos, linguagens e instituições próprias. Há também o saber escolar, proposto por Henry (1991), o saber preparado proposto por Ravel (2003) e o saber aprendido (Bosch; Gascón, 2007) que completam o processo da Transposição Didática.

O **saber sábio** é construído, geralmente, na academia (Universidades, faculdades, institutos de pesquisas) pelos pesquisadores que se adaptam às regras das instituições à qual pertencem. Esse saber precisa ser validado e aceito junto à comunidade científica após críticas e, assim, ser comunicado entre seus pares por meio de seminários, periódicos, teses e dissertações, entre outros.

A transposição do saber sábio para o **saber a ensinar** sofre modificações, transformações, para que possa ser compreendido e entendido conforme as necessidades da instituição de ensino, tendo em vista que o saber sábio vai servir de parâmetro para a Educação Básica.

O **saber a ensinar** envolve os saberes didáticos que tornam o ensino acessível ao entendimento do sujeito aprendente, apresentando uma programação, uma organização do que deverá ser ensinado. Esses saberes irão aparecer nos documentos oficiais, como, por exemplo, na BNCC e nas propostas curriculares estaduais e municipais com linguagens próprias para serem compreendidos.

Esses dois saberes, explicados anteriormente, estão localizados na transposição didática externa, ou seja, são os saberes que estão fora do muro da escola.

Conforme Santos (2015), o saber a ensinar apresenta um controle social na elaboração dos documentos nacionais, estaduais e municipais, quando organiza o programa que é apresentado para as instituições de ensino, pois “determina quais os saberes que deverão ser ensinados, para que faixa etária, em que tempo, como ensiná-los (muitas vezes) e o que avaliar” (Santos, 2015, p. 31).

O saber a ensinar passa novamente por transformações originando o **saber escolar** proposto por Henry (1991), que está entre o saber a ensinar e o saber

ensinado. Esse saber é o que chega nos livros didáticos e manuais de ensino (apostilas, paradidáticos) e irá auxiliar os professores na preparação das aulas. Assim, para o professor transpor esse saber escolar ele precisa preparar e planejar suas aulas, daí surge o **saber preparado**, como é proposto por Ravel (2003) como uma etapa da transposição interna. O saber preparado está relacionado às escolhas didáticas e matemáticas que o professor realiza quando vai ensinar determinado conteúdo matemático.

Ao executar o seu planejamento, o professor transforma o saber preparado em **saber ensinado**. Para essa nova transposição do saber, o professor precisa ter o cuidado para transpor o verdadeiro significado do objeto de conhecimento e adaptar à realidade do estudante. É preciso, também, que seja contextualizado para que ele pense, reflita e compreenda.

Para finalizar o processo de transposição do saber, há o que envolve a atuação do estudante, resultante do saber ensinado para o saber aprendido. Bessa (2014, p.10) define esse saber como sendo “todo e qualquer saber ‘retornado’ pelo aluno, após esse saber ter sido “apresentado” em sala de aula. No entanto, esse saber aprendido não acontece somente na escola, está relacionado com o que o estudante também aprende na família, na comunidade, ou seja, em outros lugares de convivência dele que envolva o saber em jogo, “fazem com que nossos alunos tenham outras fontes para transformar este saber” (idem, 2014, p. 11).

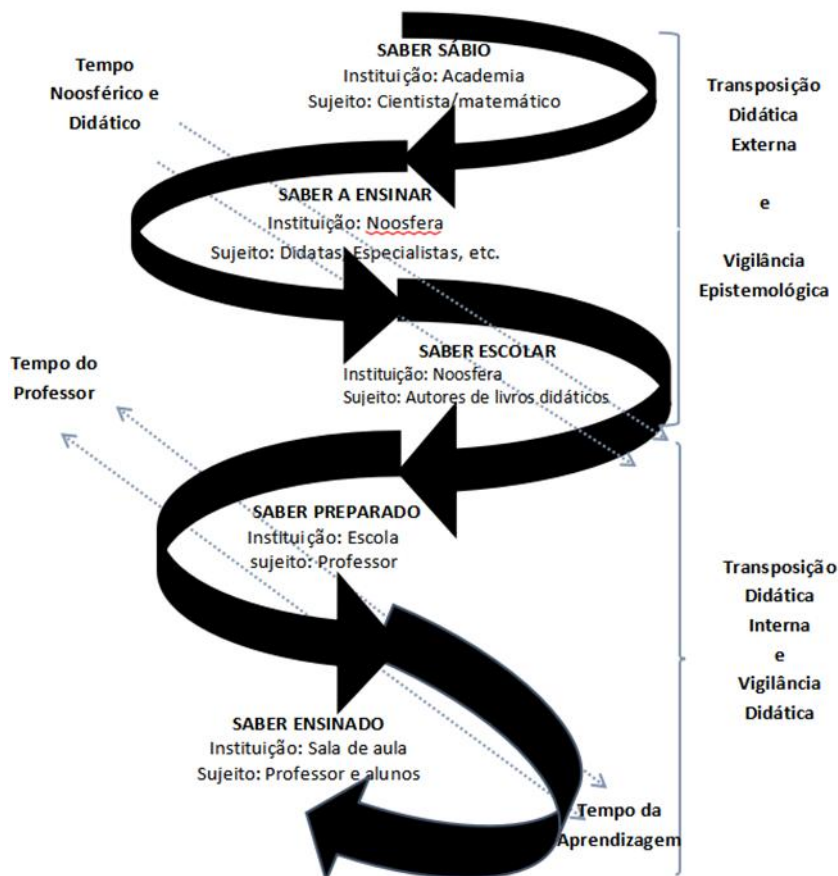
Nessa trajetória dos saberes, interessa-nos aquele que norteia o trabalho do professor, isto é, aqueles que estão disponíveis nos manuais de ensino, no nosso caso, o livro didático, considerado em nossa pesquisa como o representante da instituição (Anos Iniciais), que permite visualizar a materialização dos saberes eleitos pela noosfera.

Como explicitado na Teoria da Transposição Didática (TTD), o autor estava interessado em analisar a epistemologia do saber do ponto de vista didático, ou seja, estava dedicado à relação entre os saberes de onde era originado (saber sábio) até ser ensinado (saber ensinado), buscando explicação sobre esses saberes.

Considerando a trajetória dos saberes proposta na TTD, percebe-se que um não sobrepõe ao outro, ao contrário, os saberes retroalimentam-se a partir dos questionamentos que são lançados sobre um e repercutem na necessidade de revisitação de outros. Diante disso, Santos (2015) elaborou uma representação gráfica com a trajetória do saber, desde o saber sábio até o saber ensinado,

mostrando que existe uma circularidade nesse processo e que todos os saberes são importantes, como podemos observar na Figura 1 a seguir.

Figura 1 - Representação da trajetória dos saberes na transposição didática



Fonte: Santos (2020, p. 27)

No final da década de 1990, Chevallard amplia a TTD mudando o foco do didático para o antropológico do didático, ressaltando uma prática humana, ou seja, “inclui o processo a uma contextualização cultural dos conteúdos a serem ensinados, expressando uma nova maneira de formular e de se aproximar dos problemas em educação matemática” (Maradino *et al.*, 2016, p. 9). Surge, então, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como ampliação da TTD.

Deste modo, a TAD situa a atividade matemática dentro de um conjunto de atividades humanas. Estuda o homem diante do saber matemático, tendo em vista que todo o saber matemático é fruto da ação humana institucional. À vista disso, a TAD analisa os fenômenos didáticos e as situações matemáticas de determinado saber, admitindo que todo trabalho matemático surge como resposta a um tipo de tarefa.

2.2 ELEMENTOS PRIMITIVOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Nessa teoria o autor apresenta três conceitos primitivos, os quais consideram necessários: os objetos “O”, as pessoas “X” e as instituições “I”. Esses conceitos se relacionam a todo momento, sendo assim, há relação de pessoas com objetos $R(X, O)$ e a relação da instituição com o objeto $R(I, O)$. Para Chevallard (1998), todas as coisas são objetos e para, eles existirem, pelo menos um indivíduo ou uma instituição (I) deve reconhecê-lo:

[...] do ponto de vista da «semântica» da teoria, qualquer coisa pode ser um objeto. Um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente (para ela). Mais precisamente, podemos dizer que o objeto O existe para X (respectivamente, para I) se existir um objeto, que denotarei por $R(X, O)$ (resp. $R(I, O)$), a que chamarei de relação pessoal de X com O (resp. relação institucional de I com O)⁴ (Chevallard, 1998, p. 93).

Os *objetos* ocupam lugar de destaque na teoria. Para Chevallard (2003, p.1), “toda entidade material ou imaterial, que existe para ao menos um indivíduo” é objeto. Como exemplo de objetos podemos citar pessoa, escola, prática docente, etc. Quando voltamos para matemática, temos como exemplo os objetos do saber estudados nessa disciplina: área de figuras planas, equação do 2º grau, figuras geométricas espaciais, ângulos, entre outros. Neste trabalho, o objeto em foco é a área de figuras planas.

Outro elemento primitivo da TAD é a *instituição*, que para Chevallard (2003, p. 2) é “um dispositivo social – “total” –, que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social [...], mas que permite – e impõe – a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e pensar”. Como exemplo de instituição temos: escola, sala de aula, família, entre outros. Quando uma pessoa participa de uma instituição, ela se submete às regras propostas por ela e torna-se sujeito dessa instituição. Na nossa pesquisa, a instituição em foco são os anos iniciais e o livro didático será um representante dessa instituição.

O conceito de *pessoa* é definido como “um par formado por um indivíduo e o sistema de suas relações pessoais $R(X, O)$, em um dado momento da história do indivíduo X” (Chevallard, 2003, p.1). O sujeito vai se constituindo como pessoa a partir das relações que têm nas diferentes instituições e com os objetos pertencentes a essas instituições e, assim, vai mudando ao longo do tempo. Quando

⁴ Grifo do autor.

há alteração na relação $R(X, O)$, o autor afirma que houve aprendizagem devido à relação com o objeto do saber.

Após a apresentação dos conceitos primitivos e de como se constitui a relação entre objeto, instituição e pessoa, iremos apresentar um modelo de organização praxeológica, que será o método de análise da nossa pesquisa, pois é um modelo que permite modelar as práticas sociais e, em especial, a prática matemática que, no nosso caso, será a abordagem da área de figuras planas em uma coleção de livro didático dos anos iniciais, trazendo resultados importantes sobre sua organização matemática e didática.

2.3 PRAXEOLOGIAS OU ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS

No que diz respeito à Praxeologia Matemática e Praxeologia Didática, busca-se compreender como está organizado no LD o ensino dos conteúdos propostos para o estudante. Para Chevallard (1999), toda a atividade humana pode ser descrita por um modelo que ele chamou de Organização praxeológica ou praxeologia, constituída de quatro elementos articulados (T, τ, θ, Θ). Sendo assim, preparar um bolo, passar roupa, lavar pratos, comparar área de duas figuras geométricas planas, comparar distância entre uma cidade e outra, medir comprimento de uma porta, são exemplos de atividades humanas, que caracterizam tarefas de certos tipos sendo passíveis de resolução.

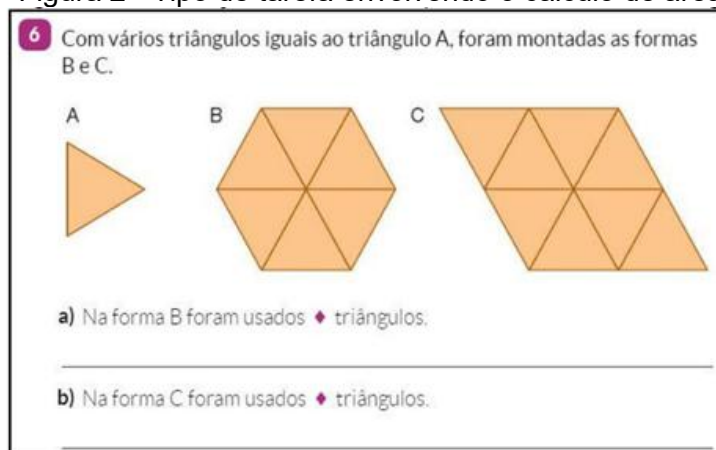
A palavra *Praxeologia*, semanticamente, é formada por dois termos gregos (práxis e logos) os quais significam, respectivamente: prática e saber.

A prática envolve o bloco do saber fazer (tipos de tarefas e técnica) e o saber envolve o bloco tecnológico-teórico (tecnologia e teoria) que justifica e interpreta a prática. Sendo assim, de acordo com Santos (2015, p. 41) “não existe práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Dessa forma, ao unir as duas vertentes da atividade matemática obtêm-se a noção da praxeologia”. Ou seja, uma prática humana em uma instituição estará sempre acompanhada de uma justificativa explicando a necessidade do fazer humano.

2.3.1 Organização ou praxeologia matemática (PM)

Nessa teoria, a PM visa determinar a realidade matemática a partir de um quarteto: tipos de tarefas, técnica, tecnologia e teoria $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Para essa organização, **tipo de tarefa** está relacionado a um objetivo claro, geralmente expresso por um verbo de ação mais o seu complemento, inclui apenas as ações que são humanas, como, por exemplo, produzir uma superfície de área dada, determinar o número de faces de um poliedro, calcular a derivada de uma função, etc. Chevallard (1999) classifica esse verbo de ação em gênero de tarefa que vai se enriquecendo e aprimorando. Exemplo:

Figura 2 - Tipo de tarefa envolvendo o cálculo de área



Fonte: Durão (2019, p. 256)

Na Figura 2, acima, identificam-se duas tarefas pertencentes ao tipo **determinar a área de uma figura plana**. Nessa estruturação, o verbo **determinar** configura-se o gênero do tipo de tarefas supracitado.

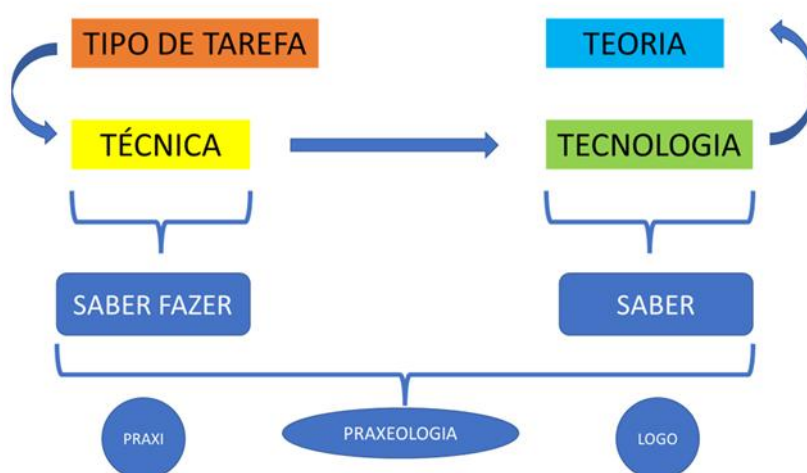
Toda tarefa demanda o uso de uma **técnica**, isto é, uma maneira de fazer reconhecida institucionalmente. Tomando como exemplo a Figura 2, a técnica para resolver essa tarefa vai resultar na contagem das unidades de medidas não convencionais representadas pelo triângulo A, para determinar a quantidade dessas unidades de medida nas figuras B e C.

As técnicas são amparadas em um discurso denominado de **Tecnologia** responsável em justificar seu uso, explica porque ela funciona bem e ainda seja possível produzir novas técnicas. O argumento que justifica a contagem de unidades de área usada para a realização das tarefas presentes na figura 1 é a propriedade

aditiva de área, uma vez que a área da figura será a reunião das áreas das que foram subdivididas.

Por fim, a **teoria** vai justificar e esclarecer a tecnologia, relativas a um objeto do saber. No exemplo da Figura 2, a teoria que vai justificar a tecnologia é o domínio das grandezas geométricas, nas quais residem as ideias de área associadas à pavimentação. A Figura 3 a seguir situa o leitor a respeito da Praxeologia Matemática.

Figura 3 - Elementos da praxeologia matemática



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Como visto na Figura 3, a **Praxeologia** envolve a **Práxis**, que se refere ao saber fazer, que, por sua vez, está dividido em tipo de tarefas e a técnica que vai resultar no como fazer a tarefa. Já a **logia** diz respeito ao **logos**, ao saber, que, por sua vez, está dividido em tecnologia e Teoria, que vão justificar e dar sustentação à técnica. O quarteto Tipo de tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria (T , τ , θ , Θ) vai compor a Organização Matemática.

2.3.2 Organização ou praxeologia didática (PD)

A PD está relacionada ao modo como a realidade matemática poderá ser estudada, ou seja, no nosso caso está relacionada ao modo como o ensino de área de figuras planas é apresentado nos LD. De acordo com Bittar (2017, p. 368), o estudo da PD “é fundamental nas análises de livros didáticos, haja vista que uma

organização didática está diretamente relacionada aos paradigmas de aprendizagem do 'sujeito autor' da praxeologia".

Sendo assim, os autores de LD, ao transporem o saber sábio para uma instituição concreta, o LD, escolhem os conteúdos e o modo como serão apresentados para serem ensinados. Diante dessas organizações propostas pelos autores, o ensino irá favorecer ou não a aprendizagem dos conceitos propostos, em especial, a construção de área de figuras planas. Vale salientar que se o autor não estiver preocupado em desenvolver no LD a construção dos conceitos, poderá gerar grandes lacunas na prática docente e na aprendizagem dos estudantes, já que esses são os sujeitos diretamente envolvidos com a obra didática.

Sendo assim, a praxeologia didática, por meio dos seis momentos didáticos, oferece elementos capazes de rastrear como os autores organizam o saber na obra, quais tarefas elegem para o seu tratamento, que técnicas esboçam e quais argumentos utilizam para justificar seu uso, como formalizam os conceitos e como os avalia. Chevallard (1999) afirma que esses momentos de estudos, como são apresentados, não determinam uma ordem cronológica. Portanto, quem vai escolher essa ordem é o professor nas suas aulas e os autores nas suas obras didáticas, por exemplo.

Sendo assim, essa praxeologia é apresentada em seis momentos de estudo, a saber: o primeiro momento é o encontro com a praxeologia matemática a ser estudada, ou seja, é o encontro com o tema de estudo e que vai estar ligado a pelo menos um tipo de tarefa. Esse encontro pode acontecer de diferentes maneiras, como, por exemplo, quando o professor anuncia em sua aula que os estudantes irão estudar área de figuras planas, ou na abertura do capítulo do livro didático.

O segundo momento é a exploração de um tipo de tarefas e elaboração de uma técnica que resolve esse tipo de tarefas. Dessa maneira, a técnica será o meio utilizado para resolver a atividade matemática, uma situação-problema. De acordo com Chevallard (1999), um tipo de tarefas específico constitui-se como meio para a construção de uma técnica. Esta técnica resultará como estratégia que vai resolver as tarefas que se inserem nesse tipo.

O terceiro momento é a constituição do entorno tecnológico-teórico relativo à técnica para explicá-la e justificá-la. Ao utilizar uma técnica, é preciso uma justificativa para explicá-la por que dá certo. De acordo com Santos (2015),

dependendo da concepção do autor do LD, ele poderá dar ênfase a esse momento, centrando os estudos em conceitos e teorias.

O quarto momento é o trabalho com a técnica, visando torná-la melhor, mais econômica e eficiente em diferentes tarefas. Nesse momento, é importante promover o desenvolvimento de técnicas, gerando novas técnicas que serão úteis aos estudos de maneira quantitativa e qualitativa.

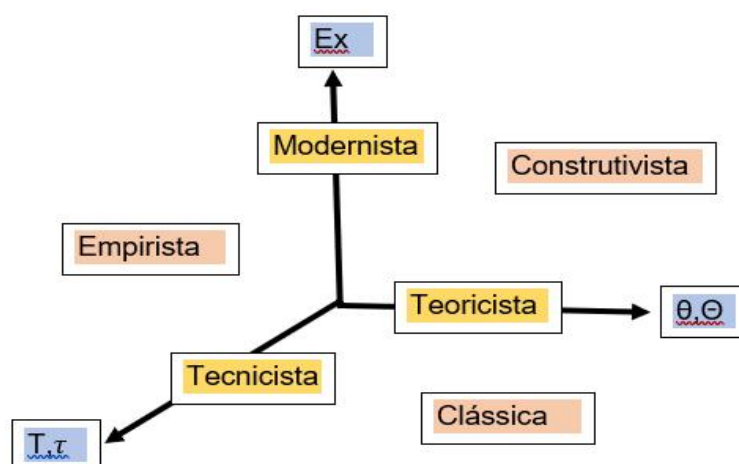
O quinto momento é a institucionalização dos saberes que deverão fazer parte do arsenal dos estudantes daquele nível escolar, em que deverá oficializar a organização matemática em estudo. Nessa fase se verifica o que permanece de fato na OM em questão, e o que pode ser descartado.

Por fim, o sexto momento é a avaliação da praxeologia trabalhada sobre o que efetivamente foi compreendido com a organização matemática. Isto é, o que se domina em termos de tipo de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

2.4 TIPOS DE ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS (TOD)

No que diz respeito aos TOD, iremos nos pautar nesse tópico em Gascón (2003), que organizou um modelo de referência utilizando os momentos didáticos da TAD e estruturou-o com possíveis formas de organizações didáticas referentes ao desenvolvimento de atividades matemáticas. Esse modelo ajuda a analisar a proposta de ensino, tanto na abordagem do LD como na prática docente, por meio da organização didática utilizada para determinado saber. Neste trabalho, o modelo criado por Gascón (2003) irá nos ajudar a analisar a proposta de ensino de uma coleção de LD dos anos iniciais acerca do saber área de figuras planas.

Figura 4 - Modelo de referência dos tipos de organizações didáticas



Fonte: Gascón (2003, p. 21)

A Figura 4 representa um espaço tridimensional criado pelo autor, cujos pontos representam uma Organização Didática. Portanto, em cada um desses eixos são representados três momentos de estudo da TAD, que são: os momentos tecnológico-teóricos (θ , Θ), o trabalho da técnica (T , τ) e os momentos exploratórios (Ex). Sendo assim, para cada um desses eixos há um modelo de Organização Didática, são elas: *teoricista* (centra os estudos em conceitos e teorias), *tecnicista* (foca os estudos na repetição de técnicas) e *modernista* (os estudos são voltados para exploração de diferentes tipos de tarefas).

Essas organizações são consideradas unidimensionais por centrar o processo de estudo em uma única dimensão, dando a esta uma prioridade absoluta. Gascón também comenta que há organização didática desenvolvida pela combinação de cada dupla desse eixo e, ao integrá-las, dá origem a mais três tipos de organização didática, a saber: *Clássica*, *Empirista* e *Construtivista*, em que o processo de estudo se dá de maneira bidimensional.

A *Organização didática clássica* associa o momento tecnológico-teórico (θ , Θ), e o trabalho da técnica (T , τ) e se “caracteriza, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico totalmente controlado pelo professor” (Gascón, 2003, p. 20). Sendo assim, para aprender um conceito, o ensino é voltado para resolver muitas tarefas mecânicas.

A *organização didática empirista* integra o momento exploratório (Ex) e o trabalho da técnica (T , τ) a qual “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na

prática” (Gascón, 2003, p. 20). Aqui o estudante aprende resolvendo problemas que não são comuns e utilizando-se de técnicas repetitivas.

Já a *organização didática construtivista* integra os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex) diferenciando-se das outras por contextualizar as tarefas de resolução de problemas de forma mais ampla e por considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento, em que o aluno passa a refletir e criar estratégias diferentes na construção dos conceitos. Esse modelo, Gascón (2003) classifica em dois eixos: construtivismo psicológico e o construtivismo matemático.

O primeiro eixo tem como objetivo fundamental a construção do conhecimento e utiliza-se da resolução de problemas como um simples meio para construir conhecimentos novos. Contudo, ignora a função do trabalho da técnica na aprendizagem matemática. O segundo eixo, inclui tarefas de resolução de problemas numa atividade mais ampla, baseada no processo de modelização matemática que pode ser matemático ou extramatemático, ou seja, a modelização pode ser construída na própria matemática ou fora dela, como na física, na química ou na biologia.

Nesse eixo, os problemas são contextualizados ao ponto de “identificar o objetivo da resolução de problema com a obtenção do conhecimento sobre o sistema modelizado” (Gascón, 2003, p. 29). Para esse segundo modelo, há também uma limitação de não desenvolver o trabalho da técnica na aprendizagem. No entanto, essa organização didática está mais próxima do modernismo.

3 O SABER ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Neste capítulo iremos discutir a respeito do campo das grandezas e medidas, considerações sobre o ensino de área e aspectos importantes para construção desse saber enquanto grandeza.

3.1 GRANDEZAS E MEDIDAS

As grandezas e medidas estão muito presentes na vida cotidiana dos adultos e das crianças. A todo momento as pessoas participam de situações no seu dia a dia e não percebem que estão lidando com grandezas e medidas. Por exemplo, as crianças gostam muito de comparar seu tamanho para saber quem é o mais alto e o mais baixo da turma, conversam sobre quem mora mais perto ou mais longe da escola, quando realizam uma receita e precisam saber a quantidade de leite necessária para fazer um bolo, entre tantas outras situações. Os exemplos citados acima mostram como esse campo do saber é tão presente na realidade das pessoas.

Quando as crianças chegam à escola, passam a vivenciar e experienciar situações que envolvem grandezas e medidas e assim começam a entender e formalizar os conceitos que rodeiam esse campo do saber. No estudo das grandezas e medidas, é preciso explorar e compreender os instrumentos de medidas e os procedimentos de medir, valorizar experiências e manipulação de objetos do mundo físico para que os estudantes compreendam as propriedades desses objetos, as relações entre grandezas e medidas e avancem na compreensão desses conceitos (Lima; Bellemain, 2010).

Nesse sentido, o ensino de grandezas e medidas deve promover aos estudantes dos anos iniciais três competências básicas: comparar grandezas de mesma natureza, distinguir objetos de grandeza e medir grandezas, reconhecendo que toda medida requer um número e uma unidade de medida.

Diante disso, na escola os estudantes precisam compreender, por exemplo, que, ao medir a área da sala de aula e ter como medida 25m^2 , significa que esse resultado (número) é uma medida da grandeza área na unidade metros quadrado; ao medir a quantidade de água de um garrafão e ter como resultado 20L de água significa que essa é uma medida da grandeza capacidade na unidade litros; ao medir a altura de uma criança e ter 1,25m, significa que esse resultado é a medida

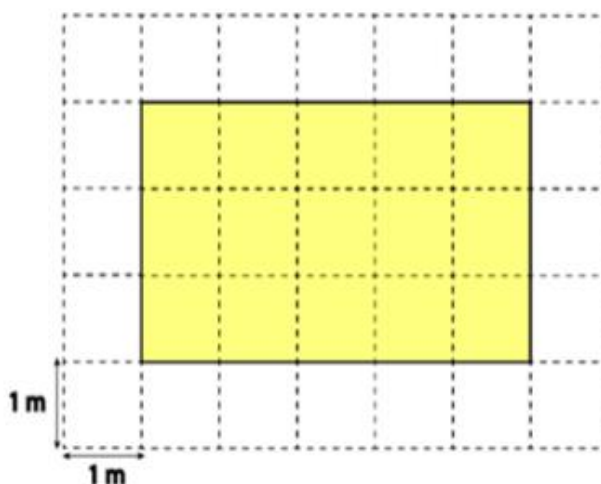
da grandeza comprimento na unidade metros; medir a massa corporal de uma pessoa e ter como resultado 60kg significa que essa é a medida da grandeza massa na unidade quilograma.

De acordo com os estudos de Cunha *et al.* (2022), grandeza são as propriedades de um objeto ou fenômenos que podem ser medidos e comparados, considerando grandezas de mesma natureza, ou seja, só deve-se comparar comprimento com comprimento, massa com massa, área com área e nunca comparar grandezas distintas. Quando a grandeza é associada ao objeto geométrico, temos as grandezas geométricas (comprimento, área, volume, ângulo, etc.), quando são associadas aos fenômenos naturais, temos as grandezas físicas (tempo, temperatura, massa, velocidade, etc.).

Dentro das grandezas apresentadas, iremos tomar como foco nessa pesquisa a grandeza geométrica área, devido a sua relevância social, utilidade no cotidiano e nas práticas profissionais e por fazer parte do currículo escolar.

O processo de medição de uma grandeza demanda o uso de uma unidade de medida de mesma natureza. Por exemplo, a Figura 6, a seguir, apresenta uma figura desenhada em malha, cujos quadradinhos têm comprimentos iguais a 1m. Para medir a sua área, é necessário considerar a área de cada quadradinho (1m^2) e verificar quantos são necessários para recobrir toda a figura. Após isso, denota-se a medida pela quantidade encontrada seguida da unidade tomada.

Figura 5 - Objeto geométrico



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Ao atribuir uma medição da área desse objeto geométrico em determinada unidade (cm, m), iremos a partir de um número designar sua medida. Por exemplo, ao medir a área do retângulo da figura acima, em metros, obtemos 15 m^2 , nesse caso, a medida da área é 15 e a unidade de medida é o m^2 . Se esta mesma área for medida em centímetros quadrados teremos agora 150000 cm^2 . Com isso, chegamos à conclusão que quando muda a unidade de medida (m para cm) e as medidas mudam de 15 para 150000, no entanto, a área permanece invariante. É importante que atividades dessa natureza estejam presentes no ensino escolar, especialmente no LD, para que os estudantes possam compreender essa distinção no processo de ensino e aprendizagem e saibam fazer uso de forma adequada, tendo em vista que grandezas e medidas estão presentes na nossa vida cotidiana e no mundo do trabalho.

3.1.1 Área de figuras planas

O objeto do saber área de figuras planas tem sido um tema muito investigado pelos pesquisadores na didática da matemática nos processos de ensino e aprendizagem, por exercer um papel importante no currículo de matemática, estar presente no cotidiano, sobretudo, nas práticas sociais e profissionais e permitir articular com outros conceitos matemáticos.

Contudo, os resultados dessas pesquisas mostram o quanto esse conteúdo ainda é permeado por dificuldade de aprendizagem nos alunos, como a não dissociação entre área e perímetro (Santos, 2005; Moura; Santos, 2016; Ferreira, 2018), a compreensão equivocada dos professores sobre o conceito de área (Silva, A.; Silva, S; Galvão, 2019; Silva; Gomes, 2021) e no ensino das tarefas com ênfase na aplicação de fórmulas (Teles, 2007; Silva, 2011; Santos, 2015; Moura *et al.*, 2017). Para evitar essas lacunas no ensino e aprendizagem desse saber matemático, é necessária uma construção conceitual consistente.

Nesse sentido, para a construção do saber área de figuras planas no campo das grandezas, é preciso considerar três elementos importantes: o objeto geométrico, a grandeza e a medida. Para Lima e Bellemain (2010, p.173), “[...] o desafio do ensino desses conceitos é precisamente distinguir e articular tais componentes, de forma simultânea”, pois os estudantes ainda apresentam muita dificuldade na compreensão desses objetos. Dessa forma, o objeto geométrico é

representado pelas superfícies planas delimitadas por quadrado, retângulo, triângulo, etc., na qual podemos medir ou comparar o “tanto de espaço” bidimensional que esse objeto geométrico possui. O processo de designação da área resulta do emprego de um número acompanhado de uma unidade de medida.

Quando o ensino de área não aborda esses elementos podem gerar nos estudantes lacunas e dificuldades na apropriação do saber. Santos (2015) afirma que uma das dificuldades apresentadas pelo estudante é quando ele entende área como um número, ou seja, este saber é associado ao domínio numérico. Com isso, alguns erros podem ocorrer como a omissão ou utilização inadequada da unidade de medida. Por exemplo, ao se deparar com uma tarefa na qual é solicitado o cálculo da área de um terreno com 6 metros de comprimento por 3 metros de largura, o estudante pode informar como resposta 18 ou ainda 18m. No contexto das grandezas, essas duas formas de designação representam dificuldades do reconhecimento e tratamento da grandeza envolvida, sendo a primeira decorrente da consideração apenas os aspectos numéricos e, a segunda, revela a não distinção entre as grandezas área e comprimento.

Embora, na matemática escolar, geralmente considera-se área como um conteúdo da geometria, iremos considerar nesta pesquisa como campo das grandezas geométricas em consonância com vários pesquisadores (Régine Douady; Perrin-Glorian (1989); Bellemain; Lima (2002); Santos, 2005, 2015; Teles, 2007; Silva, 2016; Pachêco; Silva; Ferreira, 2019). A área, nesse sentido, é um atributo de uma região ou superfície plana que pode ser medida ou comparada (Teles, 2007).

Compreendendo a área como um atributo que pode ser medido ou comparado (Teles, 2007), é importante deixar claro, em uma atividade, por exemplo, qual o atributo que se deseja medir em determinado objeto geométrico, já que para um mesmo objeto podemos associar a diferentes atributos: comprimento, massa, área, etc. Conforme Lima e Bellemain (2010), quando consideramos área como grandeza, trata-se de distinguir área e figura, visto que figuras distintas podem ter mesma área, e também diferenciar área de número, pois, ao medirmos uma mesma área utilizando diferentes unidades, iremos ter como resultado diferentes números, mas a área permanece a mesma.

Seguindo esse pensamento, os autores propõem que o ensino de área de figuras planas nos anos iniciais deve ser proposto nas escolas a partir de atividades práticas, explorando os aspectos geométricos, como, por exemplo: comparar área

de duas figuras idênticas construídas em cartolinas em posições diferentes, para que permita aos estudantes compreenderem que figuras idênticas têm a mesma área, quaisquer que sejam suas posições; utilizar a construção de diferentes figuras com as peças do tangram, visando emergir a percepção de que figuras diferentes podem ter mesma área e possuírem perímetros diferentes; perceber que área e perímetro de uma figura não se alteram quando a figura é submetida a transformações isométricas (rotação, translação e reflexão) e que figura composta por partes, duas a duas, idênticas, tem a mesma área, mas pode ter perímetros distintos.

Como é possível perceber, são atividades que não exploram aspectos numéricos, ou seja, não são feitas medições, uma vez que é recomendado o trabalho com área nos anos iniciais do Ensino Fundamental sem o uso de fórmulas (Lima; Bellemain, 2010). Sendo assim, esses autores definem que o estudo de área de figuras planas nos anos iniciais deve permitir que os estudantes compreendam que:

[...] a uma figura geométrica (expressão que será usada aqui para designar tanto um objeto físico, um desenho ou imagem quanto uma figura geométrica bidimensional propriamente dita) podem ser associadas diferentes grandezas e a área é uma delas;

– é possível comparar as áreas de duas figuras geométricas sem precisar recorrer a medições;

– figuras geométricas idênticas (que coincidem por superposição) têm mesma área, mas figuras de mesma área não precisam ser idênticas;

– figuras geométricas compostas de pedaços idênticos dois a dois têm a mesma área;

– figuras geométricas com áreas iguais podem ter perímetros diferentes e figuras com mesmo perímetro não precisam ter a mesma área;

– para medir a área utilizamos unidades de área (os triângulos de uma malha triangular podem representar unidades de área, as quais não precisam ser quadrados);

– quando medimos a área de uma figura usando diferentes unidades o número obtido muda, mas a área não se altera; logo para expressar a área o número não é suficiente, é necessário sabermos qual unidade está sendo usada (Lima; Bellemain, 2010, p. 191).

Segundo Douady e Perrin Glorian (1989), a abordagem da área enquanto grandeza favorece aos estudantes o estabelecimento das relações entre as superfícies e os números, objetos que pertencem, respectivamente, aos quadros

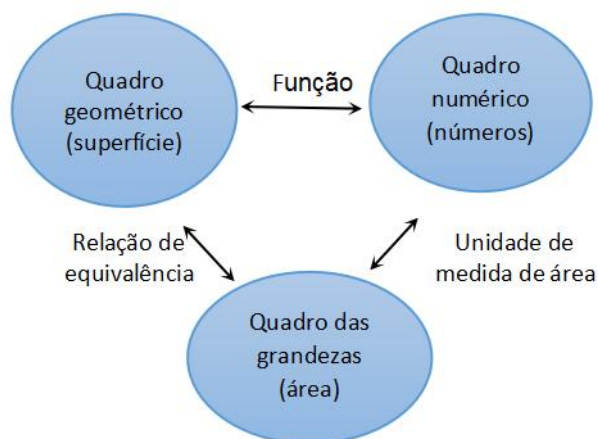
geométrico e numérico. Nesse sentido, Ferreira e Bellemain (2013) esclarecem que a distinção dos três quadros leva a destacar que a área não corresponde nem à figura nem ao número:

A área não pode ser a figura porque figuras diferentes são suscetíveis de ter mesma área (como no caso da decomposição e recomposição de uma figura sem perda nem sobreposição). Tampouco a área é um número, pois se a unidade muda, o número que expressa a medida também é alterado. Dada uma figura F , cuja área mede 3 cm^2 , pode-se expressar essa área por 300 mm^2 , ou seja, os números 3 e 300 não dão conta de expressar a área de F . Na organização conceitual proposta, a figura se situa no quadro geométrico, a área se situa no quadro das grandezas e a medida se situa no quadro numérico. Se por um lado é importante estabelecer tais distinções entre a figura, a grandeza e o número, é preciso também articular esses aspectos de maneira pertinente. A mudança de quadros possibilita ao aluno uma busca de diversas formas de resolução de uma dada situação, colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros, como também a construção de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica (Ferreira; Bellemain, 2013, p. 4).

Como exposto, o quadro geométrico é constituído pelas superfícies planas (triângulo, quadrado, entre outros). O quadro numérico é formado pelos números reais responsáveis por indicar a medida da área (3; 8; 12...). O quadro da grandeza evidencia a relação de duas figuras ter ou não ter a mesma área, ou seja, refere-se à classe de equivalência de superfície de mesma medida. Isso quer dizer que se duas figuras A e B são iguais, elas pertencem a uma mesma área de equivalência, ou seja, o número seguido de uma unidade de medida, por exemplo 3 m^2 . A conexão entre esses três quadros⁵ é ilustrada a seguir.

Figura 6- Esquema de articulação dos quadros

⁵ Um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações (Douady; Perrin-Glorian, 1989, p.389).



Fonte: Adaptação do esquema proposto por Belleman e Lima (2002)

Vale ressaltar que esses quadros tiveram origem nas pesquisas realizadas por Douady e Perrin-Glorian (1989), na França e, diante de sua relevância, outros pesquisadores como Belleman e Lima (2002), Santos (2015) e Moura (2019) incorporaram em suas pesquisas.

Os quadros acima são distintos, porém articulam-se entre si e eles devem estar presente no ensino de área enquanto grandeza. Como mostra o esquema, a relação de equivalência “mesma área” se dá na passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas e a unidade de medida de área é a base que possibilita passar do domínio das grandezas para o das medidas. Essas articulações entre os quadros são possíveis por meio de tarefas com ênfases nos objetos que permitem a passagem de um quadro a outro.

Pesquisas brasileiras (Bellemain; Lima, 2002; Santos, 2005; Teles, 2007; Silva, 2016; Ferreira, 2018) mostram que as dificuldades na conceitualização de área de figuras planas persistem no que diz respeito a diferenciar área e perímetro. Essa realidade existe porque ainda é trabalhada área de forma mecânica, abordando o domínio numérico e uso da fórmula desvinculados de qualquer contexto (Santos, 2015).

De acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989) o ensino de área enquanto grandeza permite que os alunos estabeleçam uma relação entre os campos geométrico e numérico e passam a distinguir área e perímetro, assim como permite aprender matemática de forma articulada e com compreensão. Para essas autoras, antes de o estudante aprender área, é necessário distinguir área e superfície e área e número, pois duas superfícies diferentes podem ter uma mesma área.

A Figura 7 exemplifica uma situação de comparação de área, tendo o quadradinho como unidade de medida da área e cada quadradinho medindo 1m^2 .

Figura 7 - Modelo de superfícies para trabalhar medida de área



Fonte: Elaborada pela autora

A figura 7 contribui para o estudante distinguir área e superfície, pois ao medir as figuras ele irá descobrir que mesmo apresentando superfícies diferentes as figuras apresentam mesma área, ou seja, $9m^2$.

Na distinção entre área e número, o estudante precisa compreender que quando muda o número e a unidade de medida, a área permanece a mesma. Além dessas duas distinções, é preciso também abordar a diferença entre área e perímetro.

Em relação às distinções entre área e superfície, área e número e área e perímetro que precisam fazer parte do ensino de área de figuras planas, Bellemain e Lima (2002, p. 29) concluem que:

[...] a área de uma superfície plana aparece como um objeto matemático, distinto da superfície plana, pois superfícies diferentes podem possuir a mesma área. Também se distingue do número que está associado a essa superfície, quando se escolhe uma superfície unitária para medi-la, pois mudar a superfície unitária altera a medida de área, mas a área permanece a mesma.

Bellemain e Lima (2002) se apoiam na teorização formulada por Douady e Perrin-Glorian em relação à área e nos fundamentos da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, e propõem três classes de situações para a construção do conceito de área, denominadas de: comparação, medida e produção de superfícies. Nesse sentido, os pesquisadores explicam que:

[...] as situações de comparação se situam essencialmente em torno do quadro das grandezas. Quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. É claro que, com frequência, os quadros geométrico e numérico vão ser necessários para a resolução dos problemas de comparação, mas sua intervenção em geral é secundária com relação à do quadro das grandezas. Nas situações de medida, destacam-se o quadro numérico e a passagem da grandeza ao número por meio da escolha de uma unidade. O resultado esperado numa situação deste tipo é um número seguido

de uma unidade. As situações de produção são diferentes das anteriores do ponto de vista da tarefa cognitiva do aluno. Enquanto nas situações de comparação e medida em geral há apenas uma resposta correta para cada situação, as situações de produção, frequentemente admitem várias respostas corretas. Além disso, apesar de a resposta esperada para uma situação de produção ser uma superfície (objeto geométrico), a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto a do quadro geométrico (Bellemain; Lima, 2002, p. 45).

Como visto acima, na resolução de problemas que envolvam um dos quadros: geométrico, numérico e das grandezas, vai ser possível saber que procedimento usar a partir das situações que foram apresentadas, tendo em vista que cada situação está relacionada a um quadro. Por exemplo: observe a Figura 8 abaixo e indique a medida da área:

Figura 8 - Exemplificação de uma situação de medida de área



Fonte: Elaborada pela autora

Diante do exposto, o problema envolve uma situação de medida de área e para obter o resultado basta multiplicar $3\text{cm} \times 2\text{cm}$, obtendo como medida de área 6cm^2 , ou seja, os procedimentos mobilizados irão se adequar ao quadro numérico.

Teles (2007), em seus estudos, discute aspectos importantes para construção do conceito de área enquanto grandeza e que julgamos relevantes abordar em nossa pesquisa por defendermos também a área nessa perspectiva. São elas: a conservação de área, a dissociação entre área e perímetro; a medida de área e as unidades de medida.

3.1.1.1 Conservação de área

Para compreensão do conceito e medida de área, é preciso entender a área como um atributo estável, como um espaço dentro de uma figura, que pode ser mensurável e que apresenta propriedade de conservação (Kordaki, 2003). Quando

entendemos a conservação da área, compreendemos que mesmo que sua forma seja alterada, a área permanecerá a mesma, ou seja:

A conservação da área significa que uma área inteira – que é composta das sub-áreas organizadas, pode permanecer invariante apesar do rearranjo de suas peças e do todo. A habilidade de analisar uma área inteira desta maneira é pré requisito à medida da área porque ao medir uma área supomos, como fazemos para toda medida, que as unidades parciais estão conservadas e podem ser compostas em uma variedade de maneiras para dar forma a um todo invariante (Kordaki, 2003, p.179).

Quando não se entende a área nessa perspectiva para o ensino e evidencia uma abordagem mais de medida e do uso de fórmulas voltados para o aspecto numérico, os estudantes passam a ter dificuldade na compreensão do conceito e da medida de área. Teles (2007) argumenta que uma abordagem para desenvolver com os estudantes para conservação de área é possibilitando atividades de composição e decomposição de figuras, inclusive, utilizando unidades de medida diferentes.

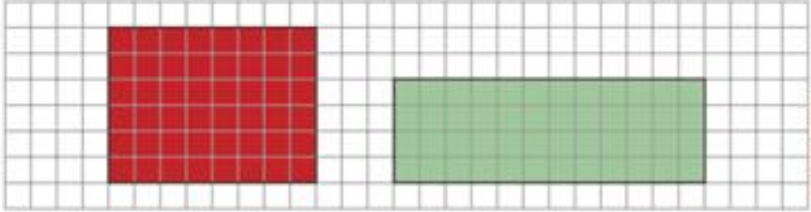
3.1.1.2 Dissociação entre área e perímetro

Outro aspecto importante no estudo de área enquanto grandeza é a dissociação entre área e perímetro. Sendo assim, Baltar (1996) apresenta quatro pontos de vista para diferenciar área de perímetro:

- Topológico - área e perímetro correspondem a objetos distintos, a área está associada à superfície e o perímetro está associado ao seu contorno:

Figura 9 - Tarefa envolvendo área e perímetro

4. Silvia desenhou as figuras a seguir na malha quadriculada.



* O que é possível concluir observando o perímetro e a área dos retângulos desenhados por Silvia? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, apesar de os retângulos terem a mesma área, seus perímetros são diferentes.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p.136)

Como visto no exemplo acima, para responder à tarefa, o estudante deverá encontrar a quantidade de superfície unitária que recobre cada figura para encontrar a área de cada uma e descobrir se elas apresentam mesma área ou áreas distintas. Quanto ao perímetro, o estudante deverá encontrar a quantidade de lado de quadradinho que contorna cada figura para descobrir se as figuras possuem perímetros iguais ou diferentes. Realizando atividades envolvendo essas duas grandezas, vai proporcionar ao estudante a dissociação entre área e perímetro.

- Variacional - significa que área e perímetro não variam no mesmo sentido e que figuras de mesma área podem ter perímetros distintos ou vice-versa:

De acordo com a tarefa da Figura 9, é possível perceber que ela contribui para que os estudantes percebam que duas regiões planas distintas podem ter perímetro de medidas diferentes e área de medidas iguais.

- Dimensional - neste ponto, superfície e contorno são de natureza distinta no que diz respeito às dimensões, trazendo consequências imediatas para o uso das unidades de medida de área e perímetro:

Tomando como exemplo a Figura 9 e supondo que cada quadradinho na malha tem 1cm de lado, com isso teremos a área de cada quadradinho medindo 1cm^2 . Logo, a medida da superfície de cada figura será dada em cm^2 , por envolver as duas dimensões (comprimento e largura) e ser a unidade de medida utilizada nessa grandeza. E o perímetro será dado em cm, por envolver o contorno do comprimento e ser a unidade de medida utilizada para essa grandeza.

- Computacional - está relacionado à aquisição das fórmulas de área e perímetro das figuras usuais:

Continuando com o exemplo da Figura 10, a fórmula utilizada na área do retângulo é a multiplicação do comprimento pela largura. Logo, a área da figura vermelha será $8\text{cm} \times 6\text{cm} = 48\text{cm}^2$ e da figura verde será $12\text{cm} \times 4\text{cm} = 48\text{cm}^2$. A medida do perímetro envolve a soma do comprimento de todos os lados (contorno)

de cada figura, ou seja, o perímetro da figura vermelha será $8\text{cm} + 6\text{cm} + 8\text{cm} + 6\text{cm} = 28\text{cm}$ e o perímetro da figura verde será $12\text{cm} + 4\text{cm} + 12\text{cm} + 4\text{cm} = 32\text{cm}$

3.1.1.3 Medida de área e unidade de medida

Culturalmente nas escolas, a medida de área está voltada para o aspecto numérico. Calcula-se a medida da área usando-se duas medidas de comprimento linear (comprimento pela largura) aplicadas a uma fórmula, ou seja, usam-se duas grandezas unidimensionais de comprimento e a medida informada não está acompanhada da unidade adequada. Exemplo: ao determinar a área do retângulo com 6m de comprimento por 4m de largura, o estudante obtém como resultado 24m. O exemplo mostra que a designação da área está errada, já que o exemplo envolve a multiplicação de duas dimensões para encontrá-la. Logo, a resposta correta teria que ser 24 metros quadrados (24m^2).

Em uma situação de medida de área, é preciso compreender que a multiplicação de duas grandezas unidimensionais resulta numa grandeza bidimensional, por isso $\text{m} \times \text{m} = \text{m}^2$. Dessa forma, para compreensão de medida de área o foco deverá ser no processo de medição, experimentando a medição concreta “como o recobrimento de uma região inteira com as unidades de medida” (Teles, 2007, p. 44).

O processo de medição de uma grandeza vai resultar em uma unidade de medida de mesma natureza. Logo, a unidade de medida é uma unidade padrão usada para expressar a magnitude de uma grandeza física ou geométrica. Existem sistemas de unidades diferentes em uso ao redor do mundo, sendo o Sistema Internacional de Unidades (SI) o sistema padrão internacionalmente reconhecido. Cada sistema consiste em unidades básicas (como o metro, o quilograma, o segundo, etc.) e unidades derivadas, que são combinações das unidades básicas.

Essas unidades são utilizadas para quantificar diversos aspectos do mundo ao nosso redor, como área, comprimento, massa, tempo, volume, temperatura, entre outros, e são essenciais para a comunicação precisa de informações sobre quantidades e para garantir consistência e compreensão universal em diversos campos, como ciência, engenharia, comércio, e muitos outros. Diante disso, as unidades de medida mais usuais da grandeza área e suas derivadas são m^2 , cm^2 , mm^2 , dc^2 , km^2 , entre outros.

Os elementos que foram expostos acima para a construção do conceito de área irão contribuir para verificarmos se o livro didático analisado está abordando área de figuras planas nessa perspectiva.

3.1.2 Pesquisas que categorizaram tipos de tarefas relativos ao saber área

Diversas pesquisas (Silva, 2011; Carvalho, 2012; Bellemain, 2013; Santos, 2015; Ferreira, 2018; Moura, 2019) categorizaram tipos de tarefas relativos ao saber área de figuras e tomaram como referência para análise de programas de ensino, livros didáticos e a prática docente. Nesse movimento de categorização, os Tipos de tarefas foram sofrendo adaptações.

Silva (2011), na sua pesquisa de mestrado, analisou 8 livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2008, e categorizou 13 tipos de tarefas. O Quadro 1 a seguir apresenta a tipologia:

Quadro 1 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Silva (2011)

T ₁ : Calcular a área de figuras planas;
T ₂ : Calcular o comprimento de um lado, de uma altura ou de uma diagonal de uma figura plana conhecendo sua área;
T ₃ : Calcular a área total da superfície de uma figura espacial;
T ₄ : Determinar a área de uma figura plana;
T ₅ : Construir figuras planas;
T ₆ : Comparar as áreas de figuras planas;
T ₇ : Converter uma unidade de área em outra unidade de área;
T ₈ : Escolher a unidade de área mais adequada;
T ₉ : Ler uma medida de área;
T ₁₀ : Efetuar operações fundamentais usando a medida da área de figuras planas;
T ₁₁ : Estimar a medida da área de figuras geométricas;
T ₁₂ : Identificar a unidade de área usada para medir a superfície de uma figura poligonal;
T ₁₃ : Associar o símbolo de uma unidade de área ao seu respectivo nome.

Fonte: Silva (2011 p. 109-110)

Carvalho (2012), na sua pesquisa de mestrado, analisou a abordagem do saber área de figuras planas no Guia de Estudo do aluno do Programa Projovem Urbano e classificou 12 tipos de tarefas, como ilustra o Quadro 2 a seguir.

Quadro 2 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Carvalho (2012)

TIPO DE TAREFA	DESCRIÇÃO
T₁	Calcular a área de retângulos
T₂	Determinar dentre polígonos regulares de mesmo perímetro qual a de maior área.
T₃	Determinar dentre retângulos de mesmo perímetro qual o de maior área.
T₄	Calcular a área do trapézio
T₅	Determinar a fórmula da área do trapézio
T₆	Calcular a área do triângulo
T₇	Determinar a fórmula da área do triângulo
T₈	Comparar as áreas de triângulos
T₉	Calcular a área do paralelogramo
T₁₀	Determinar a fórmula da área do paralelogramo
T₁₁	Calcular área de polígonos irregulares
T₁₂	Converter unidade de área

Fonte: Carvalho (2012, p. 65)

Apoiando-se na classificação de Baltar (1996) das situações que dão sentido ao conceito de área e no trabalho de Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013) apresenta sete tipos de tarefa para a grandeza área. São eles (Quadro 3):

Quadro 3 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Bellemain (2013)

T1: Comparar áreas;
 T2: Determinar uma área;
 T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies;
 T4: Produzir uma superfície de área dada;
 T5: Produzir uma superfície de área maior ou menor que uma área dada;
 T6: Converter unidades de área;
 T7: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.

Fonte: Bellemain (2013, p. 27)

Santos (2015), ao analisar um livro didático do 6º ano sob a ótica da TAD, em relação ao saber área, toma como referência os Tipos de tarefas de Bellemain (2013), mas faz uma adaptação de dois tipos, T4 e T5, em um único tipo e

acrescenta mais dois tipos de tarefas com base na análise que fez do livro do 6º ano, classificando na sua pesquisa oito tipos de tarefas, conforme o Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Santos (2015)

TC – Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas;
TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região;
TT - Converter unidades de medida de área;
TE – Estimar medidas de área de figuras planas;
TO – Operar com medidas de áreas de figuras planas;
TP - Produzir superfícies de área dada;
TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas;
TU - Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Fonte: Santos (2015 p. 84)

Ferreira (2018), na sua tese de doutorado, se apoia na classificação de tipos de tarefas propostos por Silva (2011; 2016), Santos (2015) e Bellemain, Bronner e Larguier (2017), mas faz uma adaptação, acrescentando mais um Tipo de tarefa e classifica, na sua pesquisa, seis tipos de tarefas que servirão para analisar qual a relação existente das instituições 5º e 6º anos do Ensino Fundamental com os objetos em foco, perímetro e área.

Quadro 5 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Ferreira (2018)

Tipos de tarefas para a grandeza área
T _{CA} – Comparar áreas.
T _{MA} – Medir uma área.
T _{EA} – Estimar uma área.
T _{PA} – Produzir uma superfície a partir de uma área.
T _{CUA} – Converter a unidade de medida de área.
T _{GA} – Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.
T _{TA} – Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Fonte: Ferreira, (2018 p. 77-78)

Moura (2019), em sua pesquisa de mestrado, considera as tipologias de Bellemain (2013) e Santos (2015) e faz ajustes que julga pertinentes. Nesse sentido, nas tipologias de tarefas propostas por Santos (2015), ele pega o tipo de tarefa

“Estimar medida de áreas de figuras planas” e inclui uma parte no tipo de tarefa T1 e outra parte no tipo de tarefa T2, justificando que, ao estimarmos, estamos realizando comparações ou medições mentalmente com pouca exatidão. Após esses ajustes, Moura considera em sua pesquisa sete tipos de tarefas que servirão de critério para analisar os saberes ensinados e aprendidos em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do Ensino Fundamental. São eles (Quadro 6):

Quadro 6 - Tipos de tarefas para a grandeza área categorizados por Moura (2019)

T1: Comparar áreas;
T2: Determinar uma área;
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies;
T4: Produzir uma superfície de área dada;
T5: Converter unidades de área;
T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.
T7: Operar com medidas de área

Fonte: Moura (2019, p.41)

Com base nas tipologias de tarefas que foram construídas nessas pesquisas e validadas pela academia, iremos tomar como modelo de referência os tipos de tarefas proposto por Moura (2019), por ter passado por todo esse movimento de adaptações, ajustes, acréscimos e trazer uma categorização mais atual. Contudo, fizemos alguns ajustes que julgamos pertinentes para tornar mais completos os tipos de tarefas, de modo a observar se esses tipos de tarefas aparecem na coleção que estamos analisando em relação ao saber área de figuras planas. Desta forma, os tipos de tarefas ficaram, assim, definidos:

Quadro 7 - Tipos de tarefas para a grandeza área considerados na pesquisa

T1 - Comparar área de figuras planas;
 T2 - Determinar área de figuras planas;
 T3 - Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfície;
 T4 - Produzir uma superfície de área dada;
 T5 - Converter unidades de área de figuras planas;
 T6 - Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.
 T7 - Operar com medidas de área de figuras planas

Fonte: Elaborado pela autora

4 O SABER ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NOS DOCUMENTOS CURRICULARES E NAS PESQUISAS ACADÊMICAS

Neste capítulo iremos apresentar como o saber área é proposto nos documentos curriculares oficiais, especificamente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na Política de Ensino do Recife, bem como apresentar pesquisas que abordam o ensino do saber área de figuras planas, enquanto grandeza, relacionado ao livro didático, à Teoria Antropológica do Didático e aos anos iniciais, por ser o foco da nossa análise.

4.1 ÁREA DE FIGURAS PLANAS NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS

Quando voltamos nosso olhar para os documentos oficiais, o campo das grandezas e medidas, por exemplo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997) é um espaço que faz articulação com outros blocos do conhecimento e os conteúdos das grandezas geométricas estão interligados. Nesse documento, as grandezas presentes para o ensino no 1º ciclo (equivalente, atualmente, do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental⁶) incluem as grandezas físicas (massa e tempo) e as grandezas geométricas (comprimento e volume).

Já o 2º ciclo (equivalente, atualmente, ao 4º e 5º ano do Ensino Fundamental) inclui as grandezas físicas (massa, tempo e temperatura) e as grandezas geométricas (comprimento, capacidade e superfície) no campo das grandezas e medidas. Como visto, o saber área, especificamente, só começava a ser ensinado no 2º ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, esse conteúdo só era visto no final dos anos iniciais.

Com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), o campo das Grandezas e medidas, que era contemplado nos PCN, permaneceu como um campo da matemática escolar no Ensino Fundamental. Atualmente esse campo é classificado como uma das cinco unidades temáticas presentes para o ensino da Educação Básica. As grandezas e medidas, além de

⁶ Em maio de 2005 é aprovada a Lei nº. 11.114/05 que torna obrigatória a entrada de crianças de 6 anos no Ensino Fundamental. Essa Lei altera o artigo 6º da LDB nº 9.394/96. Desta forma, o ensino fundamental fica organizado, então, em Anos Iniciais, que tem duração de 5 anos com ingressos aos 6 anos de idade e Anos Finais com duração de 4 anos e ingressos aos 11 anos de idade. A nomenclatura das etapas também recebe alteração, passando de série (1ª a 8ª) para ano (1º ao 9º).

fazerem conexão com outras áreas do conhecimento, “contribuem ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico” (Brasil, 2018 p. 273).

Na temática das grandezas e medidas, a BNCC abrange nos anos iniciais as grandezas físicas (massa e tempo) do 1º ao 3º ano e (massa, tempo e temperatura) para os 4º e 5º anos. Quanto às grandezas geométricas, incluem para os 1º e 2º anos (comprimento e capacidade), para os 3º e 4º anos (comprimento, capacidade e área) e para o 5º ano (comprimento, capacidade, área e volume). Ou seja, a única diferença que ocorreu na distribuição dos conteúdos, nesse campo da matemática, em relação aos PCNs, foi a introdução da grandeza área a partir do 3º ano, tendo em vista que o ensino desse saber iniciava na antiga 3ª série, que corresponde hoje ao 4º ano do Ensino Fundamental.

Para o ensino das grandezas, que acontece a partir do 3º ano dos anos iniciais, conforme a BNCC, espera-se que os estudantes reconheçam que medir é comparar grandeza com uma unidade e expressar o resultado dessa comparação por meio de um número, além de resolver problemas em situações do cotidiano que envolvam grandezas como “comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas” (Brasil, 2018 p. 273). O Quadro 8 abaixo mostra como está organizado na BNCC o ensino de área no campo das Grandezas e Medidas por ano escolar:

Quadro 8 - Objetos de conhecimento e habilidades preconizados na BNCC referente ao ensino de área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Ano Escolar (Ensino Fundamental)	Objetos de conhecimento	Habilidades
3º	Comparação de áreas por superposição.	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.
4º	Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas	(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

5º	Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais.	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
	Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Fonte: Brasil (2018, p. 288 - 296)

Como visto no Quadro 8, esse documento nacional aponta que o ensino de área deve começar no 3º ano do Ensino Fundamental. No entanto, iremos fazer nossa análise em toda a coleção, pois nada impede que o autor traga indícios do saber área de figuras planas nos 1º e 2º anos.

De acordo com o quadro, é possível observar, também, que o documento é organizado em objetos do conhecimento e habilidades. Cada habilidade é acompanhada por um código que identifica a etapa de Ensino Fundamental, o ano, o componente curricular e a posição da habilidade no ano.

Ao analisarmos a Política de ensino da rede municipal do Recife (Recife, 2021) para comparar se estava alinhada com a BNCC, no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas, observamos que o documento curricular do Recife não apresenta, no 1º e 2º anos, o ensino de área. Esse ensino só vai acontecer a partir do 3º ano dos anos iniciais, convergindo com o que é preconizado na BNCC.

Em relação à organização da política de ensino, observamos que ela diverge da BNCC, pois o que a base traz como unidade temática, na Política de ensino é apresentada como Eixos. Outro ponto que diverge entre os dois documentos é que a BNCC é organizada em habilidades, enquanto a Política de ensino é organizada em objetivos de aprendizagem e esses não são acompanhados de código.

Quanto os objetos de conhecimento que são propostos na BNCC, na Política de ensino do Recife são postos como conteúdos/saberes. O Quadro 9 abaixo mostra a organização da Política de ensino da rede do Recife no eixo de Grandezas e Medidas por ano escolar.

Quadro 9 - Conteúdos e objetivos de aprendizagens preconizados na Política de Ensino da Rede Municipal do Recife referente à área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Ano Escolar	Conteúdos/saberes	Objetivos de aprendizagens
-------------	-------------------	----------------------------

(Ensino Fundamental)		
3º	Comparação intuitiva de áreas.	Comparar áreas de duas figuras planas, visualmente e por meio da sobreposição entre elas, ou da composição e decomposição.
4º	Áreas de figuras poligonais, desenhadas em malhas.	Medir, comparar e estimar áreas de figuras poligonais, desenhadas em malha quadriculada pela contagem de quadradinhos, e metade de quadradinhos.
	Comparação de áreas.	Comparar áreas de duas figuras planas, recorrendo à sobreposição, ou à decomposição e composição.
	Estimativa de medidas de áreas e perímetros.	Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas.
5º	Perímetro e área de Polígonos, desenhados em malhas.	Determinar a medida do perímetro e da área de quadriláteros, triângulos, e outros polígonos, representados em malhas quadriculadas.
	Metro quadrado e centímetro quadrado.	Compreender o significado de um metro quadrado, e de um centímetro quadrado, para comparar áreas.
	Reconhecimento e medição de grandezas.	Reconhecer as grandezas de comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar a unidade adequada, para medir cada grandeza.
	Estimativa e comparação da medida da área, e do perímetro de figuras poligonais.	Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas.
	Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais, e relações entre as unidades de medidas mais usuais.	Resolver e elaborar problemas, envolvendo medidas das grandezas, recorrendo às transformações entre as unidades convencionais mais usuais de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais, em contextos socioculturais.

Fonte: Recife (2021, p. 336 - 354)

Diante do quadro, observamos que no 3º ano do Ensino Fundamental há apenas um objetivo de aprendizagem, como na BNCC, que só apresenta uma habilidade. Já no 4º ano, a quantidade de objetivos de aprendizagens diverge da BNCC, pois na Política de ensino do Recife são apresentados três, enquanto na BNCC é apresentada apenas uma habilidade. O mesmo acontece com o 5º ano, pois na BNCC há duas habilidades propostas para o ensino de área, enquanto na Política de ensino há cinco objetivos de aprendizagens.

Vale salientar que todos os objetivos de aprendizagens sobre área de figuras planas estão dentro do eixo de Grandezas e Medidas, correspondendo à mesma unidade temática da BNCC.

Ao analisar cada habilidade da BNCC com os objetivos de aprendizagens da Política de ensino, no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas, constatamos que houve alteração e acréscimo. A habilidade do 3º ano da BNCC e o objetivo de aprendizagem da Política de ensino do Recife são de comparar área, no entanto, a BNCC propõe comparar área de figuras planas, objetos e figuras, já a Política de ensino só compara área de figuras planas. Além disso, faz uma complementação de comparar área por meio da composição e decomposição. O Quadro 10 abaixo exemplifica nossas observações:

Quadro 10 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 3º ano do Ensino Fundamental

BNCC - 3º ano	Política de Ensino do Recife - 3º ano
(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.	Comparar áreas de duas figuras planas, visualmente e por meio da sobreposição entre elas, ou da composição e decomposição.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Diferentemente da BNCC, no 4º ano a Política de ensino do Recife propõe três objetivos de aprendizagens, enquanto a BNCC propõe apenas uma habilidade. A habilidade (EF04MA21), da BNCC, só não foi utilizada na íntegra porque suprimiu a seguinte parte: “reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área” (Brasil, 2018, p. 293). Já os outros dois objetivos de aprendizagens que existem no currículo do Recife foram acrescentados, conforme mostra o Quadro 11.

Quadro 11 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 4º ano do Ensino Fundamental

BNCC - 4º ano	Política de ensino do Recife - 4º ano
(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.	Medir, comparar e estimar áreas de figuras poligonais, desenhadas em malha quadriculada pela contagem de quadradinhos, e metade de quadradinhos.
	Comparar áreas de duas figuras planas, recorrendo à sobreposição, ou à decomposição e composição.

	Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas.
--	---

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Como visto no Quadro 11, os dois objetivos de aprendizagens que foram acrescentados trabalham, de forma mais específica, comparação de área e desenvolvimento de estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro. Verificamos que outra diferença em relação à BNCC é o surgimento do saber perímetro, que na BNCC não foi contemplado. No entanto, fica ausente o reconhecimento de que duas figuras diferentes podem apresentar a mesma área nos objetivos do documento municipal.

Quanto ao 5º ano, a Política de ensino do Recife apresenta uma proposta bem diferente da BNCC, o que nos chamou atenção, uma vez que propõe cinco objetivos de aprendizagens, enquanto a Base propõe duas habilidades. Desses cinco objetivos, um foi contemplado na íntegra de acordo com o que é proposto pela habilidade (EF05MA19) da BNCC. Já a habilidade (EF05MA20) não foi contemplada pelo currículo de Recife. Quanto aos outros três objetivos de aprendizagens restantes foram criados, trazendo propostas diferentes, como mostra o quadro 12:

Quadro 12 - Comparação entre as habilidades da BNCC e os objetivos da Política de Ensino do Recife referente à área de figuras planas no 5º ano do Ensino Fundamental

BNCC - 5º ano	Política de ensino do Recife - 5º ano
(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.	Resolver e elaborar problemas, envolvendo medidas das grandezas, recorrendo às transformações entre as unidades convencionais mais usuais de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais, em contextos socioculturais.
(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Determinar a medida do perímetro e da área de quadriláteros, triângulos, e outros polígonos, representados em malhas quadriculadas.
	Compreender o significado de um metro quadrado, e de um centímetro quadrado, para comparar áreas.
	Reconhecer as grandezas de comprimento, área, massa, capacidade, volume e

	temperatura, e selecionar a unidade adequada, para medir cada grandeza.
	Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A partir dos dados expostos, nota-se que a Política de ensino da rede municipal do Recife (Recife, 2021) faz alterações nas habilidades que são propostas pela BNCC e acrescenta novos objetivos de aprendizagens, ampliando o ensino de área com propostas diferentes, como determinar a medida de área e perímetro em malha quadriculada e compreender o significado de m^2 e cm^2 para comparar área.

Observamos também que o objetivo de desenvolver estratégia para estimar e comparar área é a mesma que é proposta no 4º ano, isso porque “no currículo de Matemática, os objetos do saber estão dispostos em espiral. Ou seja, os mesmos são introduzidos, ampliados, retomados e consolidados dos Anos Iniciais aos Anos Finais do Ensino Fundamental” (Recife, 2021, p. 317). Com isso, a Política de ensino possibilita que os objetivos de aprendizagens sejam retomados ao longo dos nove anos.

Vale destacar que a ausência de objetivos atrelados à habilidade (EF05MA20) deve ser observada pelos professores, uma vez que essa habilidade é fundamental para o desenvolvimento da distinção das grandezas área e perímetro sinalizado por diversas pesquisas desenvolvidas no âmbito da educação matemática.

4.2 PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Muitos estudos e pesquisas são realizados no campo da Educação Matemática, no que diz respeito ao saber área de figuras planas com diversos objetivos: prática docente, conhecimentos mobilizados pelos estudantes, documentos curriculares, abordagem de livro didático e sob o olhar de diferentes teorias: Teoria das situações didáticas, Teoria dos campos conceituais, Teoria antropológica do didático, entre outras, sendo essas pesquisas voltadas para a educação básica.

Como esses estudos apresentam diversos objetivos e perspectivas teóricas distintas, priorizamos em nossa busca aqueles que abordam área de figuras planas,

enquanto grandeza relacionado ao livro didático, a Teoria Antropológica do Didático e aos anos iniciais, por ser o foco da nossa análise.

Com isso, fizemos um levantamento sem limite de ano nas fontes mais conhecidas e confiáveis, para verificar o que já havia sido realizado e avançado sobre área de figuras planas no contexto que estamos procurando. As fontes foram as seguintes: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no Google Acadêmico. Após a identificação das plataformas, utilizamos como busca os termos relacionados a nossa pesquisa, já dito anteriormente, localizando várias teses, dissertações e artigos.

Diante das várias pesquisas que foram encontradas, destacamos as que foram relevantes para nosso estudo a partir da leitura dos resumos, para verificar se o artigo realmente tratava sobre o saber área de figuras planas nos anos iniciais, nos livros didáticos ou à luz da TAD, fazendo relação com o nosso tema. Em nossa revisão da literatura, procuramos agrupar essas pesquisas em dois grupos, conforme o Quadro 13 a seguir.

Quadro 13 - Apresentação das pesquisas rastreadas por descritor de busca

Áreas de figuras planas nos anos iniciais	Área de figuras planas nos livros didáticos ou à luz da TAD
Teles; Sá, 2010; Ferreira, 2018; Gomes, 2018; Zil, 2018; Imafuku, 2019; Silva A.; Silva S.; Galvão, 2019; Brito, 2020; Silva; Gomes, 2021.	Silva, 2011; Silva, 2013; Teixeira; Silva, 2013; Santos, 2015; Santos, M. R.; Santos, M. C., 2015; Barros, 2016; Moura et al., 2017; Oliveira; Santos, 2019. Carvalho, 2012; Carvalho; Bellemain, 2015, Moura, 2019; Costa; Batista; Morais, 2019; Santos; Canne, 2020.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Das pesquisas que conseguimos localizar, nove apresentam estudos sobre área de figuras planas nos anos iniciais. Vale salientar que neste grupo existem pesquisas que analisaram LD nos anos iniciais e também sob à luz da TAD. No entanto, consideramos tudo como anos iniciais, já que a prioridade desse grupo é nessa etapa escolar.

Sendo assim, das oito pesquisas, três tiveram como foco o conhecimento do professor (Gomes, 2018; Silva, A.; Silva, S.; Galvão, 2019; Silva; Gomes, 2021). Uma teve como foco investigar o uso de recursos didáticos (Imafuku, 2019); uma teve como foco mapear e analisar situações que envolvem área do retângulo (Teles; Sá, 2010); uma investigou as contribuições de atividades de estudo (Brito, 2020); uma investigou fatores de natureza epistemológica, cognitiva, didática e pedagógica relativos à transição entre a primeira e a segunda etapa do Ensino Fundamental (Ferreira, 2018); uma analisou e discutiu como os conteúdos escolares Área e Perímetro são abordados pelos livros didáticos (Zil, 2018) e, por fim, uma que analisou atividades para aplicação dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.

Teles e Sá (2010) mapearam e analisaram situações que envolvem área do retângulo, como recurso para outras temáticas e como objeto de estudo, em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A representação da área do retângulo na malha quadriculada, com figuras em posição prototípica, predomina nas situações analisadas. Os dados numéricos resultam da contagem dos quadradinhos, principal unidade de medida de área e o cálculo da área do retângulo é frequentemente usado para dar sentido à multiplicação.

A pesquisa realizada por Gomes (2018) buscou analisar os conhecimentos necessários para o ensino de área e perímetro de figuras planas de um grupo de professores em processo formativo à luz do conhecimento profissional docente. A pesquisa de campo foi desenvolvida durante a realização de um curso de formação continuada, composto por 10 sessões, de 3 horas cada, contando com a participação de 33 professores de Matemática atuantes nos anos iniciais. O processo formativo proposto permitiu ampliar a base de conhecimento para o ensino dessa temática, sobretudo, acerca das estratégias de cálculo de área utilizando malha quadriculada, composição e decomposição e fórmula de área e do estabelecimento de relações entre área e perímetro.

Ancorada na Teoria dos Campos conceituais e na Teoria Antropológica do didático, Ferreira (2018) teve por objetivo investigar fatores de natureza epistemológica, cognitiva, didática e pedagógica relativos à transição entre a primeira e a segunda etapa do Ensino Fundamental e aos objetos de saber área e perímetro e sua possível influência sobre o modo como os alunos do 6º ano lidam com esses objetos. A pesquisa consistiu em um estudo de caso realizado em uma escola da cidade do Recife. Os resultados comparativos dos instrumentos

diagnósticos mostraram que, mesmo tendo concluído o 6º ano, os alunos apresentam dificuldades relacionadas a situações que envolvem a decomposição de figuras, a impossibilidade do ladrilhamento de uma superfície com quantidade finita de superfícies unitárias e a dissociação entre área e de perímetro. Esse estudo mostrou que as praxeologias ensinadas pelos professores se aproximam daquelas dos livros adotados e os tipos de tarefas predominantes são medir uma área e medir um perímetro.

A pesquisa realizada por Zil (2018) analisou e discutiu como os conteúdos escolares Área e Perímetro são abordados pelos livros didáticos de matemática distribuídos pelo PNLD 2016 (anos iniciais) e 2017 (anos finais). A partir das análises realizadas, concluiu que o livro didático é um instrumento que pode facilitar a prática docente, mas não pode ser considerado o único material de apoio, pois foi possível constatar falhas que não poderiam ocorrer nas conceituações de área e perímetro, assim como em conteúdos associados ao objeto de estudo, ilustrações inadequadas e atividades limitadas que dependem da formação do professor para que os conceitos e procedimentos sejam desenvolvidos de maneira adequada, possivelmente, comprometendo o ensino de Área e Perímetro.

O estudo realizado por Silva, A., Silva, S. e Galvão (2019) buscou identificar conhecimentos sobre área de figuras planas explicitados por um grupo de professoras dos anos iniciais a partir da utilização do tangram, tendo como suporte teórico o Conhecimento profissional docente. A pesquisa foi desenvolvida por meio da aplicação de um questionário de caráter diagnóstico, no início do processo formativo, e por meio da observação realizada durante uma sessão de estudos do grupo. A pesquisa permitiu evidenciar que os estudos e as vivências sobre a utilização do tangram como recurso metodológico para o ensino de área de figuras planas favoreceram a reflexão coletiva sobre as possibilidades não só para o cálculo de área, mas também a respeito da reconfiguração de figuras, da conservação de áreas e da compreensão das fórmulas utilizadas para o seu cálculo.

Imafuku (2019), em sua dissertação, investigou como é desenvolvido o ensino de áreas de figuras planas nos livros didáticos ao longo do Ensino Fundamental (1º ao 9º ano), identificando a condução da abordagem desse conceito mediante o uso de recursos como a malha quadriculada, a unidade de medida, a reconfiguração de figuras e a aplicação das fórmulas à luz da Teoria de Registro das Representações Semióticas. Observou-se, de maneira geral, que nos volumes

dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os autores abordam o conceito de área de figuras planas de forma a priorizar a ideia da comparação entre duas superfícies com o uso da malha quadriculada e o cálculo de área por meio da contagem de quadradinhos e, nos anos finais, a abordagem enfatiza o uso das fórmulas de áreas das principais figuras planas, recorrendo à reconfiguração para justificá-las.

Brito (2020) investigou as contribuições da atividade de estudo organizada conforme os fundamentos da Teoria do Ensino Desenvolvidor para a assimilação e ampliação de conhecimentos sobre o conceito teórico de cálculo de área de figuras planas, observáveis em um experimento didático formativo, para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Como resultado, verificou que a atividade, quando organizada adequadamente, leva o estudante a adquirir o desenvolvimento científico propiciando a aprendizagem. Destaca-se, também, a criação de momentos de interação e mediação durante as aulas, a estimulação do interesse dos alunos pelo conteúdo de cálculo de área de figuras planas, o reconhecimento da importância dos conteúdos geométricos para as diferentes situações do cotidiano e o favorecimento, por meio do processo de ensino aprendizagem, que vai do geral para o particular, da superação das metodologias tradicionais de ensino de matemática e, dessa forma, contribuindo para o efetivo desenvolvimento dos estudantes.

Silva e Gomes (2021) analisaram os conhecimentos sobre a conservação de área e sobre seu ensino apresentados por 30 professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental durante a participação em um processo formativo, tendo como suporte teórico o Conhecimento Profissional Docente. O processo formativo consistiu em questionário inicial, estudo de resultados de uma investigação com alunos que tratava da mesma temática e discussão. A pesquisa mostra que os docentes ampliaram a base de conhecimentos para o ensino da ideia de conservação de área, especialmente em relação à identificação da necessidade de oferecer vivências aos estudantes que lhes permitam refletir sobre a invariância da área.

Os resultados das pesquisas que envolveram área de figuras planas nos anos iniciais apresentam interesses diversos que se distanciam do nosso, por envolver o conhecimento do professor sobre o ensino do saber área e perímetro, a ação formativa nessa etapa do ensino para ampliar a base de conhecimento sobre esses saberes, sequência didática de atividades, construção do conceito pelos estudantes, uso de recursos didáticos no ensino de área em livro didático e na

formação de professores. Já a pesquisa que envolveu a análise de área de figura plana no livro didático do 4º ano do Ensino Fundamental, como foi o caso do retângulo na pesquisa de Teles e Sá (2010), se aproxima do nosso por envolver LD, no entanto, se distancia por envolver apenas análise em um LD e em uma figura plana específica. Ou seja, são interesses que não buscamos em nossa pesquisa.

Vale destacar que, dentre as pesquisas citadas anteriormente, apenas Ferreira (2018) estava ancorada na Teoria Antropológica do Didático, o que faz se aproximarem da nossa pesquisa, por investigar as praxeologias ensinadas nos livros didáticos dos anos iniciais, porém o foco dessas pesquisas é em área e perímetro (Ferreira, 2018).

Mesmo essas pesquisas se aproximando da nossa, elas não buscaram caracterizar os momentos de estudos proposto pela TAD para verificar como estão organizados didaticamente a praxeologia matemática e a relação desse estudo com o Tipo de Organização Didática.

Sobre área de figuras planas nos LD, conseguimos localizar sete pesquisas. Nesse grupo incluímos as pesquisas que são desenvolvidas fora dos anos iniciais, ou seja, são pesquisas que contemplam área de figuras planas nos LD dos anos finais. Dessas pesquisas, quatro tiveram como foco a análise da praxeologia matemática em uma coleção do 6º ano (Teixeira; Silva, 2013; Silva, 2013; Moura *et al.*, 2017; Oliveira; Santos, 2019), duas tiveram como foco a análise da praxeologia matemática e didática em um livro didático do 6º ano (Santos, M. R.; Santos, M. C. 2015; Santos, 2015), e, por fim, uma que buscou abordar os conceitos comprimento, perímetro e área em coleções do 6º ano aprovadas no PNLD 2008 (Silva, 2011).

O estudo realizado por Silva (2011) analisou a abordagem de comprimento, perímetro e área em livro didático do 6º ano aprovado no PNLD de 2008 e 2011 à luz da TAD. O estudo consistiu em três etapas: primeiro fez-se uma visão geral das coleções aprovadas, olhando os capítulos que abordavam comprimento, perímetro e área. Na segunda etapa, foi feito um mapeamento dos tipos de tarefas nos capítulos de comprimento, perímetro e área das oito coleções escolhidas na primeira etapa. Na terceira etapa foram escolhidas as coleções da segunda etapa que foram aprovadas no PNLD de 2011, totalizando três livros que atendiam essas condições. Os resultados indicam que na maioria das obras, a ênfase nas grandezas geométricas é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza. Os tipos de tarefas predominantes é o cálculo de área. No cálculo da área percebe a contagem

da quantidade de superfícies unitárias necessárias para ladrilhar as figuras e o uso de fórmulas. O bloco tecnológico teórico se apoia na propriedade das figuras geométricas e no campo das grandezas e medidas.

Silva (2013) analisou o ensino da grandeza área proposto nos capítulos dedicados a esse assunto em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD). O estudo foi desenvolvido em duas etapas. A primeira identificou os tipos de tarefas dos capítulos de área em oito livros didáticos (LD) aprovados no PNLD 2008 e, a segunda, permitiu identificar as organizações pontuais dos tipos de tarefas predominantes na primeira etapa em dois LD do PNLD 2011. Os resultados dessa pesquisa indicam que a ênfase na grandeza área é insuficiente e o foco concentra-se nos aspectos numéricos. O tipo de tarefa mais frequente nos capítulos analisados foi T1: “Calcular a área de figuras planas”. A maioria dos LD abordava apenas o cálculo da área do retângulo e do quadrado. Foi percebido também que as organizações matemáticas pontuais identificadas em torno de T1 não dão conta da aprendizagem do conceito de área enquanto grandeza.

Teixeira e Silva (2013) analisaram a praxeologia relativa ao objeto área de figuras no livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, sob a égide da Teoria Antropológica do Didático. A metodologia buscou analisar e categorizar cada tipo de tarefa em relação ao saber matemático área para a identificação de tarefas, de técnicas, de teorias e tecnologias. Como resultado, observou que o tipo de tarefa mais proposta consistiu em “Determinar a medida da área de uma figura geométrica plana”. Os elementos tecnológico-teórico que mais apareceram foram: a área de um retângulo pode ser escrita como o produto dos lados e a área do paralelogramo pode ser escrita como o produto da base vezes a altura.

Santos, M.R. e Santos, M.C. (2015) analisaram as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. A fundamentação teórica está alicerçada no modelo de área como grandeza proposto nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Bellemain (2013) e na Teoria Antropológica do Didático desenvolvidas por Chevallard (1991, 1999). Os resultados indicam que, apesar de o livro didático apresentar seis tipos de tarefas diferentes, a ênfase é no tipo de tarefa TD -

determinar a medida da área de uma figura ou região. As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas. O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto e explicado de forma clara e a organização didática caracteriza-se como construtivista psicológica.

Santos (2015), em sua tese, analisou o distanciamento entre a prática docente do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele, no 6º ano do Ensino Fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas, fundamentando-se na Teoria Antropológica do Didático. A metodologia se baseia em uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico, que consistiu na análise das organizações matemática e didática do livro didático e da prática docente do professor de matemática de uma escola pública municipal de Paulista-PE. Os resultados indicam que existe, sim, uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente. No entanto, essa relação é divergente nos aspectos tipos de tarefas e técnicas abordadas, tecnologias e teorias, exploração de técnicas e organização didática e convergentes na definição e abordagem conceitual da área de figuras planas. Também foi possível perceber que há um distanciamento entre a abordagem didática do livro didático e da prática docente em relação ao conceito de área.

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático, especificamente a partir da noção de praxeologia matemática, Moura *et al.* (2017) analisaram a abordagem de área de figuras planas em um capítulo do LD do 6º ano. Como aporte teórico, adotou-se área enquanto grandeza na perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain (2000), e Teles (2007) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1998). O estudo consistiu em duas etapas. A primeira consistiu no mapeamento dos tipos de tarefas contidas no capítulo relacionado ao saber. E a segunda na análise da praxeologia matemática de cada tipo de tarefa. Como resultado, verificou como predominante o tipo de tarefa T1 – determinar a área de uma figura plana, com uma frequência de 69,44%. As técnicas preconizadas no capítulo estão relacionadas à contagem de superfícies unitárias e na aplicação da fórmula da área do retângulo. Os elementos tecnológicos-teóricos estão associados à ideia de multiplicação enquanto configuração retangular e a aditividade de área, ora justificado pelos Números e Operações, ora por elementos das Grandezas e suas Medidas.

Oliveira e Santos (2019) analisaram o conceito de área de figuras geométricas planas, abordado no livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, adotado nas escolas da rede pública do município de Garanhuns/PE, fundamentando-se na Teoria Antropológica do Didático. O estudo consistiu em uma abordagem qualitativa de análise documental, em que buscaram analisar a praxeologia matemática no capítulo do livro didático referente ao conceito de área de figuras planas. Os resultados indicam que os tipos de tarefas não foram distribuídos de forma equilibrada, apresentando “Determinar a medida da área de uma figura ou região” (TD) de forma majoritária. As técnicas predominantes concentram-se na contagem de superfícies unitárias e uso das fórmulas da área do retângulo e do quadrado, o que nos leva a concluir que a abordagem que prevalece no capítulo analisado é a numérica, uma vez que existe uma preocupação em expressar os resultados por meio de números.

As pesquisas acima trazem elementos comuns no que diz respeito à análise do livro didático e área de figuras planas. No entanto, foi possível observar que todas as sete pesquisas analisam livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, sendo que todas elas estão voltadas especificamente para o 6º ano desta etapa de ensino, o que se distancia da nossa pesquisa, já que o nosso foco é nos anos iniciais. Cinco dessas pesquisas tiveram como suporte teórico a Teoria Antropológica do Didático, buscando analisar a praxeologia matemática das tarefas sobre o saber área (Silva, 2011; Silva, 2013; Teixeira; Silva, 2013; Moura *et al.*, 2017; Oliveira; Santos, 2019) e duas, a praxeologia matemática e didática sobre o saber área (Santos, M. R.; Santos, M. C. 2015; Santos, 2015). As sete pesquisas se aproximam da nossa quanto ao uso da praxeologia matemática e didática na análise dos livros, no entanto, se distanciam da nossa porque não buscam identificar a relação entre as Organizações Praxeológicas e a Organização Didática proposta por Gascón (2003) em uma coleção de LD dos anos iniciais.

Os resultados dessas pesquisas mostraram que a ênfase nas tarefas ainda está voltada aos aspectos numéricos, predominando tarefa de cálculo de área, com técnicas consistindo na contagem de superfície unitária e uso de fórmulas. Santos (2015) afirma que esses tipos de atividades fazem com que os estudantes apresentem dificuldade na conceitualização de área de figuras planas no que diz respeito a diferenciar área e perímetro, por trabalhar de forma mecânica, desvinculados de qualquer contexto (Santos, 2015).

Sobre área de figuras planas à luz da Teoria Antropológica do Didático, conseguimos localizar seis pesquisas. Dessas, três tiveram como foco documentos curriculares (Carvalho; Bellemain, 2012; Carvalho, 2012; Santos; Canne, 2020), uma teve como foco a prática docente (Moura, 2019a), outra o foco foi na prática docente e conhecimento do estudante (Moura, 2019b) e, por fim, uma com foco na análise de livro didático (Costa; Batista; Moraes, 2019).

A pesquisa realizada por Carvalho e Bellemain (2012) analisou o modo como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano e a relação entre esse estudo e os princípios que regem o referido Programa, utilizando como aporte teórico a TAD. Os autores fizeram uma análise documental do guia de estudo do projeto pedagógico integrado e as propostas curriculares para a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Como resultados identificaram que a Organização Matemática predominante é o cálculo da área de retângulos, por meio do uso da fórmula, justificada pela contagem de quadradinhos e o uso frequente do contexto da construção civil aponta para a conexão com a dimensão da qualificação profissional, preconizada nos princípios que regem o Programa Projovem Urbano.

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático, Carvalho (2012) analisou o conteúdo área de figuras geométricas planas no Guia de Estudo do aluno do Programa Projovem Urbano e que relação pode ser observada entre os princípios que regem o referido Programa e a abordagem da área neste material. Para isso, realizou um mapeamento do habitat e do nicho do vocábulo área no Guia de Estudo, caracterizando as praxeologias matemática e didática. Os resultados indicam que a palavra área aparece no material com diversos sentidos e em vários momentos, tanto no estudo da matemática como nos demais componentes curriculares. O cálculo da área do retângulo se destaca em relação a outros tipos de tarefas. Duas técnicas podem ser identificadas no Guia de Estudo para resolver tarefas do tipo calcular a área de um retângulo, mas o grau de explicitação dessas técnicas é baixo. Encontram-se elementos do bloco tecnológico-teórico relativos ao cálculo da área de um retângulo, nas explicações fornecidas no Guia de Estudo. Identificamos também indícios de condições e restrições oriundas dos níveis superiores de codeterminação didática (sociedade, escola e pedagogia).

Moura (2019a), em seus estudos, analisou o ensino da área de figuras planas no 9º ano do Ensino Fundamental, tendo como foco de análise a organização

matemática e didática utilizada pelo professor durante a abordagem do saber em sala de aula. Como sustentações teóricas fez uso da discussão de área enquanto grandeza proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain (2000) e Santos (2015), e da noção de praxeologia da Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard (1999) e colaboradores. Utilizou-se a videogravação para registrar as aulas dedicadas ao saber e anotações de campo, em seguida, foram transcritas as aulas e analisadas à luz do aporte teórico adotado. Os resultados apontam que o professor utilizou uma abordagem da área enquanto grandeza, explorando, para isso, tarefas de cinco diferentes tipos, dos quais comparar áreas e determinar uma área foram trabalhados com maior ênfase. No trabalho com essas tarefas percebeu-se uma ênfase no momento exploratório da atividade matemática e na constituição do ambiente tecnológico-teórico.

Os estudos realizados por Moura (2019b) analisaram os distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. Como método, Moura (2019b) analisou o ensino de área na turma do 6º ano, as tarefas a priori propostas pela professora, a praxeologia pessoal dos estudantes e análise das praxeologias instaladas nas aulas e das praxeologias pontuais dos estudantes. O estudo revelou que foram trabalhados cinco tipos de tarefas, dos quais determinar uma área e comparar áreas foram os que mais se destacaram; foram explorados apenas dois tipos de tarefas no teste, e a ênfase das tarefas está concentrada nos aspectos numéricos. Constatou certo distanciamento entre as tarefas propostas na condução do estudo e as contempladas no teste, conformidades entre os modos de fazer instituídos pela professora e aqueles que os estudantes mobilizam. Por fim, que as divisões de tarefas em tipos de tarefas realizadas pela maioria dos estudantes não correspondem à divisão realizada pela representante da instituição.

Costa, Batista e Moraes (2019) analisaram a abordagem do conceito área de figuras planas presente em um livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Na sua análise documental usou como quadro teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Como resultado, identificou 9 tipos de tarefas, das quais, verificou uma frequência de 78,21% da tarefa determinar a medida da área de uma figura ou região (TM). A apreciação do capítulo relacionado ao conceito área possibilitou verificar uma forte

tendência de apresentar tal objeto matemático enquanto medida, contribuindo para um ensino de área com ênfase nos aspectos numéricos, o que pode acarretar dificuldades conceituais de aprendizagem aos estudantes brasileiros.

Os estudos de Santos e Canne (2020) analisaram à luz da Teoria Antropológica do Didático as tarefas que focavam as noções de área e perímetro nos Cadernos dos Alunos e Professores do 9º ano dos anos finais do Ensino Fundamental da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo. Para análise dos documentos, utilizaram uma grade elaborada com base no quadro teórico. Os resultados permitiram identificar que há diferentes tipos de tarefas que podem sugerir diferentes tipos de técnicas. O conceito de área é abordado no ensino de álgebra, geometria e outros tópicos da matemática. A Organização Praxeológica privilegia as praxeologias pontuais, que são apresentadas de forma clara e bem definida.

Sendo assim, as pesquisas que envolveram área de figuras planas e a Teoria Antropológica do Didático se aproximam da nossa, no que diz respeito ao quadro teórico e ao saber, no entanto se distanciam por serem realizadas nos anos finais e terem como foco a prática docente, conhecimento dos estudantes e análise de documentos curriculares. Dessas, apenas uma analisou o livro didático, no entanto, não buscou relacionar as Organizações Praxeológicas com os tipos de Organização Didática proposta por Gascón (2003).

Enfim, os resultados das pesquisas encontrados sobre o saber área de figuras planas mostram que há uma grande ênfase nos anos finais, mais do que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que justifica também a nossa escolha nos anos iniciais, demonstrando ser um bom campo de pesquisa.

Foi possível perceber que, mesmo o LD e os anos iniciais terem sido analisado sob diferentes olhares nessas pesquisas, nenhuma delas se dedicou a investigar a relação entre as praxeologias matemática e didática e os tipos de organizações didáticas acerca do conceito de área de figuras planas em uma coleção de LD dos anos iniciais, confirmando a importância da nossa pesquisa para a comunidade científica.

5 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo, iremos abordar o tipo de pesquisa e o método utilizado no trabalho, a característica da coleção analisada, os momentos metodológicos e, por fim, as categorias e critérios para análise da coleção.

5.1 TIPO DE PESQUISA

Devido ao objetivo desta pesquisa consistir em compreender a abordagem matemática e didática de uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao estudo de área de figuras planas, nossa pesquisa é de abordagem qualitativa, por ser “aquela que se ocupa do nível subjetivo e relacional da realidade social e é tratado por meio da história, do universo, dos significados, dos motivos, das crenças, dos valores e das atitudes dos atores sociais” (Minayo, 2013, *apud* Taquette; Minayo, 2016, p. 418).

Essa abordagem se aprofunda no mundo dos significados, trabalha com descrições, comparações e interpretações. Sendo assim, busca organizar os dados em esquemas explicativos para ser interpretada pelos pesquisadores.

Quanto aos procedimentos, nossa pesquisa caracteriza-se como documental. De acordo com Gil (2017, p. 34),

A modalidade mais comum de documento é a constituída por um texto escrito em papel, mas estão se tornando cada vez mais frequentes os documentos eletrônicos, disponíveis sob os mais diversos formatos. O conceito de documento, por sua vez, é bastante amplo, já que este pode ser constituído por qualquer objeto capaz de comprovar algum fato ou acontecimento.

Ao analisar os documentos, o pesquisador deve levar em consideração uma ampla gama de consequências associadas a eles, ter cautela e examinar com um olhar crítico antes de chegar a uma conclusão final. Na nossa pesquisa, os documentos foram os livros didáticos ligados à instituição escolar, dos quais analisamos a abordagem do saber área de figuras planas.

5.2 A COLEÇÃO DE LIVROS ANALISADA

O Livro Didático (LD) trata-se de uma ferramenta importante de aprendizagem no apoio ao professor e ao estudante. Ao ter contato com o livro, o estudante passa a ter uma relação com o saber que está preconizado para ser ensinado naquele ano escolar. Nessa relação ele vai modificando e ampliando seus saberes.

Na busca de elementos de resposta de como é dada a abordagem matemática e didática presente em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais em relação ao estudo de área de figuras planas, realizamos um levantamento da coleção, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mais utilizada na Prefeitura do Recife.

O motivo da nossa escolha pela Prefeitura do Recife e anos iniciais se deve ao fato de a pesquisadora ser pedagoga e professora dessa rede e etapa de ensino. A escolha dos anos iniciais se deu, também, por considerarmos ser um campo fértil para pesquisa diante das poucas publicações que ainda existem nesta etapa do ensino.

Ao entrar em contato com funcionários da Prefeitura da Cidade do Recife, que trabalham no setor de distribuição de LD, recebemos os dados da coleção de livro didático de matemática que teve a maior quantidade de exemplares adquirida pela Prefeitura do Recife, que são destinados aos anos iniciais e que foi aprovada pelo PNLD 2023. Depois entramos no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e conferimos as informações.

Optamos por analisar uma coleção aprovada pelo PNLD 2023, por ser a mais recente até o momento da pesquisa, a fim de verificar como o autor aborda matemática e didaticamente o conceito de área de figuras planas nesta etapa de ensino e entender qual a concepção de educação explorada pelo autor da coleção.

Sendo assim, a coleção mais adotada pela Prefeitura do Recife foi **A conquista matemática**, de José Ruy Giovanni Júnior (2021). A obra analisada foi o Manual do professor digital, pois foi a forma com a qual tivemos acesso a este material. A coleção é composta de cinco volumes, sendo um volume por ano escolar (1º ao 5º). Ela está organizada em Livro do Estudante (LE) e Manual do Professor (MP), com os conteúdos distribuídos de acordo com as unidades temáticas da Base

Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), a saber: Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e medidas, Probabilidade e Estatística.

Nessa coleção, cada volume está organizado em nove unidades e cada unidade é dividida em capítulos. A quantidade de capítulos varia de uma unidade para outra, a depender do tema tratado na unidade. A coleção apresenta seções que se organizam da seguinte forma: "*Você já viu*"; "*Vamos recordar*"; "*Diálogos*"; "*Saiba que*"; "*Descubra mais*" e "*O que eu aprendi neste ano*".

Cada volume da obra é iniciado com a seção "*Você já viu?*", com o objetivo de fazer uma avaliação diagnóstica do que foi estudado em anos anteriores. O final de cada volume traz a seção "*O que eu aprendi neste ano*", fazendo uma avaliação final do que foi visto no decorrer de cada volume. É importante ressaltar que analisamos essas seções de avaliação e todas as outras por trazerem atividades relacionadas ao saber área de figuras planas.

Cada volume da coleção apresenta os saberes e conceitos abordados, bem como as habilidades que serão estudadas na unidade, conforme a BNCC e os objetivos pedagógicos que serão desenvolvidos ao longo da unidade, no início de cada unidade.

Nos volumes do 1º e 2º ano do Ensino Fundamental, após análise sistemática, não foi verificado nenhum indício sobre o conceito de área de figuras planas. Como o autor tem certa autonomia para explorar determinado conteúdo, que vai ser ensinado no LD, entendemos que ele optou só trabalhar com o saber área a partir do 3º ano, como é proposto pela BNCC.

Em relação aos demais anos escolares, após análise sistemática, identificamos o saber área de figuras planas e apresentamos o resultado no Quadro 14 ilustrado abaixo.

Quadro 14 - Localização do saber área de figuras planas na coleção A conquista matemática

ANO	UNIDADE TEMÁTICA	HABILIDADE	LOCALIZAÇÃO NO LIVRO
3º	Geometria	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos que corresponde ao saber área	Unidade 6 Figuras geométricas planas Capítulo 3 Figuras geométricas planas Seção Diálogos Figuras geométricas planas representadas em malhas

4º	Grandezas e medidas	(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.	Unidade 6 Mais grandezas e medidas Capítulo 3 Medindo superfícies
5º	Grandezas e medidas	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.	Unidade 5 Números e medidas Capítulo 2 Medindo superfície

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Como visto no Quadro 14, o saber área no volume do 3º ano foi identificado na unidade temática Geometria, ao trabalhar figuras geométricas planas. O autor só considerou o saber área no campo das Grandezas e medidas nos volumes do 4º e 5º anos, abordando-o, especificamente no capítulo Medindo superfície, conforme propõe Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002) e os documentos curriculares, já que esse saber, na BNCC e na Política de Ensino do Recife, pertence à unidade temática Grandezas e Medidas.

Entendemos que a abordagem da área de figuras planas no campo das grandezas apresenta uma abordagem muito mais rica, pois perpassa por todos os véis do saber área, favorecendo as relações entre os quadros geométricos, numéricos e das grandezas, isto é, valoriza a superfície plana (forma), a medida da superfície e a classe de equivalência da superfície, respectivamente.

5.3 ETAPAS METODOLÓGICAS

Para organizarmos a nossa investigação, dividimo-la em duas etapas metodológicas, a saber: caracterização da praxeologia matemática e didática e, por fim, a identificação dos tipos de organização didática.

5.3.1 Caracterização das praxeologias localizadas nos livros didáticos

A caracterização das praxeologias consiste na descrição da realidade matemática (Praxeologia matemática) e no estudo da obra, em termos de momentos didáticos (Praxeologia didática). Assim, para cada uma delas elegemos critérios que nortearam nossas análises.

5.3.1.1 Descrição dos critérios de análise da Praxeologia Matemática (PM)

Neste tópico, expomos os critérios adotados para a análise da praxeologia matemática, em especial para os elementos que a constituem. Tomamos como referência o quadro proposto por Santos (2015) e inspirado em Chevallard (1999), o qual apresenta critérios para a análise dos elementos da praxeologia matemática (tipo de tarefas, técnica, tecnologia e teoria) nutridos por questionamentos a serem considerados ao lançar o olhar para a abordagem de um determinado saber, no nosso caso, para a área de figuras planas

Quadro 15 - Critérios adotados para análise da praxeologia matemática

Elemento da praxeologia	Critérios adotados	Exemplos de questionamentos a serem observados no livro didático em relação ao conceito de área
Tipo de tarefa (T)	• Identificação. • Representatividade. • Razão de ser. • Importância. • Pertinência.	As tarefas propostas: a) são bem identificadas ? b) são representativas ? c) são importantes e tem uma razão de ser ? d) são pertinentes ? e) Quais os tipos de tarefas privilegiados no livro?
Técnica (τ)	• Fáceis de utilização. • Confiáveis e aceitáveis. • Abrangentes. • Possíveis de evoluir. • Bem elaboradas.	As formas de resolver as tarefas: a) são bem elaboradas ou apenas esboçadas ? b) são fáceis de utilizar ? c) são confiáveis e aceitáveis ? d) são amplamente usadas em diversos tipos de tarefas ? e) são possíveis de evoluir ?
Tecnologia e Teoria [θ, Θ]	• Explicitação do conceito. • Apresentação e justificativa do enunciado. • Tipo de justificativa: canônica ou não. • Forma de justificativa: explicativa, dedutiva, etc. • Validade de argumentação. • Exploração do bloco tecnológico-teórico.	O conceito de área de figuras planas é bem explicitado ou não? Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificativa é somente posto ou este enunciado é considerado tacitamente como altivo de si, evidente, natural ou ainda bem conhecido? As formas de justificativa são próximas às formas canônicas ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem justificar? São adotadas formas de justificações explicativas, dedutivas, etc? Os argumentos utilizados são cientificamente válidos ? Os resultados do bloco tecnológico-teórico disponibilizado são efetivamente e otimamente explorados ?

Fonte: Santos (2015, p. 101)

No que diz respeito aos tipos de tarefas, iremos nos apoiar no modelo de referência proposto por Moura (2019), fazendo uma adaptação na sua descrição. São eles, conforme Quadro 16:

Quadro 16 - Critérios adotados para análise dos tipos de tarefas

T1 - Comparar área de figuras planas;
T2 - Determinar área de figuras planas;
T3 - Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfície;
T4 - Produzir uma superfície de área dada;
T5 - Converter unidades de área de figuras planas;
T6 - Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área;
T7 - Operar com medidas de área de figuras planas.

Fonte: Adaptado de Moura (2019)

5.3.1.2 Descrição dos critérios de análise da Praxeologia Didática (PD)

Para realizar a análise didática da obra, lançamos mão dos momentos de estudos proposto por Chevallard. Assim, adotamos o quadro usado por Santos (2015), em que são instituídos questionamentos a serem lançados sobre cada um dos momentos de estudos. Esses questionamentos são tomados como critérios de análise facilitando a identificação dos momentos didáticos na obra analisada.

Quadro 17 - Quadro de referência à análise da praxeologia didática

Categorias (momentos)	Critérios de análise
Primeiro encontro	Como inicia o assunto de área de figuras geométricas planas no livro?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica.	Como o livro explora os tipos de tarefas? Como se dá a elaboração de técnicas?
Constituição do ambiente tecnológico – teórico.	Como é realizada a construção de justificativas?
Trabalho da técnica	Quando acontece a construção do domínio da técnica? E da precisão da técnica? Há criação de novas técnicas?
Institucionalização	Como se concretiza a institucionalização (No início, meio e/ou no fim da abordagem do livro)?
Avaliação	Como acontece a avaliação: No início, meio e/ou no fim da abordagem do livro?

Fonte: Santos (2015, p. 100)

5.3.2 Identificação dos tipos de organização didática nos livros analisados

Para a identificação dos tipos de organização didática⁷ presente nos livros analisados, elaboramos um quadro baseado em Gascón (2003), em que as categorias são formadas pelas organizações e os critérios são nutridos pelas características que elas apresentam, pois temos por meta identificar a concepção da proposta de ensino da coleção de livros didáticos, adotados no município de Recife. O Quadro 18 abaixo mostra as categorias e critérios que seguimos.

Quadro 18 - Quadro de referência à análise da Organização didática

Categorias		Critérios	Características do tipo de organização didática
Organização clássica	didática	Associa o momento tecnológico-teórico (θ , Θ), e o trabalho da técnica (T , τ)	Banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico.
Organização empirista	didática	Integra o momento exploratório (Ex.) e o trabalho da técnica (T , τ)	Aprender matemática é um processo indutivo baseado na imitação e na prática.
Organização construtivista	didática	Integra os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex.)	Considera que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento, em que o aluno passa a refletir e criar estratégias diferentes na construção dos conceitos.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Deste modo, verificamos como o autor apresenta o saber área de figuras planas, ou seja, que prioridades foram dadas ao propor o seu ensino: valoriza mais o momento tecnológico-teórico? supervaloriza o momento de trabalho com a técnica ou enfatiza o momento de exploração de tarefas e elaboração de técnicas?

Portanto, no próximo capítulo, iremos analisar a coleção de matemática dos anos iniciais, em relação ao conceito de área de figuras planas, com base no percurso metodológico e referencial teórico que foi exposto, para caracterizar a praxeologia matemática e didática e entender a concepção de ensino explorada na obra.

⁷Mesmo compreendendo que Praxeologia Didática e Organização Didática são sinônimos para Chevallard (1999), neste texto iremos utilizar o termo Organização Didática para nos referirmos aos tipos de organização proposto por Gáscon (2003).

6 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste capítulo realizamos a análise e discussões dos resultados extraídos da coleção *A conquista matemática* em relação ao saber área de figuras planas, conforme as etapas que foram apresentadas no percurso metodológico. Aqui, iremos abordar o que foi encontrado nos volumes dessa coleção no que diz respeito às praxeologias e os tipos de organização didática. Sendo assim, iremos apresentar os resultados de cada livro⁸ da coleção.

6.1 PRAXELOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTES NO LIVRO DIDÁTICO DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste tópico iremos apresentar as praxeologias matemática e didática presentes no LD do 3º ano em relação ao saber área de figuras planas, bem como o tipo de organização didática presente no exemplar analisado.

6.1.1 Praxeologia matemática do livro didático do 3º ano

No LD de matemática, do 3º ano dos Anos iniciais, o ensino de área de figuras planas se dá na unidade 6 de Geometria, no capítulo 3, que tem como título: *Figuras planas*, especificamente na seção Diálogos, intitulada: figuras geométricas planas representadas em malhas. Nesse espaço, foram disponibilizadas duas páginas envolvendo o conteúdo de nosso interesse.

A contagem dos tipos de tarefas foi feita considerando todos os itens que cada questão dispõe, apresentados nas duas páginas e na seção “Vamos recordar”, que aparece no final da unidade. Por exemplo, numa atividade com quatro itens (a, b, c, d), são consideradas quatro tarefas; se um desses itens envolver mais alguma pergunta, será contabilizada como mais uma tarefa. Sendo assim, durante a análise do capítulo 3, na seção Diálogo, constatamos quatro tarefas, incluindo todos os itens, para serem respondidas pelo estudante. Na seção ‘Vamos recordar’ encontramos apenas uma tarefa. Com isso, totalizamos na nossa pesquisa cinco tarefas para serem analisadas.

⁸ Vale lembrar que os documentos curriculares oficiais e os livros didáticos do 1º e 2º ano não abordam o saber discutido nessa pesquisa.

Durante a análise das tarefas, foi possível perceber que elas pertencem aos tipos T1 (Comparar área de figuras planas), T2 (Determinar área de figuras planas) e o tipo T4 (Produzir uma superfície de área dada), a partir da classificação dos tipos de tarefas que foram propostas por Moura (2019) e que tomamos como modelo de referência. Entre os tipos de tarefas identificados, o que apresentou maior quantitativo de tarefas foi T1 com um total de três tarefas, enquanto os tipos de tarefas T2 e T4 apareceu apenas uma tarefa. Quanto aos outros tipos de tarefas (T3, T5, T6, T7), entendemos que não foram contemplados, talvez pelo nível de complexidade, tendo em vista que estamos analisando um LD do 3º ano do Ensino Fundamental, que tem como público crianças entre 8 e 9 anos. A Tabela 1 abaixo exemplifica nossa análise.

Tabela 1 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 3º ano do Ensino Fundamental

Tipo de tarefas	Quantitativo
T1: Comparar área de figuras planas	03
T2: Determinar área de figuras planas	01
T4: Produzir uma superfície de área dada.	01

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Diante da tabela, é possível observar que o tipo de tarefa T1 apresentou um quantitativo de tarefas superior aos tipos T2 e T4, ou seja, o autor priorizou tarefas pertencentes ao tipo T1, que representa a habilidade proposta pela BNCC e também o objeto de conhecimento proposto pela Política de Ensino do Recife, conforme apresentamos no quadro 3.

Durante nossa análise, percebemos que nos tipos de tarefas T1, T2 e T4 o autor trabalha área de forma implícita, sem usar a nomenclatura, inclusive ele apresenta na orientação ao professor que “os alunos também podem comparar, visualmente e por superposição, as áreas de figuras geométricas planas, sem que a nomenclatura “área” seja utilizada neste momento” (Giovanni Júnior, 2021, p. 146).

Sendo assim, observamos que o autor apresenta na seção as habilidades (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais e (EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos. Essas habilidades serão trabalhadas nas atividades, no entanto, o foco delas é na congruência de figuras e o saber área

aparece muito superficialmente, uma vez que o autor não deixa claro, nas questões, a grandeza que deve ser medida.

Para esclarecer os tipos de tarefas, apresentaremos as tarefas pertencentes aos tipos T1, T2 e T4, para identificação das técnicas, tecnologias e teorias e, assim, compor a análise da praxeologia matemática. No entanto, vale salientar que caracterizamos essas tarefas dentro do saber área em virtude de o autor trazer a habilidade de área na seção e as questões terem indícios que podem ser explorados esses saberes.

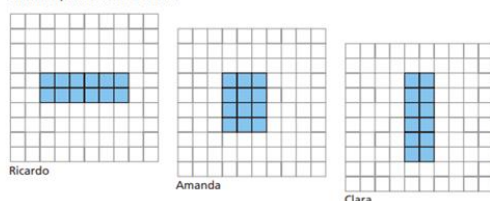
a) T1 - Comparar área de figuras planas:

Como dito anteriormente, encontramos 3 tarefas do tipo T1, sendo 2 tarefas na seção Diálogos e 1 na seção “Vamos recordar”.

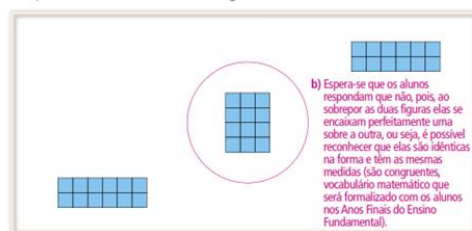
O autor inicia o ensino do saber área apresentando três retângulos desenhados na malha quadriculada em diferentes posições e com 12 quadradinhos cada, que representam a construção realizada por três estudantes fictícios.

Figura 10- Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T1 identificada no livro do 3º ano

A professora pediu aos alunos que representassem retângulos na malha quadriculada pintando 12 quadradinhos. Observe os desenhos de Ricardo, Amanda e Clara.



Depois, os alunos recortaram as figuras e colaram em um mural. Observe.



a) Qual desses retângulos foi representado por Amanda? Contorne-o para responder.

b) Considerando os outros dois retângulos que restaram sem contornar, é possível identificar qual deles foi representado por Ricardo e qual foi representado por Clara? Por quê?
Sugira aos alunos que reproduzam em uma folha de papel quadriculado essas representações compostas de 12 quadradinhos coloridos, em seguida, recortem e sobreponham a fim de investigar esta questão proposta.

De acordo com a Figura 10, a tarefa da letra “a” não explora o saber em estudo, por isso não iremos comentar. Já na tarefa presente na letra “b” o autor quer

saber qual dos retângulos foi representado por Ricardo e qual foi representado por Clara e para investigar isso, o estudante precisa comparar as duas figuras. Para essa tarefa o autor sugere, como técnica, a reprodução das figuras em uma folha quadriculada, compostas de 12 quadradinhos, em seguida, recortar e sobrepor.

Assim, ao sobrepor as figuras umas às outras e elas coincidirem sem ter espaços vazios no interior, podemos comparar o atributo área e descobrir que elas têm a mesma área. O bloco tecnológico-teórico são equivalência de figuras, congruência e o domínio da Geometria.

Tarefas dessa natureza favorecem a compreensão de área enquanto grandeza, pois trabalham os quadros geométricos e da grandeza sem precisar recorrerem a medições (Lima; Bellemain, 2010).

A Figura 11 explora a segunda tarefa que encontramos para o tipo T1, no entanto, o autor evolui a tarefa para malha triangular e introduz verificar se tem “as mesmas medidas”, no entanto, não diz qual grandeza deve ser medida. Com isso, entendemos que a área pode ser medida e que essa atividade leva a refletir sobre a possibilidade de mobilizar o número ao trazer a malha triangular.

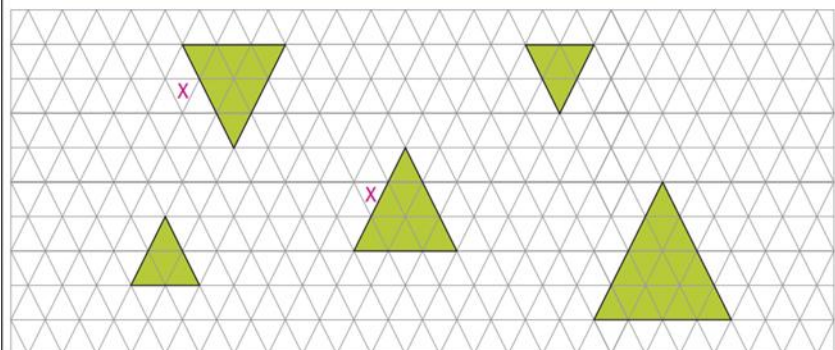
Figura 11- Segunda tarefa referente a T1 identificada no LD do 3º ano

ATIVIDADES

1. Observe os triângulos verdes representados na malha seguinte e marque um **X** nos que têm as mesmas medidas e são idênticos ao triângulo amarelo representado nesta malha se forem sobrepostos a ele.



Para identificar a resposta, você pode reproduzir em uma malha triangular estas figuras, recortá-las e, em seguida, sobrepor as figuras umas às outras para explorar e investigar.



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 145)

Para esta tarefa o estudante precisa verificar quais dos cinco triângulos apresentam medidas iguais ao triângulo amarelo em destaque, e área pode ser uma

dessas medidas. O autor apresenta uma técnica explícita para o estudante comparar as figuras por sobreposição: “para identificar a resposta, você pode reproduzir em uma malha triangular estas figuras, recortá-las e, em seguida, sobrepor as figuras umas às outras para explorar e investigar” (Giovanni Júnior, 2021, p. 145).

Assim, ao sobrepor as figuras umas às outras e elas coincidirem sem ter espaços vazios no interior, elas apresentam a mesma área. O bloco tecnológico-teórico está ancorado na equivalência de figuras no domínio da Geometria.

A última tarefa que envolve o tipo de tarefa T1, para compor as três tarefas que encontramos no volume do 3º ano, está presente na seção de avaliação “Vamos recordar” e apresenta essa mesma situação de comparar figuras em malha triangular, no entanto, o autor apresenta quatro quadriláteros para comparar quais pares de figuras são idênticas se forem sobrepostas. Os elementos tecnológicos-teóricos vão resultar nos mesmos que resultaram das tarefas apresentadas nas figuras 11 e 12. Desta forma, observamos que o autor não amplia a técnica, ela permanece com a mesma para as tarefas que são apresentadas do tipo T1.

Ao considerar que essas tarefas trazem indícios para explorar o saber área, percebemos que o quadro das grandezas e o geométrico são valorizados, uma vez que buscam comparar a área comparando superfícies e quando isso acontece, “somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência” (Lima; Bellemain, 2002, p.45).

Observamos que as técnicas utilizadas para essa tarefa são fáceis de utilizar e aceitáveis, tendo em vista que o documento norteador, BNCC (Brasil, 2018, p. 289), propõe a comparação de área visualmente ou por superposição, conforme habilidade do 3º ano: (EF03MA21) “comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos e do objeto de conhecimento”, bem como a Política de ensino do Recife “comparar áreas de duas figuras planas, visualmente e por meio da sobreposição entre elas, ou da composição e decomposição” (Recife, 2021, p. 336).

Percebemos que a habilidade da BNCC e o objeto de conhecimento da Política do Recife não foram explorados em sua totalidade pelo autor, deixando de garantir uma formação completa, pois nas tarefas propostas não houve uma variação para explorar, também, faces de objetos ou de desenhos, no que diz respeito à BNCC e nem a comparação de área de figuras planas por meio da composição e decomposição, no que diz respeito à Política de Ensino do Recife, o

que pode gerar lacunas e limitar o desenvolvimento pleno do estudante no processo de ensino e aprendizagem.

Entendemos também que a forma como o autor trabalha sobreposição pode dar margem para o estudante trabalhar com contagem de superfície unitária, identificando a quantidade de triângulos ou quadradinhos, a depender do tipo de malha para verificar quais figuras apresentam mesma área. A condução do professor vai ser muito importante no momento em que ele estiver usando o livro didático para que o estudante não siga por esse caminho e, sim, utilize as técnicas de sobreposição, valorizando, assim, o quadro das grandezas e o geométrico.

O Quadro 18 a seguir apresenta a praxeologia matemática pontual relativa ao tipo de tarefas T1 - Comparar área de figuras planas.

Quadro 18 - Praxeologia matemática pontual relativa ao tipo de tarefas T1 presente no LD do 3º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico- teórico
T1: Comparar área de figuras planas	Reproduzir as figuras em uma malha quadriculada; Recortar as figuras reproduzidas; Sobrepor as figuras recordadas.	Equivalência de figuras Congruência Geometria

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

b) T2: Determinar área de figuras planas:

Neste tipo de tarefa, o autor apresenta o geoplano e como utilizá-lo e em seguida apresenta uma tarefa para ser realizada no geoplano virtual, conforme Figura 12 abaixo.

Figura 12 - Tarefa do tipo T2 identificada no LD do 3º ano

2. No geoplano virtual, represente um quadrado usando três pinos em cada lado. Depois, sobreponha a essa representação as representações de triângulos também com três pinos em cada lado. Quantos triângulos você representou sobre o quadrado? 2 triângulos.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p.147)

Mais uma vez o autor não apresenta de forma explícita qual a grandeza deseja medir, mas entendemos que área pode ser uma delas. Para medir a área do quadrado a técnica que está explícita no enunciado vai resultar em pegar os

triângulos e sobrepor no quadrado para determinar quantos triângulos cabem dentro do quadrado. Ao sobrepor a quantidade de triângulos necessários para recobrir a figura sem deixar espaços vazios, a medida da área do quadrado será determinada. O bloco tecnológico-teórico é constituído pela equivalência de figuras e a contagem de triângulos que pertencem, respectivamente, aos domínios da geometria e dos números.

Observamos que na realização dessa tarefa dois quadros são mobilizados, o geométrico mediante a superposição das superfícies planas e o quadro numérico que resulta da quantificação de unidades superpostas e designada por um número.

O quadro a seguir apresenta a praxeologia matemática pontual do tipo de tarefas T2 - Determinar área de figuras planas.

Quadro 19 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2 do LD do 3º ano

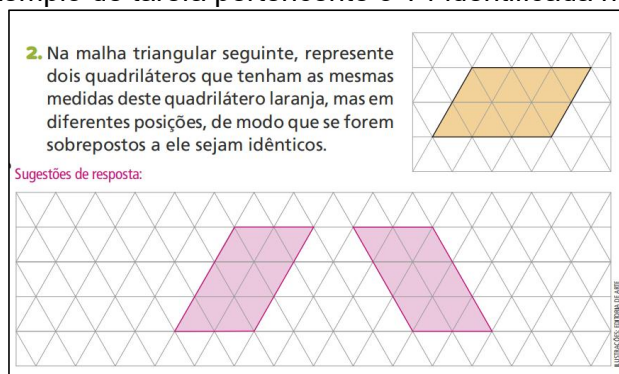
Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico- teórico
T2: Determinar área de figuras planas	Sobrepor os triângulos sobre o quadrado; Determinar quantos triângulos coube no quadrado.	Equivalência de figuras; Contagem de unidades; Geometria e números.

Fonte: elaborado pela autora (2024).

c) T4: Produzir uma superfície de área dada:

Neste tipo de tarefa, o autor deu prioridade à malha triangular e solicitou a criação de figuras geométricas planas com base em uma medida fornecida e um modelo específico. Isso pode ser observado na Figura 12 a seguir.

Figura 12- Exemplo de tarefa pertencente o T4 identificada no LD do 3º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p.154)

A situação de produção presente na tarefa envolve a construção de duas figuras quadriláteras iguais à figura em destaque, mas em disposição diferente na malha triangular. De acordo com a questão, o autor mais uma vez não aponta qual atributo que não está sendo considerado. Porém, categorizamos dentro da grandeza área por explorar as transformações isométricas, cujos atributos são conservados, além da habilidade de área que está presente de forma explícita.

A técnica que inferimos, a partir do que o autor vem trabalhando, vai resultar em desenhar, recortar e sobrepor a figura, tendo em vista que a questão traz como informação “de modo que se forem sobrepostos a ele sejam idênticos” (Giovanni Júnior, 2021, p.154).

Ao desenhar, recortar e sobrepor os paralelogramos, na malha, figuras superpostas sem perda ou sobreposição de partes têm a mesma área. A equivalência de figuras, propriedade isométrica e geometria, justificam a técnica descrita.

O Quadro 20, a seguir, apresenta a praxeologia matemática pontual do tipo de tarefas T4 -Produzir uma superfície de área dada.

Quadro 20 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T4 do LD do 3º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico- teórico
T4: Produzir uma superfície de área dada	Reproduzir a figura em uma malha; Recortar a figura construída; Sobrepor a figura recortada, em uma posição diferente na malha fazendo com que os triângulos coincidam.	Equivalência de figuras; Propriedade isométrica; Geometria.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

As tarefas que foram propostas neste volume são importantes, pertinentes e têm uma razão de ser, trazendo atividades práticas sem o uso de fórmulas (Lima; Bellemain, 2002), tendo em vista que a habilidade proposta pela BNCC e o objeto de conhecimento proposto pela Política de Ensino do Recife propõem o trabalho com área a partir da comparação visualmente ou por superposição. No entanto, elas precisam ser mais elaboradas trazendo os atributos que serão explorados.

Notamos que a técnica proposta pelo autor é fácil de utilizar, foi bem elaborada e amplamente usada nas tarefas que foram propostas pertencentes aos tipos T1, T2 e T4. Percebemos que a técnica: reproduzir em uma folha de papel quadriculada as representações das figuras poligonais, recortar e sobrepor, foi a

única técnica sugerida pelo autor ao longo da abordagem do saber área. Acreditamos que isso foi influenciado pelas condições impostas pelas BNCC.–

No LD do 3º ano, observamos que o autor valoriza o quadro geométrico diante da técnica explorada. Observamos que o autor não define área, mas, a partir da técnica que foi utilizada, compreendemos que o autor considera área como uma superfície plana, que pode ser medida ou comparada corroborando com o que é proposto por Teles, 2007 na construção do conceito de área, enquanto grandeza.

6.1.2 Praxeologia didática identificada no livro didático do 3º ano

Nossas categorias de análise para este tópico estão ligadas aos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). Sendo assim, iremos observar o livro buscando identificar como está organizada a realidade matemática a partir dos seis momentos de estudo, a saber: Primeiro encontro; Exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Trabalho da técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Institucionalização; e Avaliação. Lembramos que para esses momentos não existe uma ordem cronológica. Com isso, analisaremos o livro nessa perspectiva.

O estudo de área inicia-se a partir de uma tarefa em que há três figuras retangulares com mesma medida, desenhadas por três estudantes em posições diferentes e é solicitada a identificação daquelas que foram desenhadas por dois estudantes. Esse representa o primeiro encontro com o tipo de tarefas T1: Comparar área de figuras planas localizado na obra.

No tratamento dessa tarefa, o autor sugere a comparação de áreas dos retângulos de forma implícita, a partir da sobreposição de figuras. Para isso, é sugerida a reprodução da figura dada com 12 quadradinhos em uma folha de papel quadriculada, em seguida, o recorte da sobreposição dessa figura naquela que foi dada inicialmente. Essas ações sinalizadas pelo autor caracterizam o momento da elaboração de uma técnica para o cumprimento da tarefa dada.

Na orientação destinada ao professor, o autor apresenta um indicativo de uma segunda técnica para multiplicar comprimento e largura, o que visa tornar a técnica econômica e eficiente, dando uma segunda possibilidade de resolução da tarefa. No entanto, não configura como uma nova técnica, uma vez que não foi direcionada ao estudante.

Ainda no manual do professor, o autor traz uma explicação, destinada ao professor, para justificar o uso da técnica e da tecnologia, na qual se identificam elementos que constituem a construção do bloco tecnológico-teórico a ser explorado pelo professor no momento do trabalho com a tarefa proposta.

[...] para que os alunos notem a congruência entre os dois retângulos, espera-se que percebam que os retângulos representados por Ricardo e Clara têm as mesmas medidas de comprimento e largura. A disposição retangular pode ajudar nessa percepção. Espera-se que percebam também que esses dois retângulos representados são idênticos, pois mesmo dispostos em posições diferentes, é possível notar que um dos lados de cada um desses retângulos mede 6 quadradinhos e o outro mede 2 quadradinhos. Assim, se girarmos um deles, e os sobrepormos um ao outro, é possível validar que são idênticos (Giovanni júnior, 2021, p.145).

Nesta justificativa do autor, como ele trabalha área de forma implícita, ao orientar o professor, fica subentendido que o saber área é institucionalizado a partir da congruência de figuras. Isso pode gerar alguns entraves e desenvolvimento de uma concepção geométrica, ou seja, o estudante pode mobilizar uma propriedade de domínio de validade limitado, considerando que para ter a mesma área as figuras precisam ser idênticas. A valorização da técnica geométrica de sobreposição consiste em um elemento importante para o tratamento da área enquanto grandeza, no entanto, esse aspecto não é valorizado pelo autor para instrumentalizar o professor diante da exploração da tarefa.

Conforme Lima e Bellemain (2002, p. 45) “as situações de comparação se situam essencialmente em torno do quadro das grandezas. Quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência”. Assim, é importante que o professor, usuário do livro, atente para a exploração desses elementos durante o trabalho com a tarefa proposta no livro.

Isso posto, observamos que na primeira página, na qual o estudante tem o primeiro encontro com o saber área, há também a presença do 2º momento (Exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica).

Já a Constituição do ambiente tecnológico teórico, o Trabalho da técnica e a institucionalização, ou seja, 3º, 4º e 5º momentos estão ausentes na abordagem do saber. Eles aparecem apenas na orientação ao professor, ou seja, o estudante não tem acesso a esses momentos e cabe ao professor transpô-los para os estudantes, buscando explicar e justificar o uso da técnica, promovendo o desenvolvimento de

técnicas, gerando outras novas que serão úteis aos estudos e oficializando a organização matemática em estudo.

Perante essa realidade, o professor pode convergir ou divergir da proposta do autor, a depender do que ele acredita que deva ser ensinado e o que pode favorecer ou não na aprendizagem do conceito de área de figuras planas.

Na página seguinte, o autor apresenta outra tarefa do tipo T1 e continua apresentando a técnica que será explorada ao longo do ensino desse saber, ou seja, a técnica de desenhar na malha as representações das figuras que são apresentadas. No entanto, o autor evolui de uma malha quadrada para uma malha triangular.

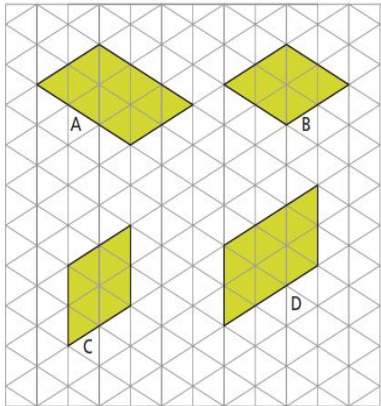
Nessa segunda página, ele apresenta também, de forma explícita, o momento da elaboração da técnica (2º momento) “para identificar a resposta, você pode reproduzir em uma malha triangular estas figuras, recortá-las e, em seguida, sobrepor as figuras umas às outras para explorar e investigar” (Giovanni Júnior, 2021, p.145).

Após o tipo da tarefa T1, o livro amplia para o tipo de tarefa T2 - Determinar área de figuras planas, solicitando área de um quadrado utilizando o triângulo como unidade de medida. A técnica que o autor propõe é a mesma de sobreposição, ou seja, o estudante vai pegar os triângulos e sobrepô-los no quadrado, para determinar quantos triângulos cabem dentro do quadrado. A partir da elaboração da técnica com a técnica de sobreposição, o estudante vai perceber que a área total do quadrado é a soma das unidades de medidas dos dois triângulos, ao comparar a área por sobreposição.

Em seguida, o autor amplia o tipo de tarefa para o tipo T4 - produzir uma tarefa de área dada, solicitando a produção de dois quadriláteros em malha triangular, em que a técnica que vai resultar é a mesma da sobreposição, sendo que agora o estudante terá que desenhar, recortar e sobrepor a figura na malha

Por fim, o autor apresenta, ao término do capítulo, mais uma tarefa do tipo T1 na seção “Vamos recordar”, que é destinada à avaliação do que foi visto sobre o saber área. Para esta tarefa percebemos que a técnica permanece a mesma, buscando verificar se os estudantes já dominam a técnica de sobreposição, conforme Figura 13 a seguir.

6 Observe os quadriláteros representados na malha triangular a seguir.



Agora, responda: Quais pares desses quadriláteros têm as mesmas medidas de lados e são idênticos se forem sobrepostos?

O par de quadriláteros A e D e o par de B e C.

Fonte: Giovanni Junior (2021, p.149)

Como visto na figura, o autor não faz uma avaliação praxeológica sobre o que efetivamente foi compreendido com a organização matemática. Isto é, o que se domina em termos de tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, como é proposto por Chevallard (1999). Ele aborda uma avaliação da aprendizagem⁹ para verificar o que o estudante aprendeu.

Durante nossa análise verificamos que os tipos de tarefas explorados foram T1 - Comparar área de figuras planas, T2 - Determinar área de figuras planas e T4 - Produzir uma superfície de área dada, sendo o tipo T1 predominante neste volume. Já a única técnica explorada foi a de sobreposição.

Quanto ao conceito de área, o autor não deixa claro. No entanto, observamos que, de acordo com a técnica que foi abordada, o saber área é considerado como o tanto de espaço que o objeto geométrico possui, valorizando a congruência de figuras pertencentes ao domínio da geometria.

Em relação à avaliação, percebemos que o autor não explora na perspectiva de uma avaliação praxeológica, como é proposto por Chevallard (1999). Ele apresenta uma avaliação da aprendizagem, em uma seção específica intitulada, “Vamos recordar”, resgatando o que foi visto sobre o ensino de área.

⁹ “[...] configura-se como um ato de investigar a qualidade do desempenho dos educandos, tendo por base dados relevantes, decorrentes de suas aprendizagens e, se necessário numa intervenção, a fim de corrigir os rumos da ação” (Luckesi, 2011, p. 265).

6.1.3 Tipo de organização didática no livro do 3º ano do Ensino Fundamental

Neste tópico, iremos identificar o tipo de organização didática proposta por Gascón (2003) no volume do 3º ano dos anos iniciais referente à área de figuras planas, fazendo a relação com a praxeologia didática que foi encontrada, para identificar a concepção de ensino de matemática da obra em: Clássica, Empirista ou Construtivista.

Diante da análise da praxeologia didática, no volume do 3º ano, percebemos que o autor valoriza o momento exploratório (Ex), trazendo três tarefas do tipo T1, T2 e T4 e o momento do trabalho da técnica (T, τ) ao ir elaborando a técnica, mas tornando-a repetitiva durante a execução das tarefas de todos os tipos para serem trabalhadas com precisão. Com isso, classificamos o tipo de organização didática como **Empirista**. De acordo com Gascón (2003, p. 20), esse modelo de organização “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática”. Nesse sentido, o estudante aprende o saber área explorando três tipos de tarefas, mas aplicando a mesma técnica.

No entanto, compreendemos que esse Tipo de organização didática pode acontecer devido às orientações dos documentos curriculares contribuírem para ele ser empirista. Contudo, uma organização didática está diretamente relacionada aos paradigmas de aprendizagem do “sujeito autor” da praxeologia” (Bittar, 2017, p. 368). Com isso, entendemos que o autor apresenta uma concepção de que aprender matemática, no nosso caso, aprender área de figuras planas, resulta na aplicação de diversas tarefas e por meio de repetição de técnicas, ou seja, a aprendizagem ocorre por meio de um processo didático indutivo (Gascón, 2003).

Após análise do volume 3, iremos dar continuidade com a análise do volume 4, da coleção A conquista Matemática, para verificar as praxeologias e o tipo de organização didática abordada.

6.2 PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTE NO LIVRO DIDÁTICO DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste tópico iremos apresentar as praxeologias matemática e didática presentes no LD do 4º ano do Ensino Fundamental, bem como o tipo de organização didática em relação ao saber área de figuras planas.

6.2.1 Praxeologia matemática do livro didático do 4º ano

No volume 4, da coleção A conquista matemática, dos Anos iniciais, o ensino de área de figuras planas se dá na Unidade 6, intitulado Grandezas e Medidas, especificamente, no capítulo 3, Medindo superfície. Esse capítulo apresenta duas páginas envolvendo o saber de nosso interesse.

A contagem dos tipos de tarefas foi feita considerando todos os itens que cada questão dispõe, apresentados nas duas páginas e nas seções “Vamos recordar” e “O que eu aprendi neste ano”, que aparece no final da unidade e no final de cada volume, respectivamente. Por exemplo, numa atividade com quatro itens (a, b, c, d) são consideradas quatro tarefas, se um desses itens envolver mais alguma pergunta, essa será contabilizada como mais uma tarefa.

Sendo assim, durante a análise do capítulo 3: Medindo superfície, constatamos 11 tarefas, incluindo todos os itens para serem respondidos pelo estudante de forma escrita e 1 tarefa para ser respondida oralmente entre os estudantes e o professor, que contabilizamos por considerarmos relevante. Encontramos na seção ‘Vamos recordar’ 2 tarefas e na seção ‘O que eu aprendi esse ano’ 1 tarefa, totalizando 15 tarefas para serem analisadas.

Durante a análise das tarefas, foi possível associá-las aos tipos de tarefas: T1 - Comparar áreas de figuras planas, T2 - Determinar área de figuras planas e T4 - Produzir uma superfície de área dada, levando em consideração a classificação de tipos de tarefas proposta por Moura (2019) e que tomamos como modelo de referência. A Tabela 2 a seguir apresenta a quantidade de tipos de tarefas identificadas no livro didático do 4º ano do Ensino Fundamental em relação ao saber áreas de figuras planas.

Tabela 2 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 4º ano do Ensino Fundamental

Tipo de tarefas	Quantitativo
T1: Comparar área de figuras planas	04
T2: Determinar área de figuras planas	07

T4: Produzir uma superfície de área dada.	04
Fonte: Elaborada pela autora	

Entre os três tipos de tarefas presentes no livro, de acordo com a tabela, percebemos que não houve avanços em relação aos presentes no volume do 3º ano, ou seja, permaneceram as mesmas. Neste volume do 4º ano o tipo de tarefa que apareceu com mais intensidade foi o tipo T2, com um total de sete tarefas, enquanto os tipos de tarefas T1 e T4 tiveram um total de quatro tarefas, cada.

De acordo com a unidade temática de Grandezas e medidas da BNCC, o objeto de conhecimento previsto é o trabalho com Áreas de figuras construídas em malhas, com isso a habilidade propõe “Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho [...]” (Brasil, 2018, p. 293).

Já a Política de Ensino do Recife propõe como conteúdo/saberes para o 4º ano Áreas de figuras poligonais, desenhadas em malhas, comparação de áreas e estimativa de medidas de áreas e perímetros. Dessa forma, a política aborda três objetivos de aprendizagens voltados para esses conteúdos/saberes. Diante disso, os tipos de tarefas que foram abordados pelo autor, no livro, atendem ao que é proposto pelos documentos curriculares e ainda ele amplia ao apresentar tarefas do tipo T4.

Vale salientar que identificamos no livro uma tarefa do tipo estimar medida de área de figuras planas, no entanto, na nossa pesquisa, este será contabilizado como o tipo T1, seguindo a classificação de Moura (2009), uma vez que ao estimar estamos realizando comparações ou medições mentalmente com pouca exatidão.

Quanto aos outros tipos de tarefas (T3, T5, T6, T7), entendemos que não foram contemplados, talvez pelo nível de complexidade, tendo em vista que estamos analisando um LD do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse volume, o tipo de tarefa que predomina sobre o saber área de figuras é T2 - Determinar área de figuras planas, confirmando o que dizem as pesquisas de Costa, Batista e Moraes (2019), Oliveira e Santos (2019) e Moura (2019).

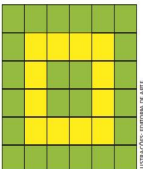
Para esclarecer os tipos de tarefas, apresentaremos aquelas pertencentes aos tipos de tarefas T1, T2 e T4, para identificação das técnicas, tecnologias e teorias e assim compor a análise da praxeologia matemática.

a) T2 - Determinar área de figuras planas:

No que diz respeito ao volume do 4º ano do Ensino Fundamental, a primeira tarefa do tipo T2 envolve duas situações com mosaicos. Na primeira situação é exposto um mosaico no formato quadriculado e na segunda situação é exposto um mosaico no formato de um paralelogramo composto por quadradinhos e triângulos, conforme Figura 14 a seguir.

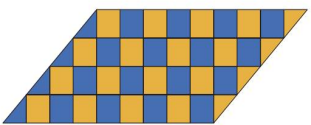
Figura 14 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 no livro do 4º ano

1ª situação: Marina faz mosaicos coloridos com representações de figuras geométricas planas em seu tempo livre. Observe abaixo o mosaico que Marina produziu.



Quantos quadradinhos Marina utilizou no mosaico acima? 36 quadradinhos.

2ª situação: Para fazer outro mosaico, Marina decidiu cortar alguns quadradinhos exatamente ao meio. Observe como ficou esse outro mosaico produzido por Marina.



- Utilizando o triângulo ($\triangle$) como unidade de medida, qual é a área desse mosaico produzido por Marina? 72 triângulos.
- E utilizando quadradinhos como unidade de medida? 36 quadradinhos.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 166)

Nas duas situações a tarefa solicita a quantidade de quadradinhos utilizados nos dois mosaicos e a quantidade de triângulos utilizado no segundo mosaico. A técnica para resolver o tipo de tarefa na primeira situação é contar a quantidade de superfície unitária que recobre toda a figura, tendo em vista que a unidade de medida é o quadradinho. Ao contar todos os quadradinhos da figura, a área será determinada. A propriedade aditiva de área e o domínio dos números naturais compõem o bloco-tecnológico-teórico.

Na segunda situação, a que envolve o mosaico em formato de paralelogramo, para resolver a primeira tarefa, a técnica é contar cada quadradinho como duas unidades de área e adicioná-la à quantidade de triângulos. Para resolver

a segunda tarefa, dessa mesma situação, a técnica será a mesma de contagem de quadradinhos e quando houver duas metades, conta-se uma unidade a mais.

Entendemos que o bloco tecnológico-teórico que vai justificar essa técnica é a propriedade aditiva de área e o domínio dos números naturais e racionais não negativos. Observamos que a técnica utilizada para o tipo de tarefa **T2** é fácil de utilizar e aceitável, tendo em vista que o documento norteador, BNCC (Brasil, 2018), propõe a contagem de quadradinhos ou de metades de quadradinhos, conforme habilidade do 4º ano: *(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, como também* atende ao objeto de conhecimento que é proposto pela Política de Ensino do Recife *“Medir, comparar e estimar áreas de figuras poligonais, desenhadas em malha quadriculada pela contagem de quadradinhos, e metade de quadradinhos”* (Recife, 2021, p. 345).

Como informado no Quadro 22, foram encontradas sete tarefas pertencentes ao tipo **T2 - Determinar área** de figuras planas, e em todas elas o autor prioriza a mesma técnica de contagem da superfície unitária, pois todas as tarefas são propostas em malha quadriculada ou malha triangular. Inclusive, a tarefa desse tipo foi escolhida para a seção ‘Vamos recordar’ que faz uma avaliação do que foi estudado na unidade 6. O Quadro 21 a seguir apresenta a praxeologia matemática do tipo de tarefa T2:

Quadro 21 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2 do LD do 4º ano

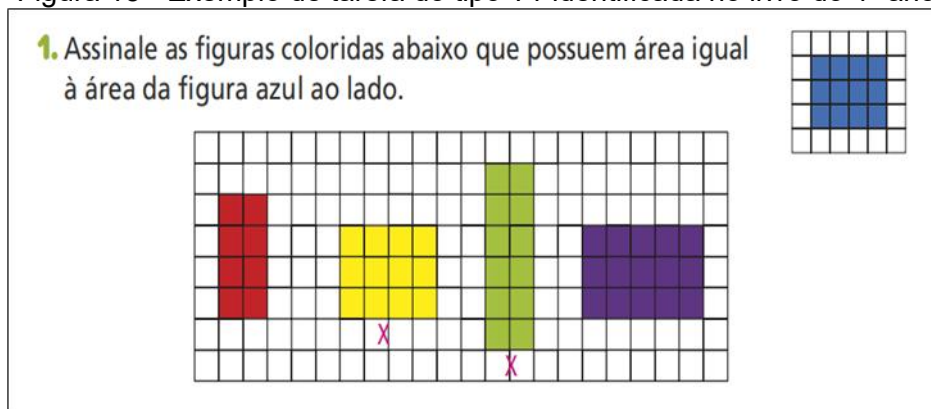
Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T2- Determinar área de figuras planas.	Contar a quantidade de superfícies unitárias que recobrem toda a figura, quando houver duas metades, conta-se uma superfície unitária a mais.	Propriedade aditiva de área; Números naturais e racionais não negativos.

Fonte: Elaborado pela autora

b) T1 - Comparar áreas de figuras planas:

Após as duas situações iniciais, o livro continua trabalhando área e retoma ao tipo de tarefas **T1 - Comparar área**, que já foi visto no 3º ano, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 - Exemplo de tarefa do tipo T1 identificada no livro do 4º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 167)

Como visto na Figura 15, a tarefa consiste em verificar quais das quatro figuras quadriláteras apresentam medidas de áreas iguais ao retângulo azul em destaque. Para descobrir a área igual, na orientação ao professor, o autor diz explicitamente que basta observar as características parecidas e diferentes entre as figuras. Nessa tarefa o autor valoriza os aspectos numéricos, pois a comparação das áreas será realizada pela ordenação dos números que representam a quantidade de quadradinhos das figuras. Assim, as figuras que apresentarem a mesma quantidade de quadradinhos em seu interior pertencem a uma mesma classe de equivalências de figuras de mesma área. Nesse sentido, nas tarefas de comparação “somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência” (Lima; Bellemain, 2002, p. 45).

No entanto, percebemos que só a observação visual não dá conta de resolver a tarefa. É preciso contar a quantidade de quadradinhos que cada superfície ocupa para poder respondê-la. Logo, a técnica que inferimos será a contagem dos quadradinhos que recobrem cada figura na malha, já que o autor apresenta o recurso da malha quadriculada. Neste sentido, está implícita a ideia de medida numa situação de comparação.

Entendemos que a tecnologia que vai dar sustentação à técnica é a propriedade aditiva de área ao adicionar cada superfície unitária que recobre toda a figura. A teoria que vai justificar essa tecnologia é o domínio das grandezas e medidas e dos números naturais.

Ainda sobre a tarefa da Figura 15, ao comparar área, o autor também explora implicitamente que retângulos de dimensões diferentes podem apresentar

áreas de medidas iguais, pois ele apresenta um retângulo verde com dimensões diferentes do retângulo azul.

Outras duas tarefas que aparecem no livro sobre T1 também envolvem comparação de figuras diferentes com mesma medida de área, utilizando a mesma técnica de contagem de quadradinhos e sendo justificadas pelo mesmo bloco tecnológico-teórico acima. Dessas duas tarefas, uma delas faz parte da seção ‘o que eu aprendi esse ano’, que é uma seção que o autor traz como avaliação final do volume 4, conforme mostra a Figura 16 a seguir:

Figura 16 - Extrato da seção de avaliação final do livro do 4º ano

5 Observe as figuras a seguir.

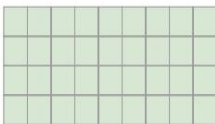


Figura 1

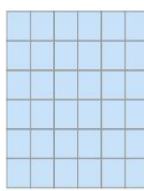


Figura 2

a) As figuras possuem o mesmo perímetro?

Não, a figura 1 tem 26 unidades de perímetro, e a figura 2, 24 unidades.

b) E a mesma área?

Sim, ambas possuem 36 unidades de área.

Fonte, Giovanni Júnior (2021, p. 251)

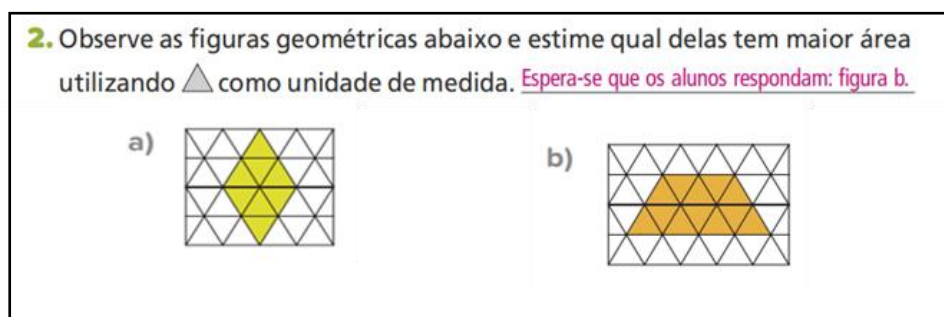
Compreendemos que tipos de tarefas desta natureza são priorizados pelo autor com o cuidado de resgatar e deixar claro para o estudante que figuras diferentes podem apresentar a mesma área, o que corrobora com Lima; Bellemain, quando afirmam que “figuras de mesma área não precisam ser idênticas” (2010, p.191).

Observamos também que nesta atividade o autor apresenta uma questão de perímetro que vai contribuir para que o estudante dissocie área de perímetro no sentido topológico, pois, neste sentido, área e perímetro correspondem a objetos distintos, em que a área está associada à superfície e o perímetro está associado ao seu contorno; como também vai dissociar área e perímetro no sentido variacional, o que significa que área e perímetro não variam no mesmo sentido e que figuras de mesma área podem ter perímetros distintos ou vice-versa (Baltar, 1996).

A tarefa apresentada na Figura 16 contempla a habilidade (EF04MA21) proposta pela BNCC e o objeto de conhecimento “Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas” que é proposto pela Política de ensino (Recife, 2021, p. 345).

Por fim, a última tarefa que compõe o tipo T1 é direcionada à realização de uma comparação por estimativa, portanto, a incluímos no tipo T1, em conformidade com a categorização instituída por Moura (2019). A Figura 17 a seguir ilustra essa tarefa.

Figura 17 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T1 identificada no livro do 4º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 167)

A tarefa envolve estimar qual das figuras geométricas tem maior área. Nesse momento, o autor amplia o tipo de malha para triangular e tem o triângulo como unidade de medida. Para resolver esse tipo de tarefa, a técnica que inferimos é a observação visual e a contagem de triângulos que a figura ocupa na malha, pois o autor apresenta no enunciado o triângulo para usar como unidade de medida. Ao observar o espaço ocupado pelas figuras na malha, estamos também contando a quantidade de triângulos mentalmente para encontrar a figura de maior área.

Logo, entendemos que o autor procurou justificar para o PNLD que cumpre com a habilidade da BNCC, ao apresentar um tipo de tarefas de estimar área, no entanto, se tem uma unidade de medida padrão, é muito provável que o estudante realize a contagem ao invés de observar visualmente.

O bloco tecnológico-teórico que vai explicar e justificar é a aditividade da área, o domínio das grandezas e medidas e dos números naturais. Desta forma, a técnica, tecnologia e teoria permanecem as mesmas que as das tarefas anteriores (Figuras 16 e 17).

Nesta tarefa da Figura 17, evidencia-se uma articulação entre o quadro geométrico e o quadro numérico em uma tarefa de comparação, fato que favorece na construção do conceito de área enquanto grandeza, e contribui no aprendizado de área de figuras planas, conforme nosso referencial teórico.

O Quadro 22 a seguir apresenta a praxeologia matemática do tipo de tarefas *T1 - Comparar área de figuras planas*.

Quadro 22 - Praxeologia matemática pontual identificada no LD do 4º ano referente ao tipo de tarefas T1

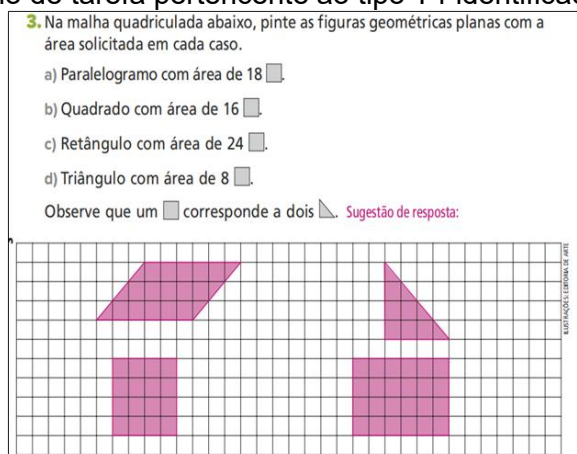
Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T1: Comparar área de figuras planas	Contar os quadradinhos ou triângulos que recobrem cada figura na malha; Ordenar a área a partir da ordenação das medidas.	Propriedade aditiva de área; Ordenação de números racionais não negativos; Domínio das grandezas e medidas e dos números naturais.

Fonte: Elaborado pela autora

c) T4 - Produzir superfície de área dada:

A próxima atividade exposta pelo autor diz respeito ao tipo de tarefa **T4 - Produzir superfície de área dada**, retomando ao tipo de tarefa que foi trabalhado no 3º ano.

Figura 18 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T4 identificada no livro do 4º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 167)

De acordo com o volume 4, foram encontradas 4 tarefas deste tipo, dentre as 15 tarefas que envolvem área de figuras planas, ou seja, quase 27% do total de tarefas, apresentando uma quantidade razoável. As tarefas expostas envolvem a

produção de área a partir de uma medida dada, utilizando como unidade de medida o quadradinho.

Tarefas que correspondem a situações de produção de área são importantes na construção do conceito de área, pois é um momento que envolve a relação entre os quadros geométrico e numérico, já que produzir superfície plana se estabelece no quadro geométrico e a quantidade de superfície unitária que compõe a figura se estabelece no campo numérico. De acordo com Ferreira e Bellemain (2013), esses quadros precisam estar presentes no ensino de área para que os estudantes compreendam área enquanto um atributo da figura.

Nesse momento, a técnica é ampliada para contagem de quadradinhos da malha, e demarcação que reúna no interior dessas figuras a quantidade de quadradinhos indicados, caso haja duas metades, deverá ser contado como uma superfície unitária. A aditividade da área, a equivalência de figuras planas, o domínio das grandezas e medidas, da geometria e dos números naturais compõem o bloco tecnológico-teórico. O Quadro 23 abaixo sintetiza a praxeologia matemática, identificada nas tarefas do tipo T4.

Quadro 23- Praxeologia matemática pontual relativa ao tipo de tarefas T4 localizada no LD do 4º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T4: Produzir superfície de área dada	Contar os quadradinhos da malha; demarcar a figura de modo que reúna em seu interior a quantidade de quadradinhos indicadas e as propriedades de cada figura; havendo duas metades, deverá ser contado como uma superfície unitária a mais.	Aditividade da área, equivalência de figuras planas, propriedades das figuras planas; números naturais, geometria e grandezas e medidas.

Fonte: Elaborado pela autora

Diante da análise, os tipos de tarefas apresentadas buscaram, de certa forma, articular o quadro geométrico com o numérico e o quadro geométrico com o da grandeza, fato que favorece na compreensão do ensino de área enquanto grandeza geométrica. O autor teve o cuidado de trazer três tipos de tarefas, mas com poucas técnicas, já que o foco maior está na contagem de superfícies unitárias.

Observamos que 46% das tarefas estão direcionadas a determinar área e 54% a produção de superfícies e comparação de áreas, ou seja, há uma ênfase em determinar área, mas ela é bem menor ao juntarmos as tarefas de comparar e

produzir. Com isso, entendemos que o autor valoriza, nesse volume, tarefas que contribuem para a aprendizagem de área enquanto grandeza.

Percebemos que o objeto do conhecimento “Comparar áreas de duas figuras planas, recorrendo à sobreposição, ou à decomposição e composição” (Recife, 2021, p.345), presente na Política de Ensino, para o 4º ano do Ensino Fundamental, não foi contemplado nesse volume. Com isso, os professores que adotarem essa coleção terão que buscar outros recursos para que os estudantes não fiquem com lacunas no que diz respeito à aprendizagem desse conhecimento. Por outro lado, o autor atende ao que é preconizado na BNCC para o ano em curso.

6.2.2 Praxeologia didática presente no livro do 4º ano

Nossas categorias de análise para este tópico estão ligadas aos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). Sendo assim, observamos o livro buscando identificar como está organizada a realidade matemática a partir dos seis momentos de estudo, a saber: Primeiro encontro; Exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Trabalho da técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Institucionalização; e Avaliação. Lembramos que para esses momentos não existe uma ordem cronológica, assim, fizemos a análise do livro sob essa perspectiva.

O saber área inicia-se no capítulo 3: Medindo superfície, com duas situações de construção de mosaicos, uma com superfície delimitada por um quadrado e outra delimitada por um paralelogramo. Esse é o momento do (re)encontro com o saber área, tendo em vista que os estudantes tiveram contato com área no volume do 3º ano do Ensino Fundamental. Com o exemplo do ladrilhamento do mosaico, o autor dá início à ideia de área e emprega a unidade de medida não padronizada (contagem de quadradinho) para descobrir quantos quadradinhos foram utilizados no mosaico. Esse exemplo representa o primeiro contato que os estudantes terão com o **T2** - Determinar a medida de área de uma figura ou região no quarto ano.

Após o primeiro encontro com o tipo de tarefas T2, o autor traz logo em seguida a elaboração de uma técnica, explícita para o estudante, o que coincide com o momento do ambiente tecnológico teórico, quando justifica que “ao contar a quantidade de quadradinhos que o mosaico contém, podemos dizer que obtivemos a medida da superfície ou área” (Giovanni Júnior 2021, p.166) e institucionaliza o

saber área: a área do mosaico é de 36 quadradinhos. O extrato abaixo, ilustrado na Figura 18, exemplifica esses momentos.

Figura 19 - Extrato do livro analisado onde localiza-se a presença dos 2º e 3º momentos de estudo

Ao contar a quantidade de quadradinhos que o mosaico contém, podemos dizer que obtivemos a **medida da superfície** ou **área** do mosaico. Nesse caso, o quadradinho é a unidade de medida, então, o mosaico acima tem uma área de 36 quadradinhos.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p.166)

Sendo assim, podemos perceber, em uma única página, que o autor já aborda quatro momentos de estudo de uma só vez em um curto espaço de tempo, ou seja, ele aborda o 1º momento (Primeiro encontro), 2º momento (Exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica), 3º momento (Constituição do ambiente tecnológico teórico) e 5º momento (Institucionalização).

Podemos perceber também que na mesma página que o estudante tem o encontro com área, já é definido para ele o que é área e nesta definição fica claro que a área é vista enquanto medida, uma vez que considera área enquanto número e desconsidera o atributo associado à superfície, ou seja, o lugar ocupado pela superfície no plano. Desta forma, o autor vai de encontro com o conceito de área que consideramos nessa pesquisa, ou seja, ele desconsidera área como um atributo de uma região ou superfície plana, que pode ser medida ou comparada (Teles, 2007).

Diante dessa definição, podemos perceber que a ênfase do LD, do 4º ano, para o ensino de área de figuras planas, é no quadro numérico, trazendo uma lacuna para a compreensão do saber área enquanto grandeza, uma vez que deixa de considerar a área como um atributo da figura, desconsiderando a característica da superfície (Lima; Bellemain, 2010).

Nesta mesma página, na qual o estudante tem o (re)encontro com o saber, o autor apresenta a segunda situação de Mosaico criado por “Marina” em formato de paralelogramo, usando peças quadradas e triangulares para cobri-lo. Após apresentar os dois mosaicos, o autor questiona aos estudantes se as figuras apresentam áreas iguais, o que contribui para o estudo desse saber, pois leva-os a refletir que apesar de as figuras serem diferentes, os dois mosaicos apresentam mesma medida de área. Nesta tarefa já surgem indícios de que o trabalho da técnica

está sendo melhorado, uma vez que, na primeira tarefa só usa quadradinho e na segunda tarefa considera os triângulos.

Dando continuidade ao estudo de área nesta seção, o autor apresenta três atividades utilizando como recurso a malha quadriculada e triangular, e como unidade de medida utiliza o quadradinho e o triângulo, contribuindo para que os estudantes percebam as diferentes unidades de medidas que podem ser utilizadas.

Nas tarefas pertencentes a **T2 – Comparar área de figuras planas**, já exposta na praxeologia matemática, a elaboração da técnica é contar a quantidade de quadradinhos que recobre cada figura na malha, para comparar com a figura dada. No que diz respeito às tarefas do tipo **T4 – Produzir uma superfície de área dada**, a elaboração da técnica ocorre a partir da construção de uma superfície com área igual a uma área dada pela contagem de quadradinhos na malha, seguida da demarcação da quantidade de quadradinhos indicada. Mas, para esse tipo de tarefa, o autor aponta novos elementos tecnológico-teórico na orientação ao professor sobre a produção de figura de área dada ao afirmar que:

[...] em vez de uma parte da figura cobrir um quadradinho inteiro ou meio quadradinho, ela poderá cobrir qualquer proporção do quadradinho entre 0 e 1 (quadradinho todo). Os alunos podem, por exemplo, usar estratégias para juntar dois pedaços para formar uma unidade (quadradinho). Ou seja, se uma parte da figura cobre aproximadamente um quinto de um quadradinho e outra cobre quatro quintos, eles podem juntar ambas e dizer que isso equivale a um quadradinho (Giovanni Júnior 2021, p.167).

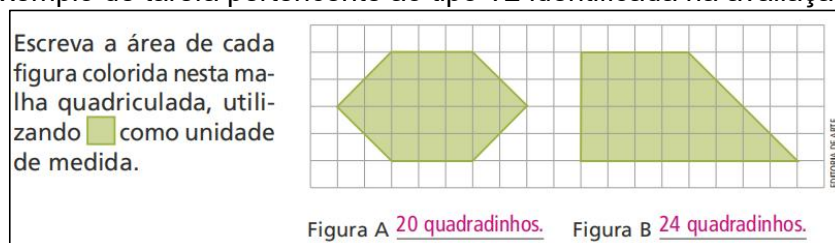
Nessa consideração, fica evidente que os autores sugerem a compensação das partes que constituem a superfície unitária como técnica a ser trabalhada com os estudantes nesse ano escolar.

Após as duas páginas que são determinadas para o ensino do saber área de figuras planas, é encerrada a abordagem deste saber. Depois disso, o autor vai apresentar o saber área nas seções destinadas à avaliação da aprendizagem. Percebemos a ausência do momento da avaliação praxeológica, como é proposto na concepção de Chevallard (1999), ou seja, aquela que busca investigar se as justificativas ficaram claras ou se as técnicas deram certo, por exemplo. Nesse sentido, entendemos que o livro não busca retomar o que foi visto na realidade matemática, ficando a cargo do professor esse exercício.

A avaliação que é exposta no livro é a da aprendizagem, organizada em avaliação inicial, de processo e final. Na seção ‘Vamos recordar’ como fechamento

da Unidade 6, o autor apresenta na avaliação de processo uma tarefa pertencente ao tipo de tarefa T2, conforme Figura 20 a seguir.

Figura 20- Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 identificada na avaliação de processo



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 178)

Para esse tipo de tarefa, o autor utiliza o quadradinho como unidade de medidas para que os estudantes recordem que, para medir a área de cada superfície, é preciso contar na malha quadriculada cada quadradinho e duas metades do triângulo como uma superfície unitária. Por fim, outra avaliação que acontece neste volume, proposta pelo autor, é na seção 'o que aprendi este ano', que é uma seção de avaliação final que o autor faz para resgatar o estudo de tudo o que foi visto na unidade.

Para o saber área, o autor apresenta o tipo de tarefa T1, no que diz respeito ao item b, querendo saber se as figuras possuem mesma área. A técnica de contar superfície unitária é retomada para resolver a tarefa. O momento tecnológico-teórico que vai justificar a técnica é a aditividade da área e o domínio dos números. Percebemos, nessa situação, que o trabalho da técnica não é desenvolvido, não é ampliado. De acordo com Chevallard (1991), nesse momento é importante promover o desenvolvimento de técnicas, gerando novas técnicas que serão úteis aos estudos de maneira quantitativa e qualitativa.

A avaliação da aprendizagem que foi exposta nas seções destinadas a isso permite avaliar apenas dois tipos de tarefas T1 e T2. Na avaliação do tipo de tarefas T2, o estudante é convidado a mobilizar o saber área e resgatar a técnica mais usual deste volume: contar a quantidade de superfície unitária. No entanto, resgata-se também a técnica que quando houver duas metades de superfície na figura, conta-se uma superfície a mais.

Já na avaliação do tipo de tarefa T1 o autor retoma área dissociando-se de perímetro, mostrando que área e perímetro não variam no mesmo sentido, ou seja, figuras de mesma área podem não ter mesmo perímetro. No momento da avaliação,

o as tarefas propostas pelo autor conseguem verificar em parte o que foi compreendido sobre área, já que só explora tarefas de dois tipos.

Durante a análise da Praxeologia Didática, percebemos que a forma como os momentos foram organizadas traz fragilidades na construção do saber área de figuras planas, já que o momento da institucionalização do saber se dá junto com o primeiro encontro do saber área, fazendo com que o estudante não construa hipótese e reflita na construção do conhecimento desse saber. Isso pode gerar lacunas na prática docente e na aprendizagem do estudante, por estarem envolvidos com essa obra. Logo, tudo vai depender da abordagem que o docente (usuário desse livro) fará em sala de aula.

6.2.3 Tipo de organização didática no livro do 4º ano do Ensino Fundamental

Neste tópico iremos identificar o tipo de organização didática proposta por Gascón (2003) no volume do 4º ano dos anos iniciais referente à área de figuras planas, fazendo a relação com a praxeologia didática que foi encontrada, para identificar a concepção de ensino de matemática da obra em: Clássica, Empirista ou Construtivista.

Diante da análise da praxeologia didática, no volume do 4º ano, percebemos que o foco é no momento exploratório (Ex), ao explorar diferentes tipos de tarefas, e no trabalho da técnica (T, τ), trazendo técnicas repetitivas para a realização da maioria das tarefas. Com isso, classificamos a organização didática desse volume como Empirista. De acordo com Gascón (2003, p. 20), esse modelo de organização “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática”. Neste sentido, o estudante aprende o saber área explorando diferentes tarefas, mas aplicando a técnica repetitiva de contagem. Vale salientar que o autor apresentou a técnica de observação visual, mas de forma discreta.

Com isso, entendemos que o autor apresenta uma concepção de que aprender área de figuras planas resulta na aplicação de diversas tarefas e por meio de repetição de técnicas, ou seja, a aprendizagem ocorre por meio de um processo didático indutivo (Gascón, 2003).

Após análise do volume 4, iremos dar continuidade com a análise do volume 5, da coleção A conquista Matemática, para verificar as praxeologias e o tipo de organização didática abordadas.

6.3 PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA PRESENTES NO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste tópico iremos apresentar as praxeologias matemática e didática presentes no LD do 5º ano do Ensino Fundamental, bem como o tipo de organização didática em relação ao saber área de figuras planas.

6.3.1 Praxeologia matemática localizada no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental

No volume 5, da coleção A conquista da matemática, dos Anos iniciais, o ensino de área de figuras planas se dá na Unidade 5, intitulado Números e Medidas, especificamente, no capítulo 2, Medindo superfície. Esse capítulo apresenta sete páginas envolvendo o conteúdo de nosso interesse.

A contagem dos tipos de tarefas foi feita considerando todos os itens que cada questão dispõe, apresentados nestas sete páginas e nas seções “Vamos recordar” e “O que eu aprendi neste ano”, que aparece no final da unidade e no final de cada volume, respectivamente. Por exemplo, numa atividade com quatro itens (a, b, c, d) são consideradas quatro tarefas, se um desses itens envolver mais alguma pergunta, esta será contabilizada como mais uma tarefa.

Sendo assim, durante a análise do capítulo 2: Medindo superfície, constatamos 27 tarefas. Encontramos na seção ‘Vamos recordar’ 1 tarefa, totalizando 28 tarefas para serem analisadas.

Durante a análise das tarefas, foi possível encontrar tarefas pertencente aos tipos de tarefas **T1** - *Comparar áreas de figuras planas*, **T2** - *Determinar área de figuras planas*, **T4** - *Produzir uma superfície de área dada* e o tipo **T7** - *Operar com medidas de área de figuras planas*. A Tabela 3 a seguir apresenta a quantidade de tarefas de acordo com o tipo.

Tabela 3 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no LD do 5º ano do Ensino Fundamental

Tipo de tarefas	Quantitativo
T1: Comparar áreas de figuras planas	02
T2: Determinar uma área de figuras planas	19
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies	02
T4: Produzir uma superfície de área dada.	02
T7: Operar com medidas de área de figuras planas	03

Fonte: Elaborada pela autora

Como visto, no volume do 5º ano, o autor apresenta tarefas pertencentes a dois tipos que ainda não tinham sido contemplados nos volumes anteriores, ou seja, ele amplia os tipos de tarefas abordados na obra. Entre os cinco tipos de tarefas presentes no livro, de acordo com a tabela, o que apresentou um quantitativo de tarefas com maior expressividade foi o tipo T2, com um total de 19 tarefas, enquanto os tipos T1, T3 e T4 contemplaram 2 tarefas cada e o tipo T7 contemplou 3 tarefas.

Quanto aos outros tipos de tarefas **T5 - Converter unidades de área de figuras planas** e **T6 - Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado, comporta dados relativos a área**, entendemos que não foram contemplados, talvez pelo nível de complexidade e que só devem ser vivenciadas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Porém, a habilidade (EF05MA19) *Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais* sugere a presença do tipo T5 e o autor desconsiderou na obra, fato que faz o professor ficar atento ao que está sendo explorado da habilidade e buscar outros recursos para contemplar a habilidade por completo no seu ensino.

Consideramos também que o autor não trabalhou o tipo de tarefa T6 devido os documentos curriculares não contemplarem esse conhecimento para o 5º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista que a BNCC propõe para esse ano escolar: medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais, e a Política de Ensino do Recife propõe o trabalho com Perímetro e área de polígonos, desenhados em malhas; metro quadrado e centímetro quadrado; reconhecimento e medição de grandezas; estimativa e comparação da medida da área e do perímetro de figuras poligonais; e Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura

e capacidade: utilização de unidades convencionais, e relações entre as unidades de medidas mais usuais, conforme Quadros 8 e 9, respectivamente, apresentados em nossa pesquisa.

Nesse volume, o tipo de tarefa que predomina sobre o saber área de figuras é **T2 - Determinar área de figuras planas**, mostrando que o autor considera área enquanto número, ou seja, é possível que haja uma predominância do quadro numérico, o que pode acarretar dificuldades conceituais, pois para compreensão desse saber é importante que os estudantes tenham contato com tarefas que mobilizem os três quadros de forma articulada, incluindo o das grandezas e o geométrico (Lima; Bellemain, 2010).

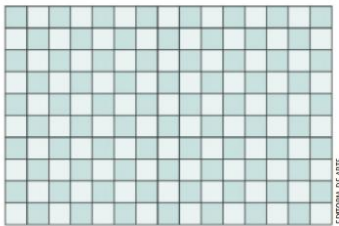
Para esclarecer os tipos de tarefas, apresentaremos as tarefas pertencentes a T1, T2, T3, T4 e T7 para identificação das técnicas, tecnologias e teorias, e assim compor a análise da praxeologia matemática.

a) T2 - Determinar área de figuras planas:

Iremos começar a análise com esse tipo de tarefa por ser o primeiro a ser identificado na sequência de tarefas do livro. Com isso, o autor apresenta uma tarefa do tipo T2 utilizando uma malha quadriculada para ilustrar a parede de uma cozinha. Nessa tarefa, ele deseja saber quantos azulejos foram colocados. A técnica que vai resultar para resolver essa tarefa é a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. O bloco tecnológico-teórico é composto pela aditividade de área e o domínio dos números naturais. A Figura 21 a seguir apresenta a respectiva tarefa.

Figura 21 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 envolvendo malha no livro do 5º ano

3ª situação: A figura a seguir representa a parede de uma cozinha sobre a qual foram colocados azulejos quadrados.



• Quantos desses azulejos foram colocados nessa parede?

150 azulejos.

$15 \times 10 = 150$

Nesse caso, se tomamos como unidade de medida o azulejo quadrado, a quantidade de azulejos indica a área da parede.

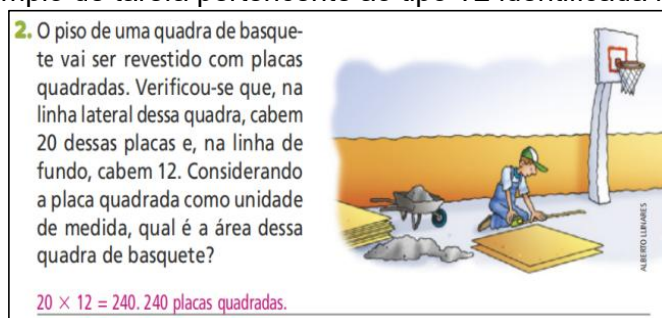
Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 134)

Como visto na tarefa, o autor deixa subentendida, para o professor, outra técnica que diz respeito a multiplicar o comprimento e largura da figura para encontrar a quantidade de azulejos. Nesse sentido, o bloco tecnológico teórico está amparado no significado de multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números.

Adiante, o autor apresenta mais cinco tarefas pertencentes ao tipo T2, cuja resolução é mediante a contagem de superfícies unitárias, considerando o quadrado e o retângulo como unidade de medida para recobrir as paredes. Isso vai resultar no mesmo bloco tecnológico teórico que foi justificado na Figura 21.

Depois, o autor apresenta mais uma tarefa do tipo T2, buscando determinar a área do piso de uma quadra de basquete que foi revestido com placas quadradas, conforme Figura 22 abaixo.

Figura 22 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 identificada no livro do 5º ano



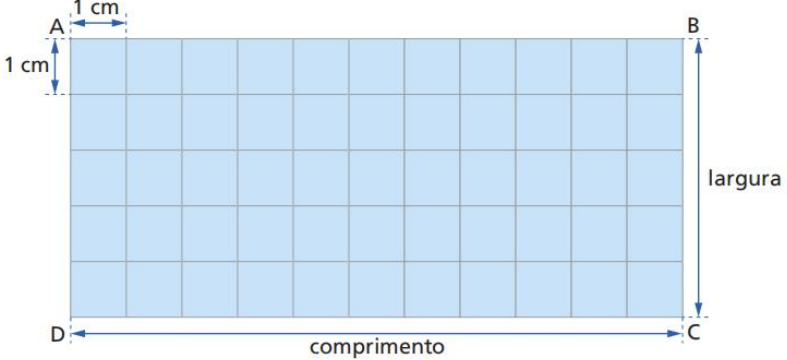
Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 135)

A técnica aplicada para execução dessa tarefa é tomar os comprimentos dos lados do piso (comprimento e largura) e multiplicá-los. Essa técnica é orientada no livro do estudante e do professor, inclusive para estimular o cálculo intuitivo da área de um retângulo. Dessa forma, percebemos que a técnica evolui, tornando-a mais econômica e eficiente. Logo, o bloco tecnológico-teórico que justifica é constituído pelo significado da multiplicação enquanto configuração retangular dentro do domínio dos números.

As outras tarefas pertencentes ao tipo T2 começam a explorar a unidade de medida convencional de área, utilizando o cm^2 e o m^2 . Com isso, o autor apresenta seis tarefas envolvendo o cm^2 e utilizando como suporte a malha quadriculada. A Figura 23 a seguir exemplifica uma dessas tarefas:

Figura 23 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 envolvendo unidade de medida convencional

3. A professora de Matemática pediu aos alunos que cobrissem um pedaço de cartolina com quadradinhos de papel azul. Observe como ficou.



a) Qual é, em cm^2 , a área desse pedaço de cartolina? 55 cm^2

b) Esse número corresponde ao resultado de uma multiplicação, pois a figura tem uma disposição retangular. Escreva essa multiplicação.

5×11 ou 11×5 .

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 139)

Como podemos perceber, o autor apresenta uma figura retangular da qual deseja-se calcular a sua área. O fato de a figura apresentar-se ladrilhada, a área pode ser obtida pela contagem dos ladrilhos, mas também há a possibilidade do uso da multiplicação entre as medidas dos comprimentos dos lados adjacentes da figura (comprimento e largura), uma vez que são informados os comprimentos dos lados dos quadradinhos. Consideramos que é importante estabelecer uma relação entre as duas técnicas aplicadas, de modo que, ao adicionar a quantidade de ladrilhos que há em cada linha obtém-se a mesma quantidade que multiplicar a quantidade de linhas pela quantidade de ladrilhos que há em cada linha.

Logo depois, o autor apresenta mais três tarefas do tipo T2, agora envolvendo o m^2 como unidade de medida e retoma novamente as técnicas de contagem de superfície unitária e da multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura). Desta forma, o bloco tecnológico teórico também se repete.

Como informado na tabela 03, foram encontradas 19 tarefas do tipo **T2 - Determinar área de figuras planas**, e nelas o autor prioriza a técnica de contagem da superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura). A grande maioria das tarefas tem como suporte a malha quadriculada. Em relação ao bloco tecnológico teórico foram contempladas a aditividade de área e multiplicação

enquanto configuração retangular, sendo justificadas pelo domínio das grandezas e medidas e dos números, respectivamente.

O Quadro 24 a seguir apresenta a praxeologia matemática referente ao tipo de tarefa **T2 - Determinar área de figuras planas**.

Quadro 24 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2 do LD do 5º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T2: Determinar área de figuras planas	Contar a quantidade de quadradinhos no comprimento e na largura ou vice e versa e multiplicar os valores obtidos.	Multiplicação enquanto configuração retangular; números.

Fonte: Elaborado pela autora

b) T1 - Comparar área de figuras planas:

Das duas tarefas que envolveram comparação, uma envolve comparar quatro figuras na malha com uma figura plana (retângulo) em destaque. Com isso, a técnica para resolver a tarefa é a contagem de superfície unitária que recobre cada figura na malha para verificar qual delas apresenta mesma área que a figura em destaque. Dessa forma, o bloco tecnológico-teórico que irá justificar e explicar o uso da técnica é a aditividade de área e o domínio dos números.

A outra tarefa de comparação envolve duas quadras esportivas, nas quais o autor apresenta as medidas de comprimento e largura, em m^2 , de cada quadra e solicita que o estudante faça uma multiplicação das medidas para encontrar a sua área. Após encontrar a área, o autor quer saber quais das quadras possuem maior área. Com isso, retoma a técnica de tomar os comprimentos dos lados (comprimento e largura) e multiplicá-los.

Ao multiplicar o produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura), a quadra que obtiver a maior medida terá a maior área. Essa justificativa está apoiada na multiplicação enquanto configuração retangular e na ordenação de números. Deste modo, a tarefa de comparação retoma técnicas já trabalhadas. O Quadro 25 a seguir apresenta a praxeologia matemática do tipo de tarefa T1.

Quadro 25 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T1 do LD do 5º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T1 - Comparar área de figuras planas	contagem de superfície unitária que recobre cada figura; Multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura);	Multiplicação enquanto configuração retangular; Ordenação dos números Aditividade de área Domínio dos números.

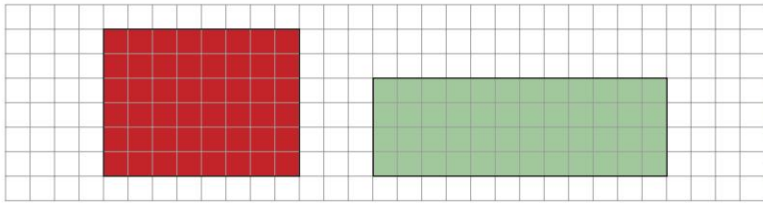
Fonte: Elaborado pela autora

c) T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies:

Para esse tipo de tarefa, encontramos duas tarefas envolvendo o efeito de modificação sobre área e sobre perímetro de uma família de superfície. A Figura 24 abaixo apresenta um exemplo de tarefa do tipo T3 dentre as duas que foram encontradas:

Figura 24 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo 3 identificada no livro do 5º ano

4. Sílvia desenhou as figuras a seguir na malha quadriculada.



• O que é possível concluir observando o perímetro e a área dos retângulos desenhados por Sílvia? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, apesar de os retângulos terem a mesma área, seus perímetros são diferentes.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 136)

Para essa tarefa, observamos que o autor contribui para o estudo da variação de área e perímetro ao apresentar duas figuras diferentes com mesma área, mas com perímetros diferentes, ou seja, a tarefa proporciona que o estudante entenda que essas grandezas não variam na mesma proporção.

Para responder à tarefa, é preciso tomar os comprimentos dos lados (comprimento e largura) e multiplicá-los para descobrir a área de cada figura ou realizar a contagem de superfície unitária que recobre cada figura. Em seguida, para resolver o perímetro, a técnica vai resultar na contagem de comprimentos unitários necessários para contornar cada figura na malha. Logo, a superfície que tiver a

maior medida é a que tem maior área e se tiverem a mesma medida, terão mesma área (Santos, 2015), assim como a figura que tiver a maior medida de contorno terá o maior perímetro. Para concluir, basta comparar as áreas das superfícies com os seus contornos.

O bloco tecnológico-teórico que vai justificar o uso da técnica em relação ao saber área é a aditividade de área ou multiplicação enquanto configuração retangular e o domínio dos números naturais. Já o que justifica a técnica para o saber perímetro é a propriedade das figuras geométricas planas, a operação de adição e a ordenação de números, justificadas pelo domínio da geometria e dos números naturais, respectivamente.

Neste tipo de tarefa o autor valoriza o quadro numérico, uma vez que a ordenação das áreas é feita a partir da ordenação de suas medidas.

Outro fator importante nessa tarefa é o trabalho de área e perímetros juntos que o autor valorizou, pois no estudo de área enquanto grandeza Baltar (1996) afirma que atividades dessa natureza contribuem para a dissociação entre área e perímetro no sentido topológico, para que os estudantes compreendam que a área está associada à superfície e o perímetro está associado ao seu contorno e no sentido variacional, ao mostrar que área e perímetro não variam no mesmo sentido podendo ocorrer que figuras de mesma área podem ter perímetros distintos ou vice-versa.

Quadro 26 - Praxeologia matemática referente ao tipo de tarefas T3 identificada LD do 5º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico-teórico
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies	Multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura); contagem de comprimentos unitários	Aditividade de área ou multiplicação enquanto configuração retangular; propriedade das figuras geométricas planas; operação de adição; ordenação de números; domínio da geometria e dos números naturais.

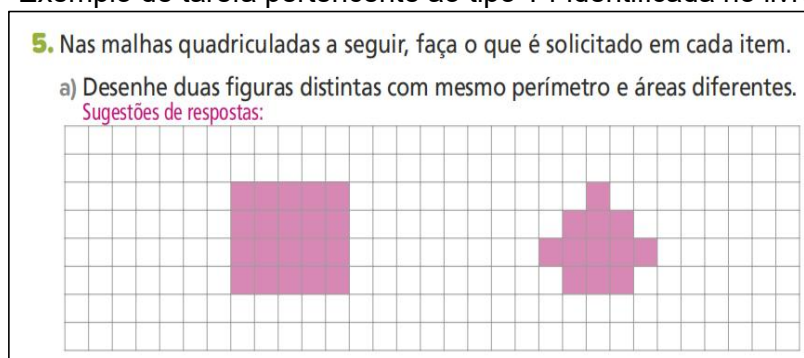
Fonte: Elaborado pela autora

d) T4 - Produzir uma superfície de área dada:

Dando continuidade à ampliação dos tipos de tarefas, o autor apresenta duas tarefas do tipo T4, a qual foi privilegiada desde o volume do 3º ano. Nesse tipo de tarefa ele solicita que o estudante produza duas figuras distintas com mesmo

perímetro e área diferente na primeira tarefa e duas figuras distintas com perímetros diferentes e mesma área na segunda tarefa. A Figura 25 abaixo apresenta uma dessas tarefas:

Figura 25- Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T4 identificada no livro do 5º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 137)

Para essa tarefa, o autor não apresenta a técnica nem o bloco tecnológico teórico. No entanto, a técnica que inferimos e que vai resultar para resolver essa tarefa é construir na malha quadriculada duas figuras quaisquer, distintas, com o comprimento do contorno de mesma medida e com quantidade de superfícies unitárias distintas. Ao desenhar duas figuras distintas na malha, respeitando as condições dadas, figuras que apresentam quantidades de superfícies unitárias diferentes possuem áreas diferentes (Moura, 2019). A propriedade aditiva de área e das figuras planas e o domínio dos números naturais e da geometria compõem o bloco tecnológico-teórico.

A segunda tarefa do tipo T4 solicita que o estudante desenhe duas figuras distintas, mas com perímetro distintos e áreas iguais. Com isso, a técnica será construir na malha duas figuras distintas com medidas do contorno diferentes, e quantidade de superfícies unitárias iguais. Ao desenhar duas figuras distintas na malha, respeitando as condições dadas, figuras que apresentam quantidades de superfícies unitárias iguais possuem áreas iguais (Moura, 2019).

Percebemos que nessa tarefa é possível valorizar a distinção área e figura, visto que figuras distintas podem ter mesma área, contribuindo para a apropriação da área como grandeza, corroborando com o que é proposto por Lima e Bellemain (2010). Outro fator importante que pode ser explorado na tarefa é o aspecto variacional (Baltar, 1996), visto que figuras de mesma área podem ter perímetros distintos ou vice-versa, como exposto na nossa fundamentação teórica.

Quadro 27 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T4 do LD do 5º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T4 - Produzir uma superfície de área dada	Construir na malha quadriculada duas figuras quaisquer, distintas, com os comprimentos dos contornos de mesma medida e com quantidade de superfícies unitárias em seu interior diferentes e.	Propriedade aditiva de área; Propriedades das figuras planas; Números naturais; Geometria.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

e) T7: Operar com medidas de área de figuras planas:

O autor continua ampliando a exploração de tipos de tarefas para o saber área de figuras planas. Para o tipo de tarefas T7 são propostas 3 tarefas que exigem que seja realizada alguma operação de multiplicação ou divisão, com unidades de medidas convencionais, envolvendo texto verbal. A Figura 26 a seguir apresenta uma dessas tarefas:

Figura 26 - Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T7 localizada no livro do 5º ano

2. Gustavo está pintando um muro retangular que tem 12 m de comprimento e 3 m de altura. Com uma lata de tinta, ele consegue pintar 9 m² do muro.

Então, Gustavo vai precisar de 4 latas de tinta para pintar o muro todo.

$$12 \times 3 = 36$$

$$36 \div 9 = 4$$

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 139)

Para resolver esse tipo de tarefa, o autor propõe a técnica de Multiplicação das medidas de comprimento e da altura dadas e operação fundamentais para descobrir a área total do muro em m² e a quantidade de latas de tinta necessárias para pintar todo o muro.

A Multiplicação, enquanto configuração retangular, propriedade da operação de divisão e domínio dos números naturais, compõe o bloco tecnológico-teórico.

Outra tarefa do tipo T7 envolve um painel formado por 16 peças retangulares com 192m² de área. Com isso, o autor pede para o estudante encontrar a área de cada peça. A técnica que o autor expõe vai resultar na operação de divisão da área total pela quantidade de peças do painel para encontrar a área de cada peça. Ao

dividir a área total do painel pelas 16 peças que compõem o painel, obtém-se a área de cada peça. A propriedade da operação de divisão e o domínio dos números naturais justificam a divisão realizada.

Por fim, a última tarefa desse tipo diz respeito à elaboração de um problema envolvendo a medida da área de um terreno que foi dividido em dois lotes. Com isso, o autor dá a medida de área de um dos lotes do terreno (125m^2) e diz que a medida da área do segundo lote é o dobro da área do primeiro. Desta forma, o autor pretende que o estudante elabore um problema com essas informações, buscando a área total do terreno.

De acordo com as informações do problema, a técnica que inferimos vai resultar na operação de multiplicação da área dada vezes 2, já que ele diz que o segundo lote tem o dobro do primeiro. Em seguida, o estudante deve realizar uma operação de adição juntando as duas medidas dos lotes para encontrar a área total do terreno. Ao multiplicar a área dada do lote vezes 2 e juntar as duas medidas de área dos lotes, obtém-se a área total do terreno. As propriedades das operações fundamentais e o domínio dos números naturais compõem o bloco tecnológico-teórico.

Como visto, para as três tarefas do tipo T7 o autor valoriza o quadro numérico e utiliza as mesmas técnicas para operar com área. O Quadro 28 a seguir apresenta a praxeologia matemática do tipo de tarefa T7.

Quadro 28 - Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T7 do LD do 5º ano

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico-teórico
T7: Operar com medidas de área	Multiplicação das medidas de comprimento e da altura dadas e operação fundamentais.	Multiplicação enquanto configuração retangular, propriedade da operação de divisão e domínio dos números naturais.

Fonte: Elaborado pela autora

Na análise do livro do 5º ano percebemos que o autor apresenta diferentes tipos de tarefas, mas prioriza nas tarefas o quadro numérico. As técnicas mais utilizadas são a técnica de contagem de superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes. No entanto, o autor não utiliza fórmulas para realizar as tarefas, corroborando com o nosso referencial teórico (Lima; Bellemain, 2010), quando diz que o ensino de área de figuras planas, com o uso de fórmula, só deve acontecer nos anos finais do Ensino Fundamental.

Como as técnicas são repetitivas, o bloco tecnológico teórico também se repete na sua grande maioria (configuração retangular, domínio dos números e propriedade das operações) para justificar o uso da técnica.

Durante a análise da praxeologia matemática, notamos que o autor contemplou as habilidades propostas pela BNCC, “Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais” e “Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes” (Brasil, 2018, p. 296), como também os objetivos de aprendizagem propostos pela Política de Ensino da Prefeitura do Recife para o 5º ano, conforme Quadro 29 abaixo:

Quadro 29 - Objetivos de aprendizagem proposto pela Política de Ensino do Recife para o 5º ano

Determinar a medida do perímetro e da área de quadriláteros, triângulos, e outros polígonos, representados em malhas quadriculadas.
Compreender o significado de um metro quadrado, e de um centímetro quadrado, para comparar áreas.
Reconhecer as grandezas de comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar a unidade adequada, para medir cada grandeza.
Desenvolver estratégias, para estimar e comparar a medida da área e do perímetro de retângulos, triângulos, e outras figuras poligonais, utilizando malhas.
Resolver e elaborar problemas, envolvendo medidas das grandezas, recorrendo às transformações entre as unidades convencionais mais usuais de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais, em contextos socioculturais.

Fonte: Recife (2021, p. 354).

Desta forma, observamos que o livro do 5º ano favorece a prática do professor e a aprendizagem do estudante por contemplar o que os documentos curriculares propõem em sua totalidade sobre área de figuras planas.

6.3.2 Praxeologia didática presente no livro do 5º ano do Ensino Fundamental

Nossas categorias de análise para este tópico estão ligadas aos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). Sendo assim, iremos observar o livro buscando como está organizado a realidade matemática a partir dos seis momentos

de estudo, a saber: Primeiro encontro; Exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Trabalho da técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Institucionalização; e Avaliação. Lembramos que para esses momentos não existe uma ordem cronológica. Com isso, analisaremos o livro nessa perspectiva.

O saber área inicia-se no capítulo 2: Medindo superfície a partir de uma situação cotidiana, mostrando a área de um apartamento em m^2 em um anúncio de venda de um imóvel. Esse é o primeiro momento de estudo, ou seja, é onde acontece o (re)encontro com o saber, tendo em vista que esse conteúdo já foi visto nos volumes anteriores.

A Figura 27 abaixo exemplifica como o saber área é iniciado no livro do 5º ano.

Figura 27 - Extrato do livro do 5º sobre o primeiro encontro com o saber área

Observe as situações a seguir.

1ª situação: Antes de comprar uma casa ou um apartamento, geralmente, as pessoas querem saber qual é a área desse imóvel.



Venha conhecer o apartamento decorado com área de $70 m^2$.

* De acordo com o anúncio, qual é a área desse apartamento? $70 m^2$

2ª situação: Para criar medidas de proteção ambiental, é importante determinar a área de regiões que devem ser preservadas.

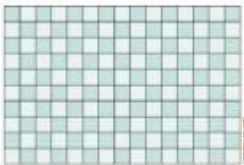
* Quais unidades de medida de área você conhece?

Resposta pessoal.



* O Parque Nacional da Chapada Diamantina (BA) é uma região de preservação ambiental cuja área é de, aproximadamente, $1\,520 km^2$.

3ª situação: A figura a seguir representa a parede de uma cozinha sobre a qual foram colocados azulejos quadrados.



* Quantos desses azulejos foram colocados nessa parede?

150 azulejos.

$15 \times 10 = 150$

Nesse caso, se tomamos como unidade de medida o azulejo quadrado, a quantidade de azulejos indica a área da parede.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 134)

Na situação 2, o autor apresenta a área de preservação do Parque Nacional da Chapada Diamantina em Km^2 e questiona quais unidades de medida o estudante conhece, explorando os conhecimentos prévios deles sobre unidade de medida de área.

Ainda nessa mesma página, o autor apresenta uma terceira situação mostrando uma parede de cozinha que foi coberta por azulejos quadrados, a qual é representada por uma malha quadriculada, em formato retangular.

Como podemos perceber, o livro começa a explorar, na primeira página de abertura do conteúdo, a presença do saber área no cotidiano, trazendo uma questão de ordem pessoal como visto na situação 2. Já na terceira situação ele aborda o tipo de tarefa **T2** - *Determinar área de figuras planas* explora a contagem (técnica já utilizada) e pela primeira vez a técnica de configuração retangular junto com a elaboração da técnica que é multiplicar a medida dos lados adjacentes para encontrar a medida da área, apresentando, assim, o segundo momento didático.

Na segunda página o autor continua abordando a tarefa do tipo T2 e explorando a técnica da multiplicação enquanto configuração retangular, tornando a técnica precisa.

Em seguida, o autor conduz os estudantes para a técnica de contagem da quantidade de superfície unitária para encontrar a área dos retângulos na malha quadriculada. Para esse tipo de tarefa e técnica, percebemos que o bloco tecnológico- teórico situa-se no quadro numérico.

Desta forma, os estudantes podem apresentar dificuldade na compreensão do conceito de área, já que o autor não considera o conceito de área enquanto grandeza, como discutido em nosso referencial, deixando o campo geométrico e das grandezas carentes de tarefas.

Dando continuidade ao capítulo, o autor continua ampliando o quantitativo de tarefas no exemplar, apresentando o tipo **T1** - *Comparar área de figuras planas*, onde retoma a técnica da contagem de superfícies unitárias. Percebemos que o trabalho da técnica está sendo melhorado para dar conta da tarefa.

Adiante, o autor começa a trabalhar com medidas padronizadas apresentando as mais convencionais: cm^2 e m^2 . As tarefas retomam ao tipo T2 e a técnica de multiplicar os lados adjacentes. Como visto, o trabalho da técnica não evolui, o autor vai repetindo as técnicas já exploradas para esses tipos de tarefas buscando a precisão e o domínio da técnica. Nesse instante, também apresenta o ambiente tecnológico-teórico, ou seja, o terceiro momento de estudo quando expõe que a medida da área “corresponde ao resultado de uma multiplicação, pois a figura tem uma disposição retangular” (Giovanni Junior, 2021, p.139).

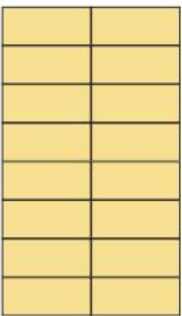
Durante a análise foram poucas as vezes em que o autor apresentou as justificativas das técnicas de forma explícita, ou seja, o terceiro momento de estudo (ambiente tecnológico-teórico). Com isso, muitas vezes foram feitas inferências para explicar e justificar o porquê de a técnica dar certo. Logo, diante da técnica de contagem, que foi a mais explorada nesse volume, o ambiente tecnológico-teórico é fortalecido pelo campo numérico.

Observamos, no volume do 5º ano, que o autor não define oficialmente o que é área, mas fica subentendido diante das tarefas e técnicas apresentadas que área é a medida da superfície, isto é, o autor valoriza área enquanto número e desconsidera a característica da superfície que defendemos neste trabalho. Dessa forma, fica evidente que o autor valoriza o quadro numérico nesse volume.

Dando continuidade ao capítulo, o autor apresenta o tipo de tarefa T7: Operar com medidas de área e evolui com a técnica de multiplicação e divisão para descobrir quantas latas de tintas são necessárias para pintar um muro com 36m^2 de área, já que uma lata pinta 9m^2 do muro. A Figura 28 abaixo aborda a exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica, ou seja, o segundo momento de estudo:

Figura 28 - Extrato do livro do 5º ano que explora o 2º momento de estudo

4. Um painel de cortiça foi formado por peças retangulares, de mesmas medidas e mesmo formato, conforme representado na figura abaixo.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$\begin{array}{r}
 192 \div 16 \\
 \underline{- 16} \\
 32 \\
 \underline{- 32} \\
 0
 \end{array}$$

Se o painel tem 192 m^2 de área, qual é a área de cada peça? 12 m^2

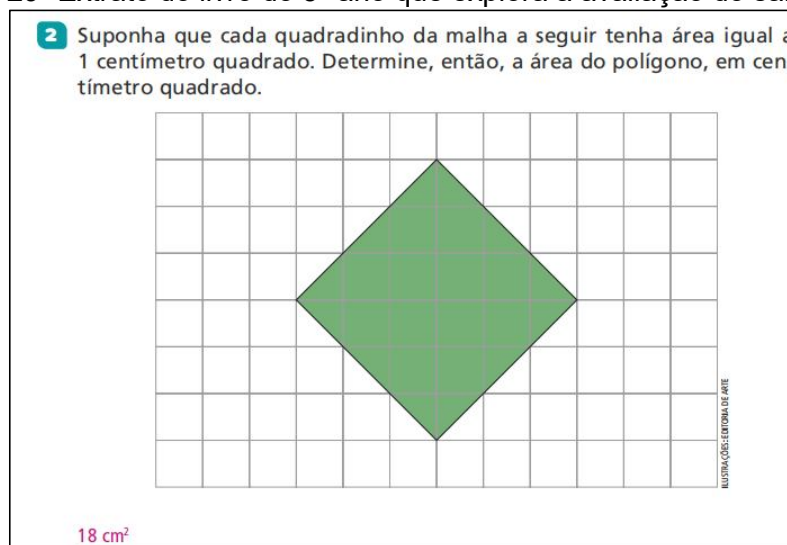
Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 140)

Durante nossa análise, observamos que o momento da avaliação praxeológica não foi contemplado como é proposto na concepção de Chevallard (1999), ou seja, ele não busca investigar se as justificativas ficaram claras ou se as técnicas deram certo, por exemplo. Nesse sentido, entendemos que o livro não

busca retomar o que foi visto na realidade matemática, para entender o que deu certo ou não.

A avaliação que o autor também apresenta nesse volume é uma avaliação da aprendizagem resgatando o que foi visto na unidade. Nessa avaliação de processo, ele propõe uma tarefa do tipo T2, utilizando como recurso a malha quadriculada. O autor informa que cada quadradinho equivale a 1cm^2 de área e deseja saber a área do polígono, conforme Figura 29 a seguir.

Figura 29- Extrato do livro do 5º ano que explora a avaliação do saber área



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 154)

A técnica que o autor resgata é a contagem da superfície unitária ao utilizar o quadrado como unidade de medida. Ele também informa que dois triângulos correspondem a um quadradinho, ou seja, quando houver duas metades de superfície na figura, conta-se uma superfície a mais. Nessa avaliação da aprendizagem, o autor resgata apenas um tipo de tarefas dos cinco que foram identificados, fato que não contribui para verificar tudo o que foi vivenciado na aprendizagem e o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico é mais uma vez fortalecido pelo campo numérico.

Enfim, dos seis momentos de estudo proposto por Chevallard, foram observados cinco, já que o momento da avaliação não foi contemplado. O momento do ambiente tecnológico-teórico quase não foi exposto explicitamente, sendo necessário que, ao longo da análise, fizéssemos inferências para explicar e justificar o uso da técnica.

Percebemos que a organização dos momentos na construção do conhecimento de área de figuras planas está concentrada na exploração do tipo de tarefa **T2** -*Determinar área de figuras planas* e na elaboração da técnica de contagem. Assim, a ênfase da constituição do ambiente tecnológico teórico é no quadro numérico. Observamos também que o trabalho com a técnica priorizou o domínio de técnicas repetitivas apesar de ter apresentado a nova técnica de multiplicação das medidas dos lados adjacentes.

Essa organização impede que o estudante desenvolva hipóteses e reflita adequadamente sobre a construção do conhecimento desse saber, resultando em lacunas na prática docente e no processo de aprendizagem do estudante, uma vez que ambos estiverem imersos com esse material.

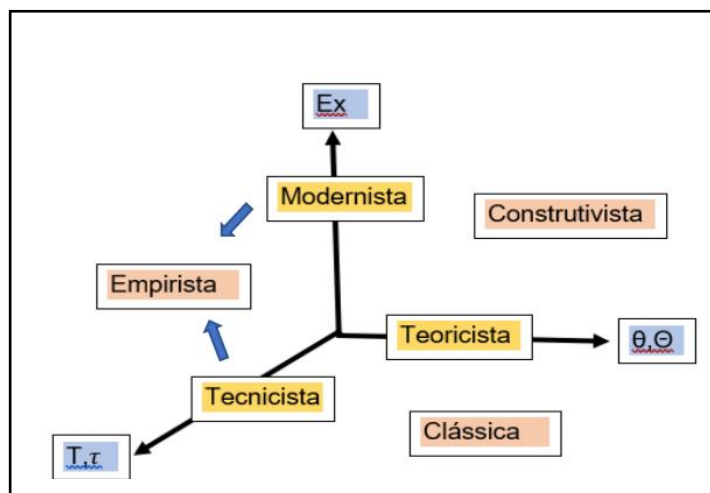
Contudo, há elogios a serem feitos às escolhas do autor, pois ele não utilizou o uso de fórmulas para explorar o saber área de figuras planas, deixando o uso de fórmulas para anos posteriores, contribuindo com o que propõe Lima e Bellemain (2010), como exposto no nosso referencial.

6.3.3 Tipo de organização didática no livro do 5º ano do Ensino Fundamental

Neste tópico, iremos identificar o tipo de organização didática proposta por Gascón (2003) no volume do 5º ano dos anos iniciais, referente à área de figuras planas, fazendo a relação com a praxeologia didática que foi encontrada, para identificar a concepção de ensino de matemática da obra em: Clássica, Empirista ou Construtivista.

Diante da análise da praxeologia didática, no volume do 5º ano, percebemos que o foco é no momento exploratório (Ex), ao explorar diferentes tipos de tarefas, e no trabalho da técnica (T, τ), trazendo técnicas repetitivas na maioria das tarefas. A técnica que predominou foi contagem de superfícies unitárias e multiplicação dos lados adjacentes. De acordo com Gascón (2003, p. 20), esse modelo de organização “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática”. O esquema ilustrado na Figura 30 a seguir exemplifica os momentos de estudos que são valorizados ao considerar a organização didática empirista.

Figura 30 - Modelo de organização didática



Fonte: Adaptada de Gascón (2003, p. 21)

Neste sentido, o estudante aprende o saber área explorando diferentes tarefas, mas aplicando técnica repetitiva, ou seja, a aprendizagem ocorre por meio de um processo didático indutivo.

6.4 ANÁLISE TRANSVERSAL DA COLEÇÃO

Nossa análise iniciou com a Praxeologia matemática, sendo assim, nos volumes 1 e 2 não foram encontrados indícios do saber área, logo só iremos apresentar os achados nos demais volumes dos anos iniciais. Nos volumes 3, 4 e 5 dos anos iniciais foi possível identificar diferentes tipos de tarefas, conforme a Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 - Quantitativo de tarefas por tipo identificados na coleção analisada por ano escolar

Ano	Tipo de tarefas				
	T1	T2	T3	T4	T7
3º ano	03	01	0	01	0
4º ano	04	07	0	04	0
5º ano	04	19	02	02	03
TOTAL	11	27	02	07	03

Fonte: Elaborada pela autora

Como visto na tabela, identificamos 5 tipos de tarefas presentes ao longo dos 3 volumes que foram analisados, que são: T1 (Comparar área de figuras planas), T2 (Determinar área de figuras planas), T3 (Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies),

T4 (Produzir uma superfície de área dada) e T7 (Operar com medida de área de figuras planas). Dentre essas, a que teve baixa frequência foi a T3, com apenas duas tarefas no total, e a que predominou com intensidade foi o tipo T2, com 27 tarefas do total de tarefas propostas.

Desse modo, verificamos que a coleção é voltada para o quadro numérico, priorizando o saber enquanto número, o que corrobora com os resultados verificados por Moura (2019), Santos (2015), Ferreira (2018) e pesquisas recentes como Cunha, *et al.* (2023).

No entanto, mesmo o autor abordando área numa perspectiva numérica, percebemos que no volume do 3º ano do Ensino Fundamental, algumas tarefas contribuem para a articulação entre os quadros geométrico e da grandeza nas tarefas que envolveram comparação de área. No volume do 4º e 5º anos contribui para que o estudante dissocie área de perímetro e compreenda que essas grandezas não variam no mesmo sentido, ou seja, figuras de mesma área podem ter perímetros distintos ou vice-versa (Baltar, 1996).

Ainda de acordo com a tabela, foi possível constatar que dois tipos de tarefas não foram contemplados na coleção, a saber: T5 (Converter unidades de área de figuras planas) e T6 (Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado, comporta dados relativos a área), talvez por serem tipos de tarefas mais complexos para a etapa dos anos iniciais e que só deverão ser trabalhados em anos posteriores do Ensino Fundamental.

No decorrer da análise, notou-se que a coleção atende às habilidades da BNCC em sua totalidade no 3º e 4º ano, já no 5º atende de forma parcial, já que não buscou nas questões recorrer às transformações entre as unidades mais usuais.

Quanto à política do Recife, observamos que o objetivo de aprendizagem proposto foi contemplado de forma parcial, já que não se comparou área por meio da composição e decomposição das figuras, no 4º ano um objetivo de aprendizagem não foi contemplado (comparar área de duas figuras planas recorrendo a sobreposição ou a decomposição e composição) e no 5º ano não foi atendido o que pede o objetivo de aprendizagem para recorrer às transformações entre as unidades de área mais usuais, fato que não contribui para o ensino do professor e na aprendizagem do estudante.

Desta forma, percebemos que a escola que adotar essa coleção irá precisar que seus professores busquem outros recursos como material manipulável,

atividades práticas envolvendo situações do mundo real, software interativos, entre outros, para que o saber área seja trabalhado em sua totalidade, sem gerar lacunas na aprendizagem dos estudantes.

Ainda na análise da praxeologia matemática, as técnicas utilizadas no 3º ano concentram-se na contagem de quadradinhos e na sobreposição das figuras, já no 4º ano, as técnicas concentram-se em contar superfície unitária para resolver os tipos de tarefas e no 5º ano as técnicas valorizadas são contagem de superfície unitária e multiplicação das medidas dos lados adjacentes.

Desta forma, percebemos que a ênfase no ensino de área, no volume do 3º ano, é voltada para o quadro geométrico. Já nos volumes dos 4º e 5º anos a ênfase é dada para o quadro numérico, o que traz fragilidades na compreensão desse saber. Portanto, para uma compreensão sólida do conceito de área, é essencial abordar esse saber articulando e diferenciando os três quadros: geométrico, numérico e das grandezas.

O ensino nessa perspectiva proporciona uma experiência de aprendizado mais rica e abrangente, o que leva os estudantes para uma compreensão sólida, no qual eles saibam distinguir área e figura, visto que figuras distintas podem ter mesma área, e também diferenciar área de número, pois ao medir uma mesma área utilizando diferentes unidades, iremos obter como resultado diferentes números, mas a área permanece a mesma (Lima; Bellemain, 2010).

Quanto às justificativas para o uso das técnicas, tivemos que fazer inferências a partir das tarefas e baseando-nos nas pesquisas de Santos (2015), Ferreira (2018) e Moura (2019), pois o autor não trouxe todas elas de forma explícita.

Na análise da praxeologia didática, foi possível identificar cinco momentos de estudo. O encontro com o saber aconteceu com situações do cotidiano apenas no 5º ano, a exploração do tipo de tarefas e elaboração da técnica que predominou foi o tipo T2, a contagem de superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes. Quanto ao trabalho da técnica, faz com que o estudante domine as técnicas diante das repetições.

O momento da institucionalização, nos três volumes, acontece no início da abordagem do saber área, isto é, junto com o primeiro encontro. De acordo com Chevallard (1999), os momentos didáticos não têm uma hierarquia, mas entendemos que ao ser institucionalizado o saber logo no primeiro encontro não

favorece que o estudante construa esse saber, já que lhe é apresentado no primeiro contato com o ensino de área.

Quanto à institucionalização do saber área, no volume do 3º ano o autor não institucionaliza, mas compreendemos que a exploração de congruência no volume do 3º ano explora o aspecto geométrico, que é necessário ao estudo de área enquanto grandeza que é defendida nesse estudo. Já nos volumes do 4º e 5º ano, o saber área é considerado enquanto medida, o que gera lacunas na aprendizagem do estudante, pois contribui para que ele tenha uma compreensão equivocada de que área é um número.

Por isso a importância de ensinar área enquanto grandeza, para que os estudantes possam destacar que a área não corresponde nem à figura nem ao número, “colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros, como também a construção de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica” (Ferreira; Bellemain, 2013, p. 4).

No que diz respeito ao momento da avaliação, o autor não aborda uma avaliação praxeológica como é proposto por Chevallard (1999), isto é, não faz uma retomada do que foi trabalhado na realidade matemática em termo de técnica, tecnologia e teoria, buscando saber o que deu certo e se os estudantes compreenderam o que foi vivenciado.

Ao invés disso, ele apresenta uma avaliação da aprendizagem, o que também é importante para avaliar o que foi proposto no ensino do saber área de figuras planas. No entanto, nas seções de avaliações o autor não faz o resgate de todos os tipos de tarefas e técnicas que foram vivenciadas.

A ênfase da organização didática da coleção está no momento exploratório e no trabalho da técnica, ou seja, o estudante aprende o saber área explorando diferentes tipos de tarefas, mas aplicando técnica repetitiva na maior parte do livro, o que caracteriza uma Organização didática empirista (Gascón, 2003).

De forma geral, a coleção apresenta uma realidade matemática ainda voltada para o tipo de tarefas **T2 - Determinar área de figuras planas** e técnicas relacionadas à contagem de superfícies unitárias, confirmando o que dizem os resultados de pesquisas, como Rosa dos Santos e Câmara dos Santos (2015), Oliveira e Santos (2019), Moura *et al.* (2017), ao analisarem área de figuras planas nos livros didáticos do Ensino Fundamental.

Portanto, uma abordagem centrada no quadro numérico não deve ser encarada como isolada, mas, sim, como parte integrante de uma estratégia mais ampla de ensino. A interconexão entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas é crucial para garantir uma compreensão profunda sobre área de figuras planas, principalmente, nos anos iniciais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa tomamos como estudo o LD, por ser um recurso muito utilizado no processo de ensino, na prática pedagógica e contribuir significativamente para a aquisição, consolidação, ampliação e aprofundamento dos conhecimentos dos estudantes. Com isso, nossa pesquisa teve como questão norteadora: qual a abordagem matemática e didática presente em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos iniciais em relação ao estudo de área de figuras planas?

Para responder a esse questionamento nos fundamentamos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1999), especificamente nas praxeologias matemática e didática, que nos ajudaram a caracterizar, na coleção, os tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria, como também os momentos didáticos. Fundamentamo-nos também nos Tipos de Organização Didática propostos por Gascón (2003), para nos ajudarem na análise da proposta de ensino da obra.

Em relação ao saber área de figuras planas, apoiamo-nos em Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002) e demais pesquisadores que consideram esse saber enquanto grandeza por envolver a articulação e a diferenciação entre os quadros geométricos, numéricos e das grandezas.

Respondendo a nossa questão norteadora, diante da análise da coleção, **A conquista matemática**, quanto ao ensino do saber área de figuras planas, a praxeologia matemática revelou que o autor apresenta tarefas pertencentes aos tipos de tarefas (T1, T2, T3 e T4) que favorecem o ensino desse saber, contemplando o que propõe a Base Nacional e vai além, ao propor tarefas do tipo T7, ampliando o ensino de área.

O tipo de tarefas que prevaleceu no volume do 3º ano foi o **T1 - Comparar área de figuras planas**, priorizando área enquanto grandeza ao valorizar a articulação dos quadros. Já no 4º e 5º anos, o tipo de tarefas que predominou foi o **T2 – Determinar área de figuras planas**, priorizando o quadro numérico, fato que pode gerar lacunas, pois o estudante pode entender que área e número são sinônimos.

Quanto às técnicas, o autor se prevalece de técnicas repetitivas para que o estudante fosse aprimorando o uso delas. Para o ensino de área, o autor entende que as técnicas que vão resultar para resolver as tarefas são as de sobreposição no volume do 3º ano, a técnica de contagem de superfície unitária no volume do 4º ano e a técnica de multiplicação das medidas dos lados adjacentes da figura no volume do 5º ano, por serem as técnicas que prevaleceram na coleção. O bloco tecnológico-teórico que prevaleceu para justificar e dar sustentação à técnica foi aditividade de área e multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números naturais e das grandezas e medidas.

Ao voltarmos nosso olhar para o modo como o ensino de área é abordado na coleção, ou seja, a praxeologia didática, foi possível perceber que os momentos de estudos estão organizados seguindo uma sequência que o autor julga importante, tendo em vista que esses momentos não possuem uma cronologia (Chevallard, 1999). Desta forma, o autor apresenta o 1º, 2º, 4º e 5º momentos ao mesmo tempo assim que apresenta o conteúdo em todos os volumes analisados. No entanto, entendemos que a forma como está organizado o processo de ensino desse saber, ao trazer o 5º momento no início da abordagem do conteúdo, não contribui para que o estudante reflita e construa o conceito, tendo em vista que esse já está sendo dado.

Com isso, sugerimos que os professores, usuários do livro, busquem outros recursos com atividades práticas, utilizando material concreto e fichas com resolução de problemas antes de utilizarem o livro para que o estudante tenha oportunidade de explorar o saber, investigar, formular hipóteses, resolvendo problemas de maneira criativa, construindo ativamente seu conhecimento, e só depois o livro deverá ser apresentado para trabalhar o saber área.

No que diz respeito ao tipo de organização didática, foi possível observar na coleção que o autor enfatiza o tipo de organização empirista, ou seja, integra o momento exploratório (Ex) e o trabalho da técnica (T, τ) mediante um processo indutivo voltado para repetição de técnicas, o que não promove a autonomia e a capacidade dos estudantes de resolverem as tarefas de forma reflexiva e criarem estratégias próprias.

Diante disso, gostaríamos de sugerir ao autor da coleção que o tipo de organização construtivista, integrando os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex) e abordando tarefas de resolução de problemas de forma ampla,

irá contribuir para que o estudante reflita e crie estratégias diferentes na construção do saber área de figuras planas, dando possibilidades para que ele seja ativo no processo de aprendizagem ao proporcionar uma experiência de aprendizagem mais rica, completa, motivante e relevante, preparando os estudantes não apenas para dominar os conceitos matemáticos, mas também para aplicá-los de maneira criativa e reflexiva em diferentes contextos.

Em síntese, a presente dissertação ofereceu uma investigação aprofundada sobre a abordagem da área de figuras planas em uma coleção de livro didático destinado aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os elementos discutidos proporcionaram uma compreensão mais clara das estratégias pedagógicas empregadas, destacando tanto aspectos positivos quanto desafios inerentes ao ensino desse conteúdo específico.

O estudo de nossa pesquisa não se debruçou sobre quais são as figuras que mais aparecem nos tipos de tarefas explorados e nem tivemos tempo para dividir os tipos de tarefas em subtipos de tarefas para analisar de forma mais detalhada o ensino desse saber, o que constitui uma limitação passível de ser investigada em pesquisas futuras.

Diante dos resultados, nos questionamos: Como os professores trabalham o LD na sala de aula? Será que há uma aproximação ou distanciamento da abordagem do livro? Qual o impacto da abordagem do ensino dessa coleção na aprendizagem dos estudantes? Como os estudantes entendem e abordam o saber área de figuras planas? Essas questões permitem nutrir reflexões e apontam para possibilidades de desenvolvimento de pesquisas futuras em relação ao processo de ensino e aprendizagem desse saber.

Contudo, ciente da importância do tema, acreditamos que esta dissertação possa contribuir significativamente para o avanço da educação matemática e sirva como ponto de partida para futuras pesquisas e discussões, motivando educadores no ensino desse saber, para que eles possam priorizar o conceito de área enquanto grandeza. Para isso, é importante que os resultados das pesquisas que estão sendo realizadas cheguem até os professores por meio de formação, cursos, entre outros, para que, assim, eles possam conduzir uma abordagem didática mais eficaz.

Esperamos que esta pesquisa contribua também para que os autores de livros didáticos tenham um novo olhar na elaboração de suas obras e explorem a eficácia de uma abordagem didática construtivista, promovendo um ensino cada vez

mais amplo, significativo e consistente sobre área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

- ANJOS, D. R. K. **Uma análise praxeológica das operações de adição e subtração de números naturais em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2014. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.
- BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. 358 f. Thèse (Doctorat en Didactique des Mathématiques) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.
- BARROS, A. Abordagem do conceito de área em uma coleção de Matemática do Ensino Médio: identificando tipos e subtipos de tarefas. **Educação, Escola e Sociedade**, Montes Claros, v. 9, n. 9, jan./dez. 2016.
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: Editora da SBHMat, 2002.
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. . Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no Ensino Fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto de estágio pós doutoral no exterior financiado pelo CNPq**. Recife, 2013. 95p.
- BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**. Campinas, v 25, n. 3, p. 364-387, 2017.
- BRASIL. Guia de livros didáticos. **Programa Nacional do Livro Didático-2010**: Alfabetização Matemática e Matemática. Brasília: MEC/ SEB, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: (BNCC)**. Brasília, DF: MEC. 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental/MEC: Brasília, DF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2023: matemática - guia de livros didáticos/MEC, SEB, FUNDEB**. Brasília, DF: MEC, 2019.
- BRITO, L. S.S. **Contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para a formação do conceito de cálculo de área no 5º ano do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Católica de Goiás. Goiânia, 2020.
- CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do Projovem urbano sob a ótica da teoria antropológica do didático**. 2012. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.
- CARVALHO, D. G.; BELLEMAIN, P. M. B. Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas no Currículo de Matemática do Projovem Urbano. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 123-142, abr. 2015.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. *In: L'UNIVERSITE D'ETE*, 1998, p.91-118. Actes de l'Université d'été La Rochelle. Clermont-Ferrand, France: IREM, 1998.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes em Théorie Anthropologie Didactique. *In: Recherches em Didactiques des Mathématiques 19(2)*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1999. p. 221-266.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica**: del saber sábio al saber enseñado. Tradução: Claudia Gilman. Editora AIQUE, 1991.

CHEVALLARD, Y. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques**, 2003. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em 14 nov. 2022.

COSTA, A.; BATISTA, R.; MORAIS, M. D. Área de figuras planas no 8º ano do Ensino Fundamental do Brasil: um estudo sob a ótica da teoria antropológica do didático. **Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. v.32, n. 2, 2019.

CUNHA, D. M. DA; FERREIRA, J. L.; COSTA, A. P. DA. Qual a Medida dessa Grandeza? Uma Revisão da Literatura sobre Grandezas e Medidas. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 37, p. 1-26, 27 abr. 2022

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, n. 4. vol.20, p. 387-424. 1989.

DUARTE, J. H. Retomando o conceito de área como grandeza: análise de atividades significativas para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. *In: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática*. Bahia, 2019.

FERREIRA, L. de F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. **Estratégias utilizadas por alunos do 6º ano em questões da OBEMEP sobre as grandezas comprimento e área**. 2013. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2899_1501_ID.pdf. Acesso em 23 fev. 2022.

FERREIRA, L. DURÃO, F. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do Ensino Fundamental**: o caso de aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. Recife, 2018.

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 11-37, 2003.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 2. reimpr. 6. ed. – São Paulo: Atlas, 2017.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista**: matemática: 1º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista**: matemática: 2º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista**: matemática: 3º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista**: matemática: 4º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista**: matemática: 5º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2021.

GOMES, J. O. de M. **Um processo formativo de professores de matemática**: (re)significação de conhecimentos para o ensino de área e perímetro nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2018. 219 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo – Pirituba, 2018.

IMAFUKU, D. B. S. **O ensino de área de figuras planas nos livros didáticos na transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental**. 2019. 174f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2019.

KORDAKI, M. The effect of a computer microworld on student's strategies regarding the concept of conservation of area. **Educational Studies in Mathematics**. 52: 177-209, 2003.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Matemática: Ensino Fundamental. In: Carvalho, João Bosco Pitombeira Fernandes (org.). **In: Coleção Explorando o Ensino**. Brasília-DF. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, v. 17, p. 167-200, 2010.

MARANDINO, M. Os usos da Teoria da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático para o estudo da educação em museus de ciências. **Revista Labore Ens. Ci.**, Campo Grande, v.1, n.1, p. 69-97, 2016.

MOURA, A. P. de. **Área de figuras planas no 6º ano do Ensino Fundamental**: um estudo sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

MOURA, A. P. de; BARROS, A. L. de S.; COSTA, A. P. da; VIEIRA, M. S. L. M. Área de figuras geométricas planas no 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar para a praxeologia matemática preconizada em um livro didático. **Anais do VII EPEM**. Garanhuns, Pernambuco, 2017.

NETO, J. T. Um estudo praxeológico do conteúdo de congruência de triângulos em um livro didático. **Anais do Seminário do Sul-mato-Grossense de pesquisa em Educação Matemática** – v-13 n.1, 2019.

OLIVEIRA, J. H. dos S.; SANTOS, M. R. dos. Área de figuras geométricas planas em um livro didático de matemática, adotado nas escolas públicas de Garanhuns/pe: um olhar sob a teoria antropológica do didático. **Anais VI CONEDU**. Campina Grande, 2019. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/59140>. Acesso em 30 jul. 2022.

PACHÊCO, F. F. F.; SILVA, A. S. da; FERREIRA, A. G. Análise da abordagem sobre área de figuras planas proposta pela base nacional comum curricular para o

processo de ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. **IJET-PDVL**, Recife, v.2, n.3, p. 15 - 28, Setembro/Dezembro – 2019.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental. **GT: Educação matemática**, Caxambú – MG, n.19, 2006.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental. **GT: Educação matemática**, Caxambú – MG, n.19, 2019.

RAVEL, L. **Des programmes a la classe**: étude de la transposition didactique interne. Thèse (Doctorat en Didactique des Mathématiques) – École Doctorale de Mathématiques et Informatique – Sciences et Technologies de l'information, Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2003.

RECIFE. Secretaria de Educação. **Política de ensino da rede municipal do Recife**. – 2. ed. Recife, 2021.

ROSAS, M. L. L. **Uso do livro didático de matemática analisando a prática docente no ensino de sistema de numeração decimal**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.

SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo**: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. Recife. 178f. dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife: UFRPE, 2005.

SANTOS, M. R.; SANTOS, M. C. O conceito de área de figuras geométricas planas no livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – v. 6 – n. 2 – 2015.

SANTOS, M. R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do Ensino Fundamental**: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. 2015. 281 f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SANTOS, C. B. dos; CANNE, D. V. Uma análise das noções de área e perímetro à luz da teoria antropológica do didático. **VIDYA**, v. 40, n. 1, p. 159-175, jan./jun., 2020.

SANTOS, J. B. **O conceito de função quadrática nos livros didáticos do ensino médio**: uma análise praxeológica das atividades propostas. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

SANTOS, M. R. dos. A Teoria Antropológica do Didático: elementos estruturadores. In: SANTOS, M. R. dos. (Org.) **A Teoria Antropológica do Didático como um recurso teórico-metodológico para análise de conceitos matemáticos em livros didáticos**. Recife, Ed. UFPE, 2020.

SILVA, A. da F. G.; GOMES, J. de M. Formação continuada: conhecimentos profissionais de um grupo de professores referente à conservação da área de figuras planas. **Interfaces da Educ.**, Paranaíba, v.12, n.34, p. 342-359, 2021.

SILVA JÚNIOR, C. G. da. **Critérios de adoção e utilização do livro didático de matemática no Ensino Fundamental, e a participação do professor na adoção:** o caso do Agreste de Pernambuco. 2005. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SILVA, J. V. G. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental sob a Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVA, A. D. P. R. da. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica:** um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SILVA, A. da F.G.; SILVA, S.M.F.; GALVÃO, M.E.E.L. Reflexões e conhecimentos evidenciados por professores que estudam área de figuras planas. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.28, 2019, p.1-19.

TAQUETTE, S. R.; MINAYO, M. C. Análise de estudos qualitativos conduzidos por médicos publicados em periódicos brasileiros entre 2004 e 2013. **Physis: Revista de Saúde Coletiva**, vol. 26, n. 2, 2016.

TEIXEIRA, M. J. S.; SILVA, A. B. da. Organização praxeológica sobre área de figuras planas: uma breve abordagem do livro didático. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar:** um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

TELES, R. A. M.; SÁ, Georgina Marafante. Um estudo sobre a área do retângulo em livros didáticos de matemática. **Revemat**. Florianópolis, v. 05, n. 1, p.48-60, 2010.

TURÍBIO, S. R. T.; SILVA, A. C. A influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente**, v. 2, n. 2, p. 158-178, 22 dez. 2017.

VERRET, M. **Le temps des études.** Tese (Doutorado) – Universidade de Michigan, Paris, França, 1975. Disponível em: <http://www.sudoc.fr/000031526>. Acesso em 25 fev. 2022.

ZILS, M. I. E. **Uma análise das abordagens desenvolvidas em livros didáticos sobre os conteúdos escolares área e perímetro.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2018.