



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA

**FORMAÇÃO E DINÂMICA DE SÓLITONS ULTRACURTOS E
DESENVOLVIMENTO DE FONTES PULSADAS NO INFRAVERMELHO**

Recife
2023

ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA

**FORMAÇÃO E DINÂMICA DE SÓLITONS ULTRACURTOS E
DESENVOLVIMENTO DE FONTES PULSADAS NO INFRAVERMELHO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Área de concentração: Óptica

Orientador: Prof. Dr. Edilson Lucena Falcão Filho

Coorientador: Prof. Dr. Cid Bartolomeu de Araújo

Recife
2023

Catálogo na fonte
Bibliotecária Nataly Soares Leite Moro, CRB4-1722

S618f Siqueira, André Chaves Azevedo
 Formação e dinâmica de sólitons ultracurtos e desenvolvimento de fontes
 pulsadas no infravermelho / André Chaves Azevedo Siqueira. – 2023.
 151 f.: il., fig., tab.

 Orientador: Edilson Lucena Falcão Filho.
 Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN, Física,
 Recife, 2023.
 Inclui referências e apêndice.

 1. Óptica. 2. Múltiplos sólitons ultracurtos. 3. Processo MTC. 4. Sóliton
 pendular de segunda ordem. 5. Geração de supercontínuo. I. Falcão Filho,
 Edilson Lucena (orientador). II. Título.

 535.2 CDD (23. ed.) UFPE- CCEN 2024 - 014

ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA

**FORMAÇÃO E DINÂMICA DE SÓLITONS ULTRACURTOS E
DESENVOLVIMENTO DE FONTES PULSADAS NO INFRAVERMELHO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Física da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial para a
obtenção do título de Doutor em Física.

Aprovada em: 21/12/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edilson Lucena Falcão Filho
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Lúcio Hora Acioli
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Ana Maria de Paula
Examinadora Externa
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Dr. Walter Margulis
Examinador Externo
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

In memoriam: Aos meus avós Denise, Moisés e Fernando. Aos meus tios Luiz Pessoa e Zhang Lian.

AGRADECIMENTOS

Dedico esta tese à minha família, onde deixo os meus sinceros agradecimentos pelos incentivos e apoios que tive o privilégio de receber por toda a minha vida. Sem o apoio incondicional da minha família, certamente eu não estaria escrevendo esta tese agora. Sou muito grato à educação construtivista que aprendi no Instituto Helena Lubienska, onde estudei a minha vida inteira, a qual tem sido de fundamental importância para a minha trajetória profissional.

Gostaria de agradecer ao Prof. Edilson Falcão pela orientação, pelos anos que trabalhamos juntos, pelas oportunidades que tive de trabalhar em um sistema sofisticado, pela confiança e disposição em discutir novas ideias. Gostaria de agradecer ao Prof. Cid Bartolomeu por ter aceitado ser o meu coorientador, tendo agregado muito nos meus trabalhos de doutorado, com o seu entusiasmo contagiante em discutir novas ideias, no qual me motivou em diversos momentos.

Agradeço ao Prof. Boris Malomed (Tel Aviv University) pelas suas contribuições nos meus trabalhos sobre sólitons, sempre demonstrando interesse em discutir novas ideias. Agradeço também ao Prof. Cristian Manzoni (Politecnico di Milano) pelos aprendizados imprescindíveis para a evolução do sistema de OPAs desenvolvidos nesta tese.

Extendo os meus agradecimentos aos professores Albert Reyna (UFRPE), Marcio Miranda, Anderson Gomes, Ernesto Raposo, Eduardo Padrón e Daniel Felinto pelas colaborações. Foi e tem sido muito prazeroso discutir novas ideias com todos vocês.

Gostaria de expressar um agradecimento, em especial, ao Prof. Lúcio Acioli, pela sua paciência, sempre demonstrando interesse em discutir novas ideias e pelas colaborações. Extendo os agradecimentos aos professores José Rios Leite, Anderson Amaral, Eduardo Dias e André Moura (UFAL) pelas boas discussões que tivemos nos corredores do DF.

Agradeço aos meus colegas colaboradores que trabalhamos juntos ao longo do meu doutorado: Nicolas Pessoa, Wesley Alves, Alyson Carvalho, Rodrigo Luiz e Jessica Quispe. Gostaria de expressar um agradecimento, em especial², aos meus colegas de jornada, Guillermo Palacios e Diego Guet, pelas nossas reuniões e colaborações, não medindo esforços para discutir e desenvolver novas ideias, nos 220V, como nós gostamos.

Agradeço a Larissa Almeida, pela companhia e paciência comigo durante o árduo processo que é o doutorado. Sempre trazendo leveza e compreensão em dias difíceis, e embarcando nos meus devaneios.

Por fim, agradeço aos meus amigos de profissão: Romero Carvalho, Rodolfo Brandão, Mario Barbosa, Ricardo Ximenes, Arthur Brum, Felipe Costa, Gabriel Luz, Daniel Miranda. E também aos meus amigos de fora do ambiente acadêmico: Miguel Morais, Marcelo Hns, Paulo Henrique, e a banda Kalouv pelos tantos momentos de inspiração.

Chegar aqui não foi fácil. Gostaria de agradecer também as pessoas que, de alguma forma, contribuíram ao longo da minha trajetória, mesmo aqueles que tenham permanecido por um lapso de tempo.

“Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor ” (FREIRE, 1987).

RESUMO

Com base em soluções numéricas da equação não linear de Schrödinger generalizada, apresentamos um método para gerar múltiplos sólitons ultracurtos a partir de um único pulso de entrada em guias de ondas. Para isso, é necessário que o pulso propague em dois guias de ondas no regime de dispersão normal, onde o primeiro possui um índice de refração não linear positivo ($n_2 > 0$), enquanto que o segundo meio possui um $n_2 < 0$. Desta forma, ao longo do segundo meio, pares de sólitons temporais são gerados nas bordas do pulso, e, em seguida, em regiões temporais mais próximas do centro do pulso. Denominamos este processo como Compressões Temporais Múltiplas (Multiple Temporal Compression, MTC), com destaque para o controle do número de sólitons gerados, baixo ruído na geração solitônica e promoção de configurações que promovem eventos de colisões solitônicas. Além de abordar o método MTC, observamos sólitons de segunda ordem com comportamento pendular, revelando uma dinâmica temporal pouco conhecida na literatura. Neste caso, além dos ciclos de dominância da automodulação de fase e da dispersão da velocidade de grupo, típicos do sóliton de segunda ordem, um comportamento pendular solitônico foi observado. Este comportamento pendular exibe uma dinâmica mais lenta do que os ciclos de oscilações típicas dos sólitons de segunda ordem. Em particular, foi verificado que o termo de dispersão de terceira ordem é o principal responsável por esta dinâmica pendular. Por fim, na parte final desta tese é discutido o desenvolvimento de duas fontes de pulsos ultracurtos no infravermelho baseadas em amplificadores paramétricos ópticos não colineares (*Noncollinear Optical Parametric Amplification*, NOPA). Na primeira delas foram gerados pulsos sintonizáveis no infravermelho próximo (1200 nm – 2100 nm) através da geração de diferença de frequência entre os dois NOPAs, um deles operando fixo em 965 nm e o outro sintonizável na região do visível (500 nm – 700 nm). Após o processo de diferença de frequência, um terceiro NOPA foi montado para aumentar a energia dos pulsos no IR. Este sistema possui a capacidade de gerar pulsos com poucos ciclos ópticos e com a fase da envoltória portadora autoestabilizada. A segunda fonte desenvolvida no infravermelho explorou o processo MTC para produzir um supercontínuo com espectro contendo comprimentos de onda do visível até 2200 nm. O meio de $n_2 < 0$, crítico para o MTC, foi obtido através de processo não linear de segunda ordem em cascata num cristal de BBO. Nenhum processo de filamentação foi observado no meio ativo, formado pelo conjunto de materiais autofocalizador e autodesfocalizador. Em seguida, o supercontínuo obtido por MTC, usado como semente, foi amplificado em um NOPA desenvolvido para operar em condições de degenerescência o que garantiu a amplificação em uma grande faixa espectral em torno de 1600 nm.

Palavras-chave: múltiplos sólitons ultracurtos; processo MTC; sóliton pendular de segunda ordem; geração de supercontínuo; filamentação; amplificação paramétrica óptica.

ABSTRACT

Based on numerical solutions of the generalized nonlinear Schrödinger equation, we present a method to generate multiple ultrashort solitons from a single input pulse in waveguides. This requires the pulse to propagate in two waveguides under normal dispersion conditions, where the first has a positive nonlinear refractive index ($n_2 > 0$), while the second medium has $n_2 < 0$. Along the second medium, pairs of temporal solitons are generated at the edges of the pulse and subsequently in temporal regions closer to the pulse's center. We term this process Multiple Temporal Compression (MTC), highlighting the control of the number of generated solitons, low noise in soliton generation, and the promotion of configurations that facilitate soliton collision events. In addition to the MTC method, we observe second-order pendular soliton which revealed a new and relatively unknown pendulum-like temporal dynamics for an optical soliton. In this case, a slowly pendulum-like behavior is observed on the top of the typical breathing dynamic mode of a second-order soliton. Particularly, in order to excite a second-order soliton with pendulum-like oscillations, we noticed that the third order dispersion contribution is of key importance. Finally, in the second part of this thesis, we present the development of two different infrared pulsed sources, both of them, based on noncollinear optical parametric amplification (NOPA). In the first one, tunable pulses were generated in the near infrared (1200 nm – 2100 nm) via the nonlinear difference frequency process (DFP) between two different NOPAs, one of them operates at 965 nm and the other one is tunable in the visible region (500 nm – 700 nm). After the DFP, a third NOPA was built to boost the energy of the obtained IR pulse. This first system has the capability to generate few-cycle optical pulses with self-stabilized carrier envelope phase. In the second IR-source, we exploited the MTC process to generate a supercontinuum spectrum, spanning from visible wavelengths up to 2200 nm. The self defocusing material, critical for MTC, was obtained via a second-order nonlinear cascade process in a BBO crystal. In this case, no pulse filamentation was observed in the active medium which is consisted of a self-focusing and a self-defocusing material. At the end, the MTC supercontinuum, used as a seed, was amplified in a NOPA designed to operate under degeneracy conditions. The degeneracy operation guaranteed a very broadband IR amplification around 1600 nm.

Keywords: multiple ultrashort solitons; MTC process; second-order pendular soliton; supercontinuum generation; filamentation; optical parametric amplification.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEP	Carrier-envelope phase
ENLSG	Equação não linear de Schrödinger generalizada
FS	Fused silica
FSW	Fused silica waveguide
FWHM	Full width at half maximum
GDF	Geração de diferença de frequência
GSC	Geração de supercontínuo
GSF	Geração de soma de frequência
GSH	Geração de segundo harmônico
GVD	Group-velocity dispersion
GVM	Group-velocity mismatch
LTF	Limitado por transformada de Fourier
MPI	Multiphoton ionization
MTC	Multiple temporal compression
NPs	Nanopartículas
NOPA	Noncollinear optical parametric amplification
OPA	Optical parametric amplification
PCF	Photonic-crystal fiber
RK4IP	Fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture
SPM	Self-phase modulation
SSFS	Soliton self-frequency shift
TAG	Taxa de atraso de grupo
TOD	Third-order dispersion

SUMÁRIO

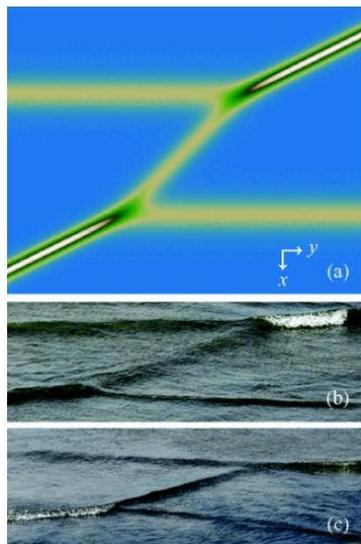
1	INTRODUÇÃO	11
2	PROPAGAÇÃO UNIDIMENSIONAL DE PULSOS ULTRACURTOS	19
2.1	Efeitos longitudinais: Aproximação de guia de ondas.....	19
2.1.1	<i>Dispersão de pulsos ultracurtos</i>	20
2.1.2	<i>Não linearidade: Automodulação de fase temporal, self-steepening e espalhamento Raman intrapulso</i>	24
2.2	Equação não linear de Schrödinger generalizada: Propagação de pulsos ultracurtos...	31
2.2.1	<i>Efeitos dispersivos</i>	32
2.2.2	<i>Efeitos da não linearidade</i>	38
2.2.3	<i>Geração de supercontínuo (GSC)</i>	41
3	SÓLITONS TEMPORAIS	47
3.1	Sólitons fundamentais	48
3.2	Sólitons de segunda ordem	52
3.3	Comportamento pendular do sóliton de segunda ordem	60
4	MULTIPLE TEMPORAL COMPRESSION (MTC): GERAÇÃO DE MÚLTIPLOS SÓLITONS TEMPORAIS	75
4.1	Geração de múltiplos sólitons fundamentais através do processo MTC	76
4.2	Comparação entre o processo MTC e fissão solitônica convencional	87
5	AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA E FONTES DE PULSOS ULTRACURTOS NO INFRAVERMELHO	97
5.1	Amplificação paramétrica óptica (Optical Parametric Amplification, OPA)	99
5.1.1	<i>Ondas monocromáticas</i>	99
5.1.2	<i>Pulsos ultracurtos</i>	104
5.1.3	<i>Geometria de interação colinear e não colinear</i>	106
5.2	Sistema baseado em NOPAs autoestabilizado em fase no infravermelho	108
5.2.1	<i>Amplificadores paramétricos ópticos não colineares no visível e infravermelho</i>	109
5.2.2	<i>Diferença de frequência entre NOPAs e amplificação no infravermelho</i>	113
5.3	NOPA no infravermelho a partir de espectros supercontínuos obtidos através de um sistema baseado no processo MTC	117
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	130
	REFERÊNCIAS	132
	APÊNDICE A - FILAMENTAÇÃO E GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO ...	143

1 INTRODUÇÃO

Em 1834, o engenheiro John Scott Russell pesquisava como o formato do casco influenciava a velocidade dos barcos em canais da Escócia. Ele observou o que chamou de "uma grande onda solitária" que viajava por quilômetros sem se dissipar. Agora compreendemos que a propagação estável de ondas desse tipo requer um equilíbrio preciso entre efeitos lineares e não lineares; e o estudo dessas ondas solitárias, ou sólitons, tornou-se central no campo de sistemas não lineares (DUDLEY et al., 2023).

Em 1895, os matemáticos Diederik Korteweg e Gustav de Vries deduziram a equação que descreve a propagação de ondas em águas rasas. A partir dessa equação (KdV), foi possível descrever o comportamento solitônico observado por John Scott Russell. Após essa descoberta, outras equações, em outros sistemas físicos, tais como, a equação não linear de Schrödinger, equação de Gross-Pitaevskii, modelo de sine-Gordon e a equação de Ginzburg-Landau também demonstraram ser capazes de suportar soluções solitônicas (SHABAT; ZAKHAROV, 1972; HELAL, 2022). A Fig. 1 mostra um exemplo de interação entre sólitons gerados em águas rasas, onde a Fig. 1(a) é um resultado numérico, enquanto que as Figs. 1(b,c) são fotografias (ABLOWITZ; BALDWIN, 2012).

Figura 1 - Sólitons em águas rasas: (a) Resultado numérico, (b,c) Fotografias.



Fonte: Retirado de (ABLOWITZ; BALDWIN, 2012).

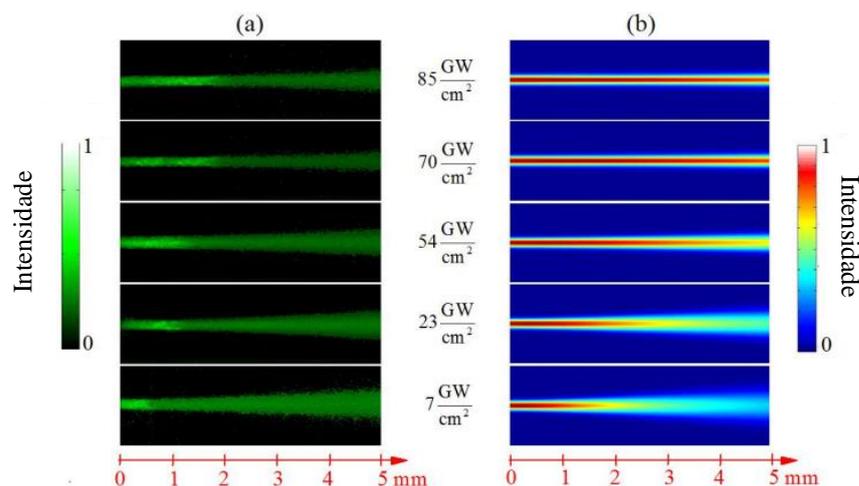
Entre os sistemas físicos que apresentam comportamento solitônico, destacamos: ondas de spin em magnetismo (BOARDMAN; NIKITOV; WABY, 1993; LEBLOND;

VEERAKUMAR, 2004), ondas de plasma (LONNGREN, 1983), condensados de Bose-Einstein (SCOTT; BALLAGH; BURNETT, 1998; DENSCHLAG et al., 2000), ondas ópticas (CHIAO; GARMIRE; TOWNES, 1964; HASEGAWA; TAPPERT, 1973) e outros.

Em particular, quanto aos sólitons ópticos, as primeiras observações foram no perfil transversal de feixes de laser, os chamados sólitons espaciais (CHIAO; GARMIRE; TOWNES, 1964; BARTHELEMY; MANEUF; FROEHLI, 1985), onde a difração de um feixe laser pode ser compensada por uma variação no índice de refração dependente da intensidade (STEGEMAN; SEGEV, 1999).

Em particular, para meios Kerr, onde $\Delta n = n_2 I$, se $n_2 > 0$, feixes Gaussianos intensos experimentam o efeito de autofocalização. Este comportamento se deve à uma maior contribuição de $\Delta n = n_2 I$ na região central do feixe, promovendo um efeito de lente convergente no meio. De fato, em meios com $n_2 > 0$, sólitons brilhantes (*bright solitons*) podem ser observados através da compensação entre os efeitos de autofocalização e difração. A Fig. 2 apresenta um exemplo da manifestação de sólitons ópticos espaciais conforme a intensidade do feixe aumenta (REYNA, 2017), onde a preservação do diâmetro do feixe ao longo da propagação no meio é observada.

Figura 2 - Exemplo da manifestação dos sólitons ópticos espaciais em amostra coloidal com nanopartículas metálicas: (a) Imagem longitudinal obtida experimentalmente, (b) Resultados numéricos.



Fonte: Retirado de (REYNA; JORGE; DE ARAÚJO, 2014).

Após a descoberta dos sólitons ópticos espaciais, 50 anos atrás, foi proposta, teoricamente, a manifestação dos sólitons ópticos longitudinais (ou temporais) através da propagação de pulsos em guias de ondas (HASEGAWA; TAPPERT, 1973). Somente em 1980

é que foi realizado o primeiro experimento comprovando os sólitons ópticos temporais (MOLLENAUER; STOLEN; GORDON, 1980). A década de 80, de fato, foi um período de importantes descobertas relacionadas aos sólitons ópticos temporais (ANDERSON; LISAK, 1983; GORDON; 1983; KODAMA, 1985; MOLLENAUER, 1985; GOUVEIA-NETO; GOMES; TAYLOR, 1987; AGRAWAL, 1987; WEINER et al., 1988; GOUVEIA-NETO; GOMES; TAYLOR, 1988, 1989; BLOW; WOOD, 1989).

Desde então, a óptica não linear tem se desenvolvido e promovido avanços significativos em diversas áreas relacionadas à tecnologia, com destaque para sistemas baseados em comunicação óptica e o desenvolvimento de fontes de pulsos ultracurtos. Neste último, através da propagação de pulsos de picossegundos de alta potência em guias de ondas no regime de dispersão anômala, tipicamente, a compressão temporal pode gerar sólitons com tempos de duração da ordem de femtossegundos (MOLLENAUER, 1985, GOUVEIA-NETO; GOMES; TAYLOR, 1988).

Uma das condições para a geração de sólitons ópticos brilhantes temporais através de um meio com $n_2 > 0$, é que o meio apresente dispersão anômala no comprimento de onda de interesse. Em fibras ópticas convencionais baseadas em sílica fundida, esse regime pode ser obtido considerando pulsos com comprimento de onda acima de $1,3 \mu\text{m}$ (AGRAWAL, 2013).

A partir do desenvolvimento da fibra de cristal fotônico (*photonic-crystal fiber*, PCF), no qual um núcleo de sílica é cercado por um revestimento (*cladding*) de sílica com um arranjo periódico de furos de ar, foi possível deslocar, de forma controlada, a região de dispersão anômala para comprimentos de onda muito mais baixos (700 nm – 900 nm) do que os alcançáveis pelas fibras convencionais. O controle da dispersão nas PCFs se dá através de dois graus de liberdades: o diâmetro e o espaçamento dos furos de ar (KNIGHT et al., 1996; BIRKS; KNIGHT; RUSSELL, 1997; RUSSELL, 2003; LIU et al., 2012).

Em particular, destacamos a importância, para a metrologia óptica, da geração de espectros supercontínuos a partir dos lasers de Ti:Safira. Neste caso, por operarem próximos dos 800 nm, os lasers de Ti:Safira e as PCFs tem sido amplamente utilizadas para as mais diversas aplicações (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; ARTEAGA-SIERRA; ANTIKAINEN; AGRAWAL, 2018). Assim, os espectros supercontínuos obtidos a partir das PCFs se destacaram como ferramenta para a obtenção e estabilização dos pentes de frequência, um campo que posteriormente foi agraciado com o Nobel de Física de 2005 devido às importantes contribuições do John Hall e Theodor Hänsch (JONES et al., 2000;

HOLZWARTH et al., 2000; BELLINI; HÄNSCH, 2000; UDEM; HOLZWARTH; HÄNSCH, 2002).

Por sua vez, pulsos ultracurtos possibilitam a compreensão da dinâmica de diversos processos em materiais em escalas temporais ultracurtas através da excitação e sondagem ultrarrápidas. Esta capacidade faz da óptica ultrarrápida uma ferramenta importante no desenvolvimento de novas áreas de pesquisas em física, química e biologia, possibilitando novos métodos para a observação de processos fundamentais em escalas de tempo que vão de femtossegundo até attosegundo. Tais como: mapeamentos de reações químicas (MOKHTARI et al., 1990), estudo de eventos primários da fotossíntese (SCHLAU-COHEN; DAWLATY; FLEMING, 2011) e o estudo da dinâmica de elétrons na matéria em attosegundos, área recentemente agraciada com o Nobel de 2023 devido às importantes contribuições de Pierre Agostini, Ferenc Krausz e Anne L’Huillier (L’HUIILLIER; SCHAFFER; KULANDER, 1991; SCHINS et al., 1994; HENTSCHEL et al., 2001) para a geração de pulsos de attosegundos.

Por estas razões, nos últimos anos, houve uma grande busca por fontes de pulsos ultracurtos (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; BRIDA et al., 2009; VOGELSANG et al., 2014; LIANG et al., 2017), com destaque aos trabalhos seminais premiados com o Nobel de 2018 da Donna Strickland e do Gérard Mourou pela descoberta do método CPA (*Chirped Pulse Amplification*), permitindo a geração de pulsos ultracurtos e intensos sem danificar o meio de ganho (STRICKLAND; MOUROU; 1985; MAINE, P. et al., 1988). O método essencialmente consiste em promover um forte alargamento temporal no pulso antes do estágio de amplificação do laser, ocorrendo a compressão temporal no último estágio do sistema. A partir deste método, o pulso adquire altas energias, mas baixas intensidades de pico no estágio de amplificação, e assim, evitando dano óptico no meio de ganho.

Em particular, sistemas com a capacidade de gerar pulsos ultracurtos intensos com a fase da envoltória portadora (*Carrier-Envelope Phase, CEP*) autoestabilizada e sintonizável, são características de fundamental importância para o controle coerente de processos dependentes da forma precisa do campo elétrico, como na geração de altos harmônicos, sendo elemento chave para a manipulação e controle dos pulsos de attosegundos (ZENG et al., 2003; NISOLI et al., 2003; KRAUSZ; IVANOV, 2009; ISHII et al., 2014; HOLLINGER et al., 2020). Por outro lado, a capacidade de sintonização espectral da fonte de pulsos ultracurtos permite o controle de qual região do espectro irá interagir com o material, sendo possível se aproximar ou se afastar de alguma ressonância específica do meio (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; BRIDA et al., 2009; VOGELSANG et al., 2014).

Neste contexto, esta tese aborda os problemas de geração de sólitons ultracurtos, dinâmica solitônica e o desenvolvimento de fontes de pulsos ultracurtos no infravermelho.

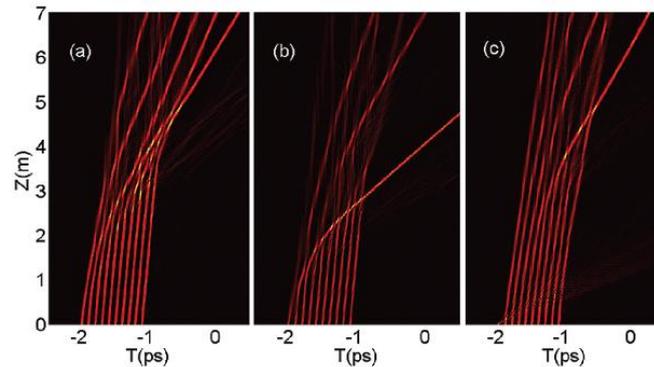
De fato, estudando soluções numéricas da equação não linear de Schrödinger generalizada, apresentamos um método para gerar múltiplos sólitons temporais ultracurtos a partir de um único pulso de entrada em guias de ondas. Para isso, é necessário que o pulso propague por dois meios de dispersão normal, onde o primeiro seria autofocalizador ($n_2 > 0$) e o segundo autodesfocalizador ($n_2 < 0$). Desta forma, o pulso experimenta um alargamento espectral e temporal no primeiro meio, adquirindo *chirp* não linear positivo, enquanto que ao propagar no segundo meio, o efeito de compensação no *chirp* promove a geração de pares de sólitons temporais primeiro nas bordas do pulso, e em seguida, em regiões temporais mais próximas do centro do pulso. Assim, todos os sólitons são gerados em posições temporais diferentes.

Denominamos este processo como Compressões Temporais Múltiplas (*Multiple Temporal Compression*, MTC), com destaque para o controle do número de sólitons gerados, baixo ruído na geração solitônica, promoção de configurações ópticas que promovem eventos de colisões solitônicas e compressões temporais com baixas potências de pico (comparando com a fissão de sólitons de altas ordens) (SIQUEIRA et al., 2023a; SIQUEIRA et al., 2023b). Os dois artigos citados neste parágrafo são os que fundamentam esta tese.

Apesar do extenso desenvolvimento relacionado à geração e propagação dos sólitons temporais nos últimos 50 anos, existe uma clara limitação na geração de múltiplos sólitons temporais a partir de um único pulso de entrada em guias de ondas. O método convencionalmente proposto para isto é a fissão de sólitons de altas ordens, que ocorre próximo à região central do pulso após uma forte compressão temporal. Quanto mais sólitons se deseja gerar, maior deverá ser a potência de entrada e maior será a intensidade de pico na compressão temporal no centro do pulso (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; BOSE et al., 2015; BRAUD et al., 2016; SIQUEIRA et al., 2023b). Entretanto, esta compressão temporal que ocorre no centro do pulso promove altas intensidades de pico, tornando a configuração susceptível a danos ópticos.

Neste sentido, a abordagem mais pragmática para se estudar a dinâmica na propagação de múltiplos sólitons é simplesmente considerar que se lança na fibra óptica um trem de pulsos previamente construído (ANTIKAINEN et al., 2012; DRIBEN et al., 2013). A Fig. 3 mostra um exemplo dessa configuração.

Figura 3 - Geração de múltiplos sólitons fundamentais através da propagação de um trem de pulsos previamente construído.



Fonte: Retirado de (DRIBEN et al., 2013).

Outra contribuição deste trabalho de tese foi a observação de sólitons temporais de segunda ordem com comportamento pendular, revelando uma nova dinâmica temporal solitônica desconhecida na literatura. Neste caso, além dos ciclos de dominância da não linearidade (automodulação de fase temporal) e da dispersão anômala (dispersão da velocidade de grupo) típicos do sóliton de segunda ordem, um comportamento pendular solitônico lento é observado por meio de vários ciclos solitônicos, onde se obtém uma dominância média da não linearidade, seguido de ciclos onde, em média, se observa uma dominância da dispersão. Nesta dinâmica lenta, o termo dispersivo de terceira ordem possui um papel fundamental.

Assim como os sólitons com comportamentos exóticos, como Akhmediev *breather* (AKHMEDIEV; KORNEEV, 1986; DUDLEY et al., 2009), Kuznetsov-Ma *breather* (KUZNETSOV, 1977; ZHAO; LING; YANG, 2018), Peregrine *soliton* (PEREGRINE, 1983; KIBLER, 2010) e *second-order breather* (DUDLEY et al., 2014; DING et al., 2018). Os resultados numéricos que demonstram o comportamento pendular dos sólitons de segunda ordem sugerem uma nova classe de sólitons temporais, sendo relevante para o entendimento mais geral dos sólitons de altas ordens.

Na segunda parte desta tese, a partir de um sistema comercial de Ti:Safira, apresentamos dois aparatos experimentais de fontes de pulsos ultracurtos no infravermelho baseados na amplificação paramétrica óptica não colinear (NOPA). No primeiro deles, foram gerados pulsos sintonizáveis no infravermelho próximo (1200 nm – 2100 nm) possuindo a capacidade de suportar pulsos com poucos ciclos ópticos estabilizados em fase (*carrier-envelope phase*, CEP). Este sistema é baseado na diferença de frequência entre dois NOPAs.

No segundo sistema experimental, foi produzido um supercontínuo no visível até 2200 nm explorando o processo MTC, sem a ocorrência de filamentação. O meio com $n_2 < 0$, crítico para o MTC, foi obtido através do controle do processo não linear de segunda ordem em cascata do cristal de BBO. Em seguida, um NOPA foi desenvolvido para amplificar a região espectral do infravermelho, no qual foram observadas características que indicam que obtemos a geração e amplificação de pulsos ultracurtos no infravermelho, porém, sem o CEP autoestabilizado.

Em relação a estrutura da tese, no segundo capítulo, levando em conta somente efeitos longitudinais (temporais), introduzimos os conceitos fundamentais dos fenômenos físicos relacionados à polarização não linear de terceira ordem e dispersão do meio não linear. Tendo como maior ênfase, a intuição física que cada fenômeno pode causar na propagação de pulsos ultracurtos. No terceiro e quarto capítulo, apresentamos o comportamento pendular dos sólitons de segunda ordem e o método MTC para a geração de múltiplos sólitons ultracurtos, respectivamente.

No quinto capítulo encontra-se os os conceitos fundamentais dos fenômenos físicos relacionados à polarização não linear de segunda ordem, onde exploramos a geração de diferença de frequência de amplificadores paramétricos ópticos e o processo não linear de segunda ordem em cascata do cristal de BBO. Na segunda parte deste capítulo, apresentamos os resultados experimentais dos sistemas de NOPAs desenvolvidos. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões desta tese e suas perspectivas.

Esta tese tem como contribuições originais: (i) A investigação do comportamento pendular do sóliton de segunda ordem, demonstrando a manifestação de modos de propagação de sólitons de altas ordens ainda não reportados na literatura. (ii) O método MTC para geração de múltiplos sólitons ultracurtos a partir de um único pulso de entrada propagando em dois guias de ondas, sendo este tipo de sistema de propagação pouco explorado na literatura. Também foi demonstrado que o processo MTC é mais eficiente na geração de múltiplos sólitons que o processo de fissão de sólitons de altas ordens em um guia de ondas, possibilitando um controle robusto do número de sólitons gerados através da potência do pulso de entrada e com a capacidade de produzir configurações que favorecem fenômenos de colisões solitônicas. (iii) O desenvolvimento de fontes de pulsos ultracurtos sintonizáveis no visível e infravermelho através do sistema de NOPAs baseado na geração de supercontínuo obtida através da filamentação e do processo MTC. Os pulsos gerados por estes sistemas apresentam potencial

para serem considerados em experimentos de *pump-probe* ultrarrápido, *z-scan*, *light bullets*, geração de altos harmônicos, entre outros relacionados com óptica não linear.

2 PROPAGAÇÃO UNIDIMENSIONAL DE PULSOS ULTRACURTOS

2.1 Efeitos longitudinais: Aproximação de guia de ondas

A propagação de pulsos ópticos ultracurtos em meios dielétricos, no geral, envolvem efeitos que atuam no perfil transversal e longitudinal do pulso. No domínio transversal, temos o fenômeno da difração, o qual é, essencialmente, uma dispersão angular que causa uma divergência no feixe de luz conforme o pulso propaga e que, de forma geral, sempre aumenta a área de seção transversal do feixe (BOYD, 2008).

Destacamos que este comportamento difrativo depende do perfil transversal do pulso, por exemplo, um feixe Gaussiano difrata com energia concentrada no seu centro, enquanto que os feixes de Bessel ideais podem não difratar e possuem energia distribuída entre o centro e anéis (MCGLOIN; DHOLAKIA, 2005). Além da difração, a interação não linear entre luz-matéria pode promover alterações no perfil transversal do pulso, causando autofocalização ou autodesfocalização.

Neste capítulo, foi considerada a propagação de pulsos ópticos ultracurtos em guias de ondas, onde todos os efeitos transversais são desprezados. Nesta condição, vamos investigar a propagação dos pulsos sujeitos a efeitos longitudinais dispersivos e de origem na polarização não linear do meio, tais como, a automodulação de fase temporal, o efeito *self-steepening* e o espalhamento Raman intrapulso.

No geral, a largura de banda espectral típica associada a um pulso temporalmente ultracurto é da ordem de várias dezenas ou centenas de terahertz (THz). Em termos de duração temporal, esses pulsos tipicamente estão na escala de femtossegundos (10^{-15} segundos) ou até mesmo atingem a escala de attossegundos (10^{-18} segundos), o que corresponde a uma largura de banda extremamente ampla (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Devido a esta largura de banda, um único pulso ultracurto pode experimentar diferentes índices de refração ao se propagar em um meio material. Este fenômeno ocorre devido à dispersão cromática, no qual o índice de refração do meio depende da frequência da luz. Nesse sentido, a aproximação de luz monocromática não é interessante para avaliar os pulsos ultracurtos, visto que a contribuição da dispersão facilmente pode não ser desprezível (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Uma outra característica importante de pulsos ultracurtos é a possibilidade de se obter pulsos com altas intensidades de pico, mas com baixas energias (e potências médias), permitindo o acesso a não linearidades de altas ordens em meios materiais, sem provocar danos ao meio físico onde se propaga, exceto em casos onde a taxa de repetição do laser é alta o

suficiente para que efeitos térmicos acumulativos danifiquem o material (EATON et al., 2005; GRIGUTIS et al., 2020). Considerando lasers de pulsos ultracurtos com baixas taxas de repetição, é preciso altas energias para provocar danos ópticos.

Desta forma, a partir de pulsos ultracurtos e intensos (centenas de GW/cm^2), efeitos não lineares com origem na polarização não linear induzida pela interação luz-matéria ocorrem no domínio longitudinal do pulso, tendo como destaque a automodulação de fase (*self-phase modulation*, SPM), que é responsável pela geração de novas frequências ópticas. Como veremos neste capítulo, outros efeitos não lineares, como o *self-steepening* e o espalhamento Raman intrapulso também podem emergir com relevância quando consideramos a propagação de pulsos ultracurtos e intensos (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Portanto, as contribuições de efeitos não lineares podem tornar a dinâmica temporal da dispersão mais complexa, visto que as novas frequências geradas ao longo da propagação do pulso podem experimentar diferentes velocidades de propagação. Assim, ao considerar a propagação de pulsos ultracurtos e intensos em guias de onda, a dispersão e a não linearidade são os principais fenômenos a serem considerados para a compreensão da dinâmica temporal e espectral do pulso.

2.1.1 Dispersão de pulsos ultracurtos

A análise da dispersão é de grande relevância para compreender a dinâmica temporal de pulsos ultracurtos. Sem a contribuição não linear, a dispersão tenderá sempre a alargar longitudinalmente (temporalmente) o pulso, causando uma varredura na frequência instantânea do pulso, que é denominada de *chirp* que, por sua vez, pode ser positivo ou negativo. Essencialmente, a dispersão de pulsos ultracurtos se refere a dependência da velocidade de grupo com a frequência óptica, onde podemos introduzir a chamada dispersão da velocidade de grupo (*group-velocity dispersion*, GVD) (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Matematicamente, um pulso óptico pode ser avaliado como uma superposição de ondas monocromáticas com frequências angulares ω_i e números de ondas $k(\omega_i) = \beta(\omega_i)$. Assim, a fase espectral acumulada por cada onda monocromática ao longo da propagação do pulso no eixo z é da forma:

$$\beta(\omega)z = \frac{n(\omega)\omega}{c}z = \phi(\omega). \quad (2.1)$$

Considerando um pulso ultracurto com frequência central ω_0 , a expansão em série de Taylor de $\beta(\omega)$ em torno de ω_0 permite levar em conta as demais frequências do pulso, vizinhas de ω_0 . Tal expansão pode ser escrita como (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013):

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (2.2)$$

onde

$$\beta_m = \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \Big|_{\omega=\omega_0}. \quad (2.3)$$

O primeiro termo da expansão, $\beta(\omega_0)$, está relacionado com a velocidade de fase, $V_{fase} = \omega_0 / \beta(\omega_0)$. O segundo termo da expansão é relacionado com a velocidade de grupo do pulso da seguinte forma:

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{c} \left[n(\omega_0) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right] = \frac{n_g(\omega_0)}{c}. \quad (2.4)$$

O termo $n_g(\omega_0)$ pode ser atribuído ao índice de refração do grupo, assim $V_{grupo} = 1/\beta_1$. O terceiro termo da expansão (2.2) é a dispersão da velocidade de grupo (GVD), que é um dos parâmetros dispersivos responsáveis por mudanças no perfil temporal do pulso, e se relaciona com a velocidade de grupo da seguinte forma:

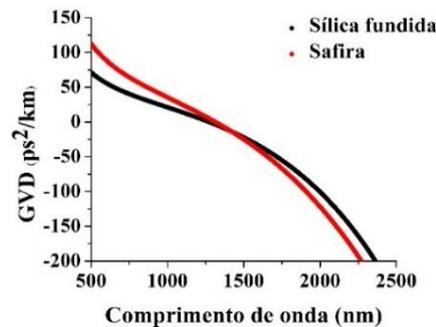
$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left[2 \frac{dn(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \omega \frac{d^2 n(\omega)}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} \right] = -\frac{1}{V_{grupo}^2} \frac{dV_{grupo}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0}. \quad (2.5)$$

O sinal do parâmetro GVD (β_2) controla o *chirp* temporal que poderá ser introduzido no pulso. Quando $\beta_2 = 0$, temos o ponto chamado de comprimento de onda de dispersão nula (*zero-dispersion wavelength*, λ_{ZD}). Dessa forma, as frequências do pulso que resultam em $\beta_2 = 0$ não irão se dispersar uma das outras, uma vez que a derivada da velocidade de grupo em relação às frequências é zero. Se a região espectral do pulso proporciona uma situação em que $\beta_2 > 0$, temos o regime de dispersão normal. Neste caso, o índice de refração aumenta com o aumento das frequências e a velocidade de grupo diminui. Portanto, as componentes de maiores comprimentos de onda (λ) viajam mais rápido em comparação com as componentes de menores λ . Caso $\beta_2 < 0$, temos o regime de dispersão anômala, no qual o índice de refração diminui com o aumento da frequência óptica. Assim, as componentes de menores λ viajam mais rápido em comparação com as componentes de maiores λ .

Para exemplificar os valores do parâmetro GVD em meios transparentes na região do espectro visível e infravermelho próximo, consideramos um cristal de safira e uma lâmina de sílica fundida (*fused silica*, FS). A partir da expressão de Sellmeier para o índice de refração (MALITSON, 1965; MALITSON; DODGE, 1972), o parâmetro GVD pode ser obtido através da derivação apresentada na expressão (2.5). A Fig. 4 mostra as duas curvas do parâmetro GVD dependente do comprimento de onda para a sílica fundida (curva preta) e a safira (curva vermelha).

Apesar de ambos os meios apresentarem valores de λ_{ZD} próximos (1,27 μm para a sílica fundida e 1,3 μm para a safira), numa grande faixa espectral, a safira possui valores de GVD com magnitude maiores que os da sílica. Na Tabela 1 se encontram alguns valores do parâmetro GVD de ambos os meios para alguns comprimentos de onda. Desta forma, cristais de safira são meios mais dispersivos que a sílica fundida, e essa informação é relevante quando se trata da propagação de pulsos ultracurtos em meios transparentes.

Figura 4 - Parâmetro GVD da Safira e Sílica fundida



Fonte: O autor (2023).

Tabela 1 - Valores do parâmetro GVD (ps^2/km) da safira e sílica fundida (FS) para alguns comprimentos de onda no visível e infravermelho próximo.

	532 nm	700 nm	790 nm	900 nm	1100 nm	1200 nm	1300 nm	1500 nm	2000 nm	2200 nm
FS	65,6	44,8	36,9	28,4	13,7	6,0	-2,4	-22,2	-100,6	-149,5
Safira	103,6	71,3	59,1	46,2	24,5	13,5	1,7	-25,0	-121,7	-177,7

Fonte: O autor (2023).

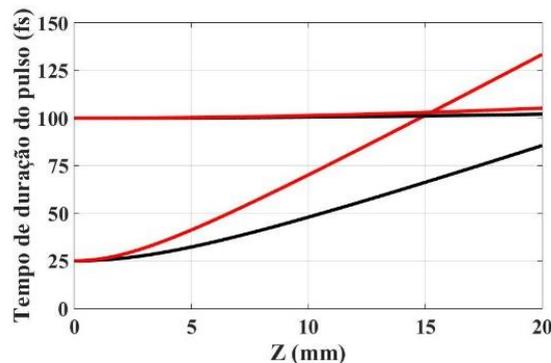
A contribuição do efeito dispersivo devido ao parâmetro GVD é comumente quantificado através do comprimento de dispersão $L_D = T_0^2/|\beta_2|$, onde em $z = L_D$, um pulso Gaussiano alarga temporalmente por um fator de $\sqrt{2}$. Assim, conforme o tempo de duração do pulso (T_0 à $1/e$ do pico) diminui, menor será o comprimento L_D e maior (mais abrupto) será o efeito dispersivo do parâmetro GVD (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013). O tempo de

duração do pulso após propagar uma distância z em um meio dispersivo, $T_1(z)$, pode ser calculado através da equação (2.6).

$$T_1(z) = T_0 \left[1 + \left(z/L_D \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.6)$$

Para exemplificar como a dispersão da velocidade de grupo impacta os pulsos ultracurtos, vamos considerar dois pulsos Gaussianos centrados em $\lambda_0 = 790$ nm, um com 25 fs e outro com 100 fs de tempo de duração à meia altura, propagando em 2 cm de sílica fundida e safira. A Fig. 5 mostra a evolução do tempo de duração de ambos os pulsos em ambos os meios, onde, na sílica fundida, o pulso de 25 fs alarga para 85,5 fs e o outro com 100 fs alarga para 102 fs após a sua propagação. Já no caso da safira, o pulso com 25 fs alarga para 133 fs, enquanto o pulso de 100 fs alarga para 105 fs.

Figura 5 - Evolução do tempo de duração de pulsos Gaussianos, $T_1(z)$, centrados em 790 nm e inicialmente com tempos de duração à meia altura iguais a 25 fs e 100 fs em safira (curva vermelha) e sílica fundida (curva preta).



Fonte: O autor (2023).

É importante notar que o pulso adquire o seu tempo de duração mais curto quando o seu *chirp* é zero. Neste caso, não ocorre variações nas frequências ao longo do perfil temporal do pulso, e neste caso diz-se que o pulso é limitado por transformada de Fourier (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Portanto, as características dispersivas do meio precisam ser levadas em conta a depender da aplicação, uma vez que o efeito dispersivo vai introduzir no pulso um *chirp* positivo ou negativo, sempre tendendo a alargar temporalmente o pulso e, assim, diminuindo a sua intensidade de pico. Este fato somente é verdade se o *chirp* inicial do pulso for zero ou de sinal igual ao do parâmetro GVD do meio de propagação. Em casos onde o *chirp* inicial do pulso possui um sinal contrário ao do parâmetro GVD, o efeito dispersivo atuará para

compensar o *chirp* inicial, fazendo-o tender a zero, comprimindo o pulso. Contudo, caso o pulso continue propagando no meio dispersivo, ele volta a alargar, pois o acúmulo de fase devido ao parâmetro GVD irá introduzir no pulso um *chirp* com sinal contrário ao *chirp* inicial.

Note que, de uma forma em geral, a fase dispersiva introduzida pelo parâmetro GVD varia quadraticamente ao longo do comprimento longitudinal (perfil temporal) do pulso. Assim sendo, uma vez que a frequência instantânea é a derivada temporal da fase, temos que o *chirp* temporal introduzido devido ao parâmetro GVD é linear (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Por outro lado, à medida em que consideramos pulsos temporalmente mais curtos, maior será a largura de banda associada, e portanto, maior a necessidade de considerar os efeitos dispersivos de ordens mais altas que o parâmetro GVD (segunda ordem). No geral, a contribuição desses parâmetros na propagação do pulso podem causar distorções temporais e tornar o pulso assimétrico em relação ao pico. Outra situação que torna relevante a inclusão de termos dispersivos de altas ordens é quando o espectro do pulso ultracurto se aproxima do λ_{ZD} em alguns nanômetros (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Ao considerar, por exemplo, o termo de dispersão de terceira ordem β_3 (*third-order dispersion*, TOD), a dinâmica temporal pode mudar drasticamente, tornando o análise do *chirp* não trivial, tais como nos casos em que o comprimento de dispersão associado a β_3 ($L'_D = T_0^3/|\beta_3|$) ganha relevância perante a L_D ($L'_D \leq L_D$). Como veremos, o parâmetro TOD introduz uma assimetria no perfil temporal, causando uma diminuição na velocidade de grupo do pulso como um todo em casos onde $\beta_3 > 0$, ou um aumento na velocidade de grupo se $\beta_3 < 0$ (AGRAWAL, 2013).

Além do alargamento temporal ocasionado pela dispersão do meio, seja devido à dispersão normal ou anômala, há casos onde o pulso é intenso suficiente para que ocorra geração de frequências via efeitos não lineares. Nestas situações é possível a observação de compressões ou alargamentos temporais dependendo do regime dispersivo e do sinal do coeficiente não linear de terceira ordem do meio, que nesse caso é o índice de refração não linear (n_2).

2.1.2 Não linearidade: Automodulação de fase temporal, efeito *Self-steepening* e espalhamento Raman intrapulso

Em geral, um meio dielétrico sujeito a um pulso óptico intenso e ultracurto poderá ter o seu índice de refração modulado devido à contribuição da polarização não linear. Nesse sentido, ao contrário do índice de refração linear, o qual depende essencialmente da frequência

óptica, a contribuição não linear do índice de refração pode variar com a intensidade da luz incidente.

Em particular, vamos considerar um meio dielétrico isotrópico e transparente, onde a polarização não linear de terceira ordem é a dominante [(para mais detalhes, ver (BOYD, 2008; WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013)]. Neste contexto, o perfil temporal de um pulso intenso induz mudanças no índice de refração de acordo com:

$$n[I(t)] = n_0 \pm n_2 I(t), \quad (2.7)$$

onde, n_2 é o índice de refração não linear do meio e $I(t)$ é o perfil temporal de intensidade do pulso. Este fenômeno é conhecido como efeito Kerr óptico e descreve as alterações no índice de refração em resposta à intensidade da luz incidente. Em outras palavras, para altas intensidades o índice de refração passa a ser dependente da intensidade da luz. Os meios materiais que obedecem a expressão (2.7) são frequentemente chamados de meios Kerr. Os valores típicos de n_2 para a safira e sílica fundida são, respectivamente $2,9 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ e $2,5 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, ambos em $\lambda_0 = 790 \text{ nm}$ (BOYD, 2008; AGRAWAL, 2013).

Apesar dos meios dielétricos transparentes geralmente possuírem $n_2^{Kerr} > 0$, é possível a manipulação da magnitude e do sinal do índice de refração não linear efetivo em meios birrefringentes. Neste caso, contribuições de efeito quadrático em cascata induz um índice de refração não linear adicional, $n_2^{casc}(\theta)$, tal que $n_2^{eff} = n_2^{Kerr} + n_2^{casc}(\theta)$, onde θ é o ângulo entre o feixe de entrada e o eixo-c do cristal birrefringente. Assim, em condições específicas, onde o ângulo θ proporciona efeitos cascata de segunda ordem negativos, $n_2^{casc}(\theta) < 0$, é possível obter regimes não lineares em que $n_2^{eff} < 0$ (BAKKER et al., 1990; DESALVO et al., 1992; SUNDHEIMER et al., 1993).

Outra forma de controlar o índice de refração não linear efetivo é através de sistemas compostos com nanopartículas metálicas, no qual o efeito da ressonância de plasma promove mudanças no valor efetivo de n_2 . Assim, dependendo das características do colóide e do pulso, tais como o tamanho e a concentração das nanopartículas, o valor de n_2^{eff} pode aumentar ou diminuir a ponto de se tornar negativo (REYNA; DE ARAÚJO, 2017; ZHANG; WANG, 2017; KASSAB; DE ARAÚJO, 2018; REYNA; DE ARAÚJO, 2022).

a) Automodulação de fase (SPM) temporal

Na situação em que um pulso óptico possui intensidade alta suficiente para que interações não lineares ocorram entre o pulso e o meio, o índice de refração dependente da intensidade pode ser considerado, através da Eq. (2.7). Estas interações podem promover alterações na fase do pulso de forma não uniforme no domínio temporal. Em particular, a velocidade de fase de cada região temporal (longitudinal) do pulso pode ser modificada ao longo de sua propagação.

Este processo de alteração nas velocidades de fase em diferentes regiões do pulso ocorre devido à geração de novas frequências ópticas, ocorrendo então um alargamento espectral do pulso se o *chirp* inicial for zero ou de mesmo sinal que o n_2 do meio. Este processo é conhecido como automodulação de fase (SPM) temporal.

Em casos onde o *chirp* inicial é de sinal oposto ao do n_2 do meio, inicialmente teremos alguma compensação na fase, no qual pode ocorrer a conversão de algumas frequências das bordas para a região da frequência central por um processo inverso ao mencionado acima, ocorrendo um estreitamento na largura de banda do pulso (automodulação de fase reversa). Quando o acúmulo de fase não linear inverte o sinal do *chirp* inicial, a partir daí teremos a geração de frequências tornando o *chirp* do pulso com o mesmo sinal do n_2 do meio. Este fenômeno de compensação no *chirp* será descrito em mais detalhes no capítulo 4.

Para compreender como ocorre a geração de frequências através da SPM temporal, considere a propagação de um pulso óptico na direção z através de um meio Kerr de espessura L . Descrevendo o campo elétrico como:

$$E(L, t) = A(L, t)e^{i(kL - \omega_0 t)} + c. c , \quad (2.8)$$

ao substituir $n[I(t)]$ [expressão (2.7)] no número de onda do campo elétrico, $k = n[I(t)]\omega/c$, o campo elétrico do pulso adquire uma fase não linear. Note que a não linearidade do índice de refração modifica a fase do campo elétrico no domínio temporal, não provocando alterações no perfil temporal de intensidade do pulso, $I(L, t)$, isto é:

$$E(L, t) = A(L, t)e^{i(k_0 L - \omega_0 t)} e^{i(2\pi L n_2 I(t)/\lambda_0)} = A(L, t)e^{i(\phi_0 + \phi_{NL})} . \quad (2.9)$$

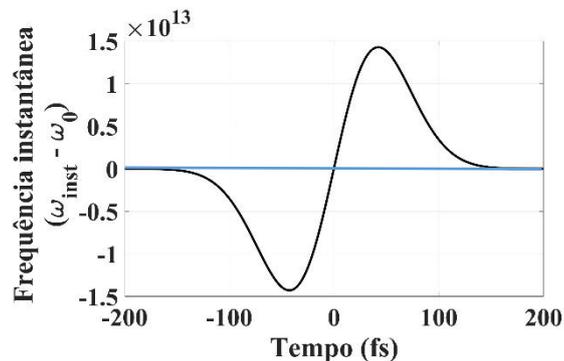
No domínio espectral, a derivada temporal da fase do campo é frequentemente denominada a "frequência angular instantânea" do pulso. A Eq. (2.10) mostra o resultado da contribuição de n_2 no processo de geração de novas frequências (ou comprimentos de onda):

$$\omega_{inst} = -\frac{d(\Phi_0 + \Phi_{NL})}{dt} = \omega_0 - \frac{\omega_0 L n_2}{c} \frac{dI(t)}{dt}. \quad (2.10)$$

Considerando um pulso com perfil de intensidade temporal Gaussiana, centrado em $t = 0$, propagando em um meio com $n_2 > 0$, nas proximidades da região frontal do pulso ($t < 0$), onde $dI(t)/dt > 0$, ocorrem a geração de comprimentos de onda maiores que o comprimento de onda central do pulso (frequências vermelhas). Por outro lado, nas proximidades da parte de trás do pulso ($t > 0$) ocorrem a geração de comprimentos de onda menores que o comprimento de onda central do pulso (frequências azuis) (BOYD, 2008; WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Nessa configuração, o pulso adquire um *chirp* positivo aproximadamente linear em torno do centro do pulso devido à essa disposição de frequências ao longo de seu perfil temporal. A Fig. 6 ilustra um exemplo desta configuração, onde foi considerado um perfil Gaussiano de intensidade com tempo de duração à meia altura $T_{FWHM} = 100$ fs (*full width at half maximum*, FWHM), porém foi assumido que todas as constantes multiplicativas da derivada temporal da Eq. (2.10) são iguais a 1.

Figura 6 - Ilustração da distribuição das frequências geradas via SPM com *chirp* positivo ($n_2 > 0$) a partir de um pulso Gaussiano com tempo de duração $T_{FWHM} = 100$ fs.



Fonte: O autor (2023).

Note na Fig. 6 que temos uma inversão do *chirp* nas bordas do pulso, tal que no centro do pulso o *chirp* é linear, e nas bordas o *chirp* é não linear, ou seja, na frente das componentes vermelhas geradas em $t < 0$, teremos componentes de menores comprimentos de

onda ("menos vermelhas"). Analogamente, atrás das componentes azuis ($t > 0$) teremos a geração de componentes de maiores comprimentos de onda ("menos azuis"). Nesse sentido, o efeito da automodulação de fase temporal é responsável pelo aumento da largura de banda espectral dos pulsos, e em casos mais extremos temos a chamada geração de supercontínuo, o qual será abordado ao longo desta tese.

Com estas considerações e levando em conta apenas o parâmetro GVD vemos, portanto, que no regime de dispersão normal, ao propagar em um meio com $n_2 > 0$, em torno da região central do pulso, o *chirp* linear promove um atraso na região traseira ($t > 0$) e um avanço na região dianteira ($t < 0$). Isto constitui um *chirp* positivo, e o pulso alarga temporalmente.

No entanto, a não linearidade do *chirp* nas bordas do pulso introduz um menor atraso na borda traseira (componentes "menos azuis") e um menor avanço na borda dianteira do pulso (componentes "menos vermelhas") podendo causar interferências entre as componentes localizadas nestas regiões temporais, e, dependendo do sistema, esse processo pode se estender ao longo da região central do pulso. Este fenômeno é conhecido como *optical wave breaking* (AGRAWAL, 2013). Note que, levando-se em conta apenas o parâmetro GVD, este fenômeno é mais difícil de ocorrer se a dispersão do meio for anômala. Neste caso, a borda da frente se adiantará e a borda de trás se atrasará em relação a região central do pulso, que, por sua vez, tende a experimentar uma compressão temporal.

b) *Self-steepening*

Além da SPM temporal, existem outros efeitos não lineares que contribuem no processo de geração de novas frequências. O efeito da autoinclinação (*self-steepening*) do pulso surge devido à contribuição do índice de refração dependente da intensidade [expressão (2.7)] na velocidade de grupo do pulso. Este efeito não gera novas frequências de forma direta, mas modifica as derivadas temporais do perfil de intensidade do pulso, tornando-as assimétricas, causando um aumento na geração de frequências na região espectral com $\lambda < \lambda_0$ ($n_2 > 0$) ou $\lambda > \lambda_0$ ($n_2 < 0$).

Organizando a expressão (2.4), temos que (UHLIG, 2015):

$$V_{grupo} = \frac{c}{n(I) + \omega \frac{dn(I)}{d\omega}}, \quad (2.11)$$

onde, considerando $n_2 > 0$, a região do pico do pulso, por possuir maiores intensidades, possui menores velocidades de grupo devido à uma maior contribuição do índice de refração no denominador da expressão (2.11). Já a região em volta do pico do pulso (as bordas), por possuir menores intensidades, experimentam uma maior velocidade de grupo (em comparação com o pico). Assim, a diminuição da velocidade de grupo na região do pico do pulso em relação às bordas causa um atraso temporal do pico (autoinclinação do pulso), sendo então deslocado para a região traseira do pulso (BOYD, 2008; WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013).

Uma vez que, segundo a Eq. (2.10), as frequências geradas via SPM dependem das derivadas temporais do pulso, à medida que o pulso inclina para trás, essa região pode experimentar um aumento em sua derivada temporal, enquanto que a região da frente do pulso tem sua derivada temporal suavizada. Desta forma, a parte de trás do pulso experimenta uma maior contribuição na geração de maiores frequências devido à contribuição do efeito *self-steepening* na automodulação de fase, enquanto que a suavização na derivada temporal da região frontal do pulso contribui para limitar a geração de menores frequências nesta região.

Portanto, analisando a Eq. (2.10), vemos que o efeito da SPM gera frequências simétricas em relação a frequência central do pulso, o que torna o espectro simétrico (assumindo um perfil temporal inicialmente simétrico). Por outro lado, o efeito *self-steepening* do pulso torna o espectro assimétrico e deslocado para o azul (considerando $n_2 > 0$), podendo ser relevante para se obter a geração de supercontínuo na região do visível a partir de um pulso com frequência central no infravermelho próximo (UHLIG, 2015).

c) Espalhamento Raman intrapulso

Outro efeito não linear que pode modificar o espectro de um pulso ultracurto ao longo de sua propagação em meio dielétrico é o espalhamento Raman intrapulso, que diferentemente da SPM e do efeito *self-steepening*, é um processo não instantâneo devido aos tempos característicos associados aos modos vibracionais moleculares.

A contribuição Raman para o índice de refração não segue o caso da Eq. (2.7), onde o índice de refração é dependente da intensidade instantaneamente. Neste caso, a perturbação no índice de refração assume a forma:

$$\Delta n(z, t) = n_2 \int_{-\infty}^t R(t - \tau) I(z, \tau) d\tau, \quad (2.12)$$

indicando que o índice de refração em um dado instante de tempo t depende da intensidade da luz em instantes de tempos anteriores (AGRAWAL, 2013).

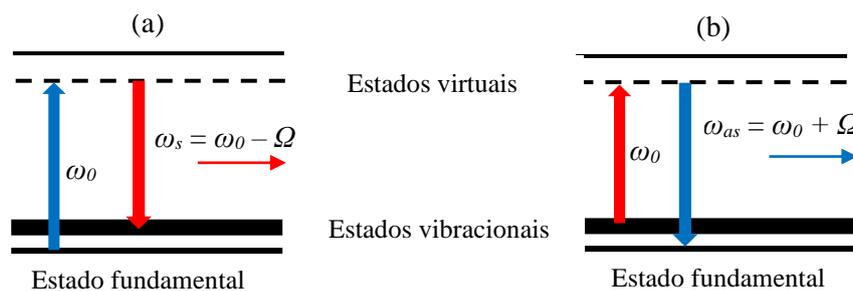
Note que é esperado que a função resposta, $R(t - \tau)$, devido à polarização não linear, possua uma contribuição vibracional (não instantânea) das moléculas do meio e outra contribuição eletrônica (instantânea). Assim, a função resposta pode ser descrita como: $R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)$. O termo f_R representa a contribuição fracionária da resposta Raman, que pondera as contribuições relativas da resposta instantânea e atrasada, e a função $h_R(t)$ está relacionada às vibrações do meio excitadas pelo campo óptico e que são responsáveis pelo termo "atrasado" da função resposta. No caso da sílica, a função resposta vibracional tem a seguinte forma:

$$h_R(t) = (\tau_1^{-2} + \tau_2^{-2})\tau_1 \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_2}\right) \text{sen}\left(\frac{t}{\tau_1}\right), \quad (2.13)$$

onde τ_1 é o período de uma oscilação molecular da sílica e τ_2 é o tempo de amortecimento (*damping time*) das vibrações, cujos valores para sílica são $\tau_1 = 12.2$ fs, $\tau_2 = 32$ fs e $f_R = 0.18$ (AGRAWAL, 2013).

O efeito físico do espalhamento Raman intrapulso está no deslocamento das frequências do pulso para frequências menores (Stokes, $\omega_s = \omega_0 - \Omega$) ou maiores (anti-Stokes, $\omega_{as} = \omega_0 + \Omega$), cuja variação de frequência (Ω) é determinada pelos modos vibracionais do meio.

Figura 7 - Ilustração dos diagramas de níveis de energia: (a) Processo Raman Stokes e (b) Processo Raman anti-Stokes



Fonte: O autor (2023).

O espalhamento Raman intrapulso é um processo coerente, envolvendo a excitação de elétrons a partir de um estado de menor energia (estado fundamental ou vibracional) para outro de maior energia (virtual), e em seguida o elétron decaindo para outro estado de menor energia (estado vibracional ou fundamental). A Fig. 7 mostra uma ilustração esquemática do

processo. Como no geral estamos lidando com sistemas em equilíbrio térmico, geralmente, é mais provável que ocorra o espalhamento Stokes (AGRAWAL, 2013).

Nos próximos capítulos, veremos sistematicamente e com mais detalhes como o espalhamento Raman intrapulso contribui na propagação de pulsos ultracurtos, em particular, no contexto de sólitons ultracurtos.

2.2 Equação não linear de Schrödinger generalizada: Propagação de pulsos ultracurtos

A equação não linear de Schrödinger generalizada (ENLSG) pode ser considerada para modelar a propagação de pulsos ópticos ao longo da direção z . Dependendo dos processos físicos considerados ou desprezados, diferentes variações desta equação podem ser obtidas. A derivação completa da ENLSG unidimensional utilizada nesta tese pode ser encontrada em (WEINER, 2011; AGRAWAL, 2013). A aplicabilidade da equação se estende a pulsos tão curtos quanto pulsos de alguns ciclos ópticos, desde que o envelope do campo elétrico e sua fase não sofram variações significativas ao longo de uma distância igual ao comprimento de onda do pulso.

Considerando a propagação de um pulso óptico em um guia de onda com não linearidade Kerr, dispersão de altas ordens, automodulação de fase (SPM) temporal, efeito *self-steepening*, espalhamento Raman intrapulso e desprezando as perdas e os efeitos transversais, a ENLSG que descreve a propagação de um pulso com envoltória $A(z, T)$ ao longo do eixo z , toma a forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} - \left(\sum_{n \geq 2}^{\infty} \beta_n \frac{i^{n+1}}{n!} \frac{\partial^n A}{\partial T^n} \right) = & \quad (2.14) \\ = i\gamma_0 \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left((1 - f_R)A|A|^2 + f_RA \int_0^{\infty} h_R(\tau) |A(z, T - \tau)|^2 d\tau \right), \end{aligned}$$

onde T é medido em um referencial em movimento que acompanha o pulso através da sua velocidade de grupo ($T = t - z/V_{grupo}$). O termo entre parênteses do lado esquerdo da equação (2.14) descreve a dispersão de altas ordens, enquanto que o lado direito descreve os efeitos ópticos não lineares associados à polarização de terceira ordem, sendo $\gamma_0 = \omega_0 n_2(\omega_0)/cA_{eff}$ o coeficiente não linear de terceira ordem e A_{eff} a área transversal efetiva do feixe. A derivada temporal no primeiro fator entre parênteses no lado direito representa o efeito *self-steepening*. No segundo fator, o primeiro termo representa a não linearidade instantânea, que será

responsável pela SPM temporal, e o segundo termo representa a resposta Raman (não instantânea) associada ao espalhamento Raman intrapulso.

Para obter as soluções numéricas da ENLSG utilizamos o método *fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture* (RK4IP), que foi demonstrado como sendo mais preciso em comparação com outros métodos, como o método convencional *split-step* Fourier (HULT, 2007).

2.2.1 Efeitos dispersivos

a) Dispersão da velocidade de grupo (GVD)

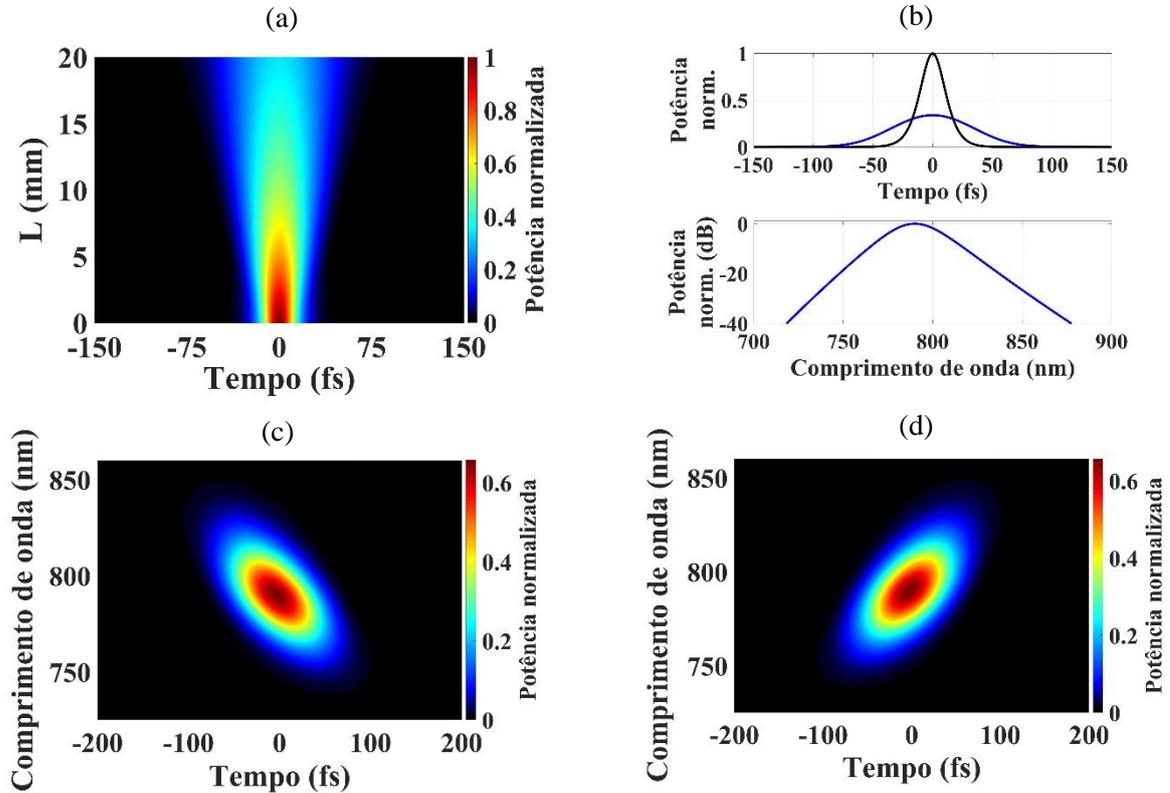
A fim de analisar situações mais complexas, em que todos os fenômenos da ENLSG se tornam relevantes, é instrutivo mostrar como cada efeito contribui ao longo da propagação de pulsos ultracurtos. Iniciamos por considerar um meio que apresenta dispersão (normal ou anômala), mas sem não linearidade. Essa configuração pode ser facilmente obtida a partir de pulsos com baixas potências de pico, ou simplesmente assumindo $\gamma_0 = 0$ ($n_2 = 0$).

Para uma análise inicial, vamos considerar um pulso com a forma inicial de uma secante hiperbólica, $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, com potência de pico, tempo de duração à meia altura, e comprimento de onda central iguais a $P_0 = 1$ W, $T_{FWHM} = 25$ fs, e $\lambda_0 = 790$ nm, respectivamente. E um guia de onda de sílica fundida com comprimento $L = 20$ mm, o parâmetro GVD vale $\beta_2 = 36,9$ fs²/mm, correspondendo a um comprimento de dispersão igual a $L_D = 5,45$ mm.

A Fig. 8(a) mostra a evolução do alargamento temporal do pulso ao longo de L , onde os perfis espectrais e temporais de entrada (linha preta) e de saída (linha azul) estão apresentados na Fig. 8(b). Como pode ser observado, não ocorrem mudanças no perfil espectral do pulso, uma vez que não existem efeitos não lineares responsáveis pela geração de novas frequências, enquanto que o tempo de duração do pulso aumenta para ~ 80 fs, após $L = 20$ mm.

Conforme o pulso propaga no meio com dispersão normal, as componentes de maiores comprimentos de onda viajam mais rápido que as de menores comprimentos de onda, produzindo um pulso temporalmente alargado com *chirp* linear positivo, como mostrado no espectrograma apresentado na Fig. 8(c). Em casos onde a dispersão é anômala, por exemplo, assumindo $\beta_2 = -36,9$ fs²/mm, o alargamento temporal experimentado pelo pulso é igual ao observado na Fig. 8(a-b) (dispersão normal), porém com acumulação de *chirp* linear negativo [Fig. 8(d)].

Figura 8 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio dispersivo (somente GVD) sem não linearidade: (a) Evolução temporal, (b) Perfis espectrais e temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul). (c-d) Espectrograma considerando $\beta_2 = 36,9$ fs²/mm (dispersão normal) e $-36,9$ fs²/mm (dispersão anômala), respectivamente.



Fonte: O autor (2023).

Como estamos considerando um guia de onda de sílica fundida, os termos de dispersão de altas ordens podem ser obtidos a partir da derivação da expressão de Sellmeier do índice de refração em torno do comprimento de onda central $\lambda_0 = 790$ nm (MALITSON, 1965). Obtemos: $\beta_2 = +36,9$ fs²·mm⁻¹, $\beta_3 = +27,08$ fs³·mm⁻¹, $\beta_4 = -10,6$ fs⁴·mm⁻¹, $\beta_5 = +29,5$ fs⁵·mm⁻¹, $\beta_6 = -74,3$ fs⁶·mm⁻¹ e $\beta_7 = +231$ fs⁷·mm⁻¹. Introduzindo esses parâmetros na ENLSG, temos que os resultados são praticamente idênticos ao caso apresentado na Fig. 8(a-c), uma vez que o comprimento de dispersão devido ao parâmetro GVD domina sobre todos os outros parâmetros de dispersão de altas ordens. Por exemplo, o comprimento de dispersão associado ao parâmetro TOD vale $L'_D = 105,3$ mm, resultando em uma razão $L'_D/L_D = 19,3 \gg 1$. Portanto, mesmo com um pulso de 25 fs, o parâmetro GVD da sílica fundida domina completamente a dinâmica temporal do pulso em regimes onde a não linearidade é desprezível.

b) Dispersão de terceira ordem (TOD)

A dispersão de terceira ordem introduz uma complexidade interessante na dinâmica temporal do pulso, no geral, criando uma assimetria no perfil temporal devido às mudanças relevantes na velocidade de grupo das frequências do pulso acima e abaixo da frequência central. Para uma compreensão mais intuitiva do efeito do parâmetro TOD na propagação de pulsos ultracurtos, vamos considerar inicialmente que o parâmetro GVD é igual a zero ($\beta_2 = 0$), e vamos controlar a magnitude e o sinal do parâmetro TOD.

No caso de um guia de onda de sílica fundida (*fused silica*, FS), temos que o parâmetro TOD vale $\beta_3^{FS} = + 27,08 \text{ fs}^3 \cdot \text{mm}^{-1}$, o que corresponde a $L'_D = 105,3 \text{ mm}$, para um pulso de 25 fs. Conforme mostra a Eq. 2.15:

$$\frac{T}{T_0} = \left[\left(1 + \frac{C\beta_2 z}{2T_0^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2T_0^2} \right)^2 + (1 + C^2)^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_3 z}{4T_0^3} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.15)$$

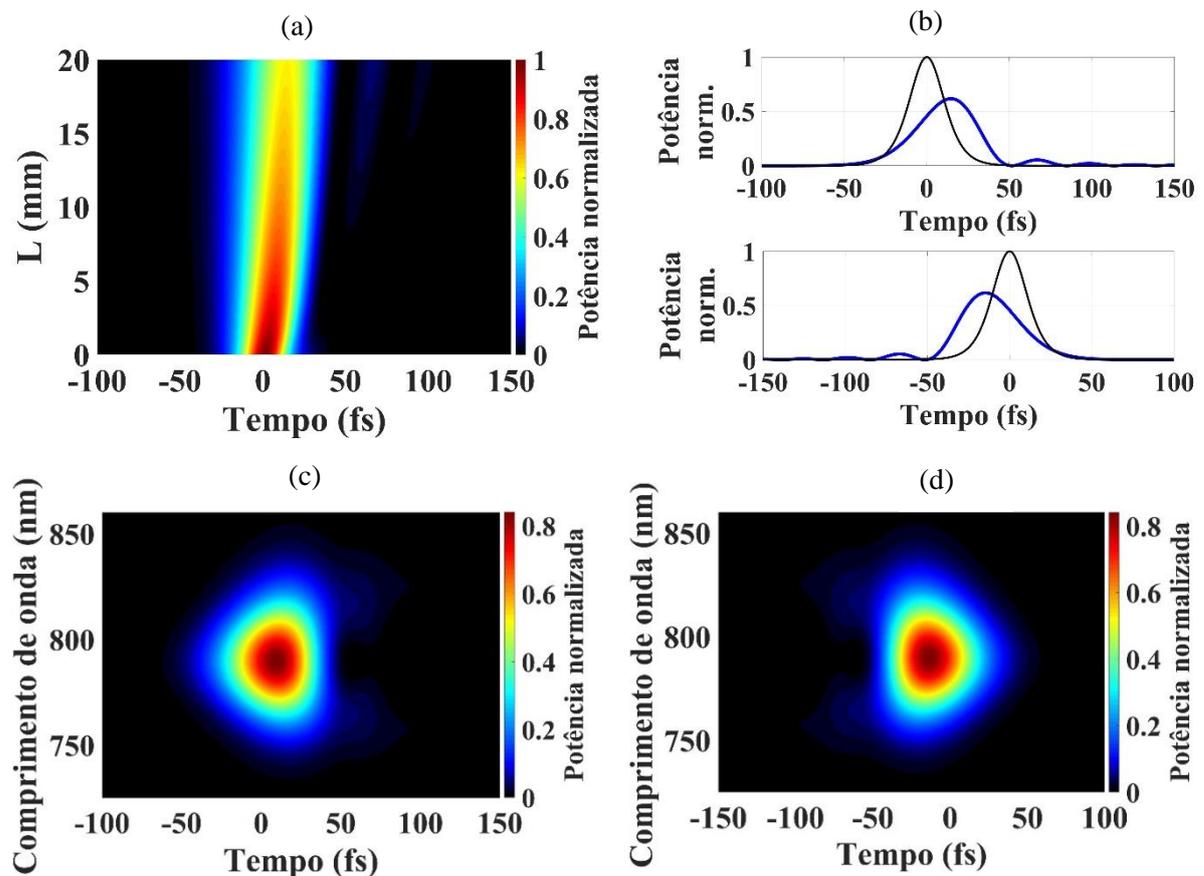
a largura temporal do pulso sujeito ao parâmetro TOD depende do produto $\beta_3 z$. Nesta equação C é o parâmetro do chirp (AGRAWAL, 2013), que supomos nulo na discussão a seguir. Para avaliar o efeito do parâmetro TOD consideramos a distância de propagação $L = 20 \text{ mm}$, mas multiplicamos o valor real do parâmetro TOD por um fator de 30 apenas para deixar claro o tipo de efeito que é produzido que, neste caso, é equivalente a propagar o pulso por $30 \times 20 \text{ mm} = 600 \text{ mm}$. O comprimento de dispersão associado ao parâmetro TOD ($\beta_3 = |30\beta_3^{FS}|$) é igual a $L'_D = 3,5 \text{ mm}$.

A Fig. 9(a) mostra como ocorre a evolução temporal do pulso submetido somente a uma dispersão dominada pelo parâmetro TOD > 0 . Caso $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$, teremos um resultado similar em termos de dinâmica temporal, mas com comportamento invertido temporalmente. Note os perfis temporais do pulso na Fig. 9(b), na figura de cima temos o caso $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$, no qual ocorre um atraso de grupo no pulso como um todo devido ao efeito do parâmetro TOD > 0 . No gráfico de baixo da Fig. 9(b), temos o caso $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$, cuja dinâmica temporal é a oposta ao caso anterior, ou seja, ocorre um aumento na velocidade de grupo do pulso como um todo.

Para uma compreensão um pouco mais profunda sobre a dinâmica temporal devida ao parâmetro TOD, vemos a partir dos espectrogramas, que no caso $\beta_3 > 0$ [Fig. 9(c)], as frequências em torno da frequência central experimentam uma maior diminuição na velocidade

de grupo. Ou seja, ocorre um atraso de grupo tanto para as componentes vermelhas ($\lambda > \lambda_0$) quanto para as azuis ($\lambda < \lambda_0$). No caso $\beta_3 < 0$ [Fig. 9(d)], acontece o efeito análogo, onde as frequências em torno da frequência central experimentam um maior aumento na velocidade de grupo.

Figura 9 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio dispersivo (somente parâmetro TOD) sem não linearidade: (a) Evolução temporal, (b) Perfis temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul) sob $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ (gráfico de cima) e $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$ (gráfico de baixo). (c-d) Espectrograma considerando $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ e $-30\beta_3^{FS}$, respectivamente.

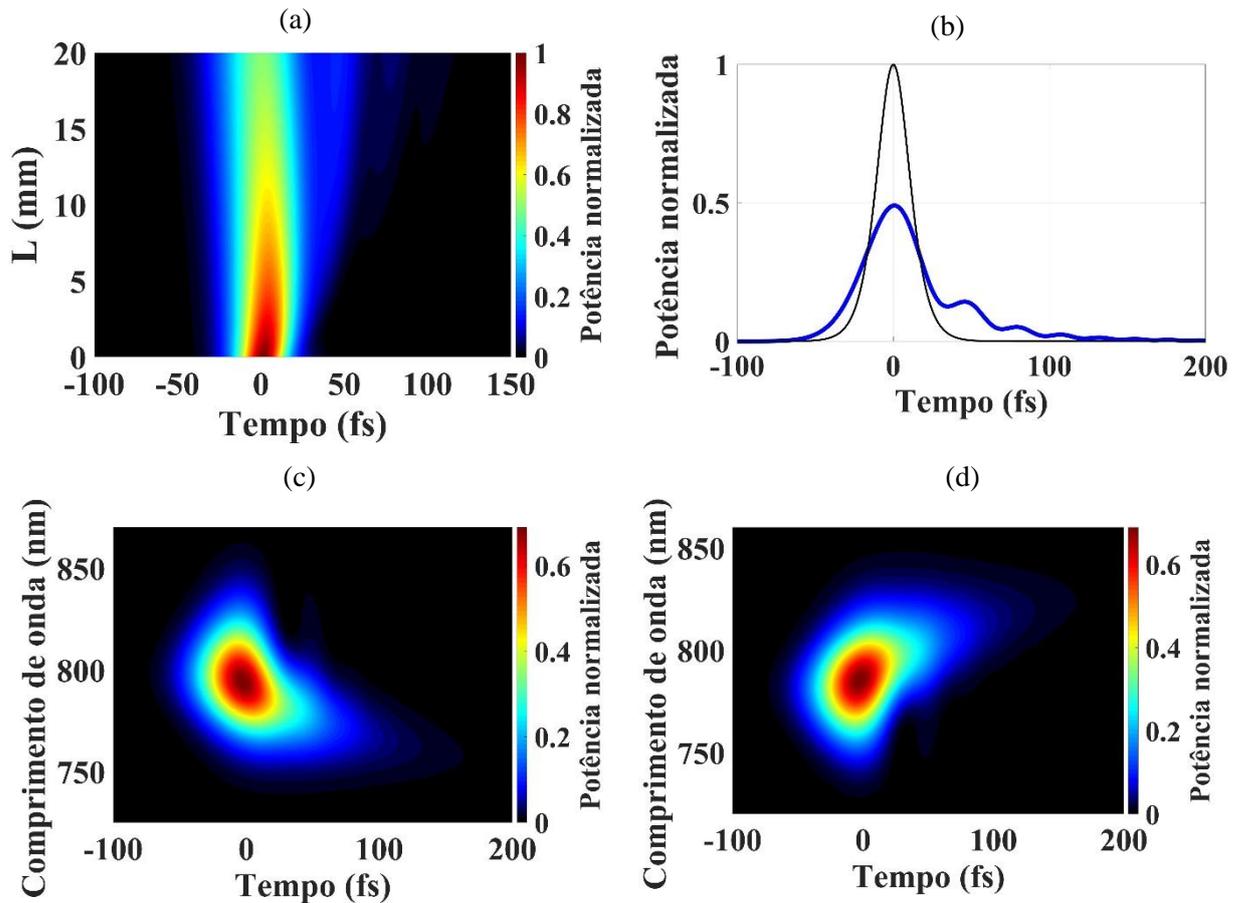


Fonte: O autor (2023).

Desejamos agora considerar a presença simultânea dos parâmetros GVD e TOD. Para isto supomos o mesmo parâmetro $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ usado nas Figs. 9(a) e 9(c), juntamente com GVD dado por $\beta_2 = \pm \beta_2^{FS} = \pm 36,9 \text{ fs}^2 \cdot \text{mm}^{-1}$ ($L_D = 5,45$ mm), correspondendo aos regimes de dispersão normal e anômala. Nesta configuração a razão entre os comprimentos de dispersão é $L'_D/L_D = 0,64 < 1$. Isto significa que a tanto a dispersão de terceira ordem e a dispersão da velocidade de grupo serão relevantes na propagação do pulso. Supomos a mesma distância de propagação $L = 20$ mm. Os resultados destes cálculos estão na Fig. 10, sendo que a Fig. 10(a) mostra a mesma evolução temporal para ambos os casos de dispersão normal ($\beta_2 > 0$) ou

anômala ($\beta_2 < 0$), após uma distância $L = 20$ mm. Os espectrogramas mostrados nas Figs. 10(c) e 10(d), correspondendo a dispersão normal e anômala, respectivamente, deixam claras as diferenças entre estes dois regimes.

Figura 10 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio dispersivo sem não linearidade: (a) Evolução temporal sob $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$ (mesmo resultado), (b) Perfis temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul) sob $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$ (mesmo resultado). (c-d) Espectrograma considerando $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$, respectivamente.



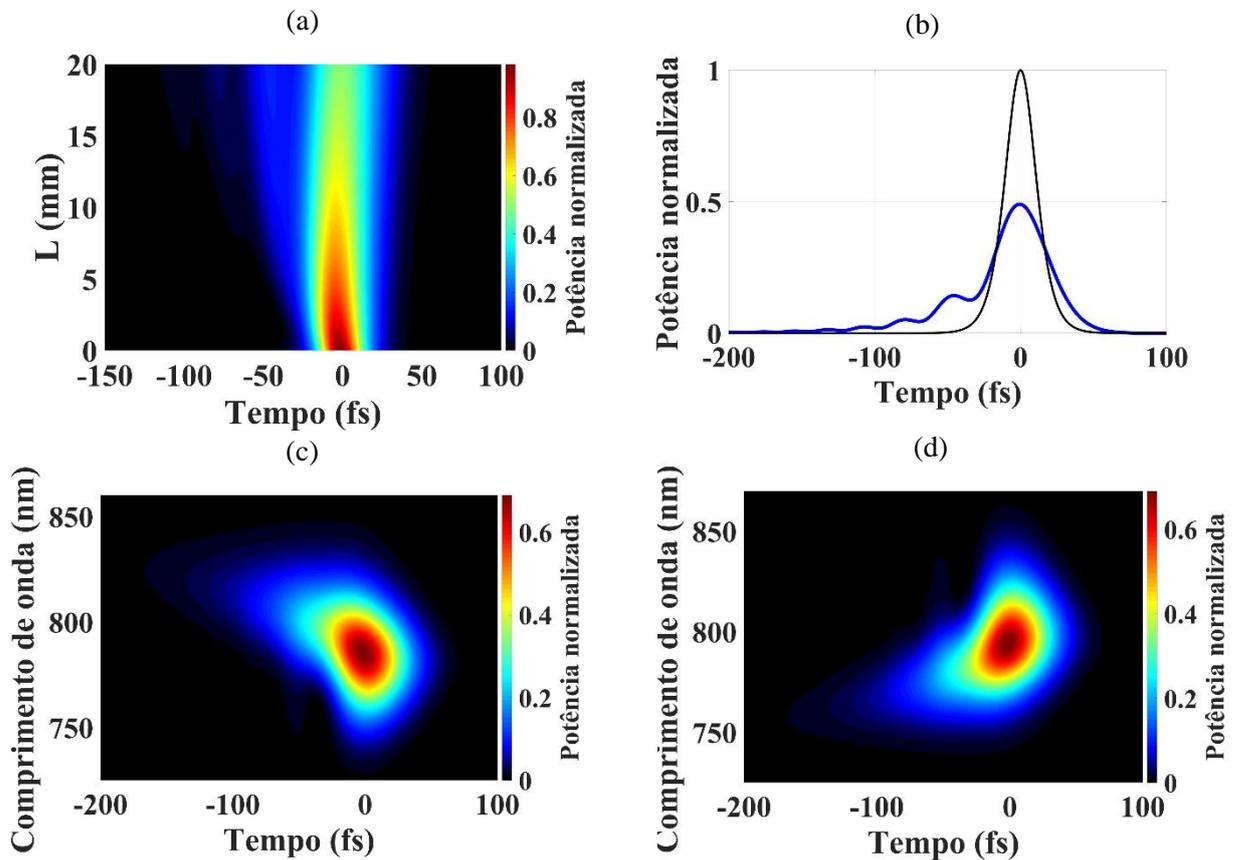
Fonte: O autor (2023).

Note que no caso $\beta_2 > 0$ e $\beta_3 > 0$, o atraso de grupo das componentes vermelhas e azuis devido ao parâmetro $TOD > 0$ pode ser modificado, em algum grau (depende da razão L'_D/L_D), pela dispersão normal. Uma vez que $\beta_2 > 0$ promove um aumento na velocidade de grupo das componentes vermelhas ($\lambda > \lambda_0$), temos um maior atraso de grupo das componentes azuis ($\lambda < \lambda_0$). A partir da Fig. 10(c), vemos o espectrograma apresentando este comportamento, ocorrendo uma compensação no atraso de grupo nas componentes vermelhas e uma diminuição ainda maior nas velocidades de grupo das componentes azuis. No caso da dispersão anômala, temos

um comportamento análogo, porém a compensação na velocidade de grupo ocorre nas frequências azuis, e um maior atraso de grupo nas frequências vermelhas.

Por completeza, vamos considerar uma configuração onde $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$ e vamos explorar ambos os regimes de dispersão normal e anômala. Analogamente ao caso da Fig. 10, estas configurações apresentam os mesmos resultados em termos da evolução do perfil temporal do pulso, exceto nos espectrogramas. Assim, vemos como ocorre a evolução temporal do pulso a partir da Fig. 11(a), e o perfil temporal de saída após $L = 20$ mm está apresentado na Fig. 11(b).

Figura 11 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio dispersivo (somente parâmetros GVD e TOD) sem não linearidade: (a) Evolução temporal sob $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$ (mesmo resultado), (b) Perfis temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul) sob $\beta_3 = -30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$ (mesmo resultado). (c-d) Espectrograma considerando $\beta_3 = 30\beta_3^{FS}$ e $\beta_2 = \pm\beta_2^{FS}$, respectivamente.



Fonte: O autor (2023).

Em relação aos espectrogramas, no caso em que $\beta_2 > 0$ e $\beta_3 < 0$ [Fig. 11(c)], o avanço de grupo das componentes vermelhas e azuis devido ao parâmetro TOD < 0 é modificado pela dispersão normal. Ou seja, o atraso na velocidade de grupo das componentes azuis devido a $\beta_2 > 0$ compensa em algum grau o efeito do avanço de grupo devido a TOD < 0 . Porém, no caso das componentes vermelhas, temos que ambos os parâmetros GVD e TOD contribuem

para o avanço de grupo. Considerando $\beta_2 < 0$ e $\beta_3 < 0$ [Fig. 11(d)], temos uma situação análoga à anterior, mas agora o avanço de grupo irá ocorrer entre as componentes azuis, enquanto que o efeito de compensação na velocidade de grupo irá ocorrer entre as componentes vermelhas.

Portanto, vimos como o parâmetro GVD e TOD atuam de forma isolada e em conjunto na propagação de pulsos ultracurtos na ausência de efeitos não lineares. Na próxima seção, iremos explorar os efeitos não lineares, porém somente em casos onde o sinal do parâmetro GVD é o mesmo do índice de refração não linear ($\beta_2 n_2 > 0$ ou $\beta_2 \gamma_0 > 0$). Para os casos onde $\beta_2 n_2 < 0$, podemos ter a manifestação de sólitons temporais brilhantes (*temporal bright solitons*), os quais iremos explorar nos próximos capítulos.

2.2.2 Efeitos da não linearidade

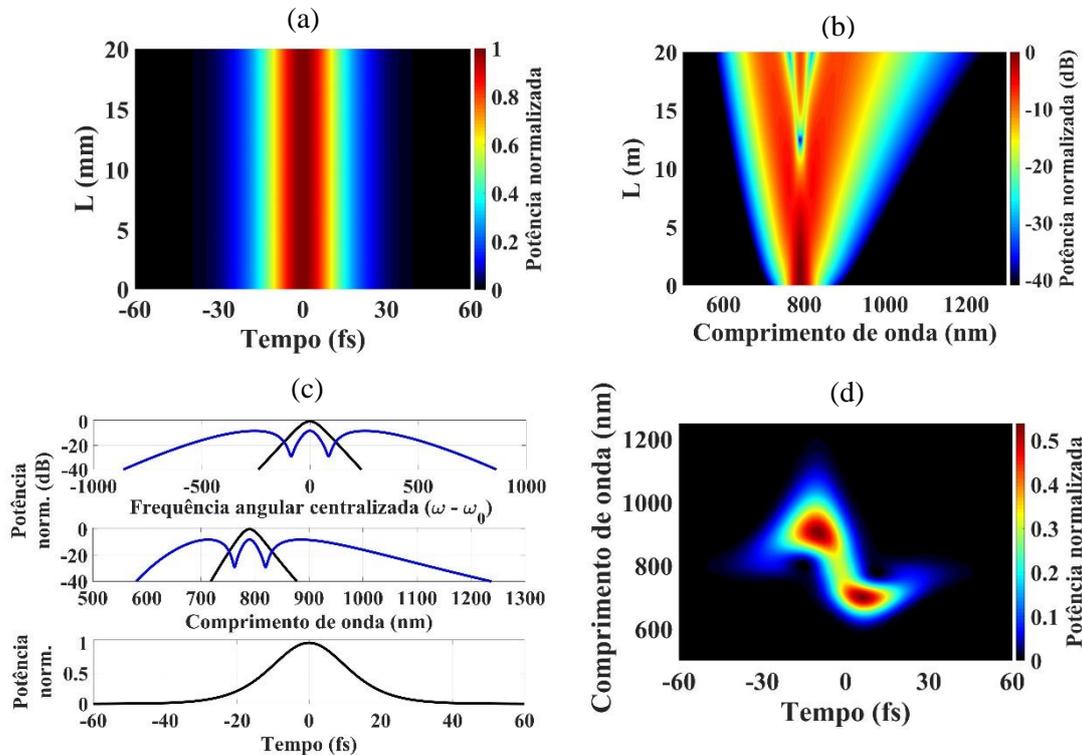
Para analisar a propagação de um pulso ultracurto em um meio não linear e sem dispersão, vamos considerar um meio com não linearidade Kerr positiva igual ao da sílica fundida em 790 nm ($n_2 = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$) com comprimento $L = 20 \text{ mm}$, na presença somente da automodulação de fase (SPM), ou seja, desprezando o efeito *self-steepening* e o espalhamento Raman intrapulso. Vamos também assumir que o feixe possui diâmetro constante ao longo de sua propagação igual a $10 \text{ }\mu\text{m}$, assim, o coeficiente não linear de terceira ordem para esta configuração se torna $\gamma_0 = 2,5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$.

Em relação ao pulso ultracurto considerado na simulação, vamos assumir novamente um pulso de entrada igual ao analisado anteriormente, porém com maior potência de pico: $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$ com potência de pico, tempo de duração à meia altura, e comprimento de onda central iguais a $P_0 = 150 \text{ kW}$, $T_{FWHM} = 25 \text{ fs}$, e $\lambda_0 = 790 \text{ nm}$, respectivamente. A partir desta configuração, o comprimento de não linearidade é igual a $L_{NL} = (\gamma_0 P_0)^{-1} = 2,67 \text{ mm}$ [comprimento característico no qual a largura de banda espectral à $1/e$ do pico aumenta por um fator $\sqrt{2}$ (AGRAWAL, 2013)].

Como mostram as Figs. 12(a,c), o perfil temporal do pulso permanece inalterado ao longo de sua propagação, apesar da geração de novas frequências via automodulação de fase [Fig. 12(b)]. A partir da Fig. 12(c), note que a geração de novas frequências ocorre de forma simétrica em relação à frequência central do pulso, $\omega - \omega_0$ (em unidades de rad/ps). Assim, ao considerar o espectro em função do comprimento de onda, é natural que o perfil simétrico no domínio de frequências seja assimétrico no domínio dos comprimentos de onda, uma vez que $\lambda = 2\pi c/\omega$, o que não significa que o espectro seja deslocado para o vermelho (maiores

comprimentos de onda), como pode ser observado na Fig. 12(c). Nesse caso, o espectro em -40 dB se estende entre 580 nm e 1235 nm.

Figura 12 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio não dispersivo e com não linearidade (somente SPM): (a) Evolução temporal, (b) Evolução espectral, (c) Perfis espectrais e temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul). (d) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm.

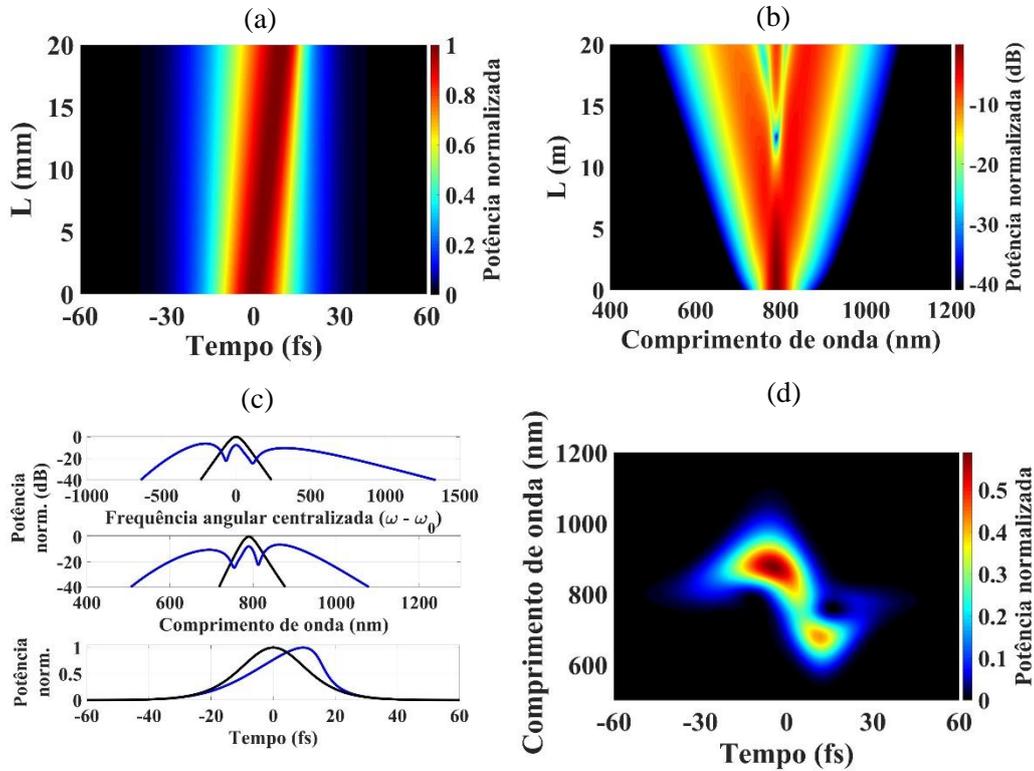


Fonte: O autor (2023).

Conforme foi mencionado na seção anterior [Eq. (2.10) e Fig. 6], o pulso adquire *chirp* positivo (negativo) e linear em torno de sua região central ao se propagar em um meio Kerr com não linearidade positiva (negativa). O espectrograma mostrado na Fig. 12(d) demonstra este fato. Note que nas bordas do pulso, temos uma inversão do *chirp*. Desta forma, o espectrograma apresentado na Fig. 12(d) apresenta exatamente o mesmo comportamento da Fig. 6.

Comparando a Fig. 8(c) com a Fig. 12(d), vemos de forma clara como ocorrem as contribuições do parâmetro GVD e do efeito SPM no *chirp* do pulso. É relevante mencionar que ao considerar um meio com não linearidade Kerr negativa, $\gamma_0 = -2,5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, obteremos resultados idênticos aos das Fig. 12(a-c), enquanto que o espectrograma mostrado na Fig. 12(d) apresentará um *chirp* central linear negativo, e não linear nas bordas.

Figura 13 - Propagação de um pulso ultracurto em um meio não dispersivo e com não linearidade (SPM e efeito *self-steepening*): (a) Evolução temporal, (b) Evolução espectral, (c) Perfis espectrais e temporais do pulso de entrada (linha preta) e após propagar uma distância $L = 20$ mm (linha azul). (d) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm.



Fonte: O autor (2023).

Considerando a contribuição não linear do efeito *self-steepening* juntamente com a automodulação de fase, a partir dos resultados apresentados na Fig. 13, vemos imediatamente o efeito *self-steepening* causando uma inclinação no perfil temporal do pulso para trás [Fig. 13(a,c)], aumentando a magnitude das derivadas na parte de trás do pulso ($t > 0$) e suavizando-as na região frontal. Este efeito promove um aumento na geração de comprimentos de onda azuis, tornando o espectro *blue-shifted*, se estendendo (em -40 dB) entre 506 nm e 1080 nm. Ou seja, o efeito *self-steepening* causa uma assimetria espectral devido ao atraso na velocidade de grupo na região do pico do pulso.

Em ambos os casos apresentados, vemos que a automodulação de fase foi capaz de gerar pulsos espectralmente largos abrangendo um pouco mais de uma oitava. Quando temos uma geração de frequências alcançando esta configuração, ocorre o fenômeno conhecido como geração de supercontínuo (GSC), o qual iremos explorar na próxima seção.

2.2.3 Geração de supercontínuo (GSC)

Quando um pulso ultracurto e intenso propaga em um meio com não linearidade Kerr, vemos como ocorre a geração de frequências via a automodulação de fase temporal. O efeito *self-steepening* pode então contribuir introduzindo assimetrias no perfil espectral e temporal, resultando em espectros deslocados para menores comprimentos de onda (*blue-shifted*), em casos onde $n_2 > 0$.

Nas configurações onde ocorre a acumulação de *chirp* positivo ou negativo no pulso devido aos efeitos não lineares e da dispersão da velocidade de grupo, temos $\beta_2\gamma_0 > 0$ e em ambos os casos possíveis ($\beta_2 < 0$ e $\gamma_0 < 0$ ou $\beta_2 > 0$ e $\gamma_0 > 0$) ocorrem alargamentos temporais do pulso ao longo de sua propagação. Este efeito dispersivo causa uma diminuição na potência de pico (e das derivadas temporais) do pulso, o que limita a geração de novas frequências [expressão (2.10)].

Para gerar pulsos espectralmente largos abrangendo pelo menos uma oitava de comprimentos de onda (espectros supercontínuos), considerando somente os casos onde ocorre o acúmulo de *chirp* ao longo da propagação do pulso, é interessante considerar pulsos de entrada com altas potências de pico e com o menor tempo de duração possível (escala de femtossegundos).

Desta forma, as derivadas temporais do pulso assumirão maiores magnitudes, favorecendo uma geração ampla de frequências de forma mais abrupta. Neste regime, inicialmente as contribuições não lineares dominam sobre as dispersivas, e conforme o pulso alarga temporalmente ao longo de sua propagação, a contribuição da não linearidade tende a se tornar desprezível. Por isso que o processo de geração de frequências precisa ser abrupto em casos onde $\beta_2\gamma_0 > 0$. Veremos no capítulo 5, que a geração de supercontínuo pode ser obtida através de um processo chamado filamentação (para mais detalhes, consultar o Apêndice A), e no geral, tal processo também precisa acontecer de forma mais abrupta para que o espectro supercontínuo seja o mais largo possível (não necessariamente sendo o mais energético).

A fim de investigarmos a geração de supercontínuo, variamos sistematicamente a potência de pico e o tempo de duração do pulso de entrada em uma configuração que proporciona o acúmulo de *chirp* positivo ($\beta_2 > 0$ e $\gamma_0 > 0$). Baseado nas mesmas abordagens das seções anteriores, foi considerado um pulso de entrada com perfil temporal $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, comprimento de onda central $\lambda_0 = 790$ nm propagando em um guia de onda de sílica fundida descrito pelos seguintes termos de dispersão de altas ordens:

$\beta_2 = +36,9 \text{ fs}^2 \cdot \text{mm}^{-1}$, $\beta_3 = +27,08 \text{ fs}^3 \cdot \text{mm}^{-1}$, $\beta_4 = -10,6 \text{ fs}^4 \cdot \text{mm}^{-1}$, $\beta_5 = +29,5 \text{ fs}^5 \cdot \text{mm}^{-1}$, $\beta_6 = -74,3 \text{ fs}^6 \cdot \text{mm}^{-1}$ e $\beta_7 = +231 \text{ fs}^7 \cdot \text{mm}^{-1}$ (MALITSON, 1965). Além disso, também foi considerado um coeficiente não linear de terceira ordem $\gamma_0 = 2,5 \text{ W}^{-1} \text{km}^{-1}$, o efeito *self-steepening* e o espalhamento Raman intrapulso.

Por oportuno, destacamos que a contribuição do espalhamento Raman intrapulso ocorre de forma relevante em sistemas onde a duração dos pulsos é comparável ou menor ao tempo característico das respostas vibracionais das moléculas do meio. No caso da sílica [expressão (2.13)], vimos que $\tau_1 = 12.2 \text{ fs}$ e $\tau_2 = 32 \text{ fs}$ representam tais tempos característicos. Nesta seção, estamos explorando configurações em que $\beta_2 \gamma_0 > 0$, ou seja, em que ocorrem alargamento temporal no pulso ao longo de sua propagação. Portanto, para os resultados mostrados nesta seção, a contribuição do espalhamento Raman intrapulso na dinâmica temporal e espectral pode ser desprezada.

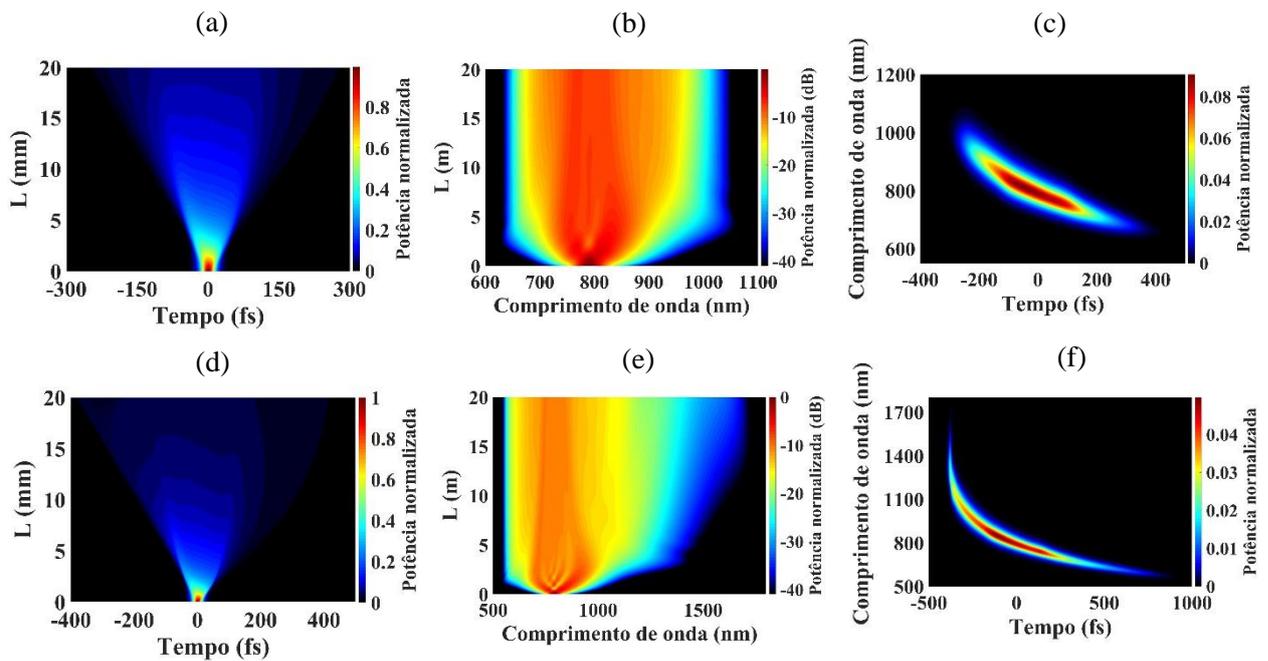
Considerando pulsos de entrada com tempos de duração à meia altura iguais a 25 fs, a Fig. 14(a,b) mostra a evolução temporal e espectral no caso em que a potência de pico é igual a $P_0 = 1 \text{ MW}$, correspondendo a um pulso de energia $E = T_{FWHM} P_0 = 25 \text{ nJ}$. Neste caso, majoritariamente, a geração de novas frequências ocorre ao longo da propagação até $L = 6 \text{ mm}$, sendo então limitada pelo alargamento temporal do pulso devido à dispersão normal. Em $L = 20 \text{ mm}$, o pulso adquire uma duração temporal à meia altura igual a 390 fs, enquanto que o espectro abrange de 634 nm até 1048 nm (em -40 dB), resultando em um espectro próximo de ser caracterizado como supercontínuo. Na Fig. 14(c) temos o espectrograma de saída, o qual indica que o *chirp* positivo introduzido ao longo do processo é aproximadamente linear.

Ao aumentar a potência de pico para $P_0 = 4 \text{ MW}$, obtemos um pulso com energia $E = 100 \text{ nJ}$, o qual produz uma geração de supercontínuo mais abrupta, como mostrado na Fig. 14(d,e). Nesta configuração, é notável uma inclinação suave para trás no perfil temporal do pulso nos primeiros milímetros de propagação [Fig. 14(d)], devido ao efeito *self-steepening*. Em $L = 20 \text{ mm}$, o pulso adquire uma duração temporal à meia altura igual a 745 fs, enquanto que o espectro abrange de 547 nm até 1710 nm (em -40 dB), resultando em um espectro supercontínuo robusto (largura espectral maior que uma oitava).

Na Fig. 14(f), temos o espectrograma do pulso de saída, onde vemos que o *chirp* positivo adquire um comportamento não linear nas bordas temporais. Neste caso, o parâmetro $\text{TOD} > 0$ atua diminuindo a velocidade de grupo das componentes vermelhas ($\lambda > \lambda_0$) e azuis ($\lambda < \lambda_0$), de forma análoga ao espectrograma da Fig. 10(c). Devido a esta dinâmica dispersiva conduzida pela dispersão normal sujeita a um parâmetro $\text{TOD} > 0$, a região frontal do pulso não

experimenta uma forte suavização em suas derivadas temporais, e por isso temos um aumento na geração de componentes vermelhas na frente do pulso. Enquanto que na região traseira do pulso, as componentes azuis alargam temporalmente o pulso devido à diminuição na sua velocidade de grupo ($GVD > 0$ e $TOD > 0$).

Figura 14 - Propagação de um pulso ultracurto (25 fs) em um meio dispersivo e com não linearidade (sílica fundida): (a-c) $P_0 = 1$ MW (25 nJ): (a) Evolução temporal, (b) Evolução espectral, (c) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm. (d-f) $P_0 = 4$ MW (100 nJ): (d) Evolução temporal, (e) Evolução espectral, (f) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm.



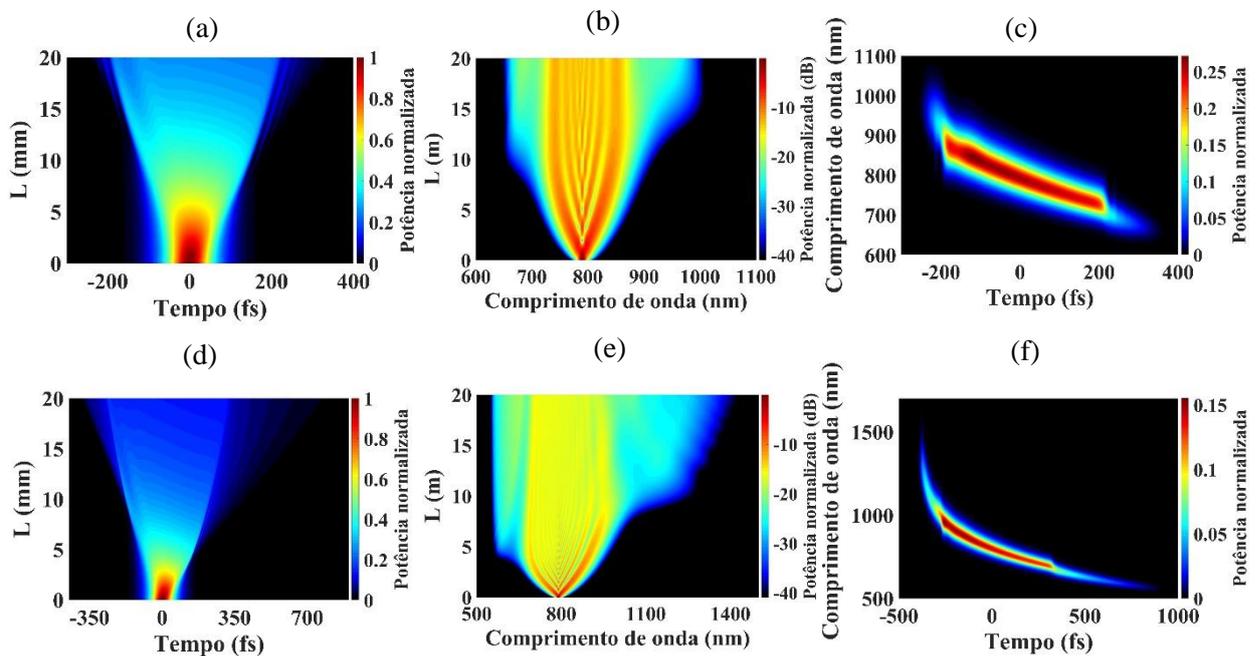
Fonte: O autor (2023).

Considerando que na simulação apresentada na Fig. 14(d-f) a contribuição da dispersão é somente conduzida pelo parâmetro GVD, o *chirp* do pulso tende a ficar com comportamento mais próximo de linear, não ocorrendo uma GSC tão ampla como foi visto considerando os termos de dispersão de altas ordens. Neste caso, o espectro abrange (em -40 dB) entre 522 nm e 1245 nm. Enquanto que no caso da Fig. 14(a-c), o espectro abrange (em -40 dB) entre 625 nm e 1018 nm. Portanto, no regime em que estamos considerando, o efeito *self-steepening* contribui para que a GSC seja *blue-shifted*, enquanto que o efeitos dispersivos de altas ordens contribuem para que a GSC seja *red-shifted*. No início do processo, a abrupticidade da contribuição não linear torna o espectro *blue-shifted*, mas conforme o pulso dispersa e modifica o seu perfil temporal, a SPM pode tornar o espectro *red-shifted*.

Para uma compreensão mais geral sobre a dinâmica temporal e espectral de pulsos ultracurtos, vamos considerar a mesma configuração investigada na Fig. 14, exceto pelos valores de energia e tempo de duração dos pulsos de entrada. Considerando pulsos com tempos

de duração $T_{FWHM} = 100$ fs, na Fig. 15 estão apresentadas as evoluções temporais e espectrais em casos onde $P_0 = 1$ MW [Fig. 15(a-c)] e $P_0 = 4$ MW [Fig. 15(d-f)], correspondendo a pulsos com energias iguais a 100 nJ e 400 nJ, respectivamente. Assim, o pulso de entrada da configuração apresentada na Fig. 14(d-f) possui a mesma energia (100 nJ) da configuração apresentada na Fig. 15(a-c).

Figura 15 - Propagação de um pulso ultracurto (100 fs) em um meio dispersivo e com não linearidade (sílica fundida): (a-c) $P_0 = 1$ MW (100 nJ): (a) Evolução temporal, (b) Evolução espectral, (c) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm. (d-f) $P_0 = 4$ MW (400 nJ): (d) Evolução temporal, (e) Evolução espectral, (f) Espectrograma do pulso em $L = 20$ mm.



Fonte: O autor (2023).

Com respeito ao pulso de entrada com $P_0 = 1$ MW [Fig. 15(a-c)], após propagar uma distância $L = 20$ mm em uma guia de onda de sílica fundida, o pulso adquire uma duração temporal à meia altura igual a 420 fs, enquanto o espectro se estende entre 650 nm e 1005 nm (-40 dB), promovendo uma modesta geração de frequências quase sendo considerada uma geração de supercontínuo. Apesar de neste caso o pulso de entrada possuir a mesma energia em comparação com o caso em que ocorre a geração de supercontínuo na Fig. 14(d-f), o pulso na Fig. 15(a-c) possui um tempo de duração quatro vezes maior, implicando em derivadas temporais com menores magnitudes [veja a expressão (2.10)]. Portanto, para observar a geração de espectros supercontínuos, o tempo de duração do pulso de entrada é o parâmetro mais importante quando se trata de maiores alargamentos espectrais devido a automodulação de fase em guias de ondas unidimensionais.

Considerando um pulso de entrada com $P_0 = 4$ MW [Fig. 15(d-f)], após propagar uma distância $L = 20$ mm no guia de onda de sílica fundida, o pulso adquire uma duração temporal à meia altura igual a 722 fs, enquanto o espectro se estende entre 550 nm e 1420 nm (-40 dB), promovendo uma geração de supercontínuo robusta. Note que nas bordas do pulso no domínio temporal [Fig. 15(a,d)] ocorre o surgimento de estruturas oscilatórias na frente e atrás do pulso. Este fenômeno é chamado de *optical wave breaking*, o qual se desenvolve devido ao *chirp* não linear nas bordas do pulso (SPM com $n_2 > 0$) no regime de dispersão normal (AGRAWAL, 2013), como mencionado na análise da Fig. 6.

Portanto, vimos que pulsos temporalmente mais curtos são necessários para a geração de espectros supercontínuos mais amplos, onde quanto maior for o tempo de duração do pulso de entrada, mais energia será necessária para que a potência de pico alcance um valor suficientemente grande para que ocorra a geração de supercontínuo. Porém, ao considerar pulsos mais energéticos e com maiores tempos de duração, inevitavelmente tal configuração estará mais próxima do limiar de dano do material.

Resumindo, vimos que os efeitos não lineares podem promover (SPM e espalhamento Raman intrapulso) e influenciar (*self-steepening*) a geração de novas frequências. Em casos onde se despreza o efeito *self-steepening* e o espalhamento Raman intrapulso, a geração de novas frequências via automodulação de fase ocorre de forma simétrica em relação à frequência central do pulso. Ao considerar o efeito *self-steepening*, o atraso da velocidade de grupo na região central do pulso promove um aumento nas magnitudes das derivadas temporais na parte de trás do pulso, enquanto que a parte da frente experimenta uma diminuição nas magnitudes de suas derivadas temporais (caso $n_2 > 0$). Assim, o efeito *self-steepening* atua inclinando temporalmente o pulso para trás, o que favorece a geração de componentes de menores comprimentos de onda, via automodulação de fase, tornando o espectro assimétrico e *blue-shifted*.

Levando em conta os termos de dispersão de altas ordens da sílica fundida, observa-se uma distorção no perfil temporal do pulso, o qual favorece a geração de componentes de maiores comprimentos de onda via automodulação de fase, e assim promovendo um espectro *red-shifted*. Finalmente, a inclusão do espalhamento Raman intrapulso contribui para deslocar o espectro para o vermelho, através do processo Stokes, predominante nas condições usuais, com energia térmica menor que as energias vibracionais do meio. Portanto, com base em todos estes fenômenos, vamos investigar nos próximos capítulos o comportamento de sólitons

temporais, pulsos que se propagam sem o alargamento temporal típico de sistemas onde ocorre o acúmulo de *chirp* ($\beta_2\gamma_0 > 0$).

3 SÓLITONS TEMPORAIS

No capítulo anterior, vimos, situações onde ao se propagar pulsos ultracurtos em meios dispersivos, com não linearidade Kerr, ocorre o acúmulo do *chirp* temporal ($\beta_2\gamma_0 > 0$). Nestes casos, as componentes de frequência com maiores velocidades de grupo são geradas na frente do pulso, enquanto que as componente de frequência com menores velocidades de grupo são geradas na região traseira do pulso. Assim, conforme o pulso propaga, o *chirp* introduzido pela SPM possui o mesmo sinal do *chirp* introduzido pelo parâmetro GVD, ocorrendo então, um alargamento temporal do pulso e a acumulação de *chirp*.

Neste capítulo, vamos considerar em todos os casos $\gamma_0 > 0$ ($n_2 > 0$). Assim, a automodulação de fase contribui tornando o *chirp* do pulso positivo, aproximadamente linear no centro e não linear nas bordas [Fig. 12(d)], onde as componentes de maiores comprimentos de onda ($\lambda > \lambda_0$) são geradas na frente do pulso, enquanto que as componentes de menores comprimentos de onda ($\lambda < \lambda_0$) são geradas atrás do pulso. Em relação à dispersão (GVD), vamos considerar em todos os casos a dispersão anômala ($\beta_2 < 0$), a qual atua introduzindo um *chirp* negativo no pulso. Portanto, trataremos os casos onde $\beta_2\gamma_0 < 0$.

Neste sentido, quando a contribuição do parâmetro GVD ($L_D = T_0^2/|\beta_2|$) é da mesma ordem que a contribuição da não linearidade [$L_{NL} = 1/(\gamma_0 P_0)$], o *chirp* negativo introduzido pela dispersão anômala tenderá a ser compensado, em algum grau, pelo *chirp* positivo introduzido pela não linearidade (SPM). Quando o efeito dispersivo é igual ao da não linearidade já nas condições iniciais do pulso ($L_D = L_{NL}$), teremos um pulso que evolui com *chirp* zero e propagando de forma estável, ou seja, sem deformações no seu perfil temporal e espectral devido ao processo de compensação do *chirp* introduzido pela SPM e o parâmetro GVD. Nestes casos, temos os chamados sólitons de primeira ordem ($N = 1$), ou sólitons fundamentais. A ordem do sóliton é definida como (AGRAWAL, 2013):

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma_0 P_0 T_0^2}{|\beta_2|}. \quad (3.1)$$

Em casos onde $0,5 < N^2 < 1,5$, o desbalanço entre a não linearidade e a dispersão provoca um comportamento solitônico oscilatório (*breather solitons*), onde o pulso experimenta variações no seu tempo de duração e em sua largura de banda espectral, podendo eventualmente evoluir para sólitons fundamentais. Além dos sólitons fundamentais, sólitons de altas ordens podem surgir em casos onde a potência de pico e o tempo de duração do pulso se

balanceiam para que $N \geq 2$ (número inteiro), onde $N = 2$ e 3 correspondem a um sóliton de segunda ordem e terceira ordem, respectivamente (AGRAWAL, 2013).

Sólitons temporais são soluções estáveis da ENLSG (Eq. 2.14), onde os perfis temporais do pulso, em geral, ou não sofrem modificações ao longo de sua propagação (sóliton fundamental), ou são modificações periódicas (sólitons de ordens superiores). No entanto, este comportamento geral dos sólitons pode ser alterado quando a contribuição do espalhamento Raman intrapulso é relevante, causando um deslocamento espectral do pulso para o vermelho (espalhamento Stokes). Assim, conforme o sóliton fundamental propaga mantendo seu tempo de duração e largura de banda constantes, o seu espectro é deslocado continuamente para o vermelho enquanto houver espalhamento Raman relevante. Nestes casos, temos os chamados sólitons Raman (GOUVEIA-NETO; GOMES; TAYLOR; 1988; DUDLEY; COEN; 2002; AGRAWAL, 2013), os quais iremos explorar no final da seção 3.3 e no próximo capítulo.

3.1 Sólitons fundamentais

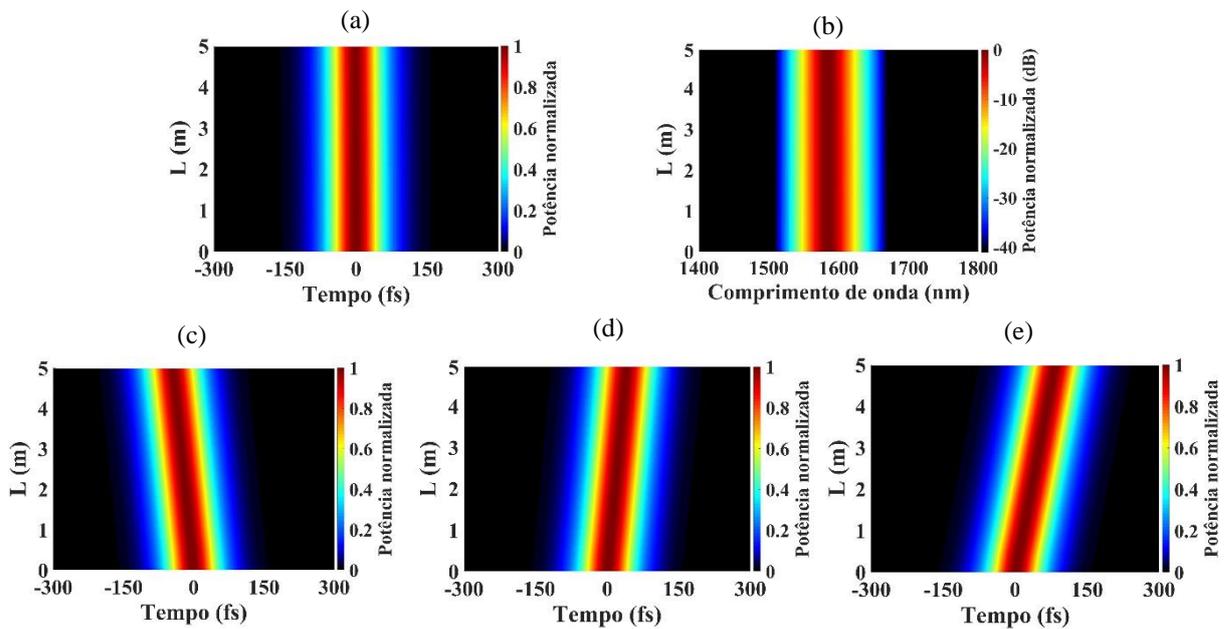
Para analisar a evolução temporal dos sólitons fundamentais ($N = 1$), vamos considerar um guia de ondas de sílica fundida no regime de dispersão anômala, regime dispersivo o qual pode ser obtido a partir de um pulso óptico com comprimento de onda central $\lambda_0 = 1585$ nm. Nesta configuração, os termos de dispersão de altas ordens da sílica fundida (FS) são: $\beta_2 = -32,2 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = +16,56 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -5,63 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = +2,73 \times 10^{-6} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -1,61 \times 10^{-8} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$, e $\beta_7 = +1,11 \times 10^{-10} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$ (MALITSON, 1965). Por simplicidade, vamos considerar o mesmo parâmetro de não linearidade do capítulo anterior, $\gamma_0 = 2,5 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$.

Consideremos um pulso de entrada secante hiperbólico, $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, com potência de pico e tempo de duração à meia altura iguais a $P_0 = 4 \text{ kW}$ e $T_{FWHM} = 100 \text{ fs}$, respectivamente. Teremos uma configuração onde os comprimentos de dispersão e de não linearidade são iguais ($L_D = L_{NL} = 100 \text{ mm}$). Propagando este pulso ao longo de um comprimento igual $L = 5 \text{ m}$, levando em conta somente o parâmetro GVD e a automodulação de fase na simulação, teremos os sólitons fundamentais ideais, como mostram as Figs. 16(a,b).

Considerando os termos de dispersão de altas ordens, porém assumindo o parâmetro TOD negativo $\beta_3 = -\beta_3^{FS} = -16,56 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, a partir da Fig. 16(c) observamos o sóliton fundamental se adiantando temporalmente devido ao aumento na sua velocidade de grupo ($\beta_3 < 0$). Neste caso, conforme os termos de dispersão de altas ordens tendem a criar uma

assimetria no perfil temporal do pulso, a não linearidade atua compensando essas assimetrias para manter o estado de s3l3ton fundamental est3vel, por3m podendo ocorrer mudan3as na sua velocidade de grupo de acordo com o sinal do par3metro TOD (AGRAWAL, 2013).

Figura 16 - Propaga33o de um s3l3ton fundamental ($T_{FWHM} = 100$ fs, $\lambda_0 = 1585$ nm) em um guia de ondas de s3lica fundida (dispers3o an3mala) e com n3o linearidade (SPM): (a-b) Evolu33o temporal e espectral, respectivamente, considerando somente GVD e SPM. (c,d) Evolu33o temporal do s3l3ton fundamental adicionando os termos de dispers3o de altas ordens, mas controlando o sinal de β_3 : (c) $\beta_3 = -\beta_3^{FS} < 0$ e (d) $\beta_3 = \beta_3^{FS} > 0$. (e) Evolu33o temporal do s3l3ton fundamental adicionando os termos de altas ordens da s3lica fundida (FS) e o efeito *self-steepening*.



Fonte: O autor (2023).

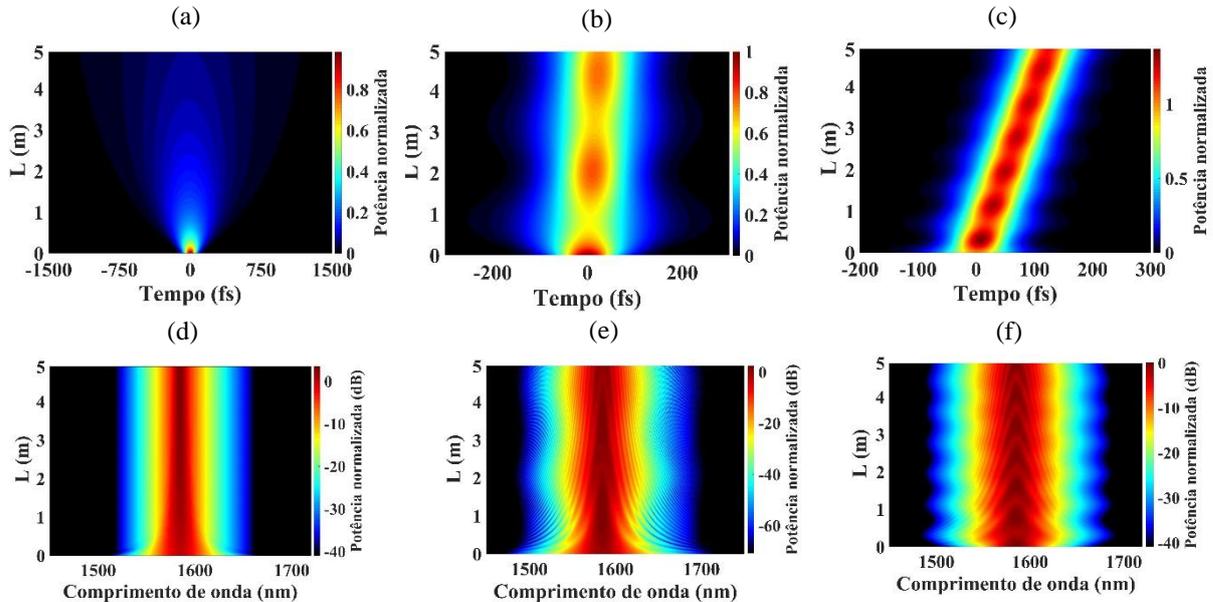
No caso $\beta_3 = \beta_3^{FS} > 0$ [Fig. 16(d)], temos uma din3mica temporal com comportamento oposto, ocorrendo uma diminui33o na velocidade de grupo do s3l3ton fundamental. Ao considerar o efeito *self-steepening* na n3o linearidade, como apresentado na Fig. 16(e), vemos que o s3l3ton fundamental mant3m a sua forma est3vel, por3m com uma velocidade de grupo ainda menor, uma vez que o efeito *self-steepening* e o par3metro TOD > 0 contribuem na diminui33o da velocidade de grupo do pulso.

Para explorar as configura33es onde a ordem do s3l3ton 3 em torno de $N = 1$, ocorrendo ent3o uma desigualdade entre L_D e L_{NL} , vamos variar a pot3ncia de pico do pulso de entrada e considerar os termos de dispers3o de altas ordens da s3lica fundida, e os efeitos SPM e *self-steepening*.

Em configura33es onde $L_D \ll L_{NL}$ ($N \ll 1$), o regime 3 fortemente dispersivo. Por exemplo, considerando $P_0 = 1,2$ kW ($N^2 = 0,3$), vemos a partir da Fig. 17(a,d), a evolu33o

temporal e espectral do pulso, respectivamente. Neste caso, o *chirp* positivo introduzido através da não linearidade não é suficiente para compensar, de forma relevante, o *chirp* negativo introduzido pela dispersão anômala. Nesse sentido, o pulso evolui alargando temporalmente e com *chirp* negativo.

Figura 17 - Propagação de um pulso ultracurto ($T_{FWHM} = 100$ fs, $\lambda_0 = 1585$) em um meio dispersivo (dispersão de altas ordens) e com não linearidade (SPM e *self-steepening*): (a-c) Evolução temporal considerando: (a) $N^2 = 0,3$; (b) $N^2 = 0,75$; (c) $N^2 = 1,25$. (d-f) As respectivas evoluções espectrais.



Fonte: O autor (2023).

Note o estreitamento espectral nos primeiros 0,5 m de propagação, este efeito ocorre devido a uma leve compensação no *chirp* devido a automodulação de fase reversa, onde frequências vermelhas ($\lambda > \lambda_0$) e azuis ($\lambda < \lambda_0$) do pulso de entrada são convertidas para a região do comprimento de onda central do pulso. Em outras palavras, o *chirp* negativo introduzido pela dispersão anômala rapidamente atua deslocando as componentes azuis para a frente do pulso ($T < 0$) e as vermelhas para atrás do pulso ($T > 0$). À medida em que a automodulação de fase gera frequências vermelhas na frente do pulso, região onde estão as componentes azuis (*chirp* negativo), e também gera frequências azuis na parte de trás do pulso, região onde estão as componentes vermelhas (*chirp* negativo). Temos então um processo de reversão de frequências vermelhas e azuis para a região de frequências centrais do pulso através da automodulação de fase reversa, ocorrendo em ambos os lados do pulso e causando um estreitamento espectral.

Ao considerar $N^2 = 0,75$ ($P_0 = 3$ kW) pode-se também observar que, apesar da contribuição da dispersão ser maior que a da não linearidade ($L_D < L_{NL}$), ocorre um alargamento

temporal imediato acompanhado de um estreitamento espectral no pulso, como mostrado na Fig. 17(b,e), pelos mesmos motivos da configuração anterior [Fig. 17(a,d)]. No entanto, conforme o pulso alarga temporalmente, se a diminuição na potência de pico for menor que o aumento quadrático do tempo de duração do pulso ($N^2 \propto P_0 T_0^2$), o valor de N tende a subir para próximo de 1. Nesse sentido, o pulso alarga temporalmente até o ponto onde $L_D \gtrsim L_{NL}$ ($N \gtrsim 1$), a partir deste ponto, a automodulação de fase reversa compensa completamente todo o *chirp* negativo acumulado ao longo do ciclo dispersivo (fase de alargamento temporal e estreitamento espectral). Assim, a contribuição da não linearidade passa a dominar a dinâmica solitônica, onde a automodulação de fase atua gerando novas frequências, introduzindo um *chirp* positivo no pulso, enquanto que a dispersão anômala atua compensando o *chirp* positivo de forma a provocar uma compressão temporal e um alargamento espectral. Note que neste processo não ocorre a reversão de frequências azuis e vermelhas para a região da frequência central (SPM reversa), visto que a dispersão não é capaz de gerar novas frequências. Conforme a dispersão compensa completamente o *chirp* positivo acumulado pela SPM, ponto de máxima compressão temporal, o valor de N tende a diminuir de $N \gtrsim 1$ para $N \lesssim 1$ (próximo da configuração inicial), tornando o efeito dispersivo dominante novamente. Claramente, a periodicidade desta dinâmica pode ser vista na Fig. 17(b), onde verifica-se um comportamento do tipo de "respiração" do sóliton.

No caso $N^2 = 1,25$ ($P_0 = 5$ kW), como mostram as Figs. 17(c,f), vemos uma dinâmica temporal e espectral com comportamento semelhante, porém o ciclo de dominância começa pela não linearidade, uma vez que $L_D > L_{NL}$ ($N > 1$). Portanto, em ambas as configurações exploradas acima ($N^2 = 0,75$ e $1,25$), teremos ciclos de dominância da não linearidade e da dispersão, resultando em comportamentos solitônicos oscilatórios que se assemelham aos de sólitons de segunda ordem. A grande diferença entre eles se deve ao fato de que quando $0,5 < N^2 < 1,5$, a evolução do sóliton não é inicialmente estável, os ciclos de alargamentos e compressões temporais e espectrais tendem a acontecer com menos frequência devido a um processo de "amortecimento", até que o pulso evolua para o sóliton fundamental. Nestes tipos de configurações, geralmente ocorre dissipação de energia via ondas dispersivas (origem do "amortecimento das respirações solitônicas"), onde o pulso despeja uma fração de sua energia ao longo de sua propagação, enquanto evolui para o estado de sóliton fundamental. Em alguns casos, é possível que essas ondas dispersivas também evoluam para sólitons fundamentais (BRAUD et al., 2016).

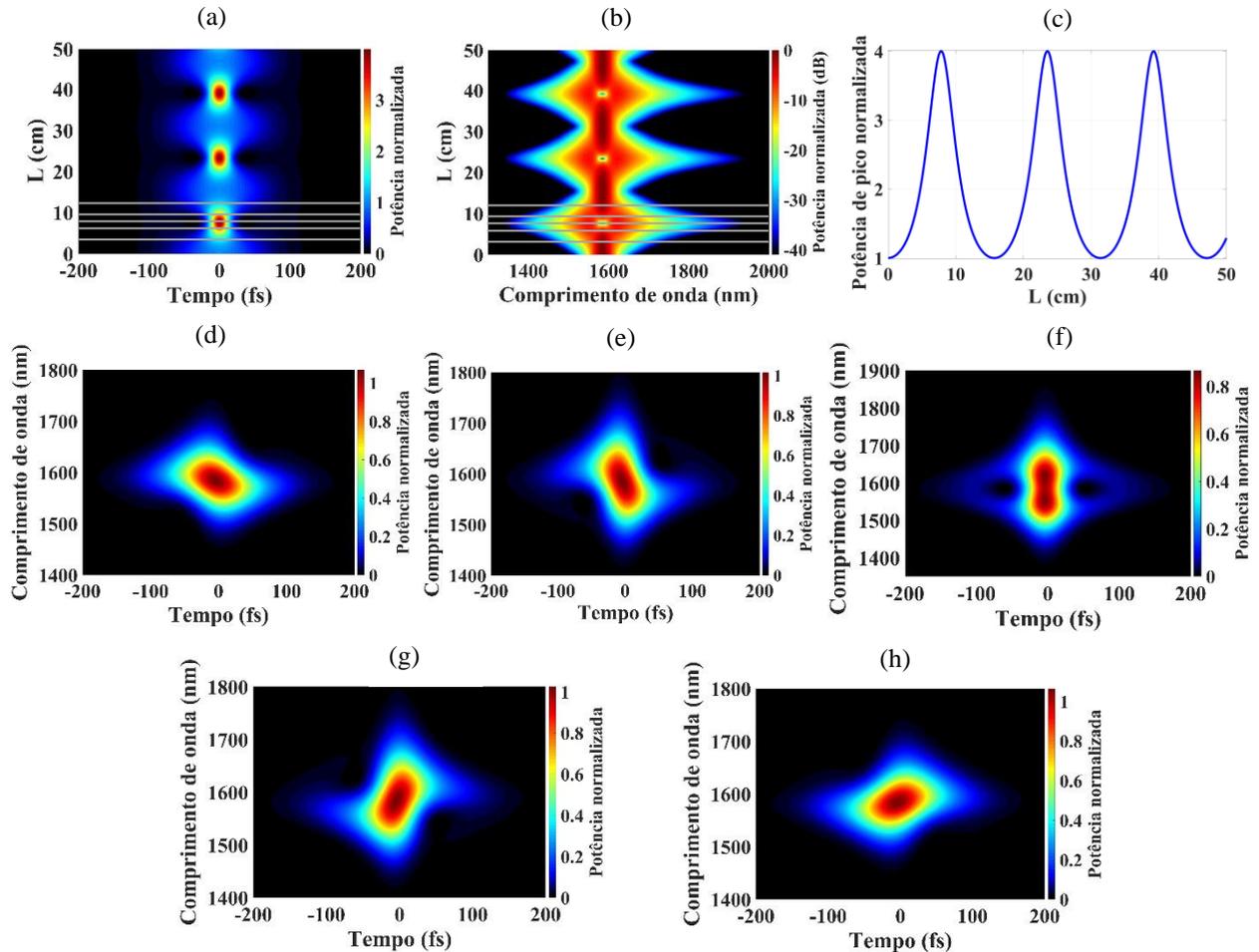
3.2 Sólitons de segunda ordem

Na seção anterior, vimos que os sólitons fundamentais apresentam uma notável robustez quando sujeitos às contribuições de efeitos dispersivos de altas ordens e o efeito *self-steepening* (Fig. 16). Por outro lado, tratando de sólitons de segunda ordem, veremos que a robustez do sóliton pode ser completamente comprometida. Seguindo as mesmas configurações do sistema da seção anterior (3.1), vamos considerar um guia de ondas de sílica fundida e pulsos de entrada com perfil temporal $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, onde $T_{FWHM} = 100$ fs e $\lambda_0 = 1585$ nm.

Considerando somente a dispersão da velocidade de grupo ($\beta_2 = -32,2$ ps²·km⁻¹) e a automodulação de fase na propagação do pulso, sólitons temporais de segunda ordem ($N = 2$) podem ser observados a partir de uma potência de pico de entrada igual a $P_0 = 16$ kW, como mostram as Figs. 18(a,b). Neste caso, o comportamento solitônico apresenta uma dinâmica temporal e espectral análoga ao caso $N^2 = 1,25$ [Fig. 17(c,f)], visto que inicialmente a contribuição da não linearidade é maior que a da dispersão ($N > 1$). Ou seja, inicialmente ocorre a geração de novas frequências via automodulação de fase, introduzindo um *chirp* positivo conforme a dispersão anômala comprime temporalmente o sóliton. Ao longo da compressão temporal, o efeito dispersivo aumenta (diminuindo L_D) até que o pulso atinja a sua compressão temporal máxima (máxima largura de banda). A partir deste ponto, o *chirp* do pulso muda de positivo (dominância da não linearidade) para negativo (dominância da dispersão), ocorrendo daí e diante a automodulação de fase reversa, causando um estreitamento espectral e alargamento temporal do pulso.

Conforme a automodulação de fase reversa reconverte as componentes azuis e vermelhas para a região do comprimento central do pulso, o *chirp* negativo tende a ser compensado, sendo revertido para positivo a partir do ponto onde o alargamento temporal do pulso é máximo (configuração inicial, $T_{FWHM} = 100$ fs). A partir deste ponto, a dominância volta a ser da não linearidade, ocorrendo a geração de componentes vermelhas e azuis via a automodulação de fase, e novamente o pulso volta a apresentar um *chirp* positivo. Portanto, a dinâmica de balanceamento entre a dispersão e não linearidade promove uma estrutura periódica seguida por compressões e alargamentos temporais e espectrais, de forma tal que o pulso evolui para estados que se repetem ao longo de sua propagação.

Figura 18 - Propagação de um sóliton de segunda ordem ($N = 2$) em um guia de ondas de sílica fundida considerando somente o parâmetro GVD e a automodulação de fase: (a,b) Evolução temporal e espectral ao longo de $L = 50$ cm. (c) Evolução da potência de pico. (d-h) Espectrogramas do pulso ao longo do primeiro ciclo do sóliton (linhas cinzas em (a,b)): (d) $L = 3,6$ cm, (e) $L = 5,8$ cm, (f) $L = 7,8$ cm, (g) $L = 10,0$ cm, (h) $L = 12,2$ cm.



Fonte: O autor (2023).

Para uma análise mais detalhada, a Fig. 18(c) mostra o comportamento oscilatório da potência de pico ao longo da propagação do sóliton de segunda ordem. Nas regiões de aumento da potência de pico, ocorrem os ciclos de dominância da não linearidade, enquanto que nas regiões de diminuição da potência de pico, ocorrem os ciclos de dominância da dispersão. Assim, a partir dos pontos de máxima potência de pico (compressão temporal máxima), temos o início dos ciclos dispersivos, e a partir dos pontos de mínima potência de pico (alargamento temporal máximo), temos o início dos ciclos de não linearidade.

Os espectrogramas do sóliton de segunda ordem ao longo do seu primeiro ciclo de não linearidade e de dispersão estão apresentados nas Figs. 18(d-h), onde as cinco linhas cinzas nas Figs. 18(a,b) representam as respectivas distâncias de propagação consideradas para observar os espectrogramas ($L = 3,75$ cm; $5,8$ cm; $7,8$ cm; 10 cm e $12,5$ cm). Conforme o pulso

propaga, em $L = 3,75$ cm o pulso está mais comprimido temporalmente e com uma maior largura de banda. Nesta posição, a dominância é da não linearidade, resultando em um pulso com *chirp* positivo [Fig. 18(d)].

Para mostrar a transição do *chirp* positivo para negativo após o ponto de compressão máxima ($L = 7,8$ cm), em $L = 5,8$ cm vemos que efeito dispersivo causa uma "rotação" no sentido horário no *chirp* do pulso [Fig. 18(e)] devido ao atraso de grupo das componentes vermelhas e ao avanço das componentes azuis. Em $L = 7,8$ cm, temos a posição em que a compressão temporal do pulso é máxima [Fig. 18(f)], e com um formato temporal diferente da secante hiperbólica que é típica de sólitons fundamentais. Neste caso, ocorre o surgimento de bordas em torno da parte central do pulso, em detalhes na Fig. 19(c). Neste ponto, temos um equilíbrio não estável entre as contribuições não lineares e dispersivas, porém proporcionando um pulso com *chirp* zero [Fig. 18(f)].

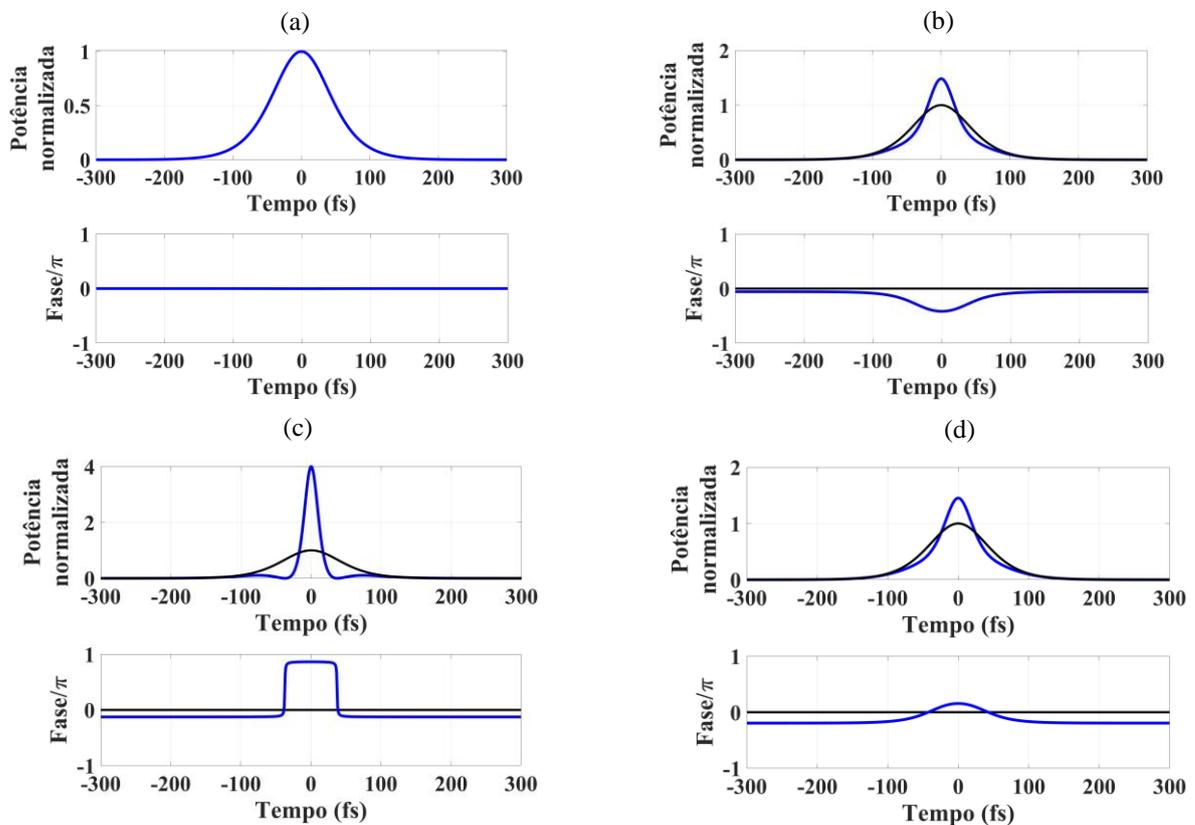
Portanto, o pulso de entrada com 100 fs de tempo de duração à meia altura comprime ao longo do ciclo de não linearidade até alcançar 22 fs (em $L = 7,8$ cm), ocorrendo então, a transição para o ciclo de dominância da dispersão. Após o ponto de compressão temporal máxima, o *chirp* do pulso se torna negativo, ocorrendo o cruzamento das componentes vermelhas e azuis em torno da região central do pulso, como mostrado na Fig. 18(g), em $L = 10,0$ cm. Conforme o pulso propaga, a automodulação de fase reversa promove um estreitamento espectral do pulso, fazendo com que o *chirp* do pulso continue "rotacionando" no sentido horário, observe o espectrograma em $L = 12,5$ cm [Fig. 18(h)], até que o pulso retorne para o seu estado inicial com *chirp* zero (100 fs de duração temporal), ocorrendo a transição para a o ciclo de dominância da não linearidade.

Teoricamente, este processo se repete indefinidamente, se não forem consideradas perdas ou perturbações adicionais, tais como, o efeito *self-steepening*, dispersão de altas ordens ou espalhamento Raman intrapulso. Estes últimos efeitos, podem causar a fissão de sólitons de altas ordens (TAI; HASEGAWA; BEKKI, 1988; CHEN; CHI; 2005; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; YIN; LIN; AGRAWAL, 2007), ou sólitons de segunda ordem com comportamentos pendulares, como veremos na próxima seção 3.3.

Note que, para este sóliton de segunda ordem, os ciclos de dominância da dispersão se iniciam a partir do ponto com tempo de duração mínimo (máxima potência de pico, $4P_0$), enquanto que os ciclos de dominância da não linearidade se iniciam a partir do ponto com tempo de duração máxima (potência de pico mínima, P_0), correspondendo à configuração do pulso de entrada ($N = 2$).

Para complementar a análise do comportamento do sóliton de segunda ordem, na Fig. 19 apresentamos os perfis temporais e as suas respectivas fases ao longo dos ciclos de dominância do sóliton de segunda ordem. Na Fig. 19(a), temos a configuração solitônica inicial ($L = 0$), onde destacamos que o ciclo de não linearidade sempre se inicia com o pulso em fase. Conforme o pulso propaga ao longo do ciclo de não linearidade, podemos ver em $L = 3,6$ cm [Fig. 19(b)], o tempo de duração do pulso diminuindo para 27,2 fs, e uma fase quadrática com concavidade positiva, o que indica que o *chirp* do pulso é positivo (AGRAWAL, 2013).

Figura 19 - Perfis e fases temporais do sóliton de segunda ordem em: (a) $L = 0$. (b) $L = 3,6$ cm (linha azul) e $L = 0$ (linha preta). (c) $L = 7,8$ cm (linha azul) e $L = 0$ (linha preta). (d) $L = 12,2$ cm (linha azul) e $L = 0$ (linha preta).



Fonte: O autor (2023).

No ponto de compressão temporal máxima (22 fs), em $L = 7,8$ cm [Figs. 18(f) e 19(c)], podemos observar as bordas laterais em torno do pulso central, onde tanto a borda da frente, como a de trás possuem uma diferença de fase com o pulso central igual a π . Assim, na região de compressão temporal máxima, existe uma interação repulsiva entre o pulso central e suas bordas laterais, evitando que o perfil temporal do sóliton se torne uma secante hiperbólica. É importante mencionar que mais adiante trataremos com mais detalhes a dinâmica entre o pulso central e suas bordas laterais, onde é importante destacar que as bordas que nos referimos aqui

é a porção de energia que se compreende entre -30 fs e -100 fs (borda da frente) e entre 30 fs e 100 fs (borda de trás) da Fig. 19(c) (linha azul).

Portanto, note que o ciclo de dispersão se inicia a partir de um pulso central possuindo uma relação de oposição de fase (fase repulsiva) entre ele e suas bordas. Após o ponto de compressão máxima, à medida em que o sóliton alarga temporalmente, podemos ver a partir da Fig. 19(d) ($L = 12,5$ cm), a fase do pulso se torna novamente quadrática, porém com concavidade negativa, indicando o *chirp* negativo do pulso. Desta forma, ao alcançar o estado de alargamento temporal máximo, novamente o sóliton inicia o seu ciclo de não linearidade e com o pulso em fase [igual a Fig. 19(a)].

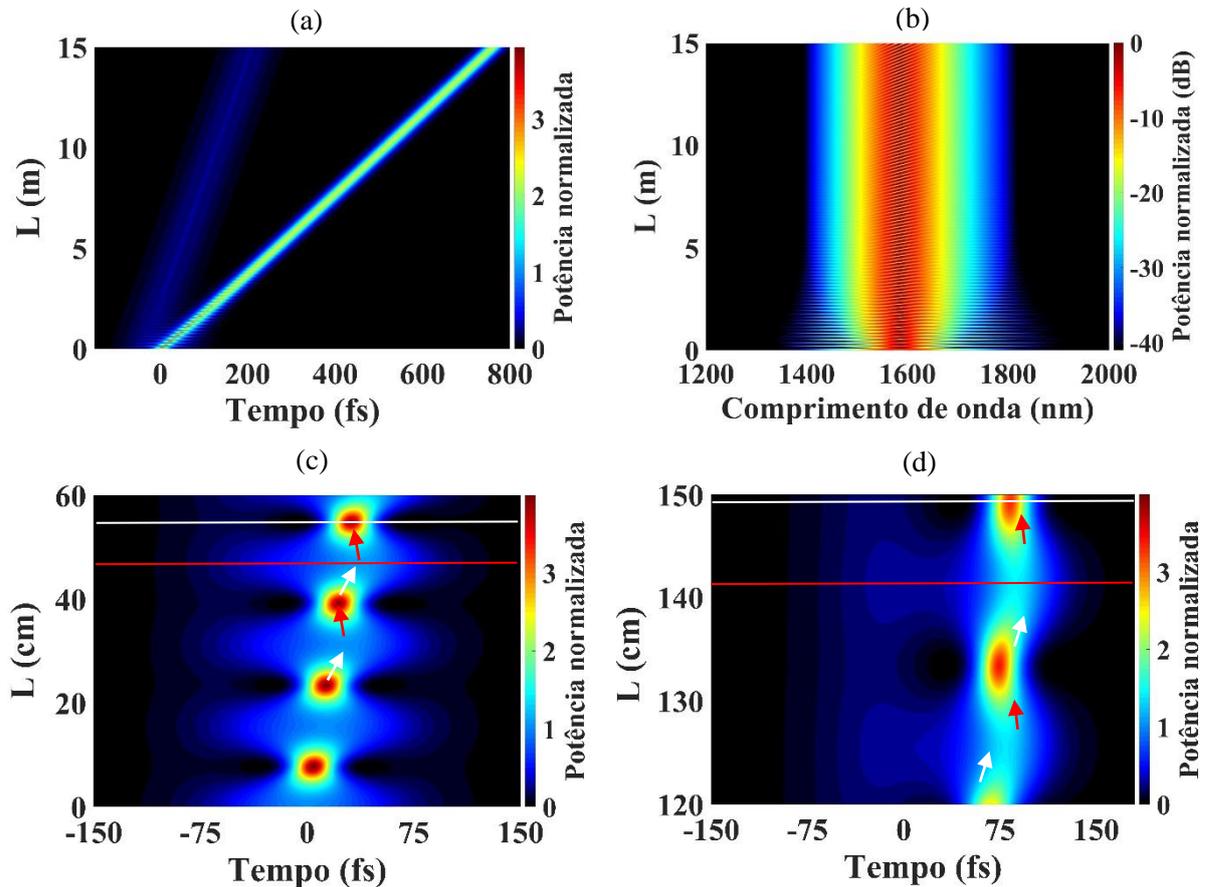
Para analisar a contribuição do efeito *self-steepening* na propagação do sóliton de segunda ordem observado na Fig. 18, vamos assumir as mesmas configurações da Fig. 18, ou seja, um guia de ondas de sílica fundida e pulsos de entrada com perfil temporal $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, onde $T_{FWHM} = 100$ fs, $\lambda_0 = 1585$ nm e $P_0 = 16$ kW. Desta forma, além de considerar somente o parâmetro GVD ($\beta_2 = -32,2$ ps²·km⁻¹) para a conduzir a dispersão, e a automodulação de fase como efeito não linear, vamos adicionar o efeito *self-steepening* na dinâmica do sóliton de segunda ordem.

A partir da Fig. 20(a,b), podemos observar a evolução temporal e espectral do pulso, respectivamente, ao longo de $L = 15$ m. Neste caso, observamos bem no início um processo de fissão solitônica, no qual um sóliton fundamental escapa do pulso devido ao atraso de grupo causado pelo efeito *self-steepening*, e não por processos dispersivos. Uma vez que o efeito *self-steepening* está diretamente relacionado com a potência de pico do pulso, sempre causando atraso de grupo no mesmo, independentemente do ciclo de dominância, conforme os ciclos de compressão e alargamento temporal do sóliton de segunda ordem ocorrem, efetivamente, o centro do pulso com mais energia experimenta um atraso de grupo maior que as suas bordas e portanto, ocorrendo o escapamento do sóliton fundamental, caracterizando o processo de fissão solitônica.

Embora o efeito *self-steepening* contribua com um atraso de grupo no pico do pulso em ambos os ciclos de dominância, apenas nos ciclos dispersivos (fase de alargamento temporal), efetivamente, ocorre um atraso de grupo do pico em relação as bordas. Por sua vez, nos ciclos de não linearidade (fase de compressão temporal), efetivamente, ocorre um avanço de grupo no pico em relação as bordas. Observe o início da propagação do sóliton de segunda ordem a partir das Figs. 20(c,d). As setas brancas indicam a tendência do atraso de grupo do

pico nos ciclos dispersivos, e as setas vermelhas indicam a tendência do avanço de grupo do pico nos ciclos de não linearidade.

Figura 20 - Propagação de um sóliton de segunda ordem ($N = 2$) em um guia de ondas de sílica fundida considerando somente o parâmetro GVD, a automodulação de fase e o efeito *self-steepening*: (a,b) Evolução temporal e espectral ao longo de $L = 15$ m, respectivamente. (c,d) Evolução temporal do sóliton em diferentes regiões de propagação. As setas brancas indicam a tendência do atraso de grupo do pico nos ciclos dispersivos, e as setas vermelhas indicam o avanço de grupo nos ciclos de não linearidade.



Fonte: O autor (2023).

Nos ciclos de dominância da dispersão, o efeito *self-steepening* atua para atrasar o pulso central, gerando uma assimetria no perfil temporal do pulso. Enquanto que nos ciclos de dominância da não linearidade, a automodulação de fase atua na direção de compensar essa assimetria temporal ao longo da compressão, ocorrendo então, o avanço do pico do pulso. No entanto, uma vez que o efeito *self-steepening* mantém o seu comportamento nos ciclos de não linearidade, a automodulação de fase não é capaz de compensar completamente a assimetria temporal causada no ciclo dispersivo. Portanto, ao longo da propagação do sistema, a região do pico do sóliton experimenta um atraso de grupo efetivo, porém de forma oscilatória devido aos ciclos de dominância solitônicos.

Para analisar o comportamento do atraso ou avanço de grupo do sóliton, examinamos a posição temporal do pico do pulso para cada distância de propagação ($dz = 0,25$ mm). Uma quantidade interessante para quantificar este atraso ou avanço ao longo da propagação é a derivada da posição temporal do pico em relação à distância percorrida, que definimos como a taxa de atraso de grupo (TAG). O parâmetro TAG é definido em relação ao referencial que propaga com a velocidade de grupo, $V_{grupo} = 1/\beta_1$ [Eq. (2.4)], de modo que TAG = 0 significa que o pulso não muda de posição em relação a este referencial.

Note que na ausência do efeito *self-steepening* [Fig. 18(a)], o sóliton de segunda ordem mantém a sua TAG igual a zero, propagando sempre ao longo de $T = 0$, no referencial de β_1 ($V_{grupo} = 1/\beta_1$). Assim, os casos onde TAG < 0, implicam em um pulso se atrasando do referencial em $T = 0$, e TAG > 0 implica em um pulso se adiantando ao referencial em $T = 0$.

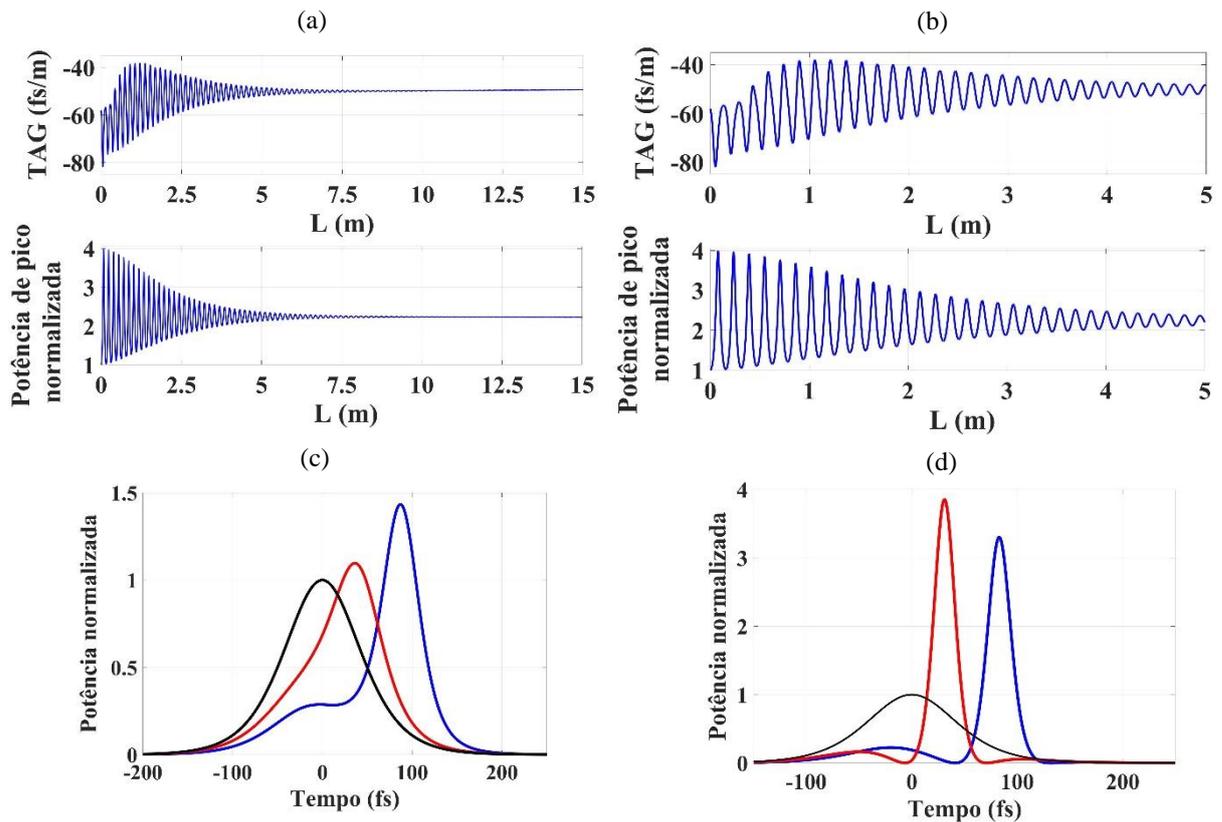
No nosso caso, investigaremos sempre o caso TAG < 0, podendo ocorrer um aumento ou diminuição da sua magnitude ao longo da propagação do sóliton. Neste sentido, uma diminuição da magnitude da TAG < 0 indica que o pulso está aumentando a sua velocidade de grupo na direção de se aproximar da velocidade do referencial (TAG = 0), enquanto que um aumento da magnitude da TAG indica que o pulso está diminuindo a sua velocidade de grupo em relação ao referencial em $T = 0$, ou seja, se afastando da velocidade do referencial (TAG = 0).

A partir da Fig. 21(a), podemos observar o comportamento oscilatório da TAG e da potência de pico do sistema em função da distância percorrida, e para uma melhor visualização, foi colocada a mesma análise considerando 5 m de propagação [Fig. 21(b)]. Como mostrado nas Figs. 21(a,b), vemos que o efeito *self-steepening* proporciona inicialmente uma taxa de atraso de grupo negativa, TAG \cong - 60 fs/m, criando uma assimetria no perfil temporal do pulso.

Ao longo dos ciclos dispersivos (fase de alargamento temporal), ocorre a transferência de energia do pulso central para a borda da frente, enquanto o pulso central captura energia da borda de trás ao longo dos ciclos de não linearidade (fase de compressão temporal). Desta maneira, ao longo dos ciclo dispersivos, a região frontal do pulso acumula mais energia que a região de traseira. Este comportamento pode ser observado a partir da Fig. 21(c), onde tais perfis temporais foram obtidos nos pontos de alargamento temporal máximo (início do ciclo de não linearidade), sendo localizados nas linhas vermelhas das Figs. 20(c,d). Portanto, uma vez que o ciclo de não linearidade se inicia com o perfil temporal do pulso assimétrico e em fase, como mencionado anteriormente, a automodulação de fase irá atuar para compensar

parcialmente essa assimetria temporal, causando uma diminuição (aumento) na sua |TAG| (velocidade de grupo).

Figura 21 - Propagação de um sóliton de segunda ordem em um guia de ondas de sílica fundida considerando somente o parâmetro GVD, a automodulação de fase e o efeito *self-steepening*. (a,b) Taxa de atraso de grupo (TAG) e a potência de pico do sistema em função da distância percorrida: (a) 15 m e (b) 5 m. (c) Perfis temporais do pulso no início dos ciclos de dominância da não linearidade [linhas vermelhas nas Figs. 20(c,d)]: Curva preta ($L = 0$), curva vermelha ($L = 47$ cm), curva azul ($L = 141$ cm). (d) Perfis temporais do pulso no início dos ciclos de dominância da dispersão [linhas brancas nas Figs. 20(c,d)]: Curva preta ($L = 0$), curva vermelha ($L = 55$ cm), curva azul ($L = 149,2$ cm).



Fonte: O autor (2023).

Por outro lado, os perfis temporais obtidos nos pontos de compressão máxima (início do ciclo da dispersão), estando localizados nas linhas brancas das Figs. 20(c,d), estão apresentados na Fig. 21(d). Assim, a partir das Figs. 21(c,d), note que conforme o sóliton evolui na direção da sua borda mais atrasada, os ciclos de não linearidade ocorrem com o sóliton com cada vez mais potência de pico [Fig. 21(c)], enquanto que os ciclos dispersivos ocorrem com o sóliton com cada vez menos potência de pico [Fig. 21(d)].

Desta forma, o atraso de grupo efetivo experimentado pelo sóliton no primeiro metro de propagação experimenta uma leve compensação devido ao avanço de grupo nos ciclos de não linearidade. Por outro lado, uma vez que o efeito *self-steepening* não é forte suficiente para

atrasar a borda da frente e manter o s3liton de segunda ordem em estado ligado, ocorre a fiss3o solit3nica. A partir deste ponto, parte da energia que escapa evolui para um s3liton fundamental que tende a se propagar com uma TAG constante $\cong -50$ fs/m e uma pot4ncia de pico $\cong 2,2P_0$.

3.3 Comportamento pendular do s3liton de segunda ordem

Em s3litons de segunda ordem, a contribui3o do efeito *self-steepening* pode comprometer a din3mica solit3nica, provocando a fiss3o, como mostrado na Fig. 20(a). Por outro lado, a introdu3o do par3metro TOD pode ser capaz de manter o comportamento solit3nico sem que haja a fiss3o solit3nica. Nestes casos, s3litons de segunda ordem com comportamentos pendulares s3o observados, evidenciando uma din3mica solit3nica ainda n3o reportada na literatura.

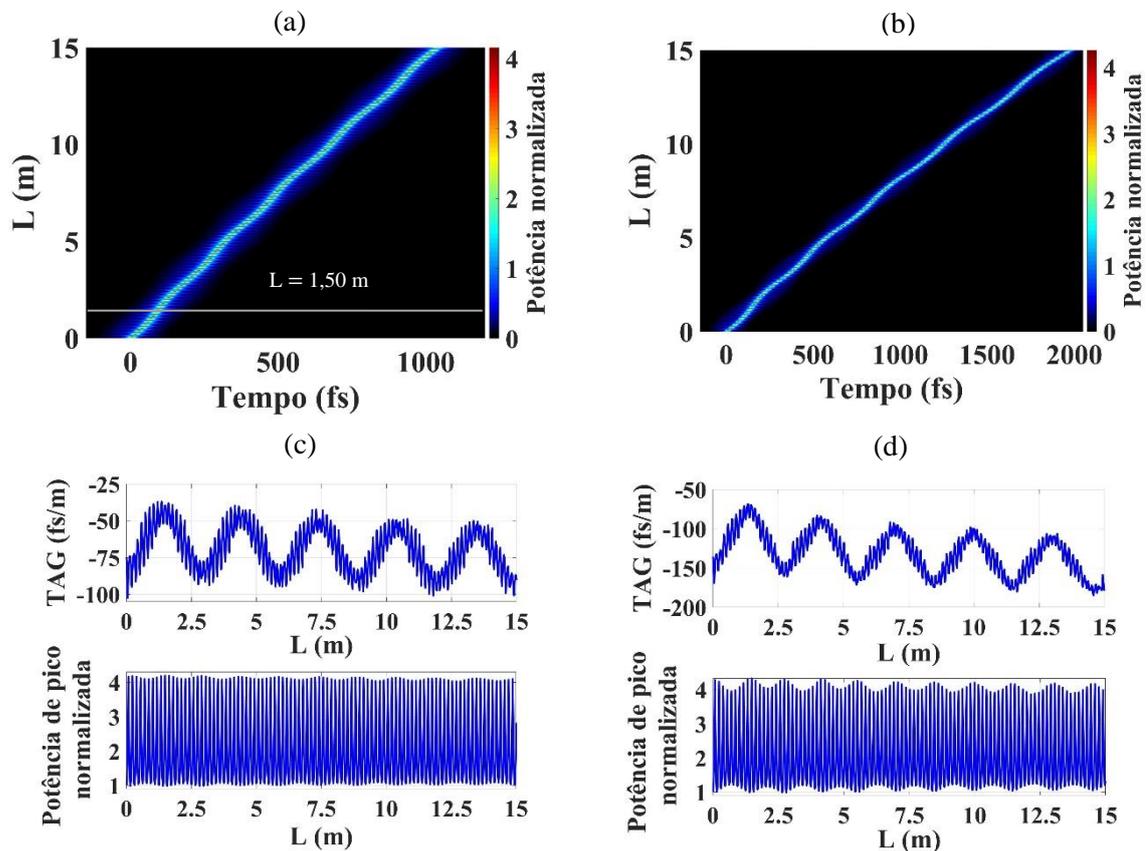
Para analisar a contribui3o do termo de dispers3o de terceira ordem na propaga3o do s3liton de segunda ordem observado na Fig. 18, vamos assumir as mesmas configura3es da se3o 3.2, ou seja, um guia de ondas de s3lica fundida (FS) e pulsos de entrada com perfil temporal $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, onde $T_{FWHM} = 100$ fs, $\lambda_0 = 1585$ nm e $P_0 = 16$ kW. Desta forma, al4m de considerar o par3metro GVD ($\beta_2 = -32,2$ ps²·km⁻¹) e o par3metro TOD ($\beta_3 = 16,56 \times 10^{-2}$ ps³·km⁻¹) para a conduzir a dispers3o. Inicialmente, assumiremos somente a automodula3o de fase como efeito n3o linear [Fig. 22(a,c)], desprezando o *self-steepening*. Finalmente, nas Figs. 22(b,d) adicionamos tamb4m o efeito de *self-steepening* para verificar sua influ4ncia na din3mica solit3nica.

A Fig. 22(a) apresenta a evolu3o temporal do s3liton de segunda ordem ao longo de $L = 15$ m, enquanto que a sua taxa de atraso de grupo (TAG) e a pot4ncia de pico ao longo de sua propaga3o est3o apresentadas na Fig. 22(c), onde tamb4m se identifica o per3odo solit3nico usual, numa escala de tempo consideravelmente menor. 4 imediato notar que nesta configura3o n3o houve o processo de fiss3o solit3nica. De fato, 4 poss3vel se observar o s3liton de segunda ordem com um comportamento pendular, onde os limites da oscila3o s3o claramente visualizados na din3mica da TAG [Fig. 22(c,d)].

Este comportamento pendular solit3nico possui uma din3mica n3o trivial, sendo did3tico descrever, de forma geral, como o processo ocorre. Inicialmente, a parte central do pulso experimenta um atraso de grupo mais forte que as suas bordas laterais, este processo ocorre at4 certo ponto da sua borda traseira, no caso da Fig. 22(a), em $L \cong 0,7$ m. A partir deste ponto ocorre uma invers3o do movimento, no qual o pulso central (deslocado para a borda de tr3s) avança temporalmente at4 atingir a regi3o central do pulso, em $L \cong 1,5$ m [linha cinza na

Fig. 22(a)], compensando a assimetria temporal causada inicialmente pelo parâmetro $TOD > 0$. Após esse ponto, o pulso central continua avançando temporalmente com velocidade de grupo maior que as suas bordas laterais até alcançar a sua borda da frente ($L \cong 2,27$ m). Neste processo, o parâmetro TOD introduziu uma assimetria temporal no perfil do sóliton oposta a assimetria introduzida nos primeiros $L \cong 0,7$ m. Assim, a partir de $L \cong 2,27$ m ocorre novamente a inversão do movimento, onde, o pulso central volta a atrasar temporalmente até atingir a região central, em $L \cong 3,05$ m, compensando a assimetria temporal e encerrando o ciclo pendular.

Figura 22 - (a,b) Propagação de um sóliton pendular de segunda ordem em um guia de ondas de sílica fundida considerando somente os parâmetros GVD e TOD na dispersão: (a) Considerando somente a automodulação de fase como efeito não linear. (b) Considerando a automodulação de fase e o efeito *self-steepening* como efeitos não lineares. (c,d) As respectivas taxas de atraso de grupo (TAG) e a potência de pico do sistema ao longo da distância percorrida.



Fonte: O autor (2023).

É importante destacar que ao longo deste processo de atraso efetivo do pulso central até ele alcançar a sua borda traseira, ocorre a transferência de energia do da parte central do pulso e da borda traseira para a borda da frente. Este processo ocorre até que a parte central do pulso alcance uma determinada região da borda traseira, onde, a partir desta configuração (em

$L \cong 0,7$ m), ao invés de ocorrer a fissão solitônica, ocorre a inversão do movimento. De fato, destacamos que inicialmente a dispersão de terceira ordem aumenta a distância temporal entre a parte central do pulso (deslocado para a região traseira) e a borda da frente, sugerindo que nos primeiros $L \cong 0,7$ m, a dinâmica solitônica (atraso do pico) se deve ao parâmetro $TOD > 0$. Nesta primeira fase da dinâmica, a dispersão de terceira ordem domina o movimento pendular, no qual a automodulação de fase atua nos ciclos de não linearidade para compensar parcialmente este atraso de grupo da parte central do pulso.

Ao alcançar $L \cong 0,7$ m, a parte central do pulso adquire, em média, maiores tempos de duração (e menores potências de pico). Note também que a magnitude da TAG efetivamente diminui nos primeiros $0,7$ m devido à esse aumento em $L'_D = T_0^3 / |\beta_3|$. Esse leve aumento no tempo de duração médio da parte central do pulso em $L \cong 0,7$ m também é suficiente para que a não linearidade (SPM) passe a dominar a dinâmica pendular, promovendo um efetivo avanço temporal da parte central do pulso, resultando na inversão do movimento. Em outras palavras, acreditamos ser possível atribuir esse processo de inversão de movimento à interação solitônica atrativa (em fase) entre a parte central do pulso e a sua borda mais energética (borda da frente) nos ciclos de não linearidade (fases de compressão temporal), no qual supera a dominância inicial da dispersão de terceira ordem (fase repulsiva e de alargamento temporal). É relevante notar que nos casos onde a interação solitônica atrativa não é suficiente para dominar a dinâmica, não ocorre a inversão de movimento. Nestes casos, a dispersão de terceira ordem promove um processo de fissão solitônica, ocorrendo o escapamento de um sóliton fundamental de forma análoga a Fig. 20. Veremos esta configuração mais adiante.

Portanto, a atração solitônica promove uma inversão do movimento do sóliton em $L \cong 0,7$ m. A partir deste ponto, a parte central do pulso (deslocado para a borda traseira) experimenta um avanço temporal, ocorrendo uma recaptura de energia da borda da frente através dos ciclos de não linearidade, enquanto que nos ciclos dispersivos ocorre a transferência de energia para a borda traseira. Desta forma, a parte central do pulso vai de encontro a sua borda da frente, compensando as assimetrias temporais causadas pela dispersão de terceira ordem, até que o sóliton se torne temporalmente simétrico, em $L \cong 1,5$ m [linha cinza na Fig. 22(a)]. Neste ponto, a dominância da não linearidade compensa toda a assimetria temporal causada pela dispersão de terceira ordem introduzida antes da inversão de movimento ($L < 0,7$ m). Portanto, o processo de atração solitônica entre $0,7$ m e $1,5$ m está relacionado a compensação efetiva do parâmetro TOD acumulado nos primeiros $0,7$ m de propagação.

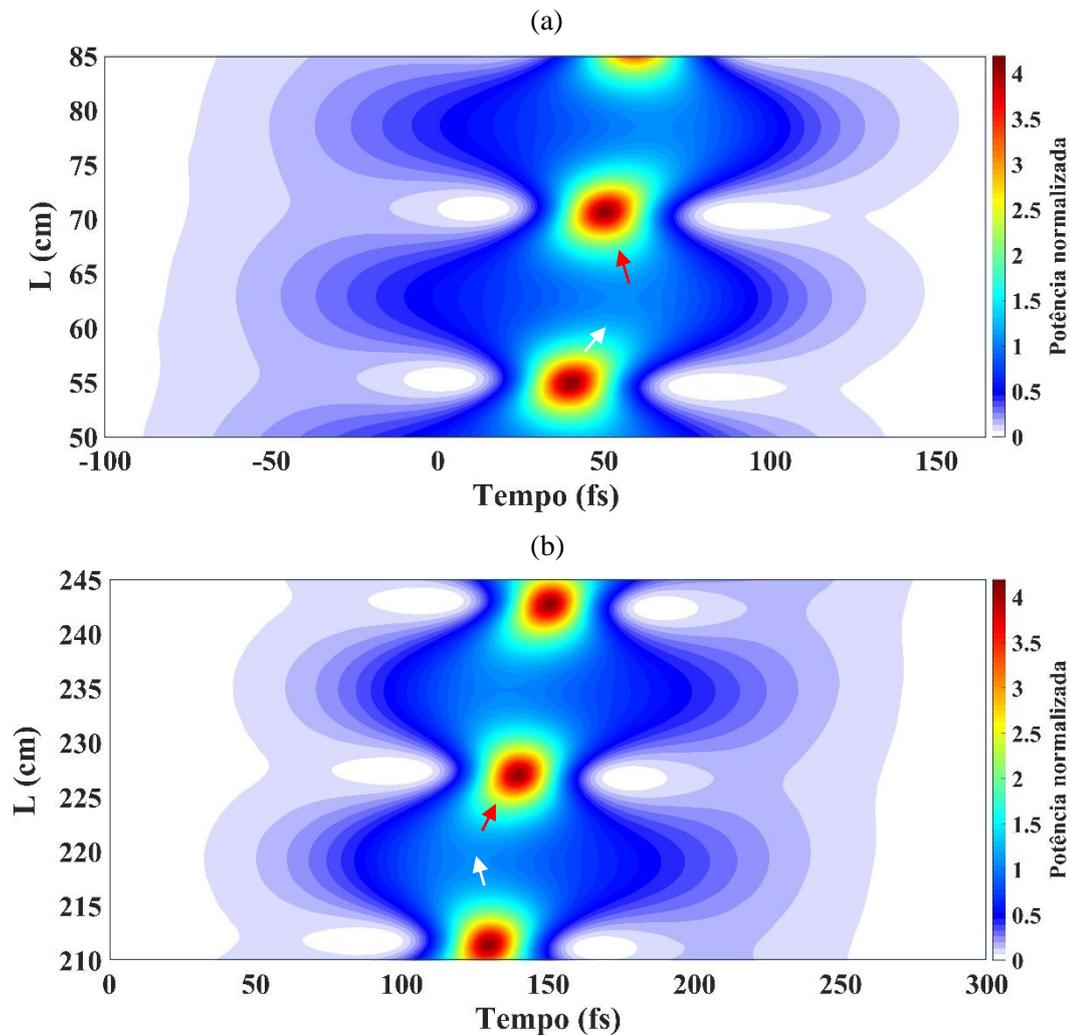
Neste sentido, além dos ciclos de dominância típicos do sóliton de segunda ordem (Fig. 18), o ciclo de dominância da não linearidade (SPM, fase de compressão temporal) e da dispersão (GVD, fase de alargamento temporal), responsáveis pelas oscilações rápidas na TAG, estamos observando uma dinâmica pendular solitônica, oscilações lentas, composta por ciclos, onde na média dos ciclos rápidos, pode haver uma dominância pendular da dispersão de terceira ordem (TOD, fase repulsiva entre a parte central do pulso e sua borda mais energética) ou da não linearidade (SPM, fase atrativa entre a parte central do pulso e sua borda mais energética). Novamente destacamos que o termo pendular está sendo introduzido para se referir à dinâmica lenta formada a partir de um comportamento médio em um período da oscilação rápida, que são os ciclos de dominância típicos do sóliton de segunda ordem (GVD e SPM).

Ao longo do primeiro ciclo pendular de dominância da não linearidade (entre 0,7 m e 1,5 m), o avanço de grupo efetivo da parte central do pulso (inicialmente deslocado para a região traseira) mantém o aumento na velocidade de grupo do pico do sóliton, ou seja, uma diminuição na magnitude de sua TAG de -75 fs/m (início) para -40 fs/m (em $L \cong 1,5$ m). Ao alcançar a configuração temporalmente simétrica (ponto de compressão temporal máxima, em $L \cong 1,5$ m), a alta velocidade de grupo (baixa |TAG|) em relação as suas bordas laterais proporciona uma dinâmica pendular com comportamento oposto ao observado no primeiro ciclo pendular de dominância do parâmetro TOD e da não linearidade.

Após $L \cong 1,5$ m, a parte central do pulso mantém o seu avanço temporal, indo na direção da borda da frente. Porém, este processo passa a ocorrer, em média, nos ciclos de dominância da dispersão (GVD, fase de alargamento temporal) do sóliton de segunda ordem, onde a parte central do pulso alarga temporalmente, transferindo energia para a sua borda traseira e introduzindo uma assimetria temporal oposta à assimetria introduzida em $L < 0,7$ m. Por outro lado, nos ciclos de dominância da não linearidade (SPM, fase de compressão temporal) ocorre a captura da energia da borda da frente pela parte central do pulso, promovendo uma diminuição na velocidade de grupo do sóliton para compensar parcialmente a assimetria temporal introduzida pelo parâmetro TOD. Estes comportamentos podem ser observados a partir da Fig. 23, onde as Figs. 23(a,b) apresentam as evoluções temporais em torno da primeira e segunda inversão de movimento ($L \cong 0,7$ m e $\cong 2,27$ m), respectivamente. As setas brancas indicam a tendência de movimento nos ciclos dispersivos (fase de alargamento temporal), enquanto que as setas vermelhas indicam a tendência de movimento nos ciclos de não linearidade (fase de compressão temporal).

É importante destacar que o sóliton de segunda ordem recupera o seu tempo de duração inicial (ponto de primeira compressão máxima) apenas em $L \cong 1,5$ m (21 fs), no momento em que o ciclo de dominância pendular passa a ser o da dispersão de terceira ordem novamente, o qual, agora, é responsável pelo avanço de grupo do pulso central [Fig. 23(b)]. Assim, o parâmetro TOD > 0 mantém o aumento (diminuição) efetivo na velocidade de grupo (magnitude da TAG) do pulso central até que o mesmo alcance uma determinada região da borda frontal, neste caso, em $L \cong 2,27$ m. A partir deste ponto, teremos novamente a inversão do movimento.

Figura 23 - Dinâmica rápida da propagação de um sóliton pendular de segunda ordem em um guia de ondas de sílica fundida considerando somente os parâmetros GVD e TOD na dispersão, e a automodulação de fase como efeito não linear [Fig. 22(a)]. (a,b) Evolução temporal do sóliton, com as setas brancas indicando a tendência do movimento nos ciclos dispersivos e as setas vermelhas nos ciclos de não linearidade: (a) Em torno da primeira inversão de movimento ($L \cong 0,7$ m). (b) Em torno da segunda inversão de movimento ($L \cong 2,27$ m).



Fonte: O autor (2023).

A parte central do pulso, agora deslocado para a região frontal, alcança a sua posição extrema na borda da frente experimentando novamente, em média, um aumento no seu tempo de duração. Pelos mesmos motivos da primeira inversão de movimento, em $L \cong 0,7$ m, novamente a não linearidade, em média, passa a dominar no ciclo pendular, mas desta vez causando uma diminuição na velocidade de grupo da parte central do pulso, promovendo um efeito atrativo entre a parte central do pulso e a sua borda mais energética (borda traseira).

Desta maneira, após $L \cong 2,27$ m, o ciclo de dominância pendular passa a ser novamente o da não linearidade, ocorrendo, efetivamente, a recaptura de energia da borda traseira para a parte central do pulso devido à não linearidade (fase de compressão temporal), enquanto que ocorre a transferência de energia da parte central do pulso para a borda da frente nos ciclos de dispersão do sóliton de segunda ordem (fase de alargamento temporal). Este processo ocorre até que a automodulação de fase compense as assimetrias temporais provocadas pela dispersão de terceira ordem (após $L \cong 1,5$ m), ocorrendo em $L \cong 3,05$ m. A partir deste ponto, temos o fim de um ciclo completo do sóliton pendular de segunda ordem, e o início de um novo ciclo.

Considerando o efeito *self-steepening* juntamente com o parâmetro $TOD > 0$, as Figs. 22(b,d) mostram que o comportamento pendular do sóliton de segunda ordem permanece robusto, não ocorrendo o processo de fissão solitônica. Uma vez que o efeito *self-steepening* contribui para uma menor velocidade de grupo inicial da parte central do pulso, aumentando a magnitude da TAG de -75 fs/m (sem *self-steepening*) para -136 fs/m, a parte central do pulso experimenta um maior atraso temporal, alcançando a sua borda traseira e frontal em posições mais extremas.

Assim, o efeito *self-steepening* promove um comportamento pendular mais pronunciado, visto que uma maior amplitude do movimento inicial acarreta em uma maior compensação da assimetria temporal através do ciclo de dominância pendular da não linearidade (SPM), após a inversão do movimento. Essencialmente, a principal contribuição do efeito *self-steepening* no comportamento pendular é aumentar o atraso temporal do sóliton de segunda ordem. O valor médio da TAG sem o efeito *self-steepening* é $\cong -70$ fs/m, enquanto que ao adicionar o efeito *self-steepening*, o valor médio da TAG passa a ser -132 fs/m. Apesar desta diferença, o número de ciclos pendulares se manteve o mesmo ao longo dos 15 m de propagação, ocorrendo 5 ciclos completos em ambos os casos.

É relevante mencionar que desprezando o parâmetro TOD e considerando somente o efeito *self-steepening*, não foram observados comportamentos pendulares no sóliton de segunda

ordem, mas em todos os casos (controlando o efeito *self-steepening*) foram observados o processo de fissão solitônica. Com isso, é imprescindível considerar o parâmetro TOD para que ocorra a manifestação de sólitons pendulares. Em particular, veremos que somente um intervalo estreito de valores do parâmetro TOD é capaz de promover o sóliton de segunda ordem com comportamento pendular. Este fato corrobora com a nossa proposta de que a dinâmica pendular do sóliton de segunda ordem se deve aos ciclos de dominância pendulares da dispersão de terceira ordem (fase repulsiva) e da não linearidade (fase atrativa), ocorrendo simultaneamente com os ciclos rápidos de dominância da dispersão (GVD, fase de alargamento temporal) e da não linearidade (fase de compressão temporal).

Para uma análise mais geral do sóliton pendular de segunda ordem, vamos considerar o efeito *self-steepening* e também os termos de dispersão de altas ordens da sílica fundida até a sétima ordem ($\beta_2 = -32,2 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = +16,56 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -5,63 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = +2,73 \times 10^{-6} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -1,61 \times 10^{-8} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$ e $\beta_7 = +1,11 \times 10^{-10} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$). A partir da Fig. 24(a), podemos observar a evolução temporal do sóliton de segunda ordem com comportamento pendular ao longo de 25 m de propagação e, para uma melhor visualização, nas Figs. 24(b,d) temos o resultado da evolução temporal e espectral, respectivamente, considerando $L = 8 \text{ m}$ de propagação. Comparando esta configuração com a anterior, Fig. 22(b,d) (somente GVD, TOD, SPM e *self-steepening*), vemos que a contribuição da dispersão de ordens mais altas que β_3 contribuem na diminuição do número de ciclos pendulares.

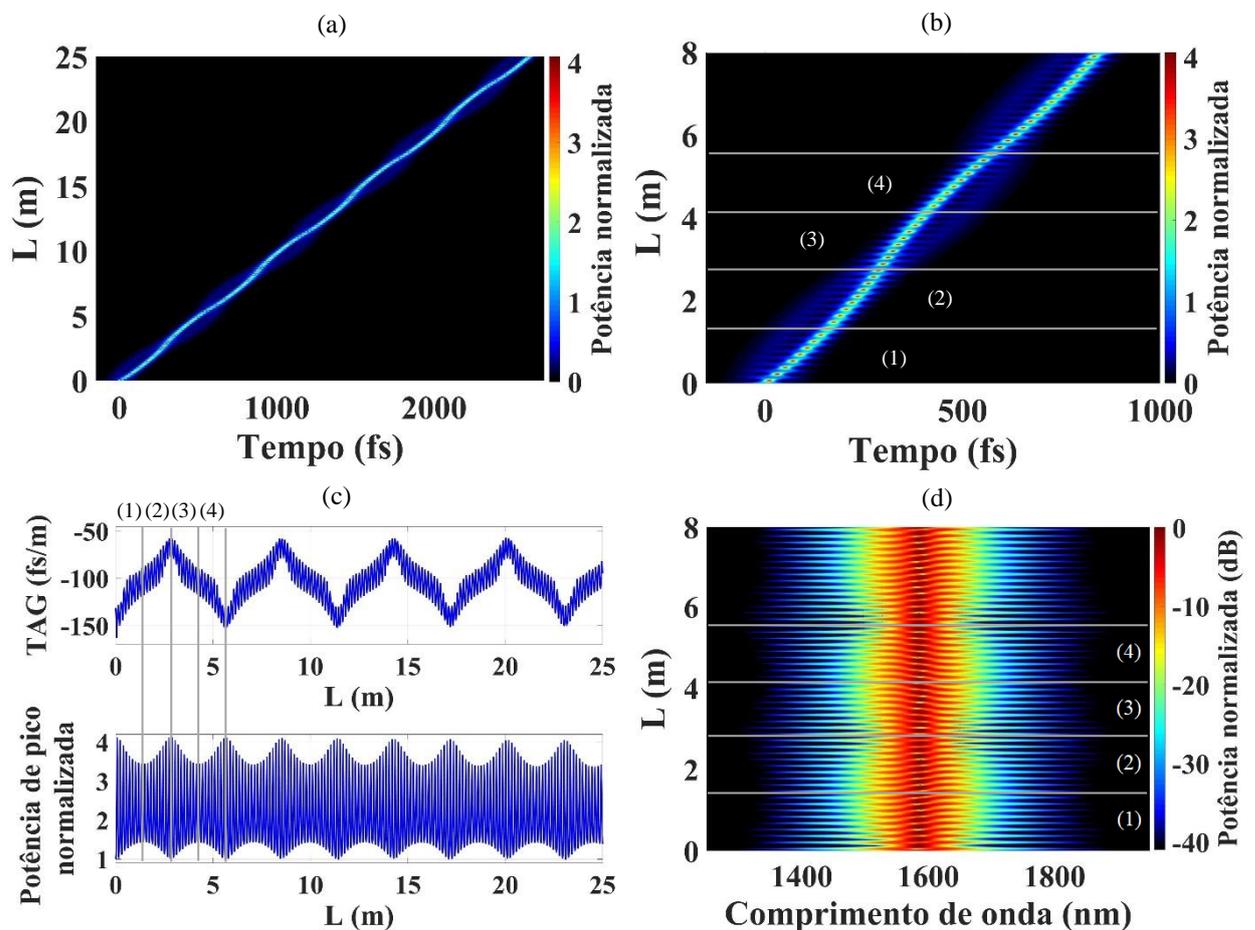
No caso da Fig. 22(b,d), houveram 5 ciclos pendulares completos ao longo de 15 m de propagação, com uma TAG média $\cong -132 \text{ fs/m}$ (TAG inicial $\cong -136 \text{ fs/m}$). Enquanto que ao considerar os termos de dispersão até a sétima ordem (Fig. 24) houveram 2,5 ciclos pendulares completos ao longo dos mesmos 15 m de propagação, com uma TAG média $\cong -103 \text{ fs/m}$ (TAG inicial $\cong -131 \text{ fs/m}$). Em comparação com os casos da Fig. 22, é importante destacar que a inclusão da dispersão de altas ordens (Fig. 24) proporcionou um comportamento pendular ainda mais robusto.

Em particular, a dinâmica respeitou aproximadamente as mesmas magnitudes máximas e mínimas da TAG (pontos de inversão de movimento), mas na Fig. 22, há uma tendência mais nítida na diminuição efetiva da TAG ao longo da propagação do sóliton. Atribuímos esses comportamentos ao menor número de ciclos pendulares completos ao considerar a dispersão de altas ordens, ocorrendo uma diminuição na emissão de ondas dispersivas e, assim, promovendo um efeito dissipativo menor. Note que a dispersão de altas

ordens também tornou mais evidente a dinâmica de oscilação pendular na potência de pico do sóliton [compare as Figs. 24(c) e 22(c,d)].

O fato é que o comportamento pendular do sóliton de segunda ordem se deve exclusivamente ao parâmetro TOD, onde a influência dos termos de dispersão de ordens mais altas, neste caso, atuam para diminuir o número de ciclos pendulares completos ao propagar por uma determinada distância, sendo não trivial compreender em detalhes como cada termo contribui na dinâmica pendular. Portanto, por simplicidade, vamos atribuir a dinâmica pendular aos ciclos de dominância pendulares da dispersão de terceira ordem (fase repulsiva) e da não linearidade (fase atrativa).

Figura 24 - Propagação de um sóliton pendular de segunda ordem em um guia de ondas de sílica fundida considerando a dispersão de altas ordens (até a sétima ordem), juntamente com a automodulação de fase e o efeito *self-steepening*. (a,b) Evolução temporal do sistema considerando: (a) $L = 25$ m e (b) $L = 8$ m. (c) Taxa de atraso de grupo (TAG) e a potência de pico ao longo da distância percorrida. (d) Evolução espectral até $L = 8$ m.



Fonte: O autor (2023).

Os ciclos de dominâncias pendulares podem ser melhor observados através da Fig. 24(b), onde o resumo dos comportamentos das regiões (1) - (4) está apresentado na Tabela 2. Observe que as regiões (1) – (4) representam um ciclo pendular completo.

Tabela 2 - Comportamento dos ciclos de dominâncias pendulares da dispersão (β_3 , TOD) e da não linearidade (SPM) ao longo de um ciclo pendular completo. As regiões (1) - (4) estão indicadas na Fig. 24.

Região	Dominância	Comportamento pendular
(1)	β_3	Atraso da parte central do pulso em relação às bordas, resultando em um pulso ligeiramente mais longo.
(2)	SPM	Inversão do movimento da parte central do pulso em relação às bordas, resultando num pulso simétrico e mais curto.
(3)	β_3	A parte central do pulso continua avançando com V_{grupo} maior que as bordas, produzindo uma assimetria contrária à região (1), mas também resultando em um pulso ligeiramente mais longo.
(4)	SPM	Inversão do movimento da parte central do pulso em relação às bordas, resultando num pulso simétrico e mais curto.

Fonte: O autor (2023).

Na região (1), a dominância pendular da dispersão de terceira ordem (perturbada pelos termos de dispersão de ordens mais altas) conduz ao atraso temporal da parte central do pulso, o qual alcança a sua borda traseira em $L \cong 1,5$ m. Neste ponto, o tempo de duração do pulso aumenta de 21,5 fs [primeira compressão temporal máxima no início da região (1)] para 24,3 fs [compressão temporal máxima em $L \cong 1,5$ m, final da região (1)], ocorrendo a inversão do movimento devido à transição para a dominância pendular da não linearidade, a qual tende a avançar temporalmente a parte central do pulso em direção à posição de equilíbrio pendular.

Na região (2), após a inversão do movimento, a dominância pendular da não linearidade compensa todas as assimetrias introduzidas pela dispersão na região (1). Assim, o pulso alcança a configuração simétrica na segunda linha cinza da Fig. 24(b), em $L \cong 2,9$ m.

Da mesma forma como observado, apenas com GVD e TOD (Fig. 22), neste caso da dinâmica pendular na região (1), em média, ocorre um processo de transferência de energia da parte central do pulso e da borda traseira para a borda da frente, enquanto que na região (2), em média, ocorre a captura de energia da borda da frente pela parte central do pulso e pela borda traseira.

Após a compensação da assimetria temporal, em $L \cong 2,9$ m, a parte central do pulso possui velocidade de grupo maior que as suas bordas laterais, e novamente apresentando um tempo de duração de 21,5 fs [primeira compressão temporal máxima no início da região (3)].

Assim, o ciclo de dominância pendular na região (3) volta a ser o da dispersão de terceira ordem, porém com uma inversão nas tendências do movimento. Ou seja, a dispersão de terceira ordem mantém o avanço de grupo efetivo da parte central do pulso, ocorrendo, em média, a transferência de energia para a borda traseira. Este comportamento é análogo ao observado na Fig. 23.

Conforme a parte central do pulso avança temporalmente, indo na direção da sua borda da frente [região (3) da Fig. 24(b)], o seu tempo de duração aumenta novamente para 24,3 fs [compressão temporal máxima no final da região (3)], ocorrendo novamente a inversão de movimento em $L \cong 4,3$ m [terceira linha cinza na Fig. 24(b)] devido à dominância pendular da não linearidade, a qual conduz, em média, a um atraso de grupo na parte central do pulso (deslocado para a borda da frente).

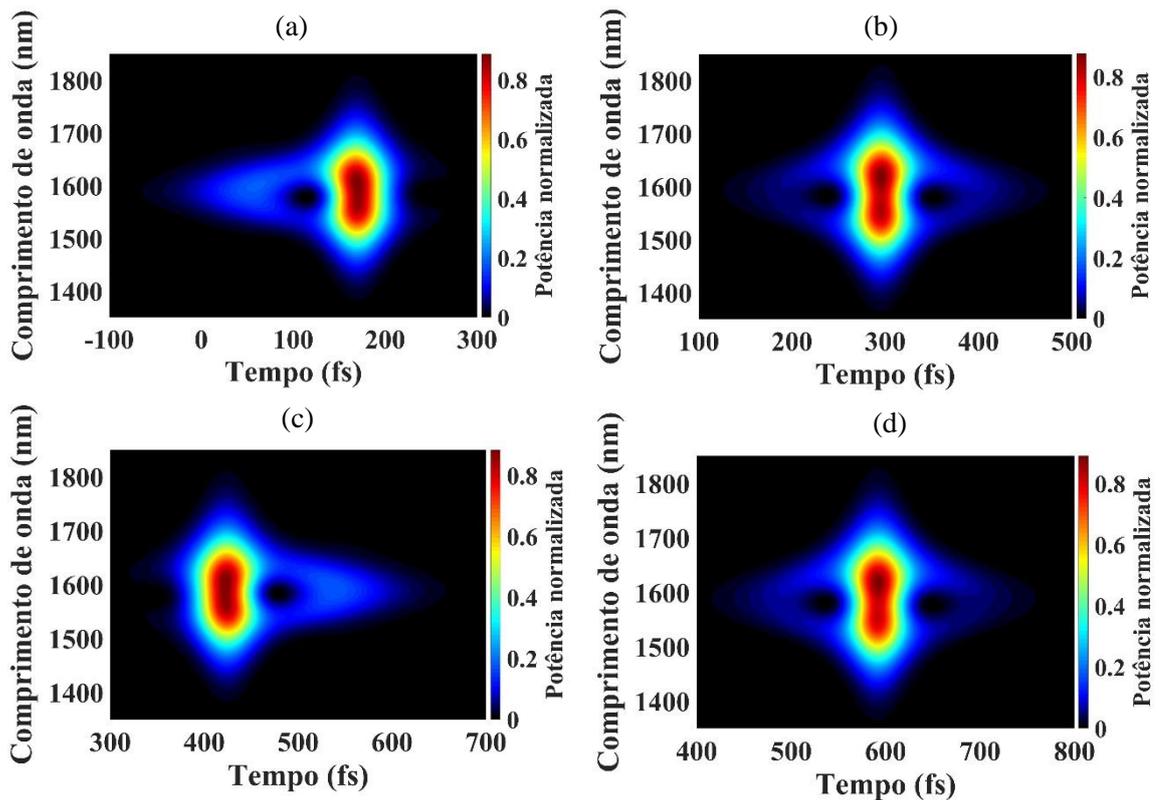
Por sua vez, na região (4), o pulso central volta a evoluir em direção ao equilíbrio pendular, em um processo dominado, em média, pelos ciclos não lineares que captura, para a parte central do pulso, energia da borda traseira. Ao chegar em $L \cong 5,7$ m [quarta linha cinza da Fig. 24(b), final da região (4)], toda a assimetria temporal introduzida na região (3) é compensada pela SPM, e o sóliton volta a ter novamente 21,5 fs de duração temporal [valor obtido na primeira compressão temporal máxima no início das regiões (1) e (3)]. Neste ponto temos o primeiro ciclo pendular completo, e o início do próximo, o qual se inicia novamente através do ciclo pendular de dominância da dispersão de terceira ordem.

Em relação à evolução espectral do sóliton pendular de segunda ordem, a partir da Fig. 24(d), vemos as fases rápidas e lentas, de alargamentos e estreitamentos espectrais. Analogamente a Fig. 18(b), os alargamentos espectrais ocorrem ao longo das compressões temporais (ciclos de não linearidade), enquanto que os estreitamentos espectrais ocorrem ao longo dos alargamentos temporais (ciclos da dispersão). Conforme a potência de pico do sóliton varia ao longo de sua propagação devido ao comportamento pendular, os alargamentos espectrais aumentam ao longo dos ciclos de dominância pendulares da não linearidade [regiões (2) e (4)] e diminuem ao longo dos ciclos de dominância pendulares da dispersão de terceira ordem [regiões (1) e (3)].

Nas Figs. 25(a-d) estão apresentados os espectrogramas do sóliton de segunda ordem com comportamento pendular, nos pontos de compressão temporal máxima, na primeira inversão de movimento em $L \cong 1,5$ m [primeira linha cinza da Fig. 24(b)], no ponto de equilíbrio pendular em $L \cong 2,9$ m (segunda linha cinza), na segunda inversão de movimento em $L \cong 4,3$ m (terceira linha cinza), e novamente no ponto de equilíbrio pendular em $L \cong$

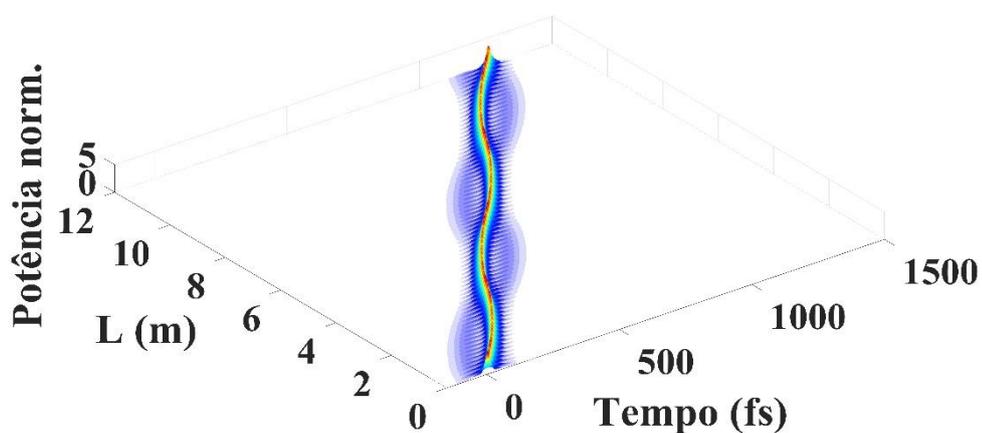
5,7 m (quarta linha cinza), respectivamente. Estes espectrogramas indicam que a assimetria temporal introduzida pela dispersão de altas ordens (principalmente o parâmetro TOD), é completamente revertida pela automodulação de fase ao longo do processo atrativo nos ciclos de dominância pendulares da não linearidade.

Figura 25 - Espectrogramas na região de compressão máxima do sóliton de segunda ordem com comportamento pendular da Fig. 24(b) (linhas cinzas): (a) $L \cong 1,5$ m. (b) $L = 2,9$ m. (c) $L = 4,3$ m. (d) $L = 5,7$ m.



Fonte: O autor (2023).

Figura 26 - Evolução temporal do sóliton de segunda ordem com comportamento pendular da Fig. 24.

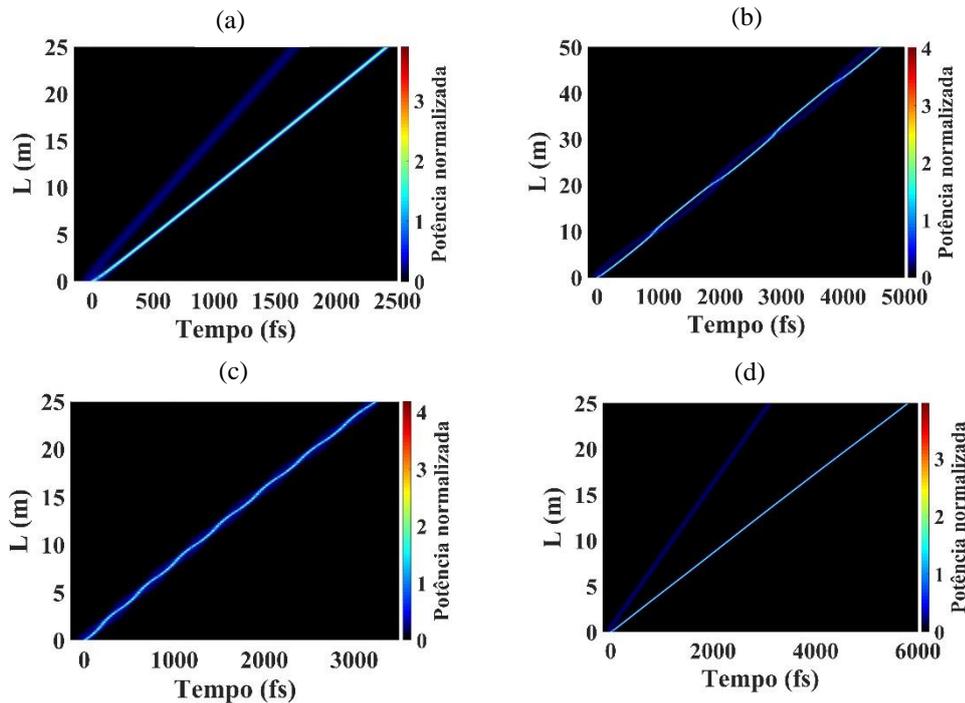


Fonte: O autor (2023).

Portanto, o comportamento solitônico de segunda ordem conhecido pelos ciclos de dominância da não linearidade (SPM, fase de compressão temporal) e da dispersão (GVD, fase de alargamento temporal), pode possuir uma dinâmica pendular, em média, conduzida pela dispersão de terceira ordem. Para visualizar o comportamento pendular numa perspectiva diferente, observe a Fig. 26.

Embora o sóliton de segunda ordem evolua com comportamento pendular considerando os parâmetros da sílica fundida (FS) em 1585 nm, somente um intervalo estreito de valores do parâmetro TOD permite a manifestação de tal fenômeno. Considerando a configuração da Fig. 24 (dispersão de altas ordens, SPM e efeito *self-steepening*), mas controlando o parâmetro TOD, observamos a ocorrência do comportamento pendular somente em $0,85\beta_3^{FS} < \beta_3 < 1,50\beta_3^{FS}$, havendo fissão solitônica fora deste intervalo.

Figura 27 - Evolução temporal de um sóliton de segunda ordem em um guia de ondas de sílica fundida considerando a dispersão de altas ordens (até a sétima), mas controlando o parâmetro TOD, juntamente com a automodulação de fase e o efeito *self-steepening* como efeitos não lineares. (a) $\beta_3 = 0,80\beta_3^{FS}$; (b) $\beta_3 = 0,86\beta_3^{FS}$; (c) $\beta_3 = 1,20\beta_3^{FS}$; (d) $\beta_3 = 1,55\beta_3^{FS}$.



Fonte: O autor (2023).

No caso de $\beta_3 = 0,80\beta_3^{FS}$ [Fig. 27(a)], a fissão solitônica se deve às contribuições da dispersão de ordens mais altas (β_4, \dots, β_7), visto que considerando somente os parâmetros GVD e TOD para conduzir a dispersão, juntamente com a SPM e o efeito *self-steepening* [configuração da Fig. 22(b,d)], o intervalo do parâmetro TOD que promove a manifestação do

comportamento pendular é entre $0,29\beta_3^{FS} < \beta_3 < 1,25\beta_3^{FS}$. Assim, a contribuição da dispersão de altas ordens impõe um limite inferior, ao parâmetro TOD, menor que o limite inferior imposto pela contribuição do efeito *self-steepening* (na ausência de β_4, \dots, β_7).

Por outro lado, em comparação com o efeito *self-steepening* (na ausência de β_4, \dots, β_7), os termos de dispersão de altas ordens aumentam o limite superior do parâmetro TOD, no qual se observa o comportamento pendular. A Fig. 27(d) apresenta a configuração $\beta_3 = 1,55\beta_3^{FS}$, onde se observa o processo de fissão solitônica principalmente devido à contribuição do efeito *self-steepening*, visto que na ausência do efeito *self-steepening*, o intervalo do parâmetro TOD para que ocorra o comportamento pendular é entre $0,85\beta_3^{FS} < \beta_3 < 1,64\beta_3^{FS}$ (somente dispersão de altas ordens e SPM).

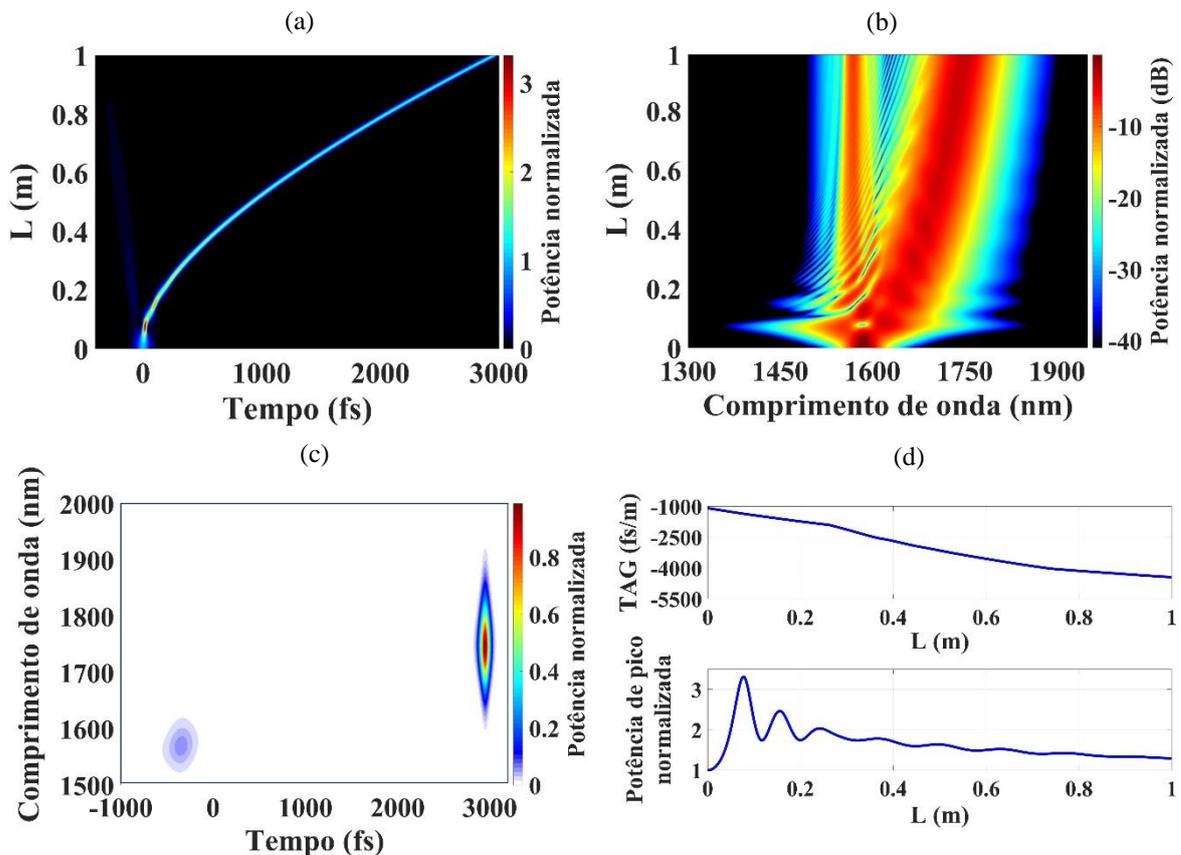
Em relação à contribuição da magnitude do parâmetro TOD que proporciona o comportamento pendular, considerando os termos de dispersão de altas ordens, SPM e o efeito *self-steepening*, menores valores do parâmetro TOD promovem uma dinâmica pendular mais lenta, como mostra a configuração $\beta_3 = 0,86\beta_3^{FS}$ [Fig. 27(b)]. Nestes casos, é preciso aumentar a distância de propagação ($L = 50$ m) para tornar evidente o comportamento pendular. Em comparação com a Fig. 24 ($\beta_3 = \beta_3^{FS}$, 4,5 ciclos pendulares completos em 25 m de propagação), a configuração $\beta_3 = 0,86\beta_3^{FS}$ proporcionou 2,5 ciclos pendulares completos ao longo de 50 m de propagação. Neste sentido, aumentando a magnitude do parâmetro TOD, observamos uma dinâmica mais rápida e mais sujeita a dissipação de energia via ondas dispersivas. Por exemplo, a Fig. 27(c) apresenta o caso $\beta_3 = 1,20\beta_3^{FS}$, no qual promoveu 7 ciclos pendulares completos ao longo de 25 m de propagação.

A contribuição principal do parâmetro TOD na dinâmica pendular do sóliton de segunda ordem se deve a sincronização das velocidades de grupo (ou TAG) do pulso central e das bordas. O intervalo estreito de valores do parâmetro TOD permitidos revelam como tal comportamento é difícil de ser observado. Considerando sólitons de ordens superiores ($N \geq 3$), qualquer perturbação minimamente relevante, seja ela o parâmetro TOD, efeito *self-steepening* ou espalhamento Raman, ocorre o processo de fissão solitônica. Portanto, atribuímos o comportamento pendular a uma característica particular do sóliton de segunda ordem.

No entanto, tratando-se de pulso ultracurtos, a contribuição relevante do espalhamento Raman intrapulso sempre promove o processo de fissão solitônica, mesmo nos casos do sóliton de segunda ordem ideal (Fig. 18). Assim, o espalhamento Raman intrapulso também impede que o comportamento pendular ocorra. A partir da Fig. 28, podemos observar a evolução do sistema da Fig. 24, porém com a introdução do espalhamento Raman intrapulso. Neste caso, a

estrutura solitônica mantém um baixo tempo de duração do pulso, sempre abaixo de 100 fs, favorecendo o acúmulo do espalhamento Raman intrapulso. Dessa maneira, ao longo da primeira compressão temporal, o deslocamento do comprimento de onda central na direção do vermelho ($\lambda > \lambda_0$) reduz continuamente a velocidade de grupo do sóliton (dispersão anômala), promovendo a fissão solitônica.

Figura 28 - Fissão solitônica do sóliton de segunda ordem da Fig. 24 devido à contribuição do espalhamento Raman intrapulso. (a) Evolução temporal. (b) Evolução espectral. (c) Espectrograma em $L = 1$ m. (d) TAG e a potência de pico normalizada ao longo da propagação.



Fonte: O autor (2023).

A partir da Fig. 28(c), podemos observar o espectrograma do sistema em $L = 1$ m. É imediato notar que o sóliton fundamental gerado se atrasa em relação a energia remanescente da fissão solitônica, em torno de $\lambda_0 = 1585$ nm, enquanto que o sóliton possui um comprimento de onda central igual a 1750 nm [observe a Fig. 28(b)]. Considerando maiores distâncias de propagação, o sóliton continua tendo o seu λ_0 sendo deslocado para valores maiores, e assim, mantendo o processo de desaceleração solitônica. Este processo ocorre até que o sóliton dissipe potência suficiente através da excitação de vibrações moleculares (espalhamento Raman), tal que a interação não linear não ocorra mais.

Nos concentramos agora na análise da evolução da taxa de atraso de grupo (TAG) e da potência de pico do sóliton Raman. A Fig. 28(d) mostra que à medida que o sóliton fundamental desacelera, devido ao espalhamento Raman intrapulso, sua potência de pico diminui, devido à transferência Raman de energia e à geração de ondas dispersivas. Este processo também é conhecido por soliton self-frequency shift (SSFS).

Em resumo, observamos sólitons temporais de segunda ordem com comportamento pendular, revelando uma nova dinâmica temporal solitônica ainda não reportada na literatura. Neste caso, além dos ciclos de dominância da não linearidade (automodulação de fase temporal) e da dispersão anômala (dispersão da velocidade de grupo) típicos do sóliton de segunda ordem, o comportamento médio pendular observado é sustentado por meio de ciclos lentos de dominância da não linearidade (automodulação de fase temporal) e da dispersão de terceira ordem. Portanto, o comportamento pendular dos sólitons de segunda ordem observado sugerem uma nova classe de sólitons temporais, sendo relevante para o entendimento mais geral dos sólitons de altas ordens.

4 *MULTIPLE TEMPORAL COMPRESSION (MTC): GERAÇÃO DE MÚLTIPLOS SÓLITONS TEMPORAIS*

A dinâmica e interação de múltiplos sólitons têm-se demonstrado interessantes e fenomenologicamente ricas do ponto de vista científico (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; BOSE et al., 2015; BRAUD et al., 2016). Em geral, nos estudos reportados na literatura, esta dinâmica é estudada a partir de um trem de pulsos lançados em fibra óptica (ANTIKAINEN et al., 2012; DRIBEN et al., 2013), sem haver qualquer menção sobre como este trem é obtido. Neste contexto, um mecanismo explorado que pode produzir múltiplos sólitons é a fissão de sólitons de altas ordens. Neste caso, a fissão solitônica ocorre devido à forte compressão temporal que ocorre, aproximadamente, no centro do pulso. Assim, o primeiro sóliton fundamental é gerado em torno dessa região temporal, capturando a maior parte da energia do pulso. Se a energia remanescente da fissão solitônica for alta o suficiente para que ocorra a interação não linear, ela pode evoluir para outros sólitons fundamentais (sólitons secundários), porém com potências de pico muito menores que o primeiro sóliton gerado na fissão (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; BOSE et al., 2015; BRAUD et al., 2016; SIQUEIRA et al., 2023b).

Apesar de ser possível gerar múltiplos sólitons fundamentais através da fissão solitônica convencional, isso requer considerar uma alta potência de pico de entrada para que ocorra a geração dos sólitons secundários. No entanto, observe que esse aumento na potência de pico de entrada pode causar um aumento catastrófico na potência de pico na primeira compressão temporal responsável pela fissão, causando dano óptico ao material.

Neste capítulo, mostraremos que a geração de múltiplos sólitons fundamentais pode ocorrer a partir de um único pulso de entrada se propagando em dois meios. Neste sentido, propagando um pulso ultracurto primeiro em um meio com comprimento L_1 , no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$) e não linearidade positiva ($\gamma_0 > 0$), a automodulação de fase gera frequências vermelhas ($\lambda > \lambda_0$) na região frontal e azuis ($\lambda < \lambda_0$) na região traseira do pulso, ocorrendo um alargamento temporal e acúmulo de *chirp* positivo, como vimos no capítulo 2. Em seguida, consideramos a propagação em um segundo meio não linear (L_2), também no regime de dispersão normal, mas com não linearidade de sinal contrário ao do primeiro meio, ou seja, $\gamma_0 < 0$. Após um transiente de compensação espectral, a geração de múltiplos sólitons fundamentais ao longo do perfil temporal do pulso pode ser observada através de um processo que denominamos Compressões Temporais Múltiplas (*Multiple Temporal Compression, MTC*) (SIQUEIRA et al., 2023a; SIQUEIRA et al., 2023b).

Para mostrar o potencial do processo MTC na geração de múltiplos sólitons fundamentais ultracurtos, na seção 4.2 está apresentada uma análise comparativa com o processo de fissão solitônica convencional, onde uma alta eficiência do processo MTC é observada e novos cenários ópticos para o estudo de colisões solitônicas são sugeridos.

4.1 Geração de múltiplos sólitons fundamentais através do processo MTC

A dinâmica da propagação de pulsos em meios com dispersão anômala e não linearidade positiva é de crucial importância para a geração de sólitons temporais. De fato, ao considerar a dispersão de ordem superior e os termos não lineares que afetam a propagação do pulso, como a automodulação de fase, efeito *self-steepening* e espalhamento Raman intrapulso, a geração de múltiplos sólitons fundamentais pode ocorrer ao longo da propagação do pulso, iniciada pela compressão temporal e seguida pela fissão solitônica (TAI ; HASEGAWA; BEKKI, 1988; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; ROY; BHADRA; AGRAWAL, 2009; DRIBEN et al., 2013). Em geral, o pulso de entrada evolui para um único sólito temporal, que captura uma fração significativa da energia disponível, com baixas perdas para outros canais. Uma das formas de dissipação da energia inicial ocorre através da geração de ondas dispersivas.

No entanto, sob condições específicas, a energia remanescente da primeira fissão também pode evoluir para múltiplos solitons temporais (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; BOSE et al., 2015; BRAUD et al., 2016). À medida que a primeira fissão ocorre em torno do pico central do pulso de entrada, o primeiro sólito gerado possui uma potência de pico maior do que os sólitons secundários. Portanto, o primeiro sólito fundamental gerado apresenta um efeito *soliton self-frequency shift* (SSFS) mais forte, ocorrendo uma desaceleração temporal devido ao espalhamento Raman intrapulso e à dispersão anômala (MITSCHKE; MOLLENAUER, 1986; GORDON, 1986; AGRAWAL, 2013).

Com base na ENLSG [Eq. (2.14)], nossa abordagem considera a propagação unidimensional de pulsos ultracurtos em dois meios não lineares. Inicialmente, o pulso de entrada propaga em um guia de ondas com não linearidade positiva seguido por outro guia de ondas com não linearidade negativa. A dispersão de ambos os guias de ondas é assumida como normal, proporcionando a geração de múltiplos sólitons através do processo de compressões temporais múltiplas (MTC). Para demonstrar a manifestação deste processo, por simplicidade, assumimos que ambos os guias de ondas possuem a mesma dispersão normal, baseado em sílica fundida. Porém, no primeiro guia de ondas consideramos a não linearidade positiva da sílica

fundida pura, enquanto que o segundo meio possui a mesma magnitude da não linearidade, mas com sinal negativo.

O propósito deste capítulo é mostrar a geração de múltiplos sólitons através do processo MTC, ou seja, nosso foco principal é na manifestação do fenômeno, e não na modelagem dos meios de propagação. Em princípio, o índice de refração não linear negativo do segundo meio de propagação pode ser obtido, por exemplo, através da dopagem de nanopartículas de prata em um guia de ondas de sílica fundida pura, conforme previsto pela teoria de Maxwell-Garnet (ZHAVORONKOV, 2011).

Neste contexto, estudos sobre compósitos contendo nanopartículas (NPs) metálicas têm despertado muito interesse na comunidade de óptica não linear. Esses nanocompósitos metal-dielétricos podem apresentar um índice de refração não linear efetivo ($n_{2,eff}$) negativo, grande e controlável devido às contribuições do material hospedeiro e das NPs metálicas. A amplitude e o sinal da não linearidade podem ser controlados pela seleção adequada do tamanho, forma e fração de volume das NPs (REYNA; DE ARAÚJO, 2017; ZHANG; WANG, 2017; KASSAB; DE ARAÚJO, 2018; REYNA; DE ARAÚJO, 2022). De fato, já foi demonstrado na literatura que guias de ondas baseados em sílica fundida, dopadas com NPs de prata, exibem $n_{2,eff} < 0$ e, no caso da dispersão normal, podem proporcionar a geração de solitons temporais, controlados pela fração de volume das NPs e pelo comprimento de onda do pulso (DRIBEN; HERRMANN, 2010; BOSE et al., 2016a; BOSE et al., 2016b; ZHAO; GUO; ZENG, 2022).

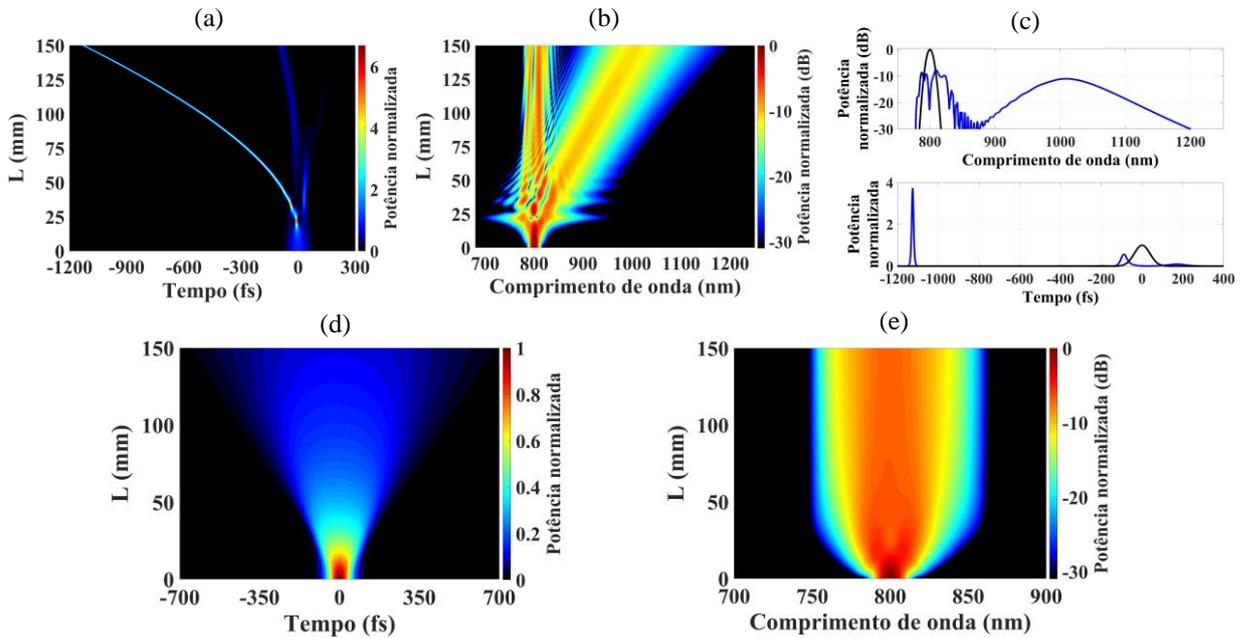
Outra possibilidade de obter uma não linearidade efetiva negativa e no regime de dispersão normal, é considerando cristais não lineares birefringentes, como LiNbO₃, BBO e KTP (DESALVO et al., 1992; ASHIHARA et al., 2002; BACHE et al., 2008; CONFORTI; BARONIO, 2013; GUO et al., 2014; ŠUMINAS et al., 2017). Nesses casos, o processo não linear negativo de segunda ordem em cascata introduz uma contribuição negativa no índice de refração dependente da intensidade, no qual o índice de refração não linear efetivo se dá através da soma entre a não linearidade Kerr e a não linearidade de segunda ordem em cascata. Por exemplo, uma forma alternativa de obter o coeficiente de não linearidade negativo considerado neste capítulo ($\gamma_{0,eff} = -2,5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$), é através de um cristal de BBO com casamento de fase do tipo I, com $\theta \approx 27,5^\circ$, onde θ é o ângulo entre o feixe de entrada e o eixo óptico do cristal BBO (ŠUMINAS et al., 2017).

Desse modo, para realizar as simulações da propagação do pulso com comprimento de onda central $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ através dos guias de ondas de não linearidades opostas, foram

considerados os valores da sílica pura ($\gamma_{0,eff} = \gamma_0 = 2,5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$), e da sílica dopada ($\gamma_{0,eff} = -\gamma_0 = -2,5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$). Em relação ao espalhamento Raman intrapulso, assim como na referência (BOSE et al., 2016a), assumimos que ambos os guias de ondas são caracterizados pelos mesmos parâmetros da sílica fundida pura (configuração da Fig. 28).

Sobre a dispersão, os respectivos valores dos termos de dispersão de altas ordens em $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$, calculados numericamente a partir da expressão de Sellmeier para a sílica fundida, são os seguintes (MALITSON, 1965): $\beta_2 = +36,3 \text{ ps}^2\cdot\text{km}^{-1}$, $\beta_3 = +2,75 \times 10^{-2} \text{ ps}^3\cdot\text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -1,10 \times 10^{-5} \text{ ps}^4\cdot\text{km}^{-1}$, $\beta_5 = +3,15 \times 10^{-8} \text{ ps}^5\cdot\text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -8,00 \times 10^{-11} \text{ ps}^6\cdot\text{km}^{-1}$ e $\beta_7 = +2,50 \times 10^{-13} \text{ ps}^7\cdot\text{km}^{-1}$. Assim, consideramos pulsos de entrada Gaussianos, $A(0, T) = \sqrt{P_0} \exp[-0,5(1,665T/T_{FWHM})^2]$, com tempo de duração à meia altura e potência de pico iguais a $T_{FWHM} = 90 \text{ fs}$ e $P_0 = 0,085 \text{ kW}$, respectivamente.

Figura 29 - (a-c) Fissão solitônica convencional em um meio uniforme sob a ação da dispersão normal e não linearidade negativa: (a,b) A evolução temporal e espectral, respectivamente. (c) Perfil temporal e espectral do pulso de entrada (curva preta) e após propagar por 150 mm (curva azul). (d, e) Evolução temporal e espectral do pulso em um meio com a dispersão normal e não linearidade positiva.



Fonte: O autor (2023).

Antes de explorarmos o processo MTC, é instrutivo avaliar separadamente a evolução do pulso Gaussiano considerado em ambos os guias de ondas. Propagando no segundo guia de onda, ou seja, no regime de dispersão normal e com não linearidade negativa, considerando um comprimento $L = 150 \text{ mm}$, obtemos um processo de fissão solitônica convencional em $L = 22 \text{ mm}$, como mostram as Figs. 29(a-c). Um modesto alargamento espectral conduzido pela

automodulação de fase devido a compressão temporal está apresentado nas Figs. 29(b,c). Considerando potências de pico de entrada maiores, podemos observar a geração de espectros supercontínuos se estendendo ao longo da região visível e infravermelho próximo, sendo esta uma das características típicas da fissão solitônica de altas ordens (DUDLEY; COEN, 2002; SIQUEIRA, 2023b).

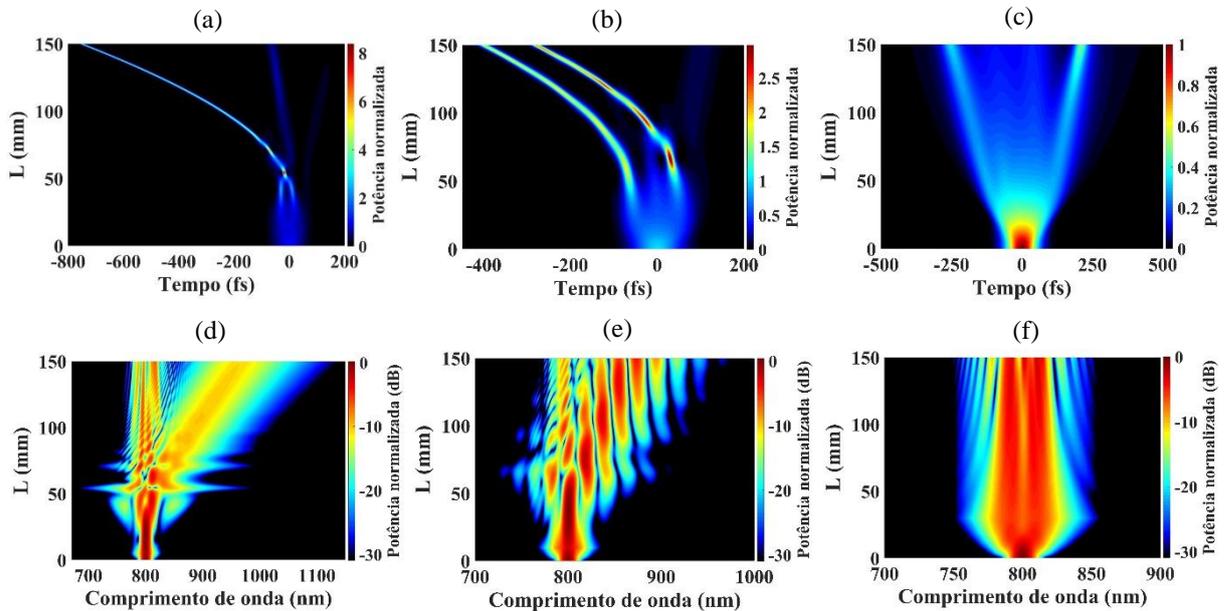
Assim que o sóliton fundamental adquire sua forma, observamos sua evolução sob a influência do espalhamento Raman intrapulso, que desloca o seu comprimento de onda central para o lado vermelho (Stokes) ao longo de sua propagação. Uma vez que o sóliton propaga sob a ação da dispersão normal, sua velocidade de grupo aumenta à medida que seu centro espectral se desloca para comprimentos de onda mais longos, resultando na aceleração do sóliton, efeito *soliton self-frequency shift* (MITSCHKE; MOLLENAUER, 1986; GORDON, 1986; AGRAWAL, 2013). Note que no caso da dispersão anômala e não linearidade positiva (Fig. 28), promovemos a desaceleração do sóliton.

Em relação à propagação do pulso no meio com não linearidade positiva, as Figs. 29(d,e) mostram a evolução temporal e espectral do pulso, respectivamente. A característica mais importante observada nesta configuração é o alargamento temporal devido à acumulação de *chirp* positivo, o qual leva à redução da potência de pico do pulso ao longo de sua propagação. Visto que o processo MTC envolve a propagação no sistema composto por dois guias de ondas, o primeiro com não linearidade positiva [Fig. 29(d,e)], seguido por outro com não linearidade negativa [Fig. 29(a-c)], as Figs. 29(d,e) são úteis para selecionar o comprimento do primeiro guia de ondas de forma a evitar a “saturação espectral” devido ao alargamento temporal do pulso. O critério para escolher o comprimento do primeiro guia de ondas deve ser baseado no equilíbrio entre a fase não linear acumulada pela ação da SPM temporal e o alargamento temporal do pulso devido à dispersão normal.

Para explorar o processo MTC, vamos considerar três valores distintos de comprimento para o primeiro guia de ondas: $L_1 = 5$ mm, 10 mm e 30 mm. E para o segundo guia de ondas, vamos considerar $L_2 = 145$ mm, 140 mm e 130 mm, respectivamente, resultando sempre em um sistema com comprimento total $L = 150$ mm. Considerando o mesmo pulso de entrada da Fig. 29 ($P_0 = 0,085$ kW, $T_{FWHM} = 90$ fs e $\lambda_0 = 800$ nm), as Figs. 30(a-f) mostram a evolução temporal e espectral do pulso para cada valor de L_1 , respectivamente. Observe que, para $L_1 = 5$ mm [Fig. 30(a,d)], além da geração de um par de sólitons causada pela compressão temporal dupla, quase simetricamente em relação ao centro do pulso, ocorre a fusão solitônica

decorrente da colisão, em $L \approx 50$ mm. Em seguida, o sóliton fundamental formado se propaga com uma potência de pico mais alta, $\approx 4P_0$, similar ao caso exibido na Fig. 29(a-c).

Figura 30 - Geração de solitons fundamentais através do processo MTC: (a,b,c) Evolução temporal para o primeiro guia de ondas com comprimentos $L_I = 5, 10$ e 30 mm, respectivamente. (d,e,f) As respectivas evoluções espectrais.

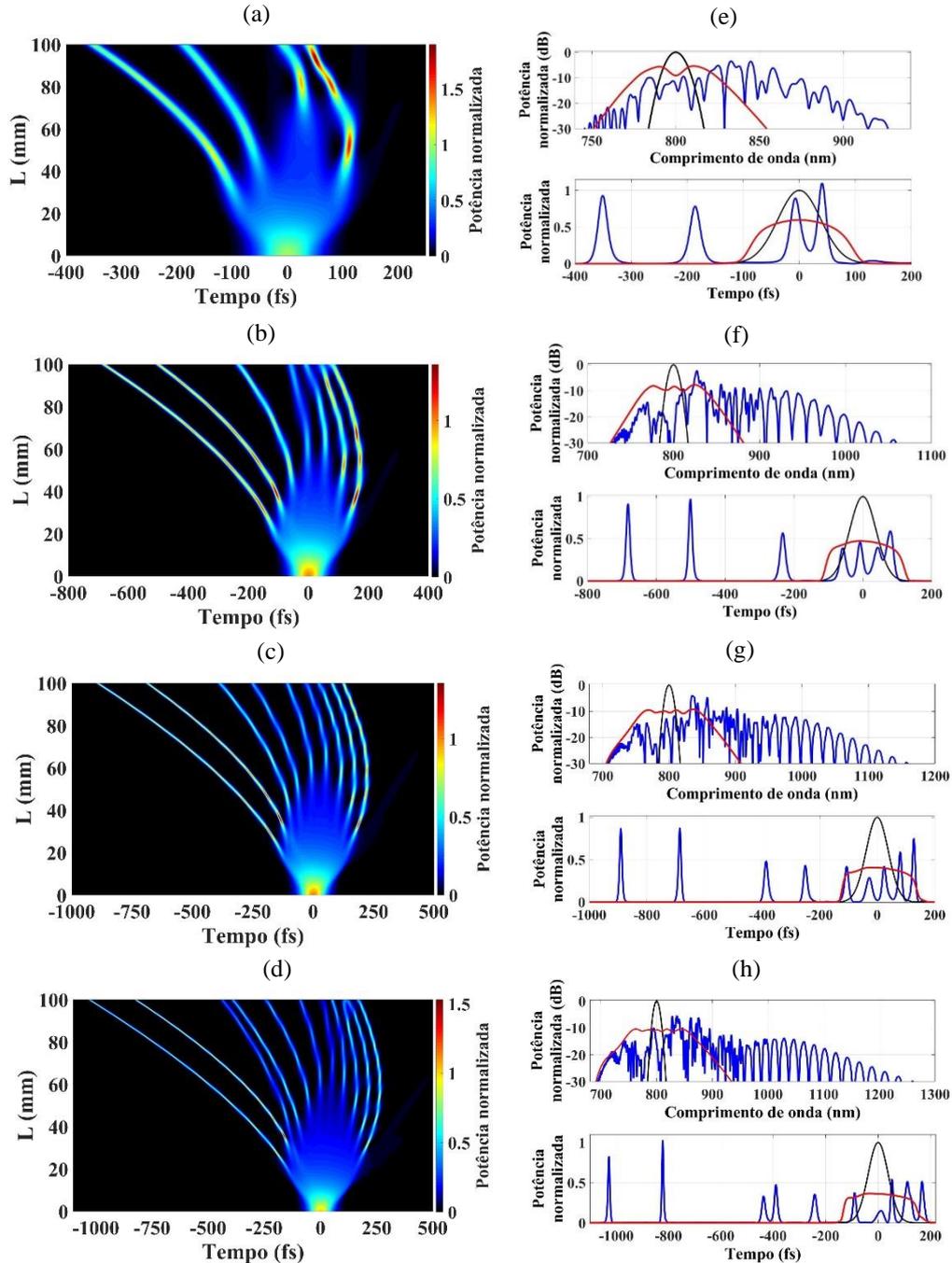


Fonte: O autor (2023).

Como não ocorre colisão solitônica para $L_I = 10$ mm [Fig. 30(b,e)], o par de sólitons gerado devido à compressão temporal dupla evolui para dois sólitons fundamentais com potências de pico semelhantes. Uma característica essencial dessa dinâmica é a contribuição do espalhamento Raman intrapulso, que também é semelhante para ambos os sólitons; eles propagam temporalmente próximos um do outro à medida que experimentam deslocamentos semelhantes para o vermelho, ou seja, experimentam quase o mesmo efeito SSFS. Observe o padrão oscilatório na evolução espectral exibida na Fig. 30(e). Essas oscilações são atribuídas à interferência temporal entre os sólitons, que resulta numa modulação sinusoidal no perfil espectral (MILIÁN et al., 2017; ZHAO et al., 2019).

No caso do primeiro guia de ondas mais longo ($L_I = 30$ mm), como mostrado na Fig. 30(c,f), mesmo que o pulso tenha acumulado mais fase não linear no primeiro meio em comparação com os outros casos, o alargamento temporal do pulso é suficiente para enfraquecer a geração do par de sólitons no segundo guia de ondas. Esse fato indica a importância de conhecer os resultados da propagação no primeiro guia de ondas, para prever a geração de sólitons no segundo meio.

Figura 31 - Geração de múltiplos solitons fundamentais através do processo MTC. (a-d) Evolução temporal a partir de pulsos de entrada com potências de pico iguais a 0,15 MW, 0,30 MW, 0,45 MW e 0,60 MW, respectivamente. (e-h) Os perfis temporais e espectrais ao longo da propagação do sistema: Pulso de entrada (curva preta); Pulso de saída do primeiro meio, em $L = 15$ mm (curva vermelha); Pulso de saída do sistema, em $L = 100$ mm (curva azul).



Fonte: O autor (2023).

Para explorar configurações com maiores potências de pico de entrada, vamos fixar os comprimentos dos guias de ondas em $L_1 = 15$ mm e $L_2 = 85$ mm. As simulações foram realizadas utilizando os seguintes valores de potência de pico de entrada: 0,15 MW, 0,30 MW, 0,45 MW e 0,60 MW. Nas Figs. 31(a-d) estão apresentadas as evoluções temporais, enquanto

que nas Figs. 31(e-h) estão apresentados os respectivos perfis temporais e espectrais ao longo da propagação do sistema: Pulso de entrada (curva preta); pulso de saída do primeiro meio, em $L = 15$ mm (curva vermelha); pulso de saída do sistema, em $L = 100$ mm (curva azul).

No caso $P_0 = 0,15$ MW [Fig. 31(a,e)], a partir de um alargamento espectral modesto no primeiro meio (entre 750 nm e 855 nm à -30 dB do pico), observa-se a geração de dois pares de sólitons fundamentais no segundo meio. Uma vez que a energia do pulso se divide em 4 sólitons, a potência de pico de cada pulso não é suficiente para gerar um espectro supercontínuo no visível. Porém, conforme os sólitons propagam, com *chirp* zero, o espalhamento Raman intrapulso ocorre individualmente em cada sóliton, levando a um deslocamento espectral para ao lado vermelho.

Considerando potências de pico de entrada maiores do que 0,15 MW, mais solitons fundamentais são gerados nas bordas dianteiras e traseiras do pulso devido ao processo MTC. Conforme o pulso propaga no primeiro meio, a automodulação de fase gera frequências com *chirp* positivo, ou seja, frequências vermelhas ($\lambda > \lambda_0$) na região frontal e azuis ($\lambda < \lambda_0$) na região traseira do pulso. Como ambos os meios estão no regime de dispersão normal, a dispersão da velocidade de grupo mantém o seu comportamento de introduzir um *chirp* positivo no pulso. Porém, como a não linearidade do segundo meio é negativa, a automodulação de fase passa a gerar frequências com *chirp* negativo.

No segundo meio, as frequências azuis geradas na região frontal do pulso se atrasam, enquanto que as frequências vermelhas geradas na região traseira adiantam-se. Uma vez que o pulso de saída do primeiro meio possui frequências vermelhas na frente (*chirp* positivo), as componentes azuis geradas pela SPM, no segundo meio, promovem eventos de compressões temporais nesta região temporal do pulso. Analogamente, ocorre o mesmo processo na região traseira do pulso, onde as frequências azuis que estão nesta região temporal, na saída do primeiro meio, vão atuar juntamente com as frequências vermelhas geradas pela SPM, no segundo meio, para promover os processos de compressões temporais. Por isso que a geração solitônica através do processo MTC tende a ocorrer de forma simétrica em relação ao centro do pulso. O aumento da potência de pico do pulso de entrada favorece, portanto, a geração de pares adicionais de sólitons fundamentais através do processo MTC.

Para facilitar nossa descrição do processo, denominaremos por S_{LE} (*soliton leading edge*) o primeiro sóliton gerado na borda da frente do pulso, enquanto que o primeiro sóliton gerado na região traseira, chamaremos de S_{TE} (*soliton trailing edge*).

Para analisar as características dos sólitons gerados pelo processo MTC, a Tabela 3 mostra os valores típicos da potência de pico e duração temporal do S_{LE} e S_{TE} de acordo com a potência de pico do pulso de entrada (P_0). Avaliando o aumento na potência de pico de entrada a partir da Tabela 3, observa-se uma compressão temporal do S_{LE} , acompanhada por um aumento em sua potência de pico, enquanto que o S_{TE} não apresenta variações relevantes em suas potências de pico e durações temporais com $P_0 > 0,30$ MW. Quanto aos sólitons secundários gerados, observa-se que eles tendem a adquirirem tempos de duração um pouco maiores, conforme são gerados mais próximos à região central do pulso.

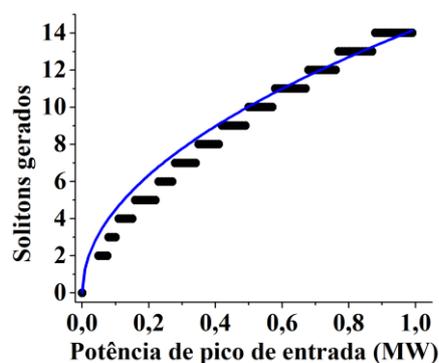
Tabela 3 - Potências de pico e os tempos de duração (à meia altura) dos sólitons S_{LE} e S_{TE} (borda dianteira e traseira, respectivamente) para diferentes valores da potência de pico de entrada.

	$P_0 = 0,15$ MW	$P_0 = 0,30$ MW	$P_0 = 0,45$ MW	$P_0 = 0,60$ MW
S_{LE}	0,14 MW / 19 fs	0,32 MW / 12,5 fs	0,41 MW / 10 fs	0,50 MW / 9 fs
S_{TE}	0,16 MW / 18 fs	0,30 MW / 13 fs	0,33 MW / 12 fs	0,33 / 12 fs

Fonte: O autor (2023).

Devido à natureza discreta da geração de sólitons fundamentais, existem diferentes valores para a potência de pico de entrada que resultam no mesmo número de sólitons gerados (degenerescência), como ilustrado por segmentos pretos horizontais na Fig. 32; nas faixas de degenerescência, observa-se um pequeno aumento nas compressões temporais dos sólitons com o aumento da potência de pico de entrada. Essa característica é mais relevante para potências de pico de entrada mais elevadas, tornando as faixas de degenerescência mais largas.

Figura 32 - O número de sólitons gerados através do processo MTC em função da potência de pico de entrada (segmentos pretos). A ordem solitônica equivalente do pulso de entrada (N), levando em consideração seu tempo de duração e potência de pico (curva azul).



Fonte: O autor (2023).

Considerando o cálculo da ordem sólitônica equivalente (N) para o pulso de entrada Gaussiano, uma vez que somente ocorre variação em sua potência de pico, $N(P_0) \propto \sqrt{P_0}$ (Eq. 3.1). A curva azul da Fig. 32 mostra o comportamento de $N(P_0)$, indicando que o número de sólitons gerados através do processo MTC pode ser estimado pela ordem solitônica equivalente do pulso de entrada. Portanto, considerando um pulso de entrada Gaussiano correspondente a um sóliton de ordem N , ele se divide em aproximadamente N sólitons fundamentais ao longo de sua propagação, sugerindo assim um notável fenômeno de redistribuição de energia entre os sólitons.

No que diz respeito à dinâmica dos sólitons ilustrada pela Fig. 31, quando o espalhamento Raman intrapulso desloca o comprimento de onda central dos sólitons para valores mais longos, o regime de dispersão normal promove uma forte aceleração nos mesmos, tornando o sistema susceptível a apresentar colisões solitônicas. Para uma análise mais detalhada sobre a dinâmica dos sólitons, vamos considerar um caso específico onde o pulso de entrada possui $P_0 = 0,25$ MW, no qual o comprimento do primeiro meio foi mantido em $L_1 = 15$ mm, enquanto o comprimento do segundo meio aumentou para $L_2 = 135$ mm, resultando em uma propagação total igual a $L = 150$ mm.

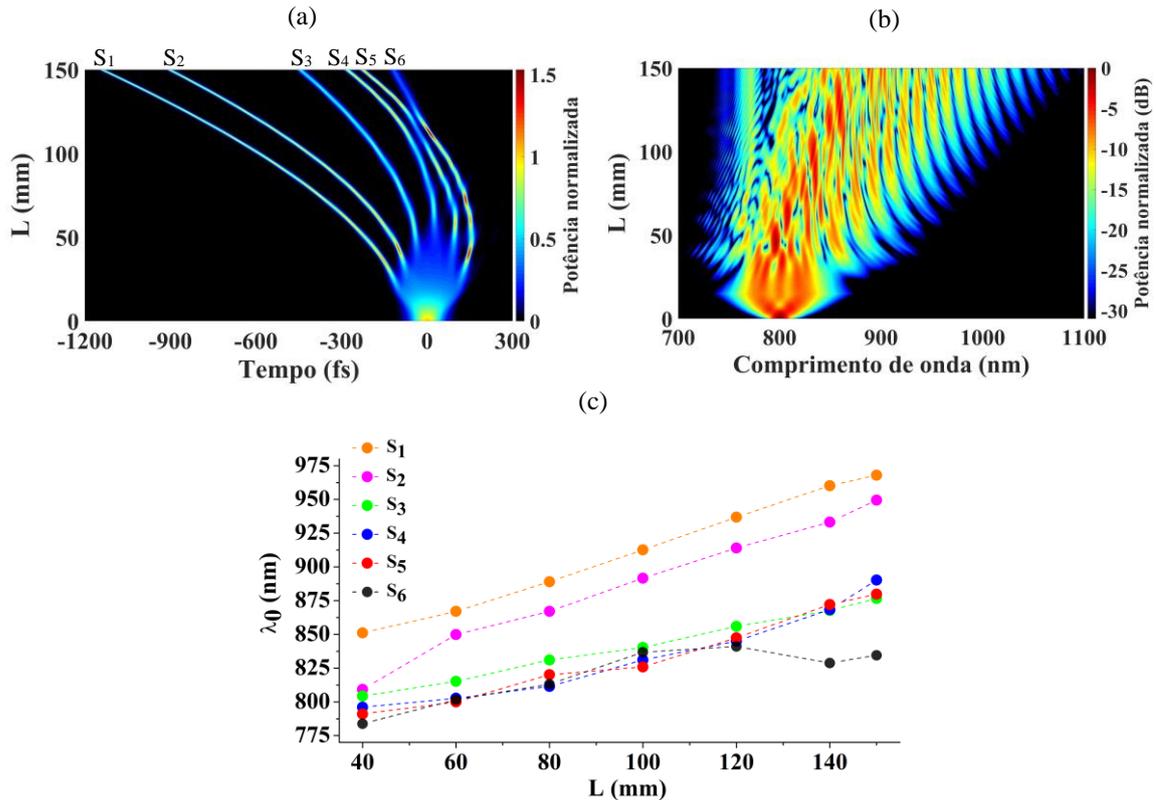
As Figs. 33(a,b) mostram a evolução temporal e espectral do conjunto de pulsos. Para esta análise, aplicamos filtros numéricos para isolar temporalmente cada sóliton fundamental ao longo de sua propagação e, em seguida, aplicamos a transformada de Fourier para gerar seus espectros e analisar os seus comprimentos de onda centrais. Como mostrado na Fig. 33(c), quando todos os sólitons já foram gerados (em $L = 40$ mm), é fácil concluir que os sólitons gerados na região frontal do pulso estão deslocados para o vermelho ($\lambda_0 > 800$ nm), enquanto os gerados na parte de trás do pulso estão deslocados para o azul ($\lambda_0 < 800$ nm), de tal forma que o comprimento de onda central do sóliton diminui ligeiramente à medida que avançamos da borda dianteira (S_1, S_2 e S_3) para a borda traseira (S_4, S_5 e S_6).

Uma vez que os três sólitons gerados na borda dianteira (S_1, S_2 e S_3) estão bastante separados temporalmente, não ocorre colisão entre eles. Desta forma, todos eles experimentam um "*red-shift*" ao propagarem, devido ao espalhamento Raman intrapulso.

Em relação aos sólitons gerados na borda traseira, cada sóliton deslocado para o azul (S_4, S_5 e S_6) também experimenta o espalhamento Raman intrapulso, que também produz um "*red-shift*". Contudo, uma vez que as potências de pico dos sólitons são maiores (e tempos de duração menores) para os sólitons gerados nas extremidades das bordas do pulso (S_1 e S_6), a aceleração do sóliton S_6 é maior que as dos seus vizinhos, visto que o deslocamento de

frequências devido ao espalhamento Raman intrapulso escala com $\Omega_p(z) \propto -z/T_{FWHM}^4$ (AGRAWAL, 2013), promovendo um maior efeito SSFS nos sólitons localizados em posições temporais mais extremas. Devido a isso, o sóliton S_6 acelera mais que o seu vizinho S_5 e promove uma colisão inelástica em $L \approx 120$ mm.

Figura 33 - (a,b) Evolução temporal e espectral em um sistema com $L_l = 15$ mm iniciado pelo pulso de entrada com potência de pico de 0,25 MW. (c) A evolução do comprimento de onda central (λ_0) dos sólitons fundamentais S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 e S_6 ao longo da propagação do pulso.



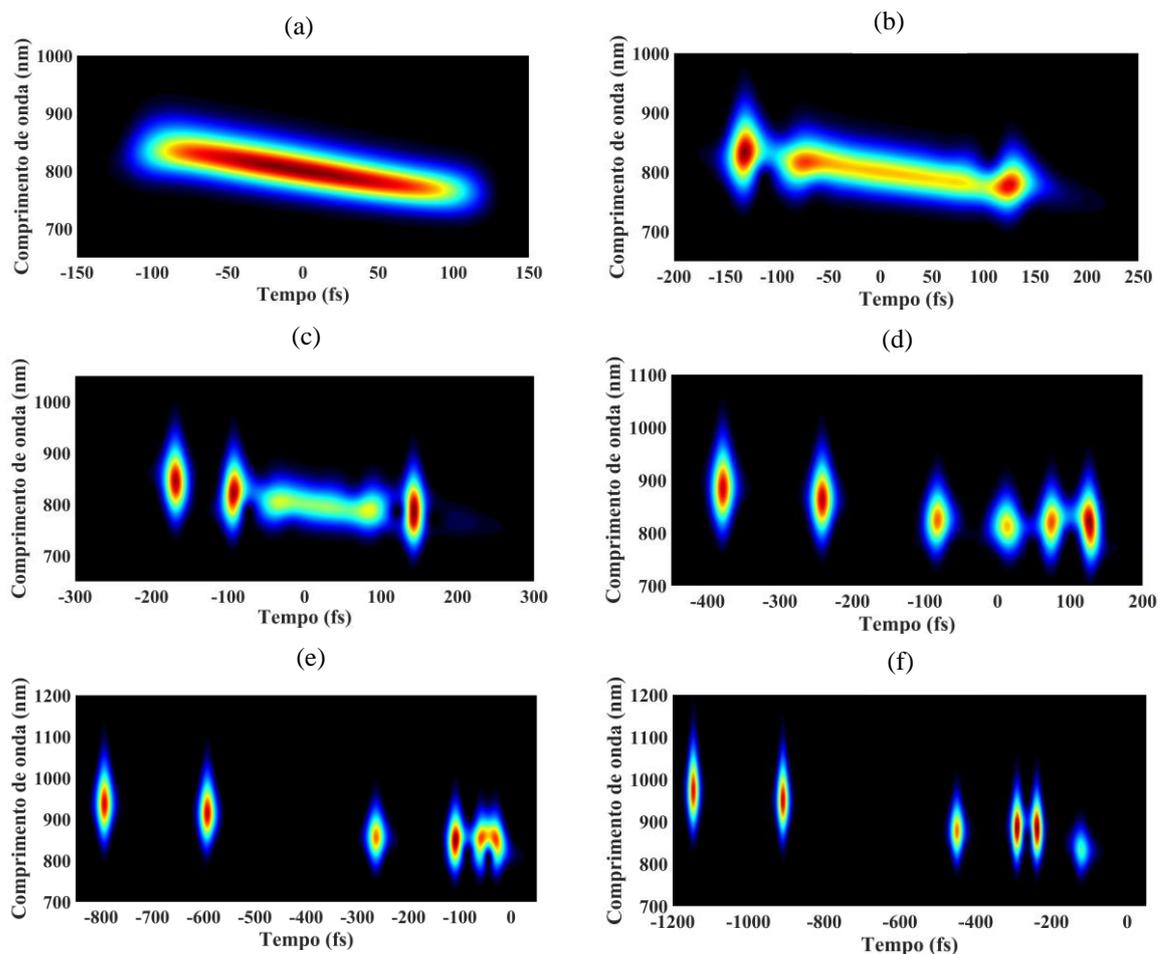
Fonte: O autor (2023).

Analisando a dinâmica solitônica no início de sua propagação, em $L = 60$ mm, podemos ver que os comprimentos de onda centrais dos sólitons S_4, S_5 e S_6 coalescem para o valor de 800 nm. Isto significa que neste ponto, tais sólitons possuem velocidades de grupo iguais, e não ocorreria a colisão solitônica em $L \approx 120$ mm, se a contribuição do espalhamento Raman intrapulso inesperadamente parasse de ocorrer. Desta maneira, a colisão solitônica interrompe o rápido aumento do comprimento de onda central do sóliton S_6 , visto que ocorre transferência de energia para o sóliton S_5 . Somente a partir de $L = 140$ mm, o sóliton S_6 volta a experimentar um relevante SSFS.

Em resumo, a geração de múltiplos sólitons através do processo MTC é iniciada através da propagação do pulso no primeiro guia de ondas no regime de dispersão normal e não linearidade positiva, o qual introduz um *chirp* positivo no mesmo, como mostrado no

espectrograma em $L = L_I = 15$ mm na Fig. 34(a). Nesse ponto, o pulso acumulou fases não lineares e lineares positivas. Como o segundo guia de ondas também está no regime de dispersão normal, mas com não linearidade negativa, há um comprimento de propagação transiente associado à compensação da fase não linear, onde a automodulação de fase reversa compensa o *chirp* positivo acumulado no primeiro meio, porém, de forma temporalmente localizada devido principalmente à contribuição não linear do *chirp*. Este processo promove compressões temporais múltiplas (MTC), e posteriormente ocorre a geração dos múltiplos sólitons fundamentais, em ambas as bordas do pulso, após o comprimento transiente de compensação na fase. Observe a Fig. 33(b), o comprimento transiente de compensação está entre $L = 15$ mm e $L = 30$ mm, no qual se observa o estreitamento da largura espectral devido à automodulação de fase reversa.

Figura 34 - Espectrogramas de saída do sistema apresentado na Fig. 33. (a) Em $L = 15$ mm (a saída do primeiro meio); (b) $L = 30$ mm; (c) $L = 40$ mm; (d) $L = 75$ mm; (e) $L = 120$ mm; (f) $L = 150$ mm.



Fonte: O autor (2023).

Para melhor destacar a evidência da geração dos múltiplos sólitons após o comprimento transiente, a Fig. 34(b) apresenta o espectrograma do sistema em $L = 30$ mm. Note que, após esse ponto, quase todo o pulso é dividido em múltiplos sólitons fundamentais. Em particular, em $L = 75$ mm, o sistema gera os seis sólitons [Fig. 34(d)], e a colisão solitônica mencionada anteriormente, entre S_5 e S_6 em $L = 120$ mm, pode ser observada nos espectrogramas apresentados nas Figs. 34(e,f).

Em conclusão, foi demonstrado que o processo MTC fornece um método para gerar múltiplos sólitons fundamentais ultracurtos a partir de um único pulso, onde o número de sólitons gerados pode ser controlado pela potência de pico de entrada. A geração de múltiplos sólitons é difícil de ser observado em um único guia de ondas sob o regime de dispersão anômala (fissão solitônica convencional) devido à limitação de energia, uma vez que uma alta concentração de energia se localiza no primeiro sólito gerado, em torno do pico central do pulso.

Apesar dessa abordagem de se usar meios com $n_2 > 0$ e $n_2 < 0$ já ter sido explorada para a compensação de fase não linear e geração de sólitons espaciais (BECKWITT et al., 2001; JISHA et al., 2019), a investigação de um sistema de amostras, como a estudada aqui, ainda não havia sido considerada para estudos da geração de múltiplos sólitons temporais. A principal vantagem da abordagem atual é a possibilidade de controlar o número de sólitons gerados a partir da potência de pico de entrada, o que é viável devido à redistribuição de energia entre eles. Esse ponto será abordado com mais detalhes na próxima seção, onde uma comparação detalhada entre o processo MTC e as fissões solitônicas convencionais de altas ordens em um único meio, no regime de dispersão anômala e não linearidade positiva, é realizada.

4.2 Comparação entre o processo MTC e fissão solitônica convencional

Uma metodologia amplamente utilizada para se produzir sólitons temporais no visível ou infravermelho próximo é baseada na engenharia de dispersão e não linearidade em fibras de cristal fotônico (*photonic-crystal fiber*, PCF). Em particular, devido à sua capacidade de controle da região de dispersão anômala, que pode ser deslocada para comprimentos de onda muito mais baixos do que os alcançáveis pelas fibras convencionais (KNIGHT et al., 1996; BIRKS; KNIGHT; RUSSELL, 1997; RUSSELL, 2003; LIU et al., 2012).

Embora a fissão solitônica de altas ordens em PCF ocorra com alta eficiência, geralmente acompanhada de uma ampla geração de supercontínuo (DUDLEY; COEN, 2002;

DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; ARTEAGA-SIERRA; ANTIKAINEN; AGRAWAL, 2018), sua eficiência na produção de múltiplos sólitons fundamentais é baixa (SIQUEIRA et al., 2023b). Isso ocorre porque a compressão temporal ocorre na região do pico do pulso, promovendo um forte aumento na potência de pico e diminuição no tempo de duração do sóliton gerado. Desta forma, o primeiro sóliton gerado, a partir da fissão solitônica convencional, além de ser capaz de exibir um espectro supercontínuo muito largo, o sóliton tende a experimentar um espalhamento Raman intrapulso mais forte.

O efeito dissipativo do espalhamento Raman intrapulso pode limitar a propagação do sóliton por longas distâncias, e, como grande parte da energia permanece confinada no primeiro sóliton, a fissão solitônica convencional tende a reduzir o número de sólitons secundários gerados. Observe que ao aumentar a potência de pico do pulso de entrada, apesar de ocorrer um favorecimento em gerar mais sólitons, a primeira compressão temporal que ocorre no centro do pulso pode promover potências de pico catastróficas para o meio.

Nesta seção, comparamos a eficiência na geração de múltiplos solitons fundamentais através do processo MTC, visto na seção anterior, com os métodos convencionais que promovem a fissão solitônica. Neste último caso, observe que a fissão solitônica ocorre através da propagação do pulso em somente um meio, enquanto que no método MTC, o processo ocorre a partir de dois meios. Para analisar as fissões solitônicas convencionais, consideramos uma PCF conhecida pela literatura (DUDLEY; COEN, 2002), e por completeza, também consideramos um guia de ondas de sílica fundida (*fused silica waveguide*, FSW), ambos no regime de dispersão anômala e com não linearidade positiva. Desta maneira, vamos analisar os três cenários:

- I) Fissão solitônica convencional: Geração e propagação dos sólitons fundamentais ao longo de uma PCF com comprimento $L = 150$ mm. Foi considerado uma PCF baseada no modelo bem estabelecido (DUDLEY; COEN, 2002; HULT, 2007), onde em $\lambda_0 = 850$ nm, os termos de dispersão de altas ordens valem: $\beta_2 = -12,7 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = 8,11 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -1,32 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = 3,03 \times 10^{-7} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -4,19 \times 10^{-10} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$, e $\beta_7 = 2,57 \times 10^{-13} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$.
- II) Processo MTC: Foi considerado o mesmo comprimento de onda central do caso anterior, $\lambda_0 = 850$ nm, mas no regime de dispersão normal, usando sílica fundida como matriz para os dois guias de ondas (análogo à seção 4.1). Ao considerar o primeiro guia de ondas de sílica fundida pura, obtém-se um índice de refração não linear positivo, com os termos de dispersão de altas ordens: $\beta_2 = 32,2 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 =$

$2,94 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -1,67 \times 10^{-5} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = 4,61 \times 10^{-8} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -1,28 \times 10^{-10} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$, e $\beta_7 = 4,31 \times 10^{-13} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$, os quais foram calculados a partir da derivação da expressão de Sellmeier (MALITSON, 1965). Por outro lado, o segundo guia de ondas inclui nanopartículas metálicas na sílica fundida para tornar o índice de refração não linear efetivo negativo (DRIBEN; HERRMANN, 2010; ZHAVORONKOV et al., 2011; BOSE et al, 2016a; BOSE et al; 2016b; ARTEAGA-SIERRA; ANTIKAINEN; AGRAWAL, 2018; ZHAO; GUO; ZENG, 2022), mas mantendo, por aproximação, o mesmo comportamento dispersivo do primeiro meio.

- III) Fissão solitônica convencional: Analisamos a geração de sólitons fundamentais através da fissão solitônica em uma FSW pura, com $\lambda_0 = 1585 \text{ nm}$, onde os termos de dispersão de altas ordens são: $\beta_2 = -32,2 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = 16,56 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -5,63 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = 2,73 \times 10^{-6} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -1,61 \times 10^{-8} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$, e $\beta_7 = 1,11 \times 10^{-10} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$ (MALITSON, 1965). Note que, como as magnitudes dos parâmetros da dispersão da PCF se diferem substancialmente dos valores da sílica fundida, em 850 nm . Incluímos o caso da FSW, porém considerando $\lambda_0 = 1585 \text{ nm}$, visto que nesta configuração, a FSW exibe uma dispersão anômala com $|\text{GVD}|$ próximo do GVD considerado no método MTC, em 850 nm .

Em todos os cenários acima (I, II e III) foram considerados pulsos de entrada secantes hiperbólicos, $A(0, T) = \sqrt{P_0} \text{sech}(1,763T/T_{FWHM})$, com tempo de duração à meia altura $T_{FWHM} = 90 \text{ fs}$ e potência de pico variando de $P_0 = 2,5 \text{ kW}$ a 30 kW . Nos casos I e II, $\lambda_0 = 850 \text{ nm}$ e no caso III, $\lambda_0 = 1585 \text{ nm}$.

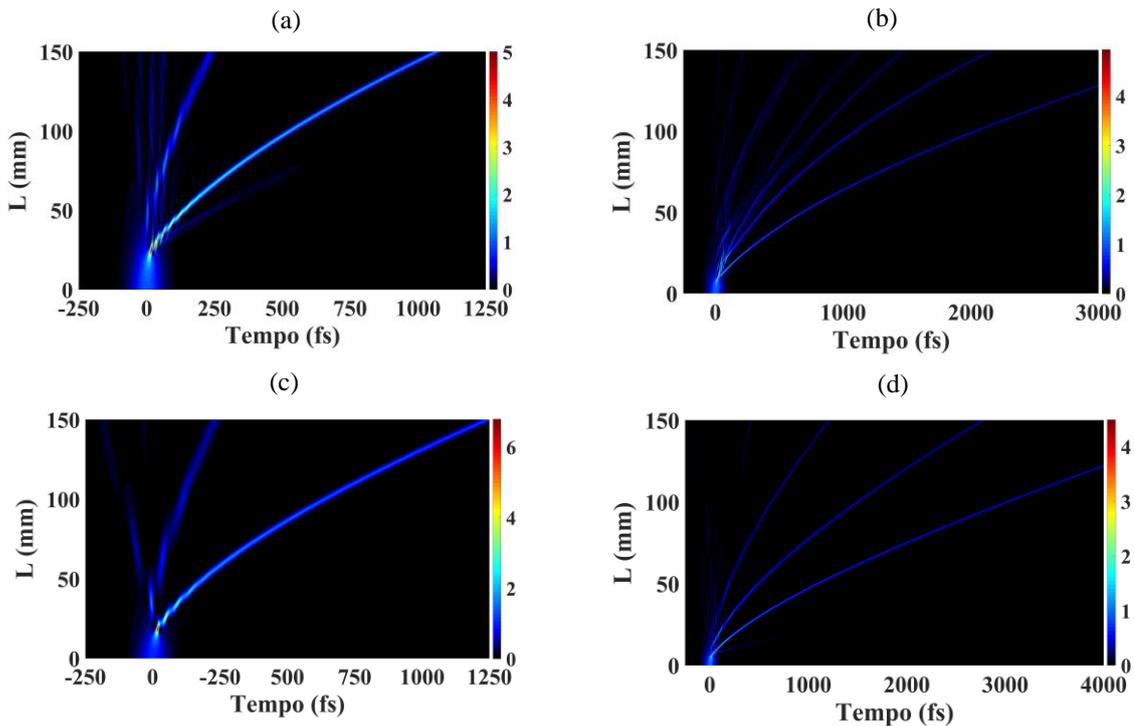
Para uma comparação precisa entre os três casos, adotamos $|\gamma_0| = 45 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ como a magnitude do parâmetro de não linearidade de todos os meios envolvidos, o que corresponde ao valor de referência da PCF (DUDLEY; COEN, 2002; HULT, 2007). Nos métodos baseados em PCF e FSW, temos $\gamma_0 > 0$ e o comprimento dos guias de ondas $L = 150 \text{ mm}$. Para analisar o método MTC, utilizamos o primeiro guia de ondas com um comprimento de 10 mm e um parâmetro de não linearidade $\gamma_0^{(1)} = |\gamma_0|$. E no segundo guia de ondas, consideramos um comprimento de 140 mm e $\gamma_0^{(2)} = -|\gamma_0|$.

Os parâmetros Raman usados para modelar a influência do espalhamento Raman foram obtidos das referências (DUDLEY; COEN, 2002; HULT, 2007; AGRAWAL, 2013), e estão apresentados no capítulo 2. Uma vez que todos os guias de ondas considerados neste

capítulo são baseados em sílica fundida. Por simplicidade, consideramos a contribuição do espalhamento Raman intrapulso como a mesma em todos os casos.

As Figs. 35(a,b) mostram a geração e a propagação dos sólitons a partir da fissão solitônica na PCF ($\lambda_0 = 850$ nm), para os casos $P_0 = 5$ kW e 25 kW, respectivamente. Enquanto que as Figs. 35(c,d) apresentam o caso da FSW ($\lambda_0 = 1585$ nm), considerando $P_0 = 5$ kW e 25 kW, respectivamente. Essencialmente, a diferença na dinâmica solitônica devido aos meios de propagação se deve a $|\beta_2^{(PCF)}| < |\beta_2^{(FSW)}|$. Neste sentido, note que para $P_0 = 5$ kW, a geração do primeiro sóliton fundamental ocorre após o pulso incidente propagar ≈ 25 mm na PCF e ≈ 20 mm na FSW. Após a fissão solitônica, observe que o primeiro sóliton gerado captura grande parte da potência do feixe de entrada, e uma pequena quantidade de energia remanescente da fissão pode evoluir ou não em outros sólitons fundamentais.

Figura 35 - A evolução temporal da fissão solitônica de alta ordem produzida através dos meios de propagação: (a, b) *Photonic crystal fiber* (PCF), $\lambda_0 = 850$ nm. (c, d) *Fused silica waveguide* (FSW), $\lambda_0 = 1585$ nm. Na coluna da esquerda, $P_0 = 5$ kW, e na coluna da direita, $P_0 = 25$ kW.



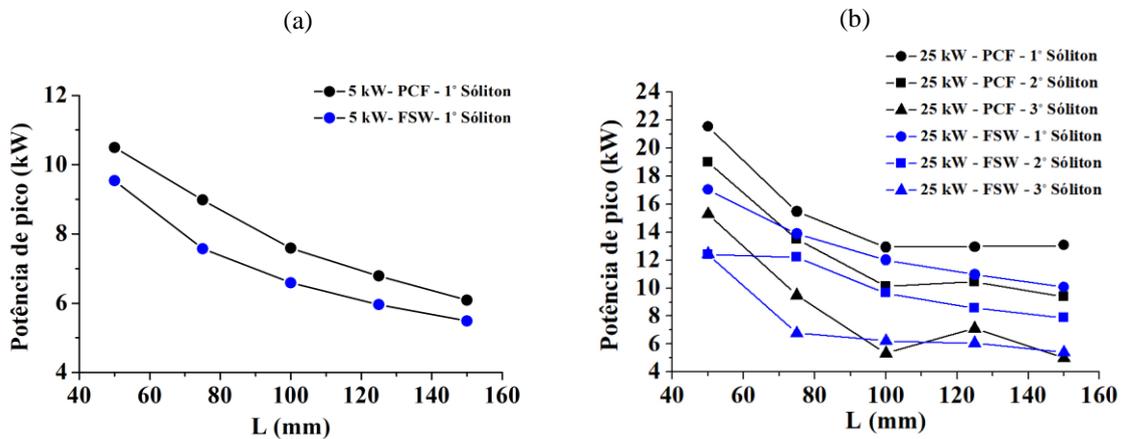
Fonte: O autor (2023).

Da Fig. 35 vemos que, para $P_0 = 25$ kW, a energia remanescente após a geração do primeiro sóliton leva à geração de sólitons fundamentais secundários. Assim, o pulso de entrada, sendo considerado um sóliton de alta ordem, se divide em sólitons fundamentais por meio da fissão. A partir das Figs. 35(b,d), vemos que cinco e três sólitons fundamentais são gerados através da PCF e da FSW, respectivamente. Embora a PCF tenha se mostrado ser mais

eficiente na geração de múltiplos sólitons que a FSW, ambos proporcionaram baixas potências de pico para os sólitons secundários, bem como uma forte perda de potência no decorrer da propagação devido a dissipação por espalhamento Raman intrapulso.

No caso $P_0 = 5$ kW, a Fig. 36(a) mostra a tendência acentuada de todos os sólitons experimentarem uma diminuição contínua em suas potências de pico ao longo da propagação. Por outro lado, para $P_0 = 25$ kW [Fig. 36(b)], apesar de observarmos uma diminuição na potência de pico ao longo da propagação dos sólitons, pequenos eventos de colisão entre os sólitons secundários promovem transferência de energia entre eles, causando flutuações em suas potências de pico.

Figura 36 - Evolução da potência de pico dos sólitons gerados ao longo da propagação em PCF (preto) e FSW (azul). Para potências de pico de entrada iguais a (a) 5 kW e (b) 25 kW.

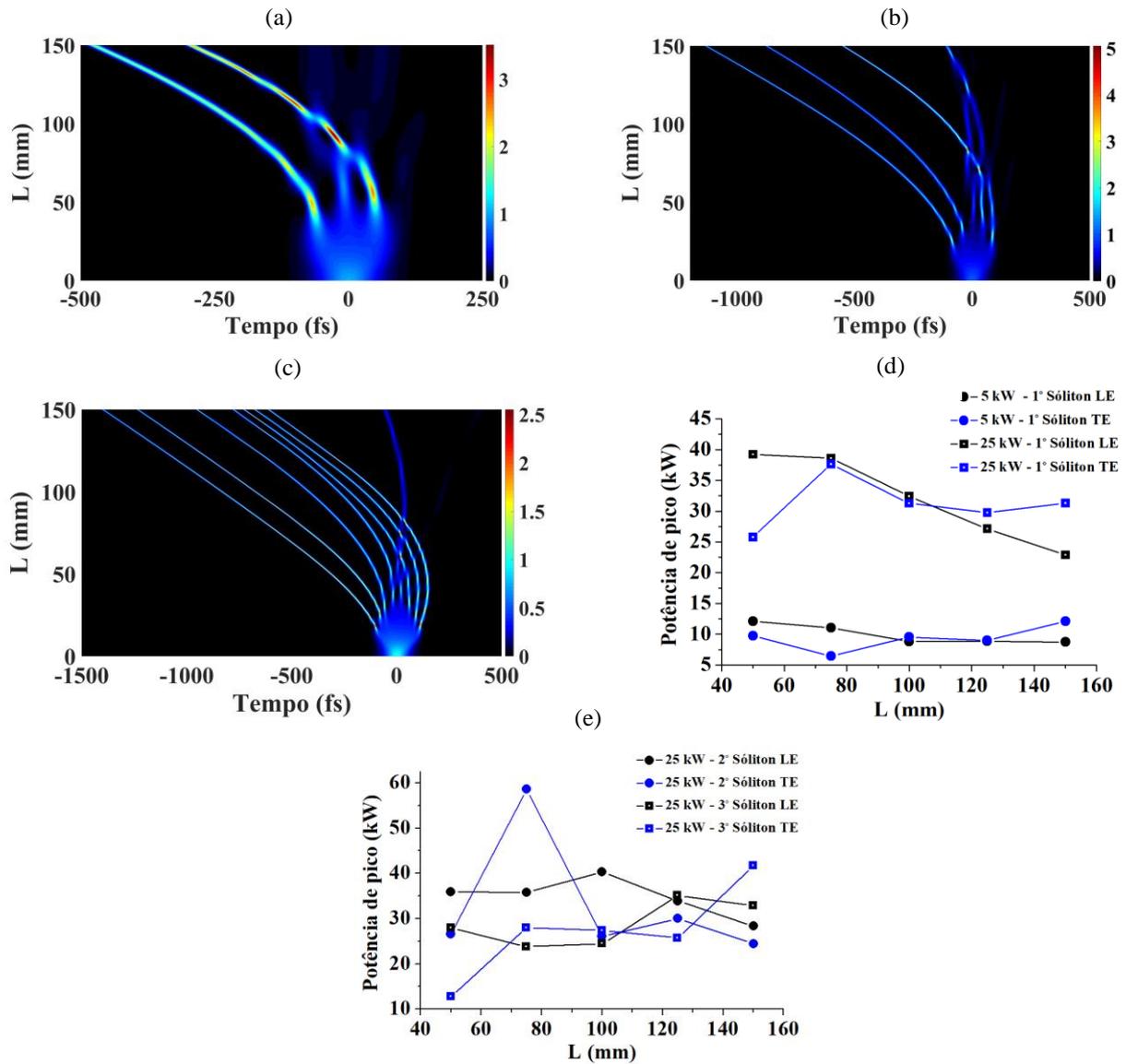


Fonte: O autor (2023).

Quantitativamente, ao longo da propagação dos sólitons entre $L = 50$ mm e 150 mm [Fig. 36(b)], observa-se no caso da PCF (FSW) que a potência de pico do primeiro sóliton é reduzida em cerca de 39% (41%), enquanto que o segundo sóliton gerado experimenta uma diminuição em sua potência de pico de aproximadamente 51% (37%), quando gerados a partir de uma potência de pico de entrada de 25 kW.

Ao contrário dos resultados teóricos produzidos pela PCF e a FSW, o processo MTC proporciona resultados interessantes para a geração e propagação de sólitons temporais em longas distâncias. Conforme mostrado na Fig. 37(a), para $P_0 = 5$ kW, o método MTC promove a geração de um par de sólitons fundamentais nas bordas do pulso. Na borda da frente, denominamos o sóliton como S_{LE} (*soliton leading edge*). Enquanto que o primeiro sóliton gerado na região traseira, chamamos de S_{TE} (*soliton trailing edge*).

Figura 37 - (a–c) A dinâmica da fissão solitônica produzida através do processo MTC, para diferentes potências de pico de entrada (5 kW, 12,5 kW e 25 kW). (d–e) A evolução das potências de pico do primeiro, segundo e terceiro sóliton TE e LE gerados em (a–c) no decorrer da propagação.



Fonte: O autor (2023).

Como era de se esperar, o número de sólitons fundamentais gerados aumenta com o aumento da potência de pico de entrada, onde novos pares de sólitons secundários são gerados em posições temporais mais próximas à região central do pulso. Devido à própria natureza do processo MTC, os sólitons são gerados em posições temporais vizinhas, enquanto que na fissão solitônica convencional os sólitons secundários são gerados aproximadamente na mesma região temporal, em Tempo = 0. No processo MTC, além dos sólitons secundários capturarem praticamente toda a energia do pulso, os sólitons evoluem experimentando menores interações

com as ondas dispersivas geradas no momento da geração de cada sóliton. Observe que nos casos das fissões solitônicas convencionais, os sólitons secundários são gerados em meio às ondas dispersivas e a energia remanescente da primeira fissão, sendo mais susceptíveis a experimentarem perturbações.

Uma diferença notável entre os três métodos estudados aqui é o regime de dispersão considerado para cada sistema. No método MTC, o regime de dispersão normal proporciona uma aceleração a cada sóliton, visto que o espalhamento Raman intrapulso promove um deslocamento de seu comprimento de onda central para o vermelho. Por outro lado, o regime de dispersão anômala, nos casos da PCF e FSW, causa uma desaceleração dos sólitons ao longo de suas propagações. Essa diferença é a razão pela qual os sólitons nas Figs. 35 e 37 se propagam em direções temporais opostas.

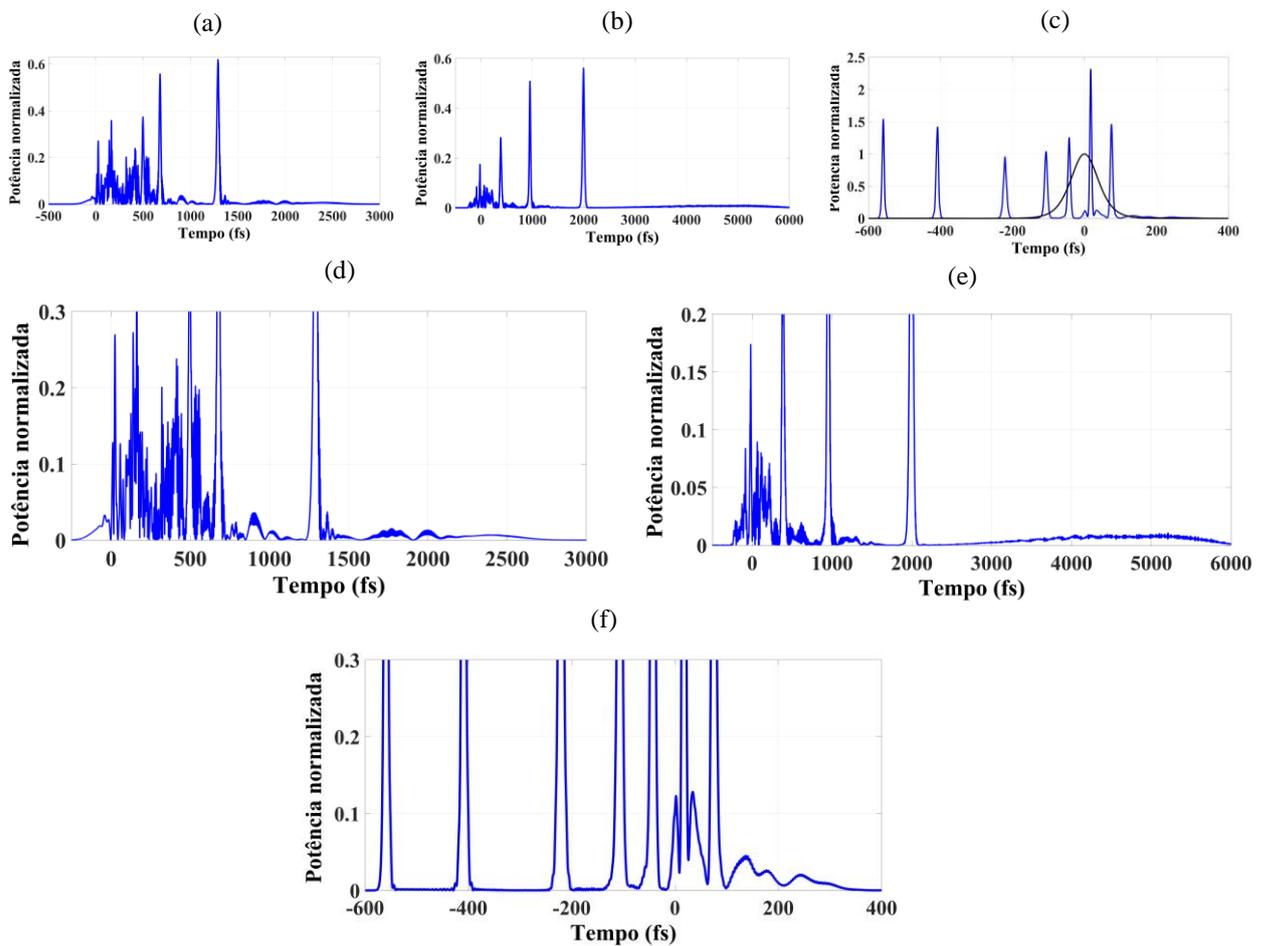
É interessante mencionar, que a aceleração do sóliton induzida pelo método MTC cria uma configuração propícia para observar fenômenos que vão desde colisões solitônicas até a manifestação do fenômeno de pêndulo de Newton (*Newton's cradles*, NC) no contexto de óptica, onde o sóliton gerado na borda da frente experimenta um forte atraso de grupo, colide com os sólitons vizinhos e depois escapa (DRIBEN et al., 2013).

Analisando o caso da Fig. 37(b), onde $P_0 = 12,5$ kW, podemos observar que o segundo S_{TE} colide com o primeiro S_{TE} e, em seguida, colide com os sólitons recém-formados na região central do pulso. Finalmente, como resultado das múltiplas colisões inelásticas, o sóliton NC é “ejetado” com uma maior potência de pico. Um comportamento dinâmico semelhante, mas com um maior número de colisões, é observado no caso de $P_0 = 25$ kW. Conforme visto na Fig. 37(c), interessantemente, o efeito NC ocorre na direção oposta àquela na Fig. 37(b). A região central do pulso gera um sóliton que desacelera e colide, consecutivamente, com o terceiro, segundo e primeiro sóliton TE, e depois escapa.

Observamos ainda a evolução da potência de pico dos sólitons nos casos $P_0 = 5$ kW e 25 kW [Figs. 37(a,c)]. As Figs. 37(d,e) indicam claramente que o processo MTC proporciona sólitons fundamentais com maiores potências de pico (compare com a Fig. 36). Observe que o processo MTC proporciona configurações favoráveis para ocorrer colisões solitônicas inelásticas, podendo ser devido ao comportamento NC, com origem na contribuição da dispersão de terceira ordem (DRIBEN et al., 2013), ou simplesmente devido ao SSFS causado pelo espalhamento Raman intrapulso em cada sóliton. Por estas razões, a potências de pico dos sólitons experimentam variações relevantes ao longo da propagação devido às colisões pontuais com os sólitons vizinhos, porém mantendo altos valores de potência de pico.

Nos casos da PCF e FSW, a fissão solitônica convencional, no centro do pulso, promove um cenário óptico repleto de ondas dispersivas e energia remanescente que atuam como perturbações para os sólitons fundamentais recém gerados, promovendo fortes comportamentos oscilatórios no início de suas propagações e um efeito dissipativo maior na geração dos sólitons. Por outro lado, no caso do processo MTC, os sólitons experimentam poucas perturbações, exceto quando ocorrem colisões solitônicas em pontos específicos.

Figura 38 - Perfis temporais obtidos em $L = 75$ mm, com $P_0 = 25$ kW, para os casos: (a) PCF, (b) FSW e (c) MTC. Para uma melhor visualização da energia remanescente da fissão solitônica, em (d-f) temos os mesmos resultados de (a-c), respectivamente, com o eixo y limitado na região de baixas potências.

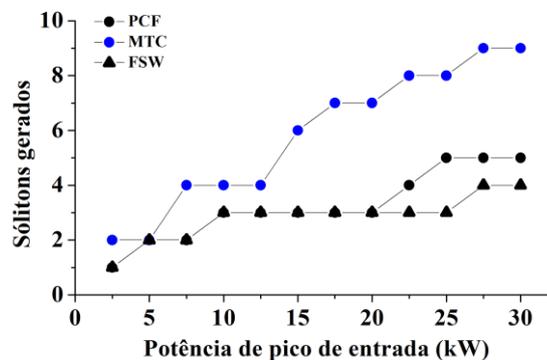


Fonte: O autor (2023).

Observe os perfis temporais obtidos em $L = 75$ mm, com $P_0 = 25$ kW, para os casos da PCF, FSW e MTC, respectivamente, nas Figs. 38(a-c). Notavelmente, apesar da fissão solitônica promover a geração de múltiplos sólitons fundamentais, o processo MTC é mais eficiente. Para uma melhor visualização, observe as Figs. 38(d-f), correspondendo aos mesmos dados das Figs. 38(a-c), porém analisando em uma região de potências mais baixas.

A eficiência da geração dos múltiplos sólitons fundamentais através da PCF, FSW e do processo MTC pode ser comparada examinando o número de sólitons gerados com o aumento da potência de pico de entrada, conforme mostrado na Fig. 39. Para o mesmo pulso de entrada, o processo MTC demonstra a capacidade de gerar um maior número de sólitons temporais para todas as potências de pico, enquanto que a PCF e a FSW apresentam resultados semelhantes. Note que, para potências de pico de entrada superiores a 15 kW, o número de sólitons gerados pelo processo MTC é da ordem de o dobro em comparação com a PCF e a FSW.

Figura 39 - Números de sólitons gerados em função da potência de pico de entrada, conforme apresentado, na PCF, FSW e através do processo MTC.



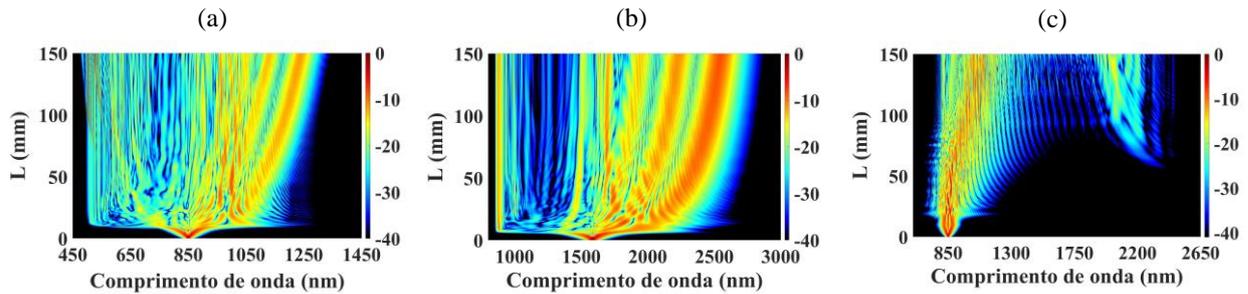
Fonte: O autor (2023).

Assim, o método MTC surge como uma ferramenta interessante para gerar múltiplos sólitons fundamentais com altas potências de pico, o que é altamente desejado para longas distâncias de propagação. No entanto, a partir das configurações apresentadas nesta seção, a fissão solitônica em PCF mostrou-se mais eficiente para a geração de espectros supercontínuos que alcancem a faixa do visível. Este comportamento é o esperado, visto que a primeira compressão temporal no centro do pulso promove um forte aumento na potência de pico e, assim, favorecendo a GSC no visível (DUDLEY; COEN, 2002; DUDLEY; GENTY; COEN, 2006; ARTEAGA-SIERRA; ANTIKAINEN; AGRAWAL, 2018). Para $P_0 = 25$ kW, como mostrado na Fig. 40(a), a fissão solitônica na PCF fornece um espectro de supercontínuo que se estende entre 480 nm e 1360 nm (à -40 dB), enquanto que a FSW e o processo MTC estão limitados à região espectral de 720 nm a 2600 nm [Figs. 40(b,c), respectivamente].

Considerando sistemas baseados em sílica fundida, a região espectral onde o processo MTC se desenvolve corresponde ao infravermelho próximo [Fig. 40(c)], onde a contribuição do espalhamento Raman intrapulso desloca o comprimento de onda central dos sólitons até ≈ 1200 nm. Assim, uma característica interessante da evolução espectral mostrada na

Fig. 40(c) é o deslocamento de frequência observado na região entre 1200 nm e 2600 nm, que não se deve ao espalhamento Raman intrapulso. Essa emissão gigante no infravermelho próximo (acima de 1200 nm) parece estar correlacionada com o acúmulo de colisões solitônicas, de forma semelhante às referências (ERKINTALO; GENTY; DUDLEY, 2010a, 2010b; ANTIKAINEN et al., 2012).

Figura 40 - Evolução espectral do sistema, para a potência de pico de entrada de 25 kW, conforme produzido através da (a) PCF [Fig. 35(b)], (b) FSW [Fig. 35(d)] e (c) MTC [Fig. 37(c)].



Fonte: O autor (2023).

Em resumo, demonstramos, por meio de simulações da ENLSG, a alta eficiência que o processo MTC proporciona na geração de múltiplos solitons fundamentais, ocorrendo em regiões temporais vizinhas (lado a lado), e assim, aproveitando toda a extensão longitudinal do pulso de entrada. Ao contrário dos casos da fissão solitônica convencional, que ocorre a partir da compressão temporal em torno do centro do pulso, todos os solitons são gerados em torno da mesma posição temporal (região do centro do pulso), ocorrendo um menor aproveitamento da extensão longitudinal do pulso de entrada para a geração de múltiplos solitons. Outro aspecto negativo da produção de solitons pela fissão solitônica convencional, é uma maior influência da perturbação de ondas dispersivas na dissipação de energia dos solitons recém gerados. Por isso, o processo MTC se destaca no quesito geração de múltiplos solitons fundamentais com altas potências.

Os resultados numéricos mostram que o processo MTC permite gerar aproximadamente o dobro de solitons em comparação com os métodos convencionais (PCF e FSW). Portanto, o processo MTC se apresenta como uma configuração útil para o desenvolvimento de fontes banda-larga no infravermelho próximo, estudo de colisões solitônicas, bem como para demonstrar a realização de uma versão óptica do "pêndulo de Newton" ("*Newton's cradle*").

5 AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA E FONTES DE PULSOS ULTRACURTOS NO INFRAVERMELHO

Pulsos ultracurtos possibilitam a compreensão da dinâmica de diversos processos em materiais em escalas temporais ultracurtas através da excitação e sondagem ultrarrápidas, possibilitando novos métodos para a observação de processos fundamentais em escalas de tempo que vão de femtossegundo até attosegundo. Tais como: mapeamentos de reações químicas (MOKHTARI et al., 1990), estudo de eventos primários da fotossíntese (SCHLAU-COHEN; DAWLATY; FLEMING, 2011) e o estudo da dinâmica de elétrons na matéria em attosegundos, área recentemente reconhecida com o Nobel de 2023 devido às importantes contribuições de Pierre Agostini, Ferenc Krausz e Anne L'Huillier (L'HUILLIER; SCHAFER; KULANDER, 1991; SCHINS et al., 1994; HENTSCHEL et al., 2001).

Por essas razões, nos últimos anos, o extenso interesse pelo desenvolvimento de fontes de pulsos ultracurtos tem sido notável (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; BRIDA et al., 2009; VOGELSANG et al., 2014; LIANG et al., 2017), com destaque aos trabalhos inovadores reconhecidos com o Nobel de 2018 para Donna Strickland e do Gérard Mourou pela descoberta do método CPA (*Chirped Pulse Amplification*), que permite a geração de pulsos ultracurtos e intensos sem danificar o meio de ganho (STRICKLAND; MOUROU; 1985; MAINE, P. et al., 1988).

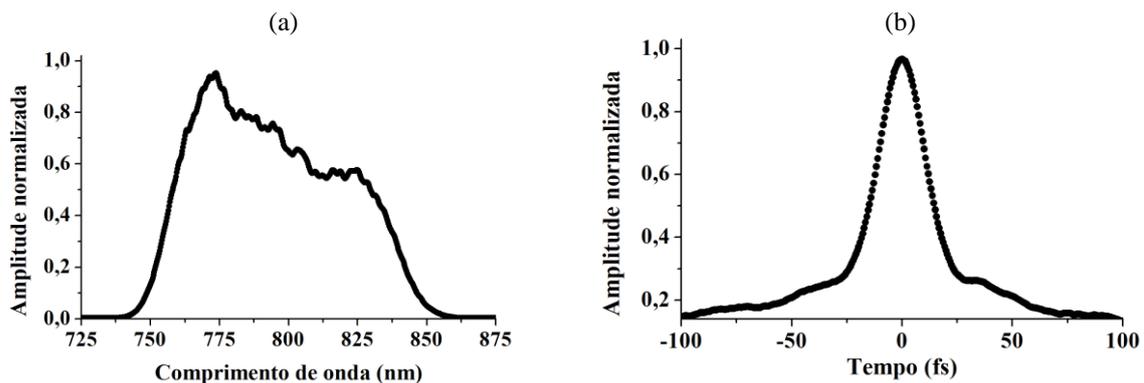
Em particular, sistemas com a capacidade de gerar pulsos ultracurtos intensos, com a fase da envoltória portadora (*Carrier-Envelope Phase*, CEP) autoestabilizada e sintonizável, são características de fundamental importância para o controle coerente de processos dependentes da forma precisa do campo elétrico, como na geração de altos harmônicos, sendo elemento-chave para a manipulação e controle dos pulsos de attosegundos (ZENG et al., 2003; NISOLI et al., 2003; KRAUSZ; IVANOV, 2009; ISHII et al., 2014; HOLLINGER et al., 2020). Por outro lado, a capacidade de sintonização espectral da fonte de pulsos ultracurtos permite o controle da região do espectro que irá interagir com o material, possibilitando a aproximação ou o afastamento de alguma ressonância específica do meio (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; BRIDA et al., 2009; VOGELSANG et al., 2014).

Fontes de pulsos ultracurtos baseados em amplificadores paramétricos ópticos (*Optical Parametric Amplification*, OPA) podem apresentar todas essas características mencionadas acima (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO; DE SILVESTRI, 2006; BRIDA et al., 2009; VOGELSANG et al., 2014). Portanto, estes sistemas apresentam potencial para serem considerados em experimentos de *pump-probe* e

espectroscopia ultrarrápida (HILTON; PRASANKUMAR; TAYLOR, 2011; TAMMING et al., 2021), *z-scan* (BALU et al., 2005), *light bullets* (CHEKALIN et al., 2015; ŠUMINAS, 2016), geração de altos harmônicos (VOZZI et al., 2007), entre outros relacionados com óptica não linear.

Neste capítulo apresentamos os resultados experimentais do sistema de amplificadores paramétricos ópticos não colineares (*noncollinear optical parametric amplification*, NOPAs) desenvolvidos nesta tese. O laser utilizado foi um amplificador Ti:Safira regenerativo, modelo *Legend Elite HE-USX (Coherent)*, o qual originalmente fornece pulsos banda larga ($\Delta\lambda_0 = 70$ nm) com polarização horizontal, energia até 4 mJ por pulso, taxa de repetição de 1 kHz, $\lambda_0 = 790$ nm e com tempos de duração em torno de 25 fs à meia altura [Figs. 41(a,b)].

Figura 41 - (a) Espectro do amplificador Ti:Safira regenerativo, modelo *Legend Elite HE-USX (Coherent)*. (b) Sinal de autocorrelação do laser (25 fs à meia altura) medido através do *Single-Shot Autocorrelator (SSA, Coherent)*.



Fonte: O autor (2023).

Na seção 5.1, é feita uma breve apresentação de conceitos e da teoria que descreve o processo de amplificação paramétrica óptica.

Na seção 5.2, a partir de um sinal de geração de supercontínuo obtido através da filamentação, construímos dois estágios de amplificação paramétrica óptica não colinear (*Noncollinear Optical Parametric Amplification*, NOPA), um operando no visível (NOPA-VIS, sintonizável entre 500 nm e 700 nm) e outro no infravermelho próximo (NOPA-NIR, fixo em 965 nm). Na seção 5.2.2, geramos um feixe através da geração de diferença de frequência entre ambos os NOPAs, onde obtivemos pulsos sintonizáveis no infravermelho (IR), entre 1300 nm e 2000 nm, com capacidade de gerar pulsos com poucos ciclos ópticos e com a fase da envoltória portadora (*carrier-envelope phase*, CEP) estável.

Na seção 5.3, propomos um experimento baseado no sistema de amostras que dão origem à geração de múltiplos sólitons temporais (processo MTC, capítulo 4). A partir da configuração considerada, foi observada a geração de supercontínuo do visível ao IR em um meio que não comporta filamentação. Neste caso, o índice de refração não linear negativo foi obtido através do processo não linear de segunda ordem em cascata negativo em um cristal de BBO. Ao final, desenvolvemos um NOPA para amplificar o espectro IR do supercontínuo (entre 1250 nm 2200 nm), onde foram observados indicativos de que o pulso amplificado é ultracurto (poucas dezenas de fs).

5.1 Amplificação paramétrica óptica (*Optical Parametric Amplification*, OPA)

5.1.1 Ondas monocromáticas

Diferentemente dos lasers convencionais, onde a frequência amplificada depende da ressonância do meio de ganho e das características da cavidade óptica. A amplificação paramétrica óptica (*Optical Parametric Amplification*, OPA) é um processo não linear de segunda ordem, no qual um pulso de alta energia (*pump*) e frequência fixa transfere parte de sua energia para um outro pulso de baixa energia (sinal) com frequência variável, ocorrendo também a geração e amplificação de um terceiro pulso (*idler*). Nos OPAs, a sintonização das frequências amplificadas depende apenas do casamento de fase entre as frequências do *pump* e do sinal a ser amplificado. Neste sentido, o processo de amplificação paramétrica ocorre somente enquanto existe superposição temporal e espacial entre os feixes.

A interação não linear dos processos paramétricos depende diretamente da relação entre as fases das ondas em questão. Para que os processos paramétricos ocorram com alta eficiência é preciso que o meio não linear satisfaça a condição de casamento de fase. No caso da mistura de três ondas (processo não linear de segunda ordem), a interação não linear é maximizada quando $\vec{\Delta k} = \vec{k}_3 - \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = 0$, no qual é dito que o casamento de fase entre as ondas envolvidas no processo é perfeito. Considerando uma descrição escalar, o casamento de fase perfeito ocorre quando:

$$k_1 + k_2 = k_3, \quad (5.1)$$

$$\frac{n(\omega_1)\omega_1}{c} + \frac{n(\omega_2)\omega_2}{c} = \frac{n(\omega_3)\omega_3}{c}. \quad (5.2)$$

Uma vez que os cristais uniaxiais (birrefringentes) possuem um eixo óptico bem definido, no qual o seu índice de refração depende da polarização e direção de propagação do feixe, esta classe de cristais é amplamente explorada para satisfazer o casamento de fase na mistura de três ondas [expressões (5.1) e (5.2)]. Considerando um feixe incidindo com um ângulo $\theta \neq 0$, entre o vetor normal da frente de onda e o eixo óptico, a polarização perpendicular ao plano contendo o vetor de propagação e o eixo óptico experimenta um dos índices de refração do cristal, conhecido como índice de refração ordinário (n_{ord}). No caso da luz com polarização paralela ao plano contendo o vetor de propagação e o eixo óptico, o feixe experimentará um outro índice de refração, que é conhecido como índice de refração extraordinário [$n_{ext}(\theta)$]. A dependência do n_{ext} com a direção de propagação é dada pela Eq. (5.3). Para mais detalhes, ver (BOYD, 2008).

$$\frac{1}{n_{ext}(\theta)^2} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_{ord}^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_{ext}^2}. \quad (5.3)$$

Portanto, a partir de um cristal uniaxial é possível encontrar um ângulo θ entre o feixe e o eixo óptico do cristal, que resulta em um valor adequado para n_{ext} , satisfazendo à condição de casamento de fase. Os cristais uniaxiais podem ser divididos em duas categorias quanto ao valor de seus índices de refração: Positivo, se $n_{ext}(\theta) > n_{ord}$, e negativo, quando $n_{ext}(\theta) < n_{ord}$. Para ambos os casos existem duas formas de se obter o casamento de fase: Casamento de fase do tipo I e II.

Considerando um cristal uniaxial negativo, como o cristal de BBO (borato de bário), necessariamente o feixe com maior frequência ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) precisa ter polarização que resulte num menor índice de refração em comparação com as ondas ω_1 e ω_2 , correspondendo então, à direção da polarização extraordinária. No casamento de fase do tipo I, as ondas ω_1 e ω_2 possuem polarização, na direção ordinária, enquanto que no casamento de fase do tipo II, ω_1 e ω_2 possuem polarização ortogonais entre si.

Tabela 4 - Configurações de casamento de fase para cristais uniaxiais.

	Uniaxial negativo	Uniaxial positivo
Tipo I	$n_{ext}(\omega_3)\omega_3 = n_{ord}(\omega_1)\omega_1 + n_{ord}(\omega_2)\omega_2$	$n_{ord}(\omega_3)\omega_3 = n_{ext}(\omega_1)\omega_1 + n_{ext}(\omega_2)\omega_2$
Tipo II	$n_{ext}(\omega_3)\omega_3 = n_{ord}(\omega_1)\omega_1 + n_{ext}(\omega_2)\omega_2$	$n_{ord}(\omega_3)\omega_3 = n_{ord}(\omega_1)\omega_1 + n_{ext}(\omega_2)\omega_2$
	$n_{ext}(\omega_3)\omega_3 = n_{ext}(\omega_1)\omega_1 + n_{ord}(\omega_2)\omega_2$	$n_{ord}(\omega_3)\omega_3 = n_{ext}(\omega_1)\omega_1 + n_{ord}(\omega_2)\omega_2$

Fonte: O autor (2023).

Considerando um cristal uniaxial positivo, temos uma situação análoga, porém a onda com maior frequência ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) precisa ter uma polarização que resulte num menor índice de refração em comparação com as ondas ω_1 e ω_2 , correspondendo então, à direção da polarização ordinária. A Tabela 4 esquematiza as configurações de casamento de fase para os cristais uniaxiais.

Para ganhar intuição física sobre os OPAs de pulsos ultracurtos, vamos analisar a amplificação paramétrica de ondas monocromáticas propagando em um meio não centrossimétrico, podendo ser considerado um cristal uniaxial arbitrário adequado para o processo não linear de mistura de três ondas. Neste sentido, considere o campo elétrico total de três ondas copropagantes na direção z , com frequências ω_1, ω_2 e ω_3 :

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \{ A_1(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + A_2(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + A_3(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} \} + \text{c. c.} \quad (5.4)$$

A resposta da polarização não linear do meio devido aos campos elétricos é da forma:

$$P_{NL}(z, t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E(z, t)^2 = 2\varepsilon_0 d_{eff} E(z, t)^2, \quad (5.5)$$

onde d_{eff} é o chamado coeficiente não linear efetivo, o qual depende de componentes específicos do tensor de susceptibilidade não linear de segunda ordem do meio $\chi^{(2)}$. É através da natureza tensorial da não linearidade que podemos observar eventos de transferências de energia entre diferentes feixes, os quais podem ter diferentes polarizações e direções de propagação.

Substituindo a expressão (5.4) na (5.5), a polarização não linear de segunda ordem terá componentes que oscilam com o dobro de cada frequência: $2\omega_1, 2\omega_2, 2\omega_3$ (Geração de Segundo Harmônico, GSH). Também terá componentes que oscilam com as somas das frequências incidentes: $\omega_1 + \omega_2, \omega_1 + \omega_3, \omega_2 + \omega_3$ (Geração de Soma de Frequências, GSF). E também terá componentes que oscilam com a diferença entre as frequências incidentes: $\omega_3 - \omega_1, \omega_3 - \omega_2, \omega_2 - \omega_1$ (Geração de Diferença de Frequências, GDF). Apesar da polarização não linear permitir todas essas misturas de ondas, é preciso que o meio não linear satisfaça a condição de casamento de fase para cada caso particular. Desta forma, assumindo que o nosso sistema satisfaz apenas os casamentos de fase dos processos: $\omega_1 + \omega_2 (= \omega_3), \omega_3 - \omega_2 (= \omega_1)$ e $\omega_3 - \omega_1 (= \omega_2)$, a polarização não linear toma a forma da expressão (5.6).

$$\begin{aligned}
P_{NL}(z, t) = \varepsilon_0 d_{eff} \{ & A_2^*(z) A_3(z) e^{i[\omega_1 t - (k_3 - k_2)z]} + \\
& + A_1^*(z) A_3(z) e^{i[\omega_2 t - (k_3 - k_1)z]} + A_1(z) A_2(z) e^{i[\omega_3 t - (k_1 + k_2)z]} \} + \text{c. c.} .
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Considerando a equação de onda e a aproximação da envoltória lenta ($|d^2 A/dz^2| \ll 2k|dA/dz|$), podemos derivar as seguintes equações de propagação (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI, C; CERULLO, 2016):

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i\sigma_1 A_2^* A_3 e^{-i\Delta k z}, \tag{5.7}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = -i\sigma_2 A_1^* A_3 e^{-i\Delta k z}, \tag{5.8}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} = -i\sigma_3 A_1 A_2 e^{i\Delta k z}, \tag{5.9}$$

onde $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ é o vetor de casamento de fase (*wave-vector mismatch*), que controla o fluxo de energia entre os feixes, $\sigma_i = d_{eff} \omega_i / c n_i$, $n_i = \sqrt{\varepsilon_{r,i}}$ é o índice de refração e $\varepsilon_{r,i}$ é a permissividade relativa do meio para a frequência ω_i ($i = 1, 2$ ou 3). Analisando as equações (5.7-9), de acordo com as condições iniciais de $A_i(0)$ ($i = 1, 2, 3$), podemos observar a GSF ou a GDF.

Para a GSF, os campos de entrada são $A_1(0)$ e $A_2(0)$, com frequências ω_1 e ω_2 , respectivamente. Conforme os campos incidentes interagem não linearmente, um terceiro campo A_3 é gerado com frequência $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Observe que a GSH é um caso particular da GSF, que ocorre quando $\omega_1 = \omega_2$. No caso da GDF, inicialmente poderíamos ter como campos incidentes $A_3(0)$ e $A_1(0)$, com frequências ω_3 e ω_1 , respectivamente. Neste processo, o campo A_3 perde energia em favor da amplificação de A_1 e da geração e amplificação de A_2 , onde $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$.

No contexto de OPAs, podemos dizer que o *pump* (A_3) amplifica o sinal (A_1), ocorrendo também a geração e amplificação do *idler* (A_2). Observe que este processo também ocorreria se os campos incidentes fossem $A_3(0)$ e $A_2(0)$. Neste caso, o sinal amplificado é o campo A_2 , enquanto A_1 é o campo gerado e amplificado (*idler*). Na amplificação paramétrica óptica, devido a simetria entre o sinal e o *idler* (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003), esses dois processos ocorrem ao longo da propagação dos feixes no cristal, onde a amplificação do sinal

reforça a amplificação do *idler* e vice-versa. É através deste processo acumulativo e coerente que é possível obter grandes amplificações do feixe sinal (e do *idler*).

Considerando a aproximação de não depleção do *pump* [$A_3(z) \approx A_3(z=0)$], onde a energia do campo A_3 é muito maior que as energias dos campos A_1 e A_2 , a intensidade do sinal (ω_1) e do *idler* (ω_2) podem ser escritas através das expressões (5.10-13) (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO, 2016):

$$I_S(L) = I_{S0} \left\{ 1 + \left[\frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2 \right\}, \quad (5.10)$$

$$I_I(L) = I_{S0} \left\{ \frac{\omega_i}{\omega_s} \left[\frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2 \right\}, \quad (5.11)$$

com

$$\Gamma^2 = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2 I_p}{n_p n_s n_i \lambda_i \lambda_s \epsilon_0 c}, \quad (5.12)$$

$$g^2 = \Gamma^2 - \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2, \quad (5.13)$$

onde os símbolos em subscritos das Eqs. (5.10-13) significam: $S = \text{Sinal}$ (A_1, ω_1), $I = \text{Idler}$ (A_2, ω_2) e $P = \text{Pump}$ (A_3, ω_3). A partir das expressões (5.10) e (5.11), podemos definir o ganho paramétrico em função da distância de propagação (L):

$$G(L) = \frac{I_S(L)}{I_{S0}} = 1 + \left[\frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2. \quad (5.14)$$

Assim, vemos que o ganho paramétrico depende diretamente do vetor de casamento de fase (Δk , *wave-vector mismatch*), através de g [relação (5.13)], o qual promove um ganho paramétrico máximo na configuração de casamento de fase perfeito ($\Delta k = 0$). Considerando a aproximação de grande ganho ($gL \gg 1$), $\sinh(gL) \approx \exp(gL)/2$, a intensidade do sinal, do *idler* e o ganho paramétrico tomam as formas das expressões:

$$I_S(L) \approx I_{S0} \left(\frac{\Gamma}{g} \right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}, \quad (5.15)$$

$$I_i(L) \approx I_{S0} \frac{\omega_i}{\omega_s} \left(\frac{\Gamma}{g}\right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}, \quad (5.16)$$

$$G(L) \approx \left(\frac{\Gamma}{g}\right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}. \quad (5.17)$$

Observe que nesta configuração $\Delta k = 0$, $gL \gg 1$ e $g = \Gamma \propto \sqrt{I_p}$. Portanto, o ganho paramétrico cresce com a exponencial da raiz quadrada da intensidade de pico do *pump* [$G \propto \exp(\sqrt{I_p})$], indicando que a utilização de pulsos ultracurtos como *pump* podem ser mais desejáveis para obter altos ganhos paramétricos, visto que, ao considerar pulsos de mesma energia, quanto menor o seu tempo de duração, maior será a sua intensidade de pico (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO, 2016).

5.1.2 Pulsos ultracurtos

Tratando de OPAs de pulsos ultracurtos (escala de fs), um dos aspectos mais importantes é a amplificação paramétrica de sinais com grandes larguras de bandas. Neste sentido, é necessário manter o vetor de casamento de fase, Δk , com o menor valor possível para todos os comprimentos de onda do sinal a ser amplificado. Consideremos que o *pump* possui uma largura de banda estreita (pulso de dezenas ou poucas centenas de fs) com frequência central ω_p , enquanto que o sinal possui um espectro banda larga, podendo ser um espectro supercontínuo. A largura de banda à meia altura do ganho paramétrico pode ser estimada a partir da relação:

$$\Delta\nu = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi|\delta_{si}|} \sqrt{\frac{\Gamma}{L}}. \quad (5.18)$$

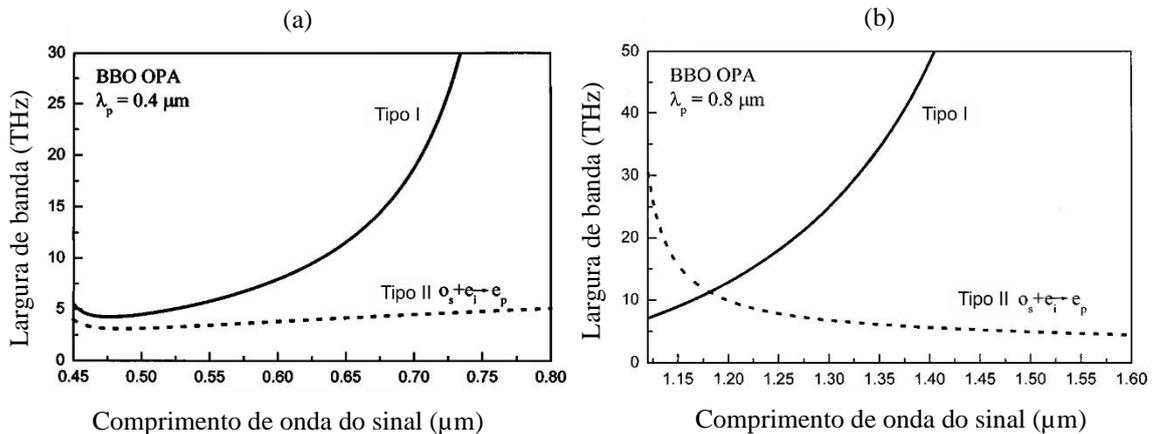
Assim, a largura de banda do ganho paramétrico é inversamente proporcional ao “descasamento” da velocidade de grupo (*Group-Velocity Mismatch*, GVM) entre o sinal e o *idler* ($\delta_{si} = 1/v_{g,s} - 1/v_{g,i}$), e também à raiz quadrada do comprimento do cristal (L). Em configurações onde as velocidades de grupo do sinal e do *idler* são iguais, a equação (5.18) deixa de ser válida e, nestes contextos, a largura de banda do ganho paramétrico passa a ser limitada pela dispersão da velocidade de grupo do sinal e do *idler* (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO, 2016):

$$\Delta\nu = \frac{2(\ln 2)^{1/4}}{\pi} \left(\frac{\Gamma}{L}\right)^{1/4} \frac{1}{\left|\frac{\partial^2 k_i}{\partial \omega_i^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega_s^2}\right|^{1/2}}. \quad (5.19)$$

Portanto, em configurações onde $\delta_{si} = 0$, a amplificação paramétrica pode ocorrer sobre grandes larguras de banda do sinal e do *idler*. Para exemplificar, nas Figs. 42(a,b) estão apresentados os gráficos da largura de banda do casamento de fase (tipo I e II) para o cristal de BBO, com o comprimento de onda central do *pump* em 400 nm e 800 nm, respectivamente.

Na Fig. 42(a), observe que a largura de banda do casamento de fase é sempre maior para o tipo I, possuindo um comportamento fortemente crescente à medida que o comprimento de onda do sinal se aproxima da degenerescência ($0,8 \mu\text{m}$). Por outro lado, para o casamento de fase do tipo II, a largura de banda do ganho paramétrico permanece aproximadamente constante ao longo do visível. No caso do *pump* em $0,8 \mu\text{m}$ [Fig. 42(b)], ocorre um comportamento análogo, exceto que a largura de banda do casamento de fase do tipo II é maior que a do tipo I até $\approx 1180 \text{ nm}$.

Figura 42 - Para $I_{pump} = 100 \text{ GW/cm}^2$ e um cristal de BBO com 2 mm de espessura: (a) Largura de banda do casamento de fase do tipo I e II para o BBO com o *pump* em 400 nm. (b) Largura de banda do casamento de fase do tipo I e II para o BBO com o *pump* em 800 nm.



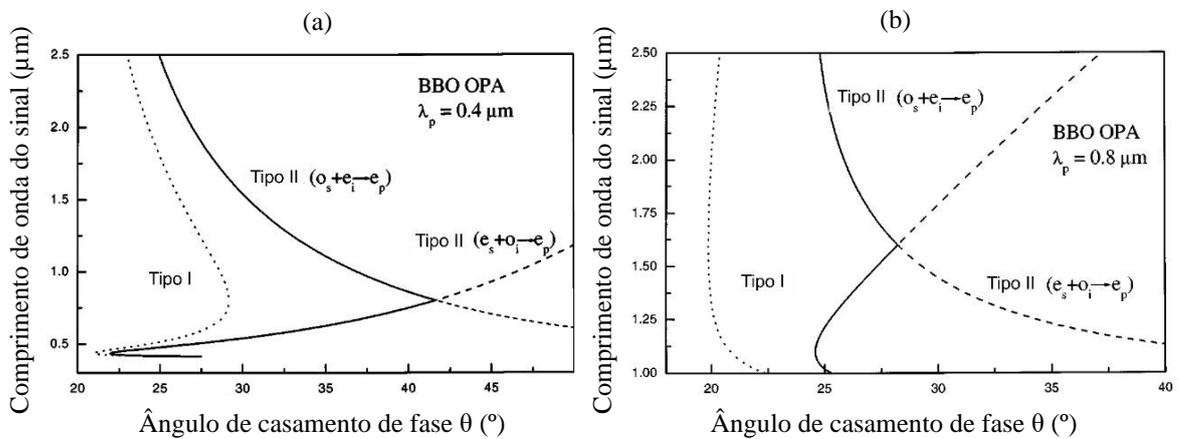
Fonte: Retirado de (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003).

A escolha do tipo de casamento de fase a ser usado depende da aplicação em vista. Em geral, o casamento de fase do tipo I é desejável para a construção de OPAs que operam com pulsos temporalmente mais curtos (espectros banda larga). Enquanto que no casamento de fase do tipo II, teremos OPAs que operam com larguras de banda mais estreitas, porém

aproximadamente constante sobre um grande intervalo de comprimentos de onda do sinal (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO, 2016).

Por completeza, nas Figs. 43(a,b) estão apresentados os gráficos relacionando os ângulos de casamento de fase entre o sinal e o *pump* com 0,4 μm e 0,8 μm , respectivamente. A partir destes gráficos, destacamos que o ângulo do casamento de fase do tipo I é menos dependente do comprimento de onda do sinal em comparação com o casamento de fase do tipo II.

Figura 43 - (a) Curvas dos ângulos de casamento de fase para o cristal de BBO com o *pump* em 400 nm. (b) Curvas dos ângulos de casamento de fase para o cristal de BBO com o *pump* em 800 nm.



Fonte: Retirado de (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003).

5.1.3 Geometria de interação colinear e não colinear

Na amplificação paramétrica, para cada casamento da fase no processo de GDF entre o *pump* e o sinal, ocorre a geração e posteriormente a amplificação do feixe *idler*. Assim, a direção de propagação do *idler* dentro do cristal não linear é determinada a partir da condição de casamento de fase entre o *pump* e o sinal.

No caso de uma geometria de interação colinear, o *pump* e o sinal são dispostos colinearmente na entrada do cristal, gerando e amplificando o feixe *idler* na mesma direção de propagação [Fig. 44(a)]. Uma vez que as velocidades de grupo do sinal e do *idler* são fixas, se o GVM entre eles for $\delta_{si} \neq 0$, a geometria colinear promove um distanciamento temporal (*temporal walk-off*) entre os pulsos, e portanto, limita a largura de banda da amplificação paramétrica. Observe novamente que a largura de banda do casamento de fase aumenta conforme o OPA se aproxima da degenerescência ($\delta_{si} = 0$), visto que nesses casos, temos uma diminuição do *temporal walk-off* entre o sinal e o *idler*.

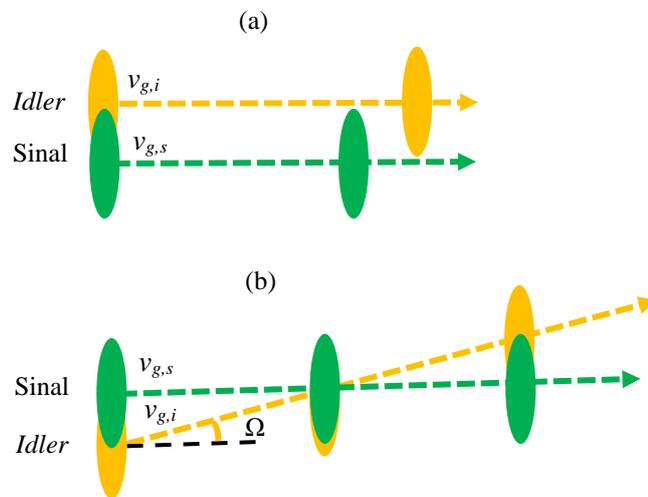
Considerando uma geometria de interação não colinear, onde o *pump* e o sinal incidem no cristal formando um ângulo α entre os seus vetores de onda, é possível obter, simultaneamente, casamento de fase e de velocidade de grupo entre o sinal e o *idler* e, assim, promover um aumento na largura de banda do OPA. Nesse caso, o feixe *idler* é emitido num ângulo $\Omega = \Omega(\omega_s)$ em relação ao sinal [Fig. 44(b)]. Portanto, o caso da geometria de interação colinear é um caso particular da equação vetorial para o casamento de fase associado à GDF:

$$\vec{\Delta k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i = 0. \quad (5.20)$$

Consideremos agora uma decomposição vetorial de $\vec{\Delta k}$ nas direções paralelas ($\vec{\Delta k}^{\parallel}$) e perpendiculares ($\vec{\Delta k}^{\perp}$) ao vetor de onda do sinal. Após manipulações matemáticas e considerando $\vec{\Delta k} = \vec{\Delta k}^{\parallel} + \vec{\Delta k}^{\perp} = 0$ [(MANZONI; CERULLO, 2016) para mais detalhes], a velocidade de grupo do sinal é igual à do *idler* devido ao ângulo Ω , na seguinte forma:

$$v_{g,s} = v_{g,i} \cos(\Omega). \quad (5.21)$$

Figura 44 - Representação esquemática da interação entre o sinal e o *idler* na geometria: (a) Colinear. (b) Não colinear.



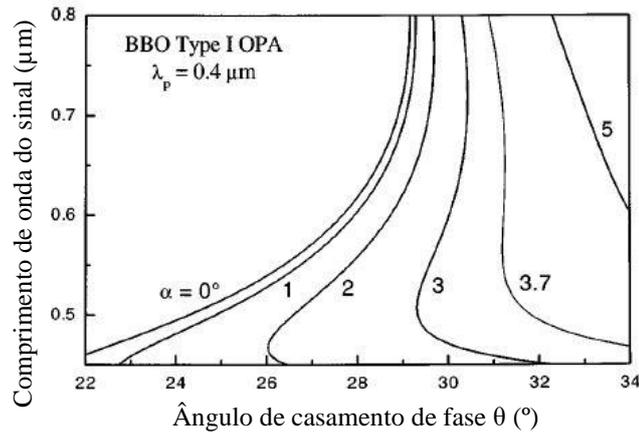
Fonte: O autor (2023).

De acordo com a relação (5.21), existe um ângulo Ω entre o sinal e o *idler*, juntamente com a condição $v_{g,s} < v_{g,i}$, o qual promove uma amplificação paramétrica sobre um espectro banda larga do sinal, mesmo que esta configuração promova $\delta_{si} > 0$. Sob o ponto de vista prático, pode ser mais útil conhecer o ângulo α entre o *pump* e o sinal, no qual o ângulo Ω satisfaz o casamento de fase (relação 5.22) (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003):

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left(\frac{1 - v_{g,s}^2/v_{g,i}^2}{1 + \frac{2v_{g,s}n_s\omega_s}{v_{g,i}n_i\omega_i} + \frac{n_s^2\omega_s^2}{n_i^2\omega_i^2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.22)$$

A partir de um *pump* com comprimento de onda central em 400 nm e um cristal de BBO (casamento de fase do tipo I), a Fig. 45 mostra que o caso colinear ($\alpha = 0$) é facilmente superado no quesito casamento de fase sobre uma ampla largura de banda do sinal. Para ângulos α entre $3,0^\circ$ e $3,7^\circ$, podemos ver que para o mesmo ângulo θ , ocorre um casamento de fase simultâneo em uma faixa espectral mais ampla no visível.

Figura 45 - Curvas de casamento de fase do tipo I para a geometria não colinear em cristais de BBO, com o *pump* em 400 nm, como função do ângulo interno (α) entre sinal e o *pump*.



Fonte: Retirado de (CERULLO; DE SILVESTRI, 2003).

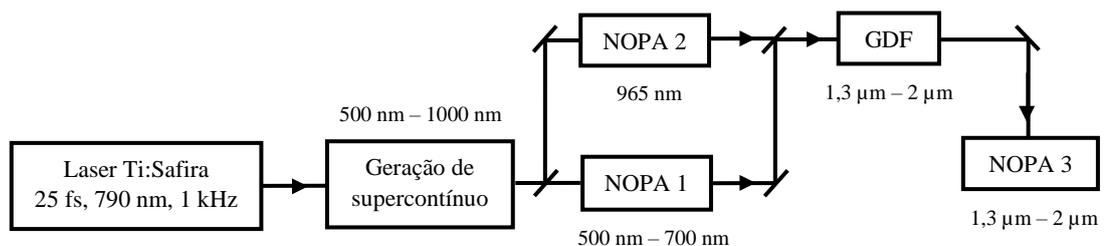
Nas próximas seções, apresentamos e discutimos o desenvolvimento de dois sistemas, baseados em NOPAs, para serem usados como fonte pulsada sintonizável no infravermelho.

5.2 Sistema baseado em NOPAs autoestabilizado em fase no infravermelho

O sistema que descrevemos nesta seção foi montado considerando a possibilidade de se ter uma fonte sintonizável no infravermelho e autoestabilizada em fase. O princípio de funcionamento de uma fonte autoestabilizada em fase é a diferença de frequência entre pulsos que possuem a mesma fase da envoltória portadora (*carrier-envelope phase*, CEP). Assim, ao se fazer a diferença de frequência, sempre se obtém pulsos com CEP zero, e portanto, autoestabilizados. Considerando esta proposta, a visão esquemática geral do sistema montado está apresentada na Fig. 46.

A partir do nosso sistema amplificado de Ti:Safira (Fig. 41), geramos um espectro supercontínuo em um cristal de safira através da filamentação (mais detalhes no Apêndice A), dividimos o feixe em dois, em cada feixe filtramos diferentes faixas espectrais: Feixe 1: transmite somente a região visível (500 nm – 700 nm) e Feixe 2: transmite somente uma banda estreita do infravermelho próximo (965 nm, 20 nm de largura de banda à meia altura). A partir de dois feixes de bombeamentos independentes (GSH do feixe fundamental, $\lambda_0 = 400$ nm), essas duas faixas espectrais foram amplificadas nos NOPAs 1 e 2. Em seguida, os pulsos provenientes dos NOPAs 1 e 2 são usados para gerar uma semente no infravermelho (entre 1,3 μm e 2 μm), autoestabilizada em fase, pelo processo de geração de diferença de frequência (GDF). Finalmente, a semente é amplificada no NOPA 3.

Figura 46 - Visão esquemática geral do sistema, onde GDF denomina geração de diferença de frequência.



Fonte: O autor (2023).

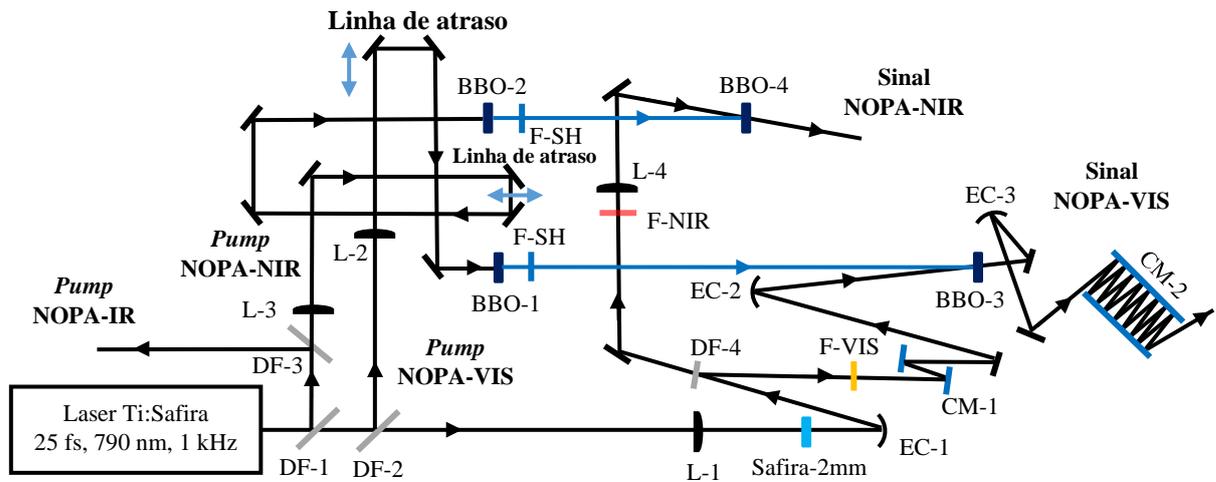
5.2.1 Amplificadores paramétricos ópticos não colineares no visível e infravermelho

Para analisar o sistema experimental dos NOPAs, observe a Fig. 47. Inicialmente, uma pequena fração de energia é transmitida através dos divisores de feixe (*beam splitters*) DF-1 e DF-2, os quais, assim como o DF-3, refletem 90% e transmitem 10% da luz incidente. Neste sentido, uma fração do feixe transmitido com ≈ 1 μJ de energia é focalizado através da lente convergente L-1 ($f = 7,5$ cm) em um cristal de safira com 2 mm de espessura para promover a geração de supercontínuo através da filamentação (Apêndice A). A Fig. 48(a) apresenta um espectro supercontínuo típico obtido nesta configuração, abrangendo de 500 nm a 1000 nm.

Devido à geração de supercontínuo em um meio com dispersão normal, o pulso adquire um forte *chirp* positivo, sendo então colimado através de um espelho côncavo metálico (EC-1, $f = 5$ cm), e posteriormente dividido através do DF-4 (reflete 40% e transmite 60% da luz incidente). No nosso sistema, dois estágios de amplificação paramétrica foram desenvolvidos para amplificar diferentes regiões espectrais da geração de supercontínuo. O

feixe refletido no DF-4 segue para o estágio de amplificação paramétrica não colinear no visível (NOPA-VIS), enquanto que o feixe transmitido através do DF-4 segue para o estágio de amplificação paramétrica não colinear no infravermelho próximo (NOPA-NIR).

Figura 47 - Figura esquemática do sistema experimental dos NOPAs do visível (sintonizável) e infravermelho próximo (fixo). As nomenclaturas representam: DF = Divisor de feixe, L = Lente plano convexa, EC = Espelho côncavo metálico, F-SH = Filtro para filtrar o feixe fundamental e transmitir o segundo harmônico, F-VIS = Filtro que transmite somente a região visível da geração de supercontínuo, F-NIR = Filtro que transmite somente uma faixa estreita do infravermelho próximo em torno de 965 nm, CM = Par de *chirped mirror*, as setas \leftrightarrow indicam um estágio de linha de atraso controlada.

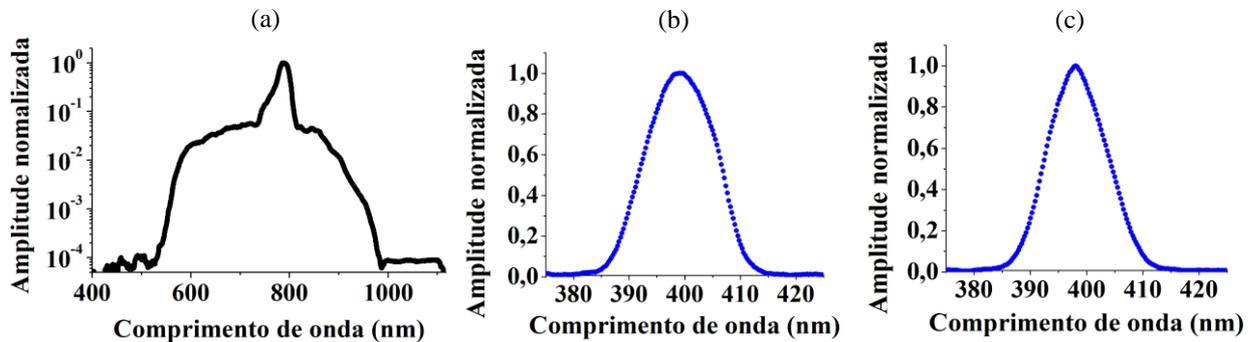


Fonte: O autor (2023).

Em relação aos bombeamentos (*pump*) dos NOPAs, para o NOPA-VIS, o feixe refletido no DF-2 foi focalizado por uma lente convergente (L-2, $f = 100$ cm), onde, em torno de 40 cm antes do foco (próximo do ponto onde ocorre o NOPA-VIS) foi gerado o segundo harmônico através de um BBO (BBO-1, casamento de fase do tipo I, $\theta \approx 29^\circ$, 1 mm de espessura). No caso do NOPA-NIR, temos uma configuração análoga, no qual o feixe transmitido através do DF-3 foi focalizado por uma lente convergente (L-3, $f = 100$ cm), onde, em torno de 40 cm antes do foco (próximo do ponto onde ocorre o NOPA-NIR) foi gerado o segundo harmônico através de um outro BBO (BBO-2, casamento de fase do tipo I, $\theta \approx 29^\circ$, 1 mm de espessura).

Para eliminar o feixe fundamental após a geração de segundo harmônico (GSH), em ambos os bombeamentos, foram utilizados um filtro absorptivo (F-SH) adequado que transmite somente componentes espectrais abaixo de 700 nm. Em ambos os casos, o processo de GSH ocorreu com $\approx 12\%$ de eficiência, resultando em uma potência média (após o filtro espectral) $P_0^{GSH} \approx 30$ mW (30 μ J de energia por pulso). Portanto, os bombeamentos dos NOPAs são equivalentes em termos de energia e espectro [Figs. 48(b,c)].

Figura 48 - (a) Sinal dos NOPAs: Espectro supercontínuo gerado através de um cristal de safira com 2 mm de espessura. A focalização do feixe incidente ocorreu através da lente L-1 ($f = 7,5$ cm) e uma potência média de 1 mW. (b) Espectro do *pump* do NOPA-VIS. (c) Espectro do *pump* do NOPA-NIR.



Fonte: O autor (2023).

No NOPA-VIS, o *pump* transfere parte de sua energia para o sinal (espectro visível) através do BBO-3 (casamento de fase do tipo I, $\theta \approx 32^\circ$, 1 mm de espessura). Para que este processo ocorra com uma maior eficiência, o sinal refletido em DF-4 passa por um filtro interferométrico que filtra componentes > 700 nm (F-VIS) e em seguida experimenta uma compressão temporal através da reflexão em um par de *chirped mirror* (CM-1), ocorrendo uma compensação temporal na dispersão do atraso de grupo (*group delay dispersion*) entre -60 fs² e -10 fs² (após um par de reflexões) dependendo do comprimento de onda do sinal (SIQUEIRA, 2018).

Em particular, é importante mencionar que os *chirped mirrors* são espelhos dielétricos com estrutura em multicamadas que introduzem um *chirp* negativo no pulso refletido. De fato, seu princípio de funcionamento é refletir os maiores comprimentos de onda nas camadas mais profundas, enquanto que os menores comprimentos de onda refletem em camadas mais próximas da superfície do espelho. Assim, os *chirped mirrors* são capazes de comprimir temporalmente pulsos com *chirp* linear positivo (SZIPÖCS, 1994; MAYER, 1997; KÄRTNER, 1997; TIKHONRAVOV, 1997; CERULLO, 2000).

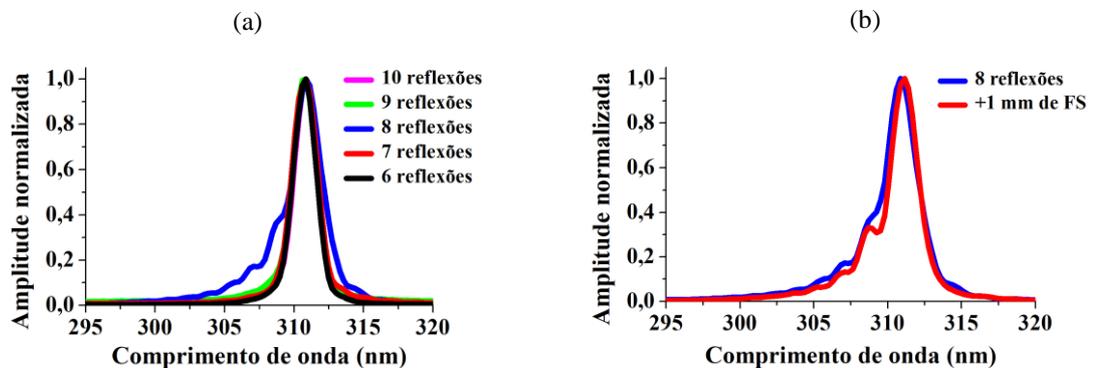
O feixe com espectro banda larga no visível (sinal-VIS) reflete no par de *chirped mirror* (CM-1) e em seguida é focalizado através de um espelho côncavo metálico (EC-2, $f = 25$ cm) na direção do BBO-3, região onde ocorre o NOPA-VIS. Para que a amplificação paramétrica ocorra sobre uma banda larga do sinal, o ângulo entre o *pump* e o sinal-VIS é $\alpha \approx 3,7^\circ$ (VOGELSANG, 2014).

Após a construção do NOPA-VIS, o feixe amplificado e colimado pelo espelho côncavo metálico EC-3 ($f = 10$ cm) passa por um outro processo de compressão temporal para

adquirir, aproximadamente, *chirp* zero. Neste processo, o pulso reflete 8 vezes em cada *chirped mirror* (CM-2, modelo DCM12 *Laser Quantum*), ocorrendo uma compensação temporal entre -100 fs^2 a -60 fs^2 por cada par de reflexão. É relevante mencionar que o número de reflexões no CM-2 foi definido através de um experimento chamado *D-scan* (FABRIS, 2015; LOUISY et al., 2017), no qual geramos o segundo harmônico do NOPA-VIS através de um cristal de BBO com $300 \mu\text{m}$ de espessura, e analisamos o seu espectro em função do número de reflexões no par de *chirped mirror*.

Como mostra a Fig. 49(a), 8 reflexões em cada *chirped mirror* foi o número que promoveu um sinal de segundo harmônico com maior largura de banda, indicando que este valor deve proporcionar um pulso temporalmente mais curto e próximo de limitado por transformada de Fourier. Observe que ao introduzir 1 mm de sílica fundida (dispersão normal) antes do feixe gerar o segundo harmônico no BBO, o sinal do segundo harmônico experimentou um leve estreitamento espectral [Fig. 49(b)], indicando que um total de 16 reflexões em CM-2, possivelmente, introduziu um leve *chirp* negativo no NOPA-VIS.

Figura 49 - Espectros do segundo harmônico do NOPA-VIS centrado em 620 nm: (a) variando o número de reflexões em cada *chirped mirror* (CM-2), entre 6 a 10 reflexões. (b) Avaliando o caso de 8 reflexões puro (curva azul) e adicionando 1 mm de sílica fundida (FS) antes da geração de segundo harmônico (curva vermelha).

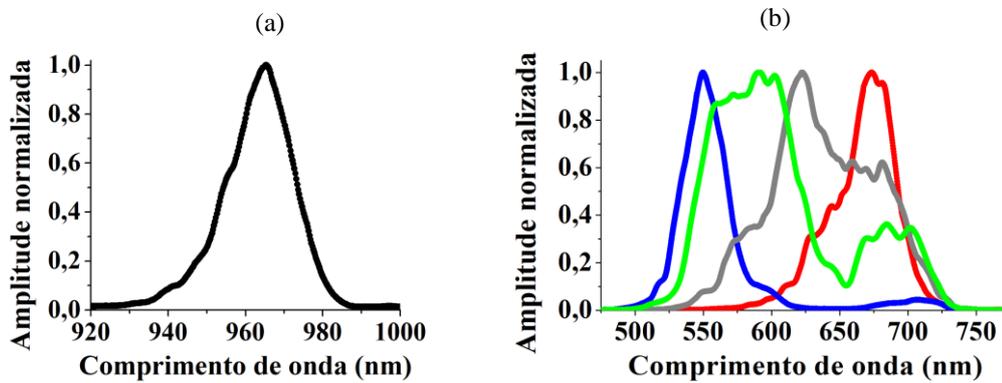


Fonte: O autor (2023).

No NOPA-NIR, o *pump* transfere parte de sua energia para o sinal (espectro no infravermelho próximo) através do BBO-4 (casamento de fase do tipo I, $\theta \approx 29^\circ$, 1 mm de espessura). Assim, após a transmissão da geração de supercontinuo através do DF-4, um filtro de banda estreita (F-NIR) foi utilizado para gerar um pulso com espectro em 965 nm e largura de banda à meia altura de 19 nm (sinal-NIR). Em seguida, o pulso foi focalizado através de uma lente convergente (L-4, $f = 20 \text{ cm}$), onde o ângulo entre o *pump* e o sinal-NIR é $\alpha \approx 2,9^\circ$ (VOGELSANG, 2014).

O NOPA-NIR opera de forma fixa, sempre com o mesmo espectro centrado em 965 nm, independente do atraso temporal entre o sinal e o *pump* [Fig. 50(a)]. Enquanto que o comprimento de onda central do NOPA-VIS pode ser sintonizado entre 550 nm e 670 nm (com alcance entre 500 nm e 700 nm) através do atraso temporal entre o *pump* e o sinal, como mostra a Fig. 50(b). Neste caso, o atraso temporal entre o *pump* e o sinal medido através da linha de atraso, correspondendo a esses dois comprimentos de onda centrais, foi de ≈ 500 fs.

Figura 50 - (a) Espectro do sinal do NOPA-NIR, centrado em 965 nm e com 19 nm de largura de banda à meia altura. (b) Espectros dos sinais do NOPA-VIS, centrado em 550 nm (curva azul), 590 nm (curva verde), 620 nm (curva cinza), 670 nm (curva vermelha), com larguras de banda iguais a 36 nm, 78 nm, 88 nm e 40 nm, respectivamente.



Fonte: O autor (2023).

O ganho paramétrico do NOPA-NIR foi da ordem de 25000, resultando em pulsos com 0,2 μ J de energia. No caso do NOPA-VIS, obtivemos um ganho paramétrico em torno de 6000 para todos os casos apresentados na Fig. 50(b), resultando em pulsos com ≈ 2 μ J de energia. Para estimar o tempo de duração dos NOPAs, assumimos que ambos são limitados por transformada de Fourier e possuem um perfil temporal Gaussiano. Sob estas considerações, o tempo de duração à meia altura do NOPA-NIR foi de 72 fs, enquanto que para o NOPA-VIS: 12,3 fs ($\lambda_0 = 550$ nm), 6,5 fs ($\lambda_0 = 590$ nm), 6,4 fs ($\lambda_0 = 620$ nm) e 16,5 fs ($\lambda_0 = 670$ nm).

5.2.2 Diferença de frequência entre NOPAs e amplificação no infravermelho

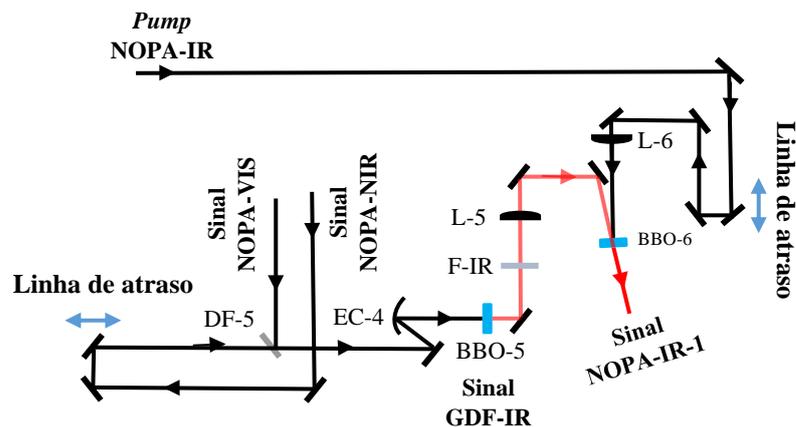
Nesta seção, apresentamos os resultados do desenvolvimento de uma fonte banda larga no infravermelho com capacidade de suportar pulsos com poucos ciclos ópticos e com a fase da envoltória portadora (*carrier-envelope phase*, CEP) estável. Neste sentido, conforme a diferença de frequência entre o NOPA-VIS e o NOPA-NIR estabiliza a CEP em zero, uma vez que ambos sistemas compartilham da mesma semente (geração de supercontínuo na safira), ou

seja, compartilham, pulso-a-pulso, os mesmos valores de CEP. O processo de diferença de frequência entre os NOPAs cancela passivamente eventuais flutuações que ocorrem, de pulso para pulso, na CEP do laser Ti:Safira (MANZONI; CERULLO; DE SILVESTRI, 2006; VOZZI et al., 2007; CERULLO, 2011; VOGELSANG, 2014).

A figura esquemática do sistema está apresentada na Fig. 51. Após o segundo estágio de compressão temporal do NOPA-VIS, através do par de *chirped mirror* (CM-2), o NOPA-VIS é alinhado colinearmente com o NOPA-NIR através do divisor de feixe DF-5 (reflete 30% e transmite 70% da luz incidente).

Após o DF-5, ambos os NOPAs são focalizados através de um espelho côncavo metálico (EC-4, $f = 10$ cm) em um cristal de BBO (BBO-5, casamento de fase do tipo II, $\theta \approx 36,9^\circ$, 0,3 mm de espessura) para promover o fenômeno da geração de diferença de frequência entre os NOPAs sincronizados. A energia do NOPA-VIS após a reflexão no DF-5 é de $\approx 0,25 \mu\text{J}$, enquanto que a energia do NOPA-NIR após a transmissão no DF-5 é de ≈ 15 nJ, sendo estes os valores aproximados de energia dos pulsos para o processo de geração de diferença de frequência.

Figura 51 - Figura esquemática do sistema experimental do NOPA-IR-1 que amplifica o sinal no infravermelho próximo obtidos através da GDF entre os sinais dos NOPAs-VIS e NIR. As nomenclaturas representam: CM = Par de *chirped mirror*, DF = Divisor de feixe, L = Lente plano convexa, EC = Espelho côncavo metálico, F-IR = Filtro para filtrar comprimentos de onda abaixo de 1100 nm, transmitindo somente o sinal da GDF entre o NOPA-VIS e o NOPA-NIR, as setas \leftrightarrow indicam um estágio de linha de atraso controlada.



Fonte: O autor (2023).

Uma vez que ambos os NOPAs-VIS e NIR possuem a mesma polarização horizontal (ordinária), o casamento de fase da geração de diferença de frequência entre eles precisa ser do tipo II. Assim, o feixe gerado na GDF entre os NOPAs possui uma polarização extraordinária.

Note que, este caso é diferente do que ocorre nas diferenças de frequência do NOPA-VIS e NIR, onde o casamento de fase no cristal de BBO é do tipo I, visto que a polarização do *pump* (GSH) está na direção vertical (extraordinária).

Em resumo, o processo de geração de diferença de frequência no BBO-5 usando os pulsos oriundos dos NOPAs, de comprimentos de onda centrais 550 nm – 670 nm e 965 nm, permitiu gerar pulsos de banda larga, sintonizáveis no infravermelho entre 1300 nm e 2000 nm. Os espectros resultantes suportam pulsos com poucos ciclos ópticos e com fase da envoltória portadora (carrier-envelope phase, CEP) estável. Após este processo, foi desenvolvido um estágio de amplificação paramétrica quase-colinear para amplificar o pulso GDF-IR, o NOPA-IR-1. Atualmente, um segundo estágio de amplificação paramétrica está em desenvolvimento (NOPA-IR-2).

Em relação ao bombeamento do NOPA-IR-1, o feixe refletido no DF-3 (Fig. 47) foi guiado até o estágio de amplificação NOPA-IR-1 (BBO-6), como mostra a Fig. 51. Uma vez que o sinal a ser amplificado está na região espectral do infravermelho, não foi preciso gerar o segundo harmônico do *pump*. Portanto, os bombeamentos dos NOPAs-IR-1 e 2 são feixes fundamentais (790 nm).

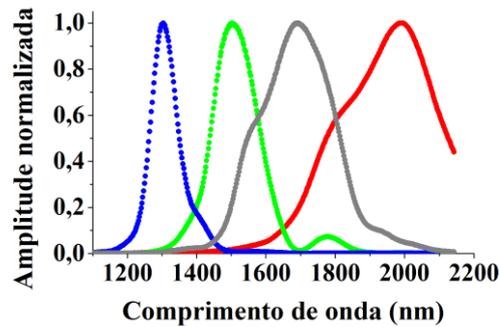
No primeiro estágio de amplificação paramétrica (NOPA-IR-1), o sinal GDF-IR passou por um filtro interferométrico (F-IR) que permite somente a passagem de componentes de frequência > 1100 nm, e em seguida foi focalizado através de uma lente convergente (L-5, $f = 30$ cm). Deste modo, os sinais dos NOPAs-VIS e NIR foram suprimidos pelo filtro F-IR. O processo de amplificação paramétrica no NOPA-IR-1 foi realizado em um cristal de BBO (BBO-6, casamento de fase do tipo I, $\theta \approx 21^\circ$, 1 mm de espessura), com um *pump* de ≈ 120 μ J de energia, sendo focalizado através de uma lente convergente (L-6, $f = 50$ cm).

Em relação ao ganho paramétrico, a GDF entre os NOPAs-VIS e NIR gerou pulsos (GDF-IR) com aproximadamente 10 pJ, sendo essa a energia típica do sinal a ser amplificado. No primeiro estágio de amplificação paramétrica, obtivemos um ganho de ≈ 10000 , o qual resultou em pulsos com $\approx 0,1$ μ J de energia (sinal NOPA-IR-1).

Os espectros do sinal GDF-IR foram obtidos após o NOPA-IR-1, e estão apresentados na Fig. 52. O NOPA-IR-1 proporcionou a amplificação de pulsos com comprimentos de onda centrais entre 1300 nm e 2000 nm, onde o nosso espectrômetro não permitiu a aquisição em regiões > 2150 nm. As Tabelas 5 e 6 reúnem algumas características dos NOPAs-NIR e -VIS e do NOPA-IR-1, respectivamente. Ressaltamos que o tempo de duração do pulso e o número de

ciclos ópticos foram estimados assumindo que o pulso possui *chirp* temporal nulo (limitado por transformada de Fourier, LTF) e perfis temporais Gaussianos.

Figura 52 - Espectros do feixe gerado através da diferença de frequência entre os sinais do NOPA-VIS e NIR após o segundo estágio de amplificação paramétrica: Centrado em 1300 nm (curva azul), 1500 nm (curva verde), 1700 nm (curva cinza), 2000 nm (curva vermelha), com larguras de banda iguais a 90 nm, 150 nm, 270 nm e 350 nm, respectivamente.



Fonte: O autor (2023).

Tabela 5 - NOPA-NIR e NOPA-VIS: Valores dos comprimentos de onda centrais, larguras de banda à meia altura, tempos de duração do pulso e número de ciclos ópticos assumindo perfis temporais Gaussianos e limitados por transformada de Fourier.

λ_0	$\Delta\lambda_0$	$\Delta\nu_0$	T_{FWHM}^{LTF}	Ciclos ópticos
965 nm	19 nm	6,44 THz	72 fs	22,4
x	x	x	x	x
550 nm	36 nm	35,7 THz	12,3 fs	6,7
590 nm	78 nm	67,5 THz	6,5 fs	3,3
620 nm	88 nm	70 THz	6,4 fs	3,1
670 nm	40 nm	26,7 THz	16,5 fs	7,4

Fonte: O autor (2023).

Tabela 6 - Sinal de saída após o primeiro estágio de amplificação paramétrica do feixe obtido através da GDF entre os NOPAs-NIR e VIS: Valores dos comprimentos de onda centrais, larguras de banda à meia altura, tempos de duração do pulso e número de ciclos ópticos assumindo perfis temporais Gaussianos e limitados por transformada de Fourier.

λ_0	$\Delta\lambda_0$	$\Delta\nu_0$	T_{FWHM}^{LTF}	Ciclos ópticos
1300 nm	90 nm	231 THz	27,6 fs	6,4
1500 nm	150 nm	200 THz	22 fs	4,4
1700 nm	270 nm	176 THz	15,7 fs	2,8
2000 nm	350 nm	150 THz	16,8 fs	2,5

Fonte: O autor (2023).

O sistema de NOPAs apresentado representa o resultado de um trabalho longo e complexo, onde estamos apenas abordando de forma simplificada como todo o processo ocorreu. Portanto, o sistema de NOPAs desenvolvido nesta tese apresenta potencial de ser considerado para experimentos de *pump-probe* ultrarrápido (HILTON; PRASANKUMAR;

TAYLOR, 2011), assim como outros experimentos envolvendo óptica não linear, por exemplo, *z-scan* (BALU et al., 2005), fenômenos associados à absorção transiente (TAMMING et al., 2021), *light bullets* (CHEKALIN et al., 2015; ŠUMINAS, 2016) e entre outros.

Apesar do sistema ainda apresentar a possibilidade de melhorias em termos de otimização do casamento de fase, tanto para aumentar o ganho paramétrico, como para aumentar a largura de banda dos NOPAs, um segundo estágio de amplificação paramétrica está em desenvolvimento para amplificar o pulso no infravermelho com 0,1 μJ de energia, tendo como perspectiva a obtenção de ganhos paramétricos que resultem em pulsos com $> 100 \mu\text{J}$. Isso tornaria viável experimentos como a geração de altos harmônicos em gases e pulsos ultracurtos na janela de attosegundos (HENTSCHEL et al., 2001; ZENG et al., 2003; SANSONE et al., 2004).

5.3 NOPA no infravermelho a partir de espectros supercontínuos obtidos através de um sistema baseado no processo MTC

Na seção 5.1, vimos que a polarização não linear de segunda ordem é responsável por processos de mistura de 3 ondas, tais como a geração de segundo harmônico, soma e diferença de frequência. Enquanto que a polarização não linear de terceira ordem, além de ter a automodulação de fase temporal como fenômeno responsável pelo alargamento espectral do pulso, também pode causar efeitos de autofocalização ou desfocalização no perfil transversal do pulso de acordo com o sinal do índice de refração não linear (n_2).

No geral, processos que envolvem a mistura de 3 ondas podem introduzir uma fase não linear no feixe fundamental, no caso da geração de segundo harmônico sem casamento de fase (*phase-mismatched second harmonic generation*), o campo elétrico do feixe fundamental adquire um deslocamento de fase não linear à medida que ocorre o processo de reconversão do feixe do segundo harmônico para o fundamental, caracterizando o processo não linear de segunda ordem em cascata ($\chi^{(2)}: \chi^{(2)}$) (WISE; MOSES, 2009).

Desde o primeiro trabalho discutindo a fase não linear introduzida no pulso via processos de segunda ordem em cascata (OSTROVSKII, 1967), esse fenômeno atraiu uma extensa atenção no desenvolvimento de cristais não lineares e em tecnologias de laser (BAKKER et al., 1990; DESALVO et al., 1992; SUNDHEIMER et al., 1993; NITTI et al., 1994; STEGEMAN et al., 1997). Considerando as equações acopladas que governam as amplitudes dos campos elétricos da geração de segundo harmônico sem casamento de fase

($\Delta k = K_{2\omega} - 2K_{\omega} \neq 0$), a mudança na fase ($\Delta\phi^{NL}$) introduzida no feixe fundamental após propagar uma distância L no cristal birrefringente pode ser aproximadamente calculada através de (DESALVO et al., 1992):

$$\Gamma = \frac{\omega d_{eff} |E_0|}{c \sqrt{n_{2\omega} n_{\omega}}}, \quad (5.23)$$

$$\Delta\phi^{NL} \cong - \frac{\Gamma^2 L}{\Delta k}. \quad (5.24)$$

Como mostra a expressão (5.24), a fase não linear introduzida no feixe fundamental através do processo de segunda ordem em cascata é proporcional a intensidade do feixe fundamental, ao coeficiente não linear efetivo de segunda ordem (d_{eff}) ao quadrado, e ao tamanho da amostra (L). Observe que maiores L promovem mais ciclos de conversão e reconversão do segundo harmônico. E também é inversamente proporcional ao vetor de casamento de fase (Δk) entre o feixe fundamental e o seu segundo harmônico. Portanto, em analogia ao efeito Kerr, onde $\Delta\phi = (2\pi L/\lambda)n_2 I$ (expressão 2.9), podemos definir um índice de refração não linear efetivo devido ao processo de segunda ordem em cascata:

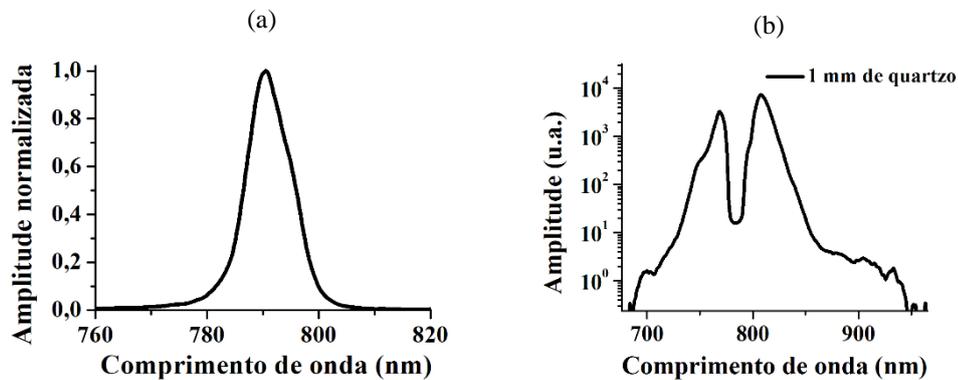
$$n_2^{casc} = - \frac{2\pi}{\lambda_0 n_{2\omega} n_{\omega}} \frac{d_{eff}^2}{\Delta k}. \quad (5.25)$$

No contexto de pulsos ultracurtos, nos últimos 18 anos, cristais birrefringentes que apresentam não linearidade de segunda ordem, como cristais de BBO (WANG et al., 2011; CONFORTI; BARONIO, 2013; VASA et al., 2015; ŠUMINAS et al., 2016; ŠUMINAS et al., 2017; ŠUMINAS; TAMOŠAUSKAS; DUBIETIS, 2018), KDP (SRINIVAS; HARSHA; RAO, 2005; KUMAR; HARSHA; RAO, 2007), LBO (FACCIO et al., 2005) e LiNbO₃ (WANG et al., 2013, GUO, 2014; LU, 2019), têm sido amplamente explorados para controlar a geração de supercontínuo a partir da interação entre a não linearidade Kerr de terceira ordem e a não linearidade quadrática em cascata.

Em tais cristais birrefringentes, o índice de refração não linear efetivo pode ser expresso como $n_2^{eff} = n_2^{Kerr} + n_2^{casc}$. No geral, embora em meios transparentes o n_2^{Kerr} seja aproximadamente constante na faixa de frequência do visível e infravermelho próximo, independente da orientação do cristal, a amplitude e o sinal do n_2^{casc} dependem do “descasamento” de fase entre o feixe fundamental e seu sinal de segundo harmônico, pela forma

O desenho esquemático do sistema desenvolvido está apresentado na Fig. 53. No primeiro estágio do experimento, o laser com as características da Fig. 41 teve sua polarização rotacionada para a direção vertical (direção ordinária do BBO) através de uma $\lambda/2$, enquanto que o *pump* permaneceu com a polarização horizontal (direção extraordinária do BBO). Em seguida, o sinal passou por um filtro banda estreita (F_1) para tornar o espectro centrado em 790 nm e com 10 nm de largura de banda à meia altura [Fig. 54(a)]. Posteriormente, foi focalizado por uma lente convergente ($f = 750$ mm). O comprimento Rayleigh do feixe focalizado está estimado entre 1 cm e 1,5 cm (3 a 5 vezes maior que o tamanho do sistema de amostras).

Figura 54 - (a) Espectro do pulso de entrada nas amostras (após o filtro F_1). (b) Espectro do pulso após propagar somente por 1 mm de quartzo (pulso de entrada com 6,8 μ J de energia).



Fonte: O autor (2023).

A partir do controle do par de grades do laser, o *chirp* temporal do pulso foi ajustado para ser, aproximadamente, zero imediatamente após a lente convergente do primeiro estágio. Assim, considerando que o pulso é Gaussiano e limitado por transformada de Fourier, estimamos que o pulso de entrada na amostra possui, aproximadamente, 90 fs de tempo de duração à meia altura, enquanto que o *pump* do amplificador paramétrico do segundo estágio permaneceu com os 25 fs à meia altura.

O primeiro estágio do experimento foi projetado para que o pulso experimentasse o efeito de autofocalização sem alcançar o estado de filamentação no primeiro meio de propagação (1 mm de cristal de quartzo). Assim, ao longo da propagação no quartzo, a automodulação de fase temporal promoveu um modesto alargamento espectral no pulso e, juntamente com a dispersão normal, introduziram um *chirp* positivo no pulso. A Fig. 54(b) mostra o espectro após a propagação do pulso com uma energia de 6,8 μ J no cristal de quartzo colocado imediatamente antes da região focal. Em relação à aquisição espectral, nesta seção

utilizamos um *notch filter* (Thorlabs NF808-34) para atenuar a região do comprimento de onda central do pulso de entrada devido à sua alta potência.

O cristal de BBO (casamento de fase do tipo I, 2 mm de espessura) foi colocado imediatamente após o cristal de quartzo, onde sua primeira face foi posicionada no foco. Para controlar o índice de refração não linear efetivo do BBO, ambos os cristais foram colocados juntos em uma estrutura de rotação mecânica para ajustar o ângulo θ entre o feixe de entrada e o eixo óptico do cristal. A partir dos ângulos analisados obtemos os respectivos valores do $n_{2,BBO}^{eff}(\theta)$ de acordo com (ŠUMINAS et al., 2017).

Conforme apresentado na Tabela 7, analisamos os ângulos entre 23° e 36,5°. Somente os ângulos entre 26,5° e 28° resultam em um $n_{2,BBO}^{eff}(\theta) < 0$. Acima deste intervalo, $n_2^{casc} > 0$, tornando $n_{2,BBO}^{eff} > n_2^{Kerr} = 5 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$. Enquanto que abaixo deste intervalo, $n_2^{casc} < 0$, porém com $|n_2^{casc}| < n_2^{Kerr}$, e assim, tornando $n_{2,BBO}^{eff} < n_2^{Kerr}$ (ŠUMINAS et al., 2017). Portanto, exploramos ambos os regimes de não linearidade do BBO ($n_{2,BBO}^{eff} > 0$ e $n_{2,BBO}^{eff} < 0$) através do controle da não linearidade de segunda ordem em cascata, enquanto que a não linearidade do quartzo se manteve sempre positiva.

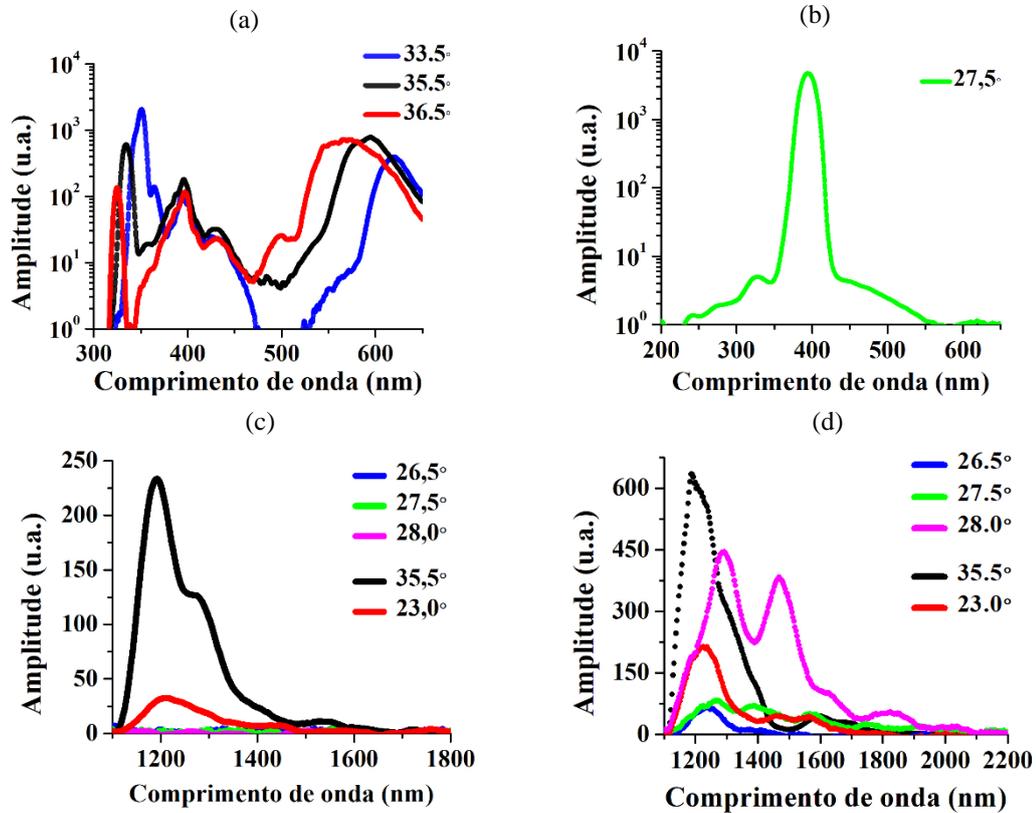
Tabela 7 - Valores do índice de refração não linear efetivo do cristal de BBO em função do ângulo θ .

Ângulo (θ)	23°	26,5°	27,5°	28°	33,5°	35,5°	36,5°
$n_{2,BBO}^{eff} (10^{-20} \text{ m}^2/\text{W})$	2	-1	-4	-7,5	9,5	7	6,9

Fonte: Retirado de (ŠUMINAS et al., 2017).

Inicialmente calibramos o nosso sistema mecânico de rotação, que controla o ângulo θ do BBO, de acordo com a já conhecida competição entre os efeitos de segunda e terceira ordem na polarização não linear do BBO que ocorrem para $\theta > 30^\circ$ (ŠUMINAS et al., 2017). Para esses ângulos, temos $n_{2,BBO}^{eff} > 0$, permitindo que ocorra a filimentação no feixe fundamental com polarização ordinária, simultaneamente com efeitos de segunda ordem. Assim, a filimentação promove a geração de supercontínuo abrangendo o visível e infravermelho próximo, enquanto que ocorrem duas emissões simultâneas de geração de soma de frequência para cada ângulo ($\theta > 30^\circ$). A primeira emissão ocorre em $\approx 395 \text{ nm}$ (geração de segundo harmônico do feixe fundamental) e a segunda emissão ocorre devido à geração de soma de frequência entre 790 nm e componentes espectrais do visível geradas ao longo da filimentação de acordo com o ângulo θ .

Figura 55 - Espectros do sinal no primeiro estágio do experimento. (a-c) Propagação somente no cristal de BBO: (a) $\theta = 33,5^\circ$; $35,5^\circ$ e $36,5^\circ$ (espectro visível). (b) $\theta = 28^\circ$ (espectro visível). (c) $\theta = 26,5^\circ$; $27,5^\circ$; $28,0^\circ$; $35,5^\circ$ e $23,0^\circ$ (espectro infravermelho). (d) Propagação no sistema quartzo + BBO considerando $\theta = 26,5^\circ$; $27,5^\circ$; $28,0^\circ$; $35,5^\circ$ e $23,0^\circ$ (espectro infravermelho).



Fonte: O autor (2023).

Para calibrarmos o nosso sistema experimental de acordo com os resultados em (ŠUMINAS et al., 2017), a partir de pulsos de entrada com $6,8 \mu\text{J}$ de energia e considerando somente o cristal de BBO, a Fig. 55(a) apresenta os casos explorados nesta tese com $\theta > 30^\circ$ ($33,5^\circ$, $35,5^\circ$ e $36,5^\circ$). Para $\theta = 33,5^\circ$, $35,5^\circ$ e $36,5^\circ$ observamos o segundo harmônico em 395 nm simultaneamente com outra emissão em 350 nm, 330 nm e 320 nm, respectivamente, os quais correspondem ao casamento de fase da geração de soma de frequência entre 790 nm e 630 nm; 790 nm e 570 nm; e 790 nm e 545 nm, respectivamente. É relevante mencionar que na aquisição dos espectros da Fig. 55(a) foi usado um filtro espectral que absorve componentes > 600 nm.

Em relação aos ângulos que proporcionam $n_{2,BBO}^{eff} < 0$ (entre $26,5^\circ$ e 28°), não observamos geração de supercontínuo no feixe fundamental com polarização ordinária, visto que nesse regime não ocorre filamentação. Observamos somente a emissão da geração de segundo harmônico descasado em 395 nm. Como exemplo, a Fig. 55(b) mostra o espectro no visível para o caso $\theta = 27,5^\circ$ que além do sinal de segundo harmônico, houve um alargamento

espectral abrangendo de 250 nm a 550 nm devido à forte automodulação de fase ao longo da filimentação do feixe do segundo harmônico com polarização extraordinária, o qual experimenta um $n_2 > 0$ (ŠUMINAS et al., 2017).

Para analisar a emissão no infravermelho de acordo com o ângulo do BBO, ainda sem considerar o cristal de quartzo, a Fig. 55(c) apresenta os resultados abrangendo os ângulos que proporcionam $n_{2,BBO}^{eff} > 0$ e $n_{2,BBO}^{eff} < 0$. Nos ângulos que proporcionam $n_{2,BBO}^{eff} < 0$ (entre $26,5^\circ$ e 28°), como mencionado, não observamos geração de supercontínuo devido ao processo de autodesfocalização, no qual não promove a filimentação. No entanto, no regime de autofocalização e filimentação ($n_{2,BBO}^{eff} > 0$), apresentamos os casos onde $n_2^{casc} > 0$ ($35,5^\circ$) e $n_2^{casc} < 0$ (23°). Uma vez que $n_{2,BBO}^{eff}(\theta = 35,5^\circ) > n_{2,BBO}^{eff}(\theta = 23^\circ)$, foi observada uma geração de supercontínuo mais ampla e mais forte no caso $\theta = 35,5^\circ$, estando em concordância com (ŠUMINAS et al., 2017).

Para analisar a região espectral do infravermelho no caso do sistema composto pelo cristal de quartzo seguido pelo cristal de BBO, observe a Fig. 55(d). Consideramos os mesmos ângulos explorados na Fig. 55(c), e também o mesmo pulso de entrada com $6,8 \mu\text{J}$ de energia. Ressaltando que o cristal de quartzo sempre se manteve no regime de autofocalização, promovendo uma automodulação de fase temporal suave, a qual resulta em leves alargamentos espectrais com *chirp* positivo, tipicamente a Fig. 54(b). Por outro lado, o cristal de BBO experimentou ambos os regimes de não linearidade, a autofocalização (e filimentação) e a autodesfocalização.

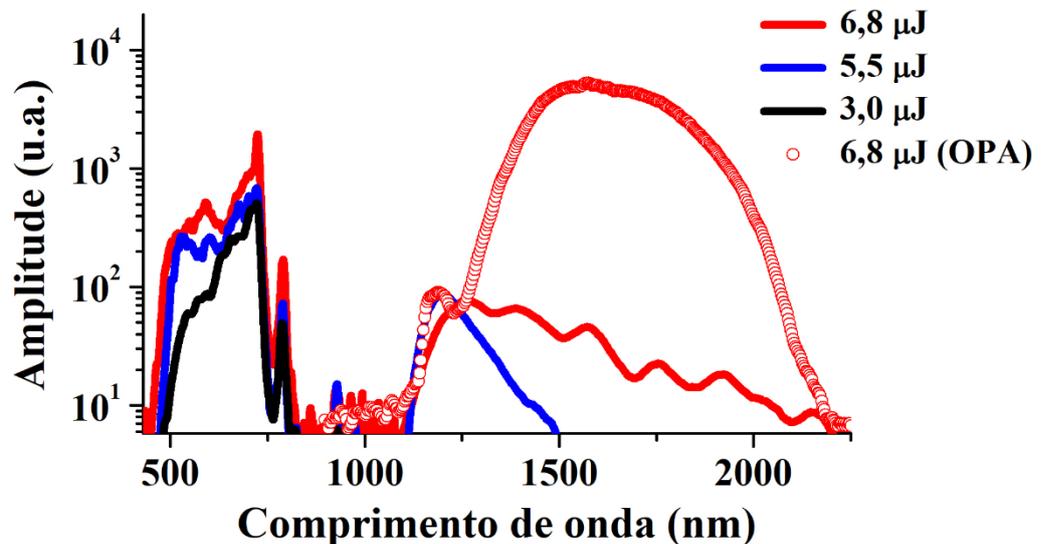
Nos casos de $\theta = 35,5^\circ$ e 23° , o sistema proporciona o regime de autofocalização e filimentação, onde observamos um aumento na geração de componentes do infravermelho devido à acumulação de fase não linear em comparação com a Fig. 55(c) (sem o cristal de quartzo). No domínio temporal, a forte dispersão normal do BBO ($GVD \approx 77 \text{ ps}^2/\text{km}$) rapidamente diminui a intensidade de pico ao longo da propagação do pulso, suavizando as derivadas temporais do perfil de intensidade do pulso. Esse processo causa uma limitação na largura de banda dos espectros supercontínuos, principalmente na região do infravermelho, enquanto que a região do visível é limitada pelo *bandgap* de energia (Apêndice A) e por processos de competição relacionados com a geração de soma de frequência [Fig. 55(a)].

Portanto, a introdução do cristal de quartzo contribuiu principalmente no aumento da energia das frequências do infravermelho, sem aumentar fortemente a extensão espectral da geração de supercontínuo no cristal de BBO observada na Fig. 55(c). Considerando o cristal de

BBO no regime de desfocalização (entre $26,5^\circ$ e 28°), observamos um forte alargamento espectral no pulso, principalmente na região do infravermelho próximo.

O espectro mais amplo no infravermelho medido pelo nosso espectrômetro se estendeu até ≈ 2200 nm, correspondendo ao ângulo $\theta = 28^\circ$, onde é obtido o valor mais alto de $|n_{2,BBO}^{eff}|$ em relação ao regime de $n_{2,BBO}^{eff} < 0$ considerado nesse experimento. Assim, $\theta = 28^\circ$ representa o caso com maior contribuição negativa do processo não linear de segunda ordem em cascata. Apesar do ângulo $\theta = 28^\circ$ ter proporcionado fortes emissões no infravermelho, observamos fortes flutuações espectrais nesta configuração. Por outro lado, o ângulo $\theta = 27,5^\circ$ também promoveu uma geração de supercontínuo no infravermelho abrangendo até ≈ 2200 nm, porém com menos energia e com menos flutuações espectrais. Portanto, devido à uma notável estabilidade espectral promovida pelo ângulo $\theta = 27,5^\circ$, escolhemos este ângulo para realizar a amplificação paramétrica óptica no segundo estágio experimental.

Figura 56 - Espectros do sinal no primeiro estágio do experimento após a propagação no sistema quartzo + BBO ($\theta = 27,5^\circ$) em função da energia do pulso de entrada. Linha vermelha $6,8 \mu\text{J}$, linha azul $5,5 \mu\text{J}$ e linha preta $3 \mu\text{J}$. Pontos vermelhos: Sinal amplificado (configuração $6,8 \mu\text{J}$) através do OPA do segundo estágio experimental.



Fonte: O autor (2023)

A partir de pulsos de entrada com $6,8 \mu\text{J}$ no sistema de amostras (quartzo + BBO), observamos a geração de supercontínuo no visível e infravermelho em ambos os regimes não lineares de $n_{2,BBO}^{eff}$ (autofocalização e autodesfocalização), acima deste valor de energia foram observadas fortes flutuações espectrais na região do infravermelho. Para avaliar a dependência espectral da geração de supercontínuo com a energia do pulso de entrada sobre o regime de autodesfocalização ($\theta = 27,5^\circ$), a Fig. 56 apresenta os espectros correspondendo à pulsos de

entrada com as seguintes energias: 3 μJ (curva preta), 5,5 μJ (curva azul) e 6,8 μJ (curva vermelha).

Diminuindo a energia do pulso de entrada de 6,8 μJ para 5,5 μJ , a extensão espectral no infravermelho diminuiu de até ≈ 2200 nm para ≈ 1500 nm, e diminuindo para 3 μJ , não observamos emissão no infravermelho próximo de forma relevante, alcançando somente até ≈ 900 nm. Portanto, em relação à capacidade do sistema composto por dois meios com diferentes regimes de não linearidade, análogo ao sistema do processo MTC, pulsos de entrada com aproximadamente 5,5 μJ de energia corresponderam ao valor crítico para gerar pulsos no infravermelho próximo. Observe que este valor é consideravelmente maior que os valores típicos de energia usados para obter a filimentação e geração de supercontínuo em meios com não linearidade autofocalizadora, da ordem de 0,5 μJ para focalizações curtas (foco em torno de 10 cm) e 2-3 μJ para focalizações mais suaves (foco em torno de 100 cm).

Uma vez que as componentes espectrais do infravermelho da geração de supercontínuo obtidas através do processo MTC são localizadas em pulsos ultracurtos, desenvolvemos um amplificador paramétrico óptico quase colinear operando na degenerescência ($\lambda_0^{pump} = 790$ nm) para amplificar a região infravermelha do sinal de saída do primeiro estágio experimental (curva vermelha em Fig. 56). Assim, a partir de um *pump* de polarização extraordinária (com 30 μJ , 25 fs e 790 nm de energia, tempo de duração à meia altura e comprimento de onda central, respectivamente), realizamos o processo de amplificação paramétrica do sinal (círculos vermelhos na Fig. 56) através de um cristal de BBO (casamento de fase do tipo I e $\theta = 21^\circ$) com 1 mm de espessura. Infelizmente, o nosso medidor de potência do infravermelho opera apropriadamente até ≈ 1800 nm, com isso em mente, as energias dos pulsos amplificados foram em torno de 15 nJ.

Na seção 5.2, vimos que a partir do atraso temporal entre o *pump* e o sinal com *chirp* positivo podemos selecionar a região espectral do sinal a ser amplificada. Vale mencionar que esta característica é típica de amplificadores paramétricos ópticos baseados na geração de supercontínuo com *chirp* temporal positivo (RIEDLE et al., 2000; CERULLO; DE SILVESTRI, 2003; MANZONI; CERULLO, 2016). Interessantemente, em nosso sistema não foi observada esta típica sintonização espectral através do atraso temporal entre o *pump* e o sinal ($\lambda_0 = 1600$ nm, $\Delta\lambda_0 = 400$ nm à meia altura), somente um leve deslocamento do comprimento de onda central em torno de 1600 nm, mas mantendo a amplificação simultânea entre ≈ 1250 nm e ≈ 2200 nm.

Visto que o tempo de duração do *pump* é de 25 fs e não observamos uma sintonização espectral notável ao ajustar o atraso entre o *pump* e o sinal, consideramos que este fato pode ser uma indicação de que o sinal gerado no primeiro estágio do experimento é um pulso ultracurto (poucas dezenas de fs) e com *chirp* próximo de zero. Neste sentido, assumindo que o sinal amplificado possui *chirp* zero e perfil temporal Gaussiano, o tempo de duração do pulso estimado é de ≈ 10 fs (limitado por transformada de Fourier).

Para investigar, teoricamente, a geração de supercontínuo a partir do sistema proposto, consideramos a ENLSG [Eq. (2.14)] para modelar de forma simplificada a propagação do pulso. Assim, além de assumirmos a aproximação de guia de ondas, o processo não linear de segunda ordem em cascata não foi levado em conta em detalhes, apenas consideramos um meio com $n_2 < 0$. O tratamento mais completo para abordar o efeito em cascata pode ser encontrado em (MOSES; WISE, 2006; MOSES; MALOMED; WISE, 2007; BACHE, 2008; CONFORTI; BARONIO, 2013). Em nossas simulações consideramos somente o efeito *self-steepening* e a automodulação de fase temporal como efeitos não lineares de terceira ordem e os coeficientes de dispersão de altas ordens do cristal de quartzo e BBO.

Os coeficientes de dispersão de altas ordens do quartzo foram calculados a partir de (MALITSON, 1965): $\beta_2 = +36,9 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = +270,8 \times 10^{-4} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -1,06 \times 10^{-5} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = +2,95 \times 10^{-8} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -7,43 \times 10^{-11} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$ e $\beta_7 = +2,31 \times 10^{-13} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$. Enquanto que os coeficientes de dispersão de altas ordens do BBO (polarização ordinária) foram calculados a partir de (TAMOŠAUSKAS et al., 2018): $\beta_2 = +77,01 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_3 = +503,4 \times 10^{-4} \text{ ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_4 = -9,16 \times 10^{-6} \text{ ps}^4 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_5 = +4,18 \times 10^{-8} \text{ ps}^5 \cdot \text{km}^{-1}$, $\beta_6 = -9,97 \times 10^{-11} \text{ ps}^6 \cdot \text{km}^{-1}$ e $\beta_7 = +3,24 \times 10^{-13} \text{ ps}^7 \cdot \text{km}^{-1}$.

Para avaliar a propagação do pulso no sistema quartzo + BBO, apesar de termos considerado a dispersão de altas ordens de cada meio, assumimos que ambos os meios possuem a mesma magnitude do coeficiente não linear de terceira ordem. Consideramos essa simplificação devido ao fato de que o índice de refração não linear do quartzo é da ordem de $2,5 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, enquanto que o do BBO vale $-4,0 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ ($\theta = 27,5^\circ$). Conforme o feixe autofocaliza no quartzo e autodesfocaliza no cristal de BBO, evidentemente, teremos um diâmetro efetivo menor na propagação do feixe no cristal de quartzo. Portanto, estamos assumindo que a variação do diâmetro efetivo em ambos os meios juntamente com os seus respectivos valores de n_2 se balanceiam para promover um mesmo coeficiente não linear de terceira ordem. Consideramos $|\gamma_{eff}| = \omega_0 |n_2(\omega_0)| / c A_{eff} = 0,085 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$, o qual

corresponde a feixes com raios efetivos de 27 μm e 35 μm ao longo do cristal de quartzo e do BBO, respectivamente.

As simulações foram realizadas considerando pulsos de entrada com perfis temporais Gaussianos $A(0, T) = \sqrt{P_0} \exp[-0,5(1,665T/T_{FWHM})^2]$, tempo de duração $T_{FWHM} = 90$ fs, potência de pico de entrada $P_0 = 75,5$ MW e comprimento de onda central $\lambda_0 = 790$ nm. Esta configuração modela o pulso de entrada da primeira etapa do experimento realizado a partir de um laser com 1 KHz de taxa de repetição e pulsos com energia média igual a 6,8 μJ (potência média igual a 6,8 mW).

Ressaltamos que no experimento foram utilizados 1 mm de quartzo e 2 mm de BBO. A partir das Figs. 57(a-c), apresentamos a evolução temporal e espectral do pulso ao longo do sistema quartzo + BBO. Onde, consideramos 1 mm de quartzo e 4 mm de cristal de BBO para analisar maiores distâncias de propagação no BBO. Observamos que o pulso experimentou um modesto alargamento temporal e espectral (entre 705 nm e 880 nm) após a propagação no cristal de quartzo, em $L = 1$ mm [curvas vermelhas na Fig. 57(c)], enquanto que no experimento foi observado um alargamento espectral abrangendo de 690 nm a 940 nm [Fig. 54(b)].

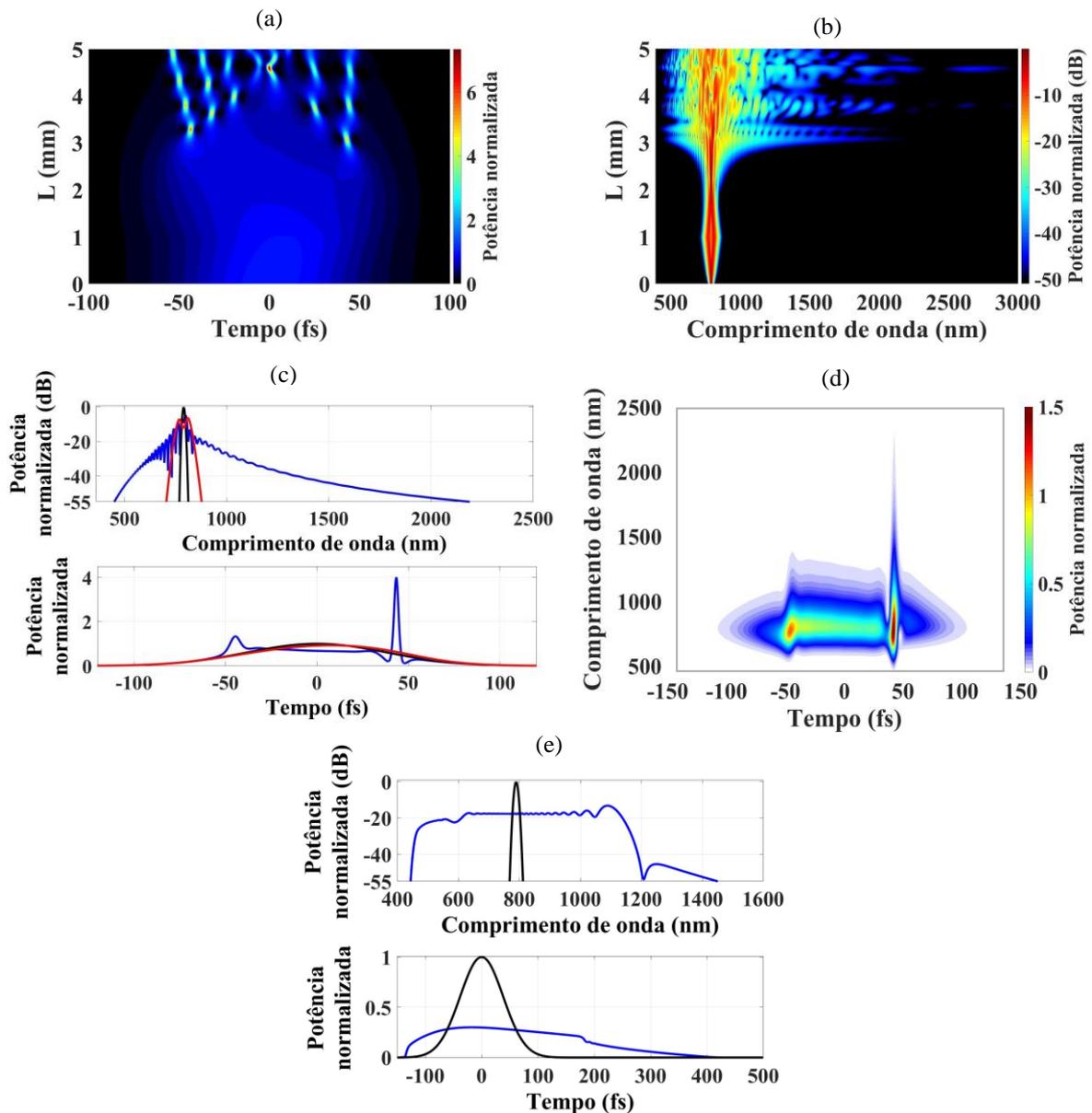
Conforme o pulso propaga no segundo meio, em $L > 1$ mm (BBO), a fase não linear negativa introduzida por $\gamma_{eff,BBO} < 0$ promove uma leve compensação espectral ao longo do comprimento transiente discutido no capítulo 4. Conforme ambos os meios estão no regime de dispersão normal, não é possível compensar completamente a fase não linear e linear do pulso ao longo do cristal de BBO, dando origem ao processo de múltiplas compressões temporais (MTC), o qual gera os múltiplos sólitons temporais.

Numericamente, observamos que somente após $L = 2$ mm (1 mm de BBO) o processo MTC começa a promover o alargamento espectral do pulso. Em $L = 3$ mm (1 mm de quartzo + 2 mm de BBO, configuração experimental), temos uma geração de supercontínuo abrangendo entre 430 nm e 2300 nm (em -55 dB do máximo), sendo consistente com o espectro medido na Fig. 56 (curva vermelha), o qual abrange de 455 nm a 2150 nm.

Analisando o espectrograma do pulso em $L = 3$ mm [Fig. 57(d)], fica claro que a região espectral do infravermelho observada na Fig. 57(c) é gerada no primeiro processo de compressão temporal na borda traseira do pulso, correspondendo a um pulso com ≈ 4 fs de tempo de duração à meia altura. Portanto, uma vez que não observamos uma sintonização no OPA típica de pulsos com *chirp* positivo, também observamos fortes flutuações espectrais ao considerar pulsos com energias mais altas que 6,8 μJ ou ângulos que proporcionam maiores magnitudes de $n_{2,BBO}^{eff}$. A partir da simulação, em $L > 3$ mm, vemos o surgimento dos múltiplos

pulsos através do processo MTC, os quais dão origem a um comportamento espectral complexo, provavelmente com uma dinâmica de *rogue waves* devido às colisões entre os pulsos vizinhos (SOLLI et al., 2007; DUDLEY; GENTY; EGGLETON, 2008; ERKINTALO; GENTY; DUDLEY, 2010a, 2010b).

Figura 57 - Simulação da propagação do pulso ($6,8 \mu\text{J}$ de energia) no sistema quartzo + BBO ($\theta = 27,5^\circ$): (a) Evolução temporal. (b) Evolução espectral. (c) Perfis temporais e espectrais do pulso: As curvas pretas representam o pulso de entrada, as curvas vermelhas representam o pulso em $L = 1 \text{ mm}$ (saída do cristal de quartzo) e as curvas azuis representam o pulso em $L = 3 \text{ mm}$ (1 mm de quartzo + 2 mm de BBO). (d) Espectrograma do pulso em $L = 3 \text{ mm}$. (e) Perfil temporal e espectral do pulso após $L = 3 \text{ mm}$ (curva azul), correspondendo à 1 mm de quartzo e 2 mm de BBO no regime de não linearidade autofocalizadora ($\theta = 35,5^\circ$).



Fonte: O autor (2023)

Por completeza, consideramos a configuração do sistema onde $n_{2,BBO}^{eff} > 0$. Assim, o feixe autofocaliza e experimenta a filamentação ao longo de sua propagação no cristal de BBO. Para mostrar como o processo de compressão temporal observado na Fig. 57 é eficiente na geração de supercontínuo no infravermelho, consideramos uma situação onde o coeficiente não linear de terceira ordem do cristal de quartzo vale $|\gamma_{eff}| = \omega_0 |n_2(\omega_0)| / c A_{eff} = 0,085 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $0,85 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ para o cristal de BBO. Assim, assumimos que o feixe propaga com um raio efetivo de $15 \mu\text{m}$ ao longo do BBO, no qual consideramos $n_{2,BBO}^{eff} = 7 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ ($\theta = 35,5^\circ$).

Considerando as mesmas condições iniciais da Fig. 57(a-d), o perfil temporal e espectral do pulso de saída do sistema quartzo + BBO, em $L = 3 \text{ mm}$, estão apresentados na Fig. 57(e). Apesar desta configuração também proporcionar uma interessante geração de supercontínuo no visível, vemos claramente que a geração de supercontínuo no infravermelho é mais eficiente no caso da Fig. 57(a-d), visto que o processo de compressão temporal aumenta a magnitude da derivada temporal do perfil de intensidade do pulso e, assim, promove a geração de maiores comprimentos de onda via automodulação de fase temporal [expressão (2.10)].

Na configuração em que ocorre o acúmulo de *chirp* positivo ao longo dos dois meios de propagação [Fig. 57(e)], obtemos uma geração de supercontínuo abrangendo entre 445 nm e 1450 nm, cujo tempo de duração do pulso à meia altura é de 315 fs. Experimentalmente [Fig. 56(a,c)], foi observada uma geração de supercontínuo do feixe fundamental com polarização ordinária se estendendo entre 480 nm e 1900 nm.

Portanto, do ponto de vista qualitativo, levando em conta todos os efeitos lineares e não lineares relacionados com os resultados experimentais da propagação do pulso no sistema de amostras (quartzo + BBO). Consideramos a soluções numéricas em concordância com os resultados experimentais, tendo como perspectiva a realização de um outro estágio de amplificação paramétrica para obtermos pulsos ultracurtos no infravermelho com mais energia, sendo uma fonte de laser banda larga alternativa ao sistema de NOPAs desenvolvido na seção 5.2.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesta tese, com base em soluções numéricas da equação não linear de Schrödinger generalizada, propomos um método para gerar múltiplos sólitons ultracurtos a partir de um único pulso de entrada através do processo denominado Compressões Temporais Múltiplas (*Multiple Temporal Compression*, MTC). O efeito MTC envolve a propagação do pulso em dois guias de ondas, ambos no regime de dispersão normal, mas com índices de refração não linear (n_2) de sinais contrários. No primeiro meio, $n_2 > 0$, o pulso experimenta um alargamento espectral e temporal, adquirindo *chirp* não linear positivo. No segundo meio, $n_2 < 0$, a propagação do pulso leva a uma dinâmica de múltiplos processos de compensação no *chirp* ao longo do perfil temporal do pulso, o que promove a geração de pares de sólitons temporais brilhantes (SIQUEIRA et al., 2023a; SIQUEIRA et al., 2023b).

O processo MTC se destaca, em relação à alternativa da fissão solitônica, pelo controle do número de sólitons gerados, baixo ruído na geração solitônica, promoção de eventos de colisões solitônicas e compressões temporais com baixas potências de pico. Diferentemente da fissão solitônica que ocorre na região central do pulso e que pode produzir pulsos com intensidades de pico danosas aos guias de ondas, o processo MTC promove compressões temporais em posições temporais distintas, o que minimiza a chance de danos ópticos. O método proposto representa uma abordagem inovadora, proporcionando a geração de múltiplos sólitons de forma eficiente.

Além do método MTC, também identificamos sólitons temporais de segunda ordem com um comportamento pendular. Esse comportamento, desconhecido na literatura, revela uma dinâmica solitônica mais lenta sustentada por ciclos médios de dominância da não linearidade e da dispersão, que ocorrem se sobrepondo a vários ciclos rápidos, típicos da dinâmica dos sólitons de segunda ordem. Portanto, o comportamento pendular observado dos sólitons de segunda ordem sugere uma nova classe de sólitons temporais, onde a dispersão de terceira ordem desempenha um papel crucial, sendo de relevância para o entendimento mais geral da dinâmica de sólitons de altas ordens.

Na segunda parte da tese, foram apresentados dois sistemas experimentais baseados na amplificação paramétrica óptica não colinear (NOPA) bombeados por um sistema laser de Ti:Safira. No primeiro sistema, foram desenvolvidos um NOPA para operar na região visível (entre 500 nm e 700 nm) e um segundo NOPA para operar no infravermelho próximo (965 nm). Ambos os NOPAs têm como semente o mesmo sinal de supercontínuo gerado através da

filamentação em um cristal de safira. Em seguida, a partir da diferença de frequência entre os dois NOPAs, foram obtidos pulsos sintonizáveis no infravermelho próximo (entre 1200 nm e 2100 nm) com capacidade de suportar pulsos com poucos ciclos ópticos estabilizados em fase (*carrier-envelope phase*, CEP). Ao final, um estágio adicional de NOPA foi desenvolvido para amplificar esses pulsos (NOPA-IR-1), onde obtemos pulsos com $\approx 0,1 \mu\text{J}$ de energia e com duração temporal estimada da ordem de 20 fs.

No segundo sistema experimental, utilizando a configuração do método MTC, observamos a geração de supercontínuo da região visível ao infravermelho próximo, sem ocorrência de filamentação, através do controle do processo não linear de segunda ordem em cascata no cristal de BBO e um cristal de quartzo. Em seguida, um NOPA foi desenvolvido para amplificar a região espectral do infravermelho (1,25 μm – 2,2 μm), onde observamos características que indicam a geração de pulsos ultracurtos ao longo do sistema de amostras.

Quanto às perspectivas futuras, destacamos as seguintes linhas de pesquisa que poderiam se desdobrar a partir dos nossos estudos:

- I) Para o método MTC, estudos de análise estatística das flutuações (*rogue waves* e quebra de simetria de réplica) e o estudo do processo MTC em meios com dispersão anômala poderiam ser conduzidos. Além disso, o processo MTC também possibilitaria a formação de *dark solitons*.
- II) Para o sólito de segunda ordem com comportamento pendular, estudos envolvendo a análise espectral das ondas dispersivas emitidas ao longo dos ciclos de dominância pendular do sólito podem ser interessante, pois de forma incipiente observamos indicativos da manifestação do comportamento de *rogue waves* com a influência da instabilidade modulacional, entre outros.
- III) Para o sistema experimental de NOPAs, as expectativas consistem na aplicação do sistema para espectroscopia ultrarrápida no visível e infravermelho próximo (entre 400 nm e 2000 nm), onde um estágio de análise de absorção transiente encontra-se em desenvolvimento. Também temos a perspectiva de otimizar a amplificação através de um segundo estágio de amplificação paramétrica (NOPA-IR-2), resultados os quais não foram abordados nesta tese. A partir deste sistema otimizado, poderemos desenvolver experimentos de geração de altos harmônicos em gás ou meios sólidos, assim como investigar a fissão de *light bullets* em meios não lineares.

REFERÊNCIAS

- ABLOWITZ, M. J.; BALDWIN, D. E. Nonlinear shallow ocean-wave soliton interactions on flat beaches. *Physical Review E*, v. 86, n. 3, p. 036305, 2012.
- AGRAWAL, G. P. *Nonlinear Fiber Optics*, 5th ed. Academic Press, Oxford, 2013.
- AGRAWAL, G. P. Modulation instability induced by cross-phase modulation. *Physical review letters*, v. 59, n. 8, p. 880, 1987.
- AKHMEDIEV, N. N.; KORNEEV, V. I. Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *Theoretical and Mathematical Physics*, v. 69, n. 2, p. 1089-1093, 1986.
- ANDERSON, D.; LISAK, M. Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides. *Physical Review A*, v. 27, n. 3, p. 1393, 1983.
- ANTIKAINEN, A. et al. On the phase-dependent manifestation of optical rogue waves. *Nonlinearity*, v. 25, n. 7, p. R73, 2012.
- ARTEAGA-SIERRA, F. R.; ANTIKAINEN, A.; AGRAWAL, G. P. Soliton dynamics in photonic-crystal fibers with frequency-dependent Kerr nonlinearity. *Physical Review A*, v. 98, n. 1, p. 013830, 2018.
- ASHCOM, J. B. et al. Numerical aperture dependence of damage and supercontinuum generation from femtosecond laser pulses in bulk fused silica. *JOSA B*, v. 23, n. 11, p. 2317-2322, 2006.
- ASHIHARA, S. et al. Soliton compression of femtosecond pulses in quadratic media. *JOSA B*, v. 19, n. 10, p. 2505-2510, 2002.
- BACHE, M. et al. Limits to compression with cascaded quadratic soliton compressors. *Optics Express*, v. 16, n. 5, p. 3273-3287, 2008.
- BAKKER, H. J. et al. Phase modulation in second-order nonlinear-optical processes. *Physical Review A*, v. 42, n. 7, p. 4085, 1990.
- BALU, M. et al. Dispersion of nonlinear refraction and two-photon absorption using a white-light continuum Z-scan. *Optics Express*, v. 13, n. 10, p. 3594-3599, 2005.
- BARTHELEMY, A.; MANEUF, S.; FROEHLI, C. Soliton propagation and self-trapping of laser beams by a Kerr optical nonlinearity. *Optics Communications*, v. 55, p. 201-206, 1985.
- BECKWITT, K. et al. Compensation for self-focusing by use of cascade quadratic nonlinearity. *Optics letters*, v. 26, n. 21, p. 1696-1698, 2001.

- BELLINI, M.; HÄNSCH, T. W. Phase-locked white-light continuum pulses: toward a universal optical frequency-comb synthesizer. *Optics Letters*, v. 25, n. 14, p. 1049-1051, 2000.
- BIRKS, T. A.; KNIGHT, J. C.; RUSSELL, P. St J. Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Optics letters*, v. 22, n. 13, p. 961-963, 1997.
- BLOEMBERGEN, N. The influence of electron plasma formation on superbroadening in light filaments. *Optics Communications*, v. 8, n. 4, p. 285-288, 1973.
- BLOW, K. J.; WOOD, David. Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 25, n. 12, p. 2665-2673, 1989.
- BOARDMAN, A. D.; NIKITOV, S. A.; WABY, N. A. Existence of spin-wave solitons in an antiferromagnetic film. *Physical Review B*, v. 48, n. 18, p. 13602, 1993.
- BOSE, S. et al. Experimental and theoretical study of red-shifted solitonic resonant radiation in photonic crystal fibers and generation of radiation seeded Raman soliton. *Journal of Optics*, v. 17, n. 10, p. 105506, 2015.
- BOSE, S. et al. Study of nonlinear dynamics in silver-nanoparticle-doped photonic crystal fiber. *JOSA B*, v. 33, n. 6, p. 1014-1021, 2016a.
- BOSE, S. et al. Implications of a zero-nonlinearity wavelength in photonic crystal fibers doped with silver nanoparticles. *Physical Review A*, v. 94, n. 4, p. 043835, 2016b.
- BOYD, R. W. *Nonlinear optics*. Academic Press, 2008.
- BRAUD, F. et al. Solitonization of a dispersive wave. *Optics Letters*, v. 41, n. 7, p. 1412-1415, 2016.
- BRIDA, D. et al. Few-optical-cycle pulses tunable from the visible to the mid-infrared by optical parametric amplifiers. *Journal of Optics*, v. 12, n. 1, p. 013001, 2009.
- BRODEUR, A.; CHIN, S. L. Band-gap dependence of the ultrafast white-light continuum. *Physical review letters*, v. 80, n. 20, p. 4406, 1998.
- BRODEUR, A.; CHIN, S. L. Ultrafast white-light continuum generation and self-focusing in transparent condensed media. *JOSA B*, v. 16, n. 4, p. 637-650, 1999.
- CALENDRON, A. et al. White-light generation with sub-ps pulses. *Optics express*, v. 23, n. 11, p. 13866-13879, 2015.
- CERULLO, G. et al. Mirror-dispersion-controlled OPA: a compact tool for sub-10-fs spectroscopy in the visible. *Applied Physics B*, v. 70, p. S253-S259, 2000.
- CERULLO, G.; DE SILVESTRI, S. Ultrafast optical parametric amplifiers. *Review of scientific instruments*, v. 74, n. 1, p. 1-18, 2003.

- CERULLO, G. et al. Few-optical-cycle light pulses with passive carrier-envelope phase stabilization. *Laser & Photonics Reviews*, v. 5, n. 3, p. 323-351, 2011.
- CHEKALIN, S. V. et al. Light bullets from a femtosecond filament. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, v. 48, n. 9, p. 094008, 2015.
- CHEN, C.; CHI, S. Femtosecond second-order solitons in optical fiber transmission. *Optik*, v. 116, n. 7, p. 331-336, 2005.
- CHIAO, R. Y.; GARMIRE, E.; TOWNES, C. H. Self-trapping of optical beams. *Physical review letters*, v. 13, n. 15, p. 479, 1964.
- COUAIRON, A.; MYSYROWICZ, A. Femtosecond filamentation in transparent media. *Physics reports*, v. 441, n. 2-4, p. 47-189, 2007.
- CONFORTI, M.; BARONIO, F. Extreme high-intensity and ultrabroadband interactions in anisotropic β -BaB₂O₄ crystals. *JOSA B*, v. 30, n. 4, p. 1041-1047, 2013.
- DENSCHLAG, J. et al. Generating solitons by phase engineering of a Bose-Einstein condensate. *Science*, v. 287, n. 5450, p. 97-101, 2000.
- DESALVO, R. et al. Self-focusing and self-defocusing by cascaded second-order effects in KTP. *Optics letters*, v. 17, n. 1, p. 28-30, 1992.
- DING, C. C. et al. Soliton and breather interactions for a coupled system. *The European Physical Journal Plus*, v. 133, n. 10, p. 406, 2018.
- DRIBEN, R.; HERRMANN, J. Solitary pulse propagation and soliton-induced supercontinuum generation in silica glasses containing silver nanoparticles. *Optics letters*, v. 35, n. 15, p. 2529-2531, 2010.
- DRIBEN, R. et al. Newton's cradles in optics: From N-soliton fission to soliton chains. *Physical Review A*, v. 87, n. 6, p. 063808, 2013.
- DUDLEY, J. M.; COEN, S. Numerical simulations and coherence properties of supercontinuum generation in photonic crystal and tapered optical fibers. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*, v. 8, n. 3, p. 651-659, 2002.
- DUDLEY, J. M.; GENTY, G.; COEN, S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Reviews of modern physics*, v. 78, n. 4, p. 1135, 2006.
- DUDLEY, J. M.; GENTY, G.; EGGLETON, B. J. Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation. *Optics Express*, v. 16, n. 6, p. 3644-3651, 2008.
- DUDLEY, J. M. et al. Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation. *Optics express*, v. 17, n. 24, p. 21497-21508, 2009.

- DUDLEY, J. M. et al. Instabilities, breathers and rogue waves in optics. *Nature Photonics*, v. 8, n. 10, p. 755-764, 2014.
- DUDLEY, J. M. et al. Fifty years of fiber solitons. *Optics and photonics news*, v. 34, n. 5, p. 26-33, 2023.
- EATON, S. M. et al. Heat accumulation effects in femtosecond laser-written waveguides with variable repetition rate. *Optics express*, v. 13, n. 12, p. 4708-4716, 2005.
- ERKINTALO, M.; GENTY, G.; DUDLEY, J. M. Giant dispersive wave generation through soliton collision. *Optics letters*, v. 35, n. 5, p. 658-660, 2010a.
- ERKINTALO, M.; GENTY, G.; DUDLEY, J. M. Experimental signatures of dispersive waves emitted during soliton collisions. *Optics Express*, v. 18, n. 13, p. 13379-13384, 2010b.
- FABRIS, D. et al. Single-shot implementation of dispersion-scan for the characterization of ultrashort laser pulses. *Optics express*, v. 23, n. 25, p. 32803-32808, 2015.
- FACCIO, D. et al. Far-field spectral characterization of conical emission and filamentation in Kerr media. *JOSA B*, v. 22, n. 4, p. 862-869, 2005.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- GAETA, A. L. Catastrophic collapse of ultrashort pulses. *Physical Review Letters*, v. 84, n. 16, p. 3582, 2000.
- GORDON, J. P. Interaction forces among solitons in optical fibers. *Optics letters*, v. 8, n. 11, p. 596-598, 1983.
- GORDON, J. P. Theory of the soliton self-frequency shift. *Optics letters*, v. 11, n. 10, p. 662-664, 1986.
- GOUVEIA-NETO, A.; GOMES, A.; TAYLOR, J. High-order soliton pulse compression and splitting at 1.32 μm in a single-mode optical fiber. *IEEE journal of quantum electronics*, v. 23, n. 7, p. 1193-1198, 1987.
- GOUVEIA-NETO, A. S.; GOMES, A. S. L.; TAYLOR, J. R. Femto soliton Raman generation. *IEEE journal of quantum electronics*, v. 24, n. 2, p. 332-340, 1988.
- GOUVEIA-NETO, A. S.; GOMES, A. S. L.; TAYLOR, J. R. Suppression and manipulation of the soliton self-frequency shift. *Optics letters*, v. 14, n. 10, p. 514-516, 1989.
- GRIGUTIS, R. et al. Supercontinuum generation and optical damage of sapphire and YAG at high repetition rates. *Optics Letters*, v. 45, n. 16, p. 4507-4510, 2020.
- GUO, H. et al. Few-cycle solitons and supercontinuum generation with cascaded quadratic nonlinearities in unpoled lithium niobate ridge waveguides. *Optics Letters*, v. 39, n. 5, p. 1105-1108, 2014.

- HASEGAWA, A.; TAPPERT, F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion. *Applied Physics Letters*, v. 23, n. 3, p. 142-144, 1973.
- HELAL, M. A. Soliton solution of some nonlinear partial differential equations and its applications
- HENTSCHEL, M. et al. Attosecond metrology. *Nature*, v. 414, n. 6863, p. 509-513, 2001.
- HILTON, D. J.; PRASANKUMAR, R. P.; TAYLOR, A. J. *Ultrafast pump-probe spectroscopy*. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- HOLLINGER, R. et al. Carrier-envelope-phase measurement of few-cycle mid-infrared laser pulses using high harmonic generation in ZnO. *Optics Express*, v. 28, n. 5, p. 7314-7322, 2020.
- in fluid mechanics. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 13, n. 9, p. 1917-1929, 2002.
- HOLZWARTH, R. et al. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Physical review letters*, v. 85, n. 11, p. 2264, 2000.
- HULT, J. A fourth-order Runge–Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers. *Journal of Lightwave Technology*, v. 25, n. 12, p. 3770-3775, 2007.
- ISHII, N. et al. Carrier-envelope phase-dependent high harmonic generation in the water window using few-cycle infrared pulses. *Nature Communications*, v. 5, n. 1, p. 3331, 2014.
- JISHA, C. P. et al. Generation of multiple solitons using competing nonlocal nonlinearities. *Optics Letters*, v. 44, n. 5, p. 1162-1165, 2019.
- JONES, D. J. et al. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, v. 288, n. 5466, p. 635-639, 2000.
- KÄRTNER, F. X. et al. Design and fabrication of double-chirped mirrors. *Optics letters*, v. 22, n. 11, p. 831-833, 1997.
- KASSAB, L. R. P.; DE ARAÚJO, C. B. *Metal nanostructures for photonics*. Elsevier, 2018.
- KELDYSH, L. V. Ionization in the field of a strong electromagnetic wave. *Soviet Physics JETP*, v. 20, n. 1307, 1965.
- KELLEY, P. L. Self-focusing of optical beams. *Physical Review Letters*, v. 15, n. 26, p. 1005, 1965.
- KIBLER, B. et al. The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics. *Nature Physics*, v. 6, n. 10, p. 790-795, 2010.
- KNIGHT, J. C. et al. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding. *Optics letters*, v. 21, n. 19, p. 1547-1549, 1996.

- KODAMA, Y. Optical solitons in a monomode fiber. *Journal of Statistical Physics*, v. 39, p. 597-614, 1985.
- KOLESIK, M. et al. Physical factors limiting the spectral extent and band gap dependence of supercontinuum generation. *Physical review letters*, v. 91, n. 4, p. 043905, 2003.
- KRAUSZ, F.; IVANOV, M. Attosecond physics. *Reviews of modern physics*, v. 81, n. 1, p. 163, 2009.
- KUMAR, R. S. S.; HARSHA, S. S.; RAO, D. N. Broadband supercontinuum generation in a single potassium di-hydrogen phosphate (KDP) crystal achieved in tandem with sum frequency generation. *Applied Physics B*, v. 86, p. 615-621, 2007.
- KUZNETSOV, E. A. Solitons in a parametrically unstable plasma. In: *Akademiia Nauk SSSR Doklady*. 1977. p. 575-577.
- LEBLOND, H.; VEERAKUMAR, V. Magnetostatic spin solitons in ferromagnetic nanotubes. *Physical Review B*, v. 70, n. 13, p. 134413, 2004.
- L'HUILLIER, A.; SCHAFER, K. J.; KULANDER, K. C. Theoretical aspects of intense field harmonic generation. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, v. 24, n. 15, p. 3315, 1991.
- LIANG, H. et al. High-energy mid-infrared sub-cycle pulse synthesis from a parametric amplifier. *Nature Communications*, v. 8, n. 1, p. 141, 2017.
- LIU, W. et al. Intensity clamping of a femtosecond laser pulse in condensed matter. *Optics Communications*, v. 202, n. 1-3, p. 189-197, 2002.
- LIU, L. et al. All-optical control of group velocity dispersion in tellurite photonic crystal fibers. *Optics Letters*, v. 37, n. 24, p. 5124-5126, 2012.
- LIU, W. et al. Background reservoir: its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air. *Applied Physics B*, v. 80, p. 857-860, 2005.
- LOUISY, M. et al. Compact single-shot d-scan setup for the characterization of few-cycle laser pulses. *Applied Optics*, v. 56, n. 32, p. 9084-9089, 2017.
- LONNGREN, K. E. Soliton experiments in plasmas. *Plasma Physics*, v. 25, n. 9, p. 943, 1983.
- LU, J. et al. Octave-spanning supercontinuum generation in nanoscale lithium niobate waveguides. *Optics letters*, v. 44, n. 6, p. 1492-1495, 2019.
- MAINE, P. et al. Generation of ultrahigh peak power pulses by chirped pulse amplification. *IEEE Journal of Quantum electronics*, v. 24, n. 2, p. 398-403, 1988.
- MALITSON, I. H. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. *Josa*, v. 55, n. 10, p. 1205-1209, 1965.

- MALITSON, I. H.; DODGE, M. J. Refractive index and birefringence of synthetic sapphire. *Josa*, v. 62, n. 11, p. 1405, 1972.
- MANZONI, C.; CERULLO, G.; DE SILVESTRI, S. Ultrabroadband self-phase-stabilized pulses by difference-frequency generation. *Optics letters*, v. 29, n. 22, p. 2668-2670, 2004.
- MANZONI, C.; CERULLO, G. Design criteria for ultrafast optical parametric amplifiers. *Journal of Optics*, v. 18, n. 10, p. 103501, 2016.
- MARBURGER, J. H. Self-focusing: theory. *Progress in quantum electronics*, v. 4, p. 35-110, 1975.
- MAYER, E. J. et al. Ultrabroadband chirped mirrors for femtosecond lasers. *Optics letters*, v. 22, n. 8, p. 528-530, 1997.
- MCGLOIN, D.; DHOLAKIA, K. Bessel beams: diffraction in a new light. *Contemporary physics*, v. 46, n. 1, p. 15-28, 2005.
- MILIÁN, C. et al. Spectral wings of the fiber supercontinuum and the dark-bright soliton interaction. *Optics Express*, v. 25, n. 9, p. 10494-10499, 2017.
- MITSCHKE, F. M.; MOLLENAUER, L. F. Discovery of the soliton self-frequency shift. *Optics letters*, v. 11, n. 10, p. 659-661, 1986.
- MITSCHKE, F. M.; MOLLENAUER, L. F. Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers. *Optics letters*, v. 12, n. 5, p. 355-357, 1987.
- MOKHTARI, A. et al. Direct femtosecond mapping of trajectories in a chemical reaction. *Nature*, v. 348, n. 6298, p. 225-227, 1990.
- MOLLENAUER, L. F.; STOLEN, R. H.; GORDON, J. P. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Physical Review Letters*, v. 45, n. 13, p. 1095, 1980.
- MOLLENAUER, L. F. Solitons in optical fibres and the soliton laser. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, v. 315, n. 1533, p. 437-450, 1985.
- MOSES, J.; WISE, F. W. Soliton compression in quadratic media: high-energy few-cycle pulses with a frequency-doubling crystal. *Optics letters*, v. 31, n. 12, p. 1881-1883, 2006.
- MOSES, J.; MALOMED, B. A.; WISE, F. W. Self-steepening of ultrashort optical pulses without self-phase-modulation. *Physical Review A*, v. 76, n. 2, p. 021802, 2007.
- NGUYEN, N. T. et al. Optical breakdown versus filamentation in fused silica by use of femtosecond infrared laser pulses. *Optics letters*, v. 28, n. 17, p. 1591-1593, 2003.

- NISOLI, M. et al. Effects of carrier-envelope phase differences of few-optical-cycle light pulses in single-shot high-order-harmonic spectra. *Physical review letters*, v. 91, n. 21, p. 213905, 2003.
- NITTI, S. et al. Induced ‘third-order’ nonlinearity via cascaded second-order effects in organic crystals of MBA-NP. *Optics communications*, v. 106, n. 4-6, p. 263-268, 1994.
- OSTROVSKII, L. A. Self-action of light in crystals. *ZhETF Pisma Redaktsiiu*, v. 5, p. 331, 1967.
- PEREGRINE, D. H. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions. *The ANZIAM Journal*, v. 25, n. 1, p. 16-43, 1983.
- REYNA, A. S.; JORGE, K. C.; DE ARAÚJO, C. B. Two-dimensional solitons in a quintic-septimal medium. *Physical Review A*, v. 90, n. 6, p. 063835, 2014.
- REYNA, A. S.; DE ARAÚJO, C. B. High-order optical nonlinearities in plasmonic nanocomposites—a review. *Advances in Optics and Photonics*, v. 9, n. 4, p. 720-774, 2017.
- REYNA, A. S.; DE ARAÚJO, C. B. Beyond third-order optical nonlinearities in liquid suspensions of metal-nanoparticles and metal-nanoclusters. *Journal of Optics*, v. 24, n. 10, p. 104006, 2022.
- RIEDLE, E. et al. Generation of 10 to 50 fs pulses tunable through all of the visible and the NIR. *Applied Physics B*, v. 71, p. 457-465, 2000.
- ROY, S.; BHADRA, S. K.; AGRAWAL, G. P. Perturbation of higher-order solitons by fourth-order dispersion in optical fibers. *Optics Communications*, v. 282, n. 18, p. 3798-3803, 2009.
- RUSSELL, P. Photonic crystal fibers. *science*, v. 299, n. 5605, p. 358-362, 2003.
- SANSONE, G. et al. Nonadiabatic quantum path analysis of high-order harmonic generation: Role of the carrier-envelope phase on short and long paths. *Physical Review A*, v. 70, n. 1, p. 013411, 2004.
- SCHINS, J. M. et al. Observation of laser-assisted Auger decay in argon. *Physical Review Letters*, v. 73, n. 16, p. 2180, 1994.
- SCHLAU-COHEN, G. S.; DAWLATY, J. M.; FLEMING, G. R. Ultrafast multidimensional spectroscopy: principles and applications to photosynthetic systems. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 18, n. 1, p. 283-295, 2011.
- SCOTT, T. F.; BALLAGH, R. J.; BURNETT, K. Formation of fundamental structures in Bose-Einstein condensates. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, v. 31, n. 8, p. L329, 1998.

- SEGEV, M.; STEGEMAN, G. Self-Trapping of Optical Beams: Spatial Solitons. *Physics Today*, v. 51, n. 8, p. 42-48, 1998.
- SHABAT, A.; ZAKHAROV, V. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Soviet Physics JETP*, v. 34, n. 1, p. 62, 1972.
- SHEN, Y. Self-focusing: experimental. *Progress in quantum electronics*, v. 4, p. 1-34, 1975.
- SIQUEIRA, A. C. A et al. Generation of multiple ultrashort temporal solitons in a third-order nonlinear composite medium with self-focusing and self-defocusing nonlinearities. *Physical Review A*, v. 107, n. 6, p. 063519, 2023a.
- SIQUEIRA, A. C. A. et al. Generation of robust temporal soliton trains by the multiple-temporal-compression (MTC) method. *Optics Communications*, v. 545, p. 129723, 2023b.
- SIQUEIRA, A. C. A. Construção e caracterização de fonte sintonizável de pulsos ultracurtos no infravermelho próximo baseada em amplificadores paramétricos. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.
- SOLLI, D. R. et al. Optical rogue waves. *nature*, v. 450, n. 7172, p. 1054-1057, 2007.
- SRINIVAS, N. K. M. N.; HARSHA, S.S.; RAO, D. N. Femtosecond supercontinuum generation in a quadratic nonlinear medium (KDP). *Optics Express*, v. 13, n. 9, p. 3224-3229, 2005.
- STEGEMAN, G. et al. Cascading: a promising approach to nonlinear optical phenomena. *Wiley*, New York, 1997.
- STEGEMAN, G. I.; SEGEV, M. Optical spatial solitons and their interactions: Universality and diversity. *Science*, v. 286, n. 5444, p. 1518-1523, 1999.
- STRICKLAND, D.; MOUROU, G. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics communications*, v. 55, n. 6, p. 447-449, 1985.
- ŠUMINAS, R. et al. Spatiotemporal light bullets and supercontinuum generation in β -BBO crystal with competing quadratic and cubic nonlinearities. *Optics letters*, v. 41, n. 9, p. 2097-2100, 2016.
- ŠUMINAS, R. et al. Second-order cascading-assisted filamentation and controllable supercontinuum generation in birefringent crystals. *Optics express*, v. 25, n. 6, p. 6746-6756, 2017.
- ŠUMINAS, R.; TAMOŠAUSKAS, G.; DUBIETIS, A. Filamentation-free self-compression of mid-infrared pulses in birefringent crystals with second-order cascading-enhanced self-focusing nonlinearity. *Optics Letters*, v. 43, n. 2, p. 235-238, 2018.

- SUNDHEIMER, M. L. et al. Large nonlinear phase modulation in quasi-phase-matched KTP waveguides as a result of cascaded second-order processes. *Optics letters*, v. 18, n. 17, p. 1397-1399, 1993.
- SZIPÖCS, R. et al. Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers. *Optics letters*, v. 19, n. 3, p. 201-203, 1994.
- TAI, K.; HASEGAWA, A.; BEKKI, N. Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect. *Optics letters*, v. 13, n. 5, p. 392-394, 1988.
- TAMMING, R. R. et al. Single 3.3 fs multiple plate compression light source in ultrafast transient absorption spectroscopy. *Scientific Reports*, v. 11, n. 1, p. 12847, 2021.
- TAMOŠAUSKAS, G. et al. Transmittance and phase matching of BBO crystal in the 3–5 μm range and its application for the characterization of mid-infrared laser pulses. *Optical Materials Express*, v. 8, n. 6, p. 1410-1418, 2018.
- THÉBERGE, F. et al. Plasma density inside a femtosecond laser filament in air: Strong dependence on external focusing. *Physical Review E*, v. 74, n. 3, p. 036406, 2006.
- TIKHONRAVOV, A. V.; BAUMEISTER, P. W.; POPOV, K. V. Phase properties of multilayers. *Applied optics*, v. 36, n. 19, p. 4382-4392, 1997.
- UDEM, T.; HOLZWARTH, R.; HÄNSCH, T. W. Optical frequency metrology. *Nature*, v. 416, n. 6877, p. 233-237, 2002.
- UHLIG, S. *Self-Organized Surface Structures with Ultrafast White-Light*. Springer, 2015.
- VASA, P. et al. Power-and polarization-dependent supercontinuum generation in α -BaB₂O₄ crystals by intense, near-infrared, femtosecond laser pulses. *Physical Review A*, v. 91, n. 5, p. 053837, 2015.
- VOGELSANG, J. et al. High passive CEP stability from a few-cycle, tunable NOPA-DFG system for observation of CEP-effects in photoemission. *Optics Express*, v. 22, n. 21, p. 25295-25306, 2014.
- VOZZI, C. et al. High energy self-phase-stabilized pulses tunable in the near-IR by difference frequency generation and optical parametric amplification. *Laser and Particle Beams*, v. 25, n. 3, p. 471-479, 2007.
- WANG, L. et al. Broadband colored-crescent generation in a single β -barium-borate crystal by intense femtosecond pulses. *Physical Review A*, v. 84, n. 6, p. 063831, 2011.
- WANG, Y. et al. Supercontinuum and THz generation from Ni implanted LiNbO₃ under 800 nm laser excitation. *Optics Communications*, v. 291, p. 334-336, 2013.
- WEINER, A. M. *Ultrafast optics*. John Wiley & Sons, 2011.

- WEINER, A. M. et al. Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers. *Physical review letters*, v. 61, n. 21, p. 2445, 1988.
- WISE, F. W.; MOSES, J. Self-focusing and self-defocusing of femtosecond pulses with cascaded quadratic nonlinearities. In: *Self-focusing: Past and present: Fundamentals and prospects*. New York, NY: Springer New York, p. 481-506, 2009.
- YABLONOVITCH, E.; BLOEMBERGEN, N. Avalanche ionization and the limiting diameter of filaments induced by light pulses in transparent media. *Physical Review Letters*, v. 29, n. 14, p. 907, 1972.
- YIN, L.; LIN, Q.; AGRAWAL, G. P. Soliton fission and supercontinuum generation in silicon waveguides. *Optics letters*, v. 32, n. 4, p. 391-393, 2007.
- ZENG, Z. et al. Effect of the carrier-envelope phase of the driving laser field on the high-order harmonic attosecond pulse. *Physical Review A*, v. 67, n. 1, p. 013815, 2003.
- ZHANG, Y.; WANG, Y. Nonlinear optical properties of metal nanoparticles: a review. *RSC advances*, v. 7, n. 71, p. 45129-45144, 2017.
- ZHAO, L.; LING, L.; YANG, Z. Mechanism of Kuznetsov-ma breathers. *Physical Review E*, v. 97, n. 2, p. 022218, 2018.
- ZHAO, S. et al. Generation of tunable ultra-short pulse sequences in a quasi-discrete spectral supercontinuum by dark solitons. *Optics Express*, v. 27, n. 16, p. 23539-23548, 2019.
- ZHAO, S.; GUO, R.; ZENG, Y. Effects of frequency-dependent Kerr nonlinearity on higher-order soliton evolution in a photonic crystal fiber with one zero-dispersion wavelength. *Physical Review A*, v. 106, n. 3, p. 033516, 2022.
- ZHAVORONKOV, N. et al. Observation of asymmetric spectrum broadening induced by silver nanoparticles in a heavy-metal oxide glass. *Europhysics Letters*, v. 94, n. 3, p. 37011, 2011.

APÊNDICE A - FILAMENTAÇÃO E GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO

Ao considerar os efeitos transversais, vimos, no capítulo 2, que o fenômeno da difração é responsável pela divergência de um feixe Gaussiano, ou seja, o feixe propaga experimentando um aumento em sua área transversal, o que resulta em uma diminuição da sua intensidade de pico. Em particular, feixes com menores áreas transversais experimentam maiores efeitos difrativos, ou seja, mais rápido ocorrerá a divergência do mesmo, uma vez que a divergência do feixe Gaussiano é inversamente proporcional ao tamanho da cintura do feixe (BOYD, 2008). Outro aspecto importante é que a difração do feixe também está associada ao comprimento de onda, onde as cores vermelhas experimentam uma maior divergência em comparação com as cores azuis.

Além disso, vimos também que, pulsos intensos experimentam alterações em suas características ao propagar em um meio não linear. Em particular, o índice de refração do meio é modulado devido à polarização não linear de terceira ordem, resultando em um índice de refração dependente da intensidade [expressão (2.7)], ou seja:

$$n[I(\mathbf{r}, t)] = n_0 \pm n_2 I(\mathbf{r}, t). \quad (\text{A.1})$$

Em particular, sob condições de $n_2 > 0$ e com a potência de pico do feixe (P_0) acima de um determinado valor crítico, o incremento do índice de refração na região central do feixe, em comparação com as suas bordas, promove um efeito análogo a uma lente convergente. Neste caso, o fenômeno de autofocalização é observado na propagação do feixe no meio não linear (KELLEY, 1965; MARBURGER, 1975; SHEN, 1975).

Devido à competição entre os efeitos de autofocalização do feixe e difração, é possível se definir a potência crítica de um feixe CW (*continuous wave*) para que ocorra um equilíbrio entre a difração e autofocalização (MARBURGER, 1975):

$$P_{crit} = \frac{3,77\lambda_0^2}{8\pi n_0 n_2}. \quad (\text{A.2})$$

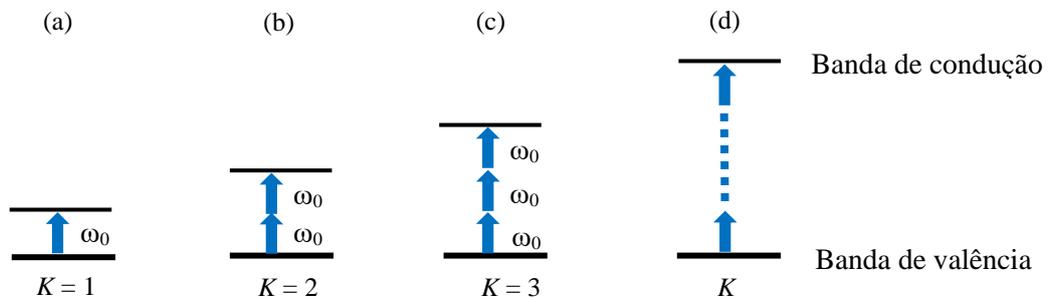
Portanto, em configurações onde $P_0 < P_{crit}$, o efeito difrativo domina, promovendo a divergência do feixe; caso $P_0 = P_{crit}$, a contribuição da não linearidade compensa o efeito difrativo, sendo possível ocorrer a geração de sólitons espaciais (SEGEV; STEGEMAN, 1998; STEGEMAN; SEGEV, 1999); caso $P_0 > P_{crit}$, o efeito da autofocalização domina, ocorrendo

uma diminuição da área transversal do feixe, e portanto, um aumento em sua intensidade de pico ao longo da propagação.

Observe que o cálculo da potência crítica [expressão (A.2)] considera um feixe CW. No caso de pulsos ultracurtos, o efeito dispersivo pode causar um aumento na potência crítica necessária para que ocorra a autofocalização. Apesar disso, mesmo tratando de pulsos ultracurtos, os valores calculados através da expressão (A.2) podem ser úteis como uma referência para os valores de potência à ser considerada para cada material utilizado.

Em geral, quando a potência de pico do pulso ultracurto é superior a P_{crit} , o feixe autofocaliza até alcançar o ponto do chamado "colapso catastrófico" (MARBURGER, 1975; GAETA, 2000). Neste ponto, o feixe adquire, aproximadamente, a sua menor área transversal possível, promovendo um forte aumento em sua intensidade pico, e assim, aumentando a geração de frequências via automodulação de fase temporal. O efeito que limita a autofocalização, nesse caso, é a ionização multifotônica (*multiphoton ionization*, MPI). Nesse processo, um número K de fótons de frequência ω_0 são absorvidos simultaneamente para excitar os elétrons da banda de valência para a banda de condução, ocorrendo a geração de elétrons livres (plasma).

Figura 58 - Exemplos do processo de absorção multifotônica



Fonte: O autor (2023).

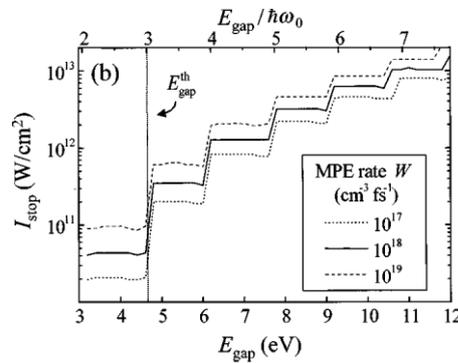
Visto que o *bandgap* de energia (E_{gap}) é a energia necessária para excitar os elétrons da banda de valência para a banda de condução em um dielétrico, e o número mínimo de fótons absorvidos é a parte inteira da relação $K = E_{gap}/\hbar\omega_0 + 1$. A Fig. 58 apresenta alguns exemplos desse processo para meios com diferentes E_{gap} .

Desta forma, o plasma gerado através do processo MPI introduz uma contribuição negativa no índice de refração proporcional à densidade de elétrons livres (N_e), tal que quando N_e alcança $\sim 10^{17} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, o processo MPI anula a autofocalização. Este cancelamento ocorre quando (BRODEUR; CHIN, 1999):

$$n_2 I = \frac{2\pi e^2 N_e}{n_0 m_e \omega_0^2}. \quad (\text{A.3})$$

A partir da relação (A.3) e a teoria de Keldish para a MPI (KELDYSH, 1965; BRODEUR; CHIN, 1999), obtém-se uma relação entre a intensidade do feixe que promove o equilíbrio entre a autofocalização e a desfocalização (devido ao plasma), em função do *bandgap* de energia do material. Neste contexto, a taxa de MPI (W) é o parâmetro considerado para obter tal relação, visto que o tempo de duração do pulso é de fundamental importância para analisar a densidade de elétrons livres por unidade de tempo, onde, além do processo MPI ocorrer, outros fenômenos, tais como a ionização avalanche podem ocorrer em diferentes escalas temporais (YABLONOVITCH; BLOEMBERGEN, 1972; BLOEMBERGEN, 1973; BRODEUR; CHIN, 1999; CALENDRON et al., 2015). Como estamos considerando pulsos ultracurtos (escala de fs), podemos considerar o processo MPI como dominante em relação à geração de plasma (BRODEUR; CHIN, 1999; CALENDRON et al., 2015).

Figura 59 - Curvas da intensidade crítica (I_{stop}) para ocorrer o equilíbrio entre a autofocalização ($n_2 > 0$) e a desfocalização (plasma via MPI) em função do *bandgap* de energia do meio, para os respectivos valores de $W = 10^{17} \text{ cm}^{-3}\text{fs}^{-1}$, $10^{18} \text{ cm}^{-3}\text{fs}^{-1}$ e $10^{19} \text{ cm}^{-3}\text{fs}^{-1}$.



Fonte: Retirado de (BRODEUR; CHIN, 1999).

Conforme o feixe inicialmente autofocaliza devido à $P_0 > P_{crit}$, e alcança uma intensidade de pico alta suficiente para gerar plasma via MPI. Se as perdas associadas aos processos absorptivos lineares e não lineares, assim como o alargamento temporal devido à dispersão normal, não são capazes de promover $P_0 < P_{crit}$, o feixe propaga ao longo do meio sem experimentar grandes deformações transversais. Quando o feixe propaga neste estado óptico, temos o processo conhecido como filamentação (CHIAO; GARMIRE; TOWNES, 1964; COUAIRON; MYSYROWICZ, 2007), o qual a alta intensidade de pico alcançada pelo

feixe (I_{fil}) promove uma forte automodulação de fase temporal, podendo ocorrer uma forte geração de frequências, e assim promovendo a geração de supercontínuo.

Observe que materiais com baixos valores de E_{gap} tendem à rapidamente promoverem a filamentação, uma vez que nesses casos, uma menor I_{fil} é suficiente para que ocorra o equilíbrio entre a autofocalização e a desfocalização (Fig. 59, note que $I_{fil} = I_{stop}$). Neste sentido, materiais com baixos valores de E_{gap} não são capazes de gerar espectros supercontínuos através da filamentação. Por exemplo, para um laser de fs com $\lambda_0 \sim 800$ nm, não é possível observar a geração de espectros supercontínuos em meios com $E_{gap} < 4,7$ eV (BRODEUR; CHIN, 1998, 1999).

Para exemplificar os valores típicos da P_{crit} , a partir do índice de refração linear (n_0) e não linear (n_2) da safira, sílica fundida e dissulfeto de carbono (CS_2), obtidos em (BOYD, 2008), as potências críticas calculadas através da expressão (A.2), em $\lambda_0 = 800$ nm, são: 1,88 MW, 1,87 MW e 0,0187 MW. E possuem as seguintes E_{gap} : 9,9 eV, 7,5 eV e 3,3 eV, respectivamente. Apesar do CS_2 possuir um n_2 aproximadamente 100 vezes maior que a safira e a sílica fundida, resultando em uma menor P_{crit} , sua baixa E_{gap} limita a I_{fil} em valores menores, de forma que não é possível observar a geração de supercontínuo a partir de um laser em 800 nm (BRODEUR; CHIN, 1998, 1999). Enquanto que a safira e a sílica fundida apresentam características ópticas similares, ocorrendo a geração de supercontínuo em ambos os meios e com comportamentos semelhantes.

É relevante mencionar que um outro fator limitante para a extensão espectral da geração de supercontínuo é a dispersão, onde materiais com altos parâmetros GVD promovem um abrupto alargamento temporal do pulso, diminuindo a sua intensidade de pico, e assim, limitando a geração de frequências via automodulação de fase temporal (KOLESIK et al., 2003).

Considerando um meio com $E_{gap} > 4,7$ eV, conforme o feixe filameta, além da automodulação de fase temporal gerar novas frequências, promovendo um forte alargamento espectral, o plasma gerado pelo processo MPI também contribui na geração de novas frequências azuis ($\lambda < \lambda_0$). Ao longo da filamentação, o índice de refração dependente da intensidade pode ser escrito como (BRODEUR; CHIN, 1998, 1999):

$$n(\mathbf{r}, t) \approx n_0 + n_2 I(\mathbf{r}, t) - \frac{2\pi e^2 N_e(\mathbf{r}, t)}{m_e \omega_0^2}. \quad (\text{A.4})$$

Considerando o mesmo procedimento realizado no capítulo 2, para o cálculo da frequência instantânea a partir de um pulso propagando ao longo de um meio não linear, com

comprimento L . A frequência angular instantânea adquire a seguinte forma (LIU et al., 2002; COUAIRO; MYSYROWICZ, 2007):

$$\omega_{inst} = \omega_0 - \frac{\omega_0 L n_2}{c} \frac{dI(r, t)}{dt} + \frac{2\pi L e^2}{c m_e \omega_0} \frac{dN_e(r, t)}{dt}. \quad (\text{A.5})$$

Uma vez que a densidade de elétrons cresce ao longo do perfil temporal do pulso (e o tempo de decaimento dos elétrons é lento em comparação com o tempo de duração do pulso), as frequências geradas via MPI sempre serão maiores que a frequência central do pulso, contribuindo juntamente com o efeito *self-steepening* para tornar o espectro do supercontínuo deslocado para o azul.

Para uma análise mais detalhada sobre a geração de supercontínuo através da filamentação, foi realizado um experimento com um amplificador Ti:Safira regenerativo, modelo *Legend Elite HE-USX (Coherent)*, no qual originalmente fornece pulsos banda larga ($\Delta\lambda_0 = 70$ nm) com energia até 4 mJ por pulso, taxa de repetição de 1 kHz, $\lambda_0 = 790$ nm e com tempo de duração em torno de 25 fs à meia altura.

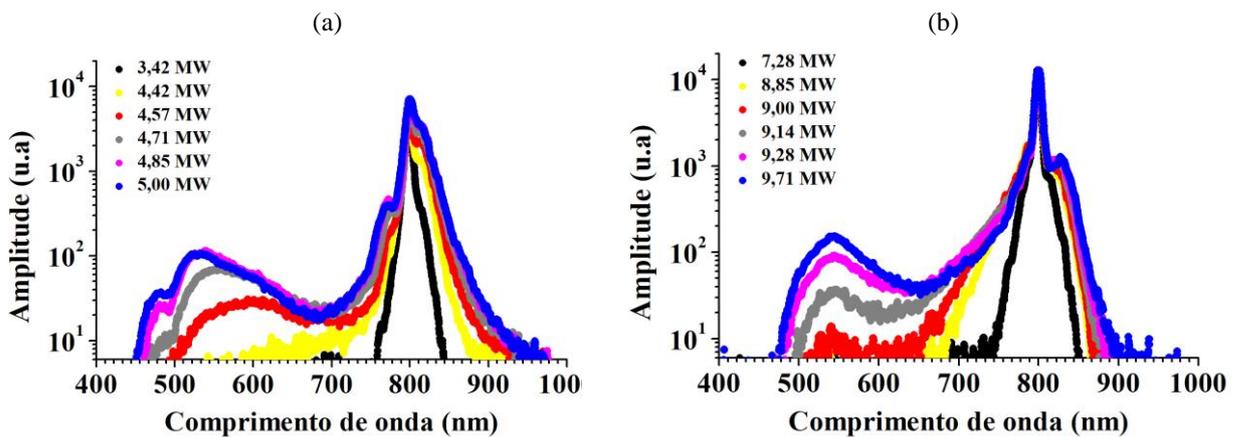
A partir desse sistema, foi realizada uma filtragem espectral para tornar o espectro do laser mais simétrico em relação ao comprimento central e, em seguida, focalizamos o feixe na amostra através de uma lente convergente. Desta forma, o filtro espectral reduziu a largura de banda do laser de 70 nm para 13 nm, e com $\lambda_0 = 800$ nm. Através do par de grades de difração do laser, o *chirp* temporal do pulso foi controlado para ser zero após a lente convergente. Portanto, assumindo que o pulso é temporalmente Gaussiano, estimamos que o tempo de duração à meia altura do pulso de entrada aumentou para ≈ 70 fs (limitado por transformada de Fourier).

A amostra considerada para o experimento foi um cristal de safira de espessura $L = 5$ mm, onde sua primeira face foi posicionada no foco da lente, em duas configurações de focalização diferentes. Na configuração (1), usamos uma lente convergente com foco $f_1 = 7,5$ cm e na configuração (2), usamos uma lente convergente com foco $f_2 = 15,0$ cm, correspondendo à feixes com cinturas iguais a $w_1 = 25$ μm e $w_2 = 50$ μm , respectivamente. Para f_1 , foi considerado potências de pico de entrada no intervalo entre $P_{0,1} = 2,85 - 6,28$ MW, equivalente ao intervalo de intensidades de pico entre $I_{0,1} = 0,29 - 0,64$ TW/cm². No caso de f_2 , foi considerado potências de pico de entrada no intervalo entre $P_{0,2} = 7,28 - 11,43$ MW, equivalente ao intervalo de intensidades de pico entre $I_{0,2} = 0,185 - 0,29$ TW/cm².

Observe que, em ambas configurações, todas as potências de pico de entrada consideradas são maiores que a potência crítica para ocorrer a autofocalização no cristal de safira ($P_0^{crit} = 1,88$ MW). Com respeito à intensidade crítica para a filimentação, considerando uma taxa de MPI de $W \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}\text{fs}^{-1}$, a partir da Fig. 59, temos que $I_{fil} \approx 5,5 \text{ TW/cm}^2$ para a safira.

Note que, em relação à configuração da focalização mais curta ($f_1 = 7,5$ cm), a cintura do feixe na entrada da safira por ser menor que o caso da configuração da focalização mais longa ($f_2 = 15,0$ cm), a manifestação da filimentação ocorre a partir de uma menor potência de pico (energia), uma vez que feixes com menores áreas transversais proporcionam maiores intensidades de pico. Portanto, após satisfazer primeira condição necessária para observar a autofocalização ($P_0 > P_{crit}$), a intensidade de pico do feixe tenderá a aumentar até alcançar I_{fil} .

Figura 60 - Espectro de saída da safira nas configurações: (a) $f_1 = 7,5$ cm; (b) $f_2 = 15,0$ cm.



Fonte: O autor (2023).

A partir das Figs. 60(a,b), podemos analisar os espectros de saída da safira em ambas configurações. Na Fig. 60(a), temos o caso $f_1 = 7,5$ cm, onde a manifestação da geração de supercontínuo (e da filimentação) foi observada a partir de uma potência de pico de entrada igual a 4,57 MW (curva vermelha), abrangendo de 500 nm a 950 nm. Aumentando a potência de entrada, podemos observar um alargamento suave na extensão do supercontínuo, onde, a partir de uma potência de pico de entrada igual 5,00 MW (curva azul), observamos uma saturação espectral, promovendo espectros abrangendo de 450 nm a 980 nm.

Considerando uma focalização mais longa (f_2), é necessário uma potência de pico de entrada mais elevada para obter o estado de filimentação e geração de supercontínuo. Como resultado, nesta configuração, o pulso de entrada possui um maior reservatório de energia, promovendo maiores comprimentos de filimentação. Isso é importante devido à dispersão

normal e à absorção do plasma, que diminuem a intensidade de pico do pulso ao longo de sua propagação. Portanto, assim que a região central do feixe começa a filimentar, suas bordas ainda estão experimentando o efeito de autofocalização, o que sustenta o estado de filimentação por distâncias mais longas (COUAIRON; MYSYROWICZ, 2007; LIU et al., 2005).

Neste caso, a manifestação da geração de supercontínuo ocorreu a partir de uma potência de pico de entrada igual a 9,00 MW [Fig. 60(b), curva vermelha], onde o espectro se estendeu por uma relevante faixa do visível até o infravermelho próximo, de 520 nm a 880 nm. No caso com maior potência de pico de entrada (9.71 MW), o espectro supercontínuo se estendeu de 460 nm a 940 nm.

Note que, no caso de f_1 , o feixe filimenta com um menor reservatório de energia, o que limita o comprimento de filimentação. Por isso, para que ocorra a filimentação na configuração (1), é necessário uma intensidade de pico de entrada mais elevada que os casos da configuração f_2 . As intensidades de pico de entrada correspondentes às potências de pico de entrada que promovem a manifestação da filimentação, são aproximadamente $I_{0,1} = 0,465$ TW/cm² e $I_{0,2} = 0,229$ TW/cm². Portanto, em comparação com as configurações de longas focalizações, nas configurações de curtas focalizações, o feixe filimenta e gera o supercontínuo em menores distâncias de propagação. Nas Tabelas 8(a,b), estão apresentados os dados das potências de pico, potências médias (medidas experimentalmente) e intensidade de pico de entrada para os casos f_1 e f_2 , respectivamente.

$$Z_M = \frac{0,367kw_0^2}{\left[(\sqrt{P/P_{crit}} - 0,852)^2 - 0,0219\right]^{1/2}}. \quad (\text{A.6})$$

Para estimar a distância de propagação do feixe necessária para ocorrer a manifestação da filimentação, calculamos as distâncias de Marburger (Z_M) através da expressão (A.6), que é o comprimento de propagação no qual o feixe entraria em colapso devido ao efeito catastrófico da autofocalização. É aproximadamente nessa distância de propagação que a filimentação deve começar a se manifestar (MARBURGER, 1975; BRODEUR; CHIN, 1999). As Figs. 61 (a,b) mostram as distâncias de Marburger em função da potência e intensidade de pico de entrada, respectivamente, para ambas configurações de focalização consideradas neste trabalho, f_1 e f_2 , correspondendo às cinturas do feixe na entrada da safira iguais a $w_{0,1} = 25$ μm e $w_{0,2} = 50$ μm.

Tabela 8 - Potências médias, potências de pico, intensidade de pico e a distância de Marburger para as configurações: (a) $f_1 = 7,5$ cm; (b) $f_2 = 15,0$ cm.

(a)

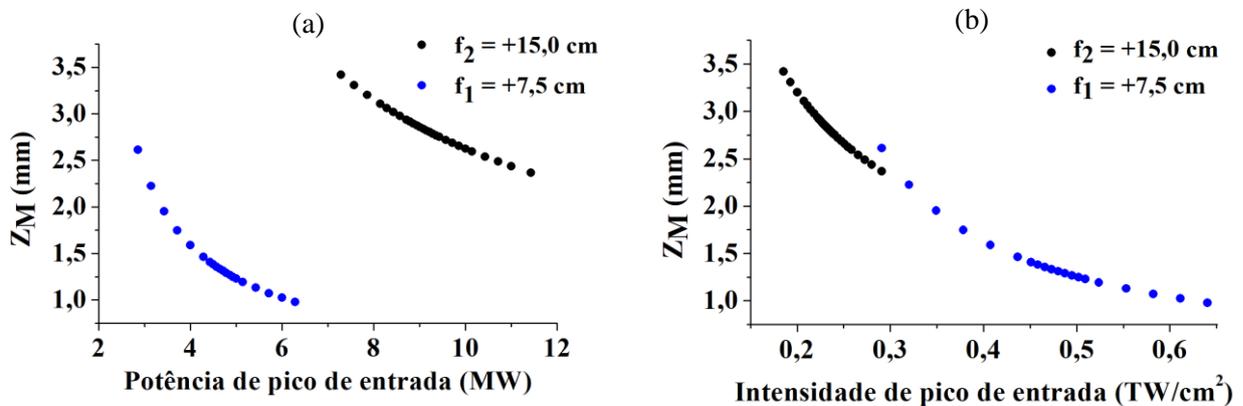
$P_{méd,1}$	$P_{0,1}$	$I_{0,1}$	$Z_{M,1}$
0,240 mW	3,42 MW	0,349 TW/cm ²	1,95 mm
0,310 mW	4,42 MW	0,451 TW/cm ²	1,41 mm
0,320 mW	4,57 MW	0,465 TW/cm ²	1,36 mm
0,330 mW	4,71 MW	0,480 TW/cm ²	1,31 mm
0,340 mW	4,85 MW	0,494 TW/cm ²	1,27 mm
0,350 mW	5,00 MW	0,509 TW/cm ²	1,23 mm

(b)

$P_{méd,2}$	$P_{0,2}$	$I_{0,2}$	$Z_{M,2}$
0,510 mW	7,28 MW	0,185 TW/cm ²	3,42 mm
0,620 mW	8,85 MW	0,225 TW/cm ²	2,89 mm
0,630 mW	9,00 MW	0,229 TW/cm ²	2,86 mm
0,640 mW	9,14 MW	0,232 TW/cm ²	2,82 mm
0,650 mW	9,28 MW	0,236 TW/cm ²	2,78 mm
0,670 mW	9,71 MW	0,243 TW/cm ²	2,72 mm

Fonte: O autor (2023).

Figura 61 - Distância de Marburger para as configurações $f_1 = 7,5$ cm (pontos azuis) e $f_2 = 15,0$ cm (pontos pretos) em função da: (a) Potência de pico de entrada; (b) Intensidade de pico de entrada.



Fonte: O autor (2023).

A partir do cálculo de Z_M [expressão (A.6)], podemos observar que no caso da focalização mais curta (f_1), embora essa configuração possua pulsos de entrada com menores potências de pico, suas altas intensidades de pico de entrada proporcionam menores valores de Z_M , indicando que o processo da filimentação é mais abrupto. Na Tabela 8(a,b) estão apresentados os valores de Z_M para os casos correspondentes aos espectros apresentados nas Figs. 60(a,b).

Desta forma, os valores de Z_M são úteis para estimar o tamanho do cristal a ser considerado em experimentos envolvendo a geração de supercontínuo através da filamentação. Para o caso f_1 , cristais de safira com espessura $L = 1,5$ mm são suficientes para observar tais efeitos, enquanto que para f_2 , em torno de $L = 3$ mm é suficiente para a observação dos fenômenos. Para observar a filamentação e geração de supercontínuo em cristais muito finos ($L \leq 1$ mm), é preciso considerar potências de pico muito elevadas, de forma que a intensidade de pico de entrada seja o mais próximo possível de I_{fil} , caso $I_0 > I_{fil}$, possivelmente será observado dano óptico (NGUYEN et al., 2003; ASHCOM et al., 2006).

Para estimar a relação entre os diâmetros dos filamentos das configurações (1) e (2), vimos que a manifestação da geração de supercontínuo ocorreu a partir de uma potência de pico de entrada igual a 9,00 MW ($I_{0,2} = 0,229$ TW/cm²) para o caso da focalização mais longa (f_2), enquanto que no caso da focalização mais curta (f_1), a manifestação da geração de supercontínuo ocorreu a partir de uma potência de pico com aproximadamente metade desse valor, 4,57 MW, porém com aproximadamente o dobro da intensidade de pico de entrada ($I_{0,1} = 0,465$ TW/cm²). Uma vez que, em ambas configurações, o feixe filamenta com $I_{fil} \approx 5,5$ TW/cm², considerando que os feixes possuem perfis transversais Gaussianos, os diâmetros dos filamentos se relacionam através das expressões:

$$I_{fil} = 2 \frac{P_{0,1}}{\pi w_{0,1}^2} = 2 \frac{P_{0,2}}{\pi w_{0,2}^2}, \quad (\text{A.7})$$

$$w_{0,2} = \sqrt{2} w_{0,1}. \quad (\text{A.8})$$

Onde foi considerado que $P_{0,2} \approx 2P_{0,1}$ no início da filamentação. Desta forma, o diâmetro do filamento para f_2 é $\sqrt{2}$ vezes maior que o caso f_1 , correspondendo a uma área transversal com o dobro de tamanho. A partir desta análise simplificada, podemos concluir que focalizações mais curtas promovem menores diâmetros da coluna de plasma (tamanho transversal), e assim, promovendo a geração de maiores densidades de plasma ao longo da filamentação. Esta análise está em concordância com (THÉBERGE et al., 2006).