



**UNIVERSIDADE  
FEDERAL  
DE PERNAMBUCO**



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Tecnologia e Geociências  
Departamento de Eletrônica e Sistemas



**Graduação em Engenharia Eletrônica**

**Matheus José Araujo Oliveira**

**Identificação e Validação do Subistema  
Eletromecânico do Sistema de Propulsão de um  
VANT**

Recife

2024

Matheus José Araujo Oliveira

**Identificação e Validação do Subistema  
Eletromecânico do Sistema de Propulsão de um  
VANT**

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica, do Departamento de Eletrônica e Sistemas, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

**Orientador(a):** Prof. Saulo Oliveira Dornellas Luiz, D.Sc.

Recife  
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Oliveira, Matheus José Araujo.

Identificação e validação do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de um vant / Matheus José Araujo Oliveira. - Recife, 2024.

66 p. : il., tab.

Orientador(a): Saulo Oliveira Dornellas Luiz

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Eletrônica - Bacharelado, 2024.

Inclui referências, apêndices.

1. VANTs. 2. Modelagem. 3. Projeto da entrada e excitação. 4. Identificação de sistema não-linear. 5. Validação de modelo. I. Oliveira Dornellas Luiz, Saulo. (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

Matheus José Araujo Oliveira

# Identificação e Validação do Subistema Eletromecânico do Sistema de Propulsão de um VANT

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica, do Departamento de Eletrônica e Sistemas, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Aprovado em: 26/06/2024

## Banca Examinadora

---

Prof. Saulo Oliveira Dornellas Luiz, D.Sc.  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Hermano Andrade Cabral, PhD  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Daniel de Filgueiras Gomes, D.Sc.  
Universidade Federal de Pernambuco

*A Deus, Mainha e Painho*

Que aproveitará a um homem  
ganhar todo o mundo, se vier a  
perder a sua alma?

---

Jesus Cristo (Mt XVI,26)

Resumo do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Eletrônica e Sistemas, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Eletrônica(Eng.)

## **Identificação e Validação do Subsistema Eletromecânico do Sistema de Propulsão de um VANT**

Matheus José Araujo Oliveira

Este trabalho apresenta um método para identificação e validação do modelo dinâmico do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT. Inicialmente, é apresentado um modelo dinâmico de primeiros princípios do sistema de propulsão de VANT. Uma plataforma experimental foi projetada e implementada para aquisição dos conjuntos de dados de identificação e validação. O fluxo padrão de identificação do sistema foi aplicado para o design do experimento, o conjunto de modelos candidatos e o critério de validação. O melhor modelo foi selecionado do conjunto e validado do ponto de vista de controle. Os resultados de identificação e validação mostram que o modelo de caixa branca de primeiros princípios: (i) concorda melhor com os dados experimentais do que o modelo de caixa preta proposto; (ii) captura o comportamento de entrada-saída; e (iii) representa o sistema com precisão suficiente para controle em malha fechada da velocidade do rotor.

Palavras-chave: VANTs, Modelagem, Projeto da entrada e excitação, Identificação de sistema não-linear, Validação de modelo.

Abstract of Course Conclusion Work, presented to Department of Electronic and Systems, as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor of Electronic Engineering(Eng.)

## **Identification and Validation of the Electromechanical Subsystem of the UAV Propulsion System**

Matheus José Araujo Oliveira

This work presents a method for the identification and validation of the dynamic model of the electromechanical subsystem of the UAV propulsion system. Initially, a first principles dynamic model of the UAV propulsion system is introduced. An experimental platform was designed and implemented to acquire the identification and validation datasets. The standard system identification loop was applied for the experiment design, the set of candidate models, and the validation criterion. The best model was selected from the set and validated from a control point of view. The identification and validation results show that the first principles white box model: (i) agrees better with the experimental data than the proposed black box model; (ii) captures the input-output behavior; and (iii) represents the system with sufficient accuracy for closed-loop control of the rotor speed.

**Keywords:** UAVs, Modeling, Input and excitation design, Nonlinear system identification, Model validation.

# Lista de Ilustrações

2.1	Diagrama elétrico representando a bateria, o ESC e o circuito elétrico trifásico da armadura; e o esquema representando o rotor e a hélice. . . . .	21
2.2	Diagrama elétrico representando o circuito elétrico de corrente contínua equivalente da armadura; e o diagrama de corpo livre representando o rotor e a hélice. . . . .	21
3.1	Diagrama representando as conexões entre os componentes da plataforma experimental. . . . .	25
3.2	Configuração do experimento. . . . .	26
5.1	Tensão de armadura $v_a(t)$ , para duas tensões da bateria $v_b$ , 9V e 11,1V: (a) identificação; (b) validação. . . . .	34
5.2	Velocidade do rotor $w_m(t)$ , para duas tensões de bateria $v_b$ , 9V e 11,1V: (a) identificação; (b) validação. . . . .	34
5.3	Função custo para o modelo de primeiros princípios $\mathcal{M}_{FP}$ e cada modelo ARX de $i$ -ésima ordem $\mathcal{M}_i$ , $i = 1, 2, 3, \dots, 10$ . . . . .	35
5.4	Dados experimentais de saída e previsões, para tensão da bateria $v_b = 11,1V$ : (a) identificação; (b) validação. . . . .	36
5.5	Estimativa da função de autocorrelação e limites de confiança para testar a independência entre: (a) resíduos; (b) resíduos e entradas passadas; (c) resíduos e o TOS $y(k-1)y(k-2)$ ; (d) resíduos e o TOS $y^2(k-2)$ ; (e) resíduos e o TOS $u^2(k-2)$ . . . . .	37

6.1	Método de identificação e validação do modelo dinâmico do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão do VANT. . . . .	38
A.1	Diagrama interno do motor síncrono utilizado, com 14 ímãs e 12 bobinas. . . . .	41
A.2	Diagrama interno do motor síncrono simplificado, com 4 ímãs e 3 bobinas. . . . .	42
A.3	Tempos de comutação das fases. . . . .	43
A.4	Esquemático elétrico trifásico do motor BLDC no tempo de comutação $t_1$ . . . . .	44
C.1	Diagrama da Fig. 3.1 destacando o sistema computacional. . . . .	50
C.2	ESC usado no experimento. . . . .	51
C.3	Esquemático interno da chave sensível de efeito hall 3144 usada no experimento, onde o pino 1 é a alimentação, o pino 2 é o terra e o pino 3 é a saída. . . . .	52
C.4	Chave sensível de efeito hall usada no experimento. . . . .	53
C.5	Plataforma BlackBoard UNO R3 com o microcontrolador ATmega328p usado no experimento. . . . .	54
D.1	Sinais de (a) entrada $v_a$ e (b) velocidade do rotor $\omega_m$ . . . . .	58
D.2	Parte do sinal capturado pelo osciloscópio. . . . .	59
D.3	Sinal interpretado pelo microcontrolador. . . . .	60
D.4	Sinal interpretado pelo microcontrolador, representação por duração de intervalos. . . . .	60
D.5	Diagrama auxiliar para a representação por duração de intervalos. . . . .	61
D.6	Simulação da amostragem de (a) $\Delta\tilde{t}$ e (b) velocidade do rotor pós-processado. . . . .	62

# Lista de Tabelas

5.1	Valores estimados dos parâmetros do modelo ARX de 2 <sup>a</sup> ordem. . . .	35
5.2	Valores estimados dos parâmetros do modelo de primeiros princípios.	35
A.1	Tensões das fases nos 6 tempos de comutação. . . . .	43

# Lista de Abreviações

ARX	..... <i>Autoregressive exogenous</i>
BLDC	..... <i>Brushless DC</i>
CC	..... <i>Corrente contínua</i>
DC	..... <i>Direct current</i>
ESC	..... <i>Electronic speed controller</i>
FPA	..... <i>Flower pollination algorithm</i>
FP	..... <i>First principles</i>
GPIO	..... <i>General purpose input/output</i>
HAL	..... <i>Hardware abstraction layer</i>
ISR	..... <i>Interrupt service routine</i>
LiPo	..... <i>Polímero de lítio</i>
NARX	..... <i>Nonlinear autoregressive exogenous</i>
PWM	..... <i>Pulse width modulation</i>
TOS	..... <i>Termo de ordem superior</i>
UAV	..... <i>Unmanned Aerial Vehicle</i>
UART	<i>Universal asynchronous serial receiver and transmitter</i>
$\mu$ C	..... <i>Microcontrolador</i>
VANT	..... <i>Veículo Aéreo Não Tripulado</i>

# Lista de Símbolos

$A$	.....	Ampère
$\Delta q$	.....	<i>quanta</i>
$e_a$	. Tensão da força contra eletromotriz	
$\varepsilon(t)$	.....	Resíduos do modelo
$F$	.....	Coefficiente de atrito viscoso
Hz	.....	Hertz
$i_a$	.....	Corrente de armadura
$i_b$	.....	Corrente da bateria
$J$	Inércia combinada do rotor e da hélice	
$K_i$	.....	Constante de torque
$K_Q$	.....	Coefficiente de arrasto
$K_\omega$	.....	Constante elétrica
$L_a$	Indutância de armadura (monofásica)	
$L_Y$	. Indutância de armadura (trifásica)	
MHz	.....	Mega hertz
ms	.....	milissegundo
$\mu s$	.....	microsegundo
$R_a$	. Resistência de armadura equivalente	
$R_Y$	... Resistência de armadura de fase	
s	.....	Segundo
$T$	.....	Torque
$u(t)$	.....	Entrada do modelo
V	.....	Volt
$v_a$	.....	Tensão de armadura
$v_b$	.....	Tensão da bateria
$\omega_m$	.....	Velocidade do rotor
$y(t)$	.....	saída do modelo

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
1.1	Justificativa . . . . .	17
1.2	Objetivo Geral . . . . .	18
1.2.1	Objetivos específicos . . . . .	18
1.3	Organização do TCC . . . . .	18
<b>2</b>	<b>O Subsistema Eletromecânico</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>Identificação</b>	<b>23</b>
3.1	Projeto do Experimento . . . . .	23
3.2	Conjunto de Modelos Candidatos . . . . .	27
3.3	Estimação de parâmetros dos Modelos Candidatos . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Validação</b>	<b>30</b>
<b>5</b>	<b>Resultados experimentais</b>	<b>33</b>
5.1	Resultados da identificação . . . . .	33
5.2	Resultados da validação . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>38</b>
6.1	Conclusão . . . . .	39
6.2	Dificuldades Encontradas . . . . .	39
6.3	Trabalhos Futuros . . . . .	40

<b>A</b>	<b>Sobre o modelo do motor BLDC</b>	<b>41</b>
A.1	Funcionamento do motor . . . . .	42
A.1.1	Acionamento do motor . . . . .	42
A.2	Modelo de corrente contínua do motor BLDC . . . . .	43
<b>Apêndices</b>		<b>41</b>
<b>B</b>	<b>Desenvolvimento das equações</b>	<b>47</b>
B.1	Passos de (2.1) e (2.2) à (2.3) . . . . .	47
B.2	Passos de (2.4), (2.3), (3.2) e (3.3) à (3.4) . . . . .	48
<b>C</b>	<b>Subsistemas da plataforma experimental</b>	<b>50</b>
C.1	ESC . . . . .	51
C.2	Chave sensível de efeito hall . . . . .	52
C.3	Microcontrolador . . . . .	53
C.3.1	Tempo geral . . . . .	54
C.3.2	Captura do sinal da chave sensível . . . . .	54
C.3.3	Comunicação com o computador . . . . .	55
C.3.4	Geração do sinal PWM para o ESC . . . . .	55
C.3.5	Amostragem do sinal de velocidade . . . . .	55
<b>D</b>	<b>Investigação do ruído</b>	<b>57</b>
D.1	Investigação do ruído a partir do sinal adquirido por meio do microcontrolador . . . . .	57
D.2	Investigação do ruído a partir do sinal adquirido por meio do osciloscópio . . . . .	59
<b>Referências</b>		<b>63</b>

# Capítulo 1

## Introdução

VÉÍCULOS aéreos não tripulados (VANTs) são robôs voadores aplicados tanto em domínios civis como militares (Corke, 2017). O sistema de propulsão de um VANT de asa rotativa puramente elétrico é composto pela fonte de energia, normalmente uma bateria de polímero de lítio (LiPo), um controlador eletrônico de velocidade (ESC) e hélices acionadas por motores síncronos (Zhang et al., 2022). Neste trabalho o conjunto ESC e motor síncrono é denominado motor de corrente contínua sem escovas (do inglês, *brushless direct current motor* (BLDC)). Tal sistema de propulsão exerce impulsos e torques na fuselagem do VANT, causando assim acelerações translacionais e rotacionais.

Existem diversos trabalhos sobre como identificar um modelo para este sistema, dentre eles destacam-se:

(Podhradský et al., 2014), que apresentam um modelo dinâmico da bateria LiPo, do ESC e da dinâmica elétrica do motor síncrono, porém não estimam os parâmetros de tal modelo dinâmico. Em vez disso, eles identificaram uma aproximação linear por partes estática do empuxo produzido em função do estado de carga da bateria.

(Jin et al., 2014), que propõem um método para identificar um modelo da série Hammerstein de um motor BLDC. Esses autores não apresentaram quais núcleos de Hammerstein foram selecionados para o modelo BLDC. Além disso, a estrutura do modelo da série Hammerstein limita a sua utilidade para o projeto do sistema de controle.

(Xiang et al., 2015), que apresentam um procedimento para identificação do modelo de motor BLDC. Eles combinaram técnicas de identificação no domínio da frequência, o método de aproximação de mínimos quadrados e um observador de perturbações. O conjunto de dados é composto pela tensão de armadura, velocidade do rotor e corrente de armadura. Esses autores não investigaram os efeitos de uma fonte de energia variável, como a bateria LiPo, nem da carga, como uma hélice. Eles mediram a velocidade do rotor por meio de um codificador rotativo, o que pode adicionar arrasto à dinâmica do rotor. Esses autores não aplicaram um critério quantitativo para validação do modelo e perceberam dinâmicas não modeladas no modelo.

(Fernandes da Silva et al., 2016), que apresentam um modelo de função de transferência do motor BLDC e uma plataforma experimental para estimativa de seus parâmetros. Mas não apresentaram os métodos empregados para estimar os parâmetros do modelo.

(Khluabwannarat et al., 2018), que propõem uma estimativa de parâmetros do modelo de ordem fracionária do motor BLDC por meio do algoritmo de polinização de flores (FPA). Esses autores não forneceram evidências físicas de por que um modelo de ordem fracionária deveria ser adotado em vez do modelo padrão de ordem inteira para o motor BLDC; e de fato eles também consideraram que tanto os modelos de ordem inteira quanto os de ordem fracionária mostram uma concordância muito boa com os conjuntos de dados de identificação e validação.

(Jimenez-Gonzalez et al., 2021), que apresentam um método para estimar os parâmetros de um modelo BLDC de caixa branca. Primeiro, os parâmetros elétricos foram estimados por testes padrão sem carga e CC. Os parâmetros mecânicos foram estimados pelo algoritmo de mínimos quadrados recursivo. Os dados experimentais adquiridos para estimativa dos parâmetros mecânicos foram compostos pelo torque elétrico e velocidade do rotor. Devido às limitações da configuração experimental, o sinal de entrada para o torque elétrico foi um sinal constante por partes que produz transientes na velocidade do rotor, mas tal sinal não excita todos os modos

do sistema.

(Majdoubi et al., 2021), que estimam os parâmetros do modelo BLDC aplicando primeiro princípios físicos para estimar cada quantidade física do modelo; e segundo, aplicar um método de estimativa online de circuito fechado baseado no algoritmo de mínimos quadrados recursivo ponderado. Esses autores concluíram que o erro entre os respectivos parâmetros estimados por ambos os métodos é insignificante.

(Theys e De Schutter, 2021), que fornecem evidências experimentais de que a eficiência do ESC não é 100%. Concluíram portanto, que as perdas devidas ao ESC não podem ser ignoradas. Esses autores modelaram tais perdas como uma resistência de armadura aumentando linearmente com a tensão da bateria, e uma corrente de armadura diminuindo linearmente com a tensão da bateria. Em seguida, eles propuseram um modelo BLDC de estado estacionário e estimaram os parâmetros do modelo por meio de mínimos quadrados ponderados.

(Løw-Hansen et al., 2023), que modelam os efeitos não lineares do ESC e estimam os parâmetros de um modelo de estado estacionário do sistema de propulsão de VANT em condições de gelo por meio de regressão de mínimos quadrados, usando a solução de decomposição de valor singular reduzido em alguns casos.

Neste trabalho propõe-se um método para identificação e validação do modelo dinâmico do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT.

## 1.1 Justificativa

Por meio de um alocador de controle, o sistema de controle de voo do VANT normalmente converte a entrada de pseudo-controle (comandos de aceleração translacional e rotacional desejados) na entrada de controle real do sistema de propulsão (velocidades desejadas do rotor).

Com isso, o modelo do sistema de propulsão é essencial para o projeto do sistema de controle do veículo, especialmente nos domínios de Alocação de Controle Dinâmico (Härkegård, 2003), Alocação de controle preditivo de modelo (Chatrath, 2019) e Alocação de controle ideal (Bezerra e Santos, 2022).

Nesse contexto, este trabalho justifica-se pelas seguintes contribuições: (i) um modelo dinâmico de primeiros princípios, orientado ao controle, composto pelos modelos do ESC, motor síncrono e hélice; (ii) um método para projetar experimentos em malha aberta “suficientemente informativos” para identificação do modelo do subsistema eletromecânico; e (iii) um método para validação do modelo.

Parte deste trabalho foi submetido ao XXV Congresso Brasileiro de Automática como o artigo de título *Identification and Validation of the Electromechanical Subsystem of the UAV Propulsion System*, que está em fase de avaliação.

## 1.2 Objetivo Geral

Este trabalho tem com objetivo geral propor um método reproduzível para identificação e validação de um modelo orientado ao controle para o subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de um VANT.

### 1.2.1 Objetivos específicos

- Propor um modelo simplificado para o subsistema eletromecânico a partir de primeiros princípios.
- Construir uma plataforma de experimento suficientemente informativo (Ljung, 1999).
- Explorar modelos caixa preta para identificação de um sistema não-linear.
- Explorar métodos estatísticos para validação de modelos não-lineares.

## 1.3 Organização do TCC

O conteúdo deste TCC está dividido em seis capítulos e quatro apêndices. As referências encontram-se nas páginas finais. A seguir, um resumo dos capítulos seguintes do TCC.

**Capítulo 2** apresenta o modelo dinâmico do subsistema eletromecânico, composto de um ESC, um motor síncrono e uma hélice.

**Capítulo 3** propõe os materiais e métodos para identificação do modelo do sistema de propulsão baseado no fluxo padrão de identificação de sistema descrito por (Ljung, 1999).

**Capítulo 4** propõe os materiais e métodos para validação dos modelos identificados, o último passo do fluxo padrão de identificação de sistema descrito por (Ljung, 1999).

**Capítulo 5** apresenta os resultados da identificação e validação do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT.

**Capítulo 6** apresenta a conclusão, dificuldades e trabalhos futuros.

**Apêndice A** demonstra a simplificação do modelo trifásico do motor síncrono em um modelo monofásico.

**Apêndice B** apresenta o desenvolvimento das equações omitidas no texto principal.

**Apêndice C** descreve o sistema computacional do experimento desenvolvido.

**Apêndice D** suscita a investigação do ruído no sinal usado para aferir a velocidade do motor.

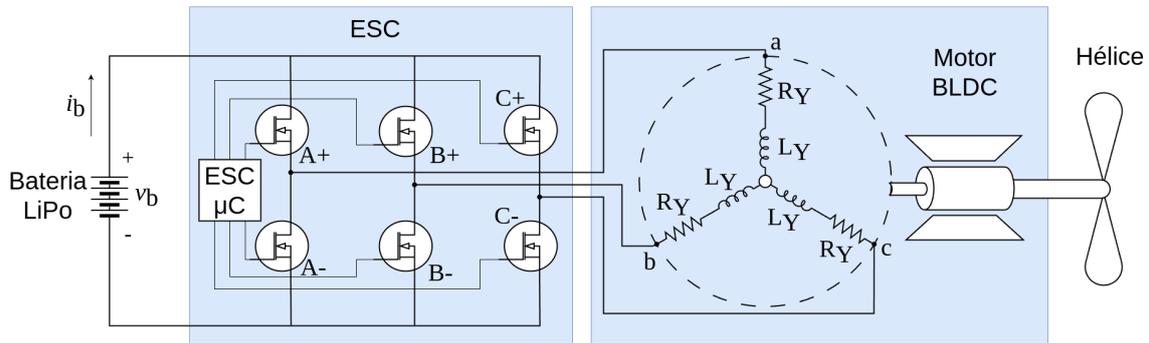
## Capítulo 2

# O Subsistema Eletromecânico

**N**ESTE capítulo é apresentado o modelo dinâmico do subsistema eletromecânico, composto de um ESC, um motor síncrono e uma hélice. Como mostrado na Figura 2.1, a bateria LiPo alimenta o ESC, o qual comuta as fases do motor síncrono, chaveando os seis MOSFETs, de acordo com um sinal modulado por largura de pulso (PWM) (não ilustrado). Os MOSFETs com sinal positivo (+) representam a fase a qual a corrente entra no motor, e os com sinal negativo (−), a fase a qual a corrente sai. Um motor síncrono é uma máquina trifásica cuja parte elétrica é modelada neste trabalho com uma conexão  $Y$ , em que cada fase é composta por uma associação em série de um resistor  $R_Y$  e um indutor  $L_Y$ ; e a parte mecânica é modelada com um rotor apoiado por um mancal. O estator é composto pela conexão em  $Y$  e no rotor estão instalados os ímãs permanentes. O motor síncrono move a hélice, o qual produz empuxo e torque, o último devido ao arrasto aerodinâmico.

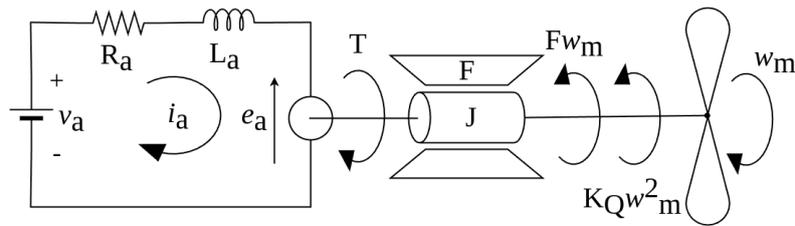
O modelo do motor BLDC pode ser aproximado pela composição dos modelos de um circuito elétrico de corrente contínua equivalente para a armadura e do diagrama de corpo livre do rotor e hélice (Løw-Hansen et al., 2023), conforme mostrado na Figura 2.2. A demonstração analítica desta equivalência é apresentada no Apêndice A. O modelo dinâmico da corrente de armadura  $i_a(t)$  é representado em (2.1), onde  $v_a$  é a tensão de armadura,  $R_a$  é a resistência de armadura,  $L_a$  é a indutância de armadura,  $e_a(t) = K_\omega \omega_m(t)$  é a tensão da força contra eletromotriz,  $K_\omega$  é a constante elétrica e  $\omega_m(t)$  é a velocidade do rotor.

**Figura 2.1:** Diagrama elétrico representando a bateria, o ESC e o circuito elétrico trifásico da armadura; e o esquema representando o rotor e a hélice.



Fonte: O autor.

**Figura 2.2:** Diagrama elétrico representando o circuito elétrico de corrente contínua equivalente da armadura; e o diagrama de corpo livre representando o rotor e a hélice.



Fonte: O autor.

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e_a(t) \quad (2.1)$$

O modelo dinâmico da velocidade do rotor  $\omega_m$  é representado em (2.2), onde  $J$  é a inércia combinada do rotor e da hélice,  $T(t) = K_i i_a(t)$  é o torque do motor,  $K_i$  é a constante de torque,  $F$  é o coeficiente de atrito viscoso e  $K_Q$  é o coeficiente de arrasto.

$$J \frac{d}{dt} \omega_m(t) = T(t) - F \omega_m(t) - K_Q \omega_m^2(t) \quad (2.2)$$

Das equações (2.1) e (2.2), fazendo as devidas substituições pelos passos descritos no Apêndice B, chega-se à dinâmica da velocidade do rotor apresentada abaixo.

$$\frac{d^2\omega_m}{dt^2} = -\alpha_1 \frac{d\omega_m}{dt} - \alpha_2\omega_m - \alpha_3\omega_m \frac{d\omega_m}{dt} - \alpha_4\omega_m^2 + \beta_1 v_a, \quad (2.3)$$

onde  $\alpha_1 = F/J + R_a/L_a$ ,  $\alpha_2 = (FR_a + K_w K_i)/JL_a$ ,  $\alpha_3 = 2K_Q/J$ ,  $\alpha_4 = K_Q R_a/JL_a$  e  $\beta_1 = K_i/JL_a$ .

Neste trabalho, foi utilizado o modelo não linear do ESC apresentado por (Løw-Hansen et al., 2023), o qual foi baseado em medições da fonte de tensão na entrada do ESC e das tensões das fases do motor. Considerando o circuito elétrico de corrente contínua equivalente da armadura, a entrada do ESC é a tensão da bateria  $v_b$ , e sua saída é a tensão da armadura

$$v_a(t) = \mathcal{T}(D(t)) v_b(t), \quad (2.4)$$

onde  $D(t) \in [0, 1]$  é o ciclo de trabalho PWM normalizado e  $\mathcal{T}(D(t))$  é a função de transmissão do ESC, dado por:

$$\mathcal{T}(x) = p_2 x^2 + p_1 x + p_0. \quad (2.5)$$

Até onde foi tomado conhecimento, a literatura atual ainda carece da identificação e validação do modelo dinâmico do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT incluindo o modelo não linear do ESC, que é apresentado no capítulo seguinte.

# Capítulo 3

## Identificação

**N**ESTE capítulo são propostos os materiais e métodos para identificação do modelo do sistema de propulsão baseado no fluxo padrão de identificação de sistema descrito por (Ljung, 1999), composto por: um experimento para adquirir os dados de identificação e validação (Seção 3.1), um conjunto de modelos candidatos (Seção 3.2) e um critério de ajuste para escolher um modelo considerando uma determinada métrica (Seção 3.3).

No próximo capítulo é descrito o processo de validação para avaliar a utilidade do modelo escolhido.

### 3.1 Projeto do Experimento

O modelo de primeiros princípios (2.4) e (2.3) do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão do VANT é não-linear e de 2ª ordem. Considerou-se que pode haver dinâmicas não modeladas na plataforma experimental. Portanto, além de estimar os parâmetros do modelo de primeiros princípios, também foram estimados os parâmetros dos modelos lineares de entrada exógena autorregressiva (ARX) de 1ª a 10ª ordem (Ljung, 1999). Em cada modelo ARX, o número de parâmetros dos polinômios no numerador e no denominador são ambos iguais a  $N_d$ , onde  $N_d$  é a ordem do modelo. Portanto, para realizar experimentos em malha aberta “suficientemente informativos”, a entrada deve ser persistentemente excitante de ordem  $2N_d$ . Uma

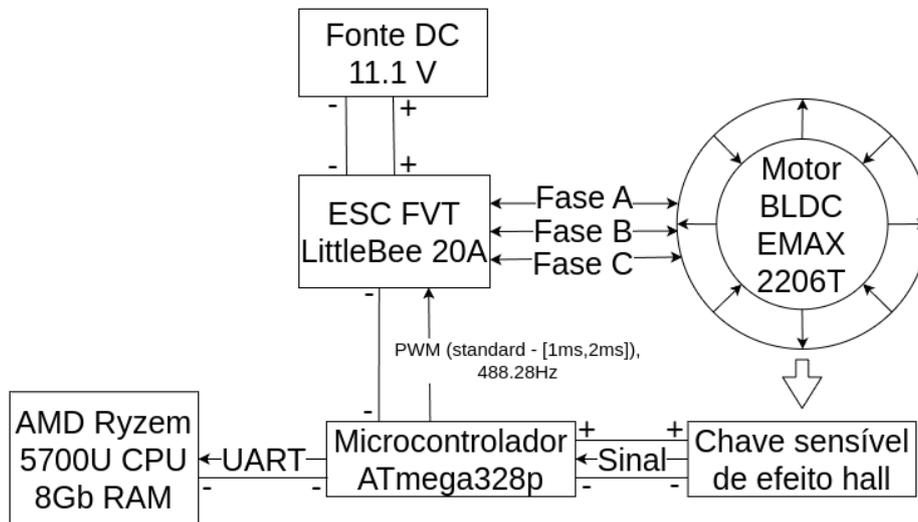
entrada composta por  $N_d$  diferentes senoides é suficiente para a identificação de um sistema de  $N_d$ -ésima ordem (Ljung, 1999). Para os experimentos em malha aberta apresentados neste trabalho, foram aplicados à entrada multi-senos composta por 10 senoides, com a *fase de Schroeder* para controlar o fator de crista (Pintelon e Schoukens, 2012). Para determinar as frequências mínimas e máximas da entrada multi-senos, foi estimada a frequência natural do sistema medindo o tempo de subida  $t_r$  da resposta ao degrau do sistema, estimando a frequência natural  $\omega_n$  como  $1,8/t_r$ , e finalmente determinando a frequência mínima como  $\omega_n/10$  e a frequência máxima como  $\omega_n$ , ou seja, foi escolhido o intervalo de frequências representativo da banda passante do sistema. Neste trabalho, o sinal do ciclo de trabalho  $D(t)$  é a entrada multi-senos representada em (3.1), onde  $O$  é um *offset*,  $G$  é o ganho,  $N_s$  é o número de senoides ( $N_s = 10$  para a identificação e  $N_s = 11$  para a validação),  $\bar{\omega} = \omega_n$  e  $\underline{\omega} = \omega_n/10$  são respectivamente as frequências máxima e mínima.

$$D(t) = O + G \sum_{k=0}^{N_s-1} \cos\left[\left(\underline{\omega} + \frac{k(\bar{\omega} - \underline{\omega})}{N_s}\right)t - k(k+1)\frac{\pi}{N_s}\right] \quad (3.1)$$

A plataforma experimental de identificação e validação está representada nas Figuras 3.1 e 3.2. A tensão de circuito aberto da bateria diminui durante a descarga. Para realizar experimentos controlados para uma determinada tensão de bateria, foi substituída a bateria LiPo pela fonte de alimentação CC de bancada Hikari HF3205, que alimenta o Favorite LittleBee 20A ESC. O ESC aciona as três fases do motor síncrono Emax MT2206 Coler série II, composto por 12 bobinas colocadas no estator interno e 14 ímãs permanentes colocados no rotor externo, que aciona uma hélice 4045BN de 4 polegadas (não representada na Fig. 3.1). A chave sensível de efeito Hall 3144 foi colocada a 1,5 mm do rotor Emax. O microcontrolador Atmega328p alimenta a chave de efeito Hall e processa seu sinal de saída. Tal microcontrolador comanda a entrada multi-senos (3.1) para o ESC por meio de um sinal PWM. Um laptop com CPU AMD Ryzen 5700U 4,3 GHz e 8 GB de RAM foi aplicado como computador de desenvolvimento para aquisição de dados, identificação e validação de modelo. O firmware do microcontrolador desenvolvido para aquisição de dados e os

notebooks Python desenvolvidos para processamento de dados foram armazenados em um repositório público<sup>1</sup>.

**Figura 3.1:** Diagrama representando as conexões entre os componentes da plataforma experimental.

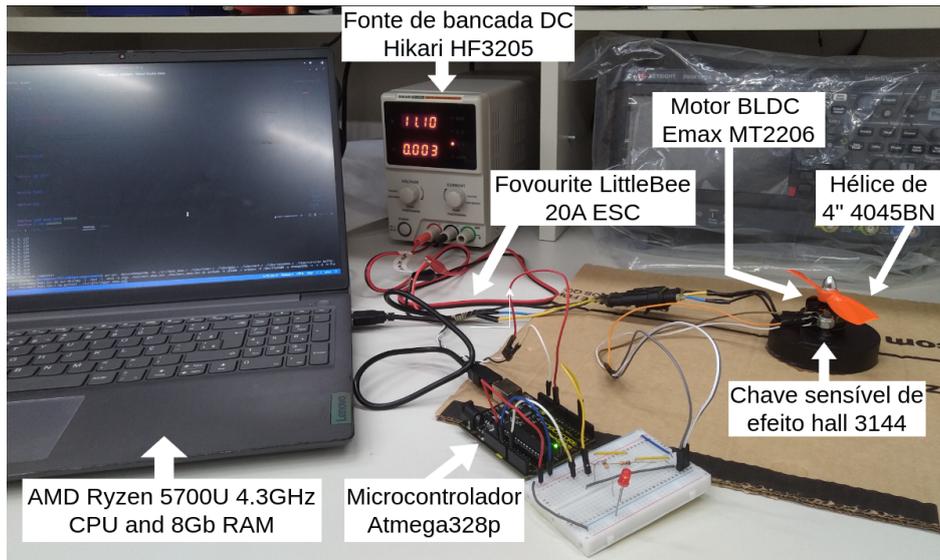


Fonte: O autor.

Para medir a velocidade do rotor, a chave sensível de efeito Hall 3144 foi colocada a 1,5 mm do rotor Emax, onde a chave é capaz de medir a inversão da polarização do campo magnético causada pelos ímãs permanentes giratórios. A saída da chave é uma onda quadrada assumindo valores em  $[0V, 5V]$ . A saída muda para 0V quando o campo magnético no elemento hall excede o limite do ponto de operação. A saída muda para 5V quando o campo magnético é reduzido para um valor menor que o limite do ponto de liberação. Foi programada uma *Rotina de Serviço de Interrupção* (ISR) no microcontrolador para medir o intervalo de tempo  $\Delta t$  entre duas transições consecutivas da saída da chave, que corresponde a um ângulo de rotação  $\Delta\theta = 2\pi/7$  rad, ou seja, o ângulo entre dois ímãs. A velocidade do rotor é então estimada como  $w_m(t) \approx \Delta\theta/\Delta t$ . Foi decidido usar duas transições consecutivas da saída da chave porque ela tem um leve efeito de histerese na chave sensível de efeito Hall. Conduziu-se uma investigação rigorosa sobre as fontes de ruído de medição e foi

<sup>1</sup>Oliveira, Matheus. **identification-validation-propulsion**. Disponível em: <https://github.com/Matheus3483/identification-validation-propulsion> (acessado em 30 de Maio de 2024).

**Figura 3.2:** Configuração do experimento.



Fonte: O autor.

concluído que as medições de saída estão principalmente contaminadas por ruído de quantização. Esta investigação encontra-se no Apêndice D

Cada conjunto de dados é composto pelo ciclo de trabalho  $u(t) = D(t)$ , e pela velocidade do rotor,  $y(t) = w_m(t)$ . Os conjuntos de dados de identificação e validação foram particionados de acordo com a entrada multi-senos representada em (3.1), que foi composta por  $N_s = 10$  senoides para identificação e  $N_s = 11$  senoides para validação. Em ambos os casos, para que o ciclo de trabalho assumia valores representativos no maior intervalo possível de variação, ou seja, assumindo valores próximos de seus limites inferior e superior, o deslocamento  $O = 187$  e o ganho  $G = 12$ . A tensão de entrada  $v_b(t)$  era uma tensão constante regulada pela fonte de alimentação CC de bancada Hikari HF3205, ou seja, em cada experimento, a tensão de armadura  $v_a(t) = \mathcal{T}(D(t))v_b(t)$ . Foram realizados quatro experimentos para coleta de conjuntos de dados de identificação e validação. Em cada experimento, a tensão constante  $v_b(t)$  assumiu um valor no conjunto  $\{9,0V, 9,7V, 10,4V, 11,1V\}$ . Tais experimentos foram projetados para investigar se o modelo dinâmico do sistema de propulsão é função da tensão da bateria. Os valores mínimo e máximo 9 V e 11,1 V representam respectivamente as tensões de circuito aberto de uma bateria LiPo

3S totalmente descarregada e totalmente carregada.

Mediu-se o tempo de subida  $t_r = 0,758$  s da resposta ao degrau do sistema, onde a magnitude do degrau foi de 11,1 V. A frequência natural estimada  $\omega_n = 2,375$  rad/s. De (Åström e Wittenmark, 1997) sabe-se que um período de amostragem muito longo torna-se impossível construir um sinal contínuo e um período muito pequeno aumenta bastante o processamento de dados no controlador. Assim, é possível escolher um valor para o período de amostragem pertencente ao intervalo  $[t_r/10, t_r/4]$ . Escolheu-se o período de amostragem  $h = 0,1024$  s.

Mais detalhes sobre a implementação do software do sistema computacional, sensores e atuadores utilizados no experimento encontra-se no Apêndice C.

## 3.2 Conjunto de Modelos Candidatos

Neste trabalho, o conjunto de modelos é composto por modelos de caixa cinza e preta. O modelo de caixa cinza NARX (Ljung, 1999) foi construído a partir de *primeiros princípios* (FP) (2.4) e (2.3), e representado em tempo discreto aproximando as derivadas com aproximação por diferença para frente (método das diferenças finitas *forward Euler*), ou seja, aplicando (3.2) e (3.3), onde  $k \in \mathbb{Z}$  e  $h$  é o período de amostragem.

$$\left. \frac{df(t)}{dt} \right|_{t=kh} \approx \frac{f((k+1)h) - f(kh)}{h} \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right|_{t=kh} \approx \frac{f((k+2)h) - 2f((k+1)h) + f(kh)}{h^2} \quad (3.3)$$

Sejam  $y(k) = w_m(kh)$  e  $u(k) = D(kh)$  respectivamente a saída e a entrada do sistema. Os passos de (2.4), (2.3), (3.2) e (3.3) para a determinação do modelo de primeiros princípios em tempo discreto (3.4) são descritos no Apêndice B.

$$\begin{aligned}
y(k) = & -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - a_3y(k-2)y(k-1) - a_4y^2(k-2) \\
& + c_0v_b(k-2) + c_1u(k-2)v_b(k-2) + c_2u^2(k-2)v_b(k-2), \quad (3.4)
\end{aligned}$$

onde  $a_1 = \alpha_1h - 2$ ,  $a_2 = 1 - \alpha_1h + \alpha_2h^2$ ,  $a_3 = \alpha_3h$ ,  $a_4 = \alpha_4h^2 - \alpha_3h$ ,  $b_1 = \beta_1h^2$ , e  $c_i = \beta_1p_i$ ,  $i = 0,1,2$ .

Os modelos de caixa preta são modelos lineares ARX  $A(q)y(k) = B(q)v_b(k)u(k) + e(k)$ , onde os polinômios  $A(q) = 1 + \sum_{j=1}^{N_d} a_jq^{-j}$  e  $B(q) = \sum_{j=1}^{N_d} b_jq^{-j}$ , nos quais  $q$  é o operador deslocamento avanço e os números de parâmetros são ambos iguais a  $N_d \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ,  $y(k) = w_m(kh)$  é a saída,  $u(k) = D(kh)$  é a entrada e  $e(k)$  é o resíduo do modelo. Nestes modelos é desprezado o conhecimento *a priori* sobre as não linearidades do ESC (Løw-Hansen et al., 2023).

### 3.3 Estimação de parâmetros dos Modelos Candidatos

Os parâmetros dos modelos foram estimados pelo método dos mínimos quadrados (Ljung, 1999). A função custo a ser minimizada é

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k|\theta))^2, \quad (3.5)$$

onde  $\theta$  é o vetor de parâmetros,  $N$  é a duração da série temporal de cada experimento,  $Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\}$  é o conjunto de dados do experimento,  $\hat{y}(k|\theta) = \varphi^T(k)\theta$  é a saída prevista no tempo  $kh$ ,  $\varphi^T(k)$  é o vetor de regressores no tempo  $kh$ .

Para o modelo de primeiros princípios (3.4), o vetor de parâmetros é  $\theta = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & c_0 & c_1 & c_2 \end{bmatrix}^T$  e o vetor de regressores é

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ -y(k-2) \\ -y(k-2)y(k-1) \\ -y^2(k-2) \\ 1 \\ D(k-2) \\ D^2(k-2) \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Para os modelos ARX, o vetor de parâmetros é  $\theta = [a_1 \ \dots \ a_{N_d} \ b_1 \ \dots \ b_{N_d}]^T$  e o vetor de regressores é

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-N_d) \\ u_B(k-1) \\ \vdots \\ u_B(k-N_d) \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

# Capítulo 4

## Validação

NESTE capítulo são propostos os materiais e métodos para validação dos modelos identificados, o último passo do fluxo padrão de identificação de sistema descrito por (Ljung, 1999), a fim de avaliar a utilidade do modelo escolhido.

Modelar um sistema pode ser útil para prever seu comportamento, dada uma determinada entrada. Geralmente existem muitos modelos possíveis, e as principais questões que o engenheiro precisa estar atento são: (*i*) se o modelo escolhido está de acordo com os dados, e (*ii*) se descreve o sistema com precisão suficiente para o propósito pretendido (Ljung, 1999). Para determinar se o modelo selecionado do conjunto de modelos descrito neste trabalho responde a tais questões, realizou-se uma técnica de validação de modelo, a saber, análise residual. Os resíduos são os erros observados nas estimativas do modelo em relação à saída real de um sistema (Ljung, 1999):

$$\epsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k|\hat{\theta}_N). \quad (4.1)$$

Utilizando os resíduos em (4.1), a análise residual irá por em teste a sua bran- cura. Idealmente, os modelos lineares devem fornecer resíduos independentes e in- dependência entre resíduos e dados passados, isto é, a correlação entre eles, entre eles e as entradas passadas devem ser da forma (Haynes e Billings, 1994):

$$\phi_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) = \delta(\tau) \quad (4.2)$$

$$\phi_{\varepsilon u}(\tau) = 0 \quad \forall \tau. \quad (4.3)$$

Mas tais condições são insuficientes para modelos não lineares, que também deveriam fornecer independência entre os termos de ordem superior (TOS), da seguinte forma (Haynes e Billings, 1994) e (Leontaritis e Billings, 1987):

$$\phi_{\varepsilon x}(\tau) = 0 \quad \forall \tau, x \in \mathcal{S}, \quad (4.4)$$

onde  $\mathcal{S}$  é o conjunto de termos de ordem superior.

Existem distribuições de probabilidade conhecidas para algumas estatísticas de teste envolvendo as estimativas dessas correlações (Aguirre et al., 1998). Assim, pode-se testar se os valores alcançados das estimativas de correlação estão acima de um determinado nível de significância, o que levaria à rejeição da independência.

A correlação estimada entre as variáveis  $z$  e  $w$  é

$$\hat{\phi}_{zw}^N(\tau) = \frac{\hat{R}_{zw}^N(\tau)}{\sqrt{\hat{R}_{zz}^N(0)\hat{R}_{ww}^N(0)}}, \quad (4.5)$$

onde  $\hat{R}_{zw}^N(\tau)$  é a covariância estimada entre as variáveis  $z$  e  $w$ , que é da forma:

$$\hat{R}_{zw}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [z(k) - \bar{z}] [w(k - \tau) - \bar{w}], \quad (4.6)$$

onde  $\bar{z}$  e  $\bar{w}$  são respectivamente os valores médios de  $z$  e  $w$ .

Considerando limites de confiança de 95% (Aguirre et al., 1998), as variáveis são consideradas não correlacionadas se

$$\left| \hat{\phi}_{zw}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}}. \quad (4.7)$$

Neste trabalho, os modelos caixa preta ARX devem ser aceitáveis se (4.8) e (4.9)

são satisfeitos.

$$\left| \hat{\phi}_{\epsilon\epsilon}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}} \text{ for } \tau \neq 0 \quad (4.8)$$

$$\left| \hat{\phi}_{\epsilon u}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}}, \forall \tau \quad (4.9)$$

Considerando o vetor de regressão (3.6), o modelo de caixa branca NARX deve ser aceitável se (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12) são satisfeitos.

$$\left| \hat{\phi}_{\epsilon u^2}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}}, \forall \tau \quad (4.10)$$

$$\left| \hat{\phi}_{\epsilon y^{(k-1)}y^{(k-2)}}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}}, \forall \tau \quad (4.11)$$

$$\left| \hat{\phi}_{\epsilon y^2(k-2)}^N(\tau) \right| < \frac{1.96}{\sqrt{N}}, \forall \tau \quad (4.12)$$

Tal critério de validação é muito severo, mais ainda pela contaminação dos dados por ruído de quantização como descrito no Cap. 3, e espera-se que algumas funções de correlação dos resíduos excedam os limites de confiança mesmo que o modelo seja aceitável (Leontaritis e Billings, 1987).

# Capítulo 5

## Resultados experimentais

**N**ESTE capítulo é apresentado os resultados da identificação e validação do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT.

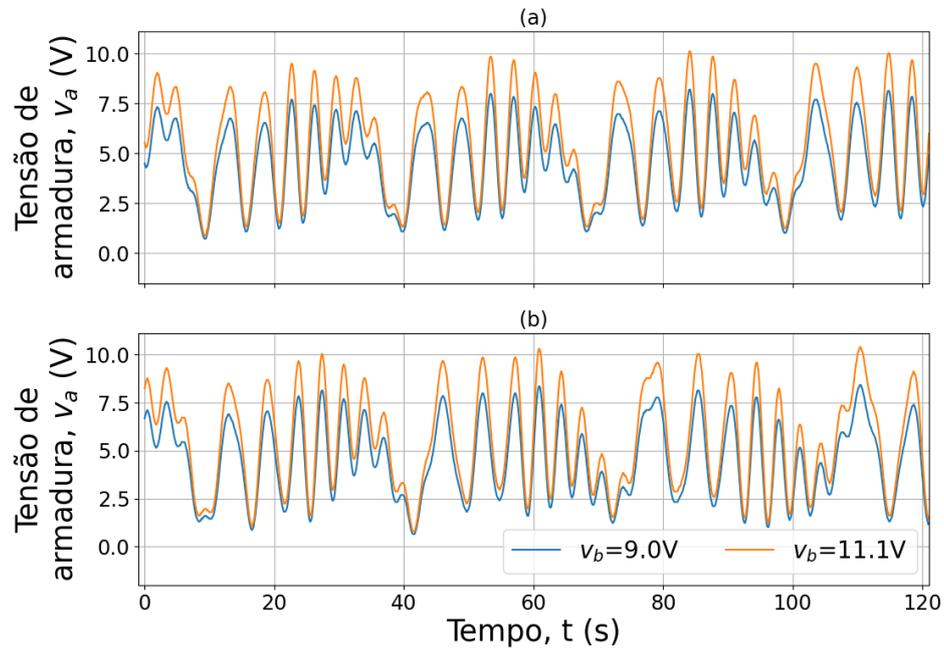
### 5.1 Resultados da identificação

Exemplos dos conjuntos de dados de identificação e validação são apresentados nas Figuras 5.1 e 5.2, onde a tensão de armadura  $v_a(t)$  e a velocidade do rotor  $w_m(t)$  são apresentados para duas tensões constantes da bateria 9V e 11,1V. Os sinais de velocidade do rotor  $w_m(t)$  para tais tensões da bateria são diferentes porque o ESC Favorite LittleBee 20A aciona o motor síncrono Emax MT2206 Coller série II em malha aberta.

Os parâmetros dos modelos foram estimados pelo método dos mínimos quadrados (Ljung, 1999), e comparamos os modelos pela função custo (3.5), conforme mostrado na Fig. 5.3. A função custo do modelo FP é menor que a função custo para todos os modelos ARX, como esperado, porque os modelos ARX não capturam a dinâmica não linear introduzida pelo ESC e o arrasto aerodinâmico  $K_Q \omega_m^2(t)$  representado respectivamente em (2.4) e (2.2).

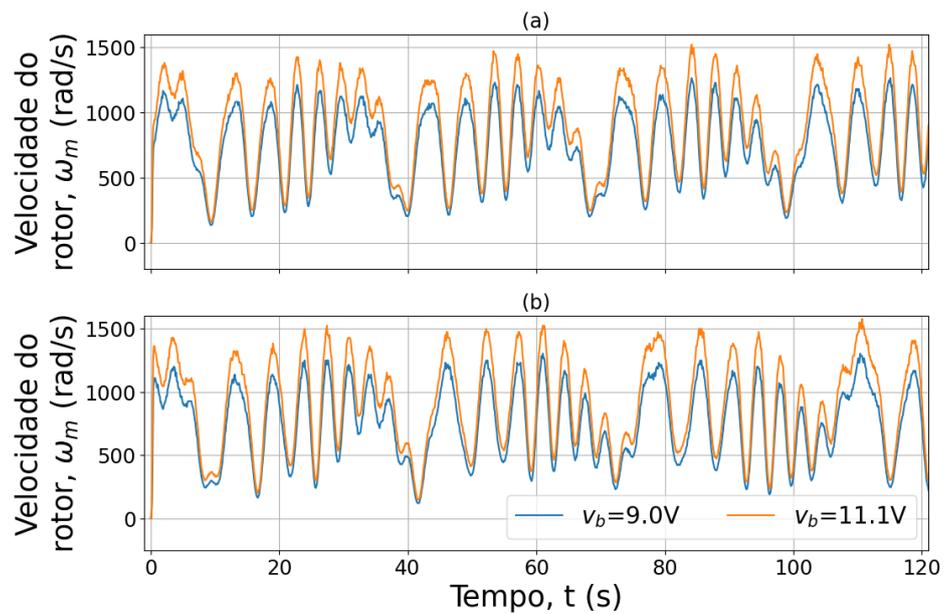
As estimativas dos parâmetros do modelo ARX de 2<sup>a</sup> ordem e do modelo de primeiros princípios são apresentadas respectivamente nas Tabelas 5.1 e 5.2. Tais parâmetros foram estimados para cada tensão de bateria do conjunto {9.0V, 9.7V,

**Figura 5.1:** Tensão de armadura  $v_a(t)$ , para duas tensões da bateria  $v_b$ , 9V e 11.1V: (a) identificação; (b) validação.



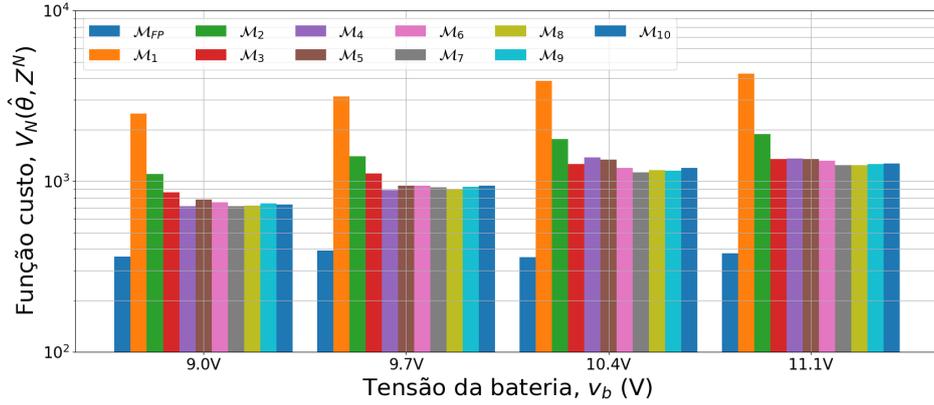
Fonte: O autor.

**Figura 5.2:** Velocidade do rotor  $w_m(t)$ , para duas tensões de bateria  $v_b$ , 9V e 11.1V: (a) identificação; (b) validação.



Fonte: O autor.

**Figura 5.3:** Função custo para o modelo de primeiros princípios  $\mathcal{M}_{FP}$  e cada modelo ARX de  $i$ -ésima ordem  $\mathcal{M}_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 10$ .



Fonte: O autor.

10.4V, 11.1V}. Tanto para o modelo ARX de 2<sup>a</sup> ordem quanto para o modelo de primeiros princípios, o vetor de parâmetros depende da tensão da bateria.

**Tabela 5.1:** Valores estimados dos parâmetros do modelo ARX de 2<sup>a</sup> ordem.

$\hat{\theta}$	9.0V	9.7V	10.4V	11.1V
$\hat{a}_1$	-0.773	-0.774	-0.827	-0.766
$\hat{a}_2$	-0.033	-0.031	-0.0078	-0.043
$\hat{b}_1$	146.2	143.58	137.65	141.19
$\hat{b}_2$	-114.07	-111.51	-107.99	-110.54

**Tabela 5.2:** Valores estimados dos parâmetros do modelo de primeiros princípios.

$\hat{\theta}$	9.0V	9.7V	10.4V	11.1V
$\hat{a}_1$	-1.184	-1.1	-0.704	-0.559
$\hat{a}_2$	0.574	0.542	0.433	0.315
$\hat{a}_3$	$5.26 \times 10^{-4}$	$4.76 \times 10^{-4}$	$1.92 \times 10^{-5}$	$6.25 \times 10^{-5}$
$\hat{a}_4$	$-2.32 \times 10^{-4}$	$-2.02 \times 10^{-4}$	$-9.73 \times 10^{-5}$	$1.12 \times 10^{-4}$
$\hat{c}_0$	-3.188	-3.315	-1.619	-2.119
$\hat{c}_1$	106.0	117.7	160.0	168.2
$\hat{c}_2$	13.8	85.01	-27.51	-19.47

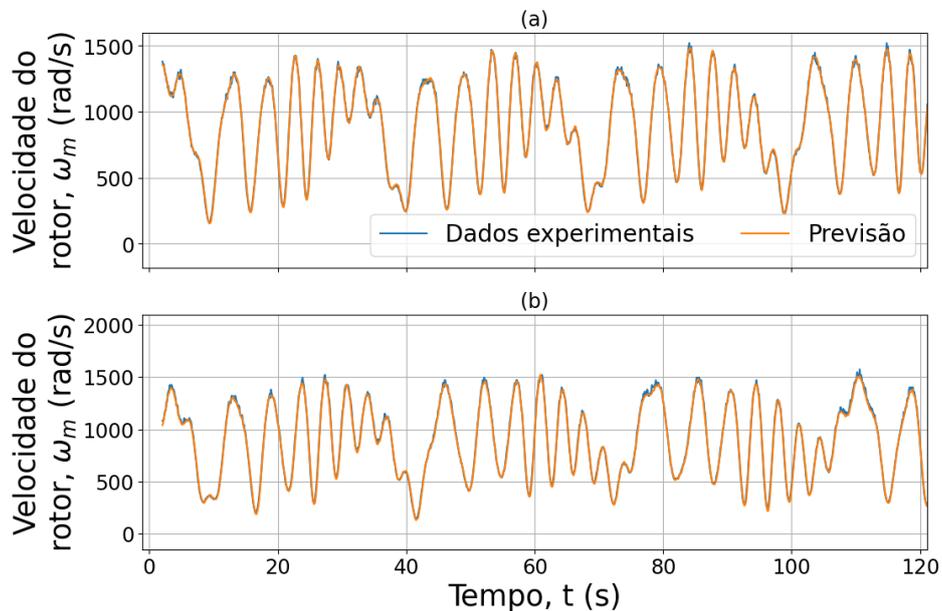
## 5.2 Resultados da validação

No conjunto de dados de validação, a função custo do modelo FP é menor que a função custo para todos os modelos ARX. O modelo dos primeiros princípios foi

escolhido como o melhor modelo no conjunto de modelos, e os resultados restantes nesta seção estão relacionados ao modelo dos primeiros princípios.

Neste trabalho o modelo é destinado a aplicações de controle. Portanto, a saída é prevista apenas a partir de entradas passadas, porque é mais exigente do que prever a saída tanto de entradas quanto de saídas passadas (Ljung, 1999). Os dados experimentais de saída e as previsões para os conjuntos de dados de identificação e validação são apresentados na Fig. 5.4, onde foram removidos os *outliers* para  $0 \leq t < 2s$ .

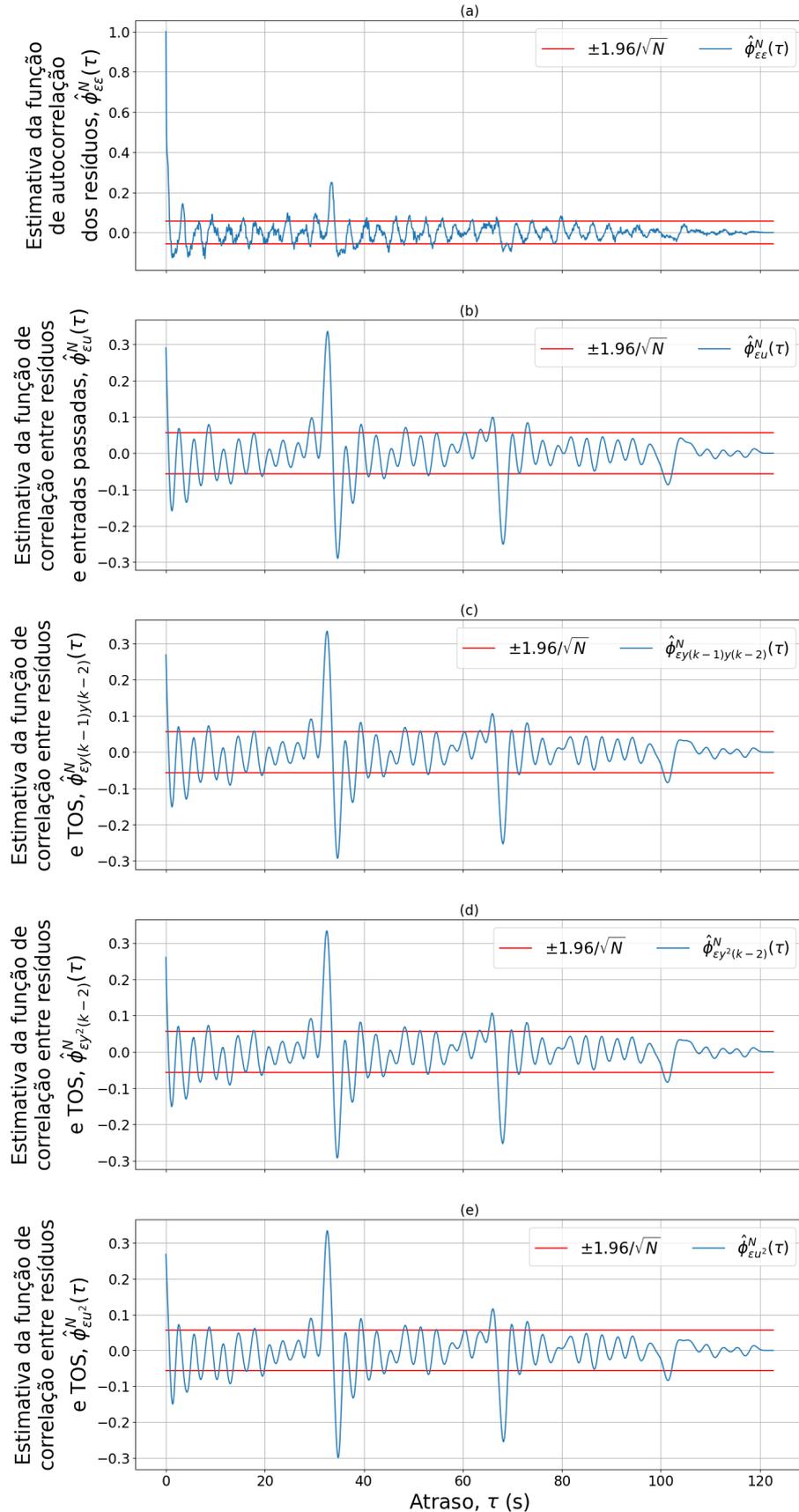
**Figura 5.4:** Dados experimentais de saída e previsões, para tensão da bateria  $v_b = 11,1V$ : (a) identificação; (b) validação.



Fonte: O autor.

O critério de validação apresentado no Cap. 4 foi aplicado para avaliar se o modelo escolhido está de acordo com os dados. A estimativa da função de correlação entre resíduos, resíduos e entradas passadas, resíduos e o TOS  $y(k-1)y(k-2)$ , resíduos e o TOS  $y^2(k-2)$  e resíduos e o TOS  $u^2(k-2)$  foram avaliadas, conforme mostrado na Figura 5.5. O modelo de primeiros princípios é aceitável porque, apesar dos dados serem contaminados com ruídos de quantização, os critérios (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12) são satisfeitos para a maioria dos valores de  $\tau$ .

**Figura 5.5:** Estimativa da função de autocorrelação e limites de confiança para testar a independência entre: (a) resíduos; (b) resíduos e entradas passadas; (c) resíduos e o TOS  $y(k-1)y(k-2)$ ; (d) resíduos e o TOS  $y^2(k-2)$ ; (e) resíduos e o TOS  $u^2(k-2)$ .



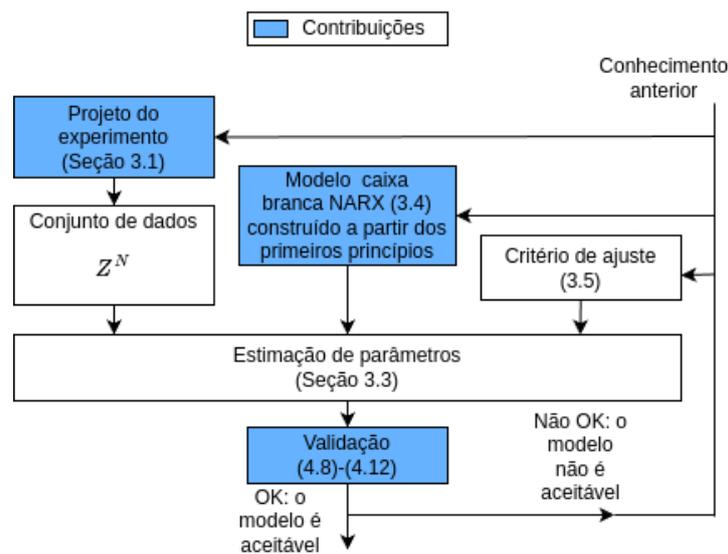
Fonte: O autor.

## Capítulo 6

# Considerações Finais

**P**OR fim, considerando o modelo de primeiros princípios selecionado, o método proposto neste trabalho está resumido na Fig. 6.1. Tal método foi proposto com base no fluxo de identificação de sistema padrão descrito por (Ljung, 1999), e as contribuições foram destacadas: (i) um modelo dinâmico de primeiros princípios, orientado ao controle do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão dos VANT; (ii) um método para projetar experimentos em malha aberta “suficientemente informativos” para identificação do modelo; e (iii) um método para validação do modelo.

**Figura 6.1:** Método de identificação e validação do modelo dinâmico do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão do VANT.



Fonte: O autor.

## 6.1 Conclusão

O modelo de caixa cinza de primeiros princípios do subsistema eletromecânico do sistema de propulsão de VANT concorda melhor com os dados experimentais do que o modelo linear de caixa preta ARX. Verificou-se portanto a importância da consideração de dinâmicas não-lineares conhecidas na modelagem do subsistema eletromecânico. Considerando limites de confiança de 95%, concluí-se que o modelo selecionado captura o comportamento entrada-saída e está de acordo com os dados. Para um ESC de malha aberta, a dinâmica do sistema depende da tensão da bateria. Em trabalhos futuros, pretende-se integrar o modelo de envelhecimento da bateria eletroquímica, o subsistema eletromecânico e os efeitos aerodinâmicos na hélice. Este trabalho tem implicações importantes no projeto do sistema de controle de VANT: por meio de um método rigoroso para identificar e validar o modelo do sistema de propulsão, os engenheiros podem melhorar o desempenho da alocação de controle e, conseqüentemente, o desempenho geral do VANT.

## 6.2 Dificuldades Encontradas

Dentre as dificuldades encontradas, são válidas mencionar:

- O tamanho da hélice (4”) ficou limitada pela capacidade de fornecimento de corrente da fonte de bancada utilizada (5 A), pois quanto maior a hélice, maior também será a corrente exigida no motor.
- Devido à implementação ineficiente do *firmware*, que faz uso de variáveis de pontos flutuantes no ATmega328p, que os implementa em software, o número de possíveis senoides na entrada multi-senos foi limitado, pois a equação (3.1) deve ser calculada durante o intervalo de amostragem.
- O ESC tem documentação insuficiente sobre sua configuração. Alguns vídeos de usuários ensinam como acessar a configuração, mas não o significado das

variáveis, de forma que não foi possível explorar outras configurações fora o padrão.

- A validação foi a parte mais demorada devido à falta de literatura para validar modelos identificados a partir de medições que são contaminadas por ruído de quantização. A solução foi avaliar os resíduos como se eles fossem brancos e relaxar o critério usado.

### 6.3 Trabalhos Futuros

O atual trabalho deixa algumas oportunidades para futuras expansões, entre elas:

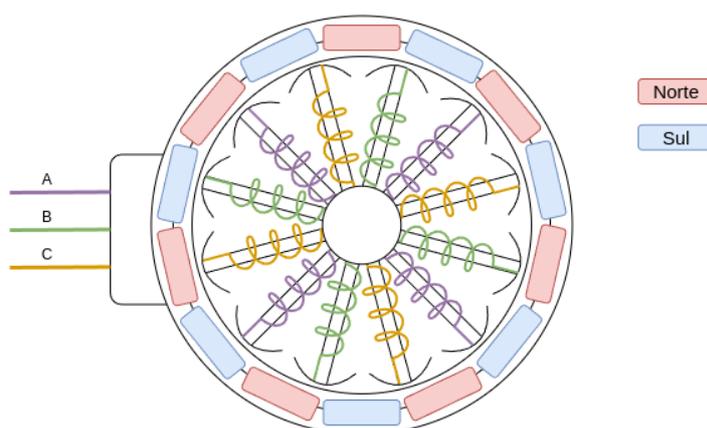
- Integrar ao modelo geral o modelo de envelhecimento da bateria eletroquímica.
- Expandir o experimento para incluir um túnel de vento controlado e acrescentar à plataforma experimental sensores para a medição do empuxo e torque gerados pelo sistema de propulsão, a fim de determinar os efeitos aerodinâmicos nas hélices.
- Trocar a entrada multi-senos por uma entrada de ruído branco filtrada na banda de operação do sistema.
- Explorar sistemas de controle para o sistema de propulsão.

## Apêndice A

### Sobre o modelo do motor BLDC

ESTE apêndice<sup>1</sup> trata do funcionamento e simplificação do modelo do motor BLDC. Como descrito na Seção 3.1, o motor utilizado no experimento é o Emax MT2206 Coller série II, composto de 12 bobinas colocadas no estator interno e 14 ímãs permanentes colocados no rotor externo. A Fig A.1 ilustra a construção interna deste motor destacando as 3 fases e o polo de cada ímã voltado para o estator, sendo vermelho para polo norte e azul para polo sul.

**Figura A.1:** Diagrama interno do motor síncrono utilizado, com 14 ímãs e 12 bobinas.



Fonte: O autor.

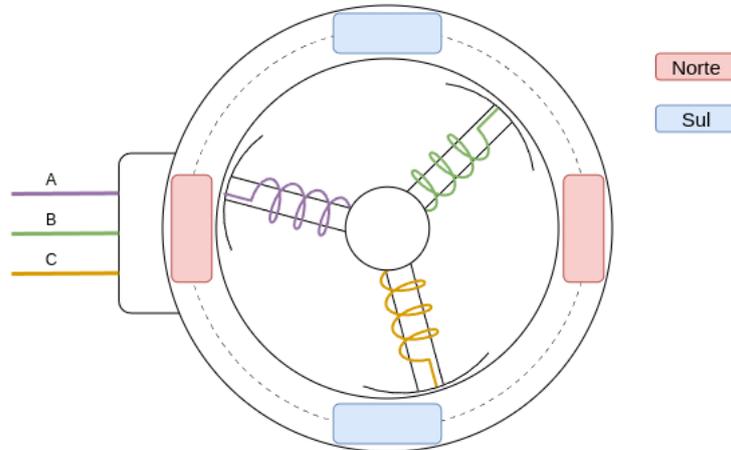
---

<sup>1</sup>Este apêndice foi escrito em colaboração com Alexandre Luíz da Silva Júnior.

## A.1 Funcionamento do motor

Ao alimentar as fases do motor, as correntes que passam em suas bobinas produzem um campo magnético, que, dependendo da direção da corrente, podem ser positivas (polo norte) ou negativas (polo sul). Este campo magnético produzido, por sua vez, interage com os campos magnéticos oriundos dos ímãs, exercendo neles uma força que os repele, se de mesma polarização, ou os atrai, se de polarização inversa. Pela construção do motor, as forças resultantes desta interação são todas praticamente tangentes à circunferência do motor. Logo, são elas que causam o torque  $T(t)$  no rotor, responsável pelo seu movimento, o qual depende proporcionalmente da intensidade da corrente que passa na bobina, como descrito no Cap. 2. Observe que, considerando o somatório destas forças das 4 bobinas de cada fase nos ímãs permanentes, pode-se reduzir o diagrama da Fig. A.1 ao diagrama da Fig. A.2, no qual é representado apenas 1 bobina para cada fase e 4 ímãs permanentes.

**Figura A.2:** Diagrama interno do motor síncrono simplificado, com 4 ímãs e 3 bobinas.



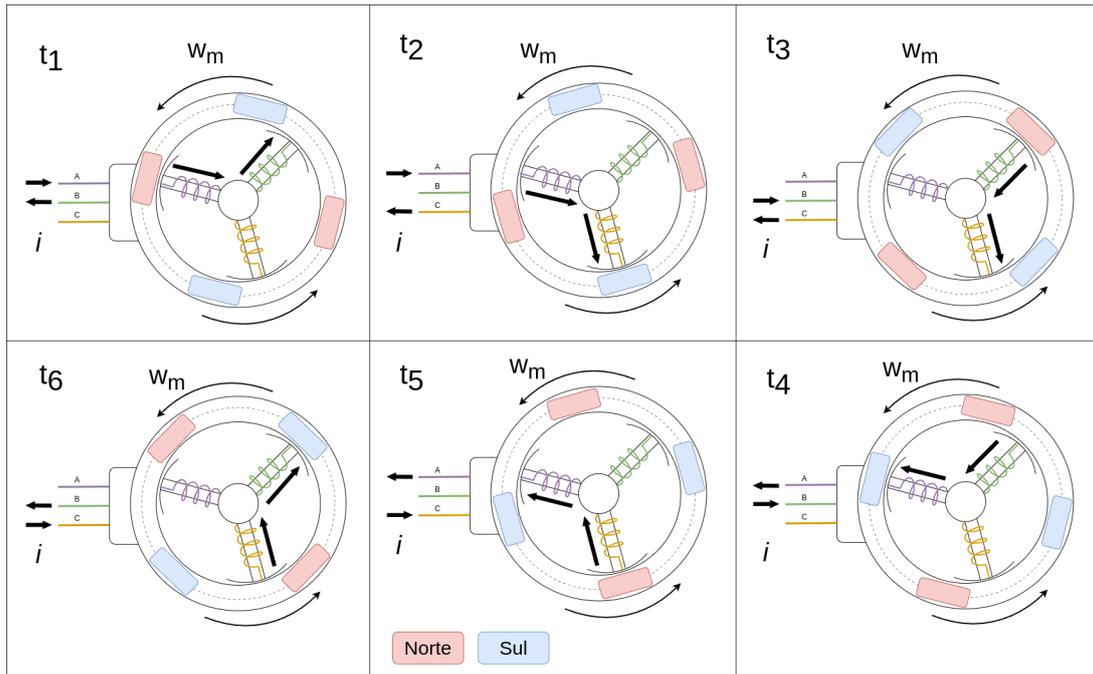
Fonte: O autor.

### A.1.1 Acionamento do motor

Para o acionamento de um motor síncrono, faz-se necessário o uso de um dispositivo externo para a comutação da alimentação DC de suas fases. O dispositivo utilizado para esta função foi o ESC, o qual o faz controlando 6 chaves MOSFETS.

Com isso, as fases do motor são comutadas em 6 passos, aqui chamados de tempos de comutação, conforme ilustrado na Fig. A.3. A alimentação de cada fase do motor para cada tempo de comutação encontra-se na Tabela A.1, onde  $v$  é uma tensão positiva modulada por PWM, GND (do inglês *ground*) representa 0 V e  $fl$  informa que a fase não é conectada e sua tensão é flutuante.

**Figura A.3:** Tempos de comutação das fases.



Fonte: O autor.

**Tabela A.1:** Tensões das fases nos 6 tempos de comutação.

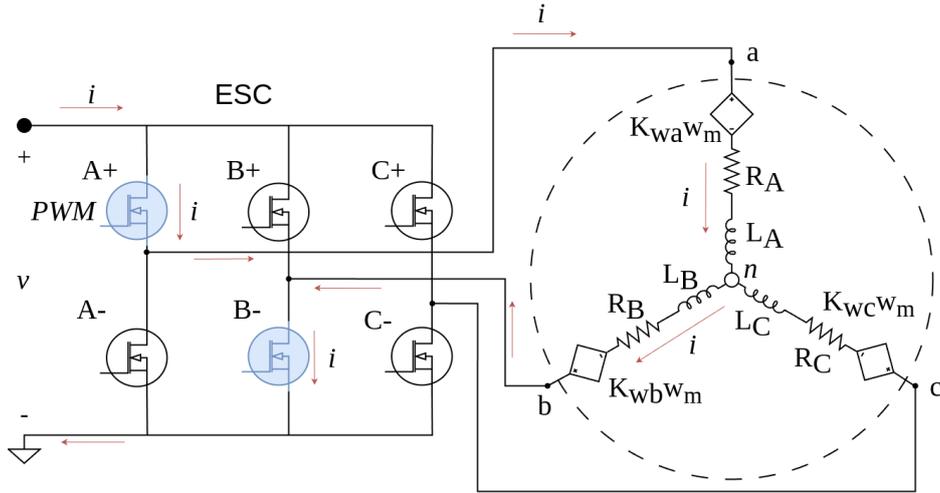
Fases / tempos	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$
A	$v$	$v$	$fl$	GND	GND	$fl$
B	GND	$fl$	$v$	$v$	$fl$	GND
C	$fl$	GND	GND	$fl$	$v$	$v$

## A.2 Modelo de corrente contínua do motor BLDC

Do funcionamento do motor, chega-se ao esquemático elétrico da Fig. A.4 para o motor BLDC, no qual é exemplificado o acionamento das fases do tempo de comutação  $t_1$ . Neste esquemático é feita a consideração inicial de que todos os compo-

mentos internos possuem valores diferentes. Nele, também é incluída a tensão contraeletromotriz  $K_{\omega_i}\omega_m$ ,  $i = A, B, C$ , induzida pelos campos magnéticos dos ímãs em movimento. Deve-se notar que a polaridade desta tensão depende da variação do campo que a induz. Como referência, as polarizações ilustradas na Fig. A.4 supõe uma variação positiva do campo.

**Figura A.4:** Esquemático elétrico trifásico do motor BLDC no tempo de comutação  $t_1$ .



Fonte: O autor.

Do esquemático elétrico trifásico do motor (Fig A.4), obtém-se as equações para as tensões de cada fase do motor:

$$v_{An} = v_A - v_n = R_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + K_{\omega_A} \omega_m \quad (\text{A.1})$$

$$v_{Bn} = v_B - v_n = R_B i_B + L_B \frac{di_B}{dt} + K_{\omega_B} \omega_m \quad (\text{A.2})$$

$$v_{Cn} = v_C - v_n = R_C i_C + L_C \frac{di_C}{dt} + K_{\omega_C} \omega_m \quad (\text{A.3})$$

(Coates et al., 2019) e (Mosler e Isermann, 2000) apresentaram um modelo equivalente em corrente contínua desprezando as indutâncias em cada fase. Neste apêndice será determinado um modelo equivalente de corrente contínua considerando tais indutâncias. Para simplificação do modelo trifásico, considerando a Tabela A.1 e a Fig. A.4 no tempo  $t_1$  tem-se que  $v_A = v$ ,  $v_B = 0$ ,  $i_A = i$ ,  $i_B = -i_A$  e  $i_C = 0$ ,

obtém-se:

$$v - v_n = R_A i + L_A \frac{di}{dt} + K_{\omega_A} \omega_m \quad (\text{A.4})$$

$$-v_n = -R_B i - L_B \frac{di}{dt} - K_{\omega_B} \omega_m \quad (\text{A.5})$$

$$v_{Cn} = K_{\omega_C} \omega_m \quad (\text{A.6})$$

Da equação (A.6), observa-se que a tensão flutuante da fase desconectada é, em verdade, a tensão contra-eletromotriz da fase. Observe também que o sinal de  $K_{\omega_B} \omega_m$  é invertido devido à variação do campo magnético que a induz ser negativa. Continuando a simplificação, das equações (A.4) e (A.5), subtraindo a segunda na primeira, tem-se que:

$$v = (R_A + R_B) i + (L_A + L_B) \frac{di}{dt} + (K_{\omega_A} + K_{\omega_B}) \omega_m \quad (\text{A.7})$$

Portanto, fazendo o mesmo procedimento para os outros 5 tempos de comutação, obtém-se:

$$\begin{aligned} v &= (R_A + R_B) i + (L_A + L_B) \frac{di}{dt} + (K_{\omega_A} + K_{\omega_B}) \omega_m, \quad t \in [t_1, t_2) \cup [t_4, t_5) \\ v &= (R_A + R_C) i + (L_A + L_C) \frac{di}{dt} + (K_{\omega_A} + K_{\omega_C}) \omega_m, \quad t \in [t_2, t_3) \cup [t_5, t_6) \\ v &= (R_B + R_C) i + (L_B + L_C) \frac{di}{dt} + (K_{\omega_B} + K_{\omega_C}) \omega_m, \quad t \in [t_3, t_4) \cup [t_6, t_1 + \frac{2\pi}{\omega_m}) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Na consideração vigente, valores dos componentes internos diferentes, reduz-se as equações das tensões de fase dos 6 tempos de comutação à equação da tensão de fase média destes tempos, da forma:

$$v = \frac{2}{3} \left[ (R_A + R_B + R_C) \bar{i} + (L_A + L_B + L_C) \frac{d\bar{i}}{dt} + (K_{\omega_A} + K_{\omega_B} + K_{\omega_C}) \omega_m \right], \quad (\text{A.9})$$

onde  $\bar{i}$  é a média das correntes de fase. Por fim, fazendo  $v = v_a$ ,  $\bar{i} = i_a$ ,  $R_A = R_B =$

$R_C = R_Y$ ,  $L_A = L_B = L_C = L_Y$  e  $K_{\omega_A} = K_{\omega_B} = K_{\omega_C} = K_{\omega_Y}$ , tem-se:

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a, \quad (\text{A.10})$$

onde,  $R_a = 2R_Y$ ,  $L_a = 2L_Y$  e  $e_a = K_{\omega} \omega_m = 2K_{\omega_Y} \omega_m$ . Esta equação (A.10) é a equação (2.1) do Cap. 2, *quod erat demonstrandum*.

# Apêndice B

## Desenvolvimento das equações

**E**STE apêndice visa explicitar os passos que levam as equações (2.1) e (2.2) à equação (2.3) do Cap. 2, e as equações (2.4), (2.3), (3.2) e (3.3) à equação (3.4) do Cap. 3.

### B.1 Passos de (2.1) e (2.2) à (2.3)

Por conveniência, as equações (2.1) e (2.2) são reescritas abaixo respectivamente nas equações (B.1) e (B.2):

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e_a(t), \quad (\text{B.1})$$

$$J \frac{d}{dt} \omega_m(t) = T(t) - F \omega_m(t) - K_Q \omega_m^2(t), \quad (\text{B.2})$$

onde  $T(t) = K_i i_a(t)$  e  $e_a(t) = K_\omega \omega_m(t)$ . Substituindo a expressão de  $T(t)$  e isolando  $i_a(t)$  na equação (B.2) resulta na equação (B.3):

$$i_a(t) = \frac{J}{K_i} \frac{d}{dt} \omega_m(t) - \frac{F}{K_i} \omega_m(t) - K_Q \omega_m^2(t). \quad (\text{B.3})$$

Substituindo as expressões de  $i_a$  e  $e_a$  na equação (B.1) resulta na equação (B.4):

$$v_a(t) = R_a \left( \frac{J}{K_i} \frac{d}{dt} \omega_m(t) - \frac{F}{K_i} \omega_m(t) - K_Q \omega_m^2(t) \right) + \\ + L_a \left( \frac{J}{K_i} \frac{d^2}{dt^2} \omega_m(t) - \frac{F}{K_i} \frac{d}{dt} \omega_m(t) - K_Q \frac{d}{dt} \omega_m^2(t) \right) + K_\omega \omega_m(t). \quad (\text{B.4})$$

Simplificando a equação (B.4) e isolando  $\frac{d^2}{dt^2} \omega_m(t)$ , tem-se a equação (B.5):

$$\frac{d^2}{dt^2} \omega_m(t) = - \left( \frac{R_a}{L_a} + \frac{F}{J} \right) \frac{d}{dt} \omega_m(t) - \left( \frac{FR_a + K_i K_\omega}{JL_a} \right) \omega_m(t) + \\ - 2 \frac{K_Q}{J} \omega_m(t) \frac{d}{dt} \omega_m(t) - \frac{K_Q R_a}{JL_a} \omega_m^2(t) + \frac{K_i}{JL_a} v_a(t). \quad (\text{B.5})$$

Fazendo  $\alpha_1 = F/J + R_a/L_a$ ,  $\alpha_2 = (FR_a + K_w K_i)/JL_a$ ,  $\alpha_3 = 2K_Q/J$ ,  $\alpha_4 = K_Q R_a/JL_a$  e  $\beta_1 = K_i/JL_a$ , reescreve-se a equação da seguinte forma:

$$\frac{d^2 \omega_m}{dt^2} = -\alpha_1 \frac{d\omega_m}{dt} - \alpha_2 \omega_m - \alpha_3 \omega_m \frac{d\omega_m}{dt} - \alpha_4 \omega_m^2 + \beta_1 v_a \quad (\text{B.6})$$

que é a equação (2.3) do Cap. 2, *quod erat demonstrandum*.

## B.2 Passos de (2.4), (2.3), (3.2) e (3.3) à (3.4)

Sendo a equação (B.6) igual a (2.3), é reescrito abaixo as equações (3.2) e (3.3), (2.4) nas equações (B.7), (B.8) e (B.9), respectivamente:

$$\left. \frac{df(t)}{dt} \right|_{t=kh} \approx \frac{f((k+1)h) - f(kh)}{h} \quad (\text{B.7})$$

$$\left. \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right|_{t=kh} \approx \frac{f((k+2)h) - 2f((k+1)h) + f(kh)}{h^2} \quad (\text{B.8})$$

$$v_a(t) = \mathcal{T}(D(t)) v_b(t), \quad (\text{B.9})$$

Usando as aproximações (B.7) e (B.8) na equação (B.6) e também substituindo

nela a expressão da equação (B.9), sabendo que  $\mathcal{T}(x) = p_2x^2 + p_1x + p_0$ , ela é reescrita na equação (B.10):

$$\begin{aligned} \frac{\omega_m((k+2)h) - 2\omega_m((k+1)h) + \omega_m(kh)}{h^2} = & -\alpha_1 \frac{\omega_m((k+1)h) - \omega_m(kh)}{h} + \\ & -\alpha_2\omega_m(kh) - \alpha_3\omega_m(kh) \frac{\omega_m((k+1)h) - \omega_m(kh)}{h} - \alpha_4\omega_m^2(kh) + \\ & + \beta_1 (p_0 + p_1D(kh) + p_2D(kh)^2) v_b(kh). \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Simplificando a equação (B.10) e isolando  $\omega_m((k+2)h)$ , tem-se a equação (B.11):

$$\begin{aligned} \omega_m((k+2)h) = & -(\alpha_1h - 2)\omega_m((k+1)h) - (1 - \alpha_1h + \alpha_2h^2)\omega_m(kh) + \\ & -\alpha_3h\omega_m(kh)\omega_m((k+1)h) - (\alpha_4h^2 - \alpha_3h)\omega_m^2(kh) \\ & + \beta_1p_0v_b(kh) + \beta_1p_1D(kh)v_b(kh) + \beta_1p_2D(kh)^2v_b(kh). \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Tomando  $y(k) = \omega_m(kh)$ ,  $u(k) = D(kh)$ ,  $a_1 = \alpha_1h - 2$ ,  $a_2 = 1 - \alpha_1h + \alpha_2h^2$ ,  $a_3 = \alpha_3h$ ,  $a_4 = \alpha_4h^2 - \alpha_3h$ ,  $b_1 = \beta_1h^2$ , e  $c_i = \beta_1p_i$ ,  $i = 0,1,2$ , reescreve-se a equação como:

$$\begin{aligned} y(k+2) = & -a_1y(k+1) - a_2y(k) - a_3y(k)y(k+1) - a_4y^2(k) \\ & + c_0v_b(k) + c_1u(k)v_b(k) + c_2u^2(k)v_b(k), \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Aplicando-se um atraso de dois intervalos de amostragem aos dois lados da equação (B.12):

$$\begin{aligned} y(k) = & -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - a_3y(k-2)y(k-1) - a_4y^2(k-2) \\ & + c_0v_b(k-2) + c_1u(k-2)v_b(k-2) + c_2u^2(k-2)v_b(k-2), \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

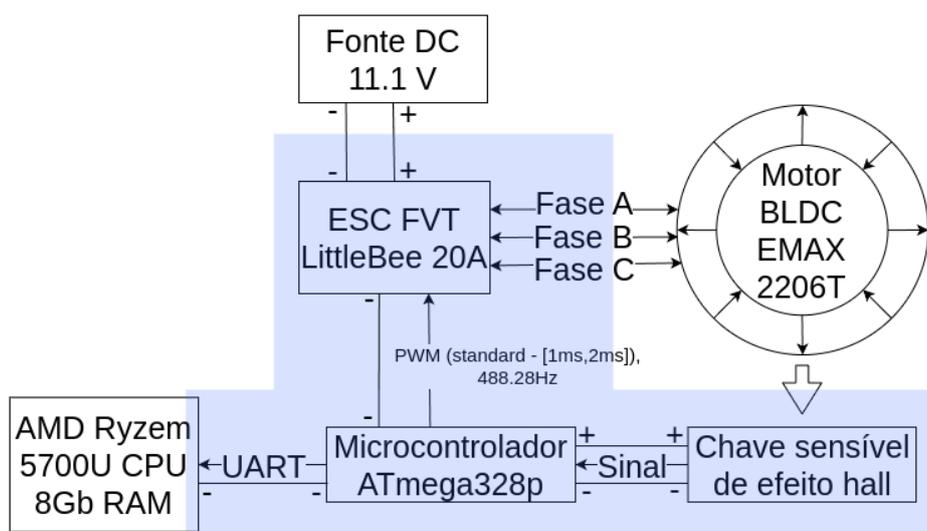
que é a equação (3.4) do Cap. 3, *quod erat demonstrandum*.

## Apêndice C

# Subsistemas da plataforma experimental

ESTE apêndice tem por finalidade explicitar cada subsistema da plataforma experimental descrita no Cap. 3 e composta por: (i) um ESC (atuador), (ii) uma chave sensível por efeito hall (sensor) e (iii) pela plataforma BlackBoard UNO R3 com o microcontrolador ATmega328p (processador). As conexões entre os componentes é ilustrada na Fig. 3.1, que, por conveniência, é reimpressa na Fig. C.1 abaixo destacando o sistema computacional, atuador e sensor.

**Figura C.1:** Diagrama da Fig. 3.1 destacando o sistema computacional.



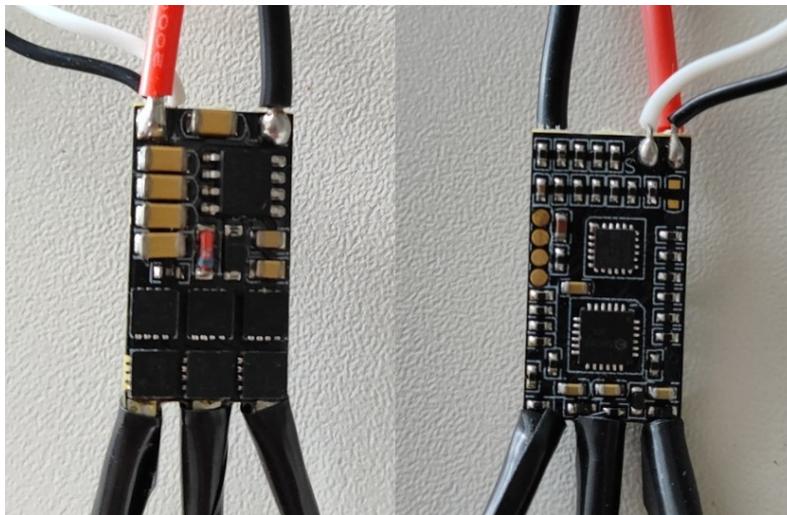
Fonte: O autor.

## C.1 ESC

O ESC é um controlador eletrônico de malha aberta para motores síncronos, ou seja, um atuador de motor síncrono, o qual converte um comando de velocidade em uma modulação arbitrária para sinais de tensão em cada uma das fases do motor.

No ESC, o comando de controle é recebido por um dos padrões de sinal analógico PWM, no qual é codificado uma porcentagem da tensão da fonte de alimentação a ser aplicada no motor. O Favorite LittleBee 20A (Fig. C.2), ESC utilizado no experimento, aceita os padrões de PWM *standard*, *oneshot*, *multishot* e *Dshot*. Estes padrões predeterminam larguras de pulso mínima e máxima. Exemplo: o padrão *standard* estabelece como 0% um pulso de largura de 1 ms, 100% um pulso de 2 ms e porcentagens intermediárias em pulsos de larguras linearmente equivalentes. Os outros padrões usam pulsos gradualmente menores, assim permitindo ciclos de controle mais rápidos.

**Figura C.2:** ESC usado no experimento.



Fonte: O autor.

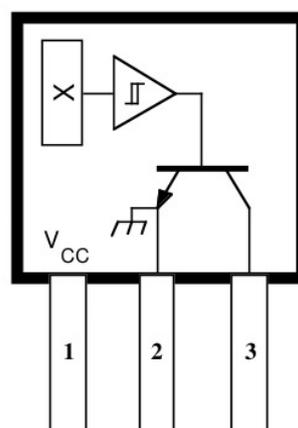
Em seguida, o ESC converterá a informação recebida em atuação no motor síncrono, que dar-se-á pelo controle das seis chaves MOSFETs da Fig. 2.1. O ESC controla os MOSFETs com dois fins: *(i)* modular a tensão da fonte de alimentação em cada fase do motor e *(ii)* comutar suas fases. A modulação da tensão é dada

pela aplicação de um sinal PWM na porta dos MOSFETs com sinal negativo, o qual seu ciclo de trabalho é a porcentagem recebida pelo ESC. A comutação de fases é explicada no Apêndice A.

## C.2 Chave sensível de efeito hall

A chave sensível de efeito hall 3144 foi o sensor escolhido para aferir a velocidade do motor. Um sensor por efeito hall dispensa contato físico com o sistema, evitando adicionar forças resistivas, como é o caso dos sensores que requerem contato. O esquemático interno desta chave pode ser observada na Fig. C.3, na qual nota-se a necessidade de um resistor de *pull-up* entre a alimentação e a saída. O funcionamento da chave 3144 dar-se-á da seguinte forma: campos magnéticos acima de um limiar induzirão o fechamento da chave transistorizada de junção bipolar interno, fazendo a tensão no pino de saída ser aproximadamente 0 V, enquanto campos abaixo deste limiar deixarão a chave aberta, mantendo a tensão na saída igual à tensão de alimentação. O sinal deste sensor e o efeito de histerese observado é discutido na Apêndice D.

**Figura C.3:** Esquemático interno da chave sensível de efeito hall 3144 usada no experimento, onde o pino 1 é a alimentação, o pino 2 é o terra e o pino 3 é a saída.



Fonte: *Datasheet* (Allegro, 2002)

A montagem do sensor na plataforma do experimento pode ser observado na

Fig.C.4.

**Figura C.4:** Chave sensível de efeito hall usada no experimento.

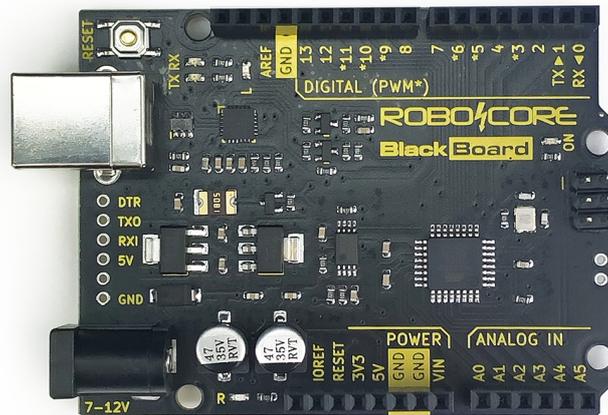


Fonte: O autor.

### C.3 Microcontrolador

A plataforma embarcada utilizada para processamento e controle dos sinais no experimento foi a BlackBoard UNO R3 da Robocore (equivalente ao Arduino UNO), a qual utiliza o microcontrolador ATmega328p, e pode ser observada na Fig. C.5. Para o experimento foram utilizados os seguintes periféricos com seus devidos fins: temporizador 0 para contagem do tempo geral do experimento, um pino de entrada/saída de propósito geral (GPIO) com interrupção externa para captura do sinal da chave sensível, temporizador 2 para geração de sinal PWM e contagem de período de amostragem, módulo receptor-transmissor serial assíncrono universal (UART) para envio de dados ao computador. Os subsistemas implementados no microcontrolador são explicitados nas próximas subseções.

**Figura C.5:** Plataforma BlackBoard UNO R3 com o microcontrolador ATmega328p usado no experimento.



Fonte: Robocore <https://www.robocore.net/placa-robocore/arduino-blackboard> (acessado em 17 de junho de 2024).

### C.3.1 Tempo geral

Para a contagem do tempo geral do experimento o temporizador 0 do ATmega328p foi configurado para gerar uma interrupção periódica a cada  $10 \mu\text{s}$ . Este período foi escolhido iterativamente de forma a não gerar interrupções em excesso que prejudicassem o bom funcionamento dos outros subsistemas. A ISR desta interrupção chamará uma função de *callback* que apenas incrementará uma variável  $t$ , ou seja, um contador.

### C.3.2 Captura do sinal da chave sensítiva

Uma dos GPIOs do microcontrolador é configurado para gerar interrupções a cada mudança de estado no pino. A ISR desta interrupção chamará uma função de *callback* que: (i) mantém uma variável  $t_i$ , (ii) verifica se a interrupção foi acionada por uma borda de subida e, (iii) caso positivo, armazena em uma variável global  $\Delta t := t - t_i$  e em seguida faz  $t_i := t$ .

Desta forma, é sempre mantido na memória o intervalo de tempo  $\Delta t$  entre duas inversões de polaridade do campo magnético na chave 3144, ou seja, o intervalo de tempo entre a passagem de dois ímãs permanentes do motor nas proximidades do

sensor. Este intervalo de tempo é o sinal que será amostrado pelo sistema para posterior análise.

### C.3.3 Comunicação com o computador

Para enviar os dados amostrados ao computador é utilizada a comunicação serial UART. Utilizou-se um *baudrate* de 1 MHz e a configuração 8N1, isto é, 1 bit de início, 8 bits de dados, sem bit de correção e 1 bit de parada. Desta forma, cada byte de dado levará 10  $\mu$ s para ser totalmente enviado.

### C.3.4 Geração do sinal PWM para o ESC

O controle em malha aberta da velocidade do motor dá-se pelo ESC, o qual requer como entrada um sinal PWM padronizado, como explicado em C.1. O temporizador 2 é utilizado para geração deste sinal. Iterativamente, no intuito de usar o padrão PWM mais rápido que o microcontrolador fosse capaz, identificou-se que o sistema suporta apenas o padrão *standard*. Assim sendo, ainda otimizando a velocidade de transmissão do sinal PWM, foi escolhido o menor período acima da largura máxima do padrão, que é 2 ms e o período do PWM ficou em 2.048 ms ( $\approx 488.28$  Hz).

Ainda, o ESC, durante sua inicialização, identifica automaticamente qual o padrão PWM recebido e em seguida permite uma calibração. Nela é possível configurar uma largura mínima de pulso maior que e uma largura máxima menor que as respectivas larguras mínima e máxima do padrão utilizado. Para garantia de uniformidade, o ESC foi recalibrado no mesmo ponto de operação no início de cada experimento.

### C.3.5 Amostragem do sinal de velocidade

Como descrito na Seção C.3.2,  $\Delta t$  é o sinal amostrado e dele, posteriormente, é calculado a velocidade por  $w(kh) \approx \Delta\theta/\Delta t$ , como explicado na Seção 3.1. Na mesma seção é informado que o período de amostragem é de 0,1024 s. Esta escolha deu-se por aproveitar a função de *callback* do temporizador 2 para realizar o evento

de amostragem, por isso o período de amostragem é um múltiplo do período do sinal PWM.

O evento de amostragem dá-se em 3 etapas:

(i) Cálculo do ciclo de trabalho do PWM pela equação (3.1), os fatores de *offset*  $O$  e de ganho  $G$  garantem que os pulsos gerados estejam dentro dos limites do padrão PWM enquanto fazem o sinal preencher a maior parte do intervalo de largura de pulso.

(ii) Para evitar um erro de dessincronização, é necessário que a atualização do ciclo de trabalho do PWM ocorra no evento de interrupção.

(iii) Envio pelo UART para o computador dos 3 bytes menos significativos de  $\Delta t$  e do ciclo de trabalho do PWM (um byte). Portanto, em  $40 \mu\text{s}$  os dados são enviados, não comprometendo o funcionamento dos outros subsistemas.

Para melhor controle das funcionalidades do microcontrolador, foi implementada para cada periférico uma camada de abstração de hardware (HAL, do inglês *Hardware Abstraction Layer*), totalmente baseada no *datasheet* do ATmega328p (Atmel, 2015). Quanto ao recebimento dos dados pelo computador, foi implementado um *script* em Python que interpretará os dados recebidos e os escreveram em um arquivo csv para posterior análise. A HAL em C e o *script* em Python estão disponíveis no repositório aberto<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Oliveira, Matheus. **identification-validation-propulsion**. Disponível em: <https://github.com/Matheus3483/identification-validation-propulsion>, (acessado em 30 de Maio de 2024).

## Apêndice D

### Investigação do ruído

DOIS motivos levaram a esta investigação mais detalhada do ruído do sinal da saída da chave sensitiva por efeito hall, foram eles: *(i)* a observação em osciloscópio que este sinal não é uma onda quadrada e tem um ciclo de trabalho variando entre 56% e 60% aparentemente de forma aleatória, *(ii)* a busca por um modelo estatístico de ruído de quantização para a validação do modelo identificado.

Primeiramente, a observação do sinal não quadrado foi atribuído ao efeito de histerese informado pelo *datasheet* da chave (Allegro,2002). Por isso, utilizou-se duas bordas de subida para capturar o intervalo de tempo  $\Delta t$ .

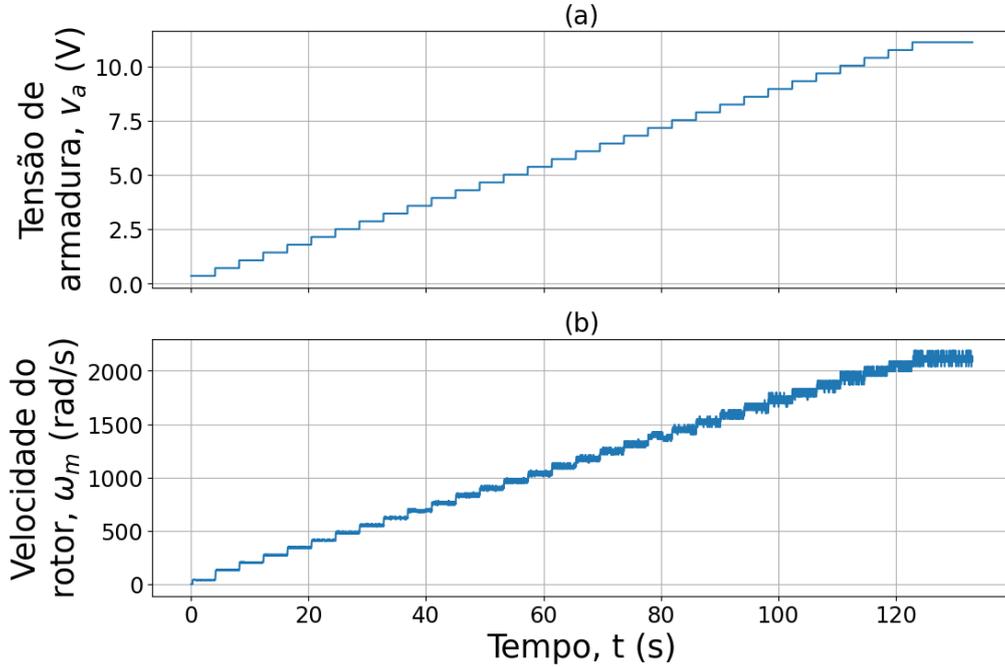
Em seguida, fez-se a investigação em duas etapas: *(i)* observação da natureza do ruído de quantização do sinal da velocidade  $\omega_m$ , buscando entender suas causas até sua origem; *(ii)* simulação do processo de amostragem do sinal da chave até o pós-processamento no computador, observando-se cada etapa.

#### D.1 Investigação do ruído a partir do sinal adquirido por meio do microcontrolador

Para avaliar o ruído de quantização para velocidades  $\omega_m$  diferentes do rotor, realizou-se um experimento com entrada composta por pulsos de amplitudes crescentes e sem a hélice. O o sinal de entrada e a saída resultante podem ser observados

na Fig. D.1.

**Figura D.1:** Sinais de (a) entrada  $v_a$  e (b) velocidade do rotor  $\omega_m$ .



Fonte: O autor.

Da imagem observa-se que o nível do ruído de quantização cresce com a velocidade. Isto ocorre porque na equação da velocidade,  $\omega_m = \Delta\theta/\Delta t$ , o que varia é o termo  $\Delta t$  amostrado pelo microcontrolador, que por sua vez é quantizado em um múltiplo de  $10 \mu s$ , como descrito em C.3. Portanto, a variação entre dois níveis de quantização ( $10 \mu s$ ) terá mais impacto no cálculo do valor da velocidade  $\omega_m$  quanto menor for  $\Delta t$ , ou seja, quanto maior for a velocidade real. Com isso, chega-se ao seguinte modelo para o intervalo  $\Delta\tilde{t}$  quantizado:

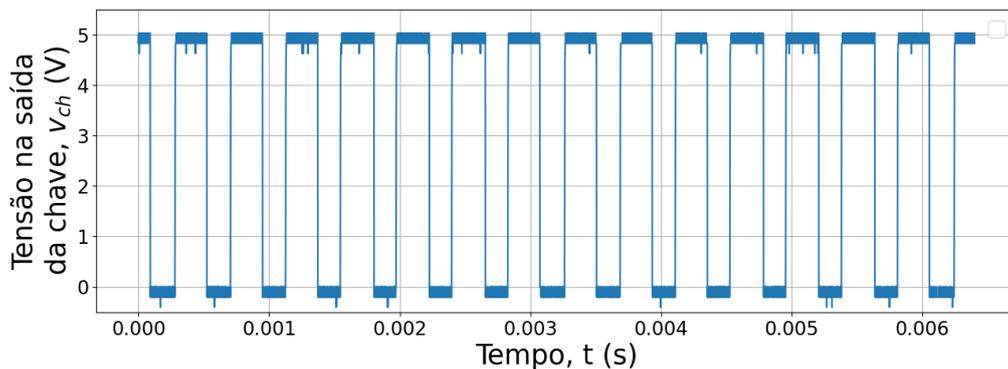
$$\Delta\tilde{t} = \left\lfloor \frac{\Delta t + \varepsilon}{\Delta q} \right\rfloor \times \Delta q, \quad (D.1)$$

onde,  $\Delta t$  é o intervalo de tempo entre duas interrupções não quantizado,  $\varepsilon$  é o ruído deste sinal não quantizado e  $\Delta q$  é a diferença entre dois níveis de quantização ( $10 \mu s$ ). Entretanto, destas observações só é possível aferir a presença do ruído justificando sua amplitude. Por isso, buscou-se mais detalhes fazendo o caminho inverso.

## D.2 Investigação do ruído a partir do sinal adquirido por meio do osciloscópio

Para avaliar a origem do ruído, 50 ms do sinal da saída da chave sensitiva por efeito hall foram capturados pelo osciloscópio a uma taxa de amostragem de  $0.8 \mu\text{s}$  e com o motor em velocidade máxima, comandado por meio de um valor de 100% do ciclo de trabalho do sinal PWM na entrada. Uma parte deste sinal pode ser observado na Fig. D.2. A partir deste sinal, foi realizada no computador de desenvolvimento uma simulação do processo de amostragem que é realizado via hardware no microcontrolador.

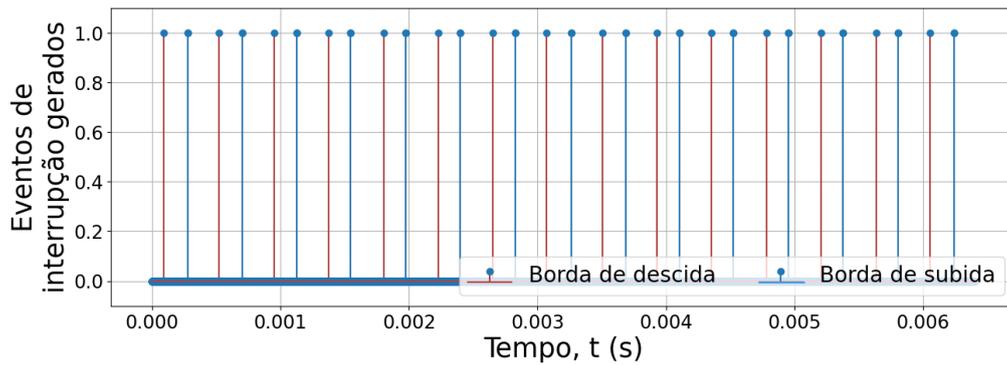
**Figura D.2:** Parte do sinal capturado pelo osciloscópio.



Fonte: O autor.

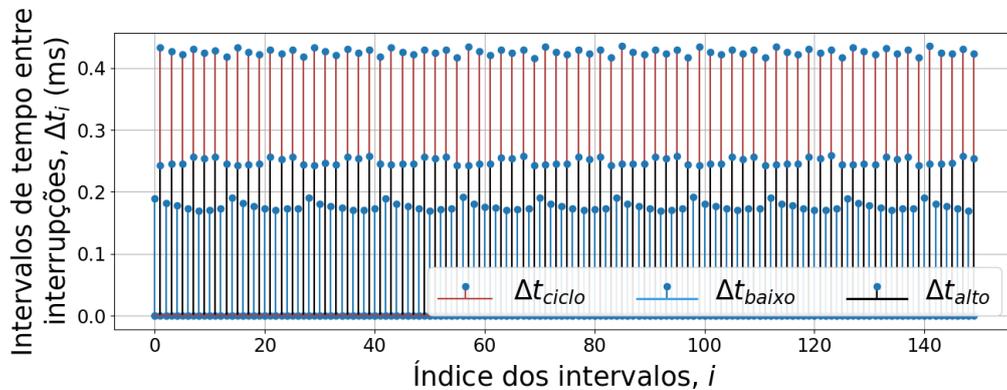
Primeiramente, a entrada digital do microcontrolador só interpretará estados altos (1) e baixos (0) com base em um limiar de tensão, sendo assim, os pequenos ruídos de tensão do sinal serão totalmente filtrados. Entretanto, o pino no qual este sinal chega está configurado para gerar uma interrupção apenas quando houver uma mudança de estado no sinal, ou seja, para o microcontrolador importará apenas os momentos de mudanças de estado. Assim, do sinal da Fig. D.2, chega-se ao sinal interpretado pelo microcontrolador (Fig. D.3), no qual a informação da velocidade do rotor está codificada nos intervalos de tempo entre os pulsos, que são diferenciados por cores.

Para melhor analisar este sinal, trocou-se sua representação da Fig. D.3 pela da

**Figura D.3:** Sinal interpretado pelo microcontrolador.

Fonte: O autor.

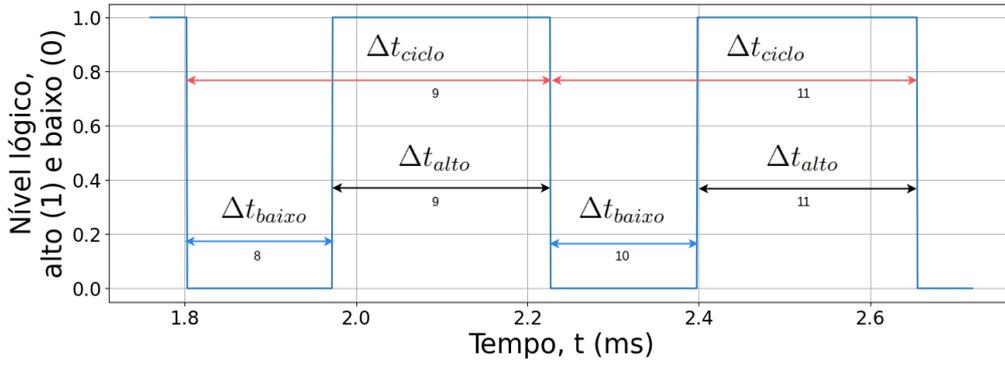
Fig. D.4, no qual os pontos com hastes azuis representam os intervalos de tempo no estado baixo, os com hastes pretas representam os intervalos no estado alto e os com hastes vermelhas, os intervalos de um ciclo completo (tempo em estado baixo + tempo em estado alto). A Fig. D.5 exemplifica a troca de representação, onde cada número abaixo do intervalo é seu índice.

**Figura D.4:** Sinal interpretado pelo microcontrolador, representação por duração de intervalos.

Fonte: O autor.

Desta nova representação, fazem-se duas observações: (i) os intervalos de tempo em que o sinal está em estado alto são sempre maiores que os intervalos de tempo em estado baixo; (ii) os intervalos não são constantes, mas se repetem a cada 7 ciclos. Da observação (i), confirma-se o efeito de histerese do sensor hall na chave e justifica-se a aparente aleatoriedade da variação do ciclo de trabalho observado

**Figura D.5:** Diagrama auxiliar para a representação por duração de intervalos.



Fonte: O autor.

pelo osciloscópio. De (ii), vê-se que o período observado coincide com os ciclos dos 14 ímãs, 7 com magnetização norte e 7 com magnetização sul. Disto, supõe-se que esta não uniformidade advém de pequenas variações nas intensidades dos campos magnéticos e posicionamentos dos ímãs no motor, ou seja, de erros toleráveis da fabricação dos ímãs e da montagem do motor. Conseqüentemente, para toda velocidade do rotor  $\omega_m$  existem apenas 7 intervalos  $\Delta\tilde{t}$  possíveis de serem amostrados, o qual pode ser determinado pela posição angular do motor.

Seguindo com a simulação da amostragem, este sinal irá gerar interrupções no microcontrolador, porém apenas depois de um ciclo completo (2 interrupções) o sistema terá registrado em  $\Delta\tilde{t}$  o valor do intervalo de tempo do ciclo quantizado em  $10 \mu\text{s}$ . Na Fig. D.6 são representados os valores de  $\Delta\tilde{t}$  registrados e as velocidades calculadas a partir destes valores.

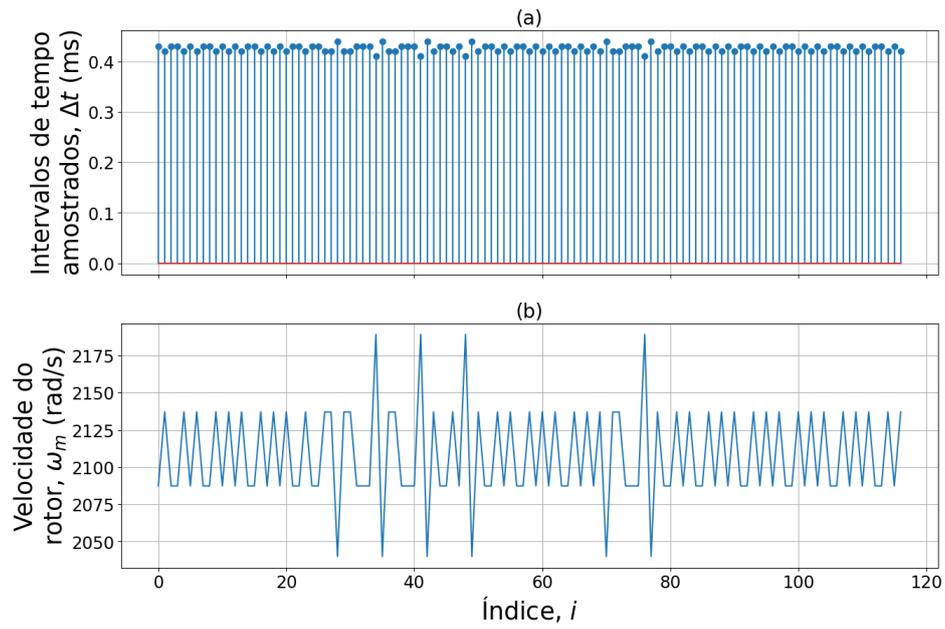
Com estas novas informações, o modelo em (D.1) foi aprimorado para:

$$\Delta\tilde{t} = \left\lfloor \frac{\Delta t_i}{\Delta q} \right\rfloor \times \Delta q, \quad i \in \mathbb{Z}_7, \quad (\text{D.2})$$

onde,  $\Delta q$  é a diferença entre dois níveis de quantização e  $\Delta t_i = \Delta\theta_i/\omega_m$  é um dos sete intervalos de tempo transcorridos para que ocorra uma variação angular  $\Delta\theta_i$  (onde  $\sum_{i=0}^6 \Delta\theta_i = 2\pi \text{ rad}$ ) para uma mesma velocidade do rotor  $\omega_m$ , como no sinal periódico dos ciclos apresentado na Fig. D.4.

Em conclusão, o ruído do sinal de velocidade é, em verdade, determinístico e

Figura D.6: Simulação da amostragem de (a)  $\Delta\tilde{t}$  e (b) velocidade do rotor pós-processado.



Fonte: O autor.

sua aparente aleatoriedade, ou pseudo-aleatoriedade, advém do desconhecimento da posição do angular do rotor, e da assincronia entre os instantes de amostragem do microcontrolador e os instantes de mudanças de estado da chave sensível por efeito hall.

# Referências

- Aguirre, L. A., Rodrigues, G. G., e Jácome, C. R. (1998). Identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos narmax polinomiais - uma revisão e novos resultados. *SBA Controle I& Automação*, 9(2):90–106.
- Allegro (2002). Datasheet 3141 thru 3144, sensitive hall-effect switches for high-temperature operation.
- Åström, K. J. e Wittenmark, B. (1997). *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Prentice Hall, New Jersey, 3rd. edição.
- Atmel (2015). Datasheet: Atmega 328p, 8-bit avr microcontroller with 32k bytes in-system programmable flash.
- Bezerra, J. A. e Santos, D. A. (2022). Optimal exact control allocation for under-actuated multicopter aerial vehicles. *IEEE Control Systems Letters*, 6:1448–1453.
- Chatrath, K. (2019). *Vehicle Dynamics Control Using Control Allocation*. PhD thesis, Delft University of Technology.
- Coates, E. M., Wenz, A., Gryte, K., e Johansen, T. A. (2019). Propulsion system modeling for small fixed-wing uavs. In *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, páginas 748–757.
- Corke, P. (2017). *Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms In MATLAB, Second Edition*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd. edição.
- Fernandes da Silva, M., Fonseca Bastos, F., da Silva Casillo, D. S., e Casillo, L. A. (2016). Parameters identification and analysis of brushless direct current motors. *IEEE Latin America Transactions*, 14(7):3138–3143.
- Härkegård, O. (2003). *Backstepping and Control Allocation with Applications to Flight Control*. Linköping studies in science and technology: Dissertations. Linköping University.

- Haynes, B. R. e Billings, S. A. (1994). Global analysis and model validation in nonlinear system identification. *Nonlinear Dyn*, 5:93—130.
- Jimenez-Gonzalez, J., Gonzalez-Montañez, F., Jimenez-Mondragon, V. M., Liceaga-Castro, J. U., Escarela-Perez, R., e Olivares-Galvan, J. C. (2021). Parameter identification of bldc motor using electromechanical tests and recursive least-squares algorithm: Experimental validation. *Actuators*, 10(7).
- Jin, G., Lu, L., e Zhu, X. (2014). A modified nonnegative garrote method for identification of brushless dc motors. In *Conf. Rec. of LEMCS'2014*, páginas 163–167. Atlantis Press.
- Khluabwannarat, P., Nawikavatan, A., e Puangdownreong, D. (2018). Fractional-order model parameter identification of bldc motor by flower pollination algorithm. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 13:573–579.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1987). Model selection and validation methods for non-linear systems. *International Journal of Control*, 45(1):311–341.
- Ljung, L. (1999). *System identification - theory for the user*. Prentice Hall, New Jersey, 2nd. edição.
- Løw-Hansen, B., Müller, N. C., Coates, E. M., Johansen, T. A., e Hann, R. (2023). Identification of an electric uav propulsion system in icing conditions. In *SAE's International Conference on Icing of Aircraft, Engines, and Structures*, página 1–19.
- Majdoubi, R., Masmoudi, L., Bakhti, M., Elharif, A., e Jabri, B. (2021). Parameters estimation of bldc motor based on physical approach and weighted recursive least square algorithm. *IJECE*, 11(1):133–145.
- Moseler, O. e Isermann, R. (2000). Application of model-based fault detection to a brushless dc motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(5):1015–1020.
- Pintelon, R. e Schoukens, J. (2012). *System Identification: A Frequency Domain Approach*. Wiley-IEEE Press.
- Podhradský, M., Coopmans, C., e Jensen, A. (2014). Battery state-of-charge based altitude controller for small, low cost multirotor unmanned aerial vehicles. *J Intell Robot Syst*, 74:193–207.
- Theys, B. e De Schutter, J. (2021). Virtual motor torque sensing for multirotor propulsion systems. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6(2):4149–4155.

Xiang, C., Wang, X., Ma, Y., e Xu, B. (2015). Practical modeling and comprehensive system identification of a bldc motor. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015:1–11.

Zhang, B., Song, Z., Zhao, F., e Liu, C. (2022). Overview of propulsion systems for unmanned aerial vehicles. *Energies*, 15(2).