



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MÍRIAN JÚLIA TUDE DE ALMEIDA SANTOS**

**SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: um estudo com turmas do 7º ano do ensino  
fundamental**

**RECIFE**

**2024**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MÍRIAN JÚLIA TUDE DE ALMEIDA SANTOS**

**SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: um estudo com turmas do 7º ano do ensino fundamental**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientador:** Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

**Coorientadora:** Gracivane da Silva Pessoa

**RECIFE**

**2024**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Tude de Almeida Santos, Mírian Júlia .

Significados de fração: um estudo com turmas do 7º ano do ensino fundamental / Mírian Júlia Tude de Almeida Santos. - Recife, 2024.  
30 : il., tab.

Orientador(a): Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Coorientador(a): Gracivane da Silva Pessoa

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática - Licenciatura, 2024.

Inclui referências, apêndices.

1. Educação matemática. 2. Frações. 3. Significados de frações. 4. Ensino fundamental. I. Ferreira Monteiro, Carlos Eduardo. (Orientação). II. Silva Pessoa, Gracivane da. (Coorientação). IV. Título.

370 CDD (22.ed.)

MÍRIAN JÚLIA TUDE DE ALMEIDA SANTOS

**SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: um estudo com turmas do 7º ano do ensino fundamental**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 20/03/2024.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

---

Prof. Ma. Gracivane da Silva Pessoa (Coorientadora)  
Centro Universitário da Vitória de Santo Antão (UNIVISA)

---

Prof. Dr. Airton Temistocles Gonçalves de Castro (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

---

Prof. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

## RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de um estudo realizado como trabalho final para conclusão do curso de licenciatura em Matemática, motivado pelas vivências da autora em uma escola pública estadual de Recife. O estudo teve como finalidade analisar a compreensão de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental sobre três dos significados das frações: parte/todo, número e probabilidade. Há evidências de estudos que concluem que a efetiva aprendizagem do conceito de fração só ocorre quando há compreensão de seus diferentes significados e de suas representações. O processo de formação do conceito de fração pelos estudantes foi estudado por Terezinha Nunes e Peter Bryant, tendo como base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. Buscando atingir o objetivo da pesquisa, desenvolvemos uma atividade didático-pedagógica para ser realizada por duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental. Os resultados mostraram que os estudantes apresentam lacunas na compreensão dos três significados abordados. Eles responderam às questões relativas ao significado parte/todo apenas associando o numerador e o denominador das frações a partes pintadas e quantidade de partes totais de uma figura e demonstraram dificuldades nos itens relativos ao significado numérico das frações e ao de probabilidade. Esses resultados apontam a necessidade de se abordar os diferentes significados no ensino das frações ao longo do Ensino Fundamental, o que pode ser motivado por pesquisas para formação continuada dos professores, com foco em promover um processo de aprendizagem multifacetado do conceito de fração.

**Palavras-chave:** Frações; Significados de fração; Ensino Fundamental; Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

This paper presents the results of a study carried out as a final project for the completion of the undergraduate degree in Mathematics, motivated by the author's experiences in a public school in Recife. The study aimed to analyze the understanding of 7th grade elementary school students about three meanings of fractions: part/whole, number and probability. There is evidence from studies that conclude that effective learning of the concept of fraction only occurs when there is an understanding of its different meanings and representations. The process of formation of the concept of fraction by students was studied by Terezinha Nunes and Peter Bryant, based on Vergnaud's Theory of Conceptual Fields. Seeking to achieve the objective of the research, we developed a didactic-pedagogical activity to be carried out by two 7th grade elementary school classes. The results showed that the students have gaps in their understanding of the three meanings addressed. They answered questions related to the meaning of part/whole only by associating the numerator and denominator of fractions with painted parts and the number of total parts of a figure, and demonstrated difficulties in the items related to the numerical meaning of fractions and probability. These results point to the need to address the different meanings in the teaching of fractions throughout Elementary School, which can be motivated by research for continuing education of teachers, with a focus on promoting a multifaceted learning process of the concept of fraction.

**Keywords:** Fractions; Meanings of fractions; Elementary Education; Mathematics Teaching.

## LISTA DE FIGURAS

<a href="#"><u>Figura 1 – Questões explorando o significado parte/todo</u></a> .....	16
<a href="#"><u>Figura 2 – Questões explorando o significado número</u></a> .....	17
<a href="#"><u>Figura 3 – Questões explorando o significado probabilidade</u></a> .....	17
<a href="#"><u>Figura 4 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 1</u></a> .....	20
<a href="#"><u>Figura 5 – Resposta classificada como interpretação equivocada na questão 1</u></a> .....	21
<a href="#"><u>Figura 6 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 2</u></a> .....	22
<a href="#"><u>Figura 7 – Resposta classificada como interpretação equivocada na questão 2</u></a> .....	22
<a href="#"><u>Figura 8 – Resposta classificada como compreensão parcial na questão 3</u></a> .....	23
<a href="#"><u>Figura 9 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 4</u></a> .....	24
<a href="#"><u>Figura 10 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 4</u></a> .....	24
<a href="#"><u>Figura 11 – Respostas classificadas como boa compreensão nas questões 5 e 6</u></a> ...	25

## LISTA DE QUADROS

<a href="#"><u>Quadro 1 - Respostas apresentadas sobre a compreensão de fração</u></a> .....	18
--	----

## SUMÁRIO

<u>1</u>	<u>INTRODUÇÃO</u> .....	9
<u>2</u>	<u>COMO EXPLICAR O SIGNIFICADO DE UMA FRAÇÃO?</u> .....	11
<u>3</u>	<u>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</u> .....	13
<u>4</u>	<u>ABORDAGEM METODOLÓGICA</u> .....	15
<u>5</u>	<u>RESULTADOS E DISCUSSÕES</u> .....	18
<u>6</u>	<u>CONSIDERAÇÕES FINAIS</u> .....	27
	<u>REFERÊNCIAS</u> .....	29

## 1 INTRODUÇÃO

Estudantes da Educação Básica frequentemente enfrentam dificuldades para aprender alguns conceitos matemáticos. Segundo Patrono (2011), um exemplo de conteúdo que parece desafiador são os números racionais. As dificuldades enfrentadas por esses estudantes podem estar relacionadas às maneiras como tal conteúdo é abordado nas aulas de matemática. O ensino tradicional, com ênfase em regras e procedimentos estandardizados, pode ser um fator que dificulta a compreensão dos estudantes sobre esse conceito. Assim, autores enfatizam que o ensino de números racionais requer uma abordagem contínua e multifacetada para abranger toda a sua complexidade.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) é um dos principais documentos normativos educacionais e apresenta orientações para o ensino dos números racionais a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Essas orientações abrangem os significados e as representações dos números racionais, buscando contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico matemático dos estudantes por meio das ideias fundamentais relacionadas aos números racionais, tais como: *equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação*.

Cavalcanti e Guimarães (2008) realizaram um estudo sobre a abordagem dos números racionais em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo utilizado sete significados de frações: *Parte/todo, Quociente, Probabilidade, Operador multiplicativo, Número, Medida e Razão*. As autoras tiveram como principal conclusão a indicação de que a compreensão efetiva de um número racional só ocorre quando os estudantes conseguem diferenciar seus significados e suas representações.

No estudo que apresentamos neste artigo foi abordada a representação fracionária e três dos significados analisados por Cavalcanti e Guimarães (2008): *Parte/todo, Número e Probabilidade*. O significado de *parte/todo* foi escolhido por ser o mais abordado em livros didáticos e em estudos sobre frações. Assim, ao selecioná-lo pretendíamos identificar a familiaridade dos estudantes com tal significado. Além disso, a ideia de *parte/todo* se relaciona com os demais significados da fração. O *significado número* foi escolhido, pois tivemos a intenção de observar as dificuldades que os estudantes frequentemente apresentam, em situações contextualizadas ou

não. Finalmente, foi selecionado o significado de *probabilidade* por ser orientado ao pensamento probabilístico, o qual também é trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, o significado de *probabilidade* foi incluído nas tarefas do estudo devido à sua conexão com diversos fenômenos presentes na vida dos estudantes e por não ser frequentemente associado às frações.

Para justificar o processo de formação do conceito de fração pelos estudantes tomamos como base teórica as ideias de Vergnaud (1982, 1983, 1990) na Teoria dos Campos Conceituais. Também vamos nos debruçar sobre as contribuições feitas por Nunes e Bryant (1997) a respeito da aprendizagem das frações e seus significados.

Este artigo teve como objetivo analisar, por meio dos dados gerados numa atividade didático-pedagógica, a compreensão dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de Pernambuco acerca de três dos significados dos números racionais em sua representação fracionária. Buscamos identificar os procedimentos mobilizados pelos estudantes em cada significado da fração, a fim de obter indícios de lacunas de suas aprendizagens e verificar se algum outro significado se mostraria melhor compreendido.

Nas próximas seções abordaremos os aspectos teóricos do estudo, em seguida apresentaremos a metodologia desenvolvida e por fim os principais resultados e discussões obtidos após a realização da atividade didático-pedagógica com os participantes.

## 2 COMO EXPLICAR O SIGNIFICADO DE UMA FRAÇÃO?

Caraça (2000) afirma que os números racionais surgiram como resposta a exigências das necessidades sociais de medição. Nas atividades de medir, ao estabelecer a unidade de medida base e comparar a grandeza a ser medida com a unidade definida, é necessário expressar quantas vezes uma grandeza cabe na outra, o que nem sempre era possível ser feito apenas com os números inteiros.

A BNCC (Brasil, 2018) faz indicações ao ensino dos números racionais para diferentes anos de escolarização. Nascimento (2008) afirma que o ensino de números racionais se justifica porque são conhecimentos cotidianamente utilizados para expressar medidas e índices comparativos. Assim, a aprendizagem de tais conteúdos de matemática podem fornecer ferramentas essenciais para o compreender outros tópicos matemáticos, que devem ser abordados posteriormente, como as operações algébricas.

Para Silva (2006), embora o conceito de número racional seja comumente resumido a qualquer número que possa ser escrito como  $a/b$  com  $a$  e  $b$  inteiros e  $b$  diferente de zero, esse é um conceito muito mais amplo e dotado de particularidades. Behr, Lesh, Post e Silver (1983) argumentaram que o conceito de número racional representa uma das ideias mais importantes e complexas abordadas durante o Ensino Fundamental. Ventura (2013) complementa ao afirmar que essa complexidade na compreensão dos números racionais é dada pelos diferentes tipos de representações e significados que esses números podem assumir.

São três as possíveis representações numéricas de um número racional: fracionária, decimal e percentual (Curty, 2016). Dentre os diferentes significados que a representação fracionária pode assumir, Nunes e Bryant (1997) relacionaram cinco significados: *parte/todo*, *quociente*, *medida*, *número* e *operador multiplicativo*. Em estudos mais recentes, Cavalcanti e Guimarães (2008) apresentaram uma nova classificação, com dois significados a mais, estruturando-os em: *parte/todo*; *quociente*; *probabilidade*; *operador multiplicativo*; *número*; *medida* e *razão*.

Neste trabalho refletimos sobre a *representação fracionária*, explorando os significados relacionados às ideias de *parte/todo*, *número* e *probabilidade*. O significado *parte/todo* representa a partição de um todo em  $n$  partes iguais, na qual cada parte pode ser expressa como  $1/n$  (Cavalcanti; Guimarães, 2008). Campos,

Magina e Nunes (2006) destacaram que é comum que nos anos iniciais do Ensino Fundamental seja feita a apresentação das frações às crianças com esse significado e uma abordagem de contextos limitados a ele seja mantida em sala de aula. Possivelmente essa prática decorre porque nos livros didáticos brasileiros se enfatizam mais frequentemente o significado parte/todo na abordagem sobre frações, (Carvalho; Lopes; Vizollim, 2023). Sendo o livro didático um dos instrumentos pedagógicos mais utilizados no ensino das frações, propaga-se esse significado em detrimento de outros.

O significado de número representa a fração como número em si, não havendo necessidade de contextualização (Cavalcanti; Guimarães, 2008). Segundo Lopes (2008) não é intuitivo para uma criança por volta dos dez anos compreender que uma fração é um número racional. Por outro lado, por vezes são adotadas metodologias que promovem abordagens de quase convencimento, a fim de que as crianças absorvam rápido essa informação, sem mobilizar nelas uma compreensão satisfatória do significado numérico.

O significado da probabilidade é a fração representando a chance de um evento específico ocorrer em relação ao total de eventos possíveis, estando contido no significado razão (Cavalcanti; Guimarães, 2008). No estudo de Campos e Carvalho (2016), os autores identificaram que no passado, o estudo da probabilidade tinha início apenas no 2º ano do que corresponde atualmente ao Ensino Médio, o que não ocorre mais. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental as crianças são apresentadas ao estudo de eventos aleatórios, cujas probabilidades são majoritariamente representadas pelas frações.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para os estudantes compreenderem o conceito de fração, é necessário construí-lo. A construção de um conceito matemático é apresentada por Vergnaud em sua Teoria dos Campos Conceituais. Vergnaud (1983) menciona que os conhecimentos são organizados em campos conceituais, definidos como conjuntos de problemas e situações que para serem resolvidos exigem diferentes conceitos, procedimentos e representações, todos interligados.

Segundo Vergnaud (1990), um conceito é constituído por três conjuntos: *situações, invariantes e representações*. As situações representam as tarefas que conferem significado ao conceito, os invariantes referem-se à base operacional do conceito, como por exemplo as estratégias, e as representações abrangem as formas e os símbolos nos quais o conceito pode ser expresso.

Vergnaud (1982) enfatiza que a compreensão imediata de um novo campo conceitual por parte do sujeito é um processo que pode demandar anos. Tal compreensão é adquirida por meio da exposição do sujeito a uma variedade de situações que incluem um ou mais invariantes relacionados ao conceito, assim como diferentes representações.

Nunes e Bryant (1997), com base na Teoria dos Campos Conceituais, fizeram considerações sobre a definição do conceito de frações, descrevendo os três conjuntos que o compõem: os significados (*parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo*); os invariantes, que são as propriedades de equivalência e ordenação; e as representações, que são as simbologias matemáticas, algarismos e símbolos que compõem as frações.

Por exemplo, imagine que seja proposta para um estudante a seguinte questão:

*Posicione a fração  $\frac{4}{3}$  na reta numérica.*

Nesse caso, se faz necessário identificar a fração como um número (significado) e realizar o posicionamento recorrendo à ordem numérica (invariante) na reta (representação).

Em concordância as ideias de Vergnaud (1982) relativas à compreensão de conceitos matemáticos e de Nunes e Bryant (1997) sobre frações, parece ser necessário apresentar aos estudantes à diversidade de significados das frações. Essa

abordagem possibilitaria a presença dos invariantes e o emprego de diferentes simbologias matemáticas ao longo dos anos de escolarização, proporcionando que estudantes compreendessem melhor o conceito de fração.

#### 4 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Este artigo apresenta aspectos de um estudo que investigou a compreensão de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma instituição de ensino da rede estadual de Pernambuco, situada no município de Recife. A pesquisa focalizou três dos significados dos números racionais em sua representação fracionária: parte/todo, número e probabilidade. O contato com a instituição deu-se por meio de experiências anteriores da autora que acompanhou turmas em vários momentos ao longo do ano letivo de 2023, como residente no Programa de Residência Pedagógica da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) em parceria com a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Segundo as definições feitas por Proetti (2018), o estudo pode ser classificado de natureza mista, pois a análise dos dados obtidos é feita em ambas as perspectivas, qualitativa e quantitativa. Analisamos a compreensão dos estudantes em relação aos três dos significados das frações, identificando os métodos adotados nas resoluções das questões e buscando indícios de melhor compreensão de algum dos significados por parte dos estudantes.

Participaram do estudo 39 estudantes (22 do sexo masculino e 17 do sexo feminino), distribuídos/as entre duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, as quais estavam nas últimas semanas do ano letivo. Os/as participantes responderam a uma atividade didático-pedagógica composta por sete questões. A primeira questão, denominada de questão extra teve o propósito de verificar a compreensão prévia desses estudantes em relação ao conceito de fração. As demais questões exploraram os 3 significados das frações: parte/todo, número e probabilidade. Esses itens foram nominados como questão 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

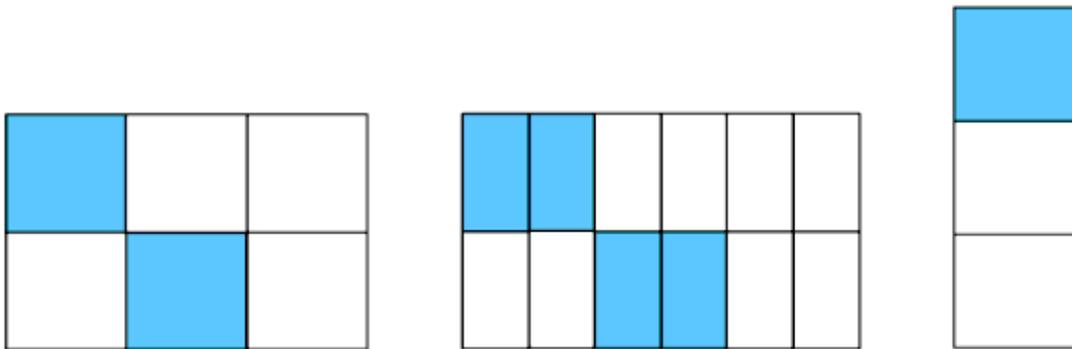
As questões 1 e 4, Figura 1, foram elaboradas utilizando o significado parte/todo. Na questão 1, visamos analisar na alternativa (a) se os estudantes conseguiam apresentar a representação fracionária da base da mistura em relação ao todo e na alternativa (b) se eles conseguiam apresentar a representação fracionária referente a essência em relação ao todo da mistura, ou seja, se esses estudantes conseguiam realizar a transformação de uma linguagem verbal para a escrita algébrica. Na questão 4 utilizamos três representações pictográficas diferentes de uma mesma fração, buscando verificar se os estudantes podiam identificar a equivalência entre elas.

Figura 1 – Questões explorando o significado parte/todo

- 1) Sophia está fazendo sabão líquido em casa e sua receita inclui a mistura de 2 copos de essência com 6 copos de base.

a) Qual fração da mistura é composta pela base?	b) Qual fração da mistura é composta pela essência?
---	---

- 4) Para cada uma das figuras abaixo, você deverá circular qual ou quais possuem  $\frac{1}{3}$  pintado.



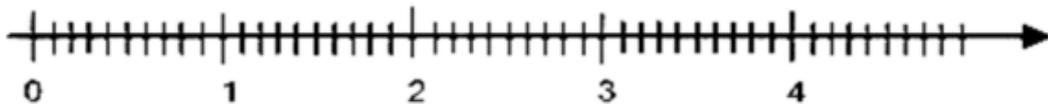
Fonte: Elaborado pela autora.

Nas questões 2 e 3, ilustradas na Figura 2, abordou-se o significado número de uma fração. Na questão 2, visamos verificar se os estudantes tinham uma compreensão do significado numérico de uma fração em termos de quantidade. Intencionou-se também observar as habilidades de comparação entre as diferentes frações fornecidas, destacando a noção de que, fixando o numerador, quanto menor o denominador de uma fração, maior é o número representado por ela. Na questão 3, buscou-se verificar se os estudantes conseguiam posicionar corretamente os números na reta numérica apresentada, apenas com base na interpretação das frações quanto ao número que representavam.

Figura 2 – Questões explorando o significado número

2) André e Bruno estão recolhendo bolas de tênis. Eles encontraram várias bolas espalhadas no chão. André pegou  $\frac{1}{4}$  delas, enquanto Bruno pegou  $\frac{1}{2}$ . Qual dos dois recolheu mais bolas? Justifique.

3) Posicione as frações  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{12}{5}$  e  $\frac{14}{3}$  na reta numérica abaixo :



Fonte: Elaborado pela autora.

Nas questões 5 e 6, ilustradas na Figura 3, utilizamos o significado de probabilidade de uma fração. Ambas as questões buscaram analisar se os estudantes compreendiam que a fração indicada representaria as chances dos casos desejados em cada situação. Visamos observar especialmente se os estudantes compreendiam que o numerador indicava os casos favoráveis e o denominador os casos possíveis.

Figura 3 – Questões explorando o significado probabilidade

5) Em uma urna contém duas bolas pretas, três bolas brancas e quatro bolas vermelhas. Se retirar aleatoriamente uma bola da urna, qual é a fração que representa a probabilidade de que a bola retirada seja preta?

6) Uma sorveteria oferece cinco sabores de sorvete: morango, chocolate, uva, flocos e abacaxi. Se uma criança escolher aleatoriamente apenas um sabor de sorvete, qual é a fração que representa a probabilidade de ela escolher um sabor de fruta?

Fonte: Elaborado pela autora.

Com base nas resoluções dos estudantes, realizamos na seção seguinte, uma análise referente às suas respostas, buscando identificar os procedimentos adotados para resolução de cada questão, as possíveis lacunas quanto à aprendizagem dos significados e se a compreensão de algum desses significados se sobressaiu em relação aos demais explorados na atividade didático-pedagógica.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente foi feita a organização de todas as respostas obtidas na atividade numa planilha do Excel. Buscando a análise desses resultados, decidimos utilizar algumas categorias para classificar a resolução das questões da atividade didático-pedagógica.

Na denominada questão extra, não era esperado que os estudantes apresentassem uma definição completa do que é fração, devido à complexidade desse conceito. Desejávamos apenas identificar a compreensão prévia deles sobre fração. Sendo assim, foram adotadas as seguintes categorias: *Desconhecimento sobre o assunto*, *Interpretações equivocadas* e *Compreensão parcial*. Na primeira categoria foram enquadradas respostas em branco ou compostas por afirmativas como “não sei”; na segunda categoria, foram inseridas as respostas não relacionadas com o conceito de fração; enquanto na terceira categoria, foram inseridas as respostas que traziam aspectos relacionados à algum dos significados ou representações de fração.

Analisando as respostas apresentadas na questão extra, obtivemos 10 estudantes que apresentaram desconhecimento sobre o assunto, 14 expressaram interpretações equivocadas e 15 uma compreensão parcial.

Entre as respostas que expressaram interpretações equivocadas ou uma compreensão parcial houve uma diversidade de afirmações, entretanto, 8 estudantes afirmaram que uma fração era “uma forma de resolver cálculos” e outros 8 afirmaram ser “uma forma de divisão”, o que tem relação direta com o significado quociente de uma fração. Todas as respostas sobre a compreensão de uma fração pelos estudantes estão expressas no Quadro 1.

Quadro 1 – Respostas apresentadas sobre a compreensão de fração

<b>Respostas</b>	<b>Número de estudantes</b>	<b>Categoria</b>
Uma soma	02	Interpretações equivocadas
Uma subtração	01	Interpretações equivocadas

Uma multiplicação	01	Interpretações equivocadas
Uma forma de divisão	08	Compreensão parcial
Uma forma de resolver cálculos	08	Interpretações equivocadas
Um tipo de método da matemática	01	Interpretações equivocadas
Uma forma de calcular porcentagens?	01	Compreensão parcial
Uma conta de dois números em que um fica em cima do outro	04	Compreensão parcial
Um número assim $1/3$	02	Compreensão parcial
Uma mistura composta pela base	01	Interpretações equivocadas

Fonte: Elaborado pela autora.

Essas respostas parecem trazer resquícios de procedimentos e ideias mobilizadas em situações envolvendo frações às quais as crianças foram expostas anteriormente muito mais que uma definição de um conceito estabelecido, o que era esperado devido à faixa etária dos/as participantes da pesquisa. Por exemplo, na resposta “um número assim  $1/3$ ” o estudante traz um exemplo de um número racional representado em sua forma fracionária como definição para fração. O termo “número” sendo utilizado no singular demonstra que existiu o entendimento da fração como representação de um único número, diferente dos quatro estudantes que definiram uma fração como “uma conta de dois números em que um fica em cima do outro”. Lopes (2008) afirma que a ideia de associar uma fração a “dois números inteiros separados por um tracinho” não é trivial e sim um obstáculo no estudo das frações advindo da sua própria notação. A atribuição dos termos “numerador” e “denominador” aos algarismos que compõem uma fração e falas como “número que fica em cima” e “número que fica embaixo” para se referir a eles ao ensinar frações também podem

contribuir para construção dessa ideia nos estudantes.

A resposta “uma mistura composta pela base” certamente adveio erroneamente do contexto trazido na primeira questão proposta posteriormente.

Para as respostas dadas às seis questões seguintes que exploraram os significados de fração também foram utilizados critérios específicos de classificação. Além das três categorias mencionadas anteriormente, foi incluída uma quarta categoria denominada "Boa Compreensão", destinada às respostas consideradas corretas.

Na primeira questão houve um mesmo quantitativo de respostas enquadradas em três das quatro categorias nos itens a e b: 3 respostas indicam desconhecimento sobre o assunto, 30 correspondiam a interpretações equivocadas e 6 demonstravam boa compreensão. A Figura 4 traz um exemplo das respostas consideradas como indicativo de boa compreensão do significado parte/todo na questão.

Figura 4 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 1

- 1) Sophia está fazendo sabão líquido em casa e sua receita inclui a mistura de 2 copos de essência com 6 copos de base.

<p>a) Qual fração da mistura é composta pela base?</p> <p><math>\frac{6}{8}</math> <del><math>\frac{2}{6}</math></del></p>	<p>b) Qual fração da mistura é composta pela essência?</p> <p><math>\frac{2}{8}</math></p>
--	--

Fonte: Acervo da pesquisa.

Na Figura 5, apresentamos um exemplo de resposta incorreta atribuída por um dos estudantes que responderam à atividade. Dos 30 estudantes que apresentaram respostas incorretas ou não relacionadas com a questão, 6 estudantes responderam o item (a) com  $\frac{6}{2}$ , enquanto 13 responderam o item (a) com  $\frac{2}{6}$ . No item b, 7 estudantes responderam  $\frac{2}{6}$ , enquanto 10 responderam no item (b)  $\frac{6}{2}$ . Em termos percentuais, as frações  $\frac{2}{6}$  e  $\frac{6}{2}$  representaram 48,7% de todas as respostas do item (a) e 43,5% de todas as respostas do item (b).

Figura 5 – Resposta classificada como interpretação equivocada na questão 1

1) Sophia está fazendo sabão líquido em casa e sua receita inclui a mistura de 2 copos de essência com 6 copos de base.

<p>a) Qual fração da mistura é composta pela base?</p> <p><math>\frac{6}{2}</math></p>	<p>b) Qual fração da mistura é composta pela essência?</p> <p><math>\frac{2}{6}</math></p>
--	--

Fonte: Acervo da pesquisa.

Pelas respostas apresentadas, observamos que a maioria dos estudantes sabiam como representar uma fração (notação), mas não conseguiram interpretar e representar a situação trazida na questão corretamente. Embora as partes tenham sido identificadas no enunciado, não houve uma idealização do todo que compunha a mistura.

Notavelmente, apenas 15% dos estudantes demonstraram uma boa compreensão quanto à interpretação da questão. A contextualização da mesma pode ter sido um fator contribuinte para o baixo percentual de acerto, pois questões desse tipo naturalmente exigem um nível de abstração maior por parte dos estudantes e as frações, em muitos casos, são ensinadas por meio de procedimentos descontextualizados (Santos, 2019).

Na segunda questão, dos 39 estudantes que responderam à atividade, 21 apresentaram interpretações equivocadas, enquanto apenas 4 demonstraram uma boa compreensão. As demais respostas foram distribuídas entre as outras duas categorias, sendo 5 consideradas acertos parciais ou não justificados e 9 demonstrações de desconhecimento sobre o assunto.

Embora a questão buscasse verificar a compreensão dos estudantes sobre o significado de número, foi possível observar, pelas respostas apresentadas, que conhecimentos a respeito de outros significados de uma fração e até mesmo das representações de um número racional podem ser mobilizados ao resolvê-la. Podemos observar isso na resolução apresentada na Figura 6, que traz uma resposta enquadrada na categoria de boa compreensão, na qual o estudante utilizou a representação pictórica e a linguagem verbal para atingir a resposta considerada correta.

Figura 6 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 2

2) André e Bruno estão recolhendo bolas de tênis. Eles encontraram várias bolas espalhadas no chão. André pegou  $\frac{1}{4}$  delas, enquanto Bruno pegou  $\frac{1}{2}$ . Qual dos dois recolheu mais bolas? Justifique.

Cálculos:  $\frac{1}{4} =$    $\frac{1}{2} =$    $\frac{1}{2} =$  metade

$\frac{1}{4} = 1$  quarto   $\frac{1}{2} = 2$  quartos 

Resposta: Bruno

Fonte: Acervo da pesquisa.

A resposta mais frequente entre as classificadas como indicativo de interpretações equivocadas foi a de que André havia pegado uma quantidade maior de bolas. Esse resultado, conforme apresentado na Figura 7, demonstra uma tendência dos estudantes em concentrar-se no valor numérico apresentado no denominador, pois o número 4 (denominador na fração  $\frac{1}{4}$ ) é maior que o número 2 (denominador na fração  $\frac{1}{2}$ ). Um total de 16 estudantes realizaram essa interpretação equivocada ao comparar as frações.

Figura 7 – Resposta classificada como interpretação equivocada na questão 2

2) André e Bruno estão recolhendo bolas de tênis. Eles encontraram várias bolas espalhadas no chão. André pegou  $\frac{1}{4}$  delas, enquanto Bruno pegou  $\frac{1}{2}$ . Qual dos dois recolheu mais bolas? Justifique.

Cálculos: André pegou mais porque o quatro é maior que o dois

Resposta: André

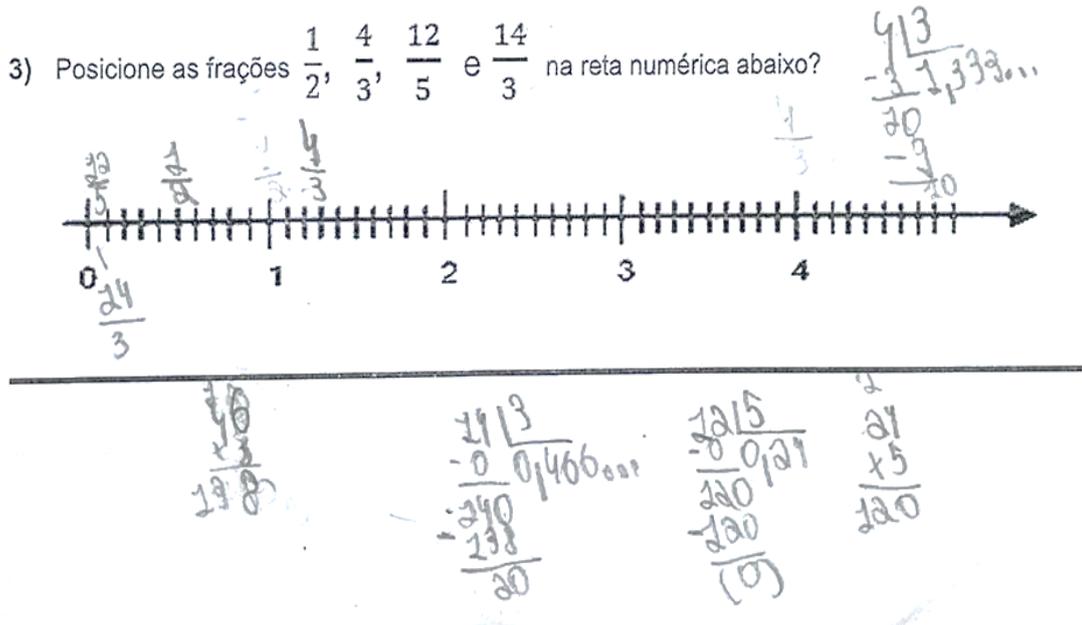
Fonte: Acervo da pesquisa.

Essa resposta advém da discussão já feita sobre a compreensão da fração como dois números distintos. Nesse caso, os numeradores das frações eram iguais e os estudantes compararam os denominadores, indicando aquela que tinha o maior como maior fração, o que é um obstáculo a ser superado na comparação de frações.

Na questão três, a maioria das respostas apresentadas, 34 delas, correspondia à distribuição aleatória das frações na reta numérica, sendo caracterizadas como

interpretações equivocadas. Apenas uma resposta que apresentou atributos suficientes para indicar uma compreensão parcial do significado abordado na questão (Figura 8).

Figura 8 – Resposta classificada como compreensão parcial na questão 3



Fonte: Acervo da pesquisa.

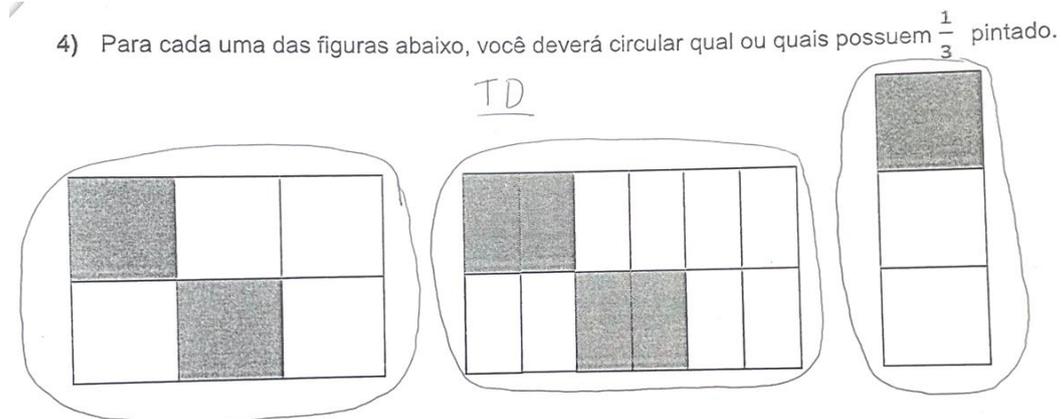
Santos (2019) traz em seu estudo sobre o ensino das frações a noção de fração como ponto na reta numérica e a define como a distância do ponto zero até o valor da fração, sendo um segmento do ponto zero até o número 1 a unidade de medida. Essa ideia está intimamente ligada ao significado de número de uma fração e foi exatamente a abordada na questão três. Compreendemos que é necessário tempo para os estudantes abstraírem o significado número, pois a ideia de que a fração é uma unicidade e não duas partes separadas não é intuitiva.

Santos (2019) afirma que há uma diferença entre entendimento e habilidade e é isso que se pode observar na resposta classificada como compreensão parcial. O estudante possui certa habilidade na transformação da representação fracionária para a representação decimal (embora haja erros operacionais) e consegue posicionar algumas frações corretamente, mas não demonstra um entendimento do significado de número, pois não consegue identificar, por exemplo, que não há como o número  $\frac{14}{3}$  estar entre zero e um, por ter valor numérico maior que um inteiro.

As respostas apresentadas na quarta questão apresentaram um alto índice de

compreensão parcial pelos estudantes, totalizando 28 das 39. Outras 7 respostas foram enquadradas na categoria de desconhecimento do assunto e apenas 4 indicaram boa compreensão (Figura 9).

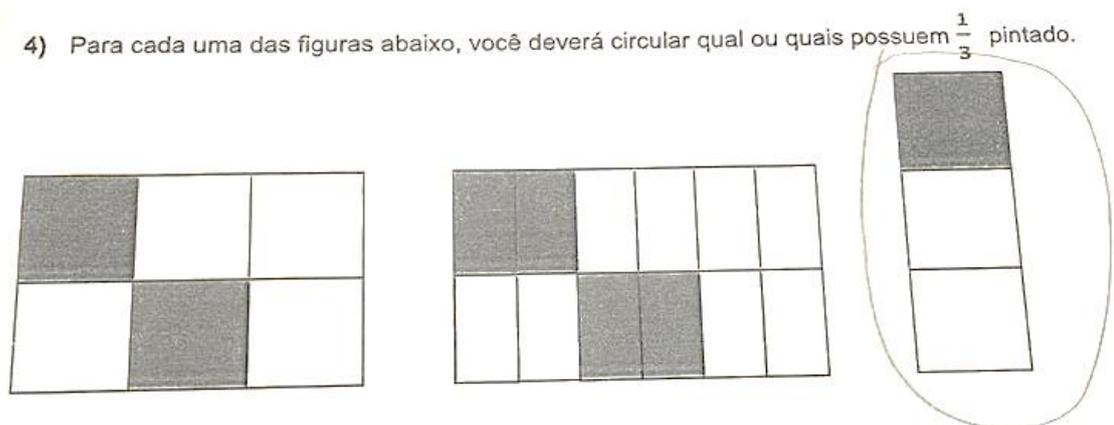
Figura 9 – Resposta classificada como boa compreensão na questão 4



Fonte: Acervo da pesquisa.

Um de 26 estudantes responderam à questão circulando apenas terceira figura (Figura 10), o que representa mais de 66% dos estudantes. Isso aconteceu, pois a situação trazida é a mais comum no ensino de frações e condiciona os estudantes a replicar um método de contagem de partes totais e pintadas para determinar uma fração que representa a figura, não propondo uma reflexão lógico-matemática sobre o significado parte/todo de uma fração (Campos; Magina; Nunes, 2006). Notemos que todas as figuras possuíam  $\frac{1}{3}$  pintadas, mas só a terceira possuía três partes no total, sendo uma parte pintada.

Figura 10 – Resposta classificada como compreensão parcial na questão 4



Fonte: Acervo da pesquisa.

A quinta e sexta questão apresentaram resultados bastante similares e diferentemente das demais, não houve uma concentração de parte significativa dos estudantes em uma única resposta. Entretanto, essas foram as questões nas quais os estudantes demonstraram maior desconhecimento sobre o assunto. Dezoito respostas foram classificadas como incorretas ou não relacionadas em ambas as questões. As demais se dividiram entre respostas que demonstravam boa compreensão e respostas que demonstravam não conhecimento do assunto, respectivamente, 7 e 14 na quinta questão e 6 e 15 na sexta. Importante salientar que todos os protocolos que apresentaram resposta indicativa de boa compreensão na sexta questão também apresentaram resposta indicativa de boa compreensão na quinta questão, conforme ilustra a Figura 11.

Figura 11 – Respostas classificadas como boa compreensão nas questões 5 e 6

5) Em uma urna contém duas bolas pretas, três bolas brancas e quatro bolas vermelhas. Se retirar aleatoriamente uma bola da urna, qual é a fração que representa a probabilidade de que a bola retirada seja preta?

$\frac{2}{9}$

Preta Preta  
 Branco Branco Branco  
 Vermelho Vermelho Vermelho Vermelho

a probabilidade é de tirar 2 porque só tem 2

6) Uma sorveteria oferece cinco sabores de sorvete: morango, chocolate, uva, flocos e abacaxi. Se uma criança escolher aleatoriamente apenas um sabor de sorvete, qual é a fração que representa a probabilidade de ela escolher um sabor de fruta?

$\frac{3}{5}$

porque tem 3 sabores de fruta

Fonte: Acervo da pesquisa.

A probabilidade é comumente abordada de forma dissociada do conteúdo dos números racionais, as frações são tidas apenas como ferramenta de representação

da probabilidade de um evento. É possível que uma vez que a atividade propunha um trabalho com as frações, os estudantes não tenham conseguido acessar uma memória de conexão entre os tópicos e por isso alegaram um desconhecimento sobre o assunto.

Durante as análises das respostas das participantes observou-se que o conceito de fração não está bem compreendido pelos estudantes que participaram do estudo. Esse conceito exige tempo e abordagens completas de ensino para poder ser compreendido, uma vez que os diferentes significados se conectam sutilmente.

Não houve questões que abordassem um único significado com índices de boa compreensão relevantes para ser possível afirmar um significado melhor compreendido pelos estudantes. Cada significado manifestou diferentes lacunas nas percepções dos mesmos, salientando a complexidade do conceito e a necessidade de um aprofundamento no ensino das frações.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo discutido neste artigo buscou observar o entendimento dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de Pernambuco sobre significados de uma fração. Com esse propósito, desenvolvemos inicialmente um estudo teórico para nos aproximar de discussões sobre os diferentes significados de fração. Em seguida, criamos uma atividade didático-pedagógica para ser desenvolvida com duas turmas do 7º ano, explorando três significados de frações, sendo eles: *parte/todo*, *número* e *probabilidade*.

Com a realização dessa atividade didático-pedagógica concluímos que os estudantes apresentam lacunas nos três significados abordados na atividade, sendo essas ainda maiores nos significados de *número* e de *probabilidade*. No resultado *parte/todo*, os estudantes tiveram um comportamento esperado, reproduzindo o processo de apenas associar numerador e denominador a partes pintadas e partes totais.

Esses resultados corroboram com os estudos anteriores (Nunes; Bryant, 1997; Lopes, 2008), nos quais os autores argumentam que, em geral é dada mais importância à compreensão do significado de *parte/todo* em comparação aos outros significados das frações, deixando-os de lado. Além disso, os autores destacam que mesmo quando se trata do significado de *parte/todo*, esse estudo costuma ser superficial, não explorando as propriedades do significado e limitando-se a situações envolvendo contagem de partes pintadas e não pintadas ou pedaços de alimentos ingeridos, ou não.

Dessa forma, acreditamos que seja necessário mais novas pesquisas que busquem investir na formação continuada de professores. É preciso auxiliar esses profissionais a se apropriar de metodologias de ensino capazes de proporcionar a compreensão dos diferentes significados de fração aos estudantes. O conceito de fração não é simples de ser compreendido e essas pesquisas poderiam responder a perguntas como: Qual significado demanda mais tempo para ser compreendido? É mais eficiente trabalhar os significados das frações separadamente ou em conjunto? Por que o significado *parte/todo* é predominantemente ensinado mesmo já havendo estudos afirmando que a compreensão do conceito de fração é prejudicada? E tantas

outras que surgiram com a escrita deste trabalho.

Acreditamos também que os resultados poderão somar com o trabalho em sala de aula, uma vez que chamam o professor a repensar o planejamento de suas aulas sobre frações, a fim de explorar todos os significados.

## REFERÊNCIAS

BEHR, M. J.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A., Rational Numbers Concepts *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Process**, Londres, 1983.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

CAMPOS, T.; CARVALHO, J. I. F. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 1, p. 1-18, set. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/3884>. Acesso em: 04 fev. 2024.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 8, n. 1, p. 125-136, mar. 2006. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/545>. Acesso em: 04 fev. 2024.

CARAÇA, B. J.. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2000.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. **Diferentes significados de fração: análise de livros didáticos das séries iniciais**, p. 1-25, 2008. Disponível em: [https://professoresdematematica.com.br/wa\\_files/gilda%20guimaraes%20diferentes%20significados%20de%20fracao\\_%20analise%20de%20livros%20didaticos%20das%20series%20iniciais.pdf](https://professoresdematematica.com.br/wa_files/gilda%20guimaraes%20diferentes%20significados%20de%20fracao_%20analise%20de%20livros%20didaticos%20das%20series%20iniciais.pdf). Acesso em: 10 jan. 2024.

CARVALHO, R. G. T.; LOPES, T. B.; VIZOLLI, I. Livro Didático e Fração: um olhar em teses e em dissertações brasileiras. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 12, n. 1, p. 76-100, dez. 2023. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/59368>. Acesso em: 20 fev. 2024.

CURTY, A. C. S. **Números racionais e suas diferentes representações**. 2016. 84 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016.

GRAÇA, S. I.; PONTE, J. P.; GUERREIRO, A. Quando As Frações Não São Apenas Partes de Um Todo...! **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, n. 1, p. 683-712, abr. 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/51571>. Acesso em: 12 jan. 2024.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 31, p. 1-22, dez. 2008. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2102>. Acesso em: 13 fev. 2024.

NASCIMENTO, J. Perspectivas para a Aprendizagem e Ensino dos Números Racionais. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 8, n. 2, p. 196-208, out. 2008. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/ric/article/view/212>. Acesso em: 17 jan. 2024.

NUNES, T.; BRYANT, P. Compreendendo Números Racionais. *In*: NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. 1. ed. Artmed, 1997. cap. 8, p. 191-217.

PATRONO, R. M. **A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino**. 2011. 184 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

PROETTI, S. As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: Um estudo comparativo e objetivo. **Revista Lumen**, v. 2, n. 4, p. 1-23, jun. 2018. Disponível em: <https://www.periodicos.unifai.edu.br/index.php/lumen/article/view/60>. Acesso em: 31 jan. 2024.

SANTOS, L. C. R. **Ensino de Frações na Reta Numérica: Proposta de Atividades**. 2019. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Rio de Janeiro, Volta Redonda, 2019.

SILVA, A. M. **Investigando a concepção de frações de alunos nas séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio**. 2006. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2006.

VENTURA, H. M. G. L. **A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico**. 2013. 366 f. Tese (Doutorado em Educação na especialidade de Didática da Matemática) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *In*: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. **Addition and subtraction: A cognitive perspective**, 1982. p. 39-59.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.) **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *In*: **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 2-3, 1990. p.133-170.