



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE FILOSOFIA E
CIÊNCIAS HUMANAS DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNITIVA

JOSÉ ALLYSON DA SILVA

**FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR CRIANÇAS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Recife 2024

JOSÉ ALLYSON DA SILVA

**FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR CRIANÇAS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Psicologia Cognitiva. Área de concentração: Psicologia Cognitiva.

Orientador (a): Alina Galvão Spinillo

Recife 2024

Catálogo de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Silva, Jose Allyson da.

Formulação de problemas matemáticos por crianças do Ensino Fundamental / Jose Allyson da Silva. - Recife, 2024.
62f.: il.

Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, 2024.

Orientação: Alina Galvão Spinillo.

1. Formulação de problemas; 2. Multiplicação; 3. Divisão; 4. Ensino fundamental. I. Spinillo, Alina Galvão. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

CDD 153

JOSÉ ALLYSON DA SILVA

**FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR CRIANÇAS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Psicologia Cognitiva. Área de Concentração: Psicologia Cognitiva.

Aprovada em: 29/05/2024

BANCA EXAMINADORA

POR VÍDEOCONFERÊNCIA

Profa. Dra. Síntria Labres Lautert (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

POR VÍDEOCONFERÊNCIA

Profa. Dra. Leidy Johana Peralta Marin (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

POR VÍDEOCONFERÊNCIA

Profa. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares (Examinadora Externa)
Universidade Federal do Paraná

Dedico esta Dissertação de Mestrado à minha mãe, Sra. Sebastiana Maria da Silva. Ela foi a maior motivadora dos meus estudos e responsável por me ensinar o valor da educação, do amor e da vida.

AGRADECIMENTOS

A minha jornada acadêmica foi acompanhada por muita gente importante. Primeiramente, quero agradecer imensamente à minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Alina Spinillo, que foi extremamente importante desde a iniciação científica até esta etapa. Ela me mostrou a paixão pela pesquisa e pela docência. Seu exemplo me inspira a ser futuro professor universitário.

Quero agradecer, também, a Anderson Andrade pelo suporte nestes dois anos de mestrado, assim como, a todos os meus amigos próximos que direta e indiretamente contribuíram na realização deste sonho.

Por fim, agradecer a todos os docentes, coordenadoras e Técnicos do PPG Psicologia Cognitiva, na pessoa de Timóteo, que contribuíram para essa conquista, e não menos importante, agradecer à FACEPE pelo suporte financeiro durante o período inicial do mestrado.

RESUMO

Formular problemas é habilidade de grande relevância para a aprendizagem de conceitos matemáticos, tanto do ponto de vista psicológico como educacional. Através da formulação de problemas pode-se expressar os conhecimentos acerca de conceitos matemáticos, raciocínio lógico e conhecimentos linguísticos, aqueles relativos à estrutura e ao vocabulário apropriado ao enunciado de problemas matemáticos. A maioria das pesquisas sobre este tema investiga professores que ensinam matemática, sendo raras aquelas conduzidas com crianças, sobretudo no cenário nacional. Em vista disso, o presente estudo tem por objetivo investigar a formulação de problemas matemáticos relativos aos conceitos de multiplicação e de divisão em crianças do Ensino Fundamental (3º, 4º e 5º anos), considerando que o enunciado de problemas matemáticos se trata de um texto matemático com estrutura e semântica própria diferente de outros textos. Os participantes foram individualmente solicitados a formular por escrito problemas de multiplicação e de divisão em duas situações distintas. Os problemas produzidos foram classificados em categorias hierárquicas. Os dados foram analisados de três formas distintas: pelo desempenho na formulação, pelas categorias e, por fim, pelos erros. A partir dos resultados, conclui-se que as situações apresentadas aos estudantes não apresentaram nenhuma influência na formulação de problemas. Elas são igualmente difíceis para eles. Contudo, a operação se mostrou um fator que influenciou a formulação de problemas. Os estudantes erraram mais na multiplicação do que na divisão. Sobre os Tipos de erros, não houve um Tipo de erro que diferenciou um grupo do outro. Isto se deve porque em uma formulação pode haver mais de um Tipo de erro. A partir disso, pesquisas futuras podem se utilizar das categorias e dos Tipos de erros encontrados neste trabalho para investigar outros aspectos envolvidos com a formulação de problemas, por exemplo, analisar a habilidade de reformular problemas levando em consideração o Tipo de erro e analisar a formulação em relação ao Tipo de divisão e multiplicação. A presente pesquisa tem implicações educacionais relevantes, a partir dos seus resultados pode-se criar estratégias didáticas de intervenção em sala de aula por meio da formulação de problemas.

Palavras-chave: formulação de problemas; multiplicação; divisão; ensino fundamental.

ABSTRACT

Posing problems is a highly relevant skill for learning mathematical concepts, both from a psychological and educational point of view. Through the formulation of problems, it is possible to express knowledge about mathematical concepts, logical reasoning and linguistic knowledge related to the structure and vocabulary appropriate to the problem posing. Most research on this topic investigates teachers who teach mathematics, with those conducted with children being rare, especially in the national scenario. In view of this, the present study aims to investigate the problem posing related to the concepts of multiplication and division in elementary school children (third, fourth and fifth year), considering that the word problem of mathematics is a mathematical text with its own structure and semantics different from other texts. Participants were individually asked to formulate multiplication and division problems in writing in two different situations. The problems produced were classified into hierarchical categories. The data was analyzed in three different ways: by performance in the formulation, by categories and finally by errors. The results have shown that the situations presented to the students did not have any influence on the problem posing. They are equally difficult for them. However, the operation proved to be a factor that influenced the formulation of problems. Students made more mistakes in multiplication than in division. Regarding the types of errors, there was no type of error that differentiated one group from the other. This is because there can be more than one type of error in a formulation. Thus, future research can use the categories and types of errors found in this research to investigate other aspects involved with problem posing, for example, analyzing the ability to reformulate problems taking into account the type of error, and analyzing the formulation about the type of division and multiplication. This research has relevant educational implications, based on its results it is possible to create didactic intervention strategies in the classroom through the problem posing.

Keywords: problem posing; multiplication; division; elementary school.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Diferentes perspectivas e temas sobre formulação de problemas matemáticos.	14
Quadro 2 – Parâmetros adotados na análise de formulação de problemas e suas descrições	33
Figura 1 – Exemplo 5	34
Figura 2 – Exemplo 6	35
Figura 3 – Exemplo 7	35
Figura 4 – Exemplo 8	36
Figura 5 – Exemplo 9	36
Figura 6 – Exemplo 10	37
Figura 7 – Exemplo 11	37
Figura 8 – Exemplo 12	38
Figura 9 – Exemplo 13	38
Figura 10 – Exemplo 14	39
Figura 11 – Exemplo 15	40
Figura 12 – Exemplo 16	40
Figura 13 – Exemplo 17	41
Figura 14 – Exemplo 18	41
Figura 15 – Exemplo 19	42
Figura 16 – Exemplo 20	42
Figura 17 – Exemplo 21	43
Figura 18 – Exemplo 22	44
Figura 19 – Exemplo 23	44
Figura 20 – Exemplo 24	45
Quadro 3– Os Tipos de erros na formulação e suas descrições	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número e porcentagem de acertos na formulação de problemas em cada item em função do ano escolar.	30
Tabela 2 – Média de acertos e desvio padrão na formulação de problemas em cada item e ano escolar.	31
Tabela 3 – Número e porcentagem de acertos na formulação de problemas em cada Situação em função do ano escolar.	31
Tabela 4 – Número e porcentagem de acertos na formulação de problemas em cada operação e ano escolar.	32
Tabela 5 – Número e porcentagem de categorias de formulação de problemas em função do ano escolar.	45
Tabela 6 – Número e porcentagem de categorias de formulação de problemas em cada Situação e ano escolar.	46
Tabela 7 – Número e porcentagem de categorias de formulação de problemas em cada operação e ano escolar	47
Tabela 8 – Número e porcentagem de categorias de formulação de problemas em cada ano escolar na Situação 1 e na Situação 2.	48
Tabela 9 – Número e porcentagem de categorias de formulação de problemas em cada ano escolar na multiplicação e divisão	49
Tabela 10 – Número e porcentagem dos Tipos de erros em cada ano escolar entre as crianças que erram os quatro itens de formulação de problemas.	53

SUMÁRIO

1	CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS	12
1.1	OS PARTICIPANTES DAS PESQUISAS SOBRE FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS	15
1.1.1	Pesquisas com Professores	15
1.1.2	Pesquisas com crianças	19
1.1.2.1	Pesquisas de natureza instrucional	20
1.1.2.2	Pesquisas que examinam a capacidade de formular problemas	22
2	OBJETIVOS	26
2.1	OBJETIVO GERAL	26
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	26
3	METODOLOGIA	27
3.1	PARTICIPANTES	27
3.2	PROCEDIMENTO E PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL	27
3.2.1	As situações e as operações	27
3.3	MATERIAL	28
4	RESULTADOS	29
4.1	ANÁLISE DO DESEMPENHO	29
4.2	ANÁLISE DAS CATEGORIAS	33
4.3	ANÁLISE DOS TIPOS DE ERROS	50
5	DISCUSSÃO E CONCLUSÃO	55
5.1	O DESEMPENHO DAS CRIANÇAS QUANDO FORMULAM PROBLEMAS MATEMÁTICOS	56
5.2	AS CATEGORIAS DOS PROBLEMAS FORMULADOS PELAS CRIANÇAS	57
5.3	ERROS DAS CRIANÇAS AO FORMULAREM PROBLEMAS	58
5.4	PESQUISAS FUTURAS	59
5.5	IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS	59
	REFERÊNCIAS	

1 . CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Na contemporaneidade a resolução e formulação de problemas matemáticos estão presentes em muitas bases curriculares educacionais de matemática em vários países, inclusive no Brasil (BNCC, 2020) graças a grande contribuição das pesquisas desenvolvidas na área. Em destaque, a publicação que remonta a George Pólya em 1945 com o livro “How to solve it” traduzido em português posteriormente como “A arte de resolver problemas” (Pólya, 1978) o que contribuiu para a resolução se consolidar nos currículos matemáticos e como instrumento de ensino-aprendizagem. Além disso, a partir desta publicação despertou-se o interesse acerca da formulação de problemas a partir do 4º passo de Pólya (1945) que falava sobre rever a resolução. Nesta etapa busca-se checar a razoabilidade do resultado, os argumentos, encontrar caminhos alternativos de resolução e outros métodos. Desta forma a formulação de problemas, paulatinamente, ganhou interesse tanto nas pesquisas como nos currículos matemáticos.

Brown e Walter (2005), no Livro *The art of problem posing*, trouxeram uma contribuição à mudança de paradigma ao focar na formulação de problemas como meio de ampliação da concepção do que pode ser feito com os problemas matemáticos. Na sua obra eles estabelecem relações entre a formulação e a resolução de problemas e exploram o potencial teórico prático destas duas atividades no contexto educativo.

Brown e Walter (2005) apresentam uma sistematização de estratégia de base heurística traduzida como “e se não” para a formulação de problemas matemáticos. As heurísticas de formulação de problemas são unidades organizacionais da atividade matemática (Kovács, 2023). A função da estratégia “e se não” é formular novos problemas a partir dos já resolvidos e não resolvidos, identificando seus atributos, variando suas condições e objetivos do problema original. Com isto Brown e Walter (2005) mostraram por meio de vários exemplos práticos que, em muitos casos, resolver problemas é essencialmente uma atividade geradora de outros problemas, ou seja, a resolução de problemas pode levar à formulação de problemas.

Em uma publicação recente de Zoltán Kovács (2023) nota-se que essa estratégia ainda é bastante utilizada em pesquisas sobre formulação de problemas. O autor desenvolveu um estudo sobre o papel que as estratégias heurísticas de formulação de problemas, especialmente a estratégia “e se não”, desempenham na

formulação competente de problemas. O método de pesquisa empregado foi uma análise qualitativa dos produtos, ou seja, das formulações produzidas. Além disso, o autor realizou uma análise comparativa do desempenho de dois grupos na análise dos resultados, o primeiro grupo formado de professores novatos e o segundo de professores especialistas. O autor ressalta nas suas conclusões que a formulação de problemas é uma atividade que pode ser aprendida. Para isto, é necessário um treinamento para os futuros professores, tendo em vista que os professores participantes da pesquisa com formação matemática e experiência, em resolução de problemas, apresentaram problemas com mais competência. A diferença pode ser explicada pela intervenção resultando em melhor percepção do problema pelo grupo de especialistas do que pelos novatos. Por fim, o autor afirma que as habilidades necessárias para formular um problema vão além daquelas necessárias para resolvê-lo.

Nesta direção, é importante, antes de dar seguimento ao texto, definir melhor o que seria formulação de problemas. A definição de Silver (1994), para a formulação de problemas matemáticos refere-se à criação de um novo problema ou à reformulação de problemas já propostos. Ambas as possibilidades, ainda segundo o autor, podem acontecer no processo de resolução do problema, seja antes, durante ou depois. No entanto, a formulação de problemas matemáticos também pode ocorrer em um contexto distinto daquele voltado à resolução do problema, mas à criação de outros problemas, como é o caso da presente investigação em que a formulação de problema está relacionada à criação de um problema original, elaborado na ausência de um problema que sirva de base para que haja uma reformulação e, ainda, sem requerer sua resolução. Essa perspectiva é adotada na presente pesquisa.

A relevância da formulação de problemas é destacada por Kilpatrick (1987, p 123) ao afirmar que “a formulação de problemas deve ser vista não apenas como um objetivo da instrução, mas também como meio de instrução”. Neste sentido, a formulação de problemas matemáticos pode ser usada para instruir e examinar conhecimentos matemáticos, como também, para desenvolver a própria habilidade de formular, pois ao formular problemas matemáticos o indivíduo organiza o que sabe em um texto de modo a dar sentido ao que almeja comunicar (Chica, 2001). No caso da presente investigação, o foco recai sobre a própria habilidade de formular problemas por crianças.

A definição de formulação de problemas matemáticos parece ser compartilhada entre os estudiosos sem que haja grandes divergências, no entanto, existem diferenças relacionadas aos objetivos das pesquisas que versam sobre este tópico. Contudo, isto não implica em diferenças conceituais, como afirmam Silver (1994) e Ellerton, Singer e Cai (2015) ao elencar temas que perpassam os estudos nessa área.

O levantamento feito por Silver (1994) tornou-se um clássico na literatura, tendo por objetivo discutir acerca das diferentes abordagens sobre este tema, ele ilustrou a diversidade de aspectos considerados nas pesquisas. Ellerton, Singer e Cai (2015), por sua vez, elencaram cinco principais temas que perpassam a maioria das pesquisas acerca da formulação de problemas matemáticos. Recentemente, Aktaş (2022) fez um estudo bibliométrico que resultou em quatro clusters de termos relacionados com a formulação de problemas dos últimos 31 anos. O Quadro 1, elaborado a seguir, apresenta essas três contribuições que fornecem uma ideia geral de como a formulação de problemas matemáticos tem sido investigada.

Quadro 1 – Diferentes perspectivas e temas sobre formulação de problemas matemáticos

Silver (1994)	Ellerton, Singer e Cai (2015)
Perspectivas na maioria das pesquisas sobre formulação de problemas matemáticos	Temas que perpassam a maioria das pesquisas sobre formulação de problemas matemáticos
Como uma característica da atividade criativa e de habilidades matemáticas excepcionais.	O objetivo da matemática é o próprio problema, não apenas a solução para um problema.
Como uma característica da instrução orientada para a investigação.	Pode ser um agente de mudança na aula de matemática.
Como uma característica da atividade dos matemáticos.	A integração da formulação de problemas no currículo de matemática escolar.
Como um meio para melhorar a resolução de problemas dos estudantes.	Pode ser um elo natural entre instrução formal de matemática, resolução e o mundo fora da escola.
Formulação de problemas como instância para examinar o conhecimento matemático.	Reconhecida como importante na matemática, porém ainda pouco incorporada às atividades escolares.
Como um meio para motivar e criar uma atitude positiva dos estudantes frente à matemática.	
Aktaş (2022)	
O estudo bibliométrico resultou em quatro clusters de termos relacionados com a formulação de problemas dos últimos 31 anos.	
1. Efeito: o efeito da formulação de problemas sobre diversas variáveis.	
2. Criatividade: a relação entre a formulação de problemas e criatividade.	
3. Constructo: compreensão de como isso é pensado no processo de formulação de problemas e a natureza da formulação de problemas.	
4. Intervenção: oportunidade proporcionadas pela mudança do ensino existente, incluindo a formulação de problemas.	

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir dessas perspectivas e temas, observa-se que a formulação de problemas é de grande relevância tanto no campo da psicologia cognitiva como da educação. No âmbito da psicologia cognitiva, a relevância reside no fato de que a formulação de problema revela o conhecimento matemático dos indivíduos, seja em termos dos conceitos neles envolvidos ou seja em relação à capacidade de elaborar problemas. No âmbito educacional, a relevância reside na possibilidade de promover situações instrucionais que visem desenvolver a capacidade dos estudantes quanto à resolução de problemas, uma vez que a relação entre essas duas instâncias é documentada na literatura, como também, visam desenvolver os conceitos matemáticos envolvidos nos problemas. Na presente pesquisa, o foco é de natureza cognitiva, procurando explorar os limites e as possibilidades de crianças quanto à formulação de problemas. Neste sentido, a investigação pode ser considerada como pertencente ao grupo de estudos de construto, segundo Aktaş (2022).

Além dos enfoques considerados nas pesquisas sobre formulação de problemas, é relevante considerar quem são os participantes dessas investigações. De modo geral, as pesquisas têm como participantes professores ou estudantes de diferentes segmentos escolares. Embora no presente estudo o foco seja a população infantil, especificamente crianças estudantes do Ensino Fundamental, é relevante tecer comentários acerca de pesquisas que foram realizadas com outro tipo de população, como discutido a seguir.

1.1 OS PARTICIPANTES DAS PESQUISAS SOBRE FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS.

1.1.1 Pesquisas com professores.

Um exemplo de pesquisa sobre formulação de problemas matemáticos com professores tem-se o estudo de Leung e Silver (1997) que examinou a qualidade dos problemas criados pelos professores em formação do ensino fundamental, para isso eles usaram teste de formulação de problemas aritméticos (TAPP- Test of Arithmetic Problem Posing). Neste teste duas dimensões foram analisadas: qualidade e complexidade dos problemas formulados. A primeira tratava-se da análise de três pontos: ser ou não problema matemático, ser enunciado plausível ou incoerente, ter ou não informações necessárias e suficientes para sua resolução. A complexidade referia-se sobre o problema criado ser ou não difícil de resolver: para um problema

ser considerado difícil usou-se a quantidade de passos para sua resolução, quanto mais passos para resolver mais difícil. Os resultados mostraram que a maioria dos futuros professores formulavam problemas matemáticos plausíveis e com informações necessárias para sua resolução de forma complexa. Porém 30% dos enunciados produzidos apresentavam informações insuficientes. Concluiu-se que as dificuldades podem ter ocorrido pela baixa familiaridade dos participantes com a atividade de formular problemas.

Cunha (2015) investigou o conhecimento dos professores de matemática através da formulação de problemas matemáticos de análise combinatória. Por meio de suas elaborações foi possível verificar as variantes operatórias acerca dos diferentes Tipos de problemas, tais como: combinação, permutação, arranjo e produto cartesiano. Após a formulação dos problemas, cada professor era convidado a identificar as semelhanças e diferenças entre cada Tipo de problema. Observou-se que alguns professores tinham dificuldades em distinguir os seus próprios problemas, como por exemplo, havia os que apresentavam equívocos, pois confundiam problemas de arranjo com os de combinação. Concluiu-se que os professores apresentam dificuldades em diferenciar os Tipos de problemas o que evidencia limitações no conhecimento sobre as propriedades dos Tipos de problemas combinatórios.

Souza e Magina (2017) pediram aos professores do ensino fundamental que formassem problemas de multiplicação e divisão. Majoritariamente, os problemas eram de multiplicação envolvendo quantidades discretas e os problemas de divisão partitiva. De modo geral, concluiu-se que os professores tiveram baixa variabilidade nos problemas desenvolvidos. Alguns estudos, como de Souza e Magina (2017), e Spinillo et al. (2017) examinaram como os professores do Ensino Fundamental concebem e formulam situações-problema incorporados no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Os professores foram solicitados a formular problemas matemáticos que poderiam ser resolvidos por meio de multiplicação e/ou de divisão. Os resultados mostraram que os professores compreendem bem o que seria uma situação problema, como também formulam problemas apropriados com informações significativas no problema. Verificou-se baixa variabilidade sobre os Tipos de problema e que eles envolviam apenas um passo para sua resolução. Concluiu-se que os professores têm dificuldade em formular problemas que envolvam diferentes relações no âmbito das estruturas multiplicativas, sendo necessário o

desenvolvimento da habilidade de formulação de problemas matemáticos no professor do Ensino Fundamental.

Lee, Capraro e Capraro (2018) analisaram o domínio do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico de quatro professores de matemática. O estudo citado envolve três etapas, entrevista inicial, formular um problema a partir de uma história, e por fim reformular um problema matemático apresentado pelo pesquisador. Os resultados apontaram que os professores sabiam da importância de formular problemas e sabiam a diferença entre criar e reformular um problema matemático. No entanto, houve discrepância entre o conhecimento dos entrevistados sobre a colocação de problemas ditos na entrevista e os problemas que eles criaram. Os professores relataram dificuldades em incorporar a problematização em suas práticas pedagógicas devido ao pouco tempo disponível em sala de aula e à falta de familiaridade com essa atividade. No entanto, os professores também mencionaram os benefícios obtidos com o aprendizado de conceitos matemáticos e o sucesso na resolução de problemas cotidianos pelos estudantes.

Agranionih, Spinillo e Lautert (2021) investigaram a possibilidade de variabilidade das características dos problemas aditivos e multiplicativos formulados por professores do Ensino Fundamental de acordo com a série escolar em que trabalhavam. Os participantes foram divididos em dois grupos: os que lecionam na 1ª e 2ª anos, e os que lecionam na 3ª, 4ª e 5ª anos. Em ambos os grupos, a grande maioria dos problemas formulados eram simples com baixa complexidade, pois exigia uma única etapa para sua resolução. Os dados também revelaram que houve pouca variabilidade quanto aos Tipos de problemas formulados em ambos os grupos. Segundo os autores, tais limitações parecem resultar da falta de familiaridade que os professores têm com a atividade de elaboração de problemas e da concepção que têm sobre problemas matemáticos em geral.

Spinillo et al (2023) realizaram uma pesquisa sobre como os professores lidam com a formulação de problemas. Ela foi dividida em dois estudos. O primeiro analisou as características dos problemas formulados pelos professores. Foi solicitado que formulassem oito problemas verbais que envolvessem multiplicação ou divisão. O segundo estudo analisou o uso da formulação de problemas na prática dos professores. Os resultados do primeiro estudo permitiram conhecer as características dos problemas matemáticos formulados pelos professores, eles foram agrupados em três grupos, o primeiro, mais frequente, os de Tipos de problemas de proporção

simples, em seguida, os problemas de comparação multiplicativa e problemas de produtos de medidas. Os dados do segundo estudo a partir da análise das respostas dadas pelos professores permitem identificar alguns Tipos de respostas, a mais frequente era a o Tipo 1, que versavam sobre as respostas as quais os professores mencionaram que através da formulação de problemas, os estudantes adquirem habilidades intelectuais, como atenção e criatividade, capacidade de formular hipóteses e desenvolvimento de raciocínio lógico.

Há pesquisas que examinam o impacto de programas de intervenção sobre o conhecimento de professores. Como exemplos, é possível citar as pesquisas de Lavy e Shriki (2007) e de Pelczer, Singer e Voica (2014).

Lavy e Shriki (2007) desenvolveram um estudo de intervenção com o objetivo de analisar o impacto de uma intervenção baseada em atividades de formulação de problemas no conhecimento matemático, assim como, as habilidades de resolução de problemas de professores em potencial na graduação. Esta intervenção se baseou na estratégia de ensino denominada “what if not” traduzida como “e se não” proposta inicialmente por Brown e Walter (1993), a qual consistia em uma sequência didática que envolvia resolver o problema, analisar suas características, propor um novo problema e, por fim, resolvê-lo. Como resultado deste estudo, apesar dos participantes terem tido progresso no conhecimento matemático, eles não obtiveram o mesmo impacto positivo em relação à capacidade de resolução de problemas.

Pelczer, Singer e Voica (2014) analisaram o impacto de um programa de formação de professores na capacidade de propor e resolver problemas de múltipla escolha. Esta intervenção realizada consistia nas seguintes etapas: formulação, análise e discussão de problemas apropriados de múltipla escolha. À medida que a intervenção acontecia as atividades eram divulgadas na plataforma de e-learning e analisadas pelos pesquisadores. Os resultados mostraram que a principal dificuldade dos participantes foi formular as alternativas adaptadas às possíveis interpretações dos estudantes. No entanto, houve um progresso na capacidade de analisar problemas matemáticos e focar nos aspectos essenciais da sua formulação.

Em pesquisa mais recente de Joaquin (2023) realizou um estudo qualitativo descritivo que teve como objetivo analisar e comparar problemas verbais matemáticos feitos por professores formados e em formação. Ambos os grupos de professores em formação e em serviço foram instruídos a construir um problema verbal com base em duas tarefas específicas de formulação de problemas semiestruturados. A Tarefa 1

exigia que eles construíssem um problema verbal com “18” como resposta final, enquanto a Tarefa 2 exigia que eles usassem os números “2, 5, $1/2$ e 20,7” na construção de um problema verbal. As descobertas deste estudo mostraram que tanto os professores em formação quanto os professores em exercício tendem a produzir problemas de palavras rotineiras reformuladas do Tipo aplicativo, incorporando vários conteúdos matemáticos, mas com baixa carga cognitiva. O contexto utilizado por ambos os grupos tende para o lado pessoal, com alguns problemas dos professores em exercício que são de natureza teórica. Os resultados do estudo reafirmaram ainda como os problemas formulados pelos professores em formação e em exercício refletem a sua orientação, conhecimento do conteúdo e as suas competências pedagógicas. Conclui-se também que os problemas verbais construídos pelos professores desempenham um papel importante no ensino da resolução de problemas no currículo de matemática. Segundo Joaquim (2023), um bom problema matemático deve ser desafiador, claro, preciso e livre de ambiguidades e equívocos.

Em geral, os estudos sobre formulação de problemas matemáticos com professores indicam que professores já formados e em formação têm dificuldades em criar problemas adequados, diversos e desafiadores. Eles também encontram dificuldades no uso didático ao introduzir a formulação de problemas matemáticos em sala de aula. Este ponto mostra a pouca familiaridade que professores e futuros professores têm com essa atividade, tendo em vista a ausência ou a baixa frequência desse tema nos cursos de formação inicial e continuada. Alguns autores comentam que os cursos de formação de professores precisam abordar a formulação de problemas, uma vez que a falta de instrução sobre o assunto pode dificultar a colocação em prática de atividades dessa natureza quando se tornam professores. Na realidade, assim como os conhecimentos elencados por Shulman (1986) e Ball et al. (2008), a formulação de problemas surge como um dos conhecimentos docentes importantes para aquele que ensina matemática.

1.1.2 Pesquisas com crianças.

Estudos sobre formulação de problemas por crianças podem ser classificados em dois grupos: (i) um grupo que envolve pesquisas de natureza instrucional que buscam desenvolver, por meio de intervenções, a habilidade de formular problemas e, em algumas situações, relacionar esta habilidade à resolução de problemas (Altoé; Freitas, 2019; Chica, 2001; English, 1997, 1998; Kwon; Capraro, 2021; Lowrie, 2002);

e (ii) um grupo de estudos que buscam examinar e descrever a habilidade de formular problemas, procurando identificar possíveis dificuldades enfrentadas pelas crianças (Ellerton, 1986; Zunino, 1995). A presente investigação se insere neste segundo grupo. Contudo, é importante discutir e apresentar, ainda que brevemente, algumas pesquisas em cada um desses grupos.

1.1.2.1 Pesquisas de natureza instrucional.

Pesquisas dessa natureza buscam desenvolver habilidades e conhecimentos matemáticos nos participantes. Algumas delas são relatos de experiências pedagógicas conduzidas em sala de aula, enquanto outras são estudos de intervenção realizados em situações experimentais mais controladas.

Keil (1965) buscava comparar um grupo de estudantes que teve instrução matemática com formulação de problemas com outro grupo que teve instrução matemática sem formulação de problemas. Os estudantes eram do 6º ano, o primeiro grupo teve a experiência em escrever e resolver seus próprios problemas de matemática em resposta a uma situação e outro grupo responderam questões da história do próprio livro didático. Os estudantes expostos à formulação tiveram melhor desempenho nos testes de resolução do que os que não tinham essa experiência. Nesse estudo, os estudantes com formulação produziram e resolveram seus próprios problemas, enquanto os estudantes do grupo sem a formulação apenas respondiam problemas do livro didático.

Winograd (1991) realizou estudo com estudantes do 5º ano que consistia em levar os participantes a compartilharem entre si problemas formulados por eles e as formas de resolução adotadas. Esta experiência durou um ano. Os resultados mostraram um impacto positivo no desempenho dos estudantes assim como uma maior disposição para a matemática. Intervenção semelhante foi conduzida na Austrália por Skinner (1991) com crianças de dois anos nas séries K-2. Ela proporcionou aos estudantes uma extensa quantidade de formulação de problemas produzidos por eles mesmos por meio de compartilhamento entre si. Segundo a autora, conseguiu-se formar uma base de aprendizagem para muitas atividades na resolução de problemas em sala de aula.

Hashimoto (1987) descreve que seus estudantes entre 10 e 11 anos, no ensino infantil japonês, foram convidados a propor problemas novos com base em problemas que haviam sido apresentados no dia anterior. O objetivo era apresentar um vídeo em

tela que retrata uma prática de sala de aula realizada por um dos professores, em seguida pedia-se aos estudantes formularem problemas semelhantes e depois resolver um determinado problema original. O autor comenta que essa abordagem de ensino é um exemplo de como a formulação de problemas pode ser inserida na instrução escolar.

Seguindo o reconhecimento do valor didático da formulação de problemas, pesquisadores criaram programas de intervenção com objetivo de desenvolver nos estudantes a capacidade de elaborar problemas, como também, resolvê-los. English (1997) elaborou uma intervenção baseada num programa que continha uma dinâmica de colaboração entre estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. O programa envolvia o reconhecimento e o uso da estrutura de problemas de diferentes Tipos. No início, a maioria dos estudantes criava problemas verbais tipicamente escolares, reproduzindo o modelo ao qual haviam sido expostos na sala de aula. Após a intervenção, eles passaram a formular problemas mais variados e mais sofisticados que requeriam, em especial, o uso de raciocínio dedutivo para sua resolução.

Lowrie (2002) propôs uma intervenção a estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental baseada no modelo de “*scaffolding*”, em que o professor interagiu com cada estudante de forma a orientá-lo na formulação e resolução de problemas, encorajando a verbalização e o monitoramento de suas formas de raciocinar. Inicialmente, as crianças formulavam problemas de simples resolução que envolviam um ou dois passos e que se assemelhavam aos problemas verbais usualmente propostos em sala de aula. Após a intervenção, as crianças passaram a elaborar problemas mais sofisticados, como também, passaram a ser capazes de identificar os componentes relevantes dos problemas e de sugerir as operações necessárias para resolvê-los. A conclusão foi que é possível desenvolver conhecimento sobre formulação e resolução de problemas e que isso pode ser feito em tempo relativamente curto.

Kwon e Capraro (2021) realizaram um estudo de intervenção baseado na aprendizagem de múltiplas representações para melhorar as habilidades de formulação de problemas matemáticos em estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Foi realizado um pré-teste e pós-teste. A intervenção contou com 20 aulas para 80 participantes. Desse número foi realizada uma análise qualitativa de 14 estudantes com maiores aumentos entre o pré-teste e o pós-teste. Para averiguar isto foi desenvolvido um crivo para analisar as formulações de problemas no pré-teste e

pós-teste, nele analisou se as formulações eram estruturadas num contexto lógico do mundo real (3 pontos) e se sua construção estava alinhada com as operações corretas (3 pontos). Se os critérios fossem atendidos, seus problemas formulados eram considerados lógicos e solucionáveis. Concluíram que os estudantes foram capazes de construir uma compreensão mais efetiva do conteúdo, assim como formularam problemas mais autênticos.

Além de estudos de intervenção que procuram examinar o impacto de intervenções específicas sobre a capacidade de formular e de resolver problemas, há estudos que caracterizam por ter uma natureza mais descritiva, procurando examinar os limites e as possibilidades das crianças ao formularem problemas matemáticos, como é o objetivo dos estudos apresentados a seguir, assim como também é o enfoque adotado na presente investigação.

1.1.2.2 Pesquisas que examinam a capacidade de formular problemas.

O estudo de Ellerton (1986) na Austrália solicitava para estudantes de 11 a 13 anos formulassem um problema matemático que fosse difícil de ser resolvido por um colega. O estudo consistia em uma comparação entre dois grupos de estudantes, o primeiro com estudantes mais habilidosos, ou seja, com melhores notas em matemática, e o segundo com estudantes com menor desempenho em matemática, menores notas. Para ambos eram solicitados que criassem um problema que fossem considerados por eles difíceis para ser resolvido por outro colega. A partir das análises destacou-se que o grupo com menores notas em matemática apresentou maiores dificuldades na formulação de problemas nos quesitos de planejar o problema, seguir as regras algorítmicas e, por fim, no uso de linguagem matemática.

No estudo de Zunino (1995) crianças do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental elaboraram problemas de adição e subtração. A maioria dos estudantes do 1º ao 3º ano não conseguia criar um problema por desconhecer o que era um problema e até mesmo por não saber criar um. As crianças do 4º e 5º ano, por sua vez, tiveram menos dificuldade, mas formularam enunciados que continham a resposta ao problema. Os principais equívocos na elaboração dos problemas eram aqueles em que a resposta estava contida no próprio enunciado e a pergunta estava ausente. Havia casos, ainda, em que o enunciado não correspondia efetivamente à operação que deveria ser empregada. A autora concluiu que, apesar das dificuldades, as crianças podem progredir em relação à capacidade de formular problemas e que a escola deve assumir a responsabilidade de auxiliá-las a desenvolver essa habilidade.

Chica (2001) desenvolveu um estudo que traz uma grande contribuição no que diz respeito à pergunta no enunciado verbal de problemas. Os estudantes eram de anos iniciais do ensino fundamental. Foram apresentadas atividades que buscassem investigar o papel da pergunta fazendo eles refletirem sobre os dados necessários para que ela seja resolvida. As atividades consistiam desde a elaboração de uma pergunta a partir de uma sequência de gravuras até atividades mais complexas, como por exemplo, formular o problema a partir de uma pergunta, de uma resposta ou de uma operação. Para além dessas atividades, foram apresentadas atividades em que era necessário o julgamento a respeito de problemas apresentados, se seriam adequados ou não, identificando e corrigindo as limitações percebidas pelos estudantes. A partir deste trabalho, a autora afirma que para formular seus próprios problemas os estudantes precisam organizar tudo o que sabem, uma vez que se exige uma mudança de papéis, de resolvidor para formulador de problemas matemáticos. Como também, é necessário apresentar aos estudantes uma diversidade de situações-problema, compartilhamento e intervenções para auxiliar na construção do conhecimento do estudante.

Pinheiro e Vale (2013) realizaram uma investigação em uma turma de 5º ano, onde se desenvolveu uma experiência didática com o propósito de analisar de que modo é possível desenvolver a criatividade dos estudantes por meio da resolução e da formulação de problemas. Os participantes realizaram um conjunto de tarefas de diferentes contextos, são eles: figuras, gráficos, expressões algébricas e numéricas para que eles formassem. As tarefas foram apresentadas conforme o grau de dificuldade, como também, seguindo os tópicos que eram abordados na aula. Como resultado, as principais dificuldades eram textos básicos, ora sem formularem nenhuma questão, ora tinham resposta no texto.

Sobre a criatividade, as dimensões verificadas foram: fluência, flexibilidade e originalidade. Os resultados demonstraram que os estudantes apresentaram receptividade e motivação na realização das tarefas. Porém, foi possível verificar os estudantes não estavam habituados às tarefas desta natureza. As principais dificuldades encontradas no desempenho foram, a escassez de dados, desorganização e, por vezes, de difícil compreensão. No entanto, verificou-se que na aula de matemática é possível surgir produções criativas ao nível da formulação de problemas sem que estas pertençam necessariamente aos estudantes de melhor desempenho.

English (1997) desenvolveu um estudo que buscava planejar e implementar um programa de solução de problemas. Os participantes foram crianças do 5º ano escolar. Um dos objetivos desse programa era investigar como o sentido numérico e a resolução de problemas influenciam a habilidade de formulação de problemas em situações rotineiras e não rotineiras. Para isto, as crianças foram divididas em dois grupos: as que participaram do programa e as que não participaram. As que participaram do programa responderam entrevistas antes e depois do programa. O progresso dos participantes foi monitorado durante o curso. De modo geral, as crianças que participaram do programa mostraram maior desenvolvimento em cada componente do programa, em contraste com aqueles que não participaram do programa.

Os resultados dos estudos conduzidos para examinar a formulação e problemas indicam que essa é uma atividade que é um desafio para as crianças não só pela pouca familiaridade que têm com essa atividade, mas também porque têm, ainda, que dominar competências que vão além do conhecimento matemático, como por exemplo, os aspectos linguísticos típicos do enunciado de um problema verbal, esses aspectos dizem respeito à estrutura que apresentam para veicular informações matemáticas, suas relações e aquilo que é buscado (pergunta do problema). Segundo Spinillo et. al (2017), formular problemas demanda um deslocamento do papel daquele que resolve o problema para o papel daquele que formula o problema.

Importante comentar que muitos são os estudos sobre formulação de problemas com professores, sendo em menor número daqueles realizados com crianças. Aqueles realizados com crianças se concentram em estudos de intervenção ou no exame das relações entre formular problemas e resolver problemas, na aprendizagem de conceitos matemáticos, e em elevar a motivação dos estudantes a realizar atividades matemáticas em sala de aula. Mais raras ainda, são as pesquisas que examinam como a criança formula problemas matemáticos, sendo esse o foco da presente investigação é examinar a formulação de problemas matemáticos relativos aos conceitos de multiplicação e de divisão em crianças do Ensino Fundamental. Essa perspectiva é inovadora, conferindo ao estudo uma natureza exploratória, mas que poderá contribuir para caracterizar uma possível progressão na habilidade de formular problemas, assim como contribuir para identificar as dificuldades que as crianças experimentam ao elaborarem problemas matemáticos.

Neste sentido, a investigação se insere no âmbito da Psicologia da Educação Matemática que, como afirmam Spinillo e Lautert (2023) consiste em uma área de natureza interdisciplinar uma vez que é um campo que consiste numa intersecção herdado de três áreas do conhecimento, são eles: da psicologia advém o interesse da compreensão do raciocínio matemático, da matemática, vem o foco conceitos e campos do conhecimento matemático, e por fim, da educação o interesse no processo de ensino-aprendizagem.

Uma vez caracterizada como uma possível progressão na habilidade de formular problemas, essa informação poderá ter como implicação a possibilidade de ser adotada na análise de dados em pesquisas futuras, ou seja, como uma maneira de avaliar o desempenho de crianças ao formularem problemas matemáticos. Essa seria uma contribuição relevante na investigação neste campo do conhecimento, fornecendo indicadores de como avaliar essa habilidade em crianças.

Como implicação educacional, os dados poderão contribuir para a elaboração de propostas didáticas relativas ao ensino de conceitos matemáticos por meio de situações que envolvam a formulação de problemas por crianças desse segmento escolar. Uma proposta didática desta natureza, e respaldada por dados empíricos teoricamente interpretados, possibilitará uma apropriação ampla do conhecimento matemático por parte dos estudantes.

2 OBJETIVOS.

2.1 OBJETIVO GERAL.

Examinar a formulação de problemas matemáticos relativos aos conceitos de multiplicação e de divisão em crianças do Ensino Fundamental, conceitos esses considerados um desafio tanto para quem aprende como para quem ensina matemática nesse período escolar.

2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Investigar se o desempenho dos participantes na formulação de problemas variaria em função do Tipo de problema, das situações propostas e da escolaridade dos participantes, de modo a: (i) Analisar a natureza das dificuldades que as crianças enfrentam ao formular problemas matemáticos de multiplicação e divisão; (ii) identificar qual a situação de produção mais fácil e qual a mais difícil; (iii) indicar possíveis avanços decorrentes do aumento da idade e da escolaridade, e assim caracterizar como se desenvolve a habilidade de formular problemas matemáticos em crianças, adotando uma perspectiva de desenvolvimento do raciocínio matemático.

Buscou-se com o estudo trazer implicações educacionais para a elaboração de propostas quanto ao ensino de conceitos matemáticos por meio de problemas em uma dimensão que ultrapassa o enfoque voltado, apenas, para sua resolução, de modo a se pensar em uma sequência didática voltada para o ensino da formulação de problemas em crianças desse segmento escolar. Uma proposta didática desta natureza, e respaldada por dados empíricos teoricamente interpretados, possibilitará uma apropriação ampla do conhecimento matemático por parte dos estudantes.

3. METODOLOGIA.

3.1 PARTICIPANTES.

A pesquisa teve um total de 120 participantes, com idade entre 8 e 11 anos, de escola particular e pública, divididos igualmente em 40 do 3º ano, 40 do 4º ano e 40 do 5º ano. A escolha do ano escolar se deve ao fato de que nesse período os assuntos de multiplicação e divisão foram introduzidos para estes estudantes.

A participação ocorreu mediante a carta de anuência da escola e a autorização dos pais ou responsáveis os quais assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido, autorizando a criança a ser entrevistada. Por se tratar de pesquisa envolvendo experimentação com seres humanos, a pesquisa buscou respeitar a Resolução nº466/12 do Conselho Nacional de Saúde - MS. Garante-se nesta pesquisa o anonimato e o caráter voluntário.

3.2 PROCEDIMENTO E PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

3.2.1 As situações e as operações

Na tarefa de produção de problemas matemáticos, cada participante foi entrevistado individualmente em uma única sessão com tempo livre para sua realização, onde foi solicitado a ele formular por escrito um enunciado de problemas de multiplicação e de divisão em duas situações. Lápis e papel foram disponibilizados. A ordem de apresentação das situações foi fixa: Situação 1 e em seguida a Situação 2. Em cada situação problemas de divisão e multiplicação foram aplicados de forma aleatória. Ambas as situações estão descritas a seguir.

Situação 1 (informa-se a operação): a examinadora solicita que a criança formule dois problemas, um por vez, a partir de uma dada operação. A instrução pode ser assim sumariada: “Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão (ou de multiplicação).”

Situação 2 (informa-se a operação e o resultado): a examinadora solicita que a criança formule dois problemas, um por vez, cuja operação e o resultado são por ela informados. A instrução pode ser assim sumariada: “Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão ou de multiplicação e cujo resultado fosse 8 (ou 12).”

A ordem de apresentação dessas situações foi fixada na ordem acima descrita. A ordem de apresentação das questões em cada situação foi aleatória, definida por sorteio com cada participante. A criança foi solicitada a formular os problemas, por escrito, sendo disponibilizados borracha, lápis e papel. O objetivo desta tarefa foi

investigar aspectos específicos da capacidade das crianças em formular problemas matemáticos, procurando identificar qual a situação mais difícil e qual a mais fácil.

Esta pesquisa utiliza-se de duas situações (Situação 1 e Situação 2) e dois conceitos matemáticos (divisão e multiplicação) porque considera-se que para desenvolver e avaliar as habilidades de formular problemas matemáticos é necessário apresentar ao indivíduo algumas situações diferentes. Neste sentido, a pesquisa compartilha do que Vergnaud (1983) idealizou a respeito da Teoria dos Campos Conceituais a qual postula que uma simples atividade requer uma gama de conceitos e que para haver domínio desse campo é necessário articular um conjunto de situações, conceitos, representações e procedimentos, por isso a escolha de situações e operações diferentes.

3.3 MATERIAL

O material disponibilizado consistia em lápis, borracha e folhas de papel com a instrução relativa a cada item e com espaço para a escrita do problema. As folhas foram organizadas num caderno com folhas impressas contendo as situações de formulação de problemas. A instrução em cada item era lida em voz alta pelo examinador e acompanhada pelo participante. A aplicação foi feita em sala de aula cedida pela escola.

4 RESULTADOS

Os dados foram analisados de três maneiras distintas:

- i. Em função do desempenho na formulação dos problemas, ou seja, analisando-se o número de acertos. Considera-se acerto os problemas que eram constituídos de linguagem clara e sem ambiguidades, que eram completos e que correspondiam ao que havia sido solicitado na instrução dos itens.
- ii. Em função de um sistema hierárquico de categorias de formulação de problemas que foram elaboradas a partir da análise de cada problema formulado e de um conjunto de parâmetros considerados relevantes.
- iii. Em função dos Tipos de erros identificados na formulação dos problemas.

Nessas três formas de análise foram considerados os seguintes aspectos: ano escolar dos participantes (3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental), a situação de formulação dos problemas (Situação 1 e Situação 2) e Tipo de operação (multiplicação e divisão).

4.1. ANÁLISE DO DESEMPENHO

Foi considerado acerto a elaboração de um problema verbal que atendesse aos seguintes aspectos: enunciado completo, com linguagem clara e sem ambiguidades, que correspondesse ao que foi solicitado no que tange à operação e informações numéricas envolvidas na instrução dada no item e que pudesse ser resolvido.

A seguir são apresentados exemplos de problemas formulados em cada item que foram considerados corretos:

Exemplo 1: (Item 1: Criar um problema de multiplicar)

“Juana estava no shopping e viu uma “puceira” de 25 reais e comprou 12 “puceira” quantos reais ela gastou?”

Exemplo 2: (Item 2: Criar um problema de dividir)

“Um pai quer dividir R\$450,00 reais para 3 filhos. Quanto ele vai dar para cada filho?”

Exemplo 3: (Item 3: Criar um problema que seja resolvido com uma conta de multiplicar que o resultado seja 12)

“Pedro tem 4 “carrinho” e seu amigo tem o triplo. “contos” carrinho seu amigo tem?”

Exemplo 4: (Item 4: Criar um problema que seja resolvido com uma conta de dividir que o resultado seja 8)

“Rafael tem 16 reais para dividir com um amigo com ‘contos’ Rafael vai ficar?”

Conforme descrito no capítulo anterior, cada participante foi solicitado a realizar quatro itens, sendo dois relativos à formulação de problemas na Situação 1 (formular problema com uma dada operação) e dois na Situação 2 (formular problema com uma dada operação e um dado resultado). A Tabela 1 que fornece uma visão geral do desempenho dos participantes neste estudo.

Tabela 1 – Número e porcentagem, (em parêntese) de acertos na formulação de problemas em cada item em função do ano escolar (máximo:40)

Ano escolar	Item 1 Situação 1 Multiplicação	Item 2 Situação 1 Divisão	Item 3 Situação 2 Multiplicação	Item 4 Situação 2 Divisão
3º ano	7 (17,5)	16 (40)	3 (7,5)	9 (22,5)
4º ano	9 (22,5)	13 (32,5)	9 (22,5)	15 (37,5)
5º ano	12 (30)	19 (47,5)	12 (30)	15 (37,5)

Nota: Situação 1: formular problema com uma dada operação; Situação 2: formular problema com uma dada operação e um dado resultado.

Fonte: Dados da pesquisa.

O desempenho dos estudantes foi tratado estatisticamente por meio do Teste Qui-Quadrado de aderência, revelando não haver diferenças no padrão de desempenho nos três anos escolares ($X^2 = 4,8611$; gl = 6; $p = 0,5617$). Como pode ser visto na Tabela 1, o padrão de resultados é o mesmo em todos os anos escolares, uma vez que não se observa um aumento estatisticamente significativo do percentual de acertos com o avanço da escolaridade. Contudo, no Item 1 (Situação 1, multiplicação) e no Item 3 (Situação 2, multiplicação) as crianças do 3º ano parecem ter tido dificuldades em formular problemas de multiplicação em ambas as situações, dificuldades mais expressivas do que aquelas experimentadas pelas crianças do 4º e do 5º ano.

Comparações entre os anos escolares em cada item foram examinadas por meio do Teste Kruskal-Wallis, como ilustrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Média de acertos e desvio padrão (em parêntese) na formulação de problemas em cada item e ano escolar.

Itens	3º ano	4º ano	5º ano	Valor-p
Item 1				
Situação 1	1,78 (1,35)	2,08 (1,25)	2,28 (1,40)	0,2
Multiplicação				
Item 2				
Situação 1	2,58 (1,41)	2,63 (1,10)	2,88 (1,26)	0,5
Divisão				
Item 3				
Situação 2	1,58 (1,17)	2,13 (1,26)	2,35 (1,33)	0,027
Multiplicação				
Item 4				
Situação 2	2,05 (1,40)	2,45 (1,47)	2,68 (1,27)	0,13
Divisão				

Nota: Situação 1: formular problema com uma dada operação; Situação 2: formular problema com uma dada operação e um dado resultado.

Fonte: Dados da pesquisa.

Como pode ser visto, diferenças significativas entre os itens foram identificadas apenas no 3º ano ($p=0,027$). Isso ocorreu porque a média de acertos deste grupo de participantes no Item 3 (Situação 2, multiplicação) foi significativamente inferior (1,58) àquela obtida pelos estudantes do 4º (2,13) e do 5º ano (2,35).

A Tabela 3 ilustra as relações entre as situações e anos escolares que foram examinadas pelo Teste Qui-Quadrado de aderência que não detectou diferenças significativas ($X^2=2,6271$, $gl = 2$, $p = 0,2689$). Esse resultado indica que a situação de formulação não gerou diferenças no desempenho dos estudantes em nenhum dos anos escolares.

Tabela 3 – Número e porcentagem (em parênteses) de acertos na formulação de problemas em cada Situação em função do ano escolar (máximo:80)

Ano escolar	Situação 1	Situação 2
3ºano	23 (28,75)	12 (15)
4º ano	22 (27,5)	24 (30)
5º ano	31 (38,75)	27 (33,75)

Nota: Situação 1: formular problema com uma dada operação; Situação 2: formular problema com uma dada operação e um dado resultado.

Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, como mostra a Tabela 3, as crianças do 3º ano tiveram dificuldades em formular problemas na Situação 2 (formular problema com uma dada operação e um dado resultado), apresentando um percentual de acertos muito baixo (15%).

As relações entre os Tipos de operação e anos escolares foram examinadas pelo Teste Qui-Quadrado de aderência, que não detectou diferenças significativas ($X^2=1,6161$, $gl = 2$, $p= 0,4457$), sendo isso mostrado na Tabela 4. Esse resultado indica que o Tipo de operação não gerou diferenças no desempenho dos estudantes em nenhum dos anos escolares.

Tabela 4 – Número e porcentagem (em parênteses) de acertos na formulação de problemas em cada operação e ano escolar (máximo:80)

Ano escolar	Multiplicação	Divisão E
3ºano	10 (12,5)	25 (31,25)
4º ano	18 (22,5)	28 (35)
5º ano	24 (30)	34 (42,5)

Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, como mostra a Tabela 4, as crianças do 3º ano tiveram dificuldades em formular problemas que envolviam a operação de multiplicação, apresentando um percentual de acertos muito baixo (12,5%). Essa diferença não foi significativa embora apresentem percentuais mais baixos de desempenho.

Considerando os dados obtidos, observa-se que nos três anos escolares o desempenho das crianças na formulação de problema foi muito limitado, não alcançando sequer 50% de acertos em nenhum dos itens (ver Tabela 1). Isso indica que mesmo com o avanço na escolaridade a capacidade de formular problemas não teve um avanço. Colocando em perspectiva os dados obtidos, é possível notar que as crianças do 3º ano tiveram dificuldades acentuadas ao formularem problemas de multiplicação na Situação 2 (formular problema com uma dada operação e um dado resultado). Uma possível explicação para isso será apresentada adiante a partir de uma discussão acerca da natureza dos problemas de divisão que foram formulados pelos participantes.

4.2 ANÁLISE DAS CATEGORIAS

O sistema de análise das categorias foi gerado a partir da leitura de todas as produções feitas. No Quadro 2 constam os parâmetros adotados na análise da formulação dos problemas.

Quadro 2 – Parâmetros adotados na análise de formulação de problemas e suas descrições.

Parâmetro	Descrição
Linguagem	Linguagem clara, sem ambiguidades quanto às relações numéricas que precisam ser estabelecidas e quanto ao que precisa ser encontrado
Estrutura	Presença de proposições iniciais que fornecem dados relativos a quantidades, seus referentes e relações entre eles, e em seguida constar a pergunta
Pergunta	A pergunta deve ser clara, coerente e articulada com as proposições anteriores
Possibilidade de resolução	Possibilidade de o problema ser solucionado, contendo todas as informações numéricas necessárias para que a pergunta seja respondida
Resposta	A resposta deve ser gerada a partir das relações estabelecidas entre as informações numéricas, não devendo estar explicitamente mencionada no enunciado
Operação	Adequada à resolução do problema e atender ao que foi solicitado na instrução de cada item

Fonte: Dados da pesquisa.

Esses parâmetros foram definidos especificamente a partir da análise das produções nesta investigação. Inicialmente realizou-se uma análise qualitativa para criação de categorias hierárquicas de produção que variam desde as mais elementares até categorias mais elaboradas que contemplam os aspectos linguísticos e os aspectos matemáticos típicos deste Tipo de texto, isto é, enunciado de problemas. Não existe na literatura um compilado de parâmetros para avaliar a formulação de problemas matemáticos. Contudo, discussões conduzidas por alguns autores (Chica, 2001; English, 1998; Zunino, 1995; Spinillo et al, 2017) aplicadas à análise das produções permitiram indicar os parâmetros utilizados para a categorização dos problemas formulados nesta pesquisa.

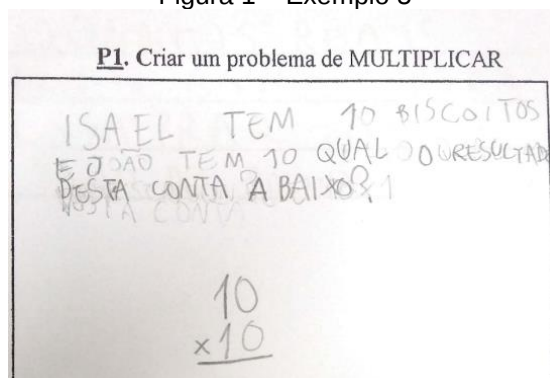
A categorização das formulações foi feita por dois juízes cegos e independentes, cujo percentual de concordância entre eles foi de 66,8%. Os casos de discordância foram analisados por um 3º juiz, também cego e independente. A

classificação final foi definida pela maioria. As categorias são descritas e exemplificadas a seguir.

Categoria 1

A linguagem do enunciado é confusa e ambígua, sendo de difícil compreensão. Quanto à estrutura, observa-se que a formulação se assemelha a um exercício ou comando para realização de uma operação, ou seja, inicia-se como se fosse um problema verbal sendo seguido de um comando que se assemelha a um exercício. Seja por limitações de natureza linguística, seja por estar incompleto ou por faltar informações numéricas relevantes, os problemas classificados nesta categoria são impossíveis de serem solucionados, como pode ser visto nos exemplos a seguir:

Figura 1 – Exemplo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 5: *“Israel tem 10 biscoito e João tem 10 biscoitos qual resultado desta conta abaixo? $10 \times 10 =$ ”*

Comentário: Embora se inicie como um problema verbal, o enunciado se assemelha a um exercício que consiste na multiplicação das quantidades de biscoitos entre si como se fossem apenas números. A pergunta refere-se apenas ao resultado da operação.

Figura 2 – Exemplo 6

P3. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de MULTIPLICAR que o resultado seja 12.

19) Dani tem seis bombons e Rafael tem dois quanto vai dar se eles multiplicarem.

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 6: “Dani tem seis bombons e Rafael tem dois quanto dar se eles multiplicarem”

Comentário: Problema se assemelha a um exercício apesar de se iniciar como um problema verbal, pois a pergunta refere-se exclusivamente a uma operação que deve ser realizada, como em um exercício.

Figura 3 – Exemplo 7

P1. Criar um problema de MULTIPLICAR

um gato quer ter 6 peixes mais um gato tem 3 e o outro 3 também. Qual multiplicação o gato tem que fazer para roubar os peixes?

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 7: “Um gato quer ter 6 peixes, mais um gato tem 3 e outro 3 também. Qual a multiplicação o gato tem que fazer para roubar os peixes?”

Comentário: O problema apresenta uma linguagem confusa e o termo multiplicação aparece sem um contexto, assemelhando-se a um exercício.

Figura 4 – Exemplo 8

Cecilia quer resolver uma conta de multiplicar então ela resolveu fazer 3 x 4 mas ela não se lembra então ela quer que você responda

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 8: “Cecília quer resolver uma conta de multiplicar então ela resolveu fazer 3 x 4 mas ela não se lembra então ela quer que você responda.”

Comentário: Apesar do problema apresentar um personagem, como em enunciados de problemas verbais, porém se limita a ser um exercício em que constam números que devem sofrer uma operação que é indicada.

Figura 5 – Exemplo 9

P4. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de DIVIDIR que o resultado seja 8.

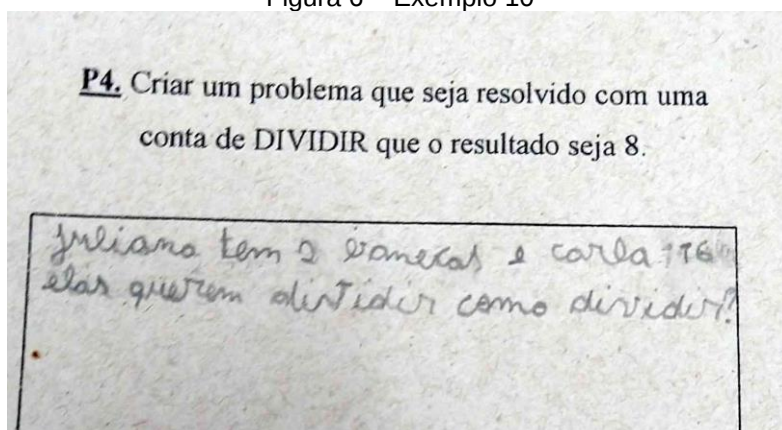
19) Ana tem oito bombons e Paulo tem dois qual o número dividido por dois que dá oito ou que se aproxima.

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 9: “Ana tem oito bombons e Paulo tem dois qual o número dividido por dois que dá oito ou que se aproxima.”

Comentário: O enunciado apresenta uma linguagem confusa sobre as informações numéricas. Há, também, uma ambiguidade quando cita que o resultado pode ser dado por uma aproximação. Assim, o participante usa o resultado da operação indicado na instrução de forma que aquilo que deveria ser encontrado passa a ser explicitado no enunciado.

Figura 6 – Exemplo 10

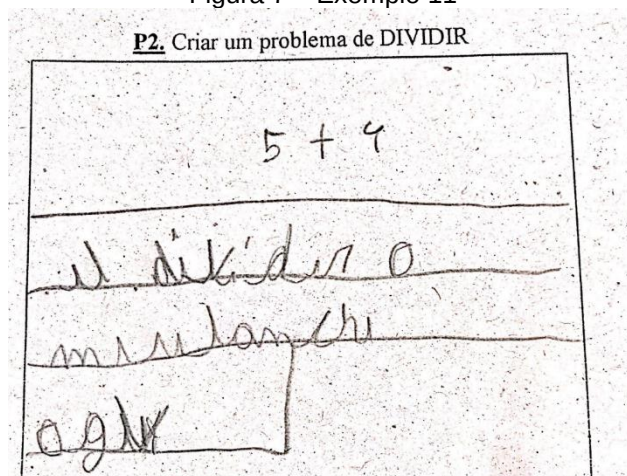


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 10: “Juliana tem 2 bonecas e Carla 16 elas querem dividir como dividir?”

Comentário: O problema apresenta linguagem confusa, falta de relação com os referentes. Apesar de parecer um problema verbal, ele faz menção ao exercício em como dividir.

Figura 7 – Exemplo 11



Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo: “5 + 4 dividir o meulanche agv”

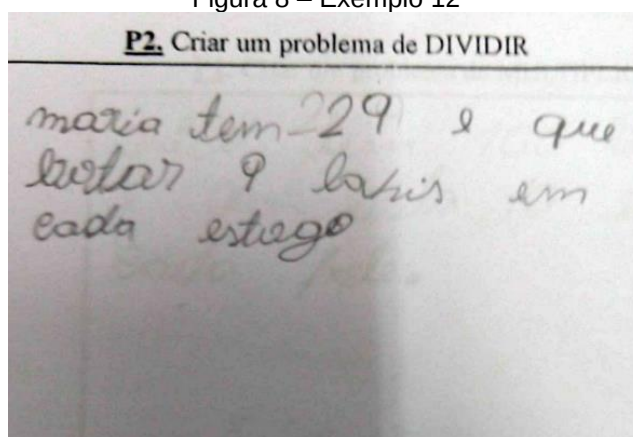
Comentário: Problema que se assemelha com exercício, falta estrutura de problema verbal, apesar do indicativo de que a operação seria de dividir e o referente o lanche.

Categoria 2

A linguagem do enunciado é menos confusa e ambígua que nos problemas classificados na Categoria 1. O texto produzido se assemelha a um enunciado típico de problemas verbais. Contudo, observa-se falta de informações numéricas e de

partes relativas à estrutura do enunciado. Quanto à estrutura, nota-se que há dificuldades em lidar com a pergunta do problema, seja por ela estar ausente, seja por ser apresentada de forma confusa e com pouca relação com as informações numéricas. Seja por limitações de natureza linguística seja por faltar estabelecer relações entre as informações numéricas, alguns dos problemas classificados nesta categoria são, assim como os classificados na Categoria 1, impossíveis de serem solucionados.

Figura 8 – Exemplo 12

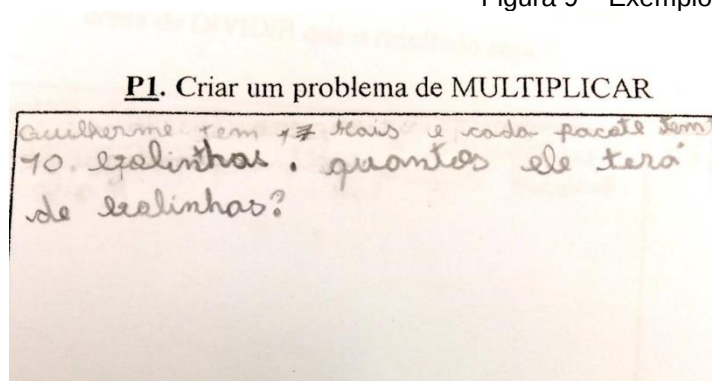


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 12: “Maria tem 29 e que botar 9 lapis em cada estojo”

Comentário: Do ponto de vista da estrutura, no problema formulado falta a pergunta. O participante estabelece uma relação entre as quantidades e seus referentes e utiliza um termo próprio de problemas de divisão (“em cada”). Quanto às quantidades informadas, observa-se que a divisão é inexata.

Figura 9 – Exemplo 13



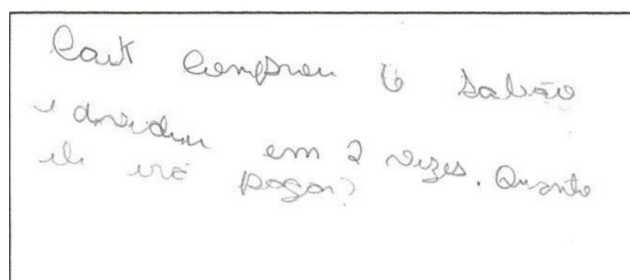
Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 13: “Guilherme tem 17 reais e cada pacote tem 10 bolinhos. *quantos* ele terá de bolinhos?”.

Comentário: a pergunta está presente, mas é apresentada de forma confusa e com pouca relação com as informações numéricas. Porém, ela pede uma informação (resultado) que já está contida no enunciado. Do ponto de vista linguístico, falta também uma melhor contextualização a respeito do referente ‘bolinhos’, pois a pergunta sugere que falta a quantidade de pacotes e quanto cada um custa para saber quanto ele terá.

Figura 10 – Exemplo14

P3. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de MULTIPLICAR que o resultado seja 12.



Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 14: “Caik comprou 6 sabão e dividiu em 2 vezes. Quanto ele irá pagar?”

Comentário: Do ponto de vista da estrutura, a relação entre os referentes está confusa. A pergunta está presente, mas é apresentada de forma confusa e sem nenhuma relação com as informações numéricas. Na pergunta o que se procura é o valor pago por Caik, no entanto ele traz o número “2” referente ao sabão, e 3, referente as vezes que ele dividiu, ou seja, em nada diz respeito ao valor buscado na pergunta. Do ponto de vista matemático falta o uso de vocabulário como também explicitar melhor a relação entre os referentes.

Figura 11 – Exemplo 15

P3. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de MULTIPLICAR que o resultado seja 12.

maria tem 4 bonecas e marcos tem 2 bonecas
Quantos bonecas maria tem?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 15: “Maria tem 4 bonecas e Marcos 2 quantos bonecos Maria tem.”

Comentário: O enunciado em si não atende ao que é solicitado na instrução, sendo a multiplicação presente na resolução da operação que acompanha o enunciado. A resposta à pergunta está presente no enunciado e não tem relação com a operação apresentada. A única relação é com as quantidades informadas. A operação é resolvida de forma incorreta, e o resultado informado, ainda que incorreto, atende ao que foi solicitado na instrução.

Figura 12 – Exemplo 16

P3. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de MULTIPLICAR que o resultado seja 12.

Pedro tem 10 carrinhos e ficou com 2. Quantos carrinhos ele ficou?

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 16: “Pedro tem 10 carrinhos e ficou com 2 quantos carrinhos ele ficou”

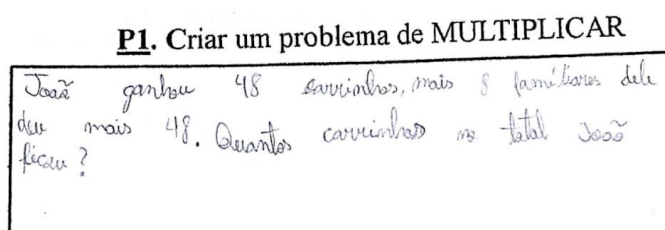
Comentário: Do ponto de vista linguístico as informações estão confusas. A pergunta está presente, porém a resposta está explicitamente contida no enunciado do problema. Do ponto de vista matemático, o problema não corresponde ao que foi solicitado na instrução que era uma operação de multiplicar, formulando um enunciado

que sugere a resolução por meio de uma subtração. Contudo, o número informado na instrução (resultado 12) aparece no enunciado (12 carrinhos).

Categoria 3

A linguagem é clara, a pergunta está presente assim como as informações numéricas estão especificadas. Contudo, o problema formulado não corresponde ao que foi solicitado na instrução por envolver o uso de uma operação ou por conter informações numéricas diferentes daquelas informadas na instrução. O principal diferencial entre problemas classificados nesta categoria e os anteriores é que eles podem ser solucionados, ainda que com algumas limitações devido ao fato de não corresponder ao que foi solicitado no item pelo examinador, como ilustram os exemplos a seguir:

Figura 13 – Exemplo 17

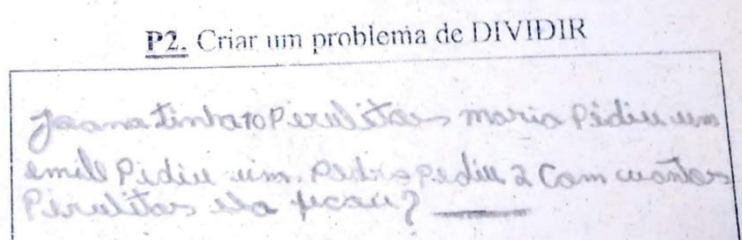


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 17: “João ganhou 48 carrinhos, mais 8 familiares dele deu mais 48 . Quantos carrinhos no total João ficou?”

Comentário: O enunciado está completo, apresenta os referentes e a relação entre eles está presente, como também a pergunta está presente de forma coerente, e tem uma linguagem clara. No entanto, o enunciado não atende ao que é solicitado na instrução, uma vez usou uma operação de adição ao invés de multiplicação.

Figura 14 – Exemplo 18

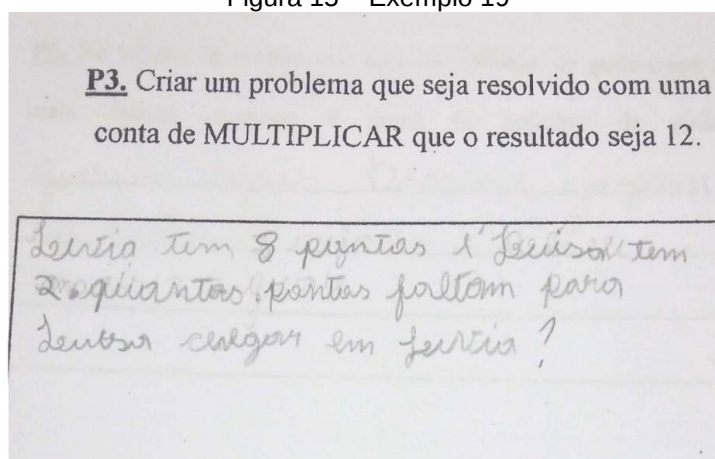


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 18: “Joana tinha 10 pirulitos e Maria pediu um Emili pediu um, Pedro pediu 2 com quantos pirulitos ela ficou?”

Comentário: O enunciado apresenta uma estrutura típica de um problema verbal, no entanto usa operação de subtração ao invés de divisão.

Figura 15 – Exemplo 19

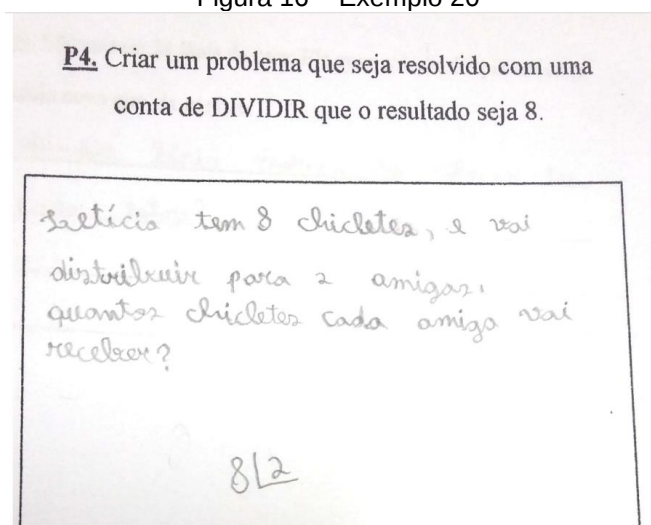


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 19: “Livia tem 8 pontos e Luisa tem 2. Quantos pontos faltam para Luisa chegar em Livia?”

Comentário: No enunciado acima percebe-se que ele foi construído de forma adequada ao esperado de um problema matemático, contudo, ele desconsidera a instrução do resultado a ser encontrado.

Figura 16 – Exemplo 20



Fonte: Dados da pesquisa.

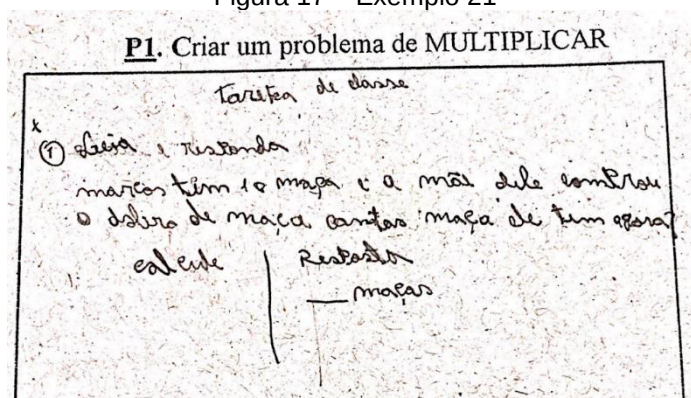
Exemplo 20: “Letícia tem 8 chicletes, e vai distribuir para 2 amigos, quantos chicletes cada amigo vai receber?”

Comentário: O mesmo erro do exemplo anterior acontece neste, o problema foi construído de forma adequada ao esperado de um problema matemático, contudo, ele desconsidera a instrução do resultado a ser encontrado.

Categoria 4

A linguagem é clara e sem ambiguidades. O problema está completo e corresponde ao que foi solicitado no que tange à operação e informações numéricas envolvidas na instrução dada no item, podendo ser solucionado. O principal diferencial entre problemas classificados nesta categoria e aqueles classificados na Categoria 3 é que eles correspondem exatamente ao que é solicitado nas instruções.

Figura 17 – Exemplo 21

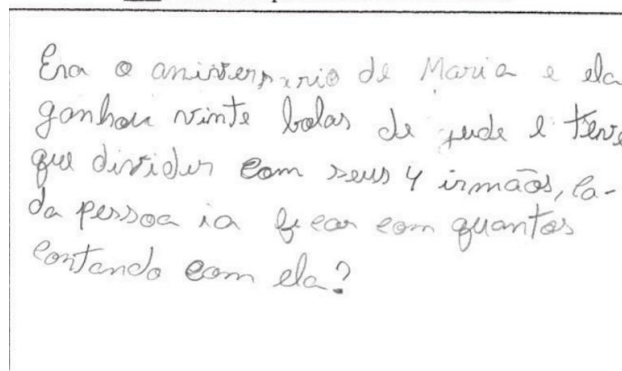


Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 21: “Marcos tem 10 maçãs e mãe dele comprou o dobro de maçãs, quantas maçãs ele tem agora?”

Comentário: O enunciado apresenta a estrutura completa de um enunciado de problema matemático, referentes, relação entre eles, a pergunta e possibilidade de ser resolvido. A linguagem usada não contém ambiguidades, utiliza-se de termo próprio de problemas de multiplicação (“dobro”).

Figura 18 – Exemplo 22

P2. Criar um problema de DIVIDIR


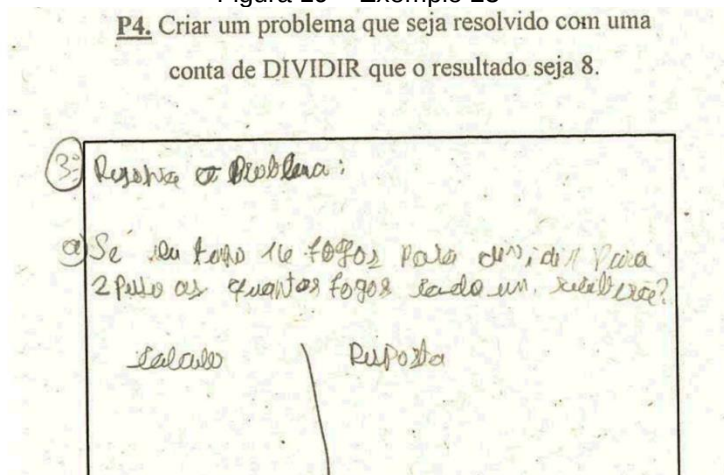
Era o aniversário de Maria e ela ganhou vinte bolas de gude e teve que dividir com seus 4 irmãos, cada pessoa ia ficar com quantas contando com ela?

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 22: “Era o aniversário de Maria e ela ganhou 20 bolas de gude e teve que dividir com seus 4 irmãos, cada pessoa ia ficar com quantos contando com ela?”

Comentário: Enunciado completo, com a pergunta, referentes, relação entre eles. Há a possibilidade de resolução. Linguagem clara e objetiva, utiliza-se de termos que ajudam a deixar explícito o que se pede para encontrar “contando com ela” “dividir com...”; e termo próprio da operação de divisão (“cada pessoa”).

Figura 19 – Exemplo 23

P4. Criar um problema que seja resolvido com uma conta de DIVIDIR que o resultado seja 8.


3. Resolva o Problema:

Se eu tenho 16 fogos para dividir para 2 pessoas quantos fogos cada um receberá?

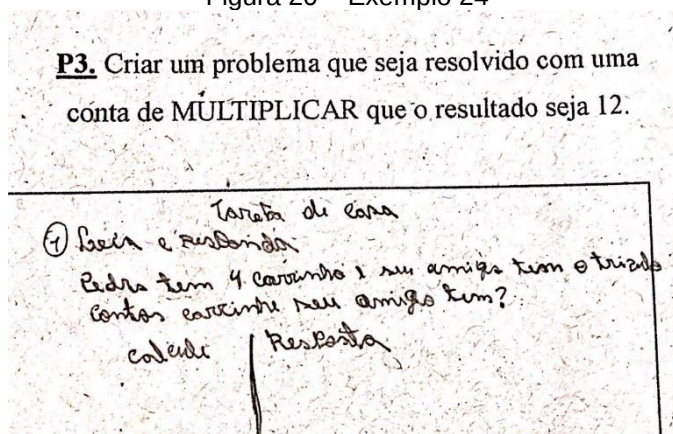
Calculo	Resposta

Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 23: “Se eu tenho 16 fogos para dividir para 2 pessoas quantos fogos cada um receberá?”

Comentário: Enunciado completo, com a pergunta, referentes, relação entre eles e possibilidade de resolução. Separação explícita da pergunta por meio de pontuação.

Figura 20 – Exemplo 24



Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplo 24: “Pedro tem 4 carrinho e seu amigo tem o triplo contos carrinho seu amigo tem?”

Comentário: O problema apresenta estrutura de problema verbal com uma linguagem clara, a pergunta presente, como também os referentes e seus números estão relacionados.

Como pode ser notado, este sistema de categorias é hierárquico uma vez que as formulações variam desde problemas incompletos, por exemplo, a falta da pergunta ou de informações numéricas, até problemas considerados apropriados que continham os elementos necessários a um problema matemático e a possibilidade de ser solucionado.

A Tabela 5 apresenta a distribuição das categorias em que os problemas foram classificados em cada ano escolar.

Tabela 5 – Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em função do ano escolar.

Categorias	3º ano (n=137)	4º ano (n=148)	5º ano (n=150)
Categoria 1	46 (33,5)	37 (25)	32 (22)
Categoria 2	34 (25)	49 (33)	37 (25)
Categoria 3	22 (16)	19 (11)	23 (16)
Categoria 4	35 (25,5)	46 (31)	58 (37)

Fonte: Dados da pesquisa.

Como pode ser visto, e confirmado pelo Teste Qui-Quadrado de aderência, não foram observadas diferenças significativas, indicando que o padrão de resultados foi

o mesmo em todos os anos escolares em relação a cada categoria. De modo geral, a Categoria 4 (mais elaborada), que corresponde ao acerto na análise anterior (seção 3.1), não atingiu sequer 50% dos itens mesmo entre as crianças em anos escolares mais adiantados (4º e 5º ano).

A relação entre categorias de formulação e situação em cada ano escolar é apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 – Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em cada Situação e ano escolar.

3º ano		
	Situação 1 (n=70)	Situação 2 (n=67)
Categoria 1	22 (31,4)	24 (36)
Categoria 2	15 (21,4)	19 (28)
Categoria 3	10 (14,2)	12 (18)
Categoria 4	23 (33)	12 (18)
4º ano		
	Situação 1 (n = 77)	Situação 2 (n = 74)
Categoria 1	17 (22)	20 (27)
Categoria 2	31 (40)	18 (24)
Categoria 3	7 (9)	12 (17)
Categoria 4	22 (29)	24 (32,5)
5º ano		
	Situação 1 (n = 74)	Situação 2 (n = 76)
Categoria 1	14 (19)	18 (24)
Categoria 2	19 (25,5)	18 (24)
Categoria 3	10 (13,5)	13 (17)
Categoria 4	31 (42)	27 (3)

Nota: Situação 1: formular problema com uma dada operação; Situação 2: formular problema com uma dada operação e um dado resultado.

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o Teste Qui-Quadrado de aderência, não foram observadas diferenças significativas entre as situações em nenhuma das categorias de formulação quer no 3º ano ($X^2 = 4,1328$, $gl=3$, $p=0,2475$), no 4º ano ($X^2 = 5,0374$, $gl=3$, $p=0,1691$) ou no 5º ano ($X^2 = 1,1677$, $gl=3$, $p=0,7608$). Este resultado indica que o padrão de resultados foi o mesmo em todos os anos escolares em relação a cada categoria, ou seja, as categorias não variam em função da Situação. A Situação, portanto, não teve um efeito sobre a qualidade do problema formulado, sendo isso observado em cada ano escolar.

Tabela 7 – Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em cada operação e ano escolar.

3º ano		
	Multiplicação (n=67)	Divisão (n=70)
Categoria 1	31 (46)	15 (21)
Categoria 2	15 (22,5)	19 (27)
Categoria 3	11 (16,5)	11 (16)
Categoria 4	10 (15)	25 (36)
4º ano		
	Multiplicação (n = 76)	Divisão (n = 75)
Categoria 1	28 (37)	9 (12)
Categoria 2	22 (29)	27 (36)
Categoria 3	8 (10,5)	11 (14,5)
Categoria 4	18 (23,5)	28 (37,5)
5º ano		
	Multiplicação (n = 75)	Divisão (n = 75)
Categoria 1	25 (33,5)	7 (9,5)
Categoria 2	14 (18,5)	23 (30,5)
Categoria 3	12 (16)	11 (14,4)
Categoria 4	24 (32)	34 (45,5)

Fonte: Dados da pesquisa.

Diferentemente do que foi observado em relação às situações de formulação de problemas, a operação teve um efeito sobre a qualidade do problema formulado, sendo isso observado em cada ano escolar, como revelado pelo Teste Qui-Quadrado de aderência (3º ano: $X^2 = 12,405$, $gl=3$, $p=0,006118$; 4º ano: $X^2 = 12,909$, $gl=3$, $p=0,004839$; e 5º ano: $X^2 = 14,082$, $gl=3$, $p=0,002796$). Isso ocorreu porque em cada ano escolar a Categoria 1 (a mais elementar) foi mais frequente na multiplicação do que na divisão, enquanto a Categoria 4 (a mais elaborada) foi mais frequente na divisão do que na multiplicação. Esse resultado indica que em cada um dos anos escolares era mais fácil formular problemas apropriados quando era solicitado criar um problema de divisão, mas apresentavam dificuldades quando solicitadas a criarem problemas de multiplicação.

Para melhor examinar o papel de cada Situação sobre a qualidade dos problemas formulados foi elaborada a Tabela 8 com a distribuição das categorias por anos escolares em cada Situação.

Tabela 8 – Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em cada ano escolar na Situação 1 e na Situação 2.

Situação 1			
	3º ano (n=70)	4º ano (n=77)	5º ano (n=74)
Categoria 1	22 (31,5)	17 (22)	14 (19)
Categoria 2	15 (21,5)	31 (40,5)	19 (25,5)
Categoria 3	10 (14)	7 (9)	10 (13,5)
Categoria 4	23 (33)	22 (28,5)	31 (42)
Situação 2			
	3º ano (n=67)	4º ano (n=74)	5º ano (n=76)
Categoria 1	24 (35,5)	20 (27)	18 (24)
Categoria 2	19 (28,5)	18 (24,5)	18 (24)
Categoria 3	12 (18)	12 (16)	13 (17)
Categoria 4	12 (18)	24 (32,5)	27 (35)

Nota: Situação 1: formular problema com uma dada operação; Situação 2: formular problema com uma dada operação e um dado resultado.

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o Teste Qui-Quadrado de aderência, não foram detectadas diferenças significativas à Situação 1 ($X^2 = 10,455$, $gl=6$, $p=0,1068$) e nem em relação à Situação 2 ($X^2 = 6,5953$, $gl=6$, $p=0,3599$) em cada um dos anos escolares. Isso indica que tanto em ambas as situações o padrão de resultados era o mesmo em cada ano escolar.

Para melhor examinar o papel de cada operação sobre a qualidade dos problemas formulados foi elaborada a Tabela 9 com a distribuição das categorias por anos escolares em cada operação.

Tabela 9 – Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em cada ano escolar na multiplicação e divisão.

Multiplicação			
	3° ano (n=67)	4° ano (n=76)	5° ano (n=75)
Categoria 1	31 (46)	28 (37)	25 (33,5)
Categoria 2	15 (22,5)	22 (29)	14 (18,5)
Categoria 3	11 (16,5)	8 (10,5)	12 (16)
Categoria 4	10 (15)	18 (23,5)	24 (32)
Divisão			
	3° ano (n=70)	4° ano (n=75)	5° ano (n=75)
Categoria 1	15 (21)	9 (12)	7 (9,5)
Categoria 2	19 (27)	27 (36)	23 (30,5)
Categoria 3	11 (16)	11 (14,5)	11 (14,5)
Categoria 4	25 (36)	28 (37,5)	34 (45,5)

Fonte: Dados da pesquisa.

O Teste Qui-Quadrado de aderência não revelou qualquer significância em relação à operação de multiplicação ($X^2 = 8,8209$, $gl=6$, $p=0,1839$) e nem em relação à operação de divisão ($X^2 = 6,0583$, $gl=6$, $p=0,4167$) em cada um dos anos escolares. Isso indica que tanto na divisão como na multiplicação o padrão de resultados era o mesmo em cada ano escolar.

Tomados de forma conjunta os resultados da análise em relação às categorias de formulação indicam que há uma progressão na formulação de problemas, mas essa progressão não parece ser influenciada pelos anos escolares investigados, uma vez que não foi detectada uma progressão que pudesse ser atribuída ao avanço da escolaridade. O principal fator em relação a essas categorias foi o Tipo de operação, uma vez que os problemas de multiplicação tendiam a ser classificados na categoria mais elementar, enquanto os de divisão na categoria mais elaborada. Isso significa que formular problemas de multiplicação foi mais difícil que formular problemas de divisão. Uma discussão sobre este resultado será apresentada adiante.

4.3 ANÁLISE DOS TIPOS DE ERRO

Como mencionado quando da apresentação dos parâmetros de análise das produções dos participantes neste estudo, formular problemas é uma atividade complexa que requer conhecimentos linguísticos (clareza das proposições, uso da estrutura característica deste Tipo de texto) e conhecimentos sobre as ideias matemáticas. Problemas verbais possuem uma introdução em que são dadas informações numéricas, seguidas de uma pergunta articulada com essas informações que devem ser relevantes para a resolução do problema. Diante dessa complexidade, parece ser relevante identificar as dificuldades que as crianças enfrentam ao realizar esta atividade.

Esta terceira análise dos dados teve por objetivo identificar os Tipos de erros apresentados pelos participantes com vistas a compreender a natureza das dificuldades que as crianças enfrentam ao formular problemas. Para isso foram selecionados 42 que haviam tido um desempenho muito limitado na formulação dos problemas nas duas situações. Esses participantes haviam errado todos os quatro itens. Um total de 168 produções foram analisadas com base nos parâmetros apresentados no Quadro 2 dos parâmetros na página 37.

A partir dessa análise foram identificados oito Tipo de erros que são apresentados no Quadro 3.

Quadro 3 – Os Tipos de erros na formulação e suas descrições.

Tipos de erros	Descrição
Tipo 1	Ausência/insuficiência de informações numéricas
Tipo 2	Ausência da pergunta, ou seja, aquilo que deve ser buscado
Tipo 3	As relações entre quantidades e seus referentes não estão explicitadas
Tipo 4	A pergunta está presente, mas é apresentada de forma confusa e com pouca ou nenhuma relação com as informações numéricas e proposições anteriores
Tipo 5	A resposta à pergunta, isto é, o resultado, está explicitamente mencionado no enunciado do problema, ou seja, o que é buscado já é informado
Tipo 6	A linguagem é confusa, com proposições desarticuladas, gerando ambiguidades diversas, inclusive quanto ao que deve ser buscado
Tipo 7	Problema se assemelha a um exercício ou comando para realizar uma operação
Tipo 8	As informações numéricas e/ou a operação que foram solicitadas na instrução não correspondem ao que foi formulado no enunciado do problema.

Fonte: Dados da pesquisa.

Importante ressaltar que um mesmo problema podia conter vários Tipos de erros e que um mesmo Tipo de erro podia estar presente em vários problemas, como pode ser visto nos exemplos a seguir.

Exemplo 25:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão.

“Maria tem 29 e que botar 9 lápis em cada estojo”.

Neste exemplo falta informação numérica de quantos estojos são (**Erro Tipo 1**), como também a pergunta está ausente (**Erro Tipo 2**) e a linguagem é confusa porque não deixa claro o referente do número “29” (**Erro Tipo 6**).

Exemplo 26:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão.

“eu tenho 20 bolas de gude e meu amigo me chamou para jogar bola de gude e eu emprestei 15 bolas de gude”.

No exemplo acima a pergunta está ausente (**Erro Tipo 2**), e a operação que consta no enunciado não corresponde ao que foi solicitado no item (**Erro Tipo 8**).

Exemplo 27:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de multiplicação e cujo resultado fosse 12.

“Maria comprou 6 maçãs x 2 laranjas”.

Neste enunciado, a pergunta está ausente (**Erro Tipo 2**), não sendo apresentada a relação entre os números (**Erro Tipo 3**). Apesar de no início o enunciado sugerir um contexto para o problema “Maria comprou 6 maçãs”, observa-se que ele consiste em um exercício ou comando para realizar uma operação (**Erro Tipo 7**)

Exemplo 28:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão.

“João comprou 19 laranja Maria comprou 15 maçã Carla foi a feira Jéssica comprou 20 espiga”.

O problema formulado não apresenta a pergunta (**Erro Tipo 2**). A relação entre os referentes e as quantidades não estão apresentadas (**Erro Tipo 3**). Linguagem confusa que gera ambiguidades sobre a relação entre os referenciais e as informações numéricas com o que que deve ser buscado (**Erro Tipo 6**). O problema formulado não deixa explícita a operação que deve ser usada, levando a entender que seria uma adição (**Erro Tipo 8**).

Exemplo 29:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de multiplicação e cujo resultado fosse 12

“Eu vou usar 6 duas vezes quanto vai da?”

O problema se assemelha a um exercício 6×2 (**Erro Tipo 7**).

Exemplo 30:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão e cujo resultado fosse 8.

“Maria tem 10 lápis e Marcos tem 1 quantos lápis Maria vai dar para Marcos”

O problema acima não deixa explícita a relação entre os referentes e suas quantidades (**Erro Tipo 3**). A pergunta está presente, porém foi escrita de forma confusa quanto a informar o que deve ser buscado, pois no enunciado não há explicitação de quantos lápis serão divididos (**Erro Tipo 4**). A linguagem ambígua permeia a relação dos referentes quanto à pergunta (**Erro Tipo 6**). A operação

necessária para resolução do problema não condiz com o que foi solicitado na instrução (**Erro Tipo 8**).

Exemplo 31:

Instrução: Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de multiplicação e cujo resultado fosse 12

“Maria tem 4 bonecas e Marcos tem 2 bonecos, quantos bonecos Maria tem”

Neste exemplo, a pergunta se refere a uma informação que já foi informada no enunciado (**Erro Tipo 5**). A operação para sua resolução não atende ao que foi solicitado na instrução (**Erro Tipo 8**).

Embora o objetivo da análise apresentada nesta parte do capítulo seja o de identificar os Tipos de erros apresentados pelas crianças, parece interessante examinar a distribuição desses Tipos em cada ano escolar. Contudo, devido aos baixos valores das células não foi possível aplicar testes estatísticos. Assim, os dados são discutidos apenas em termos de tendências, como mostra a Tabela 10.

Tabela 10 – Número e porcentagem (em parênteses) dos Tipos de erros em cada ano escolar entre as crianças que erram os quatro itens de formulação de problemas.

	3º ano (n=167)	4º ano (n=137)	5º ano (n=54)
Tipo 1	11 (6,5)	15 (11)	1 (2)
Tipo 2	30 (18)	37 (27)	2 (3,5)
Tipo 3	32 (19)	21 (15)	7 (13)
Tipo 4	6 (3,5)	0 (0)	16 (29,5)
Tipo 5	6 (3,5)	2 (1,5)	1 (2)
Tipo 6	25 (15)	28 (20,5)	8 (15)
Tipo 7	28 (17)	23 (17)	17 (31,5)
Tipo 8	29 (17,5)	11 (8)	2 (3,5)

Fonte: Dados da pesquisa.

Nos anos do 3º e 4º, os erros se distribuíram mais frequentemente em diferentes Tipos de erros do que os do 5º ano, onde há uma concentração maior dos Tipos de erros. Percebe-se uma mudança pertinente acerca dos erros relacionados com a pergunta, nos anos do 3º e 4º ela está menos presente, enquanto no 5º ela está

presente, no entanto, mal elaborada. O Tipo de erro que persiste em todos os anos é o erro Tipo 7 (Problema se assemelha a um exercício ou comando para realizar uma operação) ele pode estar relacionado com o fato de que no ensino de matemática há maior uso de exercícios em sala de aula do que a formulação de problemas matemáticos.

Esta análise sobre os erros mostra que pode haver vários Tipos de erros relacionados à formulação de problemas matemáticos, dos quais os mais frequentes dizem respeito à falta de familiaridade com a estrutura de um problema matemático. Nela há uma articulação entre diferentes pontos, os quais os estudantes tiveram dificuldades em articular, são eles: a relação clara entre os números e seus referentes, a pergunta relacionada ao contexto da pergunta, e por fim, resolução plausível e linguagem clara com uso adequado de vocábulos que facilitem o entendimento para encontrar que se pretende resolver. Isto evidencia o potencial tanto a nível acadêmico como, por exemplo, a realização de pesquisas futuras com objetivo de aprofundar a investigação sobre os erros nas formulações de crianças, tanto como potencial educacional com o uso didático das formulações de problemas em sala de aula por professores, principalmente, conciliando com a resolução de problemas, como também o uso de avaliações para identificar os Tipos de erros que os estudantes estão cometendo para assim melhorar.

5. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

A formulação de problemas é uma atividade ligada à resolução de problemas, ela é genuinamente geradora de outros problemas (Brown; Walter, 2005). E quando se pensa em problemas matemáticos, a resolução é a atividade que ganha maior destaque nas pesquisas e na sala de aula. Embora as atividades de resolver e formular sejam passíveis de desenvolvimento e aprendizagem, é na resolução que se ancora o esforço acadêmico e didático-pedagógico (Kovács, 2023).

Muitos estudos trazem a formulação de problemas matemáticos como foco de interesse, em especial os que investigam crianças (Altoé; Freitas, 2019; Chica, 2001; English, 1997, 1998; Kwon; Capraro, 2021; Lowrie, 2002; Ellerton, 1986; Zunino, 1995, Pinheiro; Vale, 2013) no entanto, pelo que se sabe, as poucas pesquisas que investigam esta população tendem a examinar a formulação de problemas de forma pouco sistematizada. Apesar de importantes, elas são caracterizadas como exploratórias, consistindo, muitas vezes, em atividades realizadas em sala de aula sem que houvesse controle quanto aos Tipos de situações e de problemas apresentados aos estudantes e suas idades, tampouco uma sistematização na maneira de analisar os dados. Por esta razão, estudos mais controlados com o objetivo de examinar a atividade de formular problemas por estudantes do ensino fundamental, se tornam necessários.

A presente pesquisa possui um aspecto inovador uma vez que buscou contribuir com a literatura na área com uma investigação em que se procurou explorar a formulação de problemas por meio de situações experimentais distintas que envolviam diferentes operações aritméticas. O estudo foi também inovador no sentido de contribuir com uma proposta de análise dos problemas formulados e de identificar Tipos de erros que expressavam a dificuldade que as crianças apresentam ao realizar esta atividade.

Este capítulo final tem por objetivo tecer suas considerações finais a partir da articulação entre os dados observados e suas contribuições para a literatura, como também, as implicações metodológicas para pesquisas na área e, por fim, suas implicações educacionais. Para isto, este capítulo é dividido em sessões que versam sobre aspectos considerados relevantes, tomando por base as diferentes perspectivas de análise empregadas sobre os dados nesta investigação, conforme apresentado no Capítulo 3. Em seguida, serão feitas considerações acerca de pesquisas futuras

sobre a formulação de problemas por crianças e, por fim, as implicações educacionais que podem ser geradas a partir desta investigação.

5.1 O DESEMPENHO DAS CRIANÇAS QUANDO FORMULAM PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

Ao revisitar os resultados, observa-se que o desempenho dos participantes não sofreu influência do Tipo de Situação (Situação 1: informa-se a operação; Situação 2: informa-se a operação e o resultado). Com isto, entende-se que independentemente da instrução fornecida para a formulação do problema, seja ela com mais informações ou com menos, ambas são igualmente difíceis para os estudantes formularem problemas matemáticos.

No que diz respeito ao desempenho em função da operação, apesar de não ter se identificado diferenças significativas, o percentual de acertos na divisão foi ligeiramente maior do que o percentual de acertos na multiplicação. Isto se contrapõe ao que é esperado quando se pensa na resolução, uma vez que os estudantes se saem melhor na multiplicação do que na divisão, como pode ser visto no estudo de Zatti, Agranionih, Enricone (2010) que demonstrou que crianças do Ensino Fundamental erraram mais as operações de divisão e subtração do que multiplicação e adição. A maior dificuldade em algumas operações do que outras pode estar relacionada a ordem que, geralmente, se ensina as operações, primeira adição, subtração, multiplicação e divisão. Segundo Toledo e Toledo (1997) a multiplicação está associada a adição, soma de parcelas iguais, assim como a subtração está associada à divisão, subtração de parcelas iguais.

No entanto, nesta pesquisa divisão se mostrou mais fácil em formular do que resolver, então, por que os estudantes se saíram melhor na divisão quando formulam problemas? Uma hipótese é a de que os problemas de divisão que os estudantes formularam são de um Tipo de divisão bastante simples com conceito de partição. Neste Tipo de divisão os estudantes se deparam com situações em casa ou na escola, quando tem que dividir algum alimento, por exemplo, com outra criança.

Ao analisar cada item isoladamente, observou-se que a maior dificuldade dos participantes foi em relação à Situação em que se solicitava que fosse formulado um problema de multiplicação cujo resultado fosse 12. Essa dificuldade foi expressiva entre as crianças do 3º ano.

De modo geral, não se observou nenhum progresso ao longo dos anos

escolares. Razões para isto podem ser a complexidade da própria atividade de formular problemas que envolve controle das estruturas do enunciado de problema verbal; a falta de familiaridade com esta atividade. As escolas não têm propiciado o desenvolvimento desta habilidade, mesmo quando o conhecimento sobre problemas de multiplicação e divisão se torna mais sofisticado com o avanço da escolaridade.

5.2 AS CATEGORIAS DOS PROBLEMAS FORMULADOS PELAS CRIANÇAS.

A partir de uma reflexão feita dos apontamentos que a literatura trouxe até o momento, foi construído parâmetros que indicam os aspectos constitutivos de problemas. Neste ponto, este trabalho pode servir para outros estudos sobre formulações de problemas matemáticos, uma vez que a literatura parece não apresentar de forma objetiva esses parâmetros.

Os parâmetros elencados serviram para a construção das categorias que classificaram as formulações das mais elementares (C1, C2 e C3) até as formulações completas (C4). Na maioria dos casos, as crianças obtiveram baixo desempenho, ou seja, as formulações foram consideradas pertencentes às Categorias 1, 2 e 3. Nelas, as formulações apresentavam, por exemplo, semelhança a um exercício matemático, a linguagem era confusa, como também estavam ausentes informações importantes que constituem o enunciado de problemas matemáticos. Foram poucas as formulações que apresentaram toda a estrutura de forma clara para a resolução possível do problema, as quais foram classificadas na Categoria 4.

A distribuição das categorias entre os anos em função da Situação (Situação 1: informa-se a operação; Situação 2: informa-se a operação e o resultado) foi similar, ou seja, não foi possível identificar diferenças entre elas em ambos os anos escolares, concluindo-se que elas não influenciaram na formulação de problemas. Porém, na variável operação (multiplicação e divisão), houve significância. No geral, o ano escolar não teve diferença significativa. Por um lado, a multiplicação se mostrou mais difícil para as crianças formularem problemas, uma vez que elas apresentaram mais erros, representadas pelas categorias mais elementares, do que na divisão. Por outro lado, as crianças formularam melhores problemas de divisão, representada pela frequência significativa da categoria 4 nos itens de divisão.

As categorias em que as formulações foram classificadas permitiram identificar as dificuldades das crianças na faixa etária e escolaridade investigadas neste estudo.

A partir delas foram identificados os Tipos de erros que as crianças apresentam ao formularem problemas matemáticos, como discutido a seguir.

5.3 OS ERROS DAS CRIANÇAS AO FORMULAREM PROBLEMAS

O erro relacionado ao conhecimento matemático pode ser visto como importante em duas perspectivas. A primeira, do ponto de vista didático, como uma estratégia para identificar as limitações quanto à forma de raciocinar (ponto e vírgula colocar (Borasi, 1996; Pinto, 2000; Santos, Buriasco, Ferreira, Ciani, 2009). A segunda, do ponto de vista psicológico, o erro é encarado como uma lente que revela a lógica da organização intelectual dos indivíduos (Casávola, 1988). Este estudo se insere nesta segunda perspectiva.

As análises dos erros foram realizadas de forma exploratória a partir das categorias. Para tanto, foi recortado parte dos estudantes, selecionou-se aqueles que tiveram erros em todos os itens da atividade de formular. Os Tipos de erros não seguem uma hierarquia conforme as categorias, mas sim a natureza dos erros. A partir disso os resultados mostraram que, de modo geral, os problemas formulados pelos estudantes são elementares, por exemplo, se assemelham a exercícios matemáticos, não apresentam os referentes das informações numéricas, nem a pergunta, usam linguagem confusa e não apresenta articulação entre os números e nem com a pergunta. Isto evidencia uma limitação nos conceitos usados como também, limitação na linguagem apropriada para este tipo de texto matemático.

A respeito dos Tipos de erros e ano escolar, é possível perceber que uma formulação pode apresentar diversos Tipos de erros. No 3º e 4º ano escolar não há um Tipo de erro que se destaque consideravelmente, mas sim, um conjunto de Tipos de erros. Já os estudantes do 5º ano se diferem dos demais, pois se concentram mais no Tipo de erro relacionado à pergunta que, apesar de mal elaborada, as crianças do 5º ano apresentam no enunciado, enquanto o 3º e 4º ano nem sequer apresentam uma pergunta.

5.4 PESQUISAS FUTURAS

Para pesquisas futuras é promissor investigar diferentes Tipos de problemas de multiplicação e de divisão nas formulações feitas por crianças. Estudos nesse tema trarão maiores análises a respeito das operações que sejam mais fáceis para elas formularem. Estudos futuros poderiam examinar a formulação em problemas de divisão e multiplicação em maiores detalhes por exemplo em problemas de produto de medidas e de isomorfismo.

Outra pesquisa seria para testar a hipótese de que os problemas de divisão de partição seriam mais fáceis de formularem do que problemas de divisão por quota. Um estudo poderia ser elaborado para este fim, em que a criança seria solicitada a completar enunciados de problemas que sugerissem uma partição e outros que sugerissem uma quota.

A respeito do público-alvo, seria interessante que estudos futuros tratassem sobre reformulação de problemas matemáticos, onde as crianças pudessem reformular e corrigir problemas que apresentassem erros baseados naqueles que foram identificados nesta pesquisa. Estudos desse Tipo poderiam tratar de forma exploratória uma das facetas da formulação de problemas matemáticos menos estudada, a reformulação.

A partir deste estudo, outras pesquisas poderão usar as categorias aqui identificadas para examinar outras facetas da formulação de problemas.

5.5 IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS

A formulação de problemas pode ser considerada uma estratégia didática quanto ao ensino de conceitos matemáticos por meio da criação de novos problemas e de diferentes caminhos de resolução, assim como, servir como recurso de avaliação. Identificar os erros de seus estudantes na formulação de problemas matemáticos pode ajudar os professores a gerarem alternativas didáticas para a superação de dificuldades de diferentes Tipos. Para isto, a formulação de problemas pode ser componente curricular nos cursos de formação de professores para ampliar as metodologias de ensino.

REFERÊNCIAS

AGRANIONIH, N.T.; SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S.L. Characteristics of mathematical problems posed by teachers. **Acta Sci. (Canoas)**, v. 23, n.1, p. 233-264, 2021. <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/618>

AKTAS, M. Problem-posing research in mathematics education: A bibliometric analysis. **Journal of Pedagogical Research**, v6, n4, p. 217-233, 2022.

ALTOÉ, R. O.; FREITAS, R. C. Formulação de problemas no campo conceitual multiplicativo: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – Em Teia**, v. 10, n. 3, p.1-23, 2019.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, 2008.

BORASE, R. **Reconceiving Mathematics instructions: a focus on erros**. Norwood: Ablex Publishing Corporation. 1996.

BROWN, S. I.; WALTER, M. I. **Problem posing: reflections and applications**. Lawrence Erlbaum. 1993.

BROWN, S. I., WALTER, M. I. **The art of problem posing**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. 2005.

<https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9781410611833/art-problemposing-stephen-b>

BURIASCO, R.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, 33, 69096, 2009, 2009. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2959>

CASÁVOLA, H. M. O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In: J. A. Castorina (Org.). **Psicologia Genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 32-44, 1988.

CHICA, C. Por que formular problemas? In: K. Smole & M. Diniz (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, p.151-173, 2001.

CUNHA, M. J. G. **Elaboração de problemas combinatórios por professores de matemática do ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

ELLERTON, N.F. Children's made-up mathematics problems: a new perspective on talented mathematicians. **Educational Studies in Mathematics**, 17:261-271, 1986.

ELLERTON, N. F.; SINGER, F. M.; CAI, J. Problem Posing in Mathematics: Reflecting on the past, energizing the present, and foreshadowing the future. In: SINGER, F. M., ELLERTON, N.; CAI, J. (ed.). **Mathematical problem Posing: From research to effective practice**. New York: Springer, p. 547-556, 2015.

ENGLISH, L. The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. **Educational Studies in Mathematics**, v. 34, p. 183-217, 1997. <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1002963618035>

HASHIMOTO, Y. Classroom practice of problem solving in Japanese elementary schools. In: **Proceedings of the US–Japan seminar on mathematical problem solving**. Carbondale, IL: Southern Illinois University, p. 94-119, 1987.

JOAQUIM, M. N. B. Problem Posing Among Preservice and Inservice Mathematics Teachers. In: **Problem Posing and Problem Solving in Mathematics Education, International Research and Practice Trends**. Springer, p. 172-188, 2023.

KEIL, G.E. **Writing and solving original problems as a means of improving verbal arithmetic problem solving ability**. Unpublished doctoral dissertation, Indiana University, 1965.

KILPATRICK, J. Problem formulating: where do good problems come from? In A.H. Schoenfeld (Ed.) **Cognitive science and mathematics education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 123-147, 1987.

KOVÁCS, Z. An Approach to Developing the Problem-Posing Skills of Prospective Mathematics Teachers: Focus on the “What if not” Heuristics. In: TOH, T. L.; TRIGO, M. S.; CHUA, P. H.; ABDULLAH, N. A.; ZHANG, D. **Problem Posing and Problem Solving in Mathematics Education, International Research and Practice Trends**. Springer, p. 189-216, 2023.

KWON, H.; CAPRARO, M. M. Nurturing Problem Posing in Young Children: Using Multiple Representation within Students' RealWorld Interest. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, 16(3), 2021.

LAVY, I., SHRIKI, A. Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In: **Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Seoul, South Korea, p.129-136, 2007.

LEE, Y.; CAPRARO, R. M.; CAPRARO, M. M. Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. **International Electronic Journal of Mathematics**, v. 13, n. 2, p. 75-90, 2018. <https://www.iejme.com/article/mathematics-teachers-subject-matter-knowledge-and-pedagogical>

LEUNG, S. S.; SILVER, E. A. The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. **Mathematics Education Research Journal**, Springer Netherlands, . 9, n. 1, p. 5-24, 1997.

<https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217299>

LOWRIE, T. Young children posing problems: the influence of teacher intervention on the type of problems children pose. **Mathematics Education Research Journal**, v. 14, n. 2, p. 87-98, 2002. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217355>

PELCZER, I.; SINGER, F. M. E.; VOICA, C. Improving problem posing capacities through inservice teacher training programs: challenges and limits. In **Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education**. Vancouver, Canada. v. 1, p.401-408, 2014.

PINHEIRO, S.; VALE, I. **Criatividade e Matemática: Um caminho partilhado. Ensinar e Aprender Matemática com criatividade dos 3 aos 12 anos**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Atas. p. 30-39, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTOS, J. R. V.; BURIASCO, R. L. C. Da ideia do erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. In: BURIASCO, R. L. C. (Org.). **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM, p. 87-108, 2008.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**. v.15, n.2, p.4-14, fev. 1986

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the learning of Mathematics**, 14(1), 19–28, 1994.

SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Mathematical problem posing. From research to effective practice**. Cham, Switzerland: Springer. 2013.

SKINNER, P. **What's your problem? posing and solving mathematical problems**, K2. Portsmouth, NH: Heinemann. 1991.

SPINILLO, A.; LAUTER, S.; AGRANIONIH, N. T.; BORBA, R. E. S. R.; SANTOS, E.; SILVA, J. F. G. Problem Posing by Mathematics Teachers: The Problems They Pose and the Challenges They Face in the Classroom. In: **Problem Posing and Problem Solving in Mathematics Education, International Research and Practice Trends**. Springer, p. 151-172. 2023.

SOUZA, E. I. R. S.; MAGINA, S. M. P. Concepção do Professor do Ensino Fundamental sobre Estruturas Multiplicativas. **Perspectivas da Educação Matemática**, 10(24). 797-815, 2017.

<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2930/4163>

SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S.L.; BORBA, R. E. de S. R.; SANTOS, E.M.; SILVA, J.F.G. Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do ensino fundamental. **Bolema**, v. 31, n. 59, p. 928-946, 2017.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 1997

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R. A.; LANDAU, M. (Eds.), **Acquisition of mathematical concepts and processes**. New York: Academic Press, p. 127-174, 1983.

WINOGRAD, K. Writing, **solving and sharing original math story problems: case studies in the cognitive behavior of fifth grade children**. Unpublished doctoral dissertation, University of Northern Colorado, 1991.

ZATTI, F.; AGRANIONIH N. T.; ENRICONE, J. R. B. Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de cálculos dos alunos. **Perspectiva**, Erechim. v.34, n.128, p. 115-132, 2010.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola: aqui e agora**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.