



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

RICARDO CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE JÚNIOR

**PROBLEMA DE GESTÃO DA PRODUÇÃO COM DIMENSIONAMENTO DE LOTES,  
SETUP DEPENDENTE DA ORDEM DE PRODUÇÃO E CONSIDERAÇÕES  
AMBIENTAIS**

Caruaru

2024

RICARDO CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE JÚNIOR

**PROBLEMA DE GESTÃO DA PRODUÇÃO COM DIMENSIONAMENTO DE LOTES,  
SETUP DEPENDENTE DA ORDEM DE PRODUÇÃO E CONSIDERAÇÕES  
AMBIENTAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

**Área de concentração:** Otimização e Gestão da Produção.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Carlos Azevedo da Costa

Coorientador: Prof. Dr. Walton Pereira Coutinho

Caruaru

2024

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Junior, Ricardo Cavalcanti de Albuquerque.

Problema de gestão da produção com dimensionamento de lotes, setup dependente da ordem de produção e considerações ambientais / Ricardo Cavalcanti de Albuquerque Junior. - Caruaru, 2024. 83f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2024.

Orientação: Luciano Carlos Azevedo da Costa.

Coorientação: Walton Pereira Coutinho.

1. Dimensionamento de lotes verde; 2. Setup dependente; 3. Máquinas paralelas. I. Costa, Luciano Carlos Azevedo da. II. Coutinho, Walton Pereira. III. Título.

UFPE-Biblioteca Central

RICARDO CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE JÚNIOR

**PROBLEMA DE GESTÃO DA PRODUÇÃO COM DIMENSIONAMENTO DE LOTES,  
SETUP DEPENDENTE DA ORDEM DE PRODUÇÃO E CONSIDERAÇÕES  
AMBIENTAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Aprovada em: 27/08/2024

**BANCA EXAMINADORA:**

---

Prof. Dr. Luciano Carlos Azevedo da Costa  
(Orientador)  
Universidade Federal da Paraíba

---

Prof. Dr. Walton Pereira Coutinho  
(Coorientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Lucimário Gois de Oliveira Silva  
(Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Hugo Harry Frederico Ribeiro  
Kramer  
(Examinador Externo)  
Universidade Federal da Paraíba

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por quem foi responsável por ouvir todas as minhas orações e sempre me deu forças para continuar, aos meus pais que são a base da minha vida, sem eles eu não seria nada, ao meu irmão Rodolfo Viegas por todas as conversas e desabafos.

Agradeço aos colegas de turma, em especial ao Raphael Costa que esteve comigo na reta final, aos vários ensaios realizados, todas as reuniões, os cafés no laboratório e todos os altos e baixos que nós passamos durante a caminhada.

Ao Rodrigo Leite que me deu todo suporte assim que cheguei em Caruaru, por todas as corridas na via parque, todos os conselhos, muito obrigado.

Aos colegas José Sávio, Deividson Fernandes e Juliana Feitosa, moramos um período juntos, além do mestrado, compartilhamos vários momentos juntos, compartilhamos nossa vida pessoal, obrigado a vocês por tudo!

Agradeço aos colegas do GEEOC (Grupo de Pesquisa em Engenharia Econômica e Otimização Combinatória) em especial ao camarada Josa que sempre se dispôs a ajudar, mesmo atarefado, mas sempre arranjava um tempinho para as reuniões.

Aos professores Dr. Walton Coutinho e Dr. Lucimário Gois os responsáveis pelo grupo de pesquisa, deixo meu muito obrigado por terem me dado a oportunidade de poder contribuir.

Deixo meu muito obrigado ao prof Dr. Luciano Costa, meu orientador, mentor e que se tornou um amigo que quero levar para vida inteira. Foi muito importante na minha trajetória, sempre presente, muito paciente, fazia questão de explicar tudo nos mínimos detalhes, com muito afinho, fui abençoado por Deus por tê-lo como meu orientador.

Por fim, agradeço a todos que de forma direta ou indiretamente contribuíram para que eu pudesse lograr êxito.

## RESUMO

As empresas modernas enfrentam um ambiente de negócios altamente competitivo e dinâmico, buscando estratégias para se destacarem no mercado, uma delas a eficiência na produção. O problema de dimensionamento de lotes tem por objetivo encontrar o *trade-off* ideal entre o “quanto” e “quando” produzir, de tal maneira que consigam atender as demandas sem atraso, mantendo níveis de estoques regulares. Atualmente, além da redução dos custos clássicos (produção, *setup* e armazenamento), a produção em lotes visa também contribuir com a redução da poluição causada nos processos de produção. Incorporar práticas sustentáveis nas operações é fundamental. No entanto, para alcançar configurações mais realistas, é necessário considerar diversos aspectos de cada setor. Por exemplo, a indústria têxtil, cujo processo de tingimento pode ser modelado como um problema de dimensionamento de lotes com múltiplos produtos, máquinas paralelas e *setups* dependentes da ordem de produção, este problema mais complexo reflete melhor as condições reais de produção e permite uma otimização mais precisa e eficiente. Neste contexto, a presente dissertação tem por objetivo estudar o problema de dimensionamento de lotes com múltiplos produtos, máquinas paralelas, *setups* dependentes da sequência considerando aspectos ambientais. Esta configuração mais complexa ainda não foi estudada na literatura. Para resolver o problema, duas formulações matemáticas são propostas: uma compacta e outra estendida. Ambas as formulações têm por objetivo minimizar os custos clássicos do problema de dimensionamento de lotes juntamente com a diminuição das emissões de gases poluentes ao meio ambiente. As formulações foram avaliadas considerando instâncias geradas artificialmente. A formulação estendida apresentou um melhor desempenho, especialmente, em instâncias maiores.

**Palavras-chave:** dimensionamento de lotes verde; *setup* dependente; máquinas paralelas; otimização; sustentabilidade.

## ABSTRACT

Modern companies face a highly competitive and dynamic business environment, seeking strategies to stand out in the market, one of which is production efficiency. The lotsizing problem aims to find the ideal trade-off between “how much” and “when” to produce, in such a way that they can meet demands without backlogging, while maintaining regular stock levels. Nowadays, in addition to reducing traditional costs (production, setup and storage), lotsize production also aims to help reduce the pollution caused by production process. Incorporating sustainable practices into operations is essential. However, in order to achieve more realistic configurations, it is necessary to consider various aspects of each sector. For example, the textile industry, whose dyeing process can be modeled as a lotsizing problem with multiple products, parallel machines and setups dependent on the production order. This more complex model better reflects real production conditions and allows for more precise and efficient optimization. Against this backdrop, this dissertation aims to study the problem of lotsizing with multiple products, parallel machines and sequence-dependent setups, taking environmental aspects into account. This more complex configuration has not yet been studied in the literature. To solve the problem, two mathematical formulations are proposed, one compact and the other extended. Both formulations aim to minimize the classic costs of the batch sizing problem together with the reduction of polluting gas emissions into the environment. The formulations were evaluated considering artificially generated instances. The extended formulation showed better performance, especially in larger instances.

**Keywords:** green lot-sizing; sequence-dependent setup; parallel machines; optimization; sustainability.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Árvore de enumeração no problema do caixeiro viajante (WOLSEY, 2020) .	35
Figura 2 – Árvore B&C com cortes no nó 0 e busca pelo nó de maior limitante superior (ARENALES et al., 2007). . . . .	36
Figura 3 – Quadro exemplo R&F (TOLEDO et al., 2015). . . . .	37
Figura 4 – Exemplo F&O (LANG; SHEN, 2011). . . . .	38
Figura 5 – Número de publicações por ano . . . . .	40
Figura 6 – Número de ocorrências de palavras-chave . . . . .	41
Figura 7 – Análise de co-ocorrências de palavras-chave e seus links . . . . .	41
Figura 8 – Autores mais citados . . . . .	42
Figura 9 – Citação por países . . . . .	45
Figura 10 – Máquina de tingimento de fios cônicos . . . . .	50
Figura 11 – Exemplo de formação de ciclos. . . . .	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Literatura Relacionada . . . . .	30
Tabela 2 – Análise de citações . . . . .	43
Tabela 3 – Autores mais citados . . . . .	44
Tabela 4 – Citações por países . . . . .	46
Tabela 5 – Citações por periódicos . . . . .	46
Tabela 6 – Comparação entre as formulações DFJ e MTZ (Tempos Médios Agregados e Contagem de Melhores) . . . . .	61
Tabela 7 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 2$ e $np = 6$ . . . . .	69
Tabela 8 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 2$ e $np = 8$ . . . . .	69
Tabela 9 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 3$ e $np = 6$ . . . . .	70
Tabela 10 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 3$ e $np = 8$ . . . . .	70
Tabela 11 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 4$ e $np = 6$ . . . . .	70
Tabela 12 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 4$ e $np = 8$ . . . . .	71
Tabela 13 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 5$ e $np = 6$ . . . . .	71
Tabela 14 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 12$ , $nm = 5$ e $np = 8$ . . . . .	72
Tabela 15 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 2$ e $np = 6$ . . . . .	72
Tabela 16 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 2$ e $np = 8$ . . . . .	73
Tabela 17 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 3$ e $np = 6$ . . . . .	73
Tabela 18 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 3$ e $np = 8$ . . . . .	73
Tabela 19 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 4$ e $np = 6$ . . . . .	74
Tabela 20 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 4$ e $np = 8$ . . . . .	74

Tabela 21 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 5$ e $np = 6$ . . . . .	75
Tabela 22 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 15$ , $nm = 5$ e $np = 8$ . . . . .	75
Tabela 23 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 2$ e $np = 6$ . . . . .	76
Tabela 24 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 2$ e $np = 8$ . . . . .	76
Tabela 25 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 3$ e $np = 6$ . . . . .	76
Tabela 26 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 3$ e $np = 8$ . . . . .	77
Tabela 27 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 4$ e $np = 6$ . . . . .	77
Tabela 28 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 4$ e $np = 8$ . . . . .	78
Tabela 29 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 5$ e $np = 6$ . . . . .	78
Tabela 30 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 18$ , $nm = 5$ e $np = 8$ . . . . .	79
Tabela 31 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 2$ e $np = 6$ . . . . .	79
Tabela 32 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 2$ e $np = 8$ . . . . .	80
Tabela 33 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 3$ e $np = 6$ . . . . .	80
Tabela 34 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 3$ e $np = 8$ . . . . .	81
Tabela 35 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 4$ e $np = 6$ . . . . .	81
Tabela 36 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 4$ e $np = 8$ . . . . .	82
Tabela 37 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 5$ e $np = 6$ . . . . .	82
Tabela 38 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias $ni = 20$ , $nm = 5$ e $np = 8$ . . . . .	83

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B&B	<i>Branch-and-Bound</i>
B&C	<i>Branch-and-Cut</i>
CO2	Dióxido de Carbono
DFJ	Dantzig-Fulkerson-Johnson
F&O	<i>Fix-and-Optimize</i>
GC	Geração de Colunas
MA	Modelo Auxiliar
MRP	<i>Material Requirements Planning</i>
MTZ	Miller-Tucker-Zemlin
PD	Programação Dinâmica
PDL	Problema de Dimensionamento de Lotes
PDLD	Problema de Dimensionamento de Lotes Dinâmico
PDL-DC	Problema de Dimensionamento de Lotes Dinâmico Capacitado
PDLE	Problema de Dimensionamento de Lotes Estocástico
PDL-PU	Problema de Dimensionamento de Lotes de Produto Único
PDLC-MU	Problema de Dimensionamento de Lotes com Máquina Única
PDLC	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado
PDLC-PU	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado de Produto Único
PDLC-MI	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado com Múltiplos Itens
PDL-MM	Problema de Dimensionamento de Lotes com Múltiplas Máquinas
PDL-MP	Problema de Dimensionamento de Lotes com Máquinas Paralelas
PDL-SDS	Problema de Dimensionamento de Lotes com <i>Setup</i> Dependente da Sequência
PDL-CA	Problema de Dimensionamento de Lotes com Considerações Ambientais

PDL-MMSDCA	Problema de Dimensionamento de Lotes com Máquinas Paralelas Múltiplos Itens <i>Setup</i> Dependente da Sequência com Considerações Ambientais
PI	Programação Inteira
PIM	Programação Inteira Mista
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNLIM	Programação Não-Linear Inteira Mista
PM	Problema Mestre
PMR	Problema Mestre Restrito
POP	Problema de <i>Price-Out</i>
R&F	<i>Relax-and-Fix</i>
RL	Relaxação Lagrangiana
WoS	<i>Web of Science</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	DEFINIÇÃO DO TEMA	14
1.2	OBJETIVOS	16
<b>1.2.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>16</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>16</b>
1.3	JUSTIFICATIVA	16
1.4	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	18
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>19</b>
2.1	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES	19
<b>2.1.1</b>	<b>Problemas de Dimensionamento de Lotes com Múltiplos Itens Capacitado</b>	<b>20</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Problemas de Dimensionamento de lotes com Múltiplas Máquinas</b>	<b>22</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Problema de Dimensionamento de Lotes com <i>Setup</i> Dependente da Sequência</b>	<b>25</b>
2.2	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM CONSIDERAÇÕES AMBIENTAIS	27
<b>2.2.1</b>	<b>Conclusões</b>	<b>30</b>
2.3	INDICADORES DE EMISSÃO	30
2.4	MÉTODOS DE RESOLUÇÃO	33
<b>2.4.1</b>	<b>Métodos exatos</b>	<b>34</b>
<b>2.4.1.1</b>	<b>Branch-and-bound</b>	<b>34</b>
<b>2.4.1.2</b>	<b>Branch-and-cut</b>	<b>35</b>
<b>2.4.1.3</b>	<b>Relaxação Lagrangiana</b>	<b>36</b>
<b>2.4.1.4</b>	<b>Geração de colunas</b>	<b>36</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Métodos Heurísticos</b>	<b>37</b>
<b>2.4.2.1</b>	<b>Relax-and-fix</b>	<b>37</b>
<b>2.4.2.2</b>	<b>Fix-and-Optimize</b>	<b>37</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA</b>	<b>39</b>
3.1	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	39
3.2	CONTAGEM DO NÚMERO DE PUBLICAÇÕES POR ANO	40
3.3	ANÁLISE DE PALAVRAS-CHAVE	40
3.4	ANÁLISE DE CITAÇÕES	41
3.5	AUTORES MAIS CITADOS	44
3.6	CITAÇÕES POR PAÍSES	45
3.7	CITAÇÕES POR PERIÓDICOS	46

<b>4</b>	<b>PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM CONSIDERAÇÕES . . . . .</b>	<b>48</b>
4.1	INDÚSTRIA TÊXTIL DO AGRESTE PERNAMBUCANO . . . . .	48
4.2	PROCESSO DE TINGIMENTO . . . . .	49
4.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA . . . . .	51
<b>4.3.1</b>	<b>Eliminação de Ciclos . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>4.3.1.1</b>	<b>Restrições de Miller-Tucker-Zemlin . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>4.3.1.2</b>	<b>Restrições de Dantzig, Fulkerson e Johnson . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>58</b>
5.1	AMBIENTE COMPUTACIONAL . . . . .	58
5.2	INSTÂNCIAS GERADAS . . . . .	58
5.3	ANÁLISE DE ESCALABILIDADE . . . . .	59
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>62</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>APÊNDICE . . . . .</b>	<b>69</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 DEFINIÇÃO DO TEMA

Nos sistemas produtivos, em geral, as decisões podem ser divididas em três níveis de planejamento: estratégico, tático e operacional. No nível estratégico, são tomadas decisões de longo prazo, as quais tendem a ter por base dados obtidos com previsão de vendas. Estas decisões envolvem geralmente o planejamento da capacidade da produção e a realização do planejamento agregado. Por sua vez, as decisões de nível tático tem por objetivo garantir que a organização funcione da forma mais eficiente no que diz respeito à utilização da capacidade instalada. Um exemplo de decisão tática que pode ser tomada pelas empresas é o dimensionamento de lotes. Por fim, no nível operacional, são planejadas as atividades relacionadas com a produção de bens e/ou serviços para serem entregues aos clientes. Um exemplo de decisão operacional a ser tomada pelas empresas diz respeito ao estabelecimento do sequenciamento das ordens de produção (TUBINO, 2009). Muitos dos problemas apresentados anteriormente podem ser resolvidos utilizando Pesquisa Operacional, a saber: planejamento agregado, dimensionamento de lotes e sequenciamento de lotes (ARENALES et al., 2007; MICHAEL, 2016; POCHET; WOLSEY, 2006).

Considerando, em particular, o problema de dimensionamento de lotes (PDL), Arenales et al. (2007) destacam que empresas de manufatura, em geral, fabricam diversos tipos de produtos solicitados por diferentes clientes. Esses produtos, muitas vezes em grandes volumes, devem estar prontos para entrega em diferentes datas previamente agendadas. Um inconveniente que pode ser encontrado neste contexto é a capacidade limitada de produção das fábricas. Isso torna necessário o planejamento adequado das atividades de produção. Em outras palavras, é preciso decidir “o quê” e “quanto” produzir, ou seja, dimensionar os lotes de produção. O correto planejamento das atividades de dimensionamento de lotes é essencial devido à necessidade de antecipação da fabricação de produtos estocados de um período para o outro. Isso acarreta custos de estocagem e algumas dificuldades operacionais (ARENALES et al., 2007).

Conforme apresentado em Brahim et al. (2017), a classificação dos PDLs pode ser feita com base em vários critérios ou características, tais como: natureza dos dados (determinística ou estocástica), escala de tempo (contínua ou discreta), número de máquinas, número de níveis de produção, restrições de capacidade e sua natureza (fixa ou variável), duração dos períodos de produção, entre outros. O PDL possui diversas variantes, de acordo com os diferentes contextos nos quais as empresas se encontram. Brahim et al. (2017) destacam algumas das principais variantes do PDL. Suposições sobre demanda incluem atrasos, vendas perdidas, janela de tempo, demanda estocástica, demanda elástica e lucros (ABSI; KEDAD-SIDHOUM; DAUZÈRE-PÉRÈS, 2011; CHU et al., 2013). Restrições de recursos envolvem capacidade, estoques e restrições de tamanho do lote (BRAHIMI; DAUZÈRE-PÉRÈS, 2015). Estruturas

complexas de planejamento incluem decisões em multinível e opções de remanufaturamento (ABSI et al., 2013). Além disso, os PDLs podem ser combinados com outras decisões, como sequenciamento de ordens de produção, localização de armazéns, transporte e roteirização de veículos (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2015), entre outros. Para uma revisão detalhada sobre os PDLs, o leitor interessado pode consultar o trabalho de Brahim et al. (2017). Mais especificamente, os PDLs podem variar também nos contextos de quantidade de itens, capacidade de produção, número de máquinas e *setup* dependente da sequência de produção.

O problema de dimensionamento de lotes de produto único (PDL-PU) pode ser definido como um problema de planejamento no qual existe uma demanda variável no tempo para um único produto durante um horizonte de planejamento de  $np$  períodos (BRAHIMI et al., 2017). O objetivo é determinar os períodos em que a produção terá início e as quantidades que devem ser produzidas nesses períodos (BRAHIMI et al., 2017). A produção total deve satisfazer a demanda, minimizando os custos totais. Os custos básicos incluem o custo unitário de produção, o custo de *setups*, que é um custo fixo incorrido quando um processo de produção é iniciado em um período  $t$ , e o custo unitário de manutenção de estoque (BRAHIMI et al., 2017).

Após o trabalho seminal de Harris (1913) na determinação de modelos econômicos de dimensionamento de lotes, diversas outras variantes passaram a ser estudadas na literatura. O problema de dimensionamento de lotes capacitado (PDL-C) possui as mesmas características do problema de produto único. No entanto, na resolução do problema, são consideradas as restrições de capacidade que limitam a quantidade de produção em cada período. Embora os custos de *setup* possam variar para cada produto e período, eles são independentes da sequência (KARIMI; GHOMI; WILSON, 2003). Em geral, os custos de *setup* envolvem o trabalho necessário para preparar uma máquina (ou processo) para produzir peças de um determinado tipo. Isso inclui a definição de gabaritos e acessórios, o ajuste de ferramentas e a aquisição de material (ZHU; WILHELM, 2006). Uma extensão desse problema é o problema de dimensionamento de lotes envolvendo máquinas paralelas (PDL-MP). Neste problema, o objetivo é encontrar o melhor tempo e nível de produção, além da melhor forma de alocação dos produtos às máquinas (TOLEDO, 1998). Outra extensão dos problemas de dimensionamento de lotes diz respeito à consideração de *setups* dependentes da sequência de produção (PDL-SDS) (FLEISCHMANN; MEYR, 1997). Nestes problemas, os gestores da fábrica devem decidir quais produtos fabricar, em quais períodos, a sequência exata de produção e as quantidades de produção, de modo a minimizar a soma dos custos de *setups* e de manutenção de estoques (GUPTA; MAGNUSSON, 2005). O que torna o problema particularmente difícil de resolver em muitas aplicações é o fato de a capacidade ser limitada, os custos de *setup* serem altos e dependentes da sequência, e os tempos de *setups* não serem instantâneos (GUPTA; MAGNUSSON, 2005).

No passado, os PDLs visavam apenas a minimização dos custos. Entretanto, com o aumento da preocupação das empresas em relação à utilização consciente de recursos, outros objetivos passaram a ser considerados, especialmente os relacionados com considerações ambientais. Desta forma, a busca por competitividade também envolve a habilidade de otimizar o uso dos

recursos, produzindo a mesma quantidade sem perder a qualidade, enquanto se consideram os aspectos ambientais. Sendo assim, a minimização das emissões de gases de efeito estufa, os gastos energéticos e a consideração da remanufatura tornaram-se objetivos buscados pelas empresas (ABSI et al., 2013; MASMOUDI et al., 2017; PINEYRO; VIERA, 2010).

A busca pela otimização dos processos produtivos, neste contexto, não apenas visa reduzir os gastos operacionais, mas também desempenha um papel crucial na diminuição das emissões de gases de efeito estufa, promovendo uma abordagem mais sustentável para a produção. Portanto, o presente trabalho, tem por objetivo estudar um problema de gestão da produção com dimensionamento de lotes, máquinas paralelas, *setups* dependentes da ordem de produção, considerando aspectos ambientais. Tal problema pode ser encontrado, inclusive, na indústria têxtil, nos processos de tingimento de fios para a fabricação de tecidos utilizados na confecção de roupas, etiquetas, etc.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Propor a resolução de um problema de dimensionamento de lotes com *setups* dependentes da sequência de produção utilizando máquinas paralelas, considerando aspectos ambientais, visando otimizar os tempos de produção e reduzir os índices de emissões de gases de efeito estufa.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Realizar uma análise bibliométrica detalhada visando mapear a literatura dos problemas de dimensionamento de lotes com considerações ambientais.
- Definir o problema de dimensionamento de lotes capacitado, em máquinas paralelas, considerando o *setup* dependente da ordem de produção e os aspectos ambientais;
- Propor formulações matemáticas para o problema de dimensionamento de lotes capacitado, em máquinas paralelas, considerando o *setup* dependente da ordem de produção e os aspectos ambientais;
- Testar as formulações em diferentes instâncias para fins de comparação e produzir *insights* para a utilização em diversas fábricas/indústrias;

## 1.3 JUSTIFICATIVA

Mudanças climáticas e o aquecimento global começaram a se tornar um dos problemas globais mais importantes, pois afetam negativamente a vida social e econômica em todo o mundo (ESRA, 2021). Uma das principais causas do aquecimento global e das mudanças climáticas

é a emissão de carbono. Para mitigar o aquecimento global, as atividades industriais, como principal fonte de emissão de carbono, devem tornar-se mais ecológicas. De fato, algumas empresas já tomaram medidas para reduzir as emissões de carbono, otimizando sua produção (QIAO; CHOI; WANG, 2019). Por exemplo, algumas empresas de moda como H&M, Marks & Spencer e Levis adotaram novas tecnologias para reduzir as emissões de carbono durante a produção (LI; LI, 2016). A Dell também estabeleceu uma meta de redução absoluta de emissões de 40% até 2015 e motivou seus fornecedores a aderirem à sua gestão de carbono (QIAO; CHOI; WANG, 2019).

O termo sustentabilidade surge da necessidade de discussão a respeito da forma como a sociedade vem explorando e usando os recursos naturais, pensando em alternativas de preservá-lo evitando, assim, que esses recursos esgotem-se na natureza. A definição de sustentabilidade está atrelada ao conceito de desenvolvimento sustentável (SOUSA, 2021). Atualmente, muito é comentado sobre desenvolvimento sustentável, visto o despertar de consciência da sociedade como um todo para a ideia de que os recursos naturais não são infinitos como muitos pensavam (SOUSA, 2021).

Nesse contexto, o conceito de *Green Lot Sizing* ou *Dimensionamento de Lotes com Considerações Ambientais* surge como uma área de pesquisa vital, buscando otimizar tanto os aspectos econômicos quanto ambientais das operações de produção. Apesar do crescente interesse, ainda há uma lacuna na literatura acadêmica sobre o dimensionamento de lotes com uma perspectiva ambiental. Os poucos estudos existentes focam principalmente na consideração de emissões de gases de efeito estufa nas restrições ou funções objetivo dos modelos matemáticos relacionados a problemas clássicos.

Absi et al. (2013), Zouadi, Yalaoui e Reghioi (2018), Esra (2021) e Koca e Koksalan (2023) são alguns dos trabalhos que estudam PDL's, os quais, em seus respectivos modelos matemáticos, consideraram a emissão de  $CO_2$  apenas nas restrições. Wu et al. (2018) estudaram o PDL-MP, mas não consideraram *setups* dependentes da sequência e trataram o aspecto ambiental também nas restrições. Além disso, essa abordagem limita-se a considerar apenas as emissões de  $CO_2$  nas restrições, sem explorar outras possibilidades relacionadas, por exemplo, com o *trade-off* econômico-ambiental associado ao problema. Nenhum dos trabalhos revisados aborda, em conjunto, o contexto de máquinas paralelas, *setups* dependentes da sequência, múltiplos itens e a redução das emissões de  $CO_2$  tanto na função objetivo quanto nas restrições dentro do modelo matemático.

Essa lacuna na literatura indica uma oportunidade significativa para pesquisas futuras que integram de maneira geral os aspectos ambientais no dimensionamento de lotes, considerando as complexidades e diversidades presentes em ambientes de produção reais. Abordar essas questões poderia não só melhorar a eficiência operacional, mas também promover práticas mais sustentáveis, alinhadas aos objetivos globais de redução de emissões de gases de efeito estufa. A integração desses fatores em modelos de otimização pode fornecer *insights* valiosos para a tomada de decisões nos setores produtivos que buscam equilibrar produtividade e sustentabi-

lidade ambiental. Nesta circunstância, o presente trabalho tem por objetivo propor e estudar um problema de gestão da produção com dimensionamento de lotes, máquinas paralelas, *setups* dependentes da ordem de produção considerando aspectos ambientais. Este tipo de problema é particularmente relevante no contexto de indústrias têxteis durante as operações de tingimento, cujo processo requer um planejamento de produção que envolve: a ordem de pedido do setor de tecelagem, aquecimento da caldeira, preparo das máquinas, definição da ordem das cores a serem tingidas, resfriamento dos fios, expedição para o setor de tecelagem e armazenamento das produções excedentes. Desta forma, este trabalho é significativo, pois poderia ser aplicado em casos reais de empresas localizadas no polo têxtil do agreste pernambucano. Assim, o trabalho tem o potencial de contribuir significativamente para a melhoria do arranjo produtivo local.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O restante desta dissertação está organizado como segue: No Capítulo 2, é apresentada uma fundamentação teórica. No Capítulo 3, apresenta-se a análise bibliométrica realizada. No Capítulo 4, é feita a definição do problema e os modelos matemáticos relacionados são apresentados. No Capítulo 5, os resultados da dissertação são apresentados. No Capítulo 6, as conclusões são apresentadas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são apresentados conceitos importantes no contexto do trabalho em questão. Na Seção 2.1, são discutidos problemas de dimensionamento de lotes e algumas variantes relacionadas ao estudo em questão. Na Seção 2.2, realiza-se uma revisão da literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes com considerações ambientais. Na Seção 2.3, discutem-se alguns dos indicadores de emissão mais considerados na literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes com considerações ambientais. Finalmente, na Seção 2.4, apresentam-se os principais métodos de resolução utilizados para resolver problemas de dimensionamento de lotes.

### 2.1 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

Os modelos matemáticos para cálculos de dimensionamento de lotes, em geral, possuem algumas características em comum: horizonte de planejamento finito, dividido em períodos, com a demanda de cada item em cada período sendo dinâmica, ou seja, variando ao longo do horizonte de tempo. A demanda e outros parâmetros dos modelos são considerados conhecidos, caracterizando modelos determinísticos. Existem, entretanto, outros modelos onde o horizonte de planejamento pode ser infinito, a variável de tempo contínua, e a demanda expressa como uma taxa em relação ao tempo. Além disso, há modelos em que a demanda é tratada de forma estocástica (ARENALES et al., 2007).

O trabalho de Harris (1913) é geralmente citado como o primeiro a estudar modelos econômicos de dimensionamento de lotes que assumem demandas determinísticas. Ele considerou um modelo que pressupõe que as demandas ocorrem continuamente ao longo do tempo. Cerca de três décadas depois, uma abordagem diferente foi fornecida de forma independente por Manne (1958) e por Wagner e Whitin (1958). Eles dividiram o tempo em períodos discretos e assumiram que a demanda em cada período fosse conhecida antecipadamente (AGGARWAL; PARK, 1993). Em 1958, Wagner e Whitin (1958) propuseram de resolver o problema econômico de dimensionamento de lotes que permanece como uma aplicação clássica de programação dinâmica (PD). Essa abordagem é frequentemente utilizada na prática; por exemplo, em pacotes MRP (*Material Requirements Planning*), nesses, o algoritmo é comumente usado para resolver subproblemas em estruturas de produção complexas (WAGELMANS; HOESEL; KOLEN, 1992).

O problema mais simples de dimensionamento de lotes envolve um único item, sem restrição de capacidade e seu modelo pode ser definido como segue:

#### Conjuntos

$T = \{1, \dots, np\}$ , onde  $np$  indica o número de períodos no horizonte de planejamento.

### Parâmetros

$d_t$  = demanda no período  $t$ .

$s$  = custo de preparação.

$h$  = custo unitário de estoque.

$I_0$  = estoque inicial.

### Variáveis

$x_t$  = quantidade produzida no período  $t$  (tamanho do lote).

$I_t$  = estoque no fim do período  $t$ .

$y_t$  = 1 se o item é produzido no período  $t$  e 0 caso contrário.

### Modelo

$$\min \sum_{t \in T} (s y_t + h I_t) \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$I_t = I_{t-1} + x_t - d_t \quad \forall t \in T \quad (2.2)$$

$$x_t \leq \left( \sum_{t'=t}^{np} d_{t'} \right) y_t \quad \forall t \in T \quad (2.3)$$

$$x_t \geq 0, I_t \geq 0, y_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T \quad (2.4)$$

A função objetivo (2.1) visa minimizar o custo total de preparação e estoque. As restrições (2.2) asseguram o balanceamento do estoque ao longo dos períodos. As restrições (2.3) asseguram que não será produzido mais do que o necessário para atender a demanda dos períodos restantes do horizonte de planejamento. Por fim, as restrições (2.4) definem o domínio das variáveis.

#### 2.1.1 Problemas de Dimensionamento de Lotes com Múltiplos Itens Capacitado

Uma das variantes mais conhecidas é a do Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (PDLC). Trata-se de  $ni$  itens que devem ser processados em uma única máquina ou facilidade, com restrições de capacidade (ARENALES et al., 2007). A formulação matemática relacionada com o problema pode ser definida como segue:

### Conjuntos

$I = \{1, \dots, ni\}$ , onde  $ni$  indica o número de itens finais a serem produzidos.

$T = \{1, \dots, np\}$ , onde  $np$  indica o número de períodos no horizonte de planejamento.

### Parâmetros

$M_{it}$  = número grande para o item  $i$  no período  $t$ .

$d_{it}$  = demanda do item  $i$  no período  $t$ .

$b_i$  = tempo para produzir uma unidade do item  $i$ .

$C_t$  = capacidade de produção no período  $t$ .

$sp_i$  = tempo de preparação da máquina para processar o item  $i$ .

$s_i$  = custo de preparação do item  $i$ .

$h_i$  = custo unitário de estoque do item  $i$ .

$I_{i0}$  = estoque inicial do item  $i$ .

### Variáveis

$x_{it}$  = quantidade do item  $i$  produzida no período  $t$  (tamanho do lote).

$I_{it}$  = estoque do item  $i$  no fim do período  $t$ .

$y_{it}$  = 1 se o item  $i$  é produzido no período  $t$  e 0 caso contrário.

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (s_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (2.5)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + x_{it} - d_{it} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in I} (sp_i y_{it} + b_i x_{it}) \leq C_t \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (2.7)$$

$$x_{it} \leq M_{it} y_{it} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (2.8)$$

$$x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (2.9)$$

O problema de dimensionamento de lotes capacitado com múltiplos itens (PDLC-MI) considera a definição do PDL clássico e o acréscimo das restrições (2.7), as quais indicam que em cada período, o tempo total de produção e preparação é limitado à capacidade disponível. As restrições (2.8) garantem que só haverá produção se houver preparação da máquina, o limitante

$M_{it}$  é o mínimo entre a capacidade restante no período  $t$  se  $i$  é produzido neste período, e a demanda acumulada ao longo do horizonte de planejamento.

Manne (1958) foi um dos pioneiros a estudar (PDLC-MI), seu estudo enfrenta um problema de planejamento da produção em uma fábrica que produzia diferentes itens, de modo a cumprir um cronograma rígido, mantendo-se dentro dos limites de capacidade e ao mesmo tempo minimizando a utilização de horas extraordinárias de custo elevado.

O PDLC clássico consiste na determinação da quantidade e do tempo de produção dos produtos em um horizonte de planejamento. As restrições de capacidade restringem a quantidade máxima de produção em cada período. Um custo fixo de *setup* e um custo linear de produção são especificados e há também um custo de manutenção de estoque proporcional ao valor do estoque e ao tempo transportado. (KARIMI; GHOMI; WILSON, 2003).

Chen e Thizy (1990) apontam que o problema de dimensionamento de lotes capacitado multi-item (PDLC-MI) consiste em determinar a magnitude e o tempo de algumas operações de resultados duráveis para diversos itens em um número finito de períodos de processamento, de modo a satisfazer uma demanda conhecida em cada período.

O problema dinâmico de dimensionamento de lotes econômico, que está no centro de inúmeras aplicações de planejamento da produção, é um dos problemas mais estudados em toda a pesquisa operacional. No entanto, versões capacitadas de múltiplos itens deste problema permanecem computacionalmente difíceis. Leung, Magnanti e Vachani (1989) estudaram a estrutura poliédrica de uma formulação de programação inteira (PI) de uma versão capacitada de produto único deste problema. Eles utilizaram esses resultados para desenvolver métodos de solução para aplicações multi-item.

Alfieri, Brandimarte e D'orazio (2002) estudaram a aplicação de heurísticas de arredondamento baseadas em programação linear (PL) para o PDLC. Os autores consideraram duas possíveis estratégias para construir a heurística baseada em PL. A primeira estratégia é uma abordagem *naive* de arredondamento sucessivo, enquanto a segunda é baseada em *Branch-and-Bound* (B&B).

Araujo et al. (2015) estudaram o PDLC com tempos de *setup*. O objetivo foi desenvolver um procedimento heurístico rápido para o problema que forneça boas soluções e um limite inferior forte para avaliar a qualidade da solução. Eles propuseram a decomposição do período *Dantzig-Wolfe* em duas reformulações de rede do dimensionamento de lotes capacitado com tempos de *setup*.

### 2.1.2 Problemas de Dimensionamento de lotes com Múltiplas Máquinas

Existem três categorias de ambientes de máquinas paralelas: idênticas, uniformes e não relacionadas. Em máquinas idênticas, cada tarefa tem o mesmo tempo de processamento e o mesmo tempo de preparação. Em máquinas uniformes, o tempo de processamento de uma tarefa e o tempo de preparação são proporcionais aos tempos correspondentes à máquina mais antiga.

Em máquinas não relacionadas, não há uma relação fixa entre os tempos de processamento e preparação de diferentes máquinas (ARENALES et al., 2007).

No contexto de um sistema de múltiplas máquinas instaladas em paralelo para satisfazer uma demanda aleatória dentro de um horizonte finito de planejamento, as máquinas utilizadas são idênticas. O número de máquinas em uso depende da demanda de cada período de produção. O objetivo é definir um plano de produção. Esse plano deve encontrar o número ideal de máquinas e seus lotes de produção por período, considerando a taxa de serviço, o tempo máximo de operação e as restrições de energia (HAJEJ; REZG, 2020).

Fiorotto e Araujo (2014) estudaram o problema de dimensionamento de lotes capacitado com múltiplos itens, tempo de *setup* e máquinas paralelas não relacionadas. Os autores desenvolveram uma heurística Lagrangiana para obter boas soluções para o problema e bons limites inferiores para garantir a qualidade da solução. Com base em uma forte reformulação do problema como um problema de caminho mais curto, a Relaxação Lagrangiana (RL) é aplicada às restrições de demanda (restrição de fluxo) e ao problema relaxado é decomposto por período e por máquina.

Toledo (1998) aponta que o PDL-MP consiste em planejar a produção de  $n$  itens em um horizonte de planejamento composto por  $np$  períodos. O ambiente de produção é um sistema monoestágio (*single-level*) composto por  $nm$  máquinas paralelas não idênticas, onde qualquer item pode ser produzido em qualquer uma das máquinas. A demanda dos itens é conhecida e deve ser satisfeita sem atrasos. O objetivo é minimizar os custos fixos de preparação (*setup*) das máquinas, os custos variáveis de produção e os custos de estoque. O plano de produção não deve exceder as restrições de capacidade das máquinas. A decisão de produzir um item  $i$  em uma máquina  $j$  no período  $t$  implica no consumo fixo de capacidade, associado ao tempo de preparação da máquina.

A formulação relacionada com um PDL-MP é apresentada abaixo. Considera-se que múltiplos itens devem ser produzidos.

### Conjuntos

$I = \{1, \dots, ni\}$ , onde  $ni$  indica o número de itens finais a serem produzidos.

$T = \{1, \dots, np\}$ , onde  $np$  indica o número de períodos no horizonte de planejamento.

$J = \{1, \dots, nm\}$ , onde  $nm$  indica o número de máquinas disponíveis.

### Parâmetros

$M_{it}$  = número grande para o item  $i$  no período  $t$ .

$d_{it}$  = demanda do item  $i$  no período  $t$

$b_{ij}$  = tempo necessário para produzir uma unidade do item  $i$  na máquina  $j$

$C_{jt}$  = capacidade da máquina  $j$  no período  $t$

$c_{ij}^t$  = custo unitário de produção do item  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$

$s_{ij}^t$  = custo de preparação do item  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$

$h_{it}$  = custo unitário de estoque do item  $i$  no período  $t$

$I_{i0}$  = estoque inicial do item  $i$

$f_{ij}$  = tempo de preparação do item  $i$  na máquina  $j$

### Variáveis

$x_{ij}^t$  = quantidade do item  $i$  produzida na máquina  $j$  no período  $t$

$I_{it}$  = estoque do item  $i$  no fim do período  $t$

$y_{ij}^t = 1$  se o item  $i$  é produzido na máquina  $j$  no período  $t$ , e 0 caso contrário

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} (c_{ij}^t x_{ij}^t + s_{ij}^t y_{ij}^t) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} h_{it} I_{it} \quad (2.10)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^t + I_{i(t-1)} - I_{it} = d_{it} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in I} (b_{ij} x_{ij}^t + f_{ij} y_{ij}^t) \leq C_{jt} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (2.12)$$

$$b_{ij} x_{ij}^t \leq M y_{ij}^t \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (2.13)$$

$$M_{it} = \min \left( C_{jt} - f_{ij}, \sum_{t'=t}^{np} b_{ij} d_{it'} \right) \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (2.14)$$

$$I_{i0} = 0 \quad \forall i \in I \quad (2.15)$$

$$x_{ij}^t \geq 0, I_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (2.16)$$

A função objetivo (2.10) visa minimizar os custos fixos e variáveis de produção, com o acréscimo do custo unitário de produção e dos custos de estoque e nas restrições (2.13) havendo produção, ocorre o custo e o tempo de preparação. As restrições de balanço de estoque e domínio das variáveis permanecem seguindo a mesma lógica da modelagem de dimensionamento de lotes.

### 2.1.3 Problema de Dimensionamento de Lotes com *Setup* Dependente da Sequência

Para muitas instalações de produção, os tempos e as despesas com os *setups* de uma máquina dependem da sequência em que os diferentes itens são programados. No caso das despesas com os *setups* dependentes da sequência, requer o cálculo da sequência em que os itens são programados, ou seja, precisa considerar o sequenciamento e o dimensionamento do lote simultaneamente (HAASE; KIMMS, 2000).

O problema de dimensionamento de lotes com *setup* dependente da sequência (PDL-SDS) pode ser formulado como segue:

#### Conjuntos

$I = \{1, \dots, ni\}$ , onde  $ni$  indica o número de itens finais a serem produzidos.

$T = \{1, \dots, np\}$ , onde  $np$  indica o número de períodos no horizonte de planejamento.

$S = \{1, \dots, ns\}$ , onde  $ns$  indica o número de micro-períodos no horizonte de planejamento.

#### Parâmetros

$S_t$  = conjunto de micro-períodos  $s$  pertencentes ao período  $t$

$C_t$  = capacidade disponível (em tempo) no período  $t$

$a_i$  = consumo de capacidade (em tempo) necessário para produzir uma unidade de produto  $i$

$qm_i$  = lote mínimo do produto  $i$

$h_i$  = custo unitário de estoque do item  $i$

$c_{ij}$  = custo de *setup* para troca do produto  $i$  para o  $j$

$d_{it}$  = demanda do item  $i$  no período  $t$

$I_{i0}$  = estoque inicial do item  $i$

#### Variáveis

$I_{it}$  = estoque do item  $i$  no fim do período  $t$

$x_{is}$  = quantidade do item  $i$  produzida no micro-período  $s$

$y_{is} = 1$  se a máquina estiver preparada para produzir o item  $i$  no micro-período  $s$ , e 0 caso contrário

$Z_{ijs} = 1$  se houver troca de configuração da máquina do produto  $i$  para o produto  $j$  no micro-período  $s$ , e 0 caso contrário

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} H_i I_{it} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{s \in S} c_{ij} Z_{ijs} \quad (2.17)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \sum_{s \in S_t} x_{is} - d_{it} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (2.18)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{s \in S_t} a_i x_{is} \leq C_t \quad \forall t \in T \quad (2.19)$$

$$x_{is} \leq \frac{C_t}{a_i} y_{is} \quad \forall s \in S, \forall i \in I \quad (2.20)$$

$$x_{is} \geq qm_i (y_{is} - y_{is-1}) \quad \forall s \in S, \forall i \in I \quad (2.21)$$

$$\sum_{i \in I} y_{is} = 1 \quad \forall s \in S \quad (2.22)$$

$$Z_{ijs} \geq y_{is-1} + y_{is} - 1 \quad \forall s \in S, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2.23)$$

$$x_{is}, I_{it}, Z_{ijs} \geq 0 \quad (2.24)$$

$$y_{is} \in \{0, 1\} \quad (2.25)$$

A função objetivo (2.17) minimiza a soma dos custos de *setup* dependente da sequência e os custos de armazenamento. As restrições (2.18) representam o balanço de estoque. As restrições (2.19) são as de capacidade de produção. As restrições (2.20)–(2.22) asseguram que a produção só pode ocorrer se a máquina estiver configurada para o respectivo produto e apenas um estado de configuração deve ser definido em cada micro-período. As restrições (2.21) permitem um lote mínimo de produção. As restrições (2.23) estabelecem a conexão entre o estado de *setup* e os indicadores de troca. As restrições (2.25)–(2.24) informam o domínio das variáveis.

Clark e Clark (2000) tiveram como objetivo desenvolver um método prático de horizonte móvel para determinar sequências e tamanhos eficientes de lotes de produção em um conjunto de máquinas paralelas que possuem tempos de *setup* dependentes da sequência. O método resolve uma sucessão de pequenos problemas de PIM com um número tratável de variáveis binárias.

Gopalakrishnan et al. (2001) utilizaram a heurística de busca tabu para o PDLC-MI com transferência de *setup*. Duas decisões inter-relacionadas são apresentadas no problema: sequenciamento e tamanho do lote. A heurística utilizada consiste em cinco passos: três para as decisões de sequenciamento e dois para as decisões de dimensionamento de lotes. Gupta e Magnusson (2005) estudaram o problema de dimensionamento de lotes capacitado com máquina única (PDLC-MU) e o problema de sequenciamento com custo de *setup* dependente da sequência e tempos de *setup* diferentes de zero, com o recurso adicional que os *setups* podem

ser transferidos de um período para o outro e que os *setups* são preservados durante os períodos ociosos. Uma PLIM foi utilizada para uma solução exata e desenvolvida uma heurística para instâncias maiores.

Almada-Lobo et al. (2007) estudaram o contexto de produção em uma indústria de recipientes de vidro em que tempos e custos de *setup* dependentes da máquina são incorridos para a mudança de um produto para outro, resultando em um problema de dimensionamento de lotes multi-item capacitado com custos e tempo de *setup* dependente da sequência. Duas novas formulações de PLIM foram utilizadas, incluindo todas as características necessárias de transferência de *setup*. Também apresentaram uma heurística de cinco passos que foi efetiva em ambas formulações encontrando solução viável.

Lee e Lee (2023) propuseram duas novas famílias de inequações válidas e forneceu novas formulações estendidas para o problema de sequenciamento e dimensionamento de lotes com *setups* dependentes da sequência adaptando variáveis de decisão que representam o fluxo de tempo e compara os pontos fortes teóricos das várias formulações e inequações válidas, incluindo a proposta.

## 2.2 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM CONSIDERAÇÕES AMBIENTAIS

Tradicionalmente, os problemas de dimensionamento de lotes consideravam apenas os objetivos econômicos. No entanto, em dias atuais, alguns trabalhos passaram a considerar os impactos ambientais em seus objetivos.

Wu et al. (2018) afirmam que existe um consenso de que as emissões de carbono estão associadas ao aquecimento global. A redução das emissões de carbono está no topo da agenda global para controlar os impactos do aquecimento. Como resultado, as legislações têm evoluído para impor o controle das emissões de carbono (WU et al., 2018). Juntamente com a legislação e as normas, algumas empresas podem voluntariar-se neste sentido por razões de marketing e para obter uma vantagem competitiva. A quantidade de emissão de carbono provavelmente aparecerá nas embalagens dos itens em um futuro próximo, sendo assim as empresas enfrentarão novas restrições que as forçarão a reduzir as emissões de carbono e, ao mesmo tempo, minimizar os custos de produção e transporte (ABSI et al., 2013).

Dentro do contexto de sustentabilidade, as organizações estão se preocupando em não só minimizar gastos padrões da produção em lotes como também pensar de forma sustentável e reduzir as emissões de gases nocivos ao ambiente nos processos de produção. Para isso, pesquisadores estão utilizando a otimização e desenvolvendo restrições na modelagem matemática para buscar soluções viáveis com o objetivo de diminuir ou restringir as emissões de  $CO_2$ .

Absi et al. (2013) estudaram o PDL de fontes múltiplas com restrições de emissão de carbono. Essas novas restrições são induzidas por uma emissão máxima permitida de  $CO_2$  provenientes de legislação, impostos verdes ou iniciativas de empresas. Na seção 2.3 quatro tipos de

restrições de carbono foram estudados: (1) emissão periódica, (2) emissão cumulativa, (3) emissão global e (4) uma restrição contínua. A principal contribuição foi de forma dupla: primeiro, propuseram um novo modelo de dimensionamento de lotes que leva em conta diferentes emissões de carbono e um algoritmo de PD polinomial para o problema com as restrições periódicas de carbono e mostra que os outros 3 problemas são *NP-Hard*.

Giglio, Paolucci e Roshani (2017) desenvolvem um sistema projetado para produzir itens de nível único multi-classe por meio da fabricação de matérias-primas e da remanufatura de produtos devolvidos, com o objetivo de resolver um problema integrando dimensionamento de lotes e sequenciamento com eficiência energética. Visando minimizar os custos de manufatura e remanufatura, *setup*, armazenamento e atrasos, incluindo o custo de energia pago pela utilização das máquinas e a compressão dos tempos de processamento. Sendo um problema *NP-Hard*, uma heurística *relax-and-fix* (R&F) foi proposta para resolver o problema.

Wu et al. (2018) estudaram o problema de dimensionamento de lotes verde multi-item capacitado com máquinas paralelas, tendo por objetivo buscar um plano de produção que minimiza os custos totais sem violação da capacidade e restrições de emissão de carbono. O problema considera múltiplos itens cuja demanda pré-determinada varia ao longo do horizonte finito de períodos. Toda a demanda deve ser atendida no prazo, seja por meio de estoques de períodos anteriores ou através da produção no período atual. O problema foi formulado com um modelo de PIM e utilizado uma heurística chamada de seleção progressiva.

Dentro do contexto de uma limitação energética por período, Rapine, Goisque e Akbalik (2018), estudaram o PDL considerando máquinas idênticas, paralelas e capacitadas constituindo o sistema de produção, cada uma consumindo uma quantidade de energia quando iniciada, reservada pronta para o uso e produzindo, também foi considerado um custo para cada estado da máquina anteriormente mencionado. Tendo por objetivo, não só minimizar os custos do problema clássico de dimensionamento de lotes, como também decidir o número de máquinas a serem ligadas e desligadas em cada período. Dois algoritmos de PD com tempo polinomial foram utilizados para resolver o problema.

Zouadi, Yalaoui e Reghioui (2018) estudaram o PDL num sistema de manufatura/remanufatura cujos processos são realizados com diferentes custos de *setup* para cada processo. Eles utilizaram um modelo que propõe um planejamento integrado da cadeia de suprimentos para manufatura, remanufatura e aquisição de devoluções entre a empresa e os centros de coleta ou clientes sob uma restrição de emissão de carbono. O objetivo é minimizar os custos de gerenciamento, armazenamento, transporte, manufatura e remanufatura. O modelo proposto é uma extensão do modelo híbrido de manufatura/remanufatura de (ZOUADI et al., 2015). O modelo considera a fase de decisão de multi-terceirização de devoluções, a restrição de emissão global de carbono e uma estrutura de emissões de manufatura proposta por (HELMRICH et al., 2015).

Esra (2021) considerou um problema de planejamento da produção com restrições de emissão de carbono, mais especificamente, o problema de dimensionamento de lotes estocástico (PDLE) onde a demanda segue um processo estocástico e assume que a organização tem uma

capacidade de emissão de carbono que deve ser obedecida. Esra (2021) aponta que as emissões de carbono estão associadas a configuração do ambiente de produção, manufatura e manutenção de estoques. Nesse estudo, utilizou-se a regra da incerteza estática e versões da restrição de chance para garantir que a probabilidade de satisfazer as restrições de emissão de carbono seja maior ou igual a um valor limite e o objetivo de minimizar custos totais.

Koca e Koksalan (2023) também estudaram o PDLC-PU com múltiplos recursos e restrições periódicas de emissão de carbono que impõem um limite superior para a média de emissão por produto em qualquer período. O principal objetivo é encontrar um plano de produção para os períodos satisfazendo a demanda em tempo hábil, minimizando custos, respeitando os recursos de capacidade e as restrições de emissão de carbono por período. Um algoritmo de PD em tempo polinomial foi desenvolvido para encontrar a solução do que foi mencionado.

Su (2014) foca seu estudo na relação de troca entre novos materiais e materiais reciclados em um custo variável de produção, rendimento da máquina, capacidade e consumo energético. Um modelo *fuzzy* multi-objetivo de programação linear foi proposto para otimizar simultaneamente ambos os custos totais e as emissões de carbono considerando a demanda do consumidor, capacidade das máquinas, tamanhos de lotes lançados e restrições de emissões de carbono, isto é, o modelo simultaneamente minimiza os custos totais de produção e emissões de  $CO_2$  com referência a múltiplos componentes e múltiplas máquinas.

Rodoplu, Arbaoui e Yalaoui (2019) trazem um PDL-PU onde a disponibilidade incerta de energia renovável é abordada. O objetivo é determinar o plano de produção ideal e a opção de contrato de energia que minimize os custos totais de produção e energia, garantindo a satisfação da demanda externa com um determinado nível de serviço. A principal contribuição foi a capacidade de combinar o problema de seleção de capacidade de energia com o PDL, considerando a natureza aleatória e intermitente das fontes de energia renováveis.

No contexto de uma cadeia de suprimentos em circuito fechado, Roshani et al. (2023) estudaram o problema de sequenciamento e dimensionamento de lotes capacitado com tempos de *setup* dependente da sequência e seus respectivos custos. Uma PIM de grande volume (*large-bucket*) foi proposta para o problema. O modelo visa minimizar os custos clássicos de um PDL, incluindo os de manufatura/remanufatura, energia paga por utilizar as máquinas e a compressão dos tempos de processamento. Por ser um problema *NP-hard* uma meta-heurística e um algoritmo de otimização *grey wolf* foram propostos para resolvê-lo.

Alimian et al. (2022) apresentaram um modelo novo de programação não-linear inteira mista (PNLIM) para o PDL-MP de produção, com custo e tempo de *setups* dependente da sequência, prazos de entrega e plano de manutenção preventiva. O objetivo deste modelo integrado é especificar lotes ótimos, estoque e níveis de escassez juntamente com o plano ótimo de manutenção preventiva e a melhor sequência, tempo de início e fim da produção dos lotes. Pela complexidade do modelo, foi desenvolvido um algoritmo heurístico baseado em PLIM em horizonte rolante para resolver o modelo linearizado em tempo truncado razoável.

A Tabela 1 faz um resumo acerca das referências apresentadas nesta.

Autores	Método de Solução	Itens	Capacidade	Máquinas	Restrições	Função Objetivo
(ABSI et al., 2013)	DP	único	não-capacitado	única	$CO_2$	min. custos
(GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017)	MIP/RF	multi		multi		min. custos/energia
(WU et al., 2018)	MIP/HPS	multi	capacitado	multi	$CO_2$	min. custos
(RAPINE; GOISQUE; AKBALIK, 2018)	DP	único	capacitado	ambas	energia	min. custos
(ZOUADI; YALAOUI; REGHIOUI, 2018)	MIP/HSM	único	capacitado		$CO_2$	min. custos
(ESRA, 2021)	MILP		não-capacitado		$CO_2$	min. custos
(KOCA; KOKSALAN, 2023)	DP	único	capacitado		$CO_2$	min. custos
(SU, 2014)	FMOLP	multi	capacitado	multi		min.custos/ $CO_2$
(RODOPLU; ARBAOUI; YALAOUI, 2019)	CCP	único	capacitado	multi		min. custos/energia
(ROSHANI et al., 2023)	RF/GWO	único	capacitado	única		min. custos/energia
(ALIMIAN et al., 2022)	MINLP	multi	capacitado	multi		min.custos

Tabela 1 – Literatura Relacionada

### 2.2.1 Conclusões

O tema dimensionamento de lotes é amplamente estudado na literatura, porém quando se trata de questões ambientais relacionadas a este assunto, poucos trabalhos foram encontrados. No capítulo 3 foi feita uma análise bibliométrica da literatura abordada. Neste contexto surge o desafio de solucionar o problema de “dimensionamento de lotes sustentável” com *setups* dependentes da sequência de produção, múltiplos itens, múltiplas máquinas com a função objetivo de minimizar não só os custos tradicionais, mas também, reduzir as emissões de  $CO_2$  na produção.

### 2.3 INDICADORES DE EMISSÃO

No contexto do dimensionamento de lotes, os indicadores de emissão de  $CO_2$  desempenham um papel crucial na avaliação dos impactos ambientais associado às atividades relacionadas a produção, estoque, transporte etc. Ao considerar esses indicadores durante a produção, é possível adotar práticas mais sustentáveis para minimizar as emissões de carbono, contribuindo assim para o desenvolvimento industrial mais ecológico e responsável.

Nesta seção serão apresentadas como as emissões são consideradas em alguns problemas da literatura e o que os autores/pesquisadores utilizaram em seus trabalhos para contribuir com as reduções, desenvolvendo uma produção mais sustentável.

Wu et al. (2018) consideraram em seu trabalho o aspecto ambiental ao considerar restrições de emissão definida com a soma das emissões por unidade produzida e por cada preparação de máquina (*setup*) não podendo ultrapassar o limite de emissão por período.

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} pe_{it}^k X_{it}^k + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} se_{it}^k Y_{it}^k \leq em_t \quad (2.26)$$

onde:

$pe_{it}^k$ : é a emissão por uma unidade produzida do item  $i$  na máquina  $k$  no período  $t$ .

$se_{it}^k$ : é a emissão por preparação da produção de um lote do item  $i$  na máquina  $k$  no período  $t$ .

$X_{it}^k$ : quantidade produzida do item  $i$  no período  $t$  na máquina  $k$ .

$em_t$ : é o limite de emissão total de carbono no período  $t$ .

$K$ : conjunto de máquinas.

$I$ : conjunto de itens.

$T$ : conjunto dos períodos.

Outros autores como (KOCA; KOKSALAN, 2023; ESRA, 2021; ZOUADI; YALAOUI; REGHIOUI, 2018) em seus respectivos trabalhos, adicionaram restrições que consideram as emissões de carbono por unidade produzida e *setup* dentro do período.

Já Rapine, Goisque e Akbalik (2018), Giglio, Paolucci e Roshani (2017) no contexto de eficiência energética, utilizaram restrições para diminuir ou restringir gastos energéticos na produção considerando tanto as máquinas em operação como as máquinas em modo ocioso.

Absi et al. (2013) estudaram 4 tipos de restrições de emissões de carbono combinando a instalação de produção e o modo de transporte.

- **Restrição de emissão de carbono periódica:** estas restrições são bem rígidas e assumem que a quantidade de emissão não utilizada no período é perdida. É muito útil quando a empresa precisa garantir que cumpre periodicamente os seus objetivos de emissão de carbono e podem ser formuladas da seguinte maneira:

$$\frac{\sum_{m \in M} e_t^m x_t^m}{\sum_{m \in M} x_t^m} \leq E_t^{max} \quad \forall t \in T \quad (2.27)$$

Estas restrições asseguram a quantidade média de emissão de carbono em qualquer período  $t$  a ser menor ou igual ao impacto ambiental unitário máximo permitido. Estas restrições podem ser reescritas:

$$\sum_{m \in M} (e_t^m - E_t^{max}) x_t^m \leq 0 \quad \forall t \in T \quad (2.28)$$

onde:

$e_t^m$ : é o impacto ambiental relacionado a uma unidade fornecida usando o modo de transporte  $m$  no período  $t$ .

$E_t^{max}$ : é o impacto ambiental unitário máximo permitido no período  $t$ .

$x_t^m$ : é a quantidade fornecida no período  $t$  usando o modo de transporte  $m$ .

$M$ : conjunto dos modos de transporte.

$T$ : conjunto dos períodos.

- **Restrição cumulativa de emissões de carbono:** as restrições (2.29) abaixo, são mais fracas do que as (2.28). A quantidade de emissão de carbono não utilizada de um dado período pode ser utilizada em períodos futuros sem exceder as capacidades cumulativas:

$$\sum_{t \in T} \sum_{m \in M} (e_t^m - E_t^{max}) x_t^m \leq 0 \quad \forall t \in T \quad (2.29)$$

Esta restrição pode ser modelada usando variáveis de estoque  $D_t$  (onde  $D_t \geq 0$  e  $D_0 = 0$ ), representando a quantidade de emissões de carbono não utilizadas que podem ser utilizadas em períodos futuros:

$$D_t = D_{t-1} - \sum_{m \in M} (e_t^m - E_t^{max}) x_t^m \quad \forall t \in T \quad (2.30)$$

- **Restrição global de emissões de carbono:** estas restrições estendem as restrições (2.29) em todo o horizonte e, portanto, é mais fraca. Nas restrições (2.31), a emissão de carbono unitária por todo horizonte não pode ser maior que o impacto ambiental unitário máximo permitido. Nesse caso o impacto ambiental unitário máximo  $E_t^{max}$  não depende mais do horizonte e está estacionário, ou seja,  $E_t^{max} = E^{max} \quad \forall t \in T$ .

$$\sum_{t \in T} \sum_{m \in M} (e_t^m - E^{max}) x_t^m \leq 0 \quad (2.31)$$

- **Restrição rolante de emissões de carbono:** as restrições (2.29) assumem, em cada período  $t$ , que o horizonte 1 até  $np$  pode ser usado para compensar emissões de carbono entre períodos. Na restrição (2.32) abaixo, supõe-se que isto só é possível em um horizonte rolante de  $R$  períodos. Isto parece mais realista e faz o problema menos dependente do horizonte de planejamento  $T$ . Note que a restrição de emissão de carbono periódica (2.28) é equivalente as restrições (2.32) quando  $R = 1$  e a restrição global de emissão de carbono (2.31) é equivalente as restrições (2.32) quando  $R = T$ .

$$\sum_{t'=t-R+1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0, \quad t = R, \dots, T \quad (2.32)$$

Su (2014) apresentou um modelo proposto de programação linear multi-objetivo com a metodologia *fuzzy*, onde pretende minimizar ambos os custos totais e as emissões de CO2 considerando a demanda do cliente, capacidade da máquina, tamanho dos lotes liberados e restrições de CO2.

$$\min Z \cong \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} [(cq_{ij}^{(1)} n_{ij}^{(1)}) + (cq_{ij}'^{(1)} n_{ij}'^{(1)})] + \sum_{k \in K} (cq_k^{(2)} n_k^{(2)}) \quad (2.33)$$

onde:

- $cq_{ij}^{(1)}$ : emissão de CO2 por unidade para o  $i$ -ésimo novos materiais enviados para a  $j$ -ésima máquina de remanufatura (kg/und).
- $cq_{ij}'^{(1)}$ : emissão de CO2 por unidade para o  $i$ -ésimo materiais reciclados enviados para  $j$ -ésima máquina de remanufatura (kg/und).
- $cq_k^{(2)}$ : emissão de CO2 por unidade para os materiais em processamento para a  $k$ -ésima máquina de remontagem (kg/und).
- $n_{ij}^{(1)}$ : tamanho do lote para o  $i$ -ésimo novos materiais enviados para a  $j$ -ésima máquina de remanufatura.
- $n_{ij}'^{(1)}$ : tamanho do lote para o  $i$ -ésimo materiais reciclados enviados para a  $j$ -ésima máquina de remanufatura.
- $n_k^{(2)}$ : tamanho do lote dos materiais em processo enviados a  $k$ -ésima máquina de remontagem.

O símbolo  $\cong$  na equação (2.33) se trata de uma versão imprecisa do "=" e se refere a aproximação dos níveis de aspiração. Para cada função objetivo proposta no modelo, presume-se que o tomador de decisão tenha um objetivo impreciso. Por exemplo, para custos totais de produção anuais, o objetivo pode ser 0,5 milhão (em valores monetários); para as emissões totais anuais de CO2, o objetivo pode ser 5 toneladas (SU, 2014). Portanto, o tomador de decisões precisa estar atento para os objetivos da organização em seu contexto atual, seja lucro ou redução de emissão de gases poluentes, é necessário analisar bem o *trade-off* dos objetivos a serem alcançados.

## 2.4 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Os métodos de resolução, no contexto do dimensionamento de lotes, denotam uma classe de algoritmos e técnicas concebidas para abordar com precisão os desafios colocados por esses problemas de otimização. Os métodos de resolução desempenham um papel fundamental no tratamento da complexidade inerente aos PDLs. Fatores como custos de configuração, custos

de manutenção e variabilidade da demanda contribuem para a complexidade da tomada de decisões. Esses métodos se esforçam para navegar nos compromissos entre economias de escala de produção e custos de manutenção de estoque, procurando encontrar um equilíbrio que se alinhe com os objetivos organizacionais.

Desde abordagens clássicas de programação matemática, como PI e PD, até algoritmos heurísticos avançados, os métodos de resolução em problemas de dimensionamento de lotes exibem uma gama diversificada de estratégias. Cada método é adaptado a estruturas específicas de problemas, e sua eficácia reside na capacidade de explorar eficientemente o espaço de soluções, fornecendo planos de produção ideais ou quase ótimos. Para ilustrar o que foi mencionado anteriormente, dividimos os métodos de resolução em duas partes: os métodos exatos e os métodos heurísticos. Entre os métodos exatos, destacam-se os algoritmos *branch-and-bound* (B&B), *branch-and-cut* (B&C) e a *relaxação lagrangiana* (RL). Já entre os métodos heurísticos, incluem-se a *geração de colunas* (GC), *relax-and-fix* (R&L) e *fix-and-optimize* (F&O).

### 2.4.1 Métodos exatos

No ambiente computacional e da otimização combinatória, os algoritmos exatos são ferramentas poderosas projetadas para resolver problemas com a máxima precisão. Divergindo das abordagens heurísticas que fornecem soluções aproximadas, os algoritmos exatos visam determinar a solução ótima para um determinado problema computacional. Esses algoritmos exploram sistematicamente o espaço de soluções, avaliando exaustivamente todas as combinações possíveis para identificar aquela que satisfaz idealmente os critérios definidos. Embora o custo computacional dos algoritmos exatos possa ser maior, sua confiabilidade em garantir a melhor solução possível os torna indispensáveis em diversos domínios, desde a otimização combinatória até a programação matemática. À medida que nos aprofundamos em complexidades sobre os algoritmos exatos, descobrimos sua capacidade de enfrentar desafios complexos com precisão incomparável, estabelecendo as bases para metodologias robustas de resolução de problemas em diversos cenários computacionais.

Dentro do assunto de dimensionamento de lotes e suas variantes do problema, alguns dos principais algoritmos exatos são utilizados para a resolução e busca da solução ótima:

#### 2.4.1.1 Branch-and-bound

Os métodos mais bem-sucedidos para resolver problemas genéricos de PIM são baseados nos enfoques de enumeração implícita, ou *Branch-and-Bound* (B&B) e de planos de corte. Na enumeração implícita, Arenales et al. (2007) afirmam que subconjuntos de soluções são implicitamente considerados e descartados, pois não contêm uma solução ótima ou contêm soluções ótimas distintas, mas de mesmo valor ótimo. Esses subconjuntos são obtidos pela estratégia dividir para conquistar (*divide-and-conquer*), que separa o problema original em problemas

menores de mais fácil resolução. Esta estratégia é utilizada no algoritmo B&B (ARENALES et al., 2007).

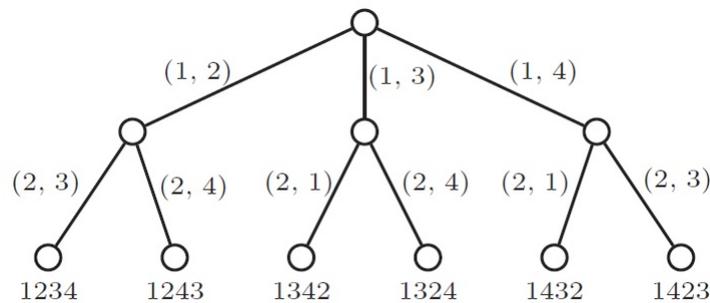


Figura 1 – Árvore de enumeração no problema do caixeiro viajante (WOLSEY, 2020)

O algoritmo B&B prossegue enumerando uma sequência de relaxações lineares, cujas soluções viáveis definem alguma partição do inicial (ou seja, não relaxado). Além disso, a melhor solução entre todas as relaxações lineares é (provou ser) a solução ótima do modelo inicial. Essa é a parte ramificada do algoritmo (POCHET; WOLSEY, 2006). Durante esta enumeração, algumas soluções viáveis do modelo inicial são geradas, ou seja, soluções onde as variáveis inteiras relaxadas assumem valores inteiros. O valor objetivo de cada solução viável fornece um limite superior para o valor objetivo ideal. Esta parte é o limitante superior do algoritmo (POCHET; WOLSEY, 2006). Finalmente, o algoritmo B&B é exato se a enumeração for completa e fornece apenas uma solução aproximada ou heurística se a enumeração for truncada (POCHET; WOLSEY, 2006).

#### 2.4.1.2 Branch-and-cut

Muitos problemas de otimização combinatória podem ser formulados como uma PLIM. Eles podem então ser resolvidos por métodos *Branch-and-Cut* (B&C), que são algoritmos exatos que consistem em uma combinação de um método de plano de corte (*cutting plane*) com um algoritmo B&B (MITCHELL, 2002).

O B&C é um algoritmo no qual cortes são gerados no nó superior da árvore antes do início da ramificação. No método B&C, é utilizado um conjunto de cortes, no qual todos os cortes são armazenados. Além de manter os limites e uma base sólida na lista de nós, também é necessário indicar quais restrições são necessárias para reconstruir a formulação no nó específico. Portanto, são mantidos ponteiros para as restrições adequadas no conjunto de cortes (WOLSEY, 2020).

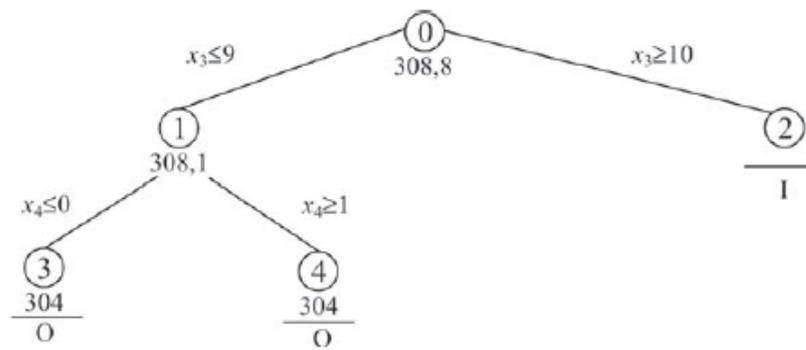


Figura 2 – Árvore B&C com cortes no nó 0 e busca pelo nó de maior limitante superior (ARENALLES et al., 2007).

### 2.4.1.3 Relaxação Lagrangiana

A Relaxação Lagrangiana (RL) é uma ferramenta utilizada para encontrar limites superiores em problemas de maximização (arbitrários). Às vezes, esse limite é exato e uma solução ótima é encontrada (LEMARÉCHAL, 2001). O método do multiplicador de Lagrange é aplicado em diversos problemas matemáticos complexos, pois pode transformá-los em problemas mais simples ao eliminar algumas restrições “difíceis” (RIUS-SOROLLA et al., 2020). O papel das relaxações é duplo: elas fornecem limites para o valor ideal de problemas difíceis e suas soluções, embora geralmente inviáveis para o problema original, podem muitas vezes ser usadas como pontos de partida (guias) para heurísticas especializadas (GUIGNARD, 2003).

### 2.4.1.4 Geração de colunas

O termo “Geração de Colunas” (GC) tem sido usado em três contextos diferentes, porém relacionados, aplicando-se a problemas com um grande número de colunas (WILHELM, 2001). Em vez de enumerar todas as colunas explicitamente, esses métodos lidam com elas implicitamente, gerando um conjunto de seleção. Cada um desses métodos envolve um problema mestre (PM) que deve ser otimizado. O PM é restrito no sentido de que nem todas as suas colunas são conhecidas explicitamente, por isso é chamado de PM restrito (PMR) (WILHELM, 2001). A GC Tipo I usa um modelo auxiliar (MA) para identificar um conjunto “atraente” de colunas, definindo um PMR que otimiza essas colunas explicitamente definidas. O PMR aceita essas colunas e não interage mais com o MA. A GC Tipo II usa um problema de *price-out* (POP), que interage com o PMR para identificar colunas em melhoria. Já o Tipo III, baseado na decomposição de *Dantzig-Wolfe*, emprega um ou mais subproblemas que interagem com o PMR para identificar colunas em melhoria (WILHELM, 2001).

## 2.4.2 Métodos Heurísticos

Métodos heurísticos são abordagens de resolução de problemas que priorizam a eficiência ao invés da precisão. Essas abordagens, muitas vezes baseadas em regras práticas ou estratégias, visam encontrar rapidamente soluções satisfatórias em situações complexas em que alcançar uma solução ótima é desafiador ou consome muitos recursos. As heurísticas são valiosas por sua rapidez e capacidade de lidar com problemas do mundo real, embora não garantam o melhor resultado possível. No contexto dos problemas de dimensionamento de lotes, os métodos de horizonte rolante são os muitos dos mais utilizados: R&F e F&O.

### 2.4.2.1 Relax-and-fix

Primeiro, o conjunto de variáveis inteiras é particionado em subconjuntos distintos e uma ordem de processamento é definida. Então, a cada iteração, as restrições de integralidade são relaxadas para todos, exceto um desses subconjuntos. O subproblema resultante está resolvido. Após a resolução, as variáveis inteiras do subproblema são fixadas em seus valores atuais e o processo é repetido para todos os subconjuntos restantes (JONCOUR et al., 2023).

O R&F é uma heurística de construção que define uma solução inicial resolvendo vários pequenos PIM's. Isso é feito corrigindo ou relaxando a maioria das variáveis binárias, forçando apenas algumas delas a serem inteiras e otimizando-as (TOLEDO et al., 2015).

	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
F <sub>1</sub>	0.1	0.4	0.3	0.9	0.4	0.2
F <sub>2</sub>	0	1	0.2	0.4	0.1	0.6
F <sub>3</sub>	1	0.2	0.5	0.4	0.6	0.3
F <sub>4</sub>	0.2	0.5	0.1	0.2	0	0.1

	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
F <sub>1</sub>	0.2	1	0.2	0.1	0.4	0.4
F <sub>2</sub>	0.8	0.9	0.2	0	0.1	1
F <sub>3</sub>	0.5	1	1	1	0.9	0.4
F <sub>4</sub>	0	0	0.3	0.7	0.3	0.2

	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
F <sub>1</sub>	1	1	0.3	0	0	0.8
F <sub>2</sub>	0.3	0.2	0.8	0	0.2	0
F <sub>3</sub>	1	0	0	1	0.5	0.2
F <sub>4</sub>	0.1	0	0.3	0.3	0.2	1

Free relaxed

Free binary

Fixed

0 1

Newly included variables

Figura 3 – Quadro exemplo R&F (TOLEDO et al., 2015).

### 2.4.2.2 Fix-and-Optimize

Na heurística F&O, a forma como escolhemos as variáveis a serem corrigidas, bem como o número de variáveis a serem corrigidas, diretamente impacta no desempenho do algoritmo e na qualidade da solução final, ou seja, no nível de satisfação das restrições suaves, assim, a operação de decomposição deve variar em tipo e tamanho (DORNELES; ARAÚJO; BURIOL, 2014).

Uma sequência de PIM's são resolvidas sobre todas as variáveis de decisão com valor real e um subconjunto das variáveis de *setup* binárias. A solução em relação às variáveis binárias é um

parâmetro fixo para as próximas PIM's que otimizam outras variáveis binárias. A otimização do modelo de decisão algébrico é feita dentro do solucionador de PIM e portanto, a abordagem é flexível. O usuário pode trocar o tempo de solução pela qualidade da solução, decidindo sobre o número de variáveis binárias a serem tratadas dentro de uma única PIM e sobre o número de iterações em que estes são otimizados e corrigidos novamente (HELBER; SAHLING, 2010).

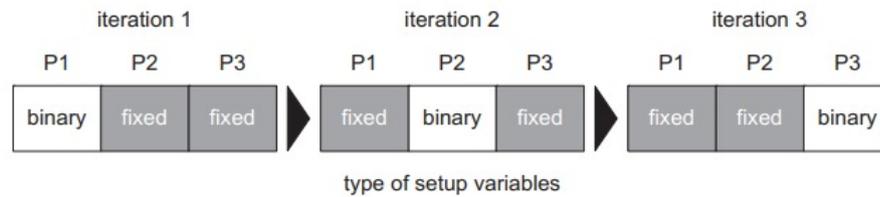


Figura 4 – Exemplo F&O (LANG; SHEN, 2011).

### 3 ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA

A análise bibliométrica desenvolvida neste trabalho seguiu os passos descritos no trabalho de (DONTHU et al., 2021). Inicialmente, foi realizada uma pesquisa no banco de dados do *Web of Science (WoS)* para identificação de trabalhos relacionados com a temática do dimensionamento de lotes com a consideração de aspectos ambientais. Para realização da pesquisa, foram consideradas as seguintes palavras-chave: “*carbon emission*”, “*remanufacturing*”, “*environmental aspects*” e “*coproduction*”, as quais foram utilizadas por Brahim et al. (2017) para classificar os artigos desenvolvidos na temática do PDL-CA. Foram considerados os seguintes operadores de busca: AK = (“*lot sizing*” OR “*lot-sizing*”) AND TS = (“*carbon emission*” OR “*remanufacturing*” OR “*environmental aspects*” OR “*coproduction*”). O único critério de exclusão imposto durante a pesquisa foi a limitação da pesquisa apenas a trabalhos publicados em periódicos. No dia 28/11/2023, ao total, foram encontrados 112 artigos. Os artigos encontrados foram analisados com o auxílio de planilhas eletrônicas e do software *VOSviewer* (<<https://www.vosviewer.com/>>) (ECK; WALTMAN, 2010).

Análise bibliométrica é um método de revisão quantificável que combina estatística, mineração de dados e matemática para identificar padrões de desenvolvimento em um determinado campo acadêmico. O uso da análise bibliométrica pode ser considerado quando o volume de dados é alto e a amplitude da revisão da literatura seja muito extensa para uma aplicação manual (ABDELWAHAB et al., 2023). De acordo com Donthu et al. (2021), as técnicas de análise bibliométrica podem ser divididas em duas categorias: 1) análise de desempenho e 2) mapeamento científico. Segundo Donthu et al. (2021), a análise de desempenho busca examinar as contribuições dos componentes de pesquisa em um determinado campo de estudo. A análise a qual é descritiva, por sua natureza, é o cunho do estudo bibliométrico. A medida mais proeminente são os números de publicações e citações por ano, no qual publicação é um indicador de produtividade, enquanto citação é um indicador de impacto e influência. Por sua vez, o mapeamento científico diz respeito à análise das interações intelectuais e conexões estruturais entre os componentes de pesquisa. Para realização do mapeamento científico, foi utilizado *VOSviewer*, o qual permitiu o levantamento das seguintes informações: citações, trabalhos mais citados, autores mais citados, citações por países, citações por periódicos e palavras-chave.

#### 3.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos durante a realização da análise bibliométrica. Durante a análise bibliométrica são analisados os seguintes aspectos: contagem do número de publicações por ano; análise de palavras-chave; análise de citações; análise dos autores mais citados; análise das citações por países; e análise das citações por periódicos.

### 3.2 CONTAGEM DO NÚMERO DE PUBLICAÇÕES POR ANO

Na Figura 5 apresenta-se que o número de publicações varia ao longo dos anos. A Figura 5 mostra a evolução do número de publicações por ano. Embora a pesquisa tenha encontrado um trabalho publicado no ano de 2003, para elaboração do gráfico, foram considerados apenas trabalhos publicados a partir do ano de 2007. Pode-se observar uma tendência de crescimento ao longo dos anos.



Figura 5 – Número de publicações por ano

### 3.3 ANÁLISE DE PALAVRAS-CHAVE

Dentre os trabalhos encontrados na pesquisa no WoS, 416 palavras-chave foram identificadas. Na Figura 6 podem ser observadas as 13 mais listadas. Para o estabelecimento das palavras-chave mais listadas, foram consideradas apenas as palavras-chave com pelo menos 10 ocorrências. Dentre as palavras listadas, destacam-se as palavras “Remanufatura” e “Dimensionamento de lotes” que são os principais assuntos abordados no quesito de “dimensionamento de lotes considerando aspectos ambientais”. Em se tratando de sustentabilidade, os termos “Logística reversa” e “Emissão de carbono” são bastante citados dentro do assunto de meio ambiente. A fim de identificar como as palavras-chave se relacionam, foi elaborada, com auxílio do *VOSviewer*, uma análise de co-ocorrência cuja unidade de análise foram as palavras-chave dentre os 112 artigos encontrados sobre o tema de dimensionamento de lotes com considerações ambientais.

A análise de co-ocorrência é apresentada na Figura 7. O raio das esferas indica, por dimensão, o número de vezes que a palavra foi citada no artigo. Uma conexão entre as esferas indica que os temas são estudados em conjunto. A partir da Figura 7, pode-se observar uma forte relação entre as palavras-chave “remanufatura”, “dimensionamento de lotes” e “modelos”, “estoques”, “retorno de produtos” e “logística reversa”. Isso mostra que esses temas tendem a ser estudados em conjunto.

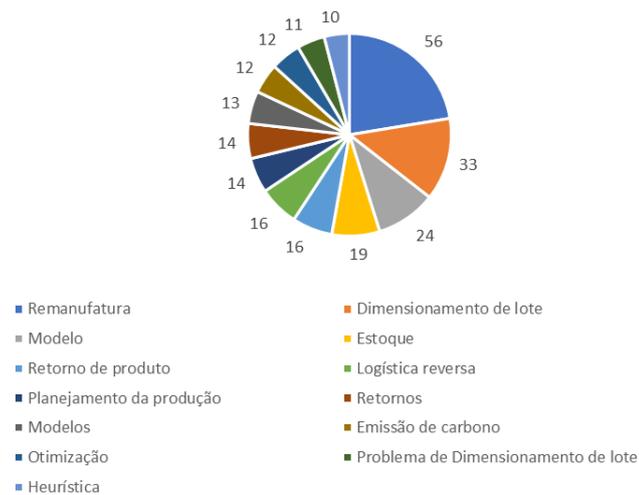


Figura 6 – Número de ocorrências de palavras-chave

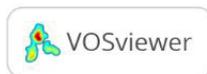
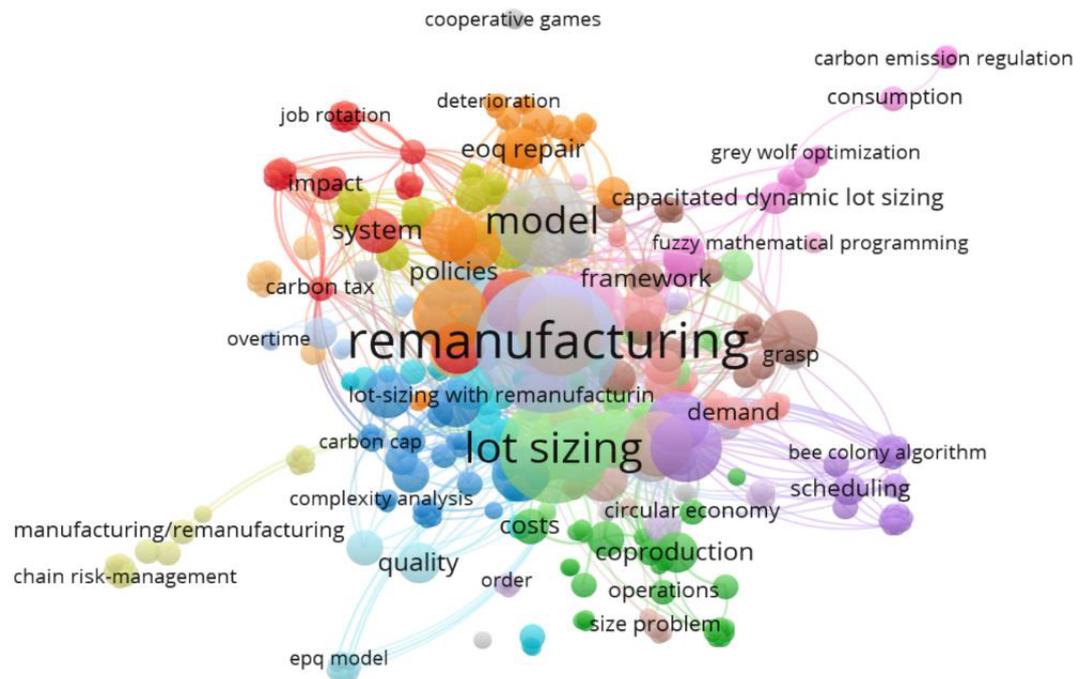


Figura 7 – Análise de co-ocorrências de palavras-chave e seus links

### 3.4 ANÁLISE DE CITAÇÕES

A análise das citações tem como objetivo estabelecer como os trabalhos se relacionam, assim como identificar os mais influentes. A Figura 8 apresenta os clusters formados a partir das relações entre os trabalhos. Na Figura 8, cada cluster é representado por uma cor e é centrado na publicação mais influente, ou seja, aquela com o maior número de citações. É importante mencionar que, durante a análise de citações, 14 artigos não possuíam ligações entre si. Por

esse motivo, eles foram excluídos da elaboração da Figura 8. A Tabela 2 detalha os clusters.

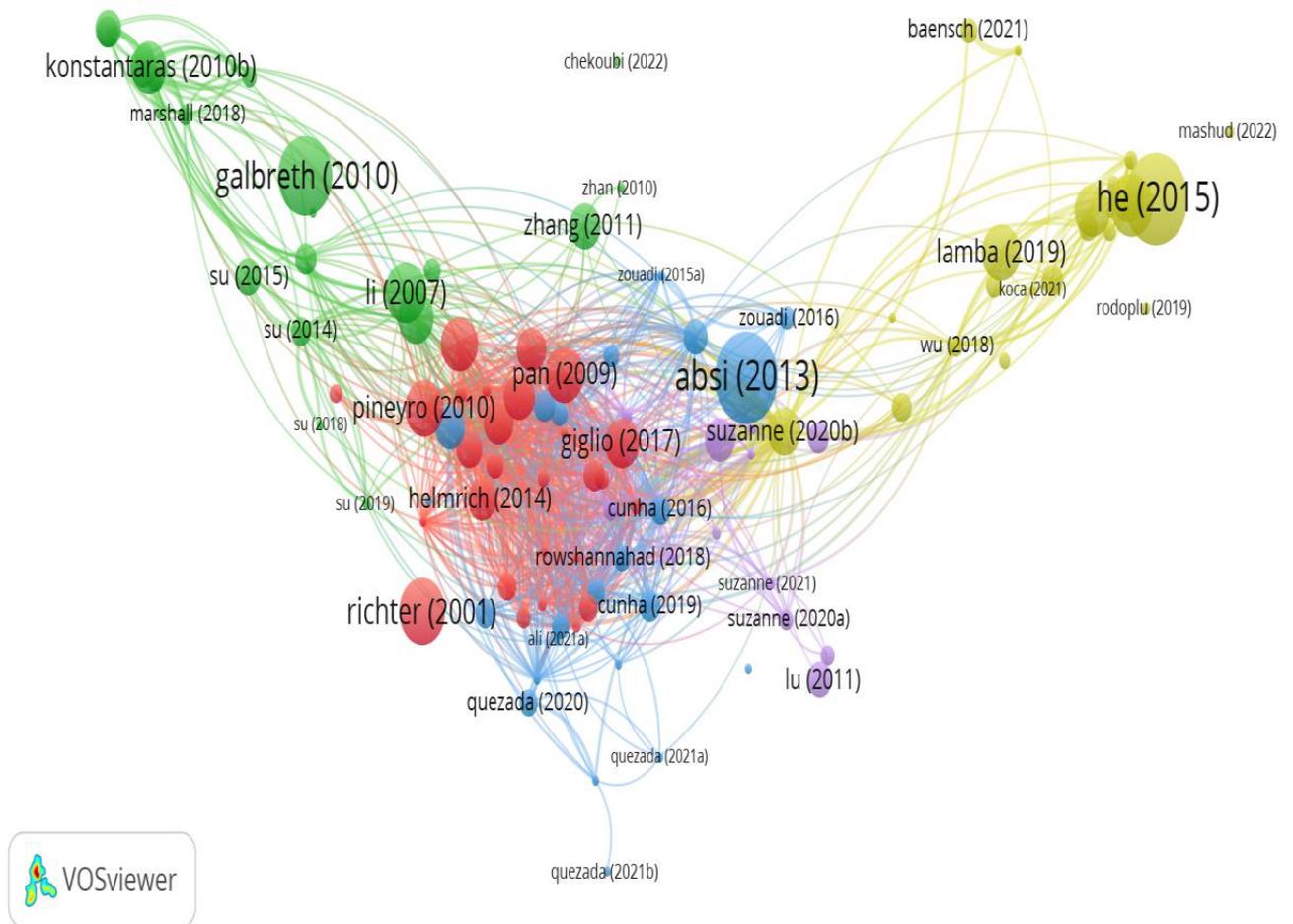


Figura 8 – Autores mais citados

A Tabela 2 apresenta cada um dos 15 clusters com os respectivos números de trabalhos (**#Trabalhos**). Além disso, nesta tabela, são indicados o trabalho mais influente e o número de citações desse trabalho (**#Citações**) no momento que a busca foi realizada. Assim como identificado na análise de co-ocorrência das palavras-chave, observa-se uma predominância de trabalhos considerando a temática da remanufatura. A seguir, são discutidos os trabalhos mais influentes de cada *cluster*.

Absi et al. (2013) estudaram o PDL limitando a emissão de carbono por unidade de produto fornecido por diferentes modos. Um modo corresponde à combinação de uma instalação de produção e um modo de transporte, sendo caracterizado por seus custos econômicos e sua emissão unitária de carbono. Konstantaras, Skouri e Jaber (2010) analisaram um sistema de estoque onde a demanda é satisfeita por itens recuperados ou novos adquiridos. Os itens recuperados são entregues aos clientes com a mesma qualidade de novos, enquanto outros são vendidos a mercados secundários por um preço reduzido. Macedo et al. (2016) apresentaram um modelo de PLIM para o PDL híbrido de manufatura e remanufatura. Nesse modelo, os produtos remanufaturados são tratados como novos, e tanto os manufaturados quanto os remanufaturados

Cluster	#Trabalhos	Trabalho mais influente	#Citações
1	13	Absi et al. (2013)	164
2	10	Konstantaras et al. (2010b)	52
3	10	Macedo et al. (2016)	39
4	8	Giglio et al. (2017)	50
5	8	Helmrich et al. (2014)	34
6	8	Pan et al. (2009)	61
7	7	Schulz et al. (2011)	56
8	6	Li et al. (2007)	72
9	5	Ritcher et al. (2001)	88
10	5	Pineyro et al. (2010)	62
11	5	Suzanne et al. (2020b)	45
12	3	Naeem et al. (2013)	57
13	3	Li et al. (2014)	40
14	2	Galbreth et al.(2010)	125
15	2	Qiao et al.(2019)	8

Tabela 2 – Análise de citações

competem para atender às demandas. Giglio, Paolucci e Roshani (2017) desenvolveram um sistema projetado para produzir produtos de nível único multi-classe por meio da fabricação de matérias-primas e da remanufatura de produtos devolvidos. O objetivo é definir e resolver um problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento de *job-shop* com eficiência energética. Helmrich et al. (2014) propuseram um modelo de PLIM para um problema clássico de dimensionamento de lotes econômico, que foi estendido para considerar remanufaturamento. Pan, Tang e Liu (2009) estudaram o PDL dentro de uma cadeia de suprimentos de circuito fechado. Este problema é analisado e resolvido utilizando algoritmos de PD em diferentes cenários.

Por sua vez, Schulz (2011) propôs uma extensão do algoritmo heurístico “Silver-Meal”, que se mostrou eficaz ao lidar com a configuração separada do custo de *setup*. Ou seja, quando as opções de reabastecimento por remanufatura e manufatura são cobradas separadamente para cada pedido. Li, Chen e Cai (2007) estudaram o problema de dimensionamento de lotes dinâmico capacitado (PDL-DC) com substituições e retorno de produtos. Eles aplicaram um algoritmo genético para determinar todos os períodos que requerem configurações para fabricação e remanufatura em lote. Em seguida, desenvolveram uma abordagem de PD para fornecer a solução ideal, determinando quantos produtos novos são fabricados ou produtos devolvidos são remanufaturados em cada um desses períodos. Richter e Weber (2001) propuseram uma extensão do modelo clássico *Wagner/Whitin* para incluir a variável adicional de custo de manufatura e remanufatura. O modelo proposto é uma combinação do modelo clássico e um reverso puro do mesmo, com devoluções de produtos usados. Pineyro e Viera (2010) propuseram um procedimento baseado em busca tabu para o PDL com diferentes fluxos de demanda. Suzanne, Absi e Borodin (2020) apresentaram uma revisão abrangente do estado da arte em torno do tópico de economia circular e logística reversa, com ênfase particular no planejamento de produção de

médio prazo em configurações de tempo discreto.

Naeem et al. (2013) propuseram um modelo baseado em PD para o PDL. O objetivo é determinar as quantidades que precisam ser manufaturadas ou remanufaturadas a fim de minimizar os custos totais, incluindo custos de produção, armazenamento para as devoluções, bens finalizados e atrasos. Li et al. (2014) desenvolveram um procedimento baseado em busca tabu para o PDL com retorno de produtos e remanufatura. O objetivo é determinar um sequenciamento de produção para a manufatura de novos produtos e/ou a remanufatura de retornos, de modo que a demanda em cada período seja atendida e os custos totais sejam minimizados. Galbreth e Blackburn (2010) analisaram o *trade-off* entre os custos de aquisição e sucata versus os custos de remanufatura, quando a condição do produto usado é amplamente variável e incerta. Seus modelos são baseados na experiência com remanufaturas de celulares e suprimentos de imagens. Qiao, Choi e Wang (2019) estudaram a cooperação sinérgica entre as partes da cadeia de abastecimento para uma redução mais eficaz das emissões. O modelo proposto por eles considera cenários de gestão de emissão de carbono e sustentabilidade do produto sob a consciência ecológica do consumidor, cujos impactos são avaliados com soluções analíticas e experimentos numéricos.

### 3.5 AUTORES MAIS CITADOS

Dentre os artigos encontrados durante a pesquisa no WoS, foram identificados 214 autores. Na Tabela 3, são apresentados os autores com o maior número de citações dentre os 214 encontrados. O critério considerado para inclusão na tabela foi o autor ter pelo menos cinco trabalhos publicados. Dentro do tema de dimensionamento de lotes com considerações ambientais, esses autores são os mais referenciados. O objetivo da Tabela 3 é fornecer uma indicação para que pesquisadores interessados na temática de dimensionamento de lotes com considerações ambientais possam monitorar os avanços realizados por estes pesquisadores, facilitando o início de suas buscas.

Autores	Documentos	Citações
Konstantaras, I	8	218
Yalaoui, A	7	55
Absi, N	6	290
Kedad-Sidhoum, S	6	237
Van Den Heuvel, W	6	71
Reghioui, M	6	52
Zouadi, T	6	52
Skouri, K	5	135

Tabela 3 – Autores mais citados

### 3.6 CITAÇÕES POR PAÍSES

A Figura 9 mostra os nove países com mais citações, de um total de 37 países encontrados nas análises. Dentre todos os países, destacam-se China e França, que estão no topo com as maiores contribuições sobre o tema abordado. Um detalhamento acerca do número de publicações por país é feito na Tabela 4. Nela, são listados os países relacionados com publicações encontradas na pesquisa feita no WoS. A tabela apresenta os países com os respectivos números de artigos publicados e citações. Essas informações permitem entender a dimensão da contribuição de cada país no contexto da temática do Dimensionamento de Lotes com considerações ambientais. Isso pode auxiliar na identificação de grupos de pesquisa influentes no tema, favorecendo o estabelecimento de colaborações entre grupos de pesquisa e facilitando o acompanhamento de publicações produzidas na área.

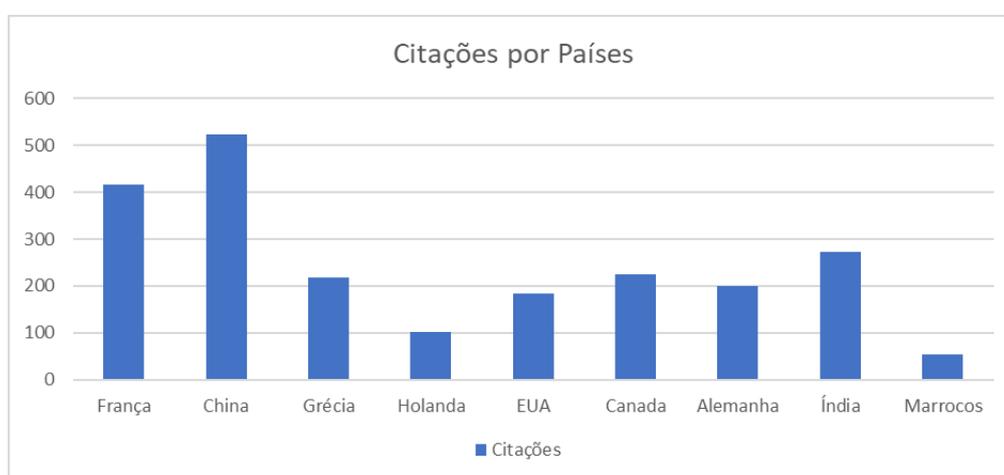


Figura 9 – Citação por países

<b>Países</b>	<b>Documentos</b>	<b>Citações</b>	<b>Países</b>	<b>Documentos</b>	<b>Citações</b>
França	21	415	Colômbia	2	13
China	20	524	Indonésia	2	9
Grécia	8	218	Kuwait	2	23
Holanda	8	102	Portugal	2	18
EUA	8	184	Singapura	2	30
Canadá	7	224	Espanha	2	13
Alemanha	7	199	Emirados Árabes	2	22
Índia	7	272	Algéria	1	0
Marrocos	7	54	Bangladesh	1	3
Malásia	6	21	Dinamarca	1	0
Taiwan	6	110	Irã	1	18
Escócia	5	40	Japão	1	0
Brasil	4	94	Nova Zelândia	1	10
Itália	4	65	Noruega	1	14
Turquia	4	53	Paquistão	1	0
Uruguai	4	91	Polônia	1	1
Chile	3	2	Arábia Saudita	1	0
Inglaterra	3	110	Suíça	1	19
Coreia do sul	3	20			

Tabela 4 – Citações por países

### 3.7 CITAÇÕES POR PERIÓDICOS

Por fim, é realizada uma análise dos periódicos mais populares para a publicação de trabalhos desenvolvidos na temática do dimensionamento de lotes com considerações ambientais. Na Tabela 5, são apresentados os seis primeiros periódicos com o maior número de publicações sobre o tema, de um total de 49 encontrados. Para inclusão na Tabela 5, foram considerados periódicos com pelo menos seis publicações.

<b>Periódicos</b>	<b>Documentos</b>	<b>Citações</b>
European Journal of Operational Research	14	462
Computers and Industrial Engineering	11	227
International Journal of Production Economics	10	380
International Journal of Production Research	8	144
Ifac Papersonline	6	33
Journal of Cleaner Production	6	301

Tabela 5 – Citações por periódicos

Computação, Engenharia Industrial, Pesquisa Operacional, e as áreas Econômica e de Produção destacam-se entre os assuntos dos periódicos mencionados na tabela abaixo, mostrando que o tema de dimensionamento de lotes não se resume a apenas uma área de estudo. Além disso, outros periódicos abrangem áreas afins como Inteligência Artificial, Matemática e Logística, que também estão inseridas no contexto do dimensionamento de lotes. A identificação dos periódicos mais populares na publicação de trabalhos nessa área tem por objetivo facilitar

a vida de pesquisadores que desejam começar a trabalhar no tema. Além disso, para a comunidade em geral, torna-se mais fácil acompanhar os avanços realizados na área. Além dos periódicos apresentados na Tabela 5, destacam-se também os periódicos *Computers and Operations Research* com quatro publicações, *Annals of Operations Research* e *Omega-International Journal of Management Science*, ambos com três publicações, e, por fim, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *International Journal of Mathematics and Computer Science* e *Operations Research Letters*, todos com duas publicações. Diversos outros periódicos tiveram apenas uma publicação porém, foram deixados de fora do texto por uma questão de concisão.

## 4 PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES PARA PRODUÇÃO DE MÚLTIPLOS ITENS, EM MÁQUINAS PARALELAS, COM *SETUP* DEPENDENTE DA ORDEM DE PRODUÇÃO CONSIDERANDO ASPECTOS AMBIENTAIS

### 4.1 INDÚSTRIA TÊXTIL DO AGRESTE PERNAMBUCANO

A indústria têxtil está presente em todos os países devido a uma das necessidades primárias do ser humano: o vestuário. Essa indústria possui um significado importante nas dimensões social, cultural, econômica e política, a ponto de influenciar o modo de vida das pessoas em diferentes épocas. A trajetória histórica e cultural do setor têxtil e de confecção brasileiro demonstra que existiu e ainda existe um processo de crescimento, ressaltando a tecnologia como fator estratégico para mudanças no setor produtivo (FUJITA; JORENTE, 2015). Desde a década de 1990, a economia brasileira passou por modificações macroeconômicas, resultado de um conjunto de decisões políticas internas que priorizavam a estabilização da inflação, da balança comercial e de pagamentos, num contexto mundial de globalização econômica. Nos dois primeiros anos dessa década, houve uma maior abertura comercial com a liberação das importações, sem uma política de proteção industrial. Este foi um dos fatores mais importantes que impôs à indústria têxtil do Brasil um pesado ônus durante o período de transição da abertura comercial dos anos 1990. Essa abertura facilitou a entrada de produtos externos, o que levou a um aumento dos processos de busca por eficiência e competitividade das empresas, de modo a garantir espaço em um mercado no qual as exigências de consumo tornaram-se maiores (KON; COAN, 2005).

Partindo para o caráter regional, a produção têxtil tem destaque na região Agreste de Pernambuco, formado pelas feiras de Caruaru, Toritama e Santa Cruz do Capibaribe no chamado *Polo de Confecções Pernambucano*, movimentando mais de R\$ 5 bilhões na economia a cada ano (FREITAS, 2023). Esse polo realiza importação e exportação de tecidos para diversos países, investindo continuamente na qualidade para obter o selo da *Associação Brasileira do Varejo Têxtil* (ABVTEX), uma das mais respeitadas do Brasil. Os números do polo têxtil do Agreste pernambucano são impressionantes: cerca de 800 milhões de peças de vestuário são produzidas todos os anos, tanto para o comércio nacional quanto internacional (GROUP, 2019). O polo fabrica 44 vezes mais unidades do que o Rio Grande do Norte, que já foi uma potência regional. Ao final de 2017, o polo acumulou um faturamento de 3,5 bilhões de reais durante 12 meses corridos. Além disso, houve um crescimento substancial da economia, pois o setor local emprega mais de 120 mil pessoas (GROUP, 2019). Mesmo com escassez de água e infraestrutura precária, foi um dos locais que mais se desenvolveu em Pernambuco entre 2004 e 2014, com uma taxa média de desenvolvimento de 5,2% ao ano (FCEM, 2021).

O Agreste foi a região que mais aumentou sua participação no PIB estadual. Em 2004, representava cerca de 10% do montante, com uma produção anual de R\$ 14 bilhões (FCEM,

2021). Após 10 anos, a região passou a responder por mais de 15% da economia pernambucana, com uma produção de R\$ 24,3 bilhões (FCEM, 2021). Segundo FCEM (2021), a produção de bens e serviços no Agreste aumentou 60% em uma década. Em 2014, Caruaru passou a representar 4% do PIB do Estado, mesmo enfrentando uma estiagem prolongada, considerada a maior seca dos últimos anos. Por essa razão, os fluxos migratórios se inverteram. Antes, os nordestinos buscavam oportunidades no Sudeste, mas atualmente se encontram no Agreste. Nas décadas de 1990 e 2000, quando o polo estava se consolidando, houve um crescimento populacional substancial nas seguintes cidades (GROUP, 2019): 18,7% em Caruaru, 46,2% em Toritama e 54% em Santa Cruz do Capibaribe.

A indústria têxtil é um dos mercados mais significativos no consumo de produtos químicos, tanto na fabricação de fibras sintéticas e artificiais quanto na utilização de produtos auxiliares. As fibras sintéticas requerem matérias-primas petroquímicas, enquanto as artificiais são obtidas através de modificações químicas da celulose. Os produtos auxiliares são indispensáveis para tornar eficientes as etapas de fabricação das fibras, fios e tecidos, bem como no acabamento desses materiais (ALCÂNTARA; DALTIM, 1996). O processo de tingimento, por sua vez, é um dos fatores de sucesso comercial dos produtos têxteis, conferindo padronagem, beleza e cor ao produto, além de algumas características exigidas pelo consumidor: elevado grau de fixação em relação à luz, lavagem e transpiração, tanto inicialmente quanto ao uso prolongado. Para garantir essas propriedades, as substâncias que conferem coloração à fibra devem apresentar alta afinidade, uniformidade na coloração, resistência aos agentes desencadeadores do desbotamento e, principalmente, ser economicamente viáveis (GUARATINI; ZANONI, 2000).

## 4.2 PROCESSO DE TINGIMENTO

O tingimento é o processo de aplicação de corantes aos substratos têxteis com o objetivo de modificar sua cor original. Ele pode ser realizado pela aplicação de pigmentos (diferentes dos corantes, os pigmentos não apresentam afinidade química ou física com as fibras) juntamente com ligantes, que são polímeros que aderem os pigmentos às fibras (ALCÂNTARA; DALTIM, 1996). Durante o processo de tingimento, três etapas importantes são consideradas: montagem, fixação e tratamento final (GUARATINI; ZANONI, 2000). A fixação do corante à fibra é feita através de reações químicas, da simples insolubilização do corante ou de derivados gerados. Isso ocorre usualmente em diferentes etapas durante as fases de montagem e fixação (GUARATINI; ZANONI, 2000). Por fim, uma etapa de lavagem em banhos correntes é realizada como operação final para retirar o excesso de corante original ou corante hidrolisado não fixado à fibra nas etapas precedentes (GUARATINI; ZANONI, 2000).

O setor têxtil causa poluição do ar e do solo. A poluição do ar ocorre devido à queima de óleos e lenhas nas caldeiras, que liberam dióxido de enxofre e gás carbônico, gerando, respectivamente, chuva ácida e efeito estufa (TONIOLLO; ZANCAN; WÜST, 2015). A poluição do solo ocorre por meio das infiltrações de água contaminada. Toniollo, Zancan e Wüst (2015)

apontam que tais impactos podem ser reduzidos pelo uso de filtros e equipamentos adequados para a saída dos gases com pouca ou nenhuma impureza. No caso do solo, a poluição pode ser mitigada se forem utilizados filtros ou se for feita uma avaliação topográfica dos terrenos onde estão implantadas as empresas.

Chama-se de caldeira o equipamento que ferve a água gerando o vapor num ambiente fechado (com pressão, portanto) e envia esse vapor (temperatura por volta dos 150°C) por linhas de tubulações para os vários pontos de consumo (BOTELHO; BIFANO, 2015). A caldeira compõe-se de água que entra num vaso de pressão e o enche até um certo nível. Utiliza-se um combustível (gás, lenha e outros) que, com sua queima, libera calor e começa a esquentar a água, transformando-a em vapor e, desta forma, este, tendendo a se expandir, cria pressão dentro do vaso. A partir de linhas de vapor (tubos de aço), os vários pontos de uso são alimentados com o calor transportado pelo vapor (BOTELHO; BIFANO, 2015). Nas caldeiras do tipo fogotubular, o fogo decorrente da queima do combustível e do ar atmosférico é direcionado para dentro dos tubos, que são banhados externamente pela água. Em geral, são caldeiras utilizadas em indústrias, hospitais, hotéis, edificações, auxiliares marítimas (navios) etc (BOTELHO; BIFANO, 2015).

Na indústria têxtil existem diversos tipos de máquinas, que se utilizam do vapor das caldeiras, para tingimento de fios. Algumas com a capacidade para 2 cones de fios utilizando temperaturas de até 135°C, sendo outras de maior capacidade entre 150kg e 600kg com capacidade teórica por cesto com base em malha 100% algodão e peso linear de 250g/m. Ex.: cesto de 150Kg comporta até 600m de tecido (FEBRATEX, 2020). Podem ser fornecidas também duas máquinas conjugadas, que podem operar juntas ou de forma independente. Essa opção permite tingir, ao mesmo tempo, dois lotes menores com cores diferentes, ou um lote maior de uma mesma cor, de acordo com a necessidade do momento (FEBRATEX, 2020).



Figura 10 – Máquina de tingimento de fios cônicos

Quando encerrado o processo de tingimento de um produto, a máquina deve ser higienizada para que outro tingimento possa ser realizado. A depender da cor do produto, o tempo de limpeza pode variar. Nesse caso, a ordem de tingimento dos produtos pode impactar na produção, uma vez que certas cores podem requerer mais tempo para que a máquina seja limpa. Não é

desejável que uma produção excessiva seja feita visando a minimização do número de *setups*, pois essa produção excessiva resultará em um grande capital imobilizado. Por outro lado, uma produção reduzida também não é ideal, pois a empresa precisa estar pronta para atender pedidos. Neste contexto, um problema surge: é necessário definir quando e quanto produzir de cada produto, de forma que as demandas sejam satisfeitas e que o custo de produção e as emissões sejam minimizados.

Neste cenário, o trabalho em questão visa lidar com a problemática descrita, onde existe um problema de tingimento de múltiplos produtos a serem alocados em máquinas paralelas (alimentadas por uma caldeira) as quais precisam ser higienizadas entre um tingimento e outro. Contudo, pode ser modelado como um PDL-CA cujo objetivo seja propor a minimização dos custos de produção bem como as emissões relacionadas ao processo.

### 4.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção, são apresentadas duas formulações matemáticas para o problema de dimensionamento de lotes de múltiplos produtos em máquinas paralelas, considerando as sequências de produção dos itens e aspectos ambientais. As formulações propostas foram baseadas no modelo apresentado por Wu et al. (2018), porém considerando o *setup* dependente da ordem de produção e adicionando à função objetivo os aspectos ambientais. Esse último aspecto incorpora restrições para eliminação de ciclos. Neste trabalho, são propostos dois conjuntos de restrições, os quais definem duas formulações. O modelo proposto é apresentado abaixo:

- **Conjuntos**

$T$ : Conjunto de períodos no horizonte de planejamento, com  $T = \{1, \dots, np\}$ , onde  $np$  é o número de períodos no horizonte.

$T' = T \cup \{0\}$ : Conjunto dos períodos com a consideração de um período 0 para facilitar a escrita do método.

$I$ : Conjunto de itens (produtos) a serem produzidos, com  $I = \{1, \dots, ni\}$ , onde  $ni$  é o número de itens.

$I' = I \cup \{0\}$ : Conjunto dos itens com a consideração de um item artificial para permitir a definição de restrições de eliminação de ciclos.

$K$ : Conjunto de máquinas disponíveis, com  $K = \{1, \dots, nm\}$ , onde  $nm$  é o número de máquinas disponíveis.

- **Parâmetros**

- **Parâmetros de Demanda**

$d_{it}$ : Demanda do item  $i$  no período  $t$

- **Parâmetros de Setup**

$sc_{ijk}$ : Custo de preparação (*setup*) da máquina  $k$  para produção do item  $i$  depois do item  $j$

$tc_{ijk}$ : Tempo de preparação (*setup*) da máquina  $k$  para produção do item  $i$  depois do item  $j$

$se_{ijk}$ : Custo de emissão incorrido da preparação da máquina  $k$  para se produzir um item  $j$  após produzir um item  $i$ .

#### – Parâmetros de Estoque

$hc_i$ : Custo unitário de estoque (*holding*) do produto  $i$

$s_i^0$ : Estoque inicial do produto  $i$

#### – Parâmetros de Produção

$pc_{ik}$ : Custo unitário de produção do produto  $i$  na máquina  $k$

$pt_{ik}$ : Tempo de produção de uma unidade do produto  $i$  na máquina  $k$

$ec_{ik}$ : Custo unitário de emissão ao se produzir um item  $i$  na máquina  $k$  (se a máquina for mais nova ou mais velha, essa emissão pode variar)

$qm_{ik}$ : Quantidade mínima necessária de produção do item  $i$  na máquina  $k$ .

$ei_i$ : Estoque inicial do produto  $i$

#### – Parâmetros de Disponibilidade

$C_k^t$ : Disponibilidade de tempo para produção na máquina  $k$  durante o período  $t$

$B_{ik}^t$ : Valor grande, cujo valor pode ser obtido através da soma de todas as demandas no período.

#### • Variáveis de Decisão

$x_{ik}^t$ : Quantidade produzida do item  $i$  na máquina  $k$  no período  $t$

$y_{ik}^t$ : Variável binária que assume valor 1 se houve produção do item  $i$  na máquina  $k$  no período  $t$ , ou 0, caso contrário

$z_{ijk}^t$ : Variável binária que assume valor 1 se houve troca de produção do item  $i$  para o item  $j$  na máquina  $k$  no período  $t$ , ou 0, caso contrário

$s_i^t$ : Estoque do item  $i$  ao final do período  $t$

#### • Modelo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (pc_{ik} + ec_{ik}) x_{ik}^t + \\
 & \sum_{i \in I'} \sum_{j \in I'} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (sc_{ijk} + se_{ijk}) z_{ijk}^t + \\
 & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} hc_i s_i^t
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Sujeito à:

$$s_i^0 = e_i \quad \forall i \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik}^t + s_{i,t-1} - s_{it} = d_{it} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in I} p_{tik} x_{ik}^t + \sum_{i \in I'} \sum_{j \in I'} t_{c_{ijk}} z_{ijk}^t \leq C_k^t \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.4)$$

$$qm_{ik} y_{ik}^t \leq x_{ik}^t \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.5)$$

$$x_{ik}^t \leq B_{ik}^t y_{ik}^t \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in I'} z_{ijk}^t = y_{jk}^t \quad \forall j \in I, k \in K, t \in T \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in I'} z_{ijk}^t = y_{ik}^t \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.8)$$

$$z_{ijk}^t + z_{jik}^t \leq 1 \quad \forall i, j \in I, k \in K, t \in T \quad (4.9)$$

$$\sum_{j \in I'} z_{0jk}^t = 1 \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.10)$$

$$\sum_{j \in I'} z_{j0k}^t = 1 \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.11)$$

#### Restrições de Eliminação de Ciclos

$$x_{ik}^t = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.12)$$

$$y_{ik}^t = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.13)$$

$$z_{ijk}^t = 0 \quad \forall i \in I', j \in I, k \in K, t \in T \quad (4.14)$$

$$z_{iik}^t = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.15)$$

$$x_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.16)$$

$$s_i^t \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T \quad (4.17)$$

$$y_{ik}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (4.18)$$

$$z_{ijk}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I, k \in K, t \in T \quad (4.19)$$

A função objetivo (4.1) visa minimizar os custos de produção e custos ambientais. Os custos de produção envolvem os custos de *setup*, armazenamento e produção. Por sua vez, os ambientais consideram os custos de emissão unitária de carbono e os custos de emissão de carbono na preparação da máquina. As restrições (4.3) garantem que a produção deve ser igual à demanda do período. As restrições (4.4) garantem que a soma da produção e os tempos de *setup* não ultrapassem a capacidade da máquina em cada período. As restrições (4.5) determinam que uma quantidade mínima de produção precisa ser respeitada. As restrições (4.6) indicam que só há produção quando houver *setup*. As restrições (4.7) e (4.8) garantem a ordem de produção indicando qual o produto que vai ser produzido antes e depois. As restrições (4.9) evitam que haja repetição da produção de um mesmo produto desrespeitando a ordem. As restrições (4.10) e (4.11) garantem que apenas um item artificial seja produzido antes ou no final da ordem

de produção. As restrições (4.12), quando iguais a zero, indicam que o item não pode ser produzido na máquina. Consequentemente, as restrições (4.13) indicam que se um item não pode ser produzido na máquina, não haverá *setup*. As restrições (4.14) indicam se o produto  $i$  ou  $j$  não podem ser produzidos na máquina, remove-se a variável de possibilidade de troca dentro da máquina. As restrições (4.15) proíbe a troca de um item para ele mesmo, ou seja, de  $i$  para  $i$  na sequência. Por fim, as restrições (4.16)–(4.19) determinam o domínio das variáveis.

### 4.3.1 Eliminação de Ciclos

Devido à estrutura do problema, é possível que haja a formação de ciclos no que diz respeito à sequência das tarefas realizadas. Visando eliminar a formação de sub-ciclos, foram incorporadas no modelo restrições para eliminação de ciclos. Neste trabalho, foram testadas duas diferentes famílias de restrições: Miller-Tucker-Zemlin (MTZ, Seção 4.3.1.1) e Dantzig, Fulkerson e Johnson (DFJ, Seção 4.3.1.2)

#### 4.3.1.1 Restrições de Miller-Tucker-Zemlin

Para tanto, define-se uma nova variável  $u_{ik}^t$  com limites  $2 \leq u_{ik}^t \leq |I|, \forall i \in I, j \in I, k \in K, t \in T$ . Onde  $u_{ik}^t$  define a posição do item  $i$  na sequência de produção na máquina  $k$  no período  $t$ .

$$u_{ik}^t + 1 \leq |I|(1 - z_{ijk}^t) + u_{jk}^t \quad \forall i, j \in I, i \neq j, k \in K, t \in T \quad (4.20)$$

#### Exemplo

Visando ilustrar o funcionamento das restrições de MTZ, considere o seguinte exemplo: Seja a produção de 6 itens  $I' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  em uma máquina, em um período específico. Na ausência de restrições de eliminação de sub-ciclo, é possível a obtenção seguinte solução:  $z_{01} = 1, z_{12} = 1, z_{23} = 1, z_{30} = 1, z_{45} = 1, z_{56} = 1, z_{64} = 1$ , a qual é ilustrada na Figura 11.

As restrições MTZ podem ser utilizadas para remover os ciclos formados. Abaixo apresenta-se como as restrições de MTZ poderiam evitar a formação dos ciclos. Para o problema em questão, para um período específico, por exemplo  $t = 1$ , as restrições para eliminação de ciclos são como seguem:

$$u_{12}^1 \leq 6(1 - z_{121}^1) + u_{21}^1, u_{13}^1 \leq 6(1 - z_{131}^1) + u_{31}^1, u_{14}^1 \leq 6(1 - z_{141}^1) + u_{41}^1, u_{15}^1 \leq 6(1 - z_{151}^1) + u_{51}^1, u_{16}^1 \leq 6(1 - z_{161}^1) + u_{61}^1, \dots, u_{56}^1 \leq 6(1 - z_{561}^1) + u_{65}^1.$$

- **Assumindo que o item 0 é o primeiro da sequência:**

$$u_{0k}^t = 1$$

- **Limites de sequência:**

$$2 \leq u_{ijk}^t \leq |I| \quad \forall i, j \in I, k \in K, t \in T$$

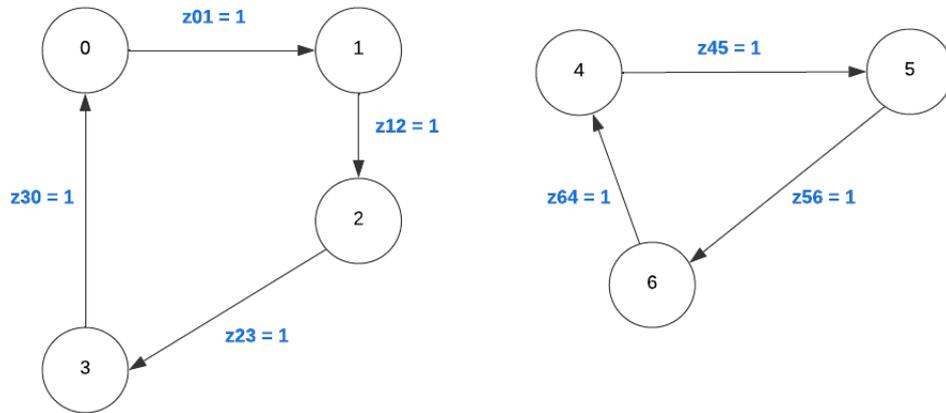


Figura 11 – Exemplo de formação de ciclos.

• **Posições de  $u$ :**  $u_{0k}^t = 1, u_{1k}^t = 2, u_{2k}^t = 3, u_{3k}^t = 4, u_{4k}^t = 5, u_{5k}^t = 6, u_{6k}^t = 7$ .

• **Verificação das restrições MTZ:** Para cada par de item  $(i, j)$  onde  $z_{ijk}^t = 1$ .

1. Para  $z_{01k}^t = 1$ :

$$u_{0k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{1k}^t \longrightarrow 1 + 1 \leq u_{1k}^t \longrightarrow 2 \leq 2 \quad (\text{Satisfeita})$$

2. Para  $z_{12k}^t = 1$ :

$$u_{1k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{2k}^t \longrightarrow 2 + 1 \leq u_{2k}^t \longrightarrow 3 \leq 3 \quad (\text{Satisfeita})$$

3. Para  $z_{23k}^t = 1$ :

$$u_{2k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{3k}^t \longrightarrow 3 + 1 \leq u_{3k}^t \longrightarrow 4 \leq 4 \quad (\text{Satisfeita})$$

4. Para  $z_{30k}^t = 1$ :

$$u_{3k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{0k}^t \longrightarrow 4 + 1 \leq u_{0k}^t \longrightarrow 5 \leq 1 \quad (\text{Violada})$$

5. Para  $z_{45k}^t = 1$ :

$$u_{4k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{5k}^t \longrightarrow 5 + 1 \leq u_{5k}^t \longrightarrow 6 \leq 6 \quad (\text{Satisfeita})$$

6. Para  $z_{56k}^t = 1$ :

$$u_{5k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{6k}^t \longrightarrow 6 + 1 \leq u_{6k}^t \longrightarrow 7 \leq 7 \quad (\text{Satisfeita})$$

7. Para  $z_{64k}^t = 1$ :

$$u_{6k}^t + 1 \leq 7(1 - 1) + u_{4k}^t \longrightarrow 7 + 1 \leq u_{4k}^t \longrightarrow 8 \leq 5 \quad (\text{Violada})$$

### 4.3.1.2 Restrições de Dantzig, Fulkerson e Johnson

São atualmente designadas como restrições de eliminação de subciclos ou simplesmente restrições de subciclos: do conjunto de soluções inteiras, eliminam as que estão desconectadas (constituídas por dois ou mais “subciclos” descontínuos) e deixam apenas os vetores de incidência das rotas (COOK et al., 2011). Existem muitas dessas inequações para simplesmente adicioná-las ao relaxamento de programação linear. Em vez disso, Dantzig, Fulkerson e Johnson propõem a utilização de restrições de subciclo de uma forma interativa, atacando diretamente quaisquer falhas adicionais que surjam nos vetores de solução obtidos (COOK et al., 2011).

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} z_{ijk}^t \geq y_{hk}^t \quad S \subset I, \forall h \in S, k \in K, t \in T \quad (4.21)$$

As equações (4.21) são restrições de eliminação de ciclo. Elas garantem que um item  $h$  pertencente ao subconjunto  $S$  possa ser produzido somente se pelo menos um arco de entrada fora de  $S$  seja selecionado (LEE; LEE, 2023).

#### Exemplo

O exemplo a seguir mostra como as Restrições (4.21) atuam para eliminar os ciclos formados. No exemplo em questão, seja  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $\bar{S} = \{4, 5, 6\}$ , onde  $\bar{S} = \{i \in I' | i \notin S\}$ , ou seja, o conjunto complementar. Neste caso, as restrições DFJ ficariam:

$$z_{04} + z_{05} + z_{06} + z_{14} + z_{15} + z_{16} + z_{24} + z_{25} + z_{26} + z_{34} + z_{35} + z_{36} \geq y_0$$

$$z_{04} + z_{05} + z_{06} + z_{14} + z_{15} + z_{16} + z_{24} + z_{25} + z_{26} + z_{34} + z_{35} + z_{36} \geq y_1$$

$$z_{04} + z_{05} + z_{06} + z_{14} + z_{15} + z_{16} + z_{24} + z_{25} + z_{26} + z_{34} + z_{35} + z_{36} \geq y_2$$

$$z_{04} + z_{05} + z_{06} + z_{14} + z_{15} + z_{16} + z_{24} + z_{25} + z_{26} + z_{34} + z_{35} + z_{36} \geq y_3$$

Considerando que na solução em questão os itens  $\{0, 1, 2, 3\}$  foram produzidos,  $y_0 = y_1 = y_2 = y_3 = 1$ . Note, no entanto, que nenhuma das variáveis  $z_{04}, z_{05}, z_{06}, z_{14}, z_{15}, z_{16}, z_{24}, z_{25}, z_{26}, z_{34}, z_{35}$  e  $z_{36}$  apresentou valor diferente de zero. Logo, as restrições de DFJ seriam violadas. Por esse motivo, as restrições de DFJ eliminam ciclos na solução.

#### Separação

Considerando que o número de conjuntos  $S$  pode ser muito elevado, a adição de restrições DFJ ao modelo deve ser feita de forma dinâmica. Em outras palavras, a identificação de restrições violadas para a eliminação de ciclos deve ser feita por meio de um algoritmo de separação. Neste trabalho, essa separação é realizada utilizando um algoritmo de corte mínimo.

Os problemas de corte mínimo também surgem nos procedimentos de identificação de restrições do algoritmo baseado no plano de corte para todos os problemas combinatórios cujas soluções induzem grafos conectados (PADBERG; RINALDI, 1990). É o caso, por exemplo, dos

problemas do caixeiro-viajante simétrico e assimétrico, entre muitos outros problemas. Usando o teorema do fluxo máximo/corte mínimo, o problema do corte mínimo em grafos com  $m$  arestas pode ser resolvido calculando  $m$  fluxos máximos e obtendo o mínimo (PADBERG; RINALDI, 1990).

## 5 RESULTADOS

### 5.1 AMBIENTE COMPUTACIONAL

Os formulações descritas na Seção 4.3 foram implementados em Python utilizando a biblioteca `gurobipy`. O solver utilizado para resolução do problema foi o Gurobi 11.0.1. Os experimentos computacionais foram realizados em um computador Dell Inspiron 15, com processador Intel core I5 4.50 GHz de 12ª geração com 16.0 GB de memória RAM, executando um sistema operacional Windows 11 de 64 bits. As restrições DFJ de eliminação de sub-tour foram separadas utilizando o algoritmo de fluxo máximo do pacote Python `networkx`.

### 5.2 INSTÂNCIAS GERADAS

Para a geração dos resultados computacionais, foram utilizadas as instâncias propostas pelo trabalho do Wu et al. (2018). As instâncias possuem informações relacionadas com as demandas, capacidade de produção da máquina, tempo necessário de produção, custo unitário de produção, emissão unitária por produção, custo de armazenamento, tempo, custo e emissão por *setup*. Dentre os dados das instâncias utilizadas, apenas o custo de compras de máquinas e o limite de emissões não foram considerados. Os experimentos computacionais foram conduzidos em 640 instâncias utilizando as seguintes configurações: sendo  $J \in [12, 15, 18, 20]$  a quantidade de produtos,  $M \in [2, 3, 4, 5]$  a quantidade de máquinas e  $T \in [6, 8]$  a quantidade de períodos.

Define-se  $G_m$  como o número de grupo da máquina  $m$  ( $G_m \in \{1, 2, 3, 4\}$ ). As configurações para os outros parâmetros são apresentados logo abaixo, os quais considerados em Wu et al. (2018).

- Demanda ( $d_{jt}$ ): A demanda do item  $j$  no período  $t$  é uniformemente distribuída em  $[30, 50]$ .
- Tempo de produção ( $pt_{jm}$ ): o tempo necessário para produzir uma unidade do item  $j$  na máquina  $m$  é uniformemente distribuído em  $[0.5, 1.5]$ . O tempo de produção é independente do período.
- Custo de produção ( $pc_{jm}$ ): custo de produzir uma unidade do item  $j$  na máquina  $m$  é uniformemente distribuído em  $\frac{4}{G_m} \cdot [1, 3]$ . O custo de produção é independente do período.
- Emissões de carbono por produção ( $pe_{jm}$ ): existem duas configurações denotadas por “alto” e “baixo” que indicam as emissões por produção de uma unidade do item  $j$  na máquina  $m$  uniformemente distribuída em  $\{1, 5\} \cdot \frac{4}{G_m} \cdot [0.2, 1]$ . As emissões por produção são independentes do período.

- Custo de estoque ( $hc_j$ ): para uma unidade do item  $j$  em cada período é uniformemente distribuído em  $[0.1, 0.3]$
- Tempo de *setup* ( $st_{jm}$ ) existem duas configurações denotadas por “alto” e “baixo” que indicam o tempo de *setup* necessário para produzir uma unidade do item  $j$  na máquina  $m$  uniformemente distribuído em  $1, 5 \cdot [5, 20]$
- Custo de *setup* ( $sc_{jm}$ ) existem duas configurações denotadas por “alto” e “baixo” que indicam o custo de *setup* para a produção de um lote do item  $j$  na máquina  $m$  que é igual a  $\{1, 5\} \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{G_m} \cdot hc_j \cdot \sum_{t \in T} \frac{d_{jt}}{|T|}$ . Os custos de *setup* são independentes do período.
- Emissão de carbono por *setup* ( $se_{jm}$ ): existem duas configurações denotadas por “alto” e “baixo” que indicam as emissões de carbono para a preparação de um lote do item  $j$  na máquina  $m$  uniformemente distribuída em  $\{1, 5\} \cdot \frac{4}{G_m} \cdot [10, 40]$ . As emissões por *setup* são independentes do período.
- Capacidade de tempo limite ( $ca_{mt}$ ): existem duas configurações denotadas por “alto” e “baixo” que indicam a capacidade disponível da máquina  $m$  no período  $t$  está definido como  $\{1.4, 1.54\} \cdot \sum_{j \in J} \frac{\sum_{m \in M_j} (\frac{\sum_{t \in T} p_{jt}^m d_{jt}}{|T|} + \frac{\sum_{t \in T} st_{jt}^m}{2|T|})}{|M_j|} / |M|$ .

Embora sejam considerados os dados das instâncias do Wu et al. (2018) no presente trabalho, fez-se necessário a construção das matrizes de *setup* que envolvem: tempo, custo e emissões.

Se ocorre a mudança do produto  $i$  para o produto  $j$  na máquina  $k$ , o tempo de *setup*  $tc_{ijk}^t = \frac{tc_{ik}^t}{2} + \frac{tc_{jk}^t}{2}$ , onde  $tc_{ik}^t$  e  $tc_{jk}^t$ , são, respectivamente, os tempos de *setup*, na instância, para produção dos itens  $i$  e  $j$  na máquina  $k$ . Se o item  $i$  for o primeiro a ser produzido no dia, isto é, só tem o produto artificial 0 antes dele,  $pc_{0i}^t = \frac{pc_{ik}^t}{2}$ .

### 5.3 ANÁLISE DE ESCALABILIDADE

Nesta seção serão apresentados os resultados dos experimentos, realizados dentro de um tempo limite estimado de 3600s. Os mesmos foram efetuados para avaliar o desempenho dos conjuntos de restrições MTZ e DFJ nas formulações, para tanto, foram coletados os tempos de execução de cada instância e os valores da Função Objetivo de cada conjunto de restrições para fins de comparação.

Por uma questão de concisão, são apresentados no Apêndice A as tabelas 7–38 com os resultados detalhados referentes aos tempos computacionais requeridos por cada modelo para resolver cada uma das instâncias. Nesta tabelas, **CPU** indica o tempo execução de cada modelo (**MTZ** e **DFJ**). O modelo que obteve o menor tempo foi marcado em negrito. Na última linha de cada tabela foram indicados o total de vezes que cada modelo finalizou ao menor tempo de execução. São 64 tabelas que foram geradas para cada combinação de itens, máquinas e períodos:  $ni \in \{12, 15, 18, 20\}$ ,  $nm \in \{2, 3, 4, 5\}$  e  $np \in \{6, 8\}$ .

A Tabela 6 apresenta um resumo dos resultados obtidos. A tabela apresenta os resultados agregados referentes ao tempo médio requerido por cada modelo para resolver um grupo de instâncias, bem com o número de vezes que cada modelo foi melhor (menor tempo). A contagem dos melhores foi feita seguindo o critério das instâncias as quais, pelo menos uma, o resultado foi obtido antes do tempo limite. A partir dos resultados apresentados, nota-se uma superioridade (em números de vezes que foi mais rápido, i.e., foi melhor) do conjunto de restrições DFJ com 161 ocorrências contra 68 do conjunto de restrições MTZ, de um total de 288 ocorrências, em percentuais as restrições DFJ tiveram uma eficiência de aproximadamente 55,9% em comparação ao MTZ com aproximadamente 23,6%.

Tabela 6 – Comparação entre as formulações DFJ e MTZ (Tempos Médios Agregados e Contagem de Melhores)

$n$	$m$	$p$	cpu		#Melhores		
			DFJ	MTZ	DFJ	MTZ	
12	2	6	<b>6.9</b>	9.9	<b>8</b>	2	
		8	<b>41.5</b>	57.8	<b>9</b>	1	
	3	6	<b>30.4</b>	39.5	<b>8</b>	2	
		8	<b>383.3</b>	550.4	<b>9</b>	1	
	4	6	225.1	<b>179.1</b>	<b>7</b>	1	
		8	<b>2337.1</b>	2666.0	<b>4</b>	1	
	5	6	1490.6	<b>1465.9</b>	<b>6</b>	2	
		8	3600.0	3600.0	0	0	
	15	2	6	<b>16.3</b>	23.3	<b>8</b>	2
			8	332.7	<b>263.4</b>	<b>6</b>	4
3		6	<b>53.4</b>	67.5	<b>10</b>	0	
		8	584.3	<b>577.9</b>	<b>8</b>	2	
4		6	591.8	<b>576.5</b>	<b>8</b>	2	
		8	2950.3	<b>2945.4</b>	3	3	
5		6	2271.8	<b>2248.5</b>	<b>4</b>	3	
		8	<b>3487.9</b>	3600.0	<b>1</b>	0	
18		2	6	<b>29.1</b>	36.6	<b>7</b>	3
			8	290.5	<b>285.2</b>	4	<b>6</b>
	3	6	<b>324.4</b>	424.9	<b>7</b>	3	
		8	<b>1818.9</b>	1861.9	<b>6</b>	2	
	4	6	918.5	<b>815.9</b>	4	<b>5</b>	
		8	3099.4	<b>3072.7</b>	2	2	
	5	6	<b>3087.8</b>	3392.8	<b>3</b>	0	
		8	3600.0	3600.0	0	0	
	20	2	6	<b>64.0</b>	81.0	5	5
			8	<b>640.1</b>	643.3	<b>6</b>	4
3		6	<b>331.7</b>	356.2	5	5	
		8	2087.6	<b>1736.2</b>	<b>5</b>	4	
4		6	1637.5	<b>1580.2</b>	<b>6</b>	2	
		8	3344.0	<b>3340.1</b>	1	1	
5		6	<b>3463.5</b>	3589.3	<b>1</b>	0	
		8	3600.0	3600.0	0	0	

## 6 CONCLUSÕES

A presente dissertação teve por objetivo estudar um problema de dimensionamento de lotes em um cenário com máquinas paralelas, múltiplos itens e *setup* dependente da ordem de produção, considerando aspectos ambientais. Uma análise bibliométrica foi realizada, e nela foi observado que ainda existe uma lacuna nas pesquisas sobre dimensionamento de lotes considerando fatores ambientais, o que nos motivou a estudar este problema. Este problema possui aplicações importantes em diversas indústrias, como a indústria têxtil, cujo cenário foi utilizado no presente trabalho, especificamente nos processos de tingimento. A complexidade do problema reside no fato de que as empresas buscam uma produção viável que alcance o *trade-off* ideal entre “quanto” produzir e “quando” produzir, somado aos aspectos econômicos e ambientais, definindo a ordem de produção dos produtos.

Para lidar com essa complexidade, duas formulações foram propostas: uma formulação compacta e outra estendida. A formulação compacta considera restrições de MTZ, enquanto a formulação estendida proíbe a ocorrência de *subtours* incorporando cortes de restrições *lazy*. As formulações foram testadas em diferentes instâncias e se mostraram eficientes, sendo capazes de resolver problemas de pequena e média escala em tempo computacional aceitável.

Como trabalhos futuros, pode-se investigar o impacto da aplicação das formulações propostas em casos reais. Além disso, outros aspectos ambientais podem ser incorporados, tais como consumo de energia e resíduos de produção, o que pode fornecer uma visão mais abrangente das implicações ambientais das decisões de produção. O desenvolvimento de métodos heurísticos também pode ser explorado visando a resolução de problemas práticos de maior escala. Questões relacionadas a incertezas na demanda, nos tempos de *setup* e nos custos também podem ser investigadas para entender como pequenas variações nos parâmetros influenciam as decisões de produção. A incorporação de políticas de manutenção preventiva e substituição de máquinas, além do planejamento estratégico de capacidade, também pode ser investigada ao se considerar uma extensão do horizonte de planejamento para cenários de longo prazo.

## REFERÊNCIAS

- ABDELWAHAB, S. I. et al. Bibliometric mapping of solid lipid nanoparticles research (2012–2022) using vosviewer. **Medicine in Novel Technology and Devices**, Elsevier, v. 17, p. 100217, 2023.
- ABSI, N. et al. Lot sizing with carbon emission constraints. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 227, n. 1, p. 55–61, 2013.
- ABSI, N.; KEDAD-SIDHOUM, S.; DAUZÈRE-PÉRÈS, S. Uncapacitated lot-sizing problem with production time windows, early productions, backlogs and lost sales. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 49, n. 9, p. 2551–2566, 2011.
- ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 55, p. 141–152, 2015.
- AGGARWAL, A.; PARK, J. K. Improved algorithms for economic lot size problems. **Operations research**, INFORMS, v. 41, n. 3, p. 549–571, 1993.
- ALCÂNTARA, M. R.; DALTIM, D. A química do processamento têxtil. **Química nova**, v. 19, n. 3, p. 320–330, 1996.
- ALFIERI, A.; BRANDIMARTE, P.; D’ORAZIO, S. Lp-based heuristics for the capacitated lot-sizing problem: the interaction of model formulation and solution algorithm. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 40, n. 2, p. 441–458, 2002.
- ALIMIAN, M. et al. Solving a parallel-line capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup time/cost and preventive maintenance by a rolling horizon method. **Computers & Industrial Engineering**, v. 168, p. 108041, 2022.
- ALMADA-LOBO, B. et al. Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 45, n. 20, p. 4873–4894, 2007.
- ARAÚJO, S. A. D. et al. Period decompositions for the capacitated lot sizing problem with setup times. **INFORMS Journal on Computing**, Inform, v. 27, n. 3, p. 431–448, 2015.
- ARENALES, M. N. et al. **Pesquisa operacional**. [S.l.]: Elsevier, 2007.
- BOTELHO, M. H. C.; BIFANO, H. M. **Operação de caldeiras: gerenciamento, controle e manutenção**. [S.l.]: Editora Blucher, 2015.
- BRAHIMI, N. et al. Single-item dynamic lot-sizing problems: An updated survey. **European Journal of Operational Research**, v. 263, n. 3, p. 838–863, 2017. ISSN 0377-2217.
- BRAHIMI, N.; DAUZÈRE-PÉRÈS, S. A lagrangian heuristic for capacitated single item lot sizing problems. **4OR**, Springer, v. 13, p. 173–198, 2015.
- CHEN, W.-H.; THIZY, J.-M. Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem. **Annals of operations Research**, Springer, v. 26, n. 1-4, p. 29–72, 1990.

CHU, C. et al. A polynomial algorithm for a lot-sizing problem with backlogging, outsourcing and limited inventory. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 64, n. 1, p. 200–210, 2013.

CLARK, A. R.; CLARK, S. J. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 38, n. 10, p. 2287–2307, 2000.

COOK, W. J. et al. **The traveling salesman problem: a computational study**. [S.l.]: Princeton university press, 2011.

DONTHU, N. et al. How to conduct a bibliometric analysis: An overview and guidelines. **Journal of Business Research**, v. 133, p. 285–296, 2021. ISSN 0148-2963.

DORNELES, Á. P.; ARAÚJO, O. C. D.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 52, p. 29–38, 2014.

ECK, N. V.; WALTMAN, L. Software survey: Vosviewer, a computer program for bibliometric mapping. **scientometrics**, Akadémiai Kiadó, co-published with Springer Science+ Business Media BV . . . , v. 84, n. 2, p. 523–538, 2010.

ESRA, K. Stochastic lot sizing problem with carbon emission constraints. **Gazi University Journal of Science**, p. 1–1, 2021.

FCEM. **Conheça o mercado de confecções do Agreste pernambucano**. 2021. Disponível em: <<https://fcm.com.br/noticias/conheca-o-mercado-de-confeccoes-do-agreste-pernambucano/>>. Acesso em: 06 jun 2024.

FEBRATEX, M. **Máquinas de tingimento**. 2020. Disponível em: <<https://marketplace.febratex.com.br/>>. Acesso em: 13 jul 2024.

FIOROTTO, D. J.; ARAUJO, S. A. de. Reformulation and a lagrangian heuristic for lot sizing problem on parallel machines. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 217, p. 213–231, 2014.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lot-sizing and scheduling problem. **Operations-Research-Spektrum**, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997.

FREITAS, E. **Gigante no Agreste de PE: Polo de Confecções garante renda e emprego para mais de 24 mil pequenos empreendedores**. 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/pe/caruaru-regiao/noticia/2023/05/29/gigante-no-agreste-de-pe-polo-de-confeccoes-garante-renda-e-emprego-para-mais-de-24-mil-pequenos-e-gh.html>>. Acesso em: 13 jul 2024.

FUJITA, R. M. L.; JORENTE, M. J. A indústria têxtil no brasil: uma perspectiva histórica e cultural. **ModaPalavra e-periódico**, Universidade do Estado de Santa Catarina, n. 15, p. 153–174, 2015.

GALBRETH, M. R.; BLACKBURN, J. D. Optimal acquisition quantities in remanufacturing with condition uncertainty. **Production and Operations Management**, Wiley Online Library, v. 19, n. 1, p. 61–69, 2010.

- GIGLIO, D.; PAOLUCCI, M.; ROSHANI, A. Integrated lot sizing and energy-efficient job shop scheduling problem in manufacturing/remanufacturing systems. **Journal of cleaner production**, Elsevier, v. 148, p. 624–641, 2017.
- GOPALAKRISHNAN, M. et al. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. **Management science**, INFORMS, v. 47, n. 6, p. 851–863, 2001.
- GROUP, F. **Entenda a influência do polo têxtil no Agreste Pernambucano**. 2019. Disponível em: <<https://fcm.com.br/noticias/entenda-a-influencia-do-polo-textil-no-agreste-pernambucano/>>. Acesso em: 05 jun 2024.
- GUARATINI, C. C.; ZANONI, M. V. B. Corantes têxteis. **Química nova**, SciELO Brasil, v. 23, p. 71–78, 2000.
- GUIGNARD, M. Lagrangean relaxation. **Top**, v. 11, n. 2, p. 151–200, 2003.
- GUPTA, D.; MAGNUSSON, T. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 32, n. 4, p. 727–747, 2005.
- HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 66, n. 2, p. 159–169, 2000.
- HAJEJ, Z.; REZG, N. An optimal integrated lot sizing and maintenance strategy for multi-machines system with energy consumption. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 58, n. 14, p. 4450–4470, 2020.
- HARRIS, F. W. How many parts to make at once. *The magazine of management*, 1913.
- HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010.
- HELMRICH, M. J. R. et al. Economic lot-sizing with remanufacturing: complexity and efficient formulations. **IIE Transactions**, Taylor & Francis, v. 46, n. 1, p. 67–86, 2014.
- HELMRICH, M. J. R. et al. The economic lot-sizing problem with an emission capacity constraint. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 241, n. 1, p. 50–62, 2015.
- JONCOUR, C. et al. Generalized relax-and-fix heuristic. **Computers & Operations Research**, v. 149, p. 106038, 2023.
- KARIMI, B.; GHOMI, S. F.; WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega**, Elsevier, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003.
- KOCA, E.; KOKSALAN, G. I. Capacitated lot sizing problem with periodic carbon emission constraints and multiple resources. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, p. 1–13, 2023.
- KON, A.; COAN, D. C. Transformações da indústria têxtil brasileira: a transição para a modernização. **Revista de economia Mackenzie**, v. 3, n. 3, 2005.

- KONSTANTARAS, I.; SKOURI, K.; JABER, M. Y. Lot sizing for a recoverable product with inspection and sorting. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 58, n. 3, p. 452–462, 2010.
- LANG, J. C.; SHEN, Z.-J. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 214, n. 3, p. 595–605, 2011.
- LEE, Y.; LEE, K. Valid inequalities and extended formulations for lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setups. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 310, n. 1, p. 201–216, 2023.
- LEMARÉCHAL, C. Lagrangian relaxation. **Computational combinatorial optimization: optimal or provably near-optimal solutions**, Springer, p. 112–156, 2001.
- LEUNG, J. M.; MAGNANTI, T. L.; VACHANI, R. Facets and algorithms for capacitated lot sizing. **Mathematical programming**, Springer, v. 45, p. 331–359, 1989.
- LI, X. et al. A robust block-chain based tabu search algorithm for the dynamic lot sizing problem with product returns and remanufacturing. **Omega**, Elsevier, v. 42, n. 1, p. 75–87, 2014.
- LI, X.; LI, Y. Chain-to-chain competition on product sustainability. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier, v. 112, p. 2058–2065, 2016.
- LI, Y.; CHEN, J.; CAI, X. Heuristic genetic algorithm for capacitated production planning problems with batch processing and remanufacturing. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 105, n. 2, p. 301–317, 2007.
- MACEDO, P. B. et al. Hybrid manufacturing and remanufacturing lot-sizing problem with stochastic demand, return, and setup costs. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, Springer, v. 82, p. 1241–1257, 2016.
- MANNE, A. S. Programming of economic lot sizes. **Management science**, INFORMS, v. 4, n. 2, p. 115–135, 1958.
- MASMOUDI, O. et al. Lot-sizing in a multi-stage flow line production system with energy consideration. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 55, n. 6, p. 1640–1663, 2017.
- MICHAEL, P. **Scheduling. Theory, Algorithms and systems**. [S.l.]: Springer International Publishing, 2016.
- MITCHELL, J. E. Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problems. **Handbook of applied optimization**, Oxford, UK, v. 1, n. 1, p. 65–77, 2002.
- NAEEM, M. A. et al. Production planning optimization for manufacturing and remanufacturing system in stochastic environment. **Journal of Intelligent Manufacturing**, Springer, v. 24, p. 717–728, 2013.
- PADBERG, M.; RINALDI, G. An efficient algorithm for the minimum capacity cut problem. **Mathematical Programming**, Springer, v. 47, n. 1, p. 19–36, 1990.

- PAN, Z.; TANG, J.; LIU, O. Capacitated dynamic lot sizing problems in closed-loop supply chain. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 198, n. 3, p. 810–821, 2009.
- PINEYRO, P.; VIERA, O. The economic lot-sizing problem with remanufacturing and one-way substitution. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 124, n. 2, p. 482–488, 2010.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering)**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- QIAO, A.; CHOI, S.; WANG, X. Lot size optimisation in two-stage manufacturer-supplier production under carbon management constraints. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier, v. 224, p. 523–535, 2019.
- RAPINE, C.; GOISQUE, G.; AKBALIK, A. Energy-aware lot sizing problem: Complexity analysis and exact algorithms. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 203, p. 254–263, 2018.
- RICHTER, K.; WEBER, J. The reverse wagner/whitin model with variable manufacturing and remanufacturing cost. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 71, n. 1-3, p. 447–456, 2001.
- RIUS-SOROLLA, G. et al. Lagrangian relaxation of the generic materials and operations planning model. **Central European Journal of Operations Research**, Springer, v. 28, n. 1, p. 105–123, 2020.
- RODOPLU, M.; ARBAOUI, T.; YALAOUI, A. Single item lot sizing problem under renewable energy uncertainty. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 52, n. 13, p. 18–23, 2019.
- ROSHANI, A. et al. The capacitated lot-sizing and energy efficient single machine scheduling problem with sequence dependent setup times and costs in a closed-loop supply chain network. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 321, n. 1-2, p. 469–505, 2023.
- SCHULZ, T. A new silver–meal based heuristic for the single-item dynamic lot sizing problem with returns and remanufacturing. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 49, n. 9, p. 2519–2533, 2011.
- SOUSA, R. **Sustentabilidade; Brasil Escola**. 2021. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/educacao/sustentabilidade.htm>>. Acesso em: 11 jul 2024.
- SU, T.-S. Fuzzy multi-objective recoverable remanufacturing planning decisions involving multiple components and multiple machines. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 72, p. 72–83, 2014.
- SUZANNE, E.; ABSI, N.; BORODIN, V. Towards circular economy in production planning: Challenges and opportunities. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 287, n. 1, p. 168–190, 2020.
- TOLEDO, C. F. M. et al. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. **Journal of heuristics**, Springer, v. 21, p. 687–717, 2015.
- TOLEDO, F. M. B. de. **Dimensionamento de lotes em máquinas paralelas**. Tese (Doutorado) — [sn], 1998.

TONIOLLO, M.; ZANCAN, N. P.; WÜST, C. Indústria têxtil: sustentabilidade, impactos e minimização. In: **VI Congresso Brasileiro de Gestão Ambiental**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 23–26.

TUBINO, D. F. **Planejamento e controle da produção: teoria e prática**. [S.l.]: Editora Atlas SA, 2009.

WAGELMANS, A.; HOESEL, S. V.; KOLEN, A. Economic lot sizing: An  $O(n \log n)$  algorithm that runs in linear time in the wagner-whitin case. **Operations Research, INFORMS**, v. 40, n. 1-supplement-1, p. S145–S156, 1992.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. **Management science, INFORMS**, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958.

WILHELM, W. E. A technical review of column generation in integer programming. **Optimization and Engineering**, Springer, v. 2, p. 159–200, 2001.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.

WU, T. et al. The green capacitated multi-item lot sizing problem with parallel machines. **Computers & Operations Research**, v. 98, p. 149–164, 2018. ISSN 0305-0548.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. **IIE transactions**, Taylor & Francis, v. 38, n. 11, p. 987–1007, 2006.

ZOUADI, T.; YALAOUI, A.; REGHIOUI, M. Hybrid manufacturing/remanufacturing lot-sizing and supplier selection with returns, under carbon emission constraint. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 56, n. 3, p. 1233–1248, 2018.

ZOUADI, T. et al. Lot-sizing for production planning in a recovery system with returns. **RAIRO-Operations Research**, EDP Sciences, v. 49, n. 1, p. 123–142, 2015.

## A APÊNDICE

Tabela 7 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12$ ,  $nm = 2$  e  $np = 6$ 

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T6M2-instance0	12	2	6	2,8	<b>1,97</b>	870576.1
J12T6M2-instance1	12	2	6	8,51	<b>7,47</b>	924768.9
J12T6M2-instance2	12	2	6	16,01	<b>10,88</b>	1147590.9
J12T6M2-instance3	12	2	6	8,12	<b>5,56</b>	795966.3
J12T6M2-instance4	12	2	6	<b>2,45</b>	4,6	1281787.1
J12T6M2-instance5	12	2	6	5,35	<b>2,81</b>	1276493.0
J12T6M2-instance6	12	2	6	13,45	<b>10,72</b>	811744.8
J12T6M2-instance7	12	2	6	8,12	<b>6,85</b>	1148900.5
J12T6M2-instance8	12	2	6	26,00	<b>9,23</b>	1271596.7
J12T6M2-instance9	12	2	6	<b>8,55</b>	9,34	705960.0
<b>Total</b>				2	8	

Tabela 8 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12$ ,  $nm = 2$  e  $np = 8$ 

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T8M2-instance0	12	2	8	<b>37.66</b>	45.87	1154520.2
J12T8M2-instance1	12	2	8	50.31	<b>32.23</b>	624695.6
J12T8M2-instance2	12	2	8	41.95	<b>12.24</b>	906444.0
J12T8M2-instance3	12	2	8	26.34	<b>20.79</b>	728381.6
J12T8M2-instance4	12	2	8	50.63	<b>23.25</b>	2130710.4
J12T8M2-instance5	12	2	8	8.72	<b>6.46</b>	1723816.9
J12T8M2-instance6	12	2	8	271.2	<b>215.93</b>	834008.1
J12T8M2-instance7	12	2	8	15.08	<b>12.36</b>	896444.8
J12T8M2-instance8	12	2	8	34.16	<b>29.37</b>	798169.8
J12T8M2-instance9	12	2	8	42.28	<b>16.92</b>	869262.7
<b>Total</b>				1	9	

Tabela 9 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12$ ,  $nm = 3$  e  $np = 6$

Instância	$n$	$m$	$p$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T6M3-instance0	12	3	6	53.82	<b>27.41</b>	432441.8
J12T6M3-instance1	12	3	6	10.78	<b>10.33</b>	623577.7
J12T6M3-instance2	12	3	6	<b>50.15</b>	53.5	756780.2
J12T6M3-instance3	12	3	6	19.36	<b>17.36</b>	484703.5
J12T6M3-instance4	12	3	6	9.26	<b>11.15</b>	813883.6
J12T6M3-instance5	12	3	6	<b>33.12</b>	34.11	859412.1
J12T6M3-instance6	12	3	6	5.12	<b>4.11</b>	1029441.0
J12T6M3-instance7	12	3	6	29.53	<b>17.69</b>	860865.7
J12T6M3-instance8	12	3	6	86.6	<b>38.17</b>	776027.2
J12T6M3-instance9	12	3	6	97.68	<b>90.21</b>	611647.2
<b>Total</b>				2	8	

Tabela 10 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12$ ,  $nm = 3$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T8M3-instance0	12	3	8	521.28	<b>506.06</b>	819808.8
J12T8M3-instance1	12	3	8	588.38	<b>260.92</b>	776846.9
J12T8M3-instance10	12	3	8	144.2	<b>103.91</b>	895402.6
J12T8M3-instance2	12	3	8	375.42	<b>310.49</b>	907392.5
J12T8M3-instance3	12	3	8	854.09	<b>558.5</b>	661404.2
J12T8M3-instance4	12	3	8	263.57	<b>55.21</b>	1097748.4
J12T8M3-instance5	12	3	8	<b>228.8</b>	289.63	639005.7
J12T8M3-instance7	12	3	8	458.28	<b>254.31</b>	965866.7
J12T8M3-instance8	12	3	8	274.04	<b>272.22</b>	672333.3
J12T8M3-instance9	12	3	8	1795.53	<b>1221.88</b>	567817.0
<b>Total</b>				1	9	

Tabela 11 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12$ ,  $nm = 4$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T6M4-instance0	12	4	6	<b>86.99</b>	101.12	490485.3
J12T6M4-instance1	12	4	6	93.33	<b>69.42</b>	1116959.4
J12T6M4-instance10	12	4	6	441.22	<b>222.4</b>	1367211.8
J12T6M4-instance2	12	4	6	26.21	<b>24.8</b>	788088.3
J12T6M4-instance3	12	4	6	96.66	<b>35.93</b>	785069.5
J12T6M4-instance4	12	4	6	<b>20.72</b>	27.19	979673.1
J12T6M4-instance5	12	4	6	53.99	<b>52.82</b>	549165.9
J12T6M4-instance7	12	4	6	<b>407.41</b>	807.87	923229.7
J12T6M4-instance8	12	4	6	<b>506.43</b>	878.57	865714.6
J12T6M4-instance9	12	4	6	57.89	<b>31.19</b>	1103130.7
<b>Total</b>				4	7	

Tabela 12 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 12, nm = 4$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T8M4-instance0	12	4	8	1661.71	<b>1368.58</b>	854063.8
J12T8M4-instance1	12	4	8	3600.02	3600.01	739541.8*
J12T8M4-instance10	12	4	8	2020.27	<b>1792.52</b>	1178873.8
J12T8M4-instance2	12	4	8	1029.09	<b>764.04</b>	897101.0
J12T8M4-instance3	12	4	8	3600.02	3600.01	840939.4*
J12T8M4-instance5	12	4	8	3600.01	3600.01	1084505.8*
J12T8M4-instance6	12	4	8	3600.01	<b>1079.39</b>	1138909.2*
J12T8M4-instance7	12	4	8	<b>349.18</b>	365.93	1020521.4
J12T8M4-instance8	12	4	8	3600.01	3600	1209370.7*
J12T8M4-instance9	12	4	8	3600.02	3600.02	1098777.9*
<b>Total</b>				1	4	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 13 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 12, nm = 5$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T6M5-instance0	12	5	6	<b>140.44</b>	184.83	1074612.3
J12T6M5-instance1	12	5	6	3600.01	3600.01	883867.5*
J12T6M5-instance10	12	5	6	542.98	<b>291.8</b>	769449.4
J12T6M5-instance2	12	5	6	229.06	<b>195.58</b>	799865.9
J12T6M5-instance4	12	5	6	3600.01	3600.01	735827.2*
J12T6M5-instance5	12	5	6	<b>999.93</b>	3600.01	700235.4
J12T6M5-instance6	12	5	6	2254.81	<b>1797.66</b>	1265193.4
J12T6M5-instance7	12	5	6	2546.81	<b>1050.59</b>	1163134.8
J12T6M5-instance8	12	5	6	662.26	<b>518.6</b>	1011412.8
J12T6M5-instance9	12	5	6	82.44	<b>66.91</b>	904845.8
<b>Total</b>				2	6	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 14 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 12, nm = 5$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J12T8M5-instance0	12	5	8	3600.01	3600	794087.6*
J12T8M5-instance1	12	5	8	3600.02	3600.01	623731.0*
J12T8M5-instance2	12	5	8	3600.03	3600	1638242.9*
J12T8M5-instance3	12	5	8	3600.01	3600	1093027.6*
J12T8M5-instance4	12	5	8	3600.02	3600	740344.6*
J12T8M5-instance5	12	5	8	3600	3600.01	1480609.2*
J12T8M5-instance6	12	5	8	3600	3600.01	1453286.0*
J12T8M5-instance7	12	5	8	3600.02	3600	923969.8*
J12T8M5-instance8	12	5	8	3600	3600.01	1341352.2*
J12T8M5-instance9	12	5	8	3600.02	3600	1364695.2*
<b>Total</b>				<b>0</b>	<b>0</b>	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 15 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 2$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T6M2-instance0	15	2	6	27.74	<b>18.47</b>	1059039.8
J15T6M2-instance1	15	2	6	<b>25.57</b>	30.24	1074022.6
J15T6M2-instance2	15	2	6	14.62	<b>9.75</b>	1197873.9
J15T6M2-instance3	15	2	6	10.46	<b>3.85</b>	1169126.3
J15T6M2-instance4	15	2	6	14.56	<b>13.19</b>	1024347.5
J15T6M2-instance5	15	2	6	9.38	<b>7.93</b>	1190083.6
J15T6M2-instance6	15	2	6	76.54	<b>34.06</b>	1161299.2
J15T6M2-instance7	15	2	6	<b>7.06</b>	11.53	1086176.4
J15T6M2-instance8	15	2	6	26.81	<b>18.78</b>	1956916.1
J15T6M2-instance9	15	2	6	19.95	<b>15.51</b>	972118.3
<b>Total</b>				<b>2</b>	<b>8</b>	

Tabela 16 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 2$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T8M2-instance0	15	2	8	63.56	<b>55.15</b>	1244109.7
J15T8M2-instance1	15	2	8	<b>67.1</b>	67.42	1265081.3
J15T8M2-instance10	15	2	8	<b>103.47</b>	117.04	1239011.2
J15T8M2-instance2	15	2	8	105.64	<b>71.95</b>	1200063.9
J15T8M2-instance3	15	2	8	131.51	<b>66.5</b>	736811.0
J15T8M2-instance4	15	2	8	43.82	<b>24.27</b>	1407766.1
J15T8M2-instance6	15	2	8	<b>241.15</b>	338.08	1106407.9
J15T8M2-instance7	15	2	8	93.15	<b>63.87</b>	1250513.1
J15T8M2-instance8	15	2	8	<b>1714.85</b>	2484.43	1028741.6
J15T8M2-instance9	15	2	8	69.45	<b>37.92</b>	888726.1
<b>Total</b>				4	6	

Tabela 17 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 3$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T6M3-instance0	15	3	6	70.38	<b>41.83</b>	524717.0
J15T6M3-instance1	15	3	6	22.9	<b>21.31</b>	829424.3
J15T6M3-instance2	15	3	6	68.1	<b>49.37</b>	792836.9
J15T6M3-instance3	15	3	6	150.42	<b>112.3</b>	944548.4
J15T6M3-instance4	15	3	6	28.03	<b>25.44</b>	1163513.9
J15T6M3-instance5	15	3	6	31.18	<b>25.4</b>	947145.3
J15T6M3-instance6	15	3	6	21.12	<b>14.53</b>	1192964.1
J15T6M3-instance7	15	3	6	94.01	<b>76.03</b>	1134718.0
J15T6M3-instance8	15	3	6	74.88	<b>58.89</b>	1287920.5
J15T6M3-instance9	15	3	6	114.24	<b>109.16</b>	587685.3
<b>Total</b>				0	10	

Tabela 18 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 3$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T8M3-instance0	15	3	8	465.06	<b>375.74</b>	628719.9
J15T8M3-instance1	15	3	8	597.52	<b>342.45</b>	1212280.1
J15T8M3-instance2	15	3	8	<b>1119.4</b>	2007.45	514688.9
J15T8M3-instance3	15	3	8	2125.82	<b>1831.3</b>	873988.2
J15T8M3-instance4	15	3	8	<b>139.89</b>	208.84	1358969.0
J15T8M3-instance5	15	3	8	353.97	<b>333.5</b>	1016192.5
J15T8M3-instance6	15	3	8	220.28	<b>161.27</b>	1436715.9
J15T8M3-instance7	15	3	8	172.64	<b>133.21</b>	1227062.0
J15T8M3-instance8	15	3	8	168.08	<b>118.59</b>	1215353.6
J15T8M3-instance9	15	3	8	416.05	<b>330.54</b>	781453.1
<b>Total</b>				2	8	

Tabela 19 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 4$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T6M4-instance0	15	4	6	245.88	<b>189.42</b>	1018151.4
J15T6M4-instance1	15	4	6	<b>1172.19</b>	1218.29	1011558.9
J15T6M4-instance2	15	4	6	286.61	<b>169.73</b>	1333892.6
J15T6M4-instance3	15	4	6	311.37	<b>297.52</b>	1142622.5
J15T6M4-instance4	15	4	6	513.04	<b>396.19</b>	1387517.3
J15T6M4-instance5	15	4	6	<b>1323.2</b>	2157.31	927413.0
J15T6M4-instance6	15	4	6	102.85	<b>62.2</b>	927972.0
J15T6M4-instance7	15	4	6	222.88	<b>144.52</b>	773196.5
J15T6M4-instance8	15	4	6	<b>698.99</b>	894.82	683212.9
J15T6M4-instance9	15	4	6	887.5	<b>388.49</b>	1068264.5
<b>Total</b>				2	8	

Tabela 20 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 15, nm = 4$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T8M4-instance0	15	4	8	<b>2943.89</b>	3600.01	1612099.1
J15T8M4-instance1	15	4	8	3600.02	3600.01	1170971.7*
J15T8M4-instance2	15	4	8	3600.01	<b>2845.02</b>	976070.2*
J15T8M4-instance3	15	4	8	3600.01	3600.01	994407.5*
J15T8M4-instance4	15	4	8	3600.02	3600.01	692638.7*
J15T8M4-instance5	15	4	8	3600	3600.01	1198204.8*
J15T8M4-instance6	15	4	8	<b>790.46</b>	1056.9	1367319.6
J15T8M4-instance7	15	4	8	3600.01	<b>3384.58</b>	873980.9*
J15T8M4-instance8	15	4	8	<b>3364.32</b>	3600.01	958839.6
J15T8M4-instance9	15	4	8	755.32	<b>616.76</b>	1140488.5
<b>Total</b>				3	3	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 21 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 15, nm = 5$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T6M5-instance0	15	5	6	<b>1147.43</b>	2765.41	1070348.8
J15T6M5-instance1	15	5	6	3600.03	<b>2681.75</b>	1169203.9*
J15T6M5-instance2	15	5	6	3600.02	3600	786780.1*
J15T6M5-instance3	15	5	6	1334.9	<b>1039.22</b>	1071880.6
J15T6M5-instance4	15	5	6	939.96	<b>668.11</b>	805992.0
J15T6M5-instance5	15	5	6	<b>298.94</b>	326.86	603895.7
J15T6M5-instance6	15	5	6	3600.01	3600.01	927654.3*
J15T6M5-instance7	15	5	6	<b>2389.82</b>	3271.37	942216.8
J15T6M5-instance8	15	5	6	3600.02	3600	1147834.2*
J15T6M5-instance9	15	5	6	1973.85	<b>1164.91</b>	936516.5
<b>Total</b>				3	4	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 22 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 15, nm = 5$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J15T8M5-instance0	15	5	8	3600.01	3600.01	938308.6*
J15T8M5-instance1	15	5	8	3600.02	3600	1072028.5*
J15T8M5-instance2	15	5	8	3600.01	3600.01	1003386.1*
J15T8M5-instance3	15	5	8	3600.02	3600.01	849194.2*
J15T8M5-instance4	15	5	8	3600.02	3600.01	1538660.2*
J15T8M5-instance5	15	5	8	3600.03	3600.01	1068316.8*
J15T8M5-instance6	15	5	8	3600.02	3600.01	1232275.0*
J15T8M5-instance7	15	5	8	3600.02	3600.01	1489670.6*
J15T8M5-instance8	15	5	8	3600.01	3600.01	1257968.4*
J15T8M5-instance9	15	5	8	3600.02	<b>2479.18</b>	1121010.3*
<b>Total</b>				0	1	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 23 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 18, nm = 2$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T6M2-instance0	18	2	6	19.77	<b>16.76</b>	1211996.3
J18T6M2-instance1	18	2	6	61.52	<b>37.06</b>	1287803.9
J18T6M2-instance2	18	2	6	27.28	<b>20.11</b>	1557897.2
J18T6M2-instance3	18	2	6	39.2	<b>28.01</b>	1762605.5
J18T6M2-instance4	18	2	6	<b>13.97</b>	17.83	1317579.2
J18T6M2-instance5	18	2	6	4.11	<b>3.09</b>	1791063.2
J18T6M2-instance6	18	2	6	<b>23.89</b>	31.97	1365829.9
J18T6M2-instance7	18	2	6	<b>24.15</b>	31.51	1399147.8
J18T6M2-instance8	18	2	6	93.82	<b>57.7</b>	1167215.4
J18T6M2-instance9	18	2	6	58.25	<b>47.25</b>	1271887.1
<b>Total</b>				3	7	

Tabela 24 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 18, nm = 2$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T8M2-instance0	18	2	8	<b>185.61</b>	252.39	1158714.0
J18T8M2-instance1	18	2	8	<b>506.4</b>	580.18	1300021.3
J18T8M2-instance2	18	2	8	377.93	<b>222.83</b>	1861364.6
J18T8M2-instance3	18	2	8	<b>368.81</b>	466.2	2169141.0
J18T8M2-instance4	18	2	8	<b>111.18</b>	155.41	1505121.2
J18T8M2-instance5	18	2	8	49.79	<b>29.67</b>	1838142.0
J18T8M2-instance6	18	2	8	320.73	<b>204.71</b>	1727413.1
J18T8M2-instance7	18	2	8	139.72	<b>109.44</b>	1724905.8
J18T8M2-instance8	18	2	8	<b>439.85</b>	491.1	1220932.8
J18T8M2-instance9	18	2	8	<b>351.6</b>	392.79	1557490.5
<b>Total</b>				6	4	

Tabela 25 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 18, nm = 3$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T6M3-instance0	18	3	6	<b>407.34</b>	628.42	787669.5
J18T6M3-instance1	18	3	6	<b>31.49</b>	37.12	1199401.6
J18T6M3-instance2	18	3	6	<b>90.71</b>	129.14	902802.7
J18T6M3-instance3	18	3	6	72.7	<b>52.3</b>	882185.0
J18T6M3-instance4	18	3	6	671.33	<b>494.08</b>	918576.4
J18T6M3-instance5	18	3	6	638.92	<b>425.38</b>	885949.7
J18T6M3-instance6	18	3	6	152.95	<b>92.87</b>	1067223.0
J18T6M3-instance7	18	3	6	1968.79	<b>1215.52</b>	938944.1
J18T6M3-instance8	18	3	6	118.74	<b>113.13</b>	1149966.0
J18T6M3-instance9	18	3	6	95.87	<b>56.03</b>	729149.0
<b>Total</b>				3	7	

Tabela 26 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 18, nm = 3$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T8M3-instance0	18	3	8	3600.02	3600	949363.5*
J18T8M3-instance1	18	3	8	1523.71	<b>1160.67</b>	1272325.1
J18T8M3-instance2	18	3	8	<b>1935.16</b>	2539.18	1186185.7
J18T8M3-instance3	18	3	8	3600.03	<b>2239.55</b>	1108122.0*
J18T8M3-instance4	18	3	8	232.81	<b>173.9</b>	874569.5
J18T8M3-instance5	18	3	8	217.29	<b>82.53</b>	1207867.4
J18T8M3-instance6	18	3	8	1273.68	<b>977.09</b>	1215315.2
J18T8M3-instance7	18	3	8	<b>2155.94</b>	3516.33	1013009.0
J18T8M3-instance8	18	3	8	480.33	<b>299.97</b>	1242493.8
J18T8M3-instance9	18	3	8	3600.03	3600.01	1282855.3*
<b>Total</b>				2	6	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 27 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 18, nm = 4$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T6M4-instance0	18	4	6	349.96	<b>348.12</b>	1119999.4
J18T6M4-instance1	18	4	6	<b>1794.63</b>	2436.95	1386029.5
J18T6M4-instance10	18	4	6	220.53	<b>216.32</b>	1126510.0
J18T6M4-instance2	18	4	6	<b>98.83</b>	110.84	1056215.4
J18T6M4-instance3	18	4	6	<b>1308.24</b>	1563.46	1318535.2
J18T6M4-instance5	18	4	6	<b>207.64</b>	240.2	1482041.6
J18T6M4-instance6	18	4	6	191.52	<b>144.98</b>	1611465.9
J18T6M4-instance7	18	4	6	<b>182.79</b>	353.71	1158948.0
J18T6M4-instance8	18	4	6	204.61	<b>169.95</b>	977098.4
J18T6M4-instance9	18	4	6	3600.01	3600.01	1069712.6*
<b>Total</b>				5	4	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 28 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 18, nm = 4$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T8M4-instance0	18	4	8	<b>2653.96</b>	2654.55	1351570.5
J18T8M4-instance1	18	4	8	3600.02	3600.01	1393015.3*
J18T8M4-instance2	18	4	8	956.63	<b>715.77</b>	1607062.5
J18T8M4-instance3	18	4	8	3600.02	3600.01	1116013.2*
J18T8M4-instance4	18	4	8	3109.76	<b>2423.8</b>	1693402.7
J18T8M4-instance5	18	4	8	3600.02	3600.01	992444.1*
J18T8M4-instance6	18	4	8	<b>2406.25</b>	3600.01	1623532.8
J18T8M4-instance7	18	4	8	3600.02	3600	1158918.9*
J18T8M4-instance8	18	4	8	3600.02	3600.01	913515.9*
J18T8M4-instance9	18	4	8	3600.03	3600.01	1192511.2*
<b>Total</b>				2	2	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 29 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 18, nm = 5$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T6M5-instance0	18	5	6	3600.02	3600.01	847591.2*
J18T6M5-instance1	18	5	6	3600.05	3600	907830.2*
J18T6M5-instance2	18	5	6	3165.93	<b>1559.77</b>	626911.7
J18T6M5-instance3	18	5	6	3600	3600.01	839713.8*
J18T6M5-instance4	18	5	6	3600.04	3600.01	807840.4*
J18T6M5-instance5	18	5	6	1962.2	<b>579.23</b>	1072195.9
J18T6M5-instance6	18	5	6	3600.02	3600	865929.6*
J18T6M5-instance7	18	5	6	3600.04	3600.01	903811.1*
J18T6M5-instance8	18	5	6	3600.03	3600.01	1576919.1*
J18T6M5-instance9	18	5	6	3600.03	<b>3539.32</b>	785515.3*
<b>Total</b>				0	3	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 30 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 18, nm = 5$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J18T8M5-instance0	18	5	8	3600.02	3600.01	1088204.4*
J18T8M5-instance1	18	5	8	3600.01	3600.01	931094.3*
J18T8M5-instance2	18	5	8	3600.01	3600	874586.5*
J18T8M5-instance3	18	5	8	3600.02	3600.01	1001429.6*
J18T8M5-instance4	18	5	8	3600	3600.01	1168029.4*
J18T8M5-instance5	18	5	8	3600.04	3600.01	1370032.2*
J18T8M5-instance6	18	5	8	3600.01	3600	972874.4*
J18T8M5-instance7	18	5	8	3600	3600	884543.8*
J18T8M5-instance8	18	5	8	3600.03	3600.01	1206383.2*
J18T8M5-instance9	18	5	8	3600.03	3600.01	979095.0*
<b>Total</b>				<b>0</b>	<b>0</b>	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 31 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 2$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T6M2-instance0	20	2	6	<b>141.85</b>	147.26	1111396.6
J20T6M2-instance1	20	2	6	56.06	<b>19.08</b>	1679038.1
J20T6M2-instance2	20	2	6	<b>37.36</b>	37.97	1538476.2
J20T6M2-instance3	20	2	6	151.95	<b>116.17</b>	1334617.3
J20T6M2-instance4	20	2	6	42.93	<b>34.37</b>	2095648.2
J20T6M2-instance5	20	2	6	<b>32.67</b>	52.87	1302890.3
J20T6M2-instance6	20	2	6	211.29	<b>90.3</b>	1733847.0
J20T6M2-instance7	20	2	6	<b>30.47</b>	51.81	1936595.0
J20T6M2-instance8	20	2	6	75.13	<b>56.65</b>	1449713.8
J20T6M2-instance9	20	2	6	<b>30.56</b>	33.56	2032273.7
<b>Total</b>				<b>5</b>	<b>5</b>	

Tabela 32 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 20, nm = 2$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T8M2-instance0	20	2	8	3464.07	<b>3008.76</b>	1292609.0
J20T8M2-instance1	20	2	8	308.34	<b>225.83</b>	1725811.5
J20T8M2-instance2	20	2	8	217.16	<b>167.93</b>	1076995.0
J20T8M2-instance3	20	2	8	99.57	<b>71.85</b>	1200604.9
J20T8M2-instance4	20	2	8	757.79	<b>547.73</b>	1212921.1
J20T8M2-instance5	20	2	8	184.11	<b>107.46</b>	1896448.9
J20T8M2-instance6	20	2	8	<b>476.69</b>	704.8	1708435.5
J20T8M2-instance7	20	2	8	<b>33.22</b>	33.45	1892169.3
J20T8M2-instance8	20	2	8	<b>371.8</b>	960.8	1531160.4
J20T8M2-instance9	20	2	8	<b>520.56</b>	572.25	1512812.8
<b>Total</b>				4	6	

Tabela 33 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  $ni = 20, nm = 3$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T6M3-instance0	20	3	6	<b>541.37</b>	544.14	1122750.2
J20T6M3-instance1	20	3	6	401.21	<b>271.3</b>	1099622.5
J20T6M3-instance2	20	3	6	708.81	<b>567.36</b>	984863.6
J20T6M3-instance3	20	3	6	333.28	<b>326.1</b>	986540.1
J20T6M3-instance4	20	3	6	<b>146.58</b>	149.11	748896.1
J20T6M3-instance5	20	3	6	<b>101.67</b>	157.5	1039362.6
J20T6M3-instance6	20	3	6	65.69	<b>57.3</b>	1349110.1
J20T6M3-instance7	20	3	6	<b>177.43</b>	225.44	987089.1
J20T6M3-instance8	20	3	6	1004.19	<b>863.8</b>	706729.3
J20T6M3-instance9	20	3	6	<b>81.78</b>	154.96	932942.5
<b>Total</b>				5	5	

Tabela 34 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 3$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T8M3-instance0	20	3	8	<b>1792.9</b>	2583.06	1033363.0
J20T8M3-instance1	20	3	8	<b>720.09</b>	3384.79	866664.3
J20T8M3-instance2	20	3	8	479.25	<b>454.67</b>	827924.8
J20T8M3-instance3	20	3	8	1932.3	<b>1615.88</b>	1104646.8
J20T8M3-instance4	20	3	8	850.5	<b>679.07</b>	1605134.6
J20T8M3-instance5	20	3	8	<b>2251.18</b>	2704.56	1459624.9
J20T8M3-instance6	20	3	8	<b>2252.34</b>	3600.01	1166585.6
J20T8M3-instance7	20	3	8	1858.41	<b>1173.43</b>	906003.3
J20T8M3-instance8	20	3	8	3600.03	3600.01	1055792.0*
J20T8M3-instance9	20	3	8	1625.28	<b>1080.4</b>	900149.7
<b>Total</b>				4	5	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 35 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 4$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T6M4-instance0	20	4	6	654.38	<b>534.4</b>	1118980.9
J20T6M4-instance1	20	4	6	<b>841.23</b>	1064.91	1471903.8
J20T6M4-instance2	20	4	6	<b>1162.64</b>	2484.32	1532432.4
J20T6M4-instance3	20	4	6	3600.02	3600.01	1802907.3*
J20T6M4-instance4	20	4	6	371.79	<b>324.4</b>	1328724.0
J20T6M4-instance5	20	4	6	3600.03	3600	987190.4*
J20T6M4-instance6	20	4	6	481.62	<b>361.96</b>	1736983.4
J20T6M4-instance7	20	4	6	1131.25	<b>814.44</b>	989660.5
J20T6M4-instance8	20	4	6	3600.03	<b>3355.91</b>	1209953.3*
J20T6M4-instance9	20	4	6	359.5	<b>234.23</b>	1227617.6
<b>Total</b>				2	6	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 36 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 4$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T8M4-instance0	20	4	8	3600.02	3600.01	1433427.8*
J20T8M4-instance1	20	4	8	3600.02	3600.01	2319421.7*
J20T8M4-instance2	20	4	8	3600.03	3600.01	1113122.4*
J20T8M4-instance3	20	4	8	3600.02	3600.01	1566347.2*
J20T8M4-instance4	20	4	8	<b>3255.55</b>	3600.01	1499764.9
J20T8M4-instance5	20	4	8	3600.02	3600.01	1507870.0*
J20T8M4-instance6	20	4	8	1345.24	<b>1040.38</b>	1562135.3
J20T8M4-instance7	20	4	8	3600.02	3600.02	1075255.9*
J20T8M4-instance8	20	4	8	3600.04	3600.02	1548305.4*
J20T8M4-instance9	20	4	8	3600.02	3600.01	1174591.6*
<b>Total</b>				<b>1</b>	<b>1</b>	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 37 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 5$  e  $np = 6$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T6M5-instance0	20	5	6	3600.03	3600.01	1060920.2*
J20T6M5-instance1	20	5	6	3600.02	3600.01	1050920.5*
J20T6M5-instance2	20	5	6	3600.03	3600	1144514.5*
J20T6M5-instance3	20	5	6	3600.02	3600.01	1132690.5*
J20T6M5-instance4	20	5	6	3600.04	3600.01	1225921.7*
J20T6M5-instance5	20	5	6	3600.04	3600	1088750.0*
J20T6M5-instance6	20	5	6	3600.02	3600.02	887765.0*
J20T6M5-instance7	20	5	6	3600.03	3600.01	1212458.3*
J20T6M5-instance8	20	5	6	3600.02	3600.01	1503113.2*
J20T6M5-instance9	20	5	6	3492.75	<b>2234.79</b>	656147.9
<b>Total</b>				<b>0</b>	<b>1</b>	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s

Tabela 38 – Comparação de desempenho computacional dos modelos ao resolver instâncias  
 $ni = 20, nm = 5$  e  $np = 8$

Instância	$ni$	$nm$	$np$	CPU		Objetivo
				MTZ	DFJ	
J20T8M5-instance0	20	5	8	3600.01	3600	1011975.2*
J20T8M5-instance1	20	5	8	3600.02	3600.01	871583.2*
J20T8M5-instance2	20	5	8	3600.05	3600.01	1429297.8*
J20T8M5-instance3	20	5	8	3600.01	3600	1046998.7*
J20T8M5-instance4	20	5	8	3600.02	3600.01	1320524.8*
J20T8M5-instance5	20	5	8	3600.02	3600.01	979546.2*
J20T8M5-instance6	20	5	8	3600.01	3600.02	1108175.4*
J20T8M5-instance7	20	5	8	3600.01	3600	1128200.9*
J20T8M5-instance8	20	5	8	3600.02	3600	982454.7*
J20T8M5-instance9	20	5	8	3600.04	3600	1267909.1*
<b>Total</b>				<b>0</b>	<b>0</b>	

\*Resultado obtido com tempo limite de 3600s