

ESTUDO DO DESEMPENHO DE MÉTODOS DE LENTH
NA ANÁLISE DE PLANOS DO TIPO SPLIT-PLOT NA
AUSÊNCIA DE RÉPLICAS

CARLOS RAPHAEL ARAÚJO DANIEL

Orientador: Prof. Cristiano Ferraz

Co-Orientadora: Prof^a Carla Almeida Vivacqua

Área de Concentração: Estatística Aplicada

Dissertação submetida como requerimento parcial
para obtenção do grau de Mestre em Estatística
pela Universidade Federal de Pernambuco

Recife, fevereiro de 2008

Daniel, Carlos Raphael Araújo

Estudo de desempenho de métodos de Lenth na análise de planos do tipo split-plot na ausência de réplicas / Carlos Raphael Araújo Daniel. – Recife: O Autor, 2008.

xi, 82 folhas : il., fig., tab.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Depto. de Estatística, 2008.

Inclui bibliografia e apêndice.

1. Planejamento de experimentos. 2. Experimentos não replicados. 3. Planos experimentais complexos. 4. Método de Lenth I. Título.

519.57 CDD (22.ed.) MEI2008-019

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Estatística

29 de fevereiro de 2008
(data)

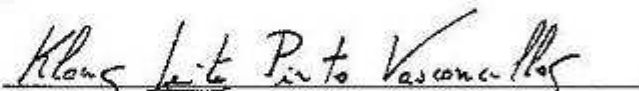
Nós recomendamos que a dissertação de mestrado de autoria de

Carlos Raphael Araújo Daniel

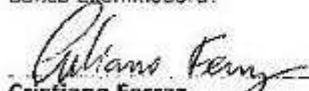
Intitulada

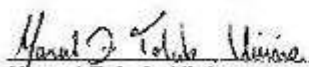
"Estudo do desempenho de métodos Lenth na análise de planos do tipo split-plot na ausência de réplicas"

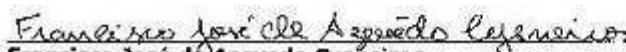
seja aceita como cumprimento parcial dos requerimentos para o grau de Mestre em Estatística.


Coordenador da Pós-Graduação em Estatística

Banca Examinadora:


Cristiano Ferraz orientador


Marcel Toledo Vieira (UFJF)


Francisco José de Azevedo Cysneiros

Este documento será anexado à versão final da dissertação.

Agradecimentos

Apesar de saber que estarei inevitavelmente cometendo injustiças não citando todos os nomes que gostaria e deveria citar, espero que se sintam reconhecidos todos os que colaboraram com o meu progresso até este ponto. Agradeço:

A Deus por me dar uma vida surpreendente, ainda que eu não me esforce muito para isso;

Aos meus pais, Carlos Roberto e Maria Luzinete e à minha irmã Carla Danielle que estão sempre comigo onde quer que eu esteja e, cada um do seu jeito, me ajudam a crescer;

Aos meus tios e tias, especialmente tio Valdir e tia Célia, dos quais sou mais próximo; e avós, principalmente vovó Almira que me acompanha mais de perto;

Aos professores que se empenham em transmitir da melhor forma possível os seus conhecimentos; em particular aos orientadores Cristiano Ferraz e Carla Vivacqua, que merecem um reconhecimento especial por este trabalho, sou grato pela valiosa orientação, paciência e amizade;

Aos professores da UFRN, grandes responsáveis pelo meu desempenho na graduação, especialmente ao professor Formiga que me proporcionou a oportunidade de fazer parte do PET;

Aos professores da UFPE, por me mostrarem o significado de dedicação exclusiva; em especial Renato, Leandro e Sylvio por tornarem o desafio do mestrado “perigosamente” mais motivante;

Ao grupo de estudo, Lídia, Juliana e Lilian pela amizade, paciência e alto astral (e pelos almoços!); e também Larissa e Carlos que a dois anos se esforçam para me fazer “acordar para a vida”;

Aos “monstros sagrados”, Fábio e Abraão, aos “verdadeiros exemplos” de amizade, Hemílio e Marcelo e, “obviamente”, também a Valmir, pela afinidade, convivência, pelas intermináveis discussões amistosas e por rirem comigo até das coisas que ninguém mais acha graça;

Aos demais colegas do mestrado e do doutorado, Rejane, Kátia, Leo, Ênio, Silvia, Edwin, Wagner, Alice, Olga, Manoel, Andréa, Izabel, Wilton, Cícero, Ângela, Josemir, Marcelo, Daniel, Jeane, Tarciana, Tatiene e Líliam, ainda que meu contato com estes não tenha sido tão próximo;

Aos colegas da turma que não seguiram no mestrado, Andrea, Cacio, Alexandra, Cecílio e Allan,

principalmente este último, que me acompanhou na graduação e veio comigo para o mestrado;
A Geraldo pelas informações e ajuda quando ingressei no mestrado (e pelas caronas para Natal!);
A Valéria pela atenção, gentileza e igualdade com que trata a todos na pós-graduação;
À banca examinadora por dedicar um pouco do seu tempo à avaliação do meu trabalho;
A Dulce, Karol, Rodrigo e Gustavo por tornar divertida (às vezes) a experiência de morar longe da família e por terem suportado a minha implicância durante estes dois anos;
A Cibele pela simpatia, paciência e por tudo que ela me ensinou;
A Julianne que, sempre preocupada comigo, foi determinante para o meu ingresso no mestrado;
a Rita pelo imenso carinho e confiança que deposita em mim e por gostar tanto de me ouvir; e
a Darllanne pela amizade e pelo valor que ela vê na minha simples presença;
A Eliza, pela amizade, incentivo e porque eu devo muito a ela; a Pâmela pela alegria que demonstra quando me vê; e aos outros bolsistas e ex-bolsistas do PET que me tratam tão bem;
Ao pessoal da graduação, Paulina, Bagda, Valclécia, Carlito, e especialmente a Nelson e Clemer, pelo entusiasmo e pelos bons momentos de estudo e descontração que compartilharam comigo;
A Mirley, André, Michell, Dany, Núbia, Davi, Evaldo, Micheline, Rosângela, Ianne, e vários outros que, mesmo me conhecendo tão pouco, se afeiçoaram tanto a mim;
Ao pessoal do CEFET, em especial Alberto e Elíria pela nossa amizade inabalável;
A Hugo, Diogo, Chander, João, e principalmente Ricardo, pela amizade fortalecida pelo tempo;
Aos que fizeram um esforço para estar aqui e assistir a minha defesa, como Juscilésio, Raquel, Josimar e a turma que acabou de ingressar na pós-graduação;
À CAPES pelo apoio financeiro;
A todos os que me procuram para estudar, pois sem eles, dificilmente eu ocuparia tanto do meu tempo com listas de exercício...
E a todos ao meu redor que acreditam no meu potencial bem mais do que eu julgo merecer...

Resumo

No meio industrial é comum a utilização de experimentos como parte de programas de qualidade. Devido a restrições de custo, tais experimentos precisam ser cuidadosamente planejados de forma a atender aos objetivos com o mínimo de recursos. Para tanto, frequentemente são executados experimentos sem réplicas, com planos experimentais complexos e estruturas fatoriais de tratamentos que tornam a execução e análise do experimento mais desafiadora.

A adoção de planos da classe *split-plot*, que envolvem mais de uma etapa de aleatorização, acomodando vários estágios durante sua execução, leva a uma redução no custo relativo à aplicação dos tratamentos. Por outro lado, experimentos com estruturas fatoriais de tratamentos, realizados sem réplicas, podem ser analisados através de gráficos de probabilidade normal ou *half-normal* dos efeitos, como proposto por Daniel (1959). A interpretação destes gráficos, no entanto, está sujeita à subjetividade. Lenth (1989) propôs um método objetivo de análise para esses experimentos. O método de Lenth foi depois reformulado por Ye et al. (2001) com o objetivo de aperfeiçoar o método original, dando origem ao método *step-down* Lenth.

Melo (2007) investigou a eficiência dos métodos de Lenth e *step-down* Lenth na análise de experimentos *strip-plot* com estruturas fatoriais 2^k na ausência de réplicas. Esta dissertação dá continuidade ao trabalho desenvolvido por Melo (2007) observando se o desempenho dos métodos é afetado quando o número de provas no experimento *strip-plot* é muito reduzido, o número de efeitos ativos aumenta, e as diversas fontes de variabilidade contribuem com diferentes valores, através de um estudo de simulação de Monte Carlo.

Palavras-chave: Planejamento de experimentos, Experimentos não replicados, Planos experimentais complexos, Método de Lenth.

Abstract

In the industry setting, experiments are frequently used as part of quality programs. Due to cost restrictions, such experiments should be carefully planned in order to achieve their objectives using the minimum amount of resources. For that purpose, experiments without replicates, using complex designs and factorial structure of treatments are often run, making the implementation and analysis of the experiment more challenging.

Experimental designs such as *split-plot*, involving more than one step of randomization and having various stages, lead to cost reduction of treatment's application. Furthermore, unreplicated factorial designs can be analysed using normal and *half-normal* plots of effects, as proposed by Daniel (1959). The interpretation of these graphics, however, is subjective. Lenth (1989) proposed an objective method of analysis for such experiments. Lenth's method was later reformulated by Ye et al. (2001) in an attempt to improve the original method, thus creating the *step-down* Lenth method.

Melo (2007) investigated the efficiency of Lenth's and *step-down* Lenth's methods in the analysis of non-replicated *strip-plot* experiments with 2^k factorial structures. This master's dissertation continues the work Melo (2007) started, observing if the methods' performances are affected by using a few number of tests in the *strip-plot* experiment, an increasing number of active effects, and a different contribution from the various sources of variability, through a Monte Carlo simulation.

Keywords: Design of experiments, Unreplicated experiments, Complex experimental designs, Lenth's Method.

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
1.1 Objetivos da Dissertação	3
1.2 Organização da Dissertação	4
1.3 Plataforma Computacional	4
2 Revisão Conceitual	5
2.1 Estruturas Fatoriais 2^k de Tratamentos	6
2.2 Planos Experimentais da Classe <i>Split-Plot</i>	9
2.2.1 Plano <i>Split-Plot</i>	10
2.2.2 Plano <i>Split-Split-Plot</i>	15
2.2.3 Plano <i>Strip-Plot</i>	18
2.2.4 Plano <i>Split-Lot</i>	21

2.3	Métodos de Lenth	25
2.3.1	Método de Lenth	25
2.3.2	Método <i>Step-Down</i> Lenth	30
3	Métodos de Lenth em Planos <i>Strip-Plot</i> com Estruturas Fatoriais 2^k	32
3.1	Análise de um Experimento <i>Strip-Plot</i> com Estrutura Fatorial 2^k pelos Métodos de Lenth	32
3.2	Análise de Desempenho dos Métodos de Lenth	39
3.2.1	Objetivos Gerais	40
3.2.2	Estudo de Simulação	40
3.2.3	Resultados do Estudo de Simulação	46
4	Considerações Finais	72
A	Código do R para geração e análise de um experimento <i>strip-plot</i>	75
	Apêndice	75
	Referências Bibliográficas	81

Lista de Figuras

2.1	Primeiro exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano <i>Split-Plot</i> . .	11
2.2	Segundo exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano <i>Split-Plot</i> . .	11
2.3	Exemplo de diferentes unidades experimentais presentes em um plano <i>Split-Split-Plot</i>	16
2.4	Primeiro exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano <i>Strip-Plot</i> . .	19
2.5	Segundo exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano <i>Strip-Plot</i> . .	19
2.6	Primeira etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator <i>A</i> às respec- tivas unidades experimentais em um exemplo de plano <i>Split-Lot</i>	22
2.7	Segunda etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator <i>B</i> às respec- tivas unidades experimentais sob uma nova aleatorização em um exemplo de plano <i>Split-Lot</i>	22
2.8	Terceira etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator <i>C</i> às respec- tivas unidades experimentais sob uma terceira aleatorização em um exemplo de plano <i>Split-Lot</i>	23
2.9	Gráfico de Lenth para os Dados da Tabela 2.9	29
3.1	Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 1)	36

3.2	Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 2)	36
3.3	Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 3)	37
3.4	Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação . . .	48
3.5	Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação . . .	49
3.6	Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação . . .	51
3.7	Valores do Poder sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação	52
3.8	Valores do Poder sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação	54
3.9	Valores do Poder sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação	55
3.10	Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação	57
3.11	Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação	58
3.12	Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação	59
3.13	Valores do IER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação	61
3.14	Valores do IER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação	63
3.15	Valores do IER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação	64
3.16	Valores do EER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação	66
3.17	Valores do EER sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação	67
3.18	Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação	69
3.19	Valores do EER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação	70
3.20	Valores do EER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação	71
3.21	Valores do EER sob o Método <i>Step-Down</i> Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação	71

Lista de Tabelas

2.1	Estrutura de um Fatorial 2^2	7
2.2	ANOVA simplificada para o plano <i>split-plot</i> do primeiro exemplo	14
2.3	ANOVA simplificada para a contribuição dos plots	14
2.4	ANOVA simplificada para a contribuição dos subplots	14
2.5	ANOVA para o plano <i>Split-Plot</i> do primeiro exemplo	15
2.6	Esboço de ANOVA para um plano <i>Split-Split-Plot</i>	18
2.7	ANOVA para um plano <i>Strip-Plot</i>	21
2.8	Esboço de ANOVA para um plano <i>Split-Lot</i>	25
2.9	Dados do exemplo encontrado em Montgomery(1991)	28
2.10	Contrastes, valores para t_i e valores críticos associados a cada efeito no exemplo de Montgomery(2005, p.271)	31
3.1	Grupos de efeitos e interações	33
3.2	Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 1)	34
3.3	Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 2)	34
3.4	Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 3)	35

3.5	Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no primeiro grupo	38
3.6	Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no segundo grupo	38
3.7	Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no terceiro grupo	39

CAPÍTULO 1

Introdução

No meio industrial, a competitividade faz necessária a busca pelo aperfeiçoamento constante de produtos e serviços, assim como a inovação dos métodos utilizados. Existem programas de melhoria da qualidade que estabelecem metas e acompanham todas as diversas fases da produção. Nesta procura por uma melhor maneira de produzir, é comum a utilização de experimentos que visam o aperfeiçoamento do processo observado.

Quando um experimento tem um alto custo, sua execução demanda relativamente muito tempo, ou o experimento acarreta a destruição de objetos observados na investigação, é do maior interesse para o pesquisador a diminuição do número de provas. Muitos desses experimentos envolvem estruturas fatoriais de tratamento (Ye et al. (2001)) devido à sua eficiência, e para que o número de provas seja tão reduzido quanto possível, são utilizados planos experimentais complexos como os da classe *split-plot*. Além disso, nesse contexto industrial, de urgência de respostas e necessidade de economia, é frequente a realização de experimentos sem a presença de réplicas. Em um experimento sem réplicas, a análise precisa ser cuidadosa e os métodos mais difundidos para tanto, como os gráficos de probabilidade normal e *half-normal* (Daniel (1959)),

dependem da subjetividade para a obtenção de conclusões. Insatisfeito com a utilização de métodos subjetivos para a análise de experimentos, Lenth (1989) foi o pioneiro no desenvolvimento de um método objetivo de análise, ou seja, uma forma de analisar na qual as conclusões não estão sujeitas ao ponto de vista do pesquisador. O método de Lenth, mesmo na ausência de réplicas, utiliza uma fórmula simples para obter uma estimativa do erro padrão dos contrastes estimados, e este método foi depois reformulado por Ye et al. (2001), dando origem ao método *Step-Down* Lenth.

Melo (2007) estudou o desempenho do método de Lenth e *Step-Down* Lenth na análise de experimentos realizados segundo um plano *strip-plot*. No estudo realizado por Melo (2007) foi observado se os métodos eram influenciados pelo número de fatores presentes no experimento, pela magnitude dos efeitos e pela distribuição dos erros.

No presente estudo é observada a robustez dos métodos de Lenth quanto a mudanças de variabilidade presentes em um plano *strip-plot* não-replicado, e também é feita comparação da eficiência dos 2 métodos considerados em situações críticas nas quais podem surgir gráficos com apenas 3 pontos, tornando mais difícil a obtenção de qualquer conclusão. A investigação destas características se deve ao fato de que os casos estudados anteriormente mantinham a mesma variabilidade devido aos plots e aos subplots, o que geralmente não é observado na prática em experimentos *strip-plot*, e à necessidade de estimar efeitos quando se tem grupos pequenos de efeitos homoscedásticos. Assim esta dissertação dá prosseguimento ao estudo realizado por Melo (2007), utilizando o Método de Lenth e o *Step-Down* Lenth para analisar experimentos *strip-plot* não-replicados, mas considerando diferentes cenários de análise.

1.1 Objetivos da Dissertação

Os objetivos da presente dissertação são:

- Promover uma revisão da teoria de planejamento e análise de experimentos envolvendo os planos *split-plot*, *split-split-plot*, *strip-plot* e *split-lot*, esclarecendo as peculiaridades envolvidas em um experimento com restrições na aleatorização destes tipos e os problemas que podem surgir na sua análise; e
- Investigar o desempenho, possibilitando recomendações sobre a utilização dos métodos de Lenth e *Step-Down* Lenth em planos *strip-plot* com estruturas fatoriais 2^k em que se observam possíveis influências devido a:
 - a presença de poucas provas no experimento, devido à utilização de poucos fatores (menos de 7);
 - as mudanças na contribuição devido às várias fontes de variabilidade desse tipo de experimento; e
 - o aumento do número de efeitos ativos (efeitos significativos, diferentes de zero) no experimento.

Espera-se, desta forma, contribuir para a divulgação dos planos da classe *split-plot* e dos métodos de Lenth como alternativas para a análise de experimentos sem réplica.

Para a familiarização com a teoria de planejamento de experimentos utilizada constantemente durante esta dissertação, o leitor interessado pode consultar, por exemplo, Kempthorne & Hinkelmann (1994), Montgomery (2005) ou Box et al. (2005), que apresentam conceitos e definições fundamentais não descritas neste texto.

1.2 Organização da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em quatro capítulos. O primeiro faz uma breve introdução dos temas discutidos e objetivos do trabalho. O segundo capítulo se propõe a fazer uma revisão da teoria de planejamento e análise de experimentos envolvendo os planos *split-plot*, *split-split-plot*, *strip-plot* e *split-plot*, e apresenta os dois métodos objetivos de análise de planos não-replicados considerados no estudo. O terceiro capítulo apresenta os resultados da comparação entre o método de Lenth e o *step-down* Lenth obtidos através da simulação realizada para verificar a adequabilidade dos métodos em experimentos *strip-plot* sem réplicas e com poucas provas, analisando a influência da estrutura peculiar de variabilidade destes experimentos na eficiência dos métodos. O último capítulo apresenta as conclusões obtidas no estudo e indica sugestões para trabalhos futuros.

1.3 Plataforma Computacional

Esta dissertação foi digitada utilizando o sistema de tipografia LATEX que consiste em uma série de macros ou rotinas do sistema TEX que facilitam a edição do texto. Detalhes sobre o sistema de tipografia LATEX podem ser encontrados no site <http://www.tex.ac.uk/CTAN/latex>. Para a realização das simulações e obtenção dos resultados numéricos foi utilizado o ambiente de programação, análise de dados e gráficos R (R Development Core Team (2007)) para sistema operacional Microsoft Windows, que se encontra disponível gratuitamente através do site <http://www.R-project.org>.

CAPÍTULO 2

Revisão Conceitual

O planejamento de um experimento é primordial para a obtenção de resultados úteis da forma mais eficiente possível. De acordo com Kempthorne & Hinkelmann (1994), o planejamento de um experimento pode ser dividido em três partes: a seleção dos tratamentos, a definição do plano experimental, e a definição do plano observacional. A parte de seleção dos tratamentos envolve a determinação de quantos e quais tratamentos serão aplicados no experimento. Em experimentos com estrutura fatorial, selecionar os tratamentos implica em definir quantos e quais fatores devem ser considerados, incluindo a escolha de níveis a serem utilizados. Esta seleção vai depender dos objetivos e peculiaridades de cada experimento. A seleção de tratamentos está relacionada com o plano experimental, já que dependendo do plano as unidades experimentais podem ser diferentes e isso pode tornar mais conveniente a utilização de certas quantidades de tratamentos.

A definição de um plano experimental depende da disponibilidade de unidades experimentais, das características destas unidades e da precisão desejada para as estimativas. Por exemplo, caso as unidades possam ser agrupadas em conjuntos mais homogêneos, então pode ser vantajoso utilizar um plano aleatorizado em blocos, ou podem ocorrer as mais variadas situações em que

outros planos, como o de quadrados latinos ou os planos da classe *split-plot*, sejam mais eficientes.

Realizar um plano observacional significa estabelecer os tipos de medição a serem observados, definindo se existe diferença entre unidade experimental e unidade observacional, e se as observações serão de uma ou mais variáveis.

2.1 Estruturas Fatoriais 2^k de Tratamentos

Existem várias formas de se realizar um experimento para verificar o que pode afetar o resultado final de um dado processo. Uma maneira eficiente de fazer isto é através de um experimento com tratamentos definidos por uma estrutura fatorial. Uma estrutura de tratamentos é chamada fatorial quando possui no mínimo duas características (fatores), cada uma com uma quantidade enumerável de níveis especificados, que podem ser alterados independentemente uns dos outros, e as combinações dos níveis dos fatores definem os tratamentos que, se alterados, podem influenciar o resultado final do experimento. Se um experimento fatorial tem k fatores e cada fator tem l_i níveis ($i=1,\dots,k$), então o número de tratamentos será dado por $t = \prod_{i=1}^k l_i$. Para o caso específico em que todos os fatores têm apenas dois níveis (definidos como níveis “alto” e “baixo”), o experimento é chamado fatorial com dois níveis e denotado por fatorial 2^k , sendo k o número de fatores. Cada tratamento é determinado pela combinação de níveis “alto” e “baixo” de cada fator, denotados usualmente pelos símbolos “+” e “-”, respectivamente.

Por exemplo, um processo químico pode ser afetado pela temperatura e pela pressão que atuam durante uma reação. Um pesquisador pode estar interessado em realizar um experimento para observar o resultado da reação quando esta ocorre em duas temperaturas diferentes e em duas condições de pressão. Os fatores associados a este experimento seriam temperatura (A), com os níveis “temperatura baixa” (-) e “temperatura alta” (+), e pressão (B) cujos níveis seriam definidos como “pressão baixa” (-) e “pressão alta”(+). Este seria um exemplo de uma estrutura fatorial 2^2 cujos quatro tratamentos seriam definidos pelas combinações dos níveis de temperatura

Tabela 2.1: Estrutura de um Fatorial 2^2

Tratamentos	Fatores e Interação			Resposta
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	
(1)	-	-	+	y_1
<i>a</i>	+	-	-	y_2
<i>b</i>	-	+	-	y_3
<i>ab</i>	+	+	+	y_4

e pressão como descrito na Tabela 2.1. A presença das letras “*a*” e “*b*” indica que os fatores “*A*” e “*B*” estão no nível alto para aquele determinado tratamento e o símbolo “(1)” representa o tratamento no qual todos os fatores estão no seu nível baixo. As colunas correspondentes às interações são obtidas através da multiplicação das colunas associadas aos fatores envolvidos, e as respostas em cada linha correspondem às observadas para o tratamento presente na respectiva linha. Dessa forma, a segunda linha corresponde ao tratamento aplicado com temperatura alta e pressão baixa, por exemplo.

Os tratamentos são aplicados em unidades experimentais, a fim de medir certas variáveis, chamadas respostas, e cada vez que um tratamento é aplicado trata-se de uma prova. Em alguns casos é possível que a resposta seja afetada por uma variação nos níveis de um fator dependendo do nível de outro fator, ou seja, a influência se deve à interação entre os dois fatores. O objetivo de um experimento fatorial é avaliar a possível influência dos fatores e suas interações nas variáveis respostas, que é medida através dos efeitos. O efeito de um fator ou interação é calculado pela diferença entre a média das respostas dos tratamentos que foram executados com o nível alto e a média das respostas obtidas naqueles tratamentos em que este mesmo fator ou interação foi aplicado no nível baixo. Para exemplificar os cálculos dos efeitos e suas interações, o caso da Tabela 2.1 será usado, fornecendo as fórmulas:

$$Ef_A = \bar{y}(A^+) - \bar{y}(A^-)$$

$$Ef_B = \bar{y}(B^+) - \bar{y}(B^-)$$

$$Ef_{AB} = \bar{y}(AB^+) - \bar{y}(AB^-)$$

em que

- Ef_A denota o efeito do fator A,
- Ef_B representa o efeito do fator B, e
- Ef_{AB} é o efeito da interação entre estes dois fatores,

e além disso,

$$\bar{y}(A^+) = (y_2 + y_4)/2, \quad \bar{y}(A^-) = (y_1 + y_3)/2,$$

$$\bar{y}(B^+) = (y_3 + y_4)/2, \quad \bar{y}(B^-) = (y_1 + y_2)/2,$$

$$\bar{y}(AB^+) = (y_1 + y_4)/2, \quad e \quad \bar{y}(AB^-) = (y_2 + y_3)/2.$$

Seguindo esta idéia é possível obter quaisquer efeitos em um fatorial 2^k através das respostas observadas.

Quando cada tratamento é aplicado em apenas uma unidade experimental, e esta unidade experimental é observada somente uma vez, esta única observação pode não conter informações suficientes para atender aos objetivos do estudo. Portanto, do ponto de vista teórico, é recomendada a aplicação de um mesmo tratamento em várias unidades experimentais sob as mesmas condições, ou seja, a realização de réplicas, para que se possa ter uma idéia não apenas de um valor médio que a resposta pode assumir, mas também da variação que existe entre uma aplicação e outra do mesmo tratamento. As réplicas também podem motivar a investigação de

resultados inesperados, obtidos devido a algum imprevisto durante o experimento. Porém, na prática, quando o número de fatores ou o custo da execução é alto, a replicação pode tornar-se impraticável.

Experimentos replicados permitem que seja realizada uma análise de variância (ANOVA), que pode ser resumida em uma tabela na qual são destacadas as várias fontes de variação do experimento e sua participação na variação total. A ANOVA faz com que as conclusões sejam tomadas com base em testes estatísticos, que comparam a variabilidade que se deve a cada tratamento com a própria variação aleatória inerente aos dados. Na ausência de réplicas não é possível realizar a ANOVA e, sem ter idéia da variabilidade, é preciso algum outro critério para julgar se as estimativas observadas para os efeitos devem realmente ser consideradas razoáveis.

Diante de situações como essas, Daniel (1959) propôs a utilização de gráficos de probabilidade normal e *half-normal* para identificar a presença de efeitos ativos em um estudo envolvendo estrutura fatorial de tratamentos. Nestes gráficos, os efeitos ativos são identificados pelos pontos mais claramente afastados da reta imaginária formada pelos pontos restantes. Mas o gráfico se baseia na suposição de que apenas uma pequena porção dos contrastes deve ser ativa, e as estimativas dos efeitos precisam ter a mesma variância. Ainda que todas estas suposições sejam satisfeitas, a desvantagem deste método é a subjetividade presente na análise, que levou Lenth a sugerir um método objetivo de análise que é discutido mais adiante.

2.2 Planos Experimentais da Classe *Split-Plot*

Em todos os exemplos de experimentos da classe *split-plot* discutidos daqui em diante será considerada a estrutura fatorial 2^k de tratamentos. Quando existe uma restrição na aleatorização, caso de experimentos da classe *split-plot*, a análise dos resultados de um experimento precisa ser diferente da análise de um experimento completamente aleatorizado. Se por algum motivo a aplicação dos tratamentos passar por mais de um processo de aleatorização, haverá diferentes

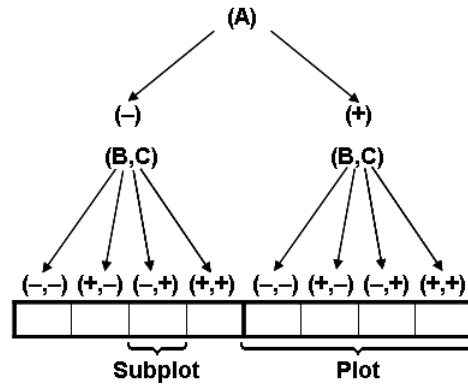
tipos de unidades experimentais e isto vai afetar a precisão das estimativas. Em experimentos da classe *split-plot* é necessário uma atenção especial quanto aos diferentes tipos de unidades experimentais envolvidos, pois o próprio número de unidades experimentais associadas a um dado fator pode ser diferente do número associado a outro fator ou suas interações.

2.2.1 Plano *Split-Plot*

Em um plano *split-plot* tem-se unidades experimentais de um tamanho para os níveis de um fator e estas unidades são subdivididas em unidades menores às quais são atribuídos os níveis do segundo fator. Assim existem os chamados fatores de plot (ou fatores de whole-plot), e as unidades experimentais (plots ou whole plots) às quais os níveis destes fatores são aleatoriamente aplicados. Existem também os fatores de subplots (ou *split-plots*) e seus níveis são atribuídos aos subplots seguindo uma nova aleatorização, em que cada plot tem tantos subplots quantos forem as combinações de níveis dos fatores de subplots.

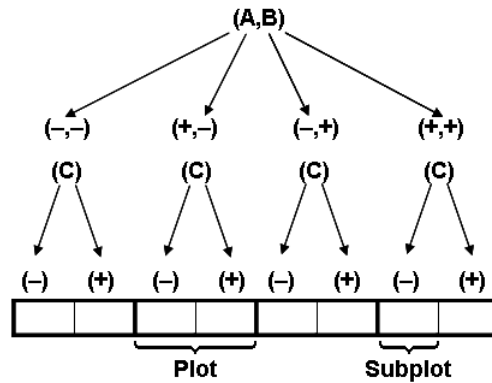
Para exemplificar, considere um experimento com três fatores A , B e C , cada um com dois níveis. A seguir, as Figuras 2.1 e 2.2 ilustram uma réplica desse experimento. A Figura 2.1, representa as diferentes etapas de aleatorização, mostrando que os níveis do fator A são aplicados em unidades experimentais maiores (os plots), enquanto os níveis dos fatores B e C são aplicados em unidades menores (os subplots), caracterizando o fator A como fator de plot e os fatores B e C como fatores de subplot. Por outro lado, a Figura 2.2 apresenta os mesmos fatores e mesmos níveis sendo aplicados de maneira diferente em unidades experimentais diferentes. Neste caso os fatores A e B são fatores de plot e apenas o fator C é fator de subplot.

Figura 2.1: Primeiro exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano *Split-Plot*



A maneira como o experimento é realizado vai levar não apenas a diferentes precisões para as comparações entre os níveis do fator de plot e entre os níveis do fator de subplot devido ao diferente número de unidades experimentais associadas a cada um, mas o fato de que os fatores estão relacionados com diferentes tipos de unidades experimentais leva também a diferentes variâncias do erro experimental relacionadas com estas comparações.

Figura 2.2: Segundo exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano *Split-Plot*



O modelo linear associado ao plano *split-plot* do primeiro exemplo pode ser escrito segundo a forma:

$$y_{ijkl} = \mu + r_i + \alpha_j + e_{ij}^A + \beta_k + \gamma_l + (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\gamma)_{jl} + (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + e_{ijkl}^{BC} \quad (2.1)$$

na qual:

- y_{ijkl} é a resposta observada na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;
- μ é a média geral;
- r_i é o efeito da i -ésima réplica;
- α_j é o efeito do j -ésimo nível do fator A ;
- e_{ij}^A é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do j -ésimo nível do fator A , e está relacionado ao plot;
- β_k é o efeito do k -ésimo nível do fator B ;
- γ_l é o efeito do l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\beta)_{jk}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o k -ésimo nível do fator B ;
- $(\alpha\gamma)_{jl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\beta\gamma)_{kl}$ é o efeito da interação entre o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\beta\gamma)_{jkl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A , o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ; e
- e_{ijkl}^{BC} é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C , e está associado ao subplot.

Os termos e_{ij}^A e e_{ijkl}^{BC} são tratados como variáveis aleatórias (v.a.) independentes (apesar de ser impossível observar cada uma delas separadamente, supõe-se que as contribuições se so-

mam gerando os resíduos observados) com médias 0 e variâncias σ_{eA}^2 e σ_{eBC}^2 , e isto permite a obtenção dos Quadrados Médios Esperados (Expected Mean Squares - E(MS)) na construção da ANOVA. Geralmente usa-se um plano *split-plot* por praticidade já que os níveis de um fator podem ser aplicados em unidades experimentais que podem ser subdivididas para a aplicação dos tratamentos definidos por outros fatores. Mas pode-se comparar o desempenho de um plano *split-plot* com relação a um plano completamente aleatorizado em blocos com r blocos. É possível mostrar (Kempthorne & Hinkelmann (1994)) que a informação obtida para todas as comparações de tratamentos em um experimento completamente aleatorizado em blocos é proporcional a $1/MS(E)$, em que $MS(E)$ indica o quadrado médio do erro (Mean Square(Error)), enquanto em um experimento *split-plot*, a informação para as comparações referentes ao plot é proporcional a $1/MS(E_{plot})$ e aquela obtida para as comparações referentes ao subplot e interações é proporcional a $1/MS(E_{subplot})$. Mas o valor de $MS(E)$ é uma média ponderada de $MS(E_{plot})$ e $MS(E_{subplot})$, e tem-se que $MS(E_{plot})$ geralmente é maior que $MS(E_{subplot})$, portanto $MS(E)$ é um valor intermediário. Com isso verifica-se que a informação obtida em ambos os planos é, em média, a mesma, mas a informação obtida para os tratamentos de plot em um plano *split-plot* é menor que em um completamente aleatorizado em blocos e o inverso ocorre para os tratamentos de subplot e interações. Assim, pode-se preferir utilizar um plano *split-plot* se algum dos fatores for de maior interesse para o pesquisador.

Como duas aleatorizações independentes são usadas, esta estrutura sugere a partição dos graus de liberdade disponíveis a partir das $rabc$ observações, como na Tabela 2.2 mostrada a seguir. Percebe-se, no entanto, que as diferenças entre plots em uma réplica são devido às mudanças nos níveis do fator de plot (no caso, o fator A). Isto e o fato de que cada réplica funciona como um bloco para a aplicação do fator A (já que todos os níveis do fator A são atribuídos uma vez em cada réplica) permitem que os graus de liberdade sejam subdivididos como na Tabela 2.3 mais adiante.

Tabela 2.2: ANOVA simplificada para o plano *split-plot* do primeiro exemplo

Fonte	g.l.
Plots	$ra - 1$
Subplots	$bc - 1$
Resíduo (BC)	$(ra - 1)(bc - 1)$
Total	$rabc - 1$

Tabela 2.3: ANOVA simplificada para a contribuição dos plots

Fonte	g.l.
Réplicas	$r - 1$
Fator A	$a - 1$
Erro A	$(r - 1)(a - 1)$
Plots	$ra - 1$

E a partir daí ainda é possível particionar os graus de liberdade para o resíduo dos subplots como na Tabela 2.4.

Tabela 2.4: ANOVA simplificada para a contribuição dos subplots

Fonte	g.l.
Réplicas $\times BC$	$(r - 1)(bc - 1)$
$A \times BC$	$(a - 1)(bc - 1)$
Erro $(A) \times BC$	$(r - 1)(a - 1)(bc - 1)$
Resíduo (BC)	$(ra - 1)(bc - 1)$

Assumindo não haver a interação Réplicas $\times BC$ (pressupondo aditividade entre unidade e tratamentos) tem-se a partição completa dos graus de liberdade e as somas de quadrados como na ANOVA da Tabela 2.5.

Tabela 2.5: ANOVA para o plano *Split-Plot* do primeiro exemplo

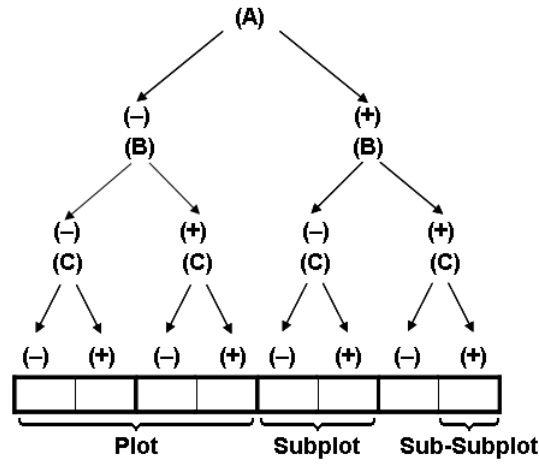
Fonte	g.l.	(SS)	E(MS)
Réplicas	$r - 1$	$abc \sum_i (\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{....})^2$	
Fator A	$a - 1$	$rb c \sum_j (\bar{y}_{.j..} - \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + bc\sigma_{eA}^2 + rbc \sum_j \alpha_j^2 / (a - 1)$
Erro (A)	$(r - 1)(a - 1)$	$bc \sum_{i,j} (\bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{i...} - \bar{y}_{.j..} + \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + bc\sigma_{eA}^2$
Fator B	$(b - 1)$	$rac \sum_k (\bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + rac \sum_k \beta_k^2 / (b - 1)$
Fator C	$(c - 1)$	$rab \sum_l (\bar{y}_{...l} - \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + rab \sum_l \gamma_l^2 / (c - 1)$
$A \times B$	$(a - 1)(b - 1)$	$r \sum_{j,k} (\bar{y}_{.jk.} - \bar{y}_{.j..} - \bar{y}_{..k.} + \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + rc \sum_{j,k} (\alpha\beta)_{jk}^2 / [(a - 1)(b - 1)]$
$A \times C$	$(a - 1)(c - 1)$	$r \sum_{j,l} (\bar{y}_{.j.l} - \bar{y}_{.j..} - \bar{y}_{...l} + \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + rb \sum_{j,l} (\alpha\gamma)_{jl}^2 / [(a - 1)(c - 1)]$
$B \times C$	$(b - 1)(c - 1)$	$r \sum_{k,l} (\bar{y}_{..kl} - \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{...l} + \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + ra \sum_{k,l} (\beta\gamma)_{kl}^2 / [(b - 1)(c - 1)]$
$A \times B \times C$	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	$r \sum_{j,k,l} (\bar{y}_{jkl} - \bar{y}_{.jk.} - \bar{y}_{.j.l} - \bar{y}_{..kl} + \bar{y}_{.j..} + \bar{y}_{..k.} + \bar{y}_{...l} - \bar{y}_{....})^2$	$\sigma_{eBC}^2 + r \sum_{j,k,l} (\alpha\beta\gamma)_{jkl}^2 / [(a - 1)(b - 1)(c - 1)]$
Erro (BC)	$(r - 1)a(bc - 1)$	$\sum_{i,j,k,l} (y_{ijkl} - \bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{.jkl} + \bar{y}_{.j..})^2$	σ_{eBC}^2
Total	$rabc - 1$	$\sum_{i,j,k,l} (y_{ijkl} - \bar{y}_{....})^2$	

2.2.2 Plano *Split-Split-Plot*

O princípio utilizado em um plano *split-plot* (parcelas subdivididas) pode ser utilizado mais de uma vez, gerando assim um experimento *split-split-plot* (parcelas sub-subdivididas). Neste caso, tem-se 3 aleatorizações diferentes: uma para a atribuição dos tratamentos de plot aos plots em cada réplica, outra para a definição dos níveis do fator de subplot que irão para cada subplot em cada plot, e ainda uma terceira aleatorização para designar os tratamentos de sub-subplot que serão aplicados em cada sub-subplot dentro de cada subplot.

A Figura 2.3 mostra como um experimento com os mesmos níveis e fatores observados nas Figuras 2.1 e 2.2 pode ser executado com mais uma aleatorização e, com isso, outro tipo de unidade experimental. Neste caso, o fator A é o fator de plot, o fator B é o fator de subplot e o fator C é fator de sub-subplot.

Figura 2.3: Exemplo de diferentes unidades experimentais presentes em um plano *Split-Split-Plot*



O modelo linear para o plano *split-split-plot* do exemplo segue o mesmo raciocínio daquele utilizado para a obtenção do modelo para um experimento *split-plot* e pode ser dado por:

$$y_{ijkl} = \mu + r_i + \alpha_j + e_{ij}^A + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk}^B + \gamma_l + (\alpha\gamma)_{jl} + (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + e_{ijkl}^C \quad (2.2)$$

sendo que, neste caso:

y_{ijkl} é a resposta observada na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;

μ é a média geral;

r_i é o efeito da i -ésima réplica;

α_j é o efeito do j -ésimo nível do fator A ;

e_{ij}^A é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do j -ésimo nível do fator A , e está relacionado ao plot;

β_k é o efeito do k -ésimo nível do fator B ;

$(\alpha\beta)_{jk}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o k -ésimo nível do fator B ;

- e_{ijk}^B é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A e k -ésimo nível do fator B ;
- γ_l é o efeito do l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\gamma)_{jl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\beta\gamma)_{kl}$ é o efeito da interação entre o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\beta\gamma)_{jkl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível de A , o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- e_{ijkl}^C é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;

Os componentes do modelo possuem a mesma interpretação que apresentavam no caso *split-plot* e os termos de erro são independentes com médias 0 e variâncias σ_{eA}^2 , σ_{eB}^2 e σ_{eC}^2 , respectivamente. Um esboço da ANOVA para um experimento deste tipo é apresentada a seguir na Tabela 2.6.

A economia no número de provas durante a execução é ainda maior mas o número de possíveis comparações também aumenta e existem três diferentes termos para o erro, tornando a análise mais complexa. Da mesma forma, este conceito pode ser aplicado quantas vezes for preciso, através de várias aleatorizações seguidas, mas a análise deve ser feita com cuidado para identificar quais efeitos estão associados a quais erros e deve-se ter consciência da menor precisão nas estimativas de efeitos para fatores cujos níveis forem aplicados às maiores unidades experimentais.

Tabela 2.6: Esboço de ANOVA para um plano *Split-Split-Plot*

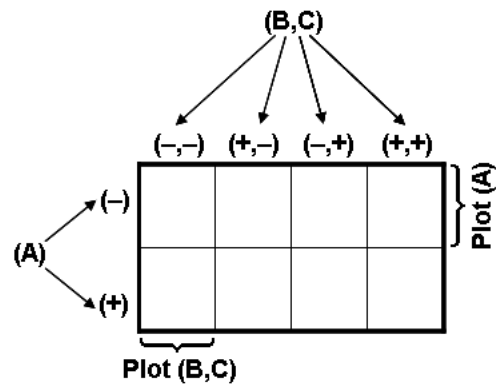
Fonte	g.l.	E(MS)
Réplicas	$r - 1$	
Fator A	$a - 1$	$\sigma_{eC}^2 + c\sigma_{eB}^2 + bc\sigma_{eA}^2 + rbc \sum \alpha_j^2 / (a - 1)$
Erro (A)	$(r - 1)(a - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + c\sigma_{eB}^2 + bc\sigma_{eA}^2$
Fator B	$(b - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + c\sigma_{eB}^2 + rac \sum \beta_k^2 / (b - 1)$
$A \times B$	$(a - 1)(b - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + c\sigma_{eB}^2 + rc \sum (\alpha\beta)_{jk}^2 / (a - 1)(b - 1)$
Erro (B)	$(r - 1)a(b - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + c\sigma_{eB}^2$
Fator C	$(c - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + rab \sum \gamma_l^2 / (c - 1)$
$A \times C$	$(a - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + rb \sum (\alpha\gamma)_{jl}^2 / (a - 1)(c - 1)$
$B \times C$	$(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + ra \sum (\beta\gamma)_{kl}^2 / (b - 1)(c - 1)$
$A \times B \times C$	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eC}^2 + r \sum (\alpha\beta\gamma)_{jkl}^2 / (a - 1)(b - 1)(c - 1)$
Erro (C)	$(r - 1)ab(c - 1)$	σ_{eC}^2
Total	$racb - 1$	

2.2.3 Plano *Strip-Plot*

Ainda é possível realizar o experimento de outra forma, na qual duas restrições são aplicadas de forma cruzada. Neste caso o experimento é chamado experimento *strip-plot* (experimento em duas faixas, *strip-block*, ou ainda *split-block*), devido à superposição de restrições, e as estimativas mais uma vez são afetadas pelas restrições. No caso *strip-plot*, os níveis dos fatores são aplicados em conjuntos de plots ortogonais e os efeitos das interações entre fatores de diferentes plots são estimados com maior precisão que os próprios efeitos principais. O experimento se divide em duas partes e, em cada uma, as unidades são agrupadas de forma diferente para receber o tratamento, ou seja, as duas restrições na aleatorização estão cruzadas (diferente de um *split-split-plot*, em que cada aleatorização é feita nos grupos formados na aleatorização anterior).

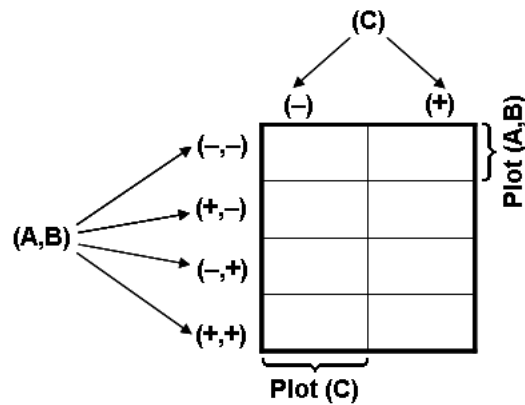
Seguindo o mesmo raciocínio utilizado anteriormente, é possível mostrar que havendo três fatores, com dois níveis cada, pode-se realizar um experimento utilizando um plano *strip-plot*. Na Figura 2.4 os níveis do fator A são atribuídos a unidades experimentais diferentes daquelas às quais os tratamentos gerados pelas combinações de níveis dos fatores B e C são atribuídos.

Figura 2.4: Primeiro exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano *Strip-Plot*



E a Figura 2.5 mostra uma situação semelhante, mas na qual os fatores A e B são aplicados às mesmas unidades experimentais enquanto os níveis do fator C são atribuídos em unidades diferentes.

Figura 2.5: Segundo exemplo de possíveis unidades experimentais em um plano *Strip-Plot*



Os dois casos representam experimentos segundo um plano *strip-plot*, e o modelo adequado para um experimento como o do primeiro exemplo tem a seguinte estrutura:

$$y_{ijkl} = \mu + r_i + \alpha_j + e_{ij}^A + \beta_k + \gamma_l + (\beta\gamma)_{kl} + e_{ikl}^{BC} + (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\gamma)_{jl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + e_{ijkl}^{ABC} \quad (2.3)$$

incluindo um componente do erro para a interação entre os fatores associados a cada conjunto de plots e, com isso:

- y_{ijkl} é a resposta observada na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;
- μ é a média geral;
- r_i é o efeito da i -ésima réplica;
- α_j é o efeito do j -ésimo nível do fator A ;
- e_{ij}^A é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do j -ésimo nível do fator A , e está relacionado ao primeiro plot;
- β_k é o efeito do k -ésimo nível do fator B ;
- γ_l é o efeito do l -ésimo nível do fator C ;
- $(\beta\gamma)_{kl}$ é o efeito da interação entre o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- e_{ikl}^{BC} é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C , estando relacionado ao segundo plot;
- $(\alpha\beta)_{jk}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o k -ésimo nível do fator B ;
- $(\alpha\gamma)_{jl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\beta\gamma)_{jkl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível de A , o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- e_{ijkl}^{ABC} é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;

Os efeitos principais possuem a mesma interpretação do caso *split-plot* e os termos de erro podem ser considerados variáveis aleatórias i.i.d. com médias 0 e variâncias σ_{eA}^2 , σ_{eBC}^2 e σ_{eABC}^2 , respectivamente. A ANOVA para o experimento *strip-plot* do primeiro exemplo é apresentada a seguir na Tabela 2.7.

Tabela 2.7: ANOVA para um plano *Strip-Plot*

Fonte	g.l.	E(MS)
Réplicas	$r - 1$	
Fator A	$a - 1$	$\sigma_{eABC}^2 + bc\sigma_{eA}^2 + rbc \sum \alpha_j^2 / (a - 1)$
Erro (A)	$(r - 1)(a - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + bc\sigma_{eA}^2$
Fator B	$(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + a\sigma_{eBC}^2 + rac \sum \beta_k^2 / (b - 1)$
Fator C	$(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + a\sigma_{eBC}^2 + rab \sum \gamma_l^2 / (c - 1)$
$B \times C$	$(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ra \sum (\beta\gamma)_{kl}^2 / [(b - 1)(c - 1)]$
Erro (BC)	$(r - 1)(bc - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + a\sigma_{eBC}^2$
$A \times B$	$(a - 1)(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + rc \sum (\alpha\beta)_{jk}^2 / [(a - 1)(b - 1)]$
$A \times C$	$(a - 1)(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + rb \sum (\alpha\gamma)_{jl}^2 / [(a - 1)(c - 1)]$
$A \times B \times C$	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + r \sum (\alpha\beta\gamma)_{jkl}^2 / [(a - 1)(b - 1)(c - 1)]$
Erro (ABC)	$(r - 1)(a - 1)(bc - 1)$	σ_{eABC}^2
Total	$rabc - 1$	

2.2.4 Plano *Split-Lot*

O conceito de um experimento *split-lot*, como visto em Mee & Bates (1998), é alcançado através da generalização da idéia que caracteriza um plano *strip-plot*. Este tipo de experimento possui várias etapas durante o processo de aleatorização e em cada etapa as unidades experimentais são agrupadas conforme alguma restrição diferente. Experimentos *strip-plot* são um caso particular dos planos *split-lot* em que existem apenas duas etapas, ou seja, duas restrições sobrepostas, enquanto no *split-lot* teoricamente não há limite para o número de aleatorizações envolvidas.

No exemplo a seguir, os níveis do fator A são atribuídos a diferentes unidades, representadas nas diferentes profundidades (Figura 2.6), os níveis do fator B são aplicados nas colunas (Figura 2.7) e os níveis do fator C são atribuídos às linhas (Figura 2.8), então a atribuição dos níveis de cada fator sofre uma diferente aleatorização, e assim temos várias aleatorizações superpostas, caracterizando um plano *split-lot*. Deve-se ressaltar que tanto a Figura 2.6, quanto a Figura 2.7 e a Figura 2.8 representam etapas de um mesmo experimento.

Figura 2.6: Primeira etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator A às respectivas unidades experimentais em um exemplo de plano *Split-Lot*

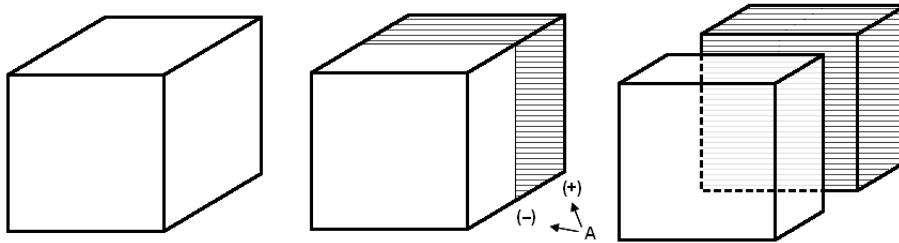


Figura 2.7: Segunda etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator B às respectivas unidades experimentais sob uma nova aleatorização em um exemplo de plano *Split-Lot*

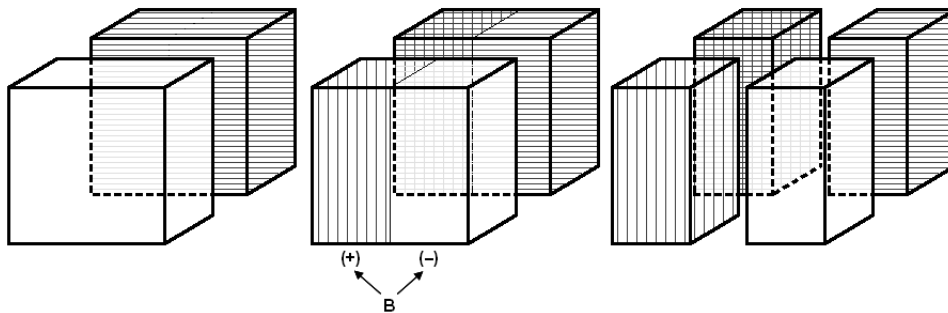
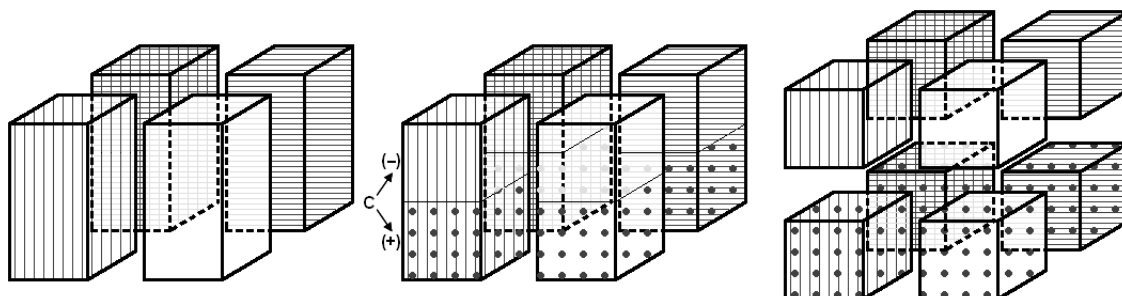


Figura 2.8: Terceira etapa de aleatorização, com a atribuição dos níveis do fator C às respectivas unidades experimentais sob uma terceira aleatorização em um exemplo de plano *Split-Lot*



Um modelo linear para o plano *split-lot* com três diferentes etapas de aleatorização, como o do exemplo é da forma:

$$y_{ijkl} = \mu + r_i + \alpha_j + e_{ij}^A + \beta_k + e_{ik}^B + \gamma_l + e_{il}^C + (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\gamma)_{jl} + (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + e_{ijkl}^{ABC} \quad (2.4)$$

no qual aparece mais outro componente do erro para as interações e assim tem-se:

y_{ijkl} é a resposta observada na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C ;

μ é a média geral;

r_i é o efeito da i -ésima réplica;

α_j é o efeito do j -ésimo nível do fator A ;

e_{ij}^A é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do j -ésimo nível do fator A , e está relacionado ao primeiro plot;

β_k é o efeito do k -ésimo nível do fator B ;

e_{ik}^B é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do k -ésimo nível do fator B , relacionado ao segundo plot;

- γ_l é o efeito do l -ésimo nível do fator C ;
- e_{il}^C é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica do l -ésimo nível do fator C , correspondendo ao terceiro plot;
- $(\alpha\beta)_{jk}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o k -ésimo nível do fator B ;
- $(\alpha\gamma)_{jl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível do fator A e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\beta\gamma)_{kl}$ é o efeito da interação entre o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- $(\alpha\beta\gamma)_{jkl}$ é o efeito da interação entre o j -ésimo nível de A , o k -ésimo nível do fator B e o l -ésimo nível do fator C ;
- e_{ijkl}^{ABC} é o termo residual relativo ao valor observado na i -ésima réplica sob o j -ésimo nível do fator A , k -ésimo nível do fator B e l -ésimo nível do fator C , associado às interações envolvendo fatores de diferentes plots;

Os termos de erro podem ser tratados como v. a. independentes com médias 0 e variâncias σ_{eA}^2 , σ_{eB}^2 , σ_{eC}^2 e σ_{eABC}^2 , respectivamente. Um esboço da ANOVA para o experimento *split-lot* com 3 etapas de aleatorização como o do exemplo é apresentado a seguir na Tabela 2.8.

Como nas situações anteriores, a precisão será maior para as interações que envolverem fatores cujas unidades experimentais são distintas. Para o caso com 3 fatores e 3 etapas de aleatorização, todas as interações são avaliadas da mesma forma, mas caso houvessem, por exemplo, 4 fatores e 3 restrições, então 2 fatores e sua interação seriam observados de acordo com o erro do respectivo plot para o qual os tratamentos envolvendo estes 2 fatores foram aplicados.

Tabela 2.8: Esboço de ANOVA para um plano *Split-Lot*

Fonte	g.l.	E(MS)
Réplicas	$r - 1$	
Fator A	$a - 1$	$\sigma_{eABC}^2 + bc\sigma_{eA}^2 + rbc \sum \alpha_j^2 / (a - 1)$
Erro (A)	$(r - 1)(a - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + bc\sigma_{eA}^2$
Fator B	$(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ac\sigma_{eB}^2 + rac \sum \beta_k^2 / (b - 1)$
Erro (B)	$(r - 1)(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ac\sigma_{eB}^2$
Fator C	$(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ab\sigma_{eC}^2 + rab \sum \beta_k^2 / (c - 1)$
Erro (C)	$(r - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ab\sigma_{eC}^2$
$A \times B$	$(a - 1)(b - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + rc \sum (\alpha\beta)_{jk}^2 / [(a - 1)(b - 1)]$
$A \times C$	$(a - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + rb \sum (\alpha\gamma)_{jl}^2 / [(a - 1)(c - 1)]$
$B \times C$	$(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + ra \sum (\beta\gamma)_{kl}^2 / [(b - 1)(c - 1)]$
$A \times B \times C$	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	$\sigma_{eABC}^2 + r \sum (\alpha\beta\gamma)_{jkl}^2 / [(a - 1)(b - 1)(c - 1)]$
Erro (ABC)	$(r - 1)(abc - a - b - c + 2)$	σ_{eABC}^2
Total	$rab - 1$	

2.3 Métodos de Lenth

2.3.1 Método de Lenth

Com o objetivo de analisar experimentos em situações nas quais não há réplicas, Lenth (1989) desenvolveu uma maneira relativamente simples de análise que permite expressar os resultados graficamente mas não depende da subjetividade do pesquisador, ou seja, uma metodologia formal para a análise de tais experimentos. Quando se trata de um experimento fatorial, é possível que existam muitos fatores e seja necessário calcular estimativas para um grande número de contrastes e, no caso completamente aleatorizado, todas as estimativas têm a mesma variância.

A base do método é o princípio da esparsidade dos efeitos, que sugere que geralmente apenas um pequeno número dos contrastes deve ser diferente de zero no processo observado. Existindo em um experimento fatorial efeitos principais e interações de ordem cada vez maior, tem-se observado empiricamente que os efeitos principais e interações de baixa ordem são significativos com uma maior frequência, porém estes representam apenas uma parte do grupo composto por

todos os efeitos, ou seja, interações de alta ordem envolvendo 3 ou mais fatores são mais raras e, sendo assim, a quantidade de efeitos estatisticamente significativos em um experimento fatorial não deve ser grande. Para verificar a ocorrência desta condição, o método utiliza-se de uma fórmula simples para o erro padrão das estimativas dos contrastes.

Sejam $k_1, k_2, \dots, k_m$ os efeitos dos contrastes de interesse e $c_1, c_2, \dots, c_m$ suas respectivas estimativas. Geralmente os c_i são tratados como realizações independentes de variáveis aleatórias $N(k_i, \tau^2)$; ou seja, as distribuições amostrais dos c_i são (aproximadamente) Normais com médias k_i possivelmente diferentes, mas variâncias iguais τ^2 . Define-se s_0 a partir da mediana das estimativas c_j

$$s_0 = 1,5 \times \text{mediana}|c_j| \quad (2.5)$$

e ainda o pseudo erro padrão (PSE) dos contrastes como uma fórmula, que se baseia apenas na mediana de uma parte das estimativas c_j , dada por:

$$PSE = 1,5 \times \text{mediana}_{(|c_j| < 2,5s_0)}|c_j|. \quad (2.6)$$

Note que (2.5) e (2.6) são idênticas exceto pelo fato de a mediana em (2.6) ser tomada para um conjunto mais restrito de $|c_j|$'s, removendo-se efeitos claramente ativos. O resultado (2.6) é uma estimativa razoável de τ quando os efeitos são bem distribuídos, como seria esperado supondo esparsidade, e pode ser utilizado normalmente. Com isso é possível definir uma margem de erro:

$$ME = t_{(1-\frac{\alpha}{2};d)} \times PSE$$

onde $t_{(1-\frac{\alpha}{2};d)}$ é o quantil da distribuição t com d graus de liberdade (Lenth realizou simulações e sugere a utilização de $d = m/3$), sendo m o número de efeitos comparados. ME é uma margem de erro para c_i com aproximadamente $1 - \alpha$ de confiança. No entanto deve-se atentar para o

fato de que várias inferências estão sendo feitas simultaneamente e, para levar em consideração a possibilidade de que algumas das estimativas de contrastes inativos excedam a ME e gerem conclusões erradas, define-se também uma margem de erro simultânea (SME):

$$SME = t_{(\gamma;d)} \times PSE$$

onde $\gamma = (1 + 0,95^{(1/m)})/2$. Esta fórmula é originada utilizando-se o fato de que as estimativas são independentes.

Os resultados podem ser observados através de um gráfico de barras mostrando os contrastes e linhas de referência em $\pm ME$ e $\pm SME$. Um contraste que exceda a linha de SME é claramente ativo, um que não ultrapasse a linha de ME não deve ser considerado ativo, e um contraste que fique entre as duas linhas está em uma zona de incerteza e pode ser tanto ativo quanto inativo.

A importância de um determinado efeito é julgada com base na comparação deste efeito com a margem de erro simultânea (SME) no método de Lenth. Outra forma de decidir se um efeito deve ser considerado ativo é comparar a estatística de Lenth, dada por $t_{Lenth;i} = |c_i|/PSE$, com o quantil da distribuição $t_{\gamma;d}$. É possível verificar a igualdade entre as duas formas descritas, inicialmente tem-se a comparação do $|c_i|$ com a SME , mas $SME = t_{\gamma;d} \times PSE$, logo, dividindo-se ambos os membros pelo PSE tem-se a comparação entre o $|c_i|/PSE$ e o quantil $t_{\gamma;d}$. Portanto, a comparação do efeito com a SME é idêntica à comparação da estatística $t_{Lenth;i}$ com o quantil $t_{\gamma;d}$.

Para ilustrar a análise, o método de Lenth foi aplicado a um exemplo encontrado em Montgomery (2005, p. 271). O exemplo trata de um experimento com quatro fatores de dois níveis cada, e com isso 16 tratamentos, e observa a taxa de filtragem de um determinado produto químico como variável resposta. A Tabela 2.9 mostra os dados e é possível realizar os cálculos necessários para a utilização do método. Primeiramente obtém-se a mediana dos efeitos (2,625) e com isso o valor de $s_0 = 1,5 \times 2,625 = 3,938$ então, removendo os cinco efeitos cujos va-

lores absolutos ultrapassam $2,5 \times s_0 = 9,844$, calcula-se a nova mediana (1,75) e o valor do $PSE = 1,5 \times 1,75 = 2,625$. Baseando-se nos quantis $t_{(0,975;5)} = 2,57$ e $t_{(\gamma;5)} = t_{(0,998;5)} = 5,22$ calcula-se enfim as quantidades ME e SME dadas por $ME = 2,57 \times 2,625 = 6,746$ e $SME = 5,22 \times 2,625 = 13,703$, respectivamente.

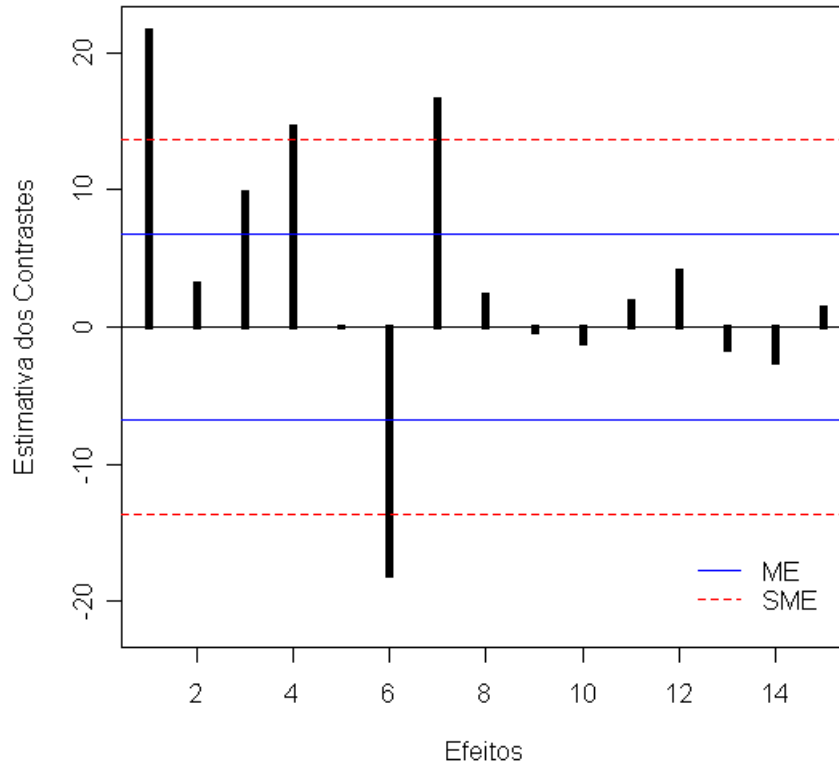
Tabela 2.9: Dados do exemplo encontrado em Montgomery(1991)

efeito	valor
A	21,625
B	3,125
C	9,875
D	14,625
AB	0,125
AC	-18,125
AD	16,625
BC	2,375
BD	-0,375
CD	-1,125
ABC	1,875
ABD	4,125
ACD	-1,625
BCD	-2,625
ABCD	1,375

De acordo com o gráfico de Lenth da Figura (2.9), apenas quatro efeitos são julgados ativos pois ultrapassam a linha correspondente a SME (sendo eles A, D, AC e AD). O efeito C ficou situado entre a ME e a SME , podendo também ser considerado ativo se os valores observados forem avaliados como incomuns pelo pesquisador, mas, como a interação AC foi julgada ativa, a atenção deve se voltar principalmente para os efeitos de interação AC e AD .

Lenth (1989) realizou simulações de Monte Carlo em que os resultados são observados para experimentos com diferentes tamanhos de amostra, variando a quantidade de efeitos significativos, utilizando diferentes magnitudes para estes efeitos e verificando o desempenho do método para

Figura 2.9: Gráfico de Lenth para os Dados da Tabela 2.9



diferentes níveis de significância. O método funciona cada vez melhor quando o tamanho da amostra cresce, porém em amostras pequenas (n menor que 15) os resultados podem não valer. Nos casos em que não existem contrastes ativos a diferença entre s_0 e PSE é pequena (devido ao cálculo das diferentes medianas), mas na presença de contrastes ativos essa diferença passa a ser bem mais perceptível. Além disso, as esperanças e limites tanto do s_0 quanto do PSE excedem o valor utilizado para τ em todos os casos da simulação, sugerindo que o método é conservador, ou seja, ele trabalha com uma estimativa exagerada da variância, e assim, diminui a probabilidade de rejeitar a hipótese nula de que os efeitos não são significativos quando estes realmente não são

(Lenth (1989)). Outra informação que se obteve foi a razão entre a média observada do PSE dividida pelos valores assintóticos. Verificou-se que, para amostras de tamanho m maior ou igual a 15, o valor esperado de PSE já se aproxima razoavelmente de τ , estando a razão entre 1,01 e 1,03 para o caso de $m = 15$, e entre 0,99 e 1,03 para $m = 31$.

2.3.2 Método *Step-Down* Lenth

Após o surgimento do método de Lenth, Ye et al. (2001) buscaram aperfeiçoar esta técnica de forma a captar efeitos ativos que não pudessem ser detectados devido a presença de outros efeitos ainda mais claramente ativos, já que a presença destes últimos exigiria que os efeitos estivessem relativamente mais afastados para que o método original os julgasse ativos. O objetivo destes autores é o mesmo, ou seja, analisar planos de estrutura fatorial na ausência de réplicas.

O Método *Step-Down* Lenth calcula o pseudo erro padrão e, se utilizando deste resultado, remove o maior efeito ativo para em seguida recalculer o pseudo erro padrão utilizando somente os efeitos restantes, e este procedimento é repetido até que o maior dentre os efeitos não seja declarado ativo. Assim, o método se baseia na estatística

$$t_i = \frac{|c_i|}{PSE_i}$$

em que PSE_i é o pseudo erro padrão baseado nos i contrastes presentes.

No estudo realizado por Ye et al. (2001) foram obtidos valores críticos através de simulação que, para o método *step-down* Lenth, apresentaram melhores resultados que os obtidos utilizando-se os valores tabelados da distribuição t . Foram obtidos valores críticos (C_α^m) para um número m de 4 até 35 contrastes e vários valores de α , partindo de 0,01 até 0,4.

O método *step-down* Lenth foi aplicado aos dados do mesmo exemplo citado anteriormente, vindo de Montgomery (2005, p. 271) e a Tabela 2.10 apresenta os valores dos contrastes, da estatística t_i e do valor crítico correspondente (C_α^m) para os quinze efeitos fatoriais.

Tabela 2.10: Contrastes, valores para t_i e valores críticos associados a cada efeito no exemplo de Montgomery(2005, p.271)

Efeito	Contraste	t_i	$C_{0,05}^m$
A	21,625	8,217	4,24
AC	-18,125	6,887	4,33
AD	16,625	6,317	4,33
D	14,625	5,557	4,45
C	9,875	3,753	4,45
ABD	4,125	-	-
B	3,125	-	-
BCD	-2,625	-	-
BC	2,375	-	-
ABC	1,875	-	-
ACD	-1,625	-	-
ABCD	1,375	-	-
CD	-1,125	-	-
BD	-0,375	-	-
AB	0,125	-	-

Inicialmente observou-se o maior contraste em valor absoluto (referente ao efeito do fator A) e foi calculada a estatística t_i , obtendo o valor de 8,217 que, por ser maior que o valor crítico ($C_{0,05}^{15} = 4,24$) associado a um teste com 15 efeitos e $\alpha = 0,05$, foi removido do grupo e seu efeito foi declarado ativo. Após a remoção do primeiro contraste, o PSE é recalculado e o novo valor da estatística t_i é obtido, levando à remoção do segundo maior contraste (AC), por ser superior mais uma vez ao valor tabelado correspondente. Este processo é repetido até o momento em que o valor de t_i não ultrapassa o valor crítico, associado ao efeito do fator C neste caso. Dessa forma os efeitos de A , AC , AD e D são julgados ativos pelo método *step-down* Lenth, ou seja, o resultado é semelhante ao que foi obtido através do método original de Lenth.

Métodos de Lenth em Planos *Strip-Plot* com Estruturas Fatoriais 2^k

3.1 Análise de um Experimento *Strip-Plot* com Estrutura Fatorial 2^k pelos Métodos de Lenth

Antes de discutir a simulação e observar os resultados obtidos, espera-se ilustrar como é o procedimento realizado após a execução de um experimento *strip-plot* não-replicado para analisá-lo utilizando os métodos de Lenth. Para tanto, foi gerado um exemplo no qual existem dois fatores (A e B) associados a um plot e mais três fatores (C , D e E) associados ao outro, ou seja, como se tratam de cinco fatores e não há réplicas, o experimento possui 32 tratamentos e, com isso, 31 efeitos. Estes efeitos estão separados em três grupos, um deles com apenas três efeitos envolvendo os fatores do primeiro plot e sua interação, outro grupo com sete efeitos correspondentes aos três fatores e suas interações associados ao segundo plot, e o outro grupo com os 21 efeitos restantes é formado pelas interações que envolvem fatores dos dois plots diferentes, como na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Grupos de efeitos e interações

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3		
A	C	AC	ABD	BDE
B	D	AD	ABE	ABCD
AB	E	AE	ACD	ABCE
	CD	BC	ACE	ABDE
	CE	BD	ADE	ACDE
	DE	BE	BCD	BCDE
	CDE	ABC	BCE	ABCDE

Na geração das observações foram atribuídas diferentes magnitudes aos seguintes efeitos: A , C , D , e BE . O efeito utilizado para o fator A foi de 20, os efeitos dos fatores C e D foram 20 e 10, respectivamente e o efeito da interação BE é dado por 10. Deve-se observar que A faz parte do primeiro grupo, C e D fazem parte do segundo e BE é uma interação que faz parte do terceiro grupo de efeitos, que compartilham da mesma variância. As observações foram geradas segundo o modelo:

$$y_{ijkl} = (A/2)x_i + \epsilon_i + (C/2)x_j + (D/2)x_k + \varepsilon_{jk} + (BE/2)x_l + \eta_l$$

Em que

y_{ijkl} é a resposta observada sob i -ésimo nível do fator A , j -ésimo nível do fator C ,

k -ésimo nível do fator D , e l -ésimo nível da interação BE ;

A é o efeito do fator A ;

C é o efeito do fator C ;

D é o efeito do fator D ;

BE é o efeito do interação BE ;

x_i assume -1 se o fator A estiver no nível baixo, e 1 se estiver no nível alto;

x_j assume -1 se o fator C estiver no nível baixo, e 1 se estiver no nível alto;

- x_k assume -1 se o fator D estiver no nível baixo, e 1 se estiver no nível alto;
 x_l assume -1 se a interação BE estiver no nível baixo, e 1 se estiver no nível alto;
 ϵ_i é o termo residual relativo ao primeiro plot e segue uma distribuição $N(0, 2)$;
 ε_{jk} é o termo residual relativo ao segundo plot e segue uma distribuição $N(0, 2)$;
 η_l é o termo residual relativo ao grupo das interações entre fatores dos diferentes plots e segue uma distribuição $N(0, 1)$;

E os termos ϵ , ε e η são não-correlacionados.

Para analisar os resultados, é preciso separar os dados nos grupos homoscedásticos da Tabela 3.1, e assim, utilizando o Método de Lenth, foram construídos três gráficos diferentes. Utilizando o *Step-Down* Lenth também é necessário realizar todo o procedimento em cada um dos três grupos. As Tabelas 3.2, 3.3 e 3.4 apresentam os efeitos estimados a partir das observações geradas.

Tabela 3.2: Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 1)

efeito	valor
A	19,790
B	-2,058
AB	0,246

Tabela 3.3: Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 2)

efeito	valor
C	20,477
D	10,409
E	0,752
CD	-1,158
CE	0,316
DE	-1,522
CDE	-1,826

Tabela 3.4: Efeitos estimados para dados de simulação (Grupo 3)

efeito	valor
AC	-0,715
AD	0,214
AE	0,499
BC	0,139
BD	-0,488
BE	9,816
ABC	0,174
ABD	-0,069
ABE	-0,850
ACD	0,614
ACE	-0,062
ADE	-0,080
BCD	-0,106
BCE	-0,372
BDE	-0,348
ABCD	-0,264
ABCE	-0,252
ABDE	0,144
ACDE	-0,198
BCDE	0,051
ABCDE	-0,053

Com estes efeitos, foram construídos gráficos de Lenth e foram realizados os cálculos do método *step-down* Lenth. Ye et al. (2001) fornece apenas valores críticos para m maior que 3. Por isso foi utilizado o valor da tabela t neste exemplo e na simulação apresentada adiante. Pelo método de Lenth observa-se o gráfico da Figura 3.1 para o primeiro grupo, no qual nenhum efeito ultrapassa os limites.

Na Figura 3.2 já é possível ver um dos efeitos (efeito C) ultrapassando o limite das duas margens de erro e outro (efeito D) situado entre os dois limites, o que pode gerar suspeitas

Figura 3.1: Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 1)

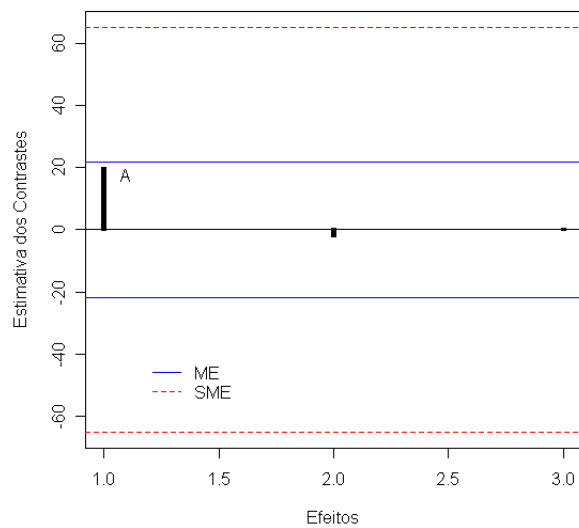
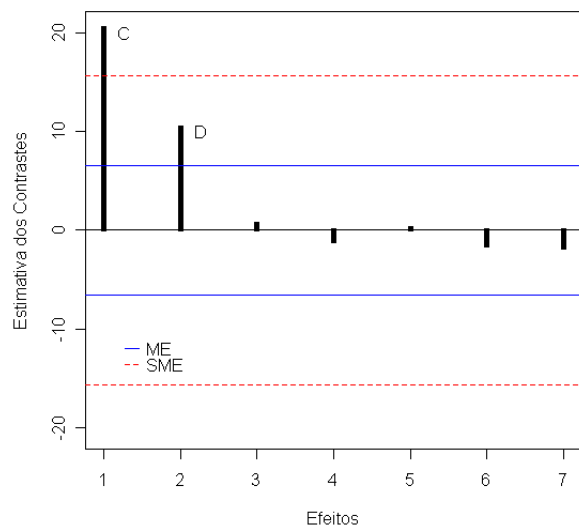
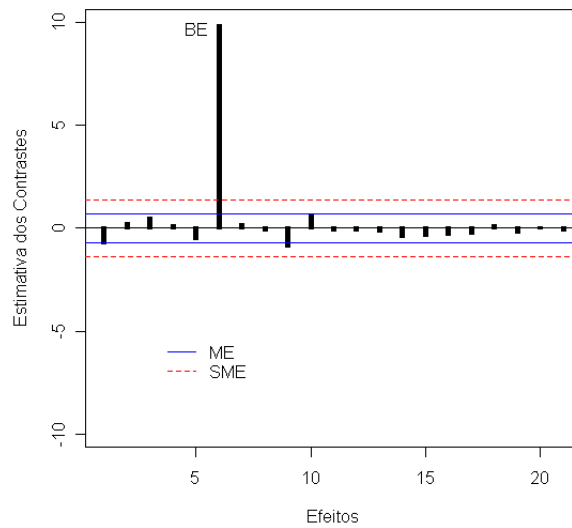


Figura 3.2: Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 2)



dependendo da situação e deve ser discutido com o pesquisador. Na Figura 3.3 é evidente que o efeito BE é um efeito ativo. Deve-se estar atento à diferença de escala entre os gráficos, que pode gerar a idéia de que o efeito BE é maior e o efeito do fator A é menor, quando acontece exatamente o inverso.

Figura 3.3: Exemplo de utilização do gráfico de Lenth (Grupo 3)



Pelo *step-down*, no primeiro grupo, o valor do maior efeito (A) foi dividido pelo PSE (dado por 1,728), mas o resultado obtido não foi superior ao valor t tabelado (37,544) e, portanto, não foi julgado ativo (como pode ser visto na Tabela 3.5), e assim o processo realizado nos cálculos do método teve apenas um passo. No segundo grupo, o valor do efeito C quando dividido pelo PSE (1,738), resultando em 11,784 superou o valor tabelado (9,207) e, com isso, o PSE foi recalculado, levando a mais uma etapa de cálculos. Porém na etapa seguinte, o segundo maior valor (D) não ultrapassou o valor tabelado ao ser dividido pelo PSE e não foi declarado significativo (dados da Tabela 3.6). No terceiro grupo, o efeito BE superou o valor tabelado (4,615) após a divisão pelo PSE (resultando em 0,297), e foi o único efeito julgado ativo dentro do grupo (Tabela 3.7).

Tabela 3.5: Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no primeiro grupo

Efeito	Contraste	t_i	$t_{\gamma;d}$
A	19,790	11.451	37,544
B	-2,058	-	-
AB	0,246	-	-

Tabela 3.6: Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no segundo grupo

Efeito	Contraste	t_i	$t_{\gamma;d}$
C	20,477	11.784	9,207
D	10,409	5.990	10.769
CDE	-1,826	-	-
DE	-1,522	-	-
CD	-1,158	-	-
E	0,752	-	-
CE	0,316	-	-

Dessa forma é possível suspeitar que o número de efeitos no gráfico, assim como no teste realizado pelo método *step-down*, afeta a capacidade de detecção dos efeitos ativos mas os métodos apresentam conclusões semelhantes. Nos dois métodos o efeito ativo do primeiro grupo (com 3 efeitos), apesar de sua magnitude (o efeito A é de 20 unidades), não foi detectado como efeito ativo. No segundo grupo, com mais pontos (7 efeitos), já é possível captar um dos efeitos ativos (efeito C , com 20 unidades de magnitude), porém o outro (efeito D) que não tinha uma magnitude tão alta (10 unidades) não foi detectado, apesar de ser ativo. No terceiro grupo, o único efeito ativo (BE com 10 unidades de magnitude) foi julgado corretamente pelos dois métodos e se destaca dos outros efeitos dentro do grupo.

Tabela 3.7: Contrastes, valores para t_i e valores críticos da tabela t associados a cada efeito no terceiro grupo

Efeito	Contraste	t_i	$t_{\gamma;d}$
BE	9,816	33.102	4,615
ABE	-0,850	3.047	4.708
AC	-0,715	-	-
ACD	0,614	-	-
AE	0,499	-	-
BD	-0,488	-	-
BCE	-0,372	-	-
BDE	-0,348	-	-
ABCD	-0,264	-	-
ABCE	-0,252	-	-
AD	0,214	-	-
ACDE	-0,198	-	-
ABC	0,174	-	-
ABDE	0,144	-	-
BC	0,139	-	-
BCD	-0,106	-	-
ADE	-0,080	-	-
ABD	-0,069	-	-
ACE	-0,062	-	-
ABCDE	-0,053	-	-
BCDE	0,051	-	-

3.2 Análise de Desempenho dos Métodos de Lenth

Apesar dos Métodos de Lenth funcionarem adequadamente em experimentos com grande número de efeitos agrupados em um mesmo gráfico e em situações em que não existe diferença de variância nos dados, este não é o contexto em que se enquadram os experimentos do tipo *split-plot*. Como foi observado anteriormente, nos experimentos da classe *split-plot* existem várias fontes de variabilidade e determinados efeitos estão sujeitos a diferentes delas, formando

assim grupos menores dentro dos quais os efeitos são homoscedásticos, mas entre os quais existe diferença de variância. Melo (2007) observou o desempenho do método em planos *strip-plot* separando os efeitos de um plot em um grupo, os de outro plot em outro grupo, e os efeitos das interações envolvendo fatores dos dois plots em um terceiro grupo, ou seja, o método foi aplicado a três grupos de dados diferentes em cada experimento. A separação dos efeitos em grupos homoscedásticos foi apresentada em Vivacqua & Bisgaard (2004), sugerindo a aplicação de gráficos de probabilidade normal em cada grupo. Na geração dos dados, Melo (2007) considerou o caso em que a contribuição na variabilidade devido apenas ao plot é igual a contribuição devido aos subplots, e o número de efeitos ativos foi mantido fixo em cada uma das situações de mesmo número de fatores. No presente estudo são observados os desempenhos dos métodos de Lenth em situações não investigadas por Melo (2007).

3.2.1 Objetivos Gerais

Os objetivos do presente estudo de simulação são verificar:

- se diferentes variâncias realmente afetam o desempenho do método;
- até que ponto o número de efeitos presentes no gráfico influi nos resultados;
- como o surgimento de efeitos significativos em cada um dos grupos pode alterar o resultado obtido.

Para tanto foi desenvolvido um programa utilizando o software R (R Development Core Team (2007)), (o código para a geração de uma das situações está disponível no apêndice), para gerar observações sujeitas a diferentes fontes de variação simulando um experimento *strip-plot*.

3.2.2 Estudo de Simulação

As características que definem os cenários considerados para a realização das simulações foram as seguintes:

- Quantidade de fatores presentes no experimento e associados a cada plot, definindo também com isso o número de efeitos em cada grupo;
- Número de efeitos significativos e suas respectivas posições nos grupos de efeitos;
- Magnitude dos efeitos significativos;
- Desvio padrão entre plots; e
- Desvio padrão dentro das plots (entre os subplots).

Dado que Melo (2007) já havia observado o comportamento do gráfico quando o experimento possuía mais de seis fatores, o número de fatores foi mantido menor ou igual a seis, para verificar se, mesmo com poucos pontos no gráfico, o método ainda apresentava um bom desempenho. Porém não foi observado o caso com quatro fatores, pois um experimento *strip-plot* com 4 fatores teria um fator associado a um plot e um grupo com os outros três associados a outro plot, ou dois grupos de dois fatores para cada plot. O caso em que só se tem um fator associado a um plot faz com que o gráfico apresente um único ponto e é impossível realizar comparação. Quando se tem um grupo com dois fatores, o gráfico apresenta pontos para apenas três efeitos e, dessa forma qualquer comparação é prejudicada. Ainda assim, foi simulado um experimento com cinco fatores em que dois deles estão associados a um plot e, dessa forma foi possível verificar o que ocorre em um grupo com uma quantidade mínima de efeitos. O número de fatores estabelece a quantidade de efeitos, porém a definição de quantos fatores estão agrupados em cada plot é que determina quantos efeitos serão avaliados em um mesmo gráfico. Foi dada uma grande importância ao número de fatores pois os exemplos considerados foram todos de experimentos fatoriais não fracionados e, com isso, o número de provas é definido simplesmente pela quantidade de fatores presentes. Em um experimento fatorial fracionado, ainda que existam muitos fatores, o número de provas pode vir a ser reduzido dependendo da fração dos tratamentos utilizada, e

isso leva da mesma forma a ocorrência de gráficos com poucos pontos. Levando em consideração todas estas limitações, foram considerados três casos:

- Caso 1 - Um experimento com 5 fatores, estando dois em um plot e três no outro (definindo assim três grupos: um com 3 efeitos, devido aos primeiros dois fatores e sua interação, outro com 7 efeitos, devido aos três fatores e as interações envolvendo apenas estes, e mais um grupo com 21 efeitos formado pelas interações que envolvem fatores dos dois grupos);
- Caso 2 - Um experimento com 6 fatores, sendo três em um plot e três no outro (fazendo com que o primeiro e o segundo grupo tenham 7 efeitos cada um, formados pelos fatores e interações associados a cada plot, e um terceiro grupo com 49 efeitos decorrentes das interações entre fatores de plot diferentes); e
- Caso 3 - Mais um experimento com 6 fatores, porém desta vez distribuídos de forma a manter 2 em um plot e 4 no outro (produzindo com isso um grupo de apenas 3 efeitos, um com 15 efeitos, e um com os 45 efeitos produzidos pelas interações entre os fatores dos dois plots).

Os efeitos significativos foram distribuídos tentando-se contemplar várias situações distintas, em que o número de efeitos significativos é alterado. E observa-se também, para casos em que o número de efeitos significativos é o mesmo, como a detecção pode ser afetada pelo grupo de origem do efeito. Ou seja, observou-se desde o caso em que só existe um efeito significativo em todo o experimento, verificando como se dá sua detecção em cada grupo diferente, até situações em que cada grupo apresenta mais de um efeito significativo, e simultaneamente. Em todos os casos, o terceiro grupo de efeitos (que corresponde ao grupo com interações entre fatores de grupos distintos) apresenta um maior número de pontos que os outros grupos (contendo efeitos principais), portanto quando o número de efeitos significativos em cada grupo era diferente, a

maior parte destes foi atribuída ao terceiro grupo. Para o caso 1, que tem menos efeitos por se tratar de um experimento com cinco fatores, observou-se 6 situações:

- Situação 1 - (0,0,1)- Apenas um efeito significativo, presente no terceiro grupo, relacionado às interações entre os plots;
- Situação 2 - (0,1,0)- Apenas um efeito significativo, presente no segundo grupo, relacionado aos efeitos do segundo plot;
- Situação 3 - (1,0,0)- Apenas um efeito significativo, presente no primeiro grupo, relacionado aos efeitos do primeiro plot;
- Situação 4 - (1,1,1)- Três efeitos significativos, sendo um em cada grupo;
- Situação 5 - (0,1,2)- Três efeitos significativos, um no segundo grupo e os outros dois no terceiro; e
- Situação 6 - (1,0,2)- Três efeitos significativos, um no primeiro grupo e os outros dois no terceiro;

Os números entre parênteses representam o número de efeitos ativos nos grupos 1, 2 e 3, respectivamente, e serão utilizados para identificar as situações mais facilmente nos gráficos apresentados adiante. As situações de análise mais simples são aquelas em que os efeitos ativos pertencem a grupos com maior número de efeitos. Com isso em mente foram definidas as situações, partindo das que apresentam menor número de efeitos ativos, igual distribuição de efeitos ativos em cada grupo se possível e, dentro destas condições, começando pelas mais simples de analisar.

Para os casos 2 e 3, em que o número de efeitos é maior, foram observadas situações semelhantes, mas incluindo mais efeitos significativos. Como foram observadas situações com apenas um e

com três fatores significativos no primeiro caso, e desejava-se também verificar os resultados com mais fatores significativos, optou-se por utilizar o dobro destas quantidades nos demais casos. Assim, mantendo a maioria dos efeitos significativos no grupo com mais efeitos sempre que a quantidade de efeitos significativos for diferente entre os grupos, foram consideradas as seguintes situações:

- Situação 7 - (0,1,1)- Dois efeitos significativos, um no segundo e um no terceiro grupo;
- Situação 8 - (1,0,1)- Dois efeitos significativos, um no primeiro e um no terceiro grupo;
- Situação 9 - (1,1,0)- Dois efeitos significativos, um no primeiro e um no segundo grupo;
- Situação 10 - (2,2,2)- Seis efeitos significativos, sendo dois em cada grupo;
- Situação 11 - (0,2,4)- Seis efeitos significativos, dois no segundo grupo e quatro no terceiro;
- Situação 12 - (2,0,4)- Seis efeitos significativos, dois no primeiro grupo e quatro no terceiro;

Em cada uma destas situações verificou-se o que ocorre com o desempenho do método quando a magnitude dos efeitos significativos varia. Foi observado o desempenho quando o efeito ativo não se destaca muito dos outros efeitos e quando ele é mais claramente significativo, mas mantendo uma mesma magnitude para todos os efeitos significativos, ou seja, quando a magnitude muda em um experimento, isto ocorre para todos os efeitos significativos presentes. Para isso foram utilizadas duas magnitudes distintas para os efeitos significativos:

- 5 unidades de medida; e
- 15 unidades de medida.

Porém, o que determina se uma dada magnitude é mais facilmente perceptível ou não é a variabilidade das observações. Com isso em mente, foram selecionados diferentes desvios-padrão

na geração das observações, e como o experimento possui mais de uma fonte de variação, é necessário diferenciar o desvio-padrão devido aos plots do desvio-padrão devido aos subplots. Assim para o desvio padrão entre os plots utilizou-se um desvio maior e um menor para verificar se, de alguma forma este desvio, que afeta apenas as estimativas de efeitos associados ao plot, poderia encobrir efeitos significativos. Os desvios utilizados foram:

- 2 unidades de medida; e
- 3 unidades de medida.

E, da mesma forma, para o desvio dentro dos plots (entre os subplots), foram utilizados dois valores de desvio-padrão, sendo ambos menores que os desvios utilizados entre os plots, considerando que, como os subplots estão dentro de um mesmo plot, é razoável supor que a diferença entre elas seja menor. Este desvio foi definido como um dos valores:

- 0,5 unidades de medida; e
- 1 unidade de medida.

Com isso, existem $3 \times 6 \times 2 \times 2 = 144$ cenários a serem comparados. Após a definição dos cenários, foi realizado um estudo de simulação de Monte Carlo no qual são geradas observações para cada cenário 10000 vezes e, em cada uma dessas réplicas de Monte Carlo são estimados os contrastes e observadas as conclusões provenientes de cada método. A comparação dos métodos em cada cenário foi feita com base em três propriedades que seriam interessantes para a avaliação do desempenho:

- O poder do método, que é medido neste caso como a proporção de efeitos ativos que são corretamente declarados ativos, ou seja, uma medida da capacidade do gráfico em detectar a presença de um efeito realmente significativo e identificá-lo entre os vários efeitos presentes. Quanto maior a proporção observada para o poder, melhor a avaliação do método;

- A fração de efeitos inativos incorretamente declarados ativos (IER - *Individual Error Rate*), que mede a proporção de efeitos que o método julgou serem ativos, mas na verdade não são significativos. Esta variável deve assumir valores tão próximos de zero quanto possível para que o método seja considerado eficaz, pois é uma proporção que tem a mesma interpretação do chamado erro do tipo I, ou seja, o erro que se comete ao rejeitar uma hipótese quando ela é verdadeira; e
- A fração de experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado incorretamente como ativo (EER - *Experimentwise Error Rate*), isto é, se em um experimento houver algum efeito não significativo que o gráfico destacou como ativo. A diferença entre o IER e o EER é que o primeiro verifica quantas vezes o erro é cometido em um mesmo experimento, enquanto o segundo observa em quantos experimentos aquele tipo de erro ocorreu.

Estas três características são obtidas através de proporções entre o valor observado e o total das 10.000 réplicas.

3.2.3 Resultados do Estudo de Simulação

Análise do Poder do Teste

Em se tratando do Método de Lenth, antes de analisar os gráficos que apresentam as variações no poder, deve-se destacar que na Situação 1 do Caso 1, nenhuma variação na magnitude dos efeitos, nem nos desvios dentro dos plots e entre os plots interferiu no poder do gráfico. O poder de acerto foi de 100% para esta situação, independentemente dos valores atribuídos para as dadas características, mas isto pode ser explicado pelo comportamento observado nas outras situações. As Figuras 3.4 com os resultados referentes às outras situações deste mesmo caso mostram que o aumento de 5 para 15 na magnitude dos efeitos significativos e a redução de 3 para 2 unidades no desvio padrão devido aos plots ocasionam o aumento do poder, porém o grupo ao qual o efeito pertence afeta visivelmente esta relação. Por exemplo, comparando-se as

Figuras 3.4 a) e 3.4 b) percebe-se que a segunda apresenta valores menores em todas as condições, e o mesmo pode ser percebido quando se compara as Figuras 3.4 d) e 3.4 e). Ou seja, quando o efeito significativo vem de um grupo com menos pontos o poder é prejudicado, o que explica o fato de ter se observado poder máximo quando se tem apenas um efeito ativo e este provém do grupo com maior número de pontos. A Figura 3.4 c), por exemplo, apresenta valores próximos de $2/3$ em todos os pontos, o que pode ser atribuído ao fato de possuir dois efeitos ativos no grupo 3 (com 21 pontos) e apenas um no grupo 1 (com 3 pontos) e, tratando dos dois extremos, provavelmente quaisquer mudanças não prejudicam a detecção no grande grupo, mas também não são suficientes para incrementar a detecção dentro do grupo menor e, com isso, o gráfico aparentemente capta os dois efeitos do maior grupo e não consegue distinguir o efeito no menor, produzindo valores próximos a $2/3$. As mudanças de 0,5 unidade para 1 unidade no desvio dentro dos plots não produzem variações tão nítidas no poder e é difícil afirmar que esta alteração seja realmente capaz de afetar os resultados.

A análise do poder no Caso 2 demonstra conclusões semelhantes, e como neste caso todo o experimento contém mais fatores, é possível notar que, mesmo incluindo um maior número de efeitos ativos, o poder continua maior quando os efeitos ativos se encontram em grupos de muitos pontos. As Figuras 3.5a), 3.5b), 3.5c) e 3.5d), mostram mais uma vez a interferência positiva da magnitude dos efeitos ativos, e a interferência negativa do desvio associado aos plots sobre o poder, e também não deixam evidências para acreditar que a mudança de 0,5 para 1 unidade de medida no desvio entre plots afeta o poder do método. Comparando, por exemplo, as Figuras 3.5 a) e 3.5 b) é possível ver que os resultados são todos muito próximos, pois um dos efeitos ativos está presente em um grupo diferente, mas o número de efeitos destes grupos é o mesmo e, portanto, o poder não se altera. O mesmo pode ser visto quando se compara as Figuras 3.5 e) e 3.5 f), já que mais uma vez ocorre a mudança de grupo de um efeito ativo, mas este grupo contém o mesmo número de pontos.

Figura 3.4: Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação

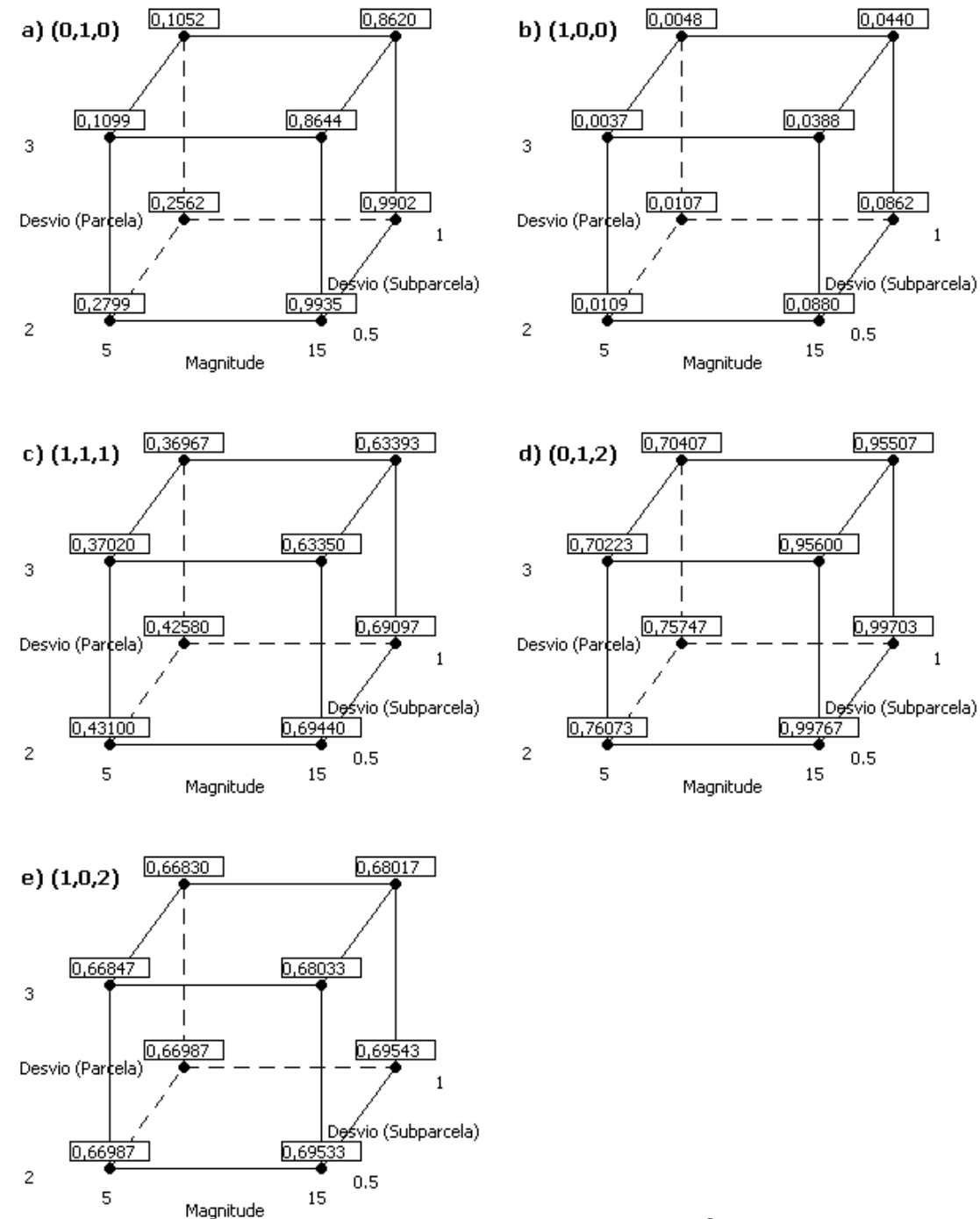
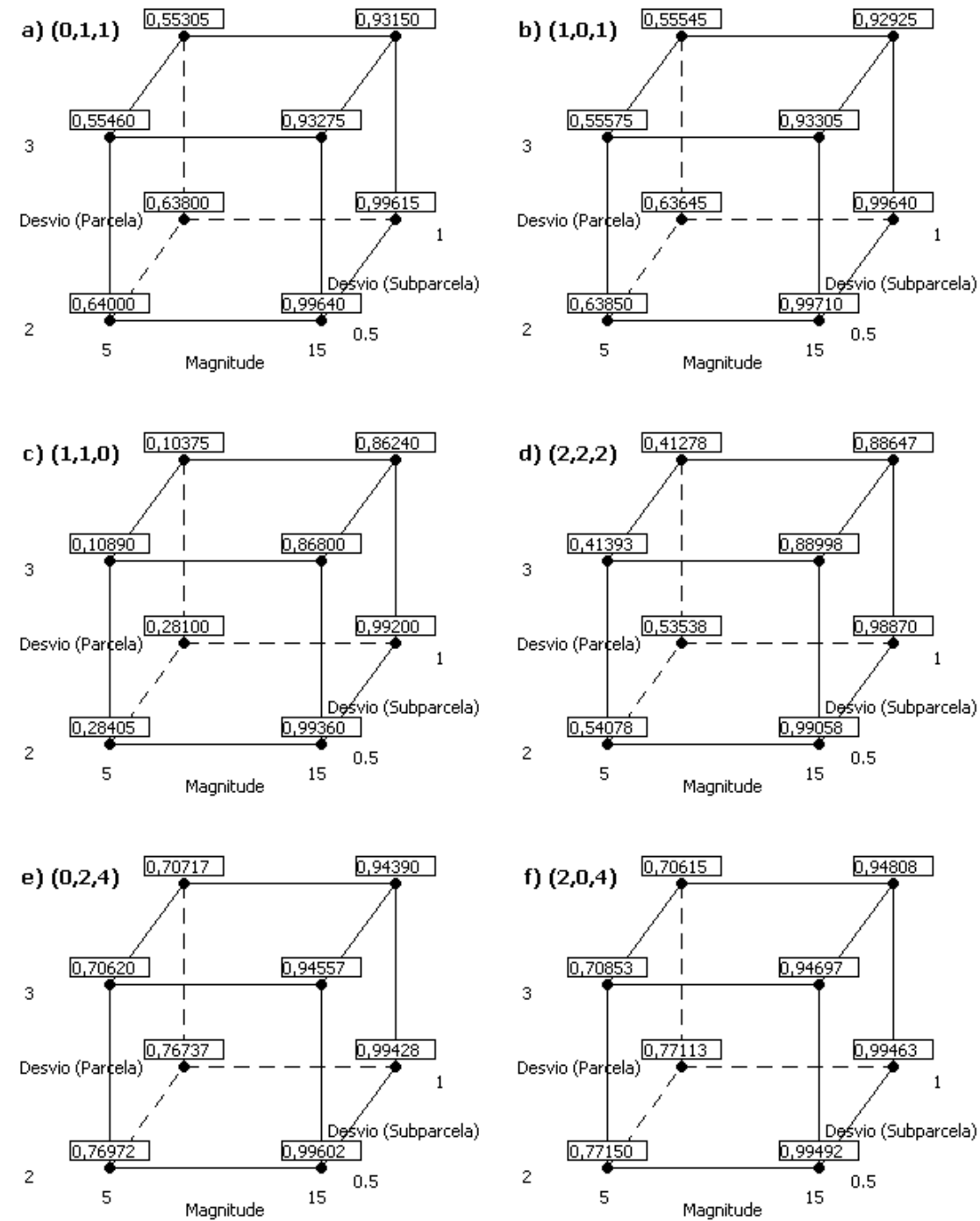


Figura 3.5: Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação



O Caso 3 tem o mesmo número de fatores envolvidos que o Caso 2, porém estes se distribuem de outra forma entre os grupos e, assim não se obtém o mesmo resultado que foi observado no Caso 2 quando um efeito ativo passa de um grupo para outro, pois desta vez o número de efeitos em cada grupo é diferente. As Figuras 3.6 a) e 3.6 e) apresentam altos valores para o poder, quando comparados com as Figuras 3.6 b) e 3.6 f), respectivamente, devido a esta diferente distribuição de fatores por grupos, que faz com que o primeiro grupo possua apenas três efeitos e o segundo tenha 15, facilitando a detecção de efeitos ativos quando estes se encontram no grupo maior. Além das diferenças devido ao grupo de onde os efeitos ativos são provenientes, existe ainda a variação decorrente do aumento da magnitude dos efeitos ativos, que produz um maior poder, e o aumento no desvio entre os plots que prejudica o poder do método. Mais uma vez não se percebe variação devido a mudança no desvio entre subplots. A Figura 3.6 f) demonstra resultados semelhantes aos observados na Figura 3.6 f) do Caso 1, e os mesmos comentários valem para esta.

Quando se compara estes resultados com aqueles obtidos pelo Método *Step-Down* Lenth, pode-se notar que, com este último o poder é bem menor, os valores são muito baixos, não chegando nem a 5% até mesmo nas condições mais favoráveis, ou seja, o método *Step-Down* Lenth é muito pior nas situações observadas, por ser extremamente conservador, pois a maior parte dos efeitos significativos passa despercebido. Nas Situações 2 e 3 do Caso 1, o poder foi de 0%, ou seja, quando se tem só um efeito ativo e ele está nos grupos menores, o método simplesmente não conseguiu detectar sua presença nenhuma vez, e mesmo na Situação 1, o poder se encontra entre 2% e 3%, como se pode ver na Figura 3.7 a). As Figuras 3.7 d), e) e f) apresentam valores entre 0,7% e 1%, e não se percebe diferença no poder quando se altera a magnitude nem os desvios entre plots ou subplots.

Para o Caso 2 observa-se novamente que o poder é insensível à mudança na magnitude de efeitos ativos de 5 para 15, assim como às mudanças de 2 para 3 unidades no desvio entre plots e

Figura 3.6: Valores do Poder sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação

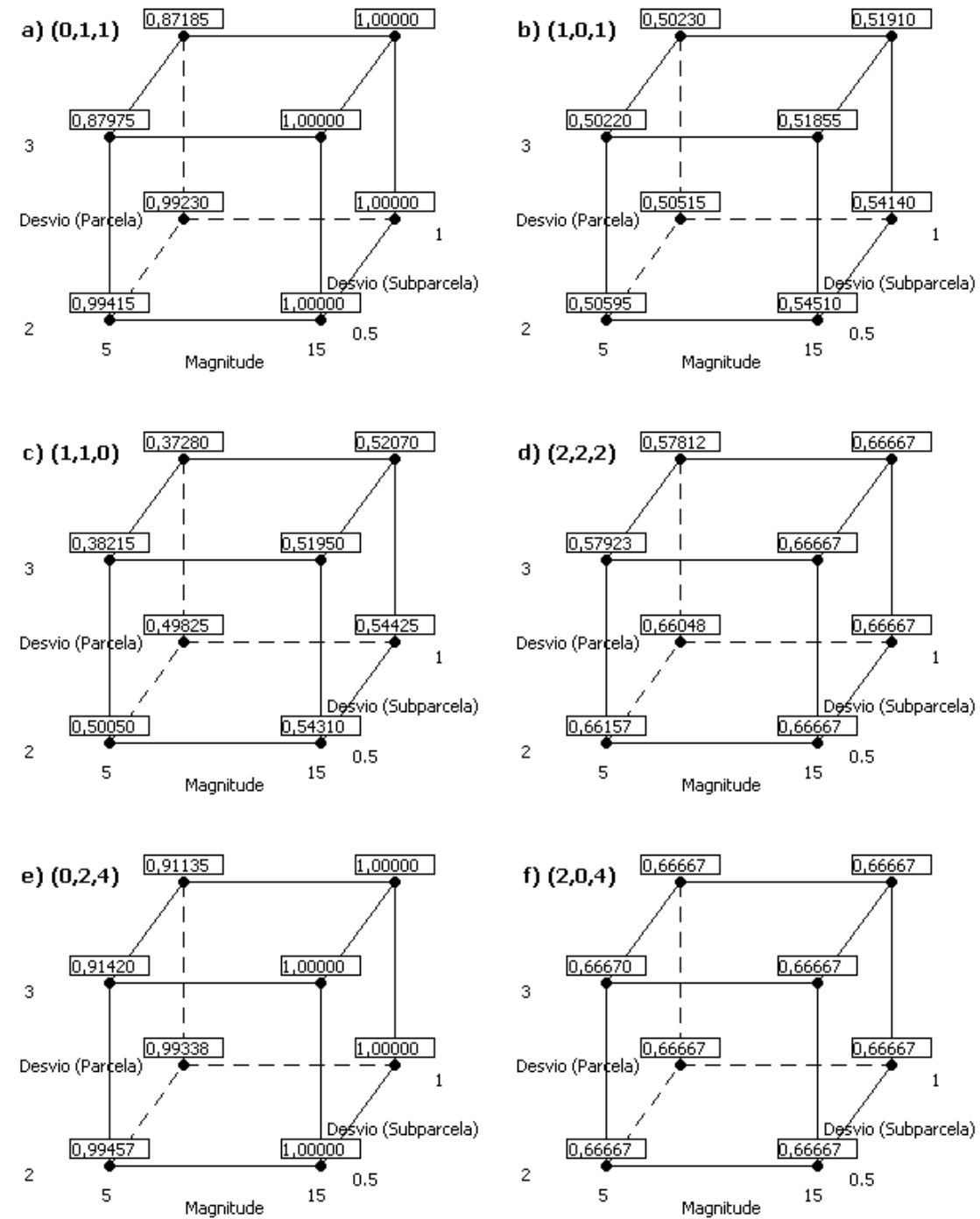
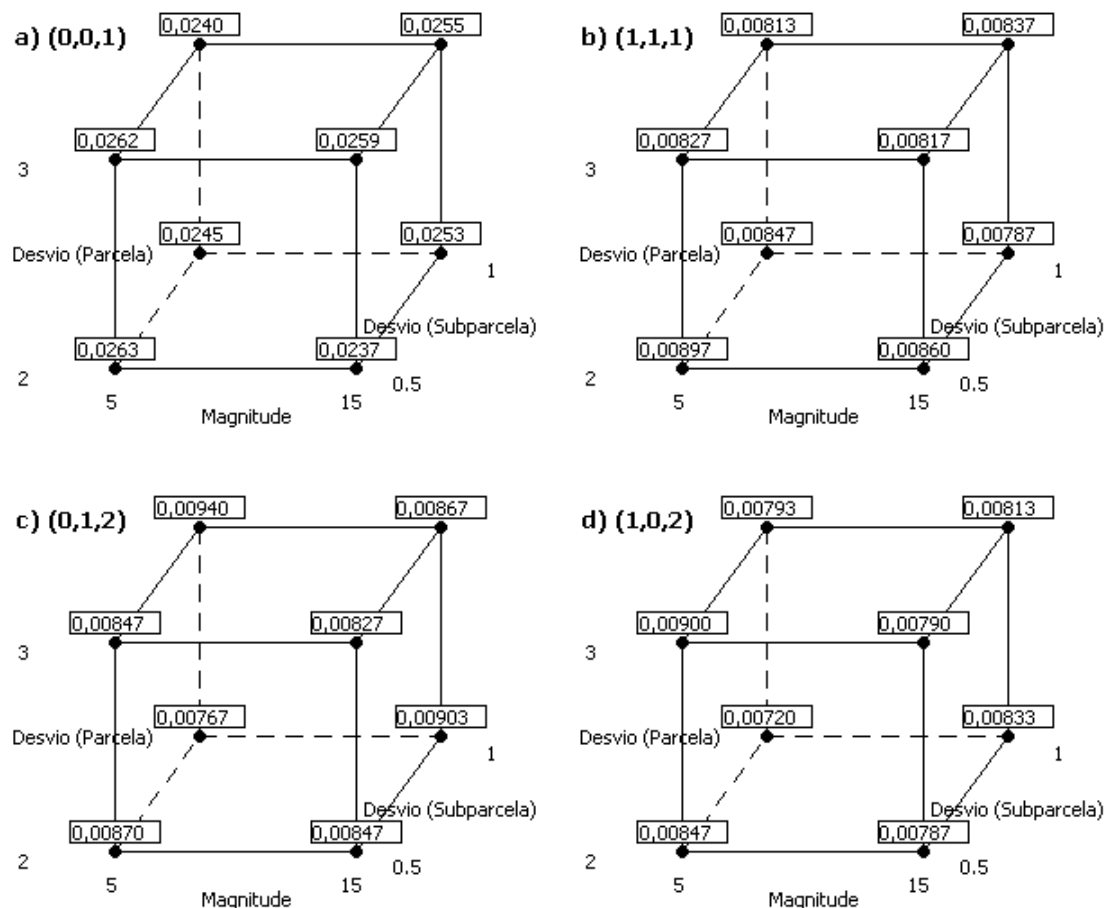


Figura 3.7: Valores do Poder sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação



de 0,5 para 1 entre subplots, independentemente de quantos efeitos ativos existem no experimento e de quais grupos eles são provenientes. Porém a Figura 3.8 sugere que o poder diminui a medida que se inclui mais efeitos ativos no experimento, sendo esta a única diferença entre 3.8 a), b) e 3.8 c), d), e e). A Situação 9 no Caso 2 não possibilitou a detecção de nenhum efeito ativo, estando os efeitos localizados mais uma vez nos grupos menores e, portanto apresentou um poder de 0%.

No Caso 3 já se percebe uma diferença devido ao grupo de origem dos efeitos ativos, que pode ser observada ao comparar a Figura 3.9 c) com as Figuras 3.9 d) e e). A primeira tem um menor poder, mas as outras duas, que possuem mais efeitos ativos no maior grupo, mostram um maior poder. A Situação 9 no Caso 3 mostrou os mesmos resultados que foram obtidos no Caso 2, apesar de neste caso um dos grupos ser maior que o outro. As Figuras 3.9 a) e b) indicam que estando o fator no grupo com 15 pontos ou com 3 pontos não é suficiente para que o poder seja modificado, e é possível tirar a mesma conclusão observando as Figuras 3.9 d) e e). Assim, é razoável admitir que o número de efeitos ativos no grupo 3 (com 45 efeitos) e o número de efeitos ativos no experimento como um todo são as características que influenciam mais decisivamente no poder do teste para estes casos.

Figura 3.8: Valores do Poder sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação

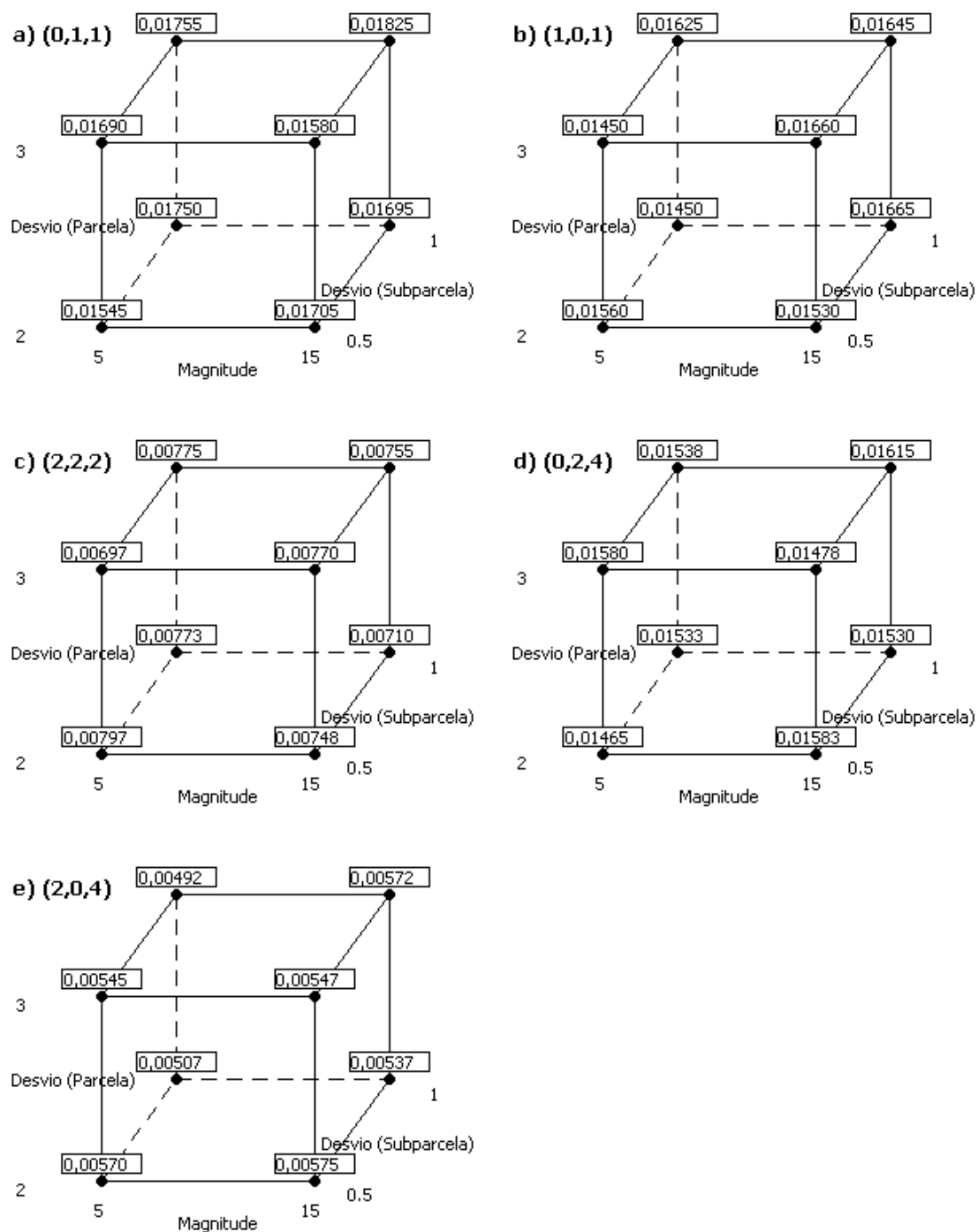
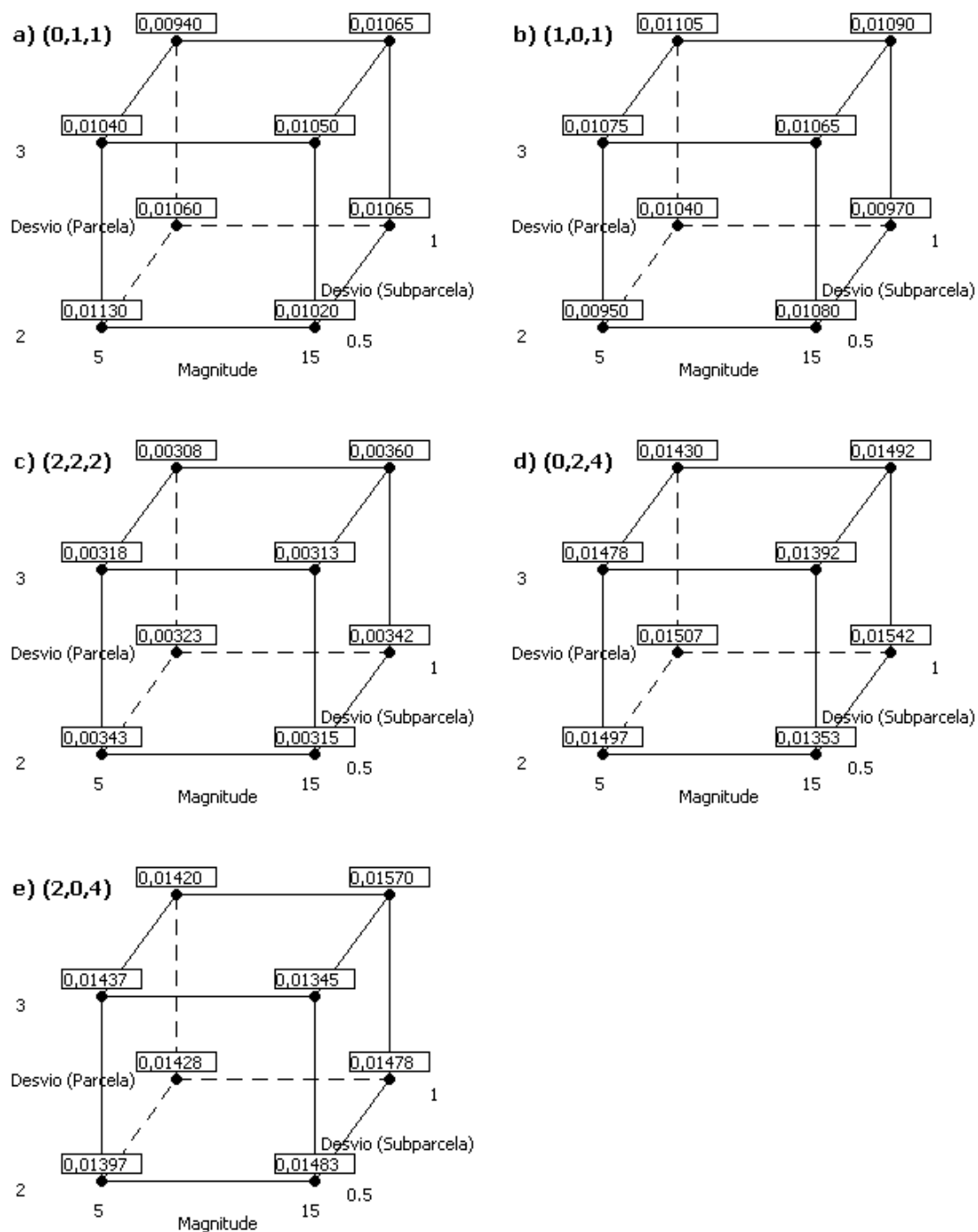


Figura 3.9: Valores do Poder sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação



Análise do IER

Observando o IER obtido com o Método de Lenth verifica-se que no Caso 1 todos os valores se encontram entre 0,14% e 0,23%, ou seja, entre os efeitos não ativos no experimento existe ainda uma pequena fração que o gráfico declara como ativo, mas esta proporção não chega a 0,25% efeitos declarados erroneamente ativos. A Figura 3.10 mostra que a variação na magnitude dos efeitos não gera nenhuma tendência de crescimento ou de diminuição do IER, assim como as mudanças no desvio padrão entre os plots e também entre os subplots não são suficientes para interferir na resposta.

Fazendo a comparação com os resultados para o Caso 2, pode-se ver que o IER passa a assumir valores ainda menores, ficando entre 0,09% e 0,14%. Seja com dois efeitos ativos, como nas Figuras 3.11 a), b) e c), ou com seis efeitos ativos no experimento, como nas Figuras 3.11 d), e) e f), os resultados obtidos são aproximadamente os mesmos, e não importa os valores atribuídos à magnitude dos efeitos ou aos desvios padrão, a resposta permanece com o mesmo comportamento.

No caso 3 é possível reconhecer as mesmas propriedades observadas anteriormente para o IER, ou seja, os pequenos valores, obtidos em todas as situações, não são afetados por mudanças de magnitude dos efeitos ou desvios associados aos plots e subplots. Também não é notável qualquer variação devido ao grupo de origem do efeito ativo e ao número de efeitos ativos do experimento. Isto pode ser visto através dos valores do IER obtidos quando o experimento tem 2 efeitos ativos, que ficaram entre 0,11% e 0,16%, como se vê nas Figuras 3.12 a), b), e c), sendo este praticamente o mesmo intervalo (de 0,10% a 0,16%) em que varia o IER nas Figuras 3.12 d), e) e f), com 6 efeitos ativos.

Figura 3.10: Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação

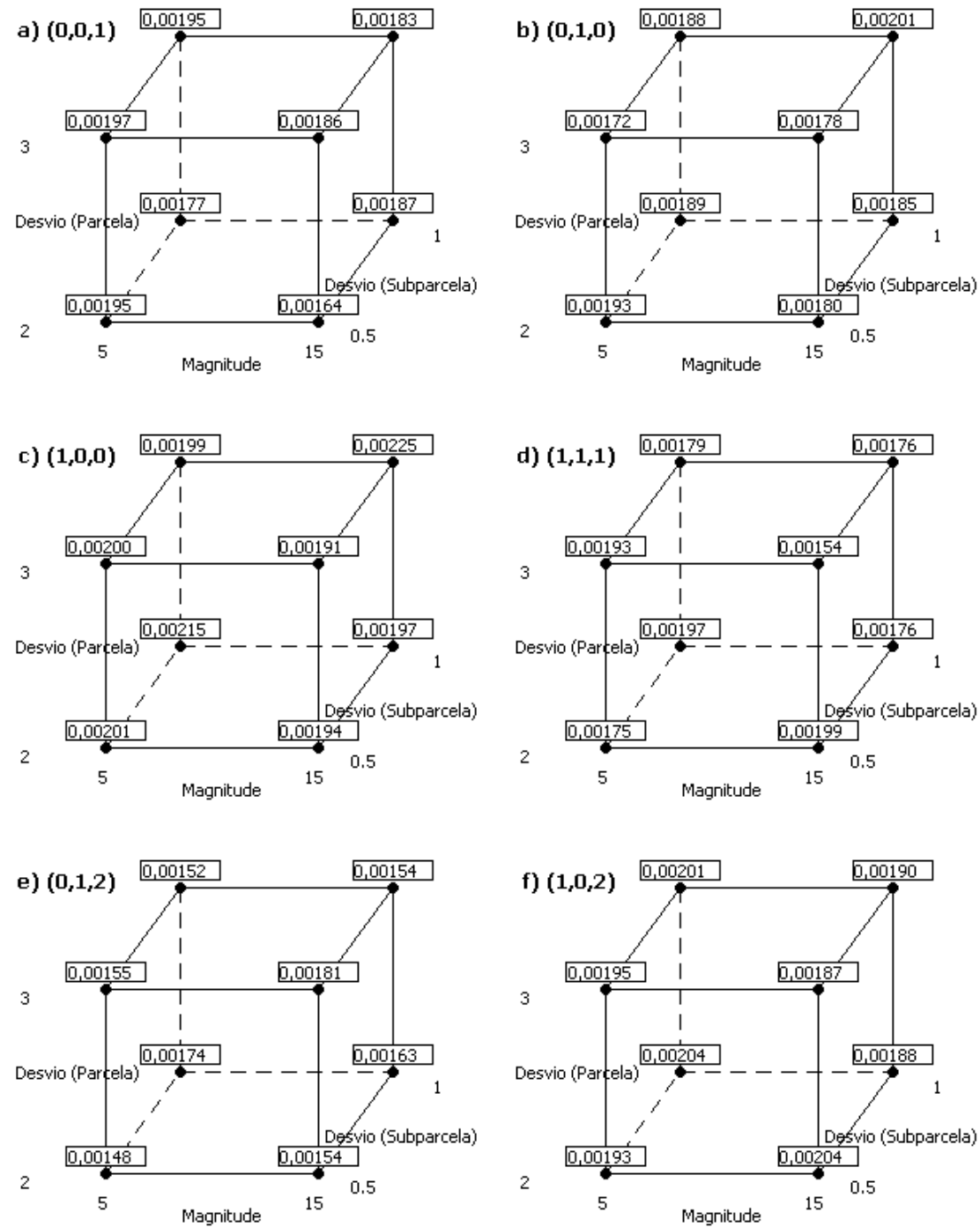


Figura 3.11: Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação

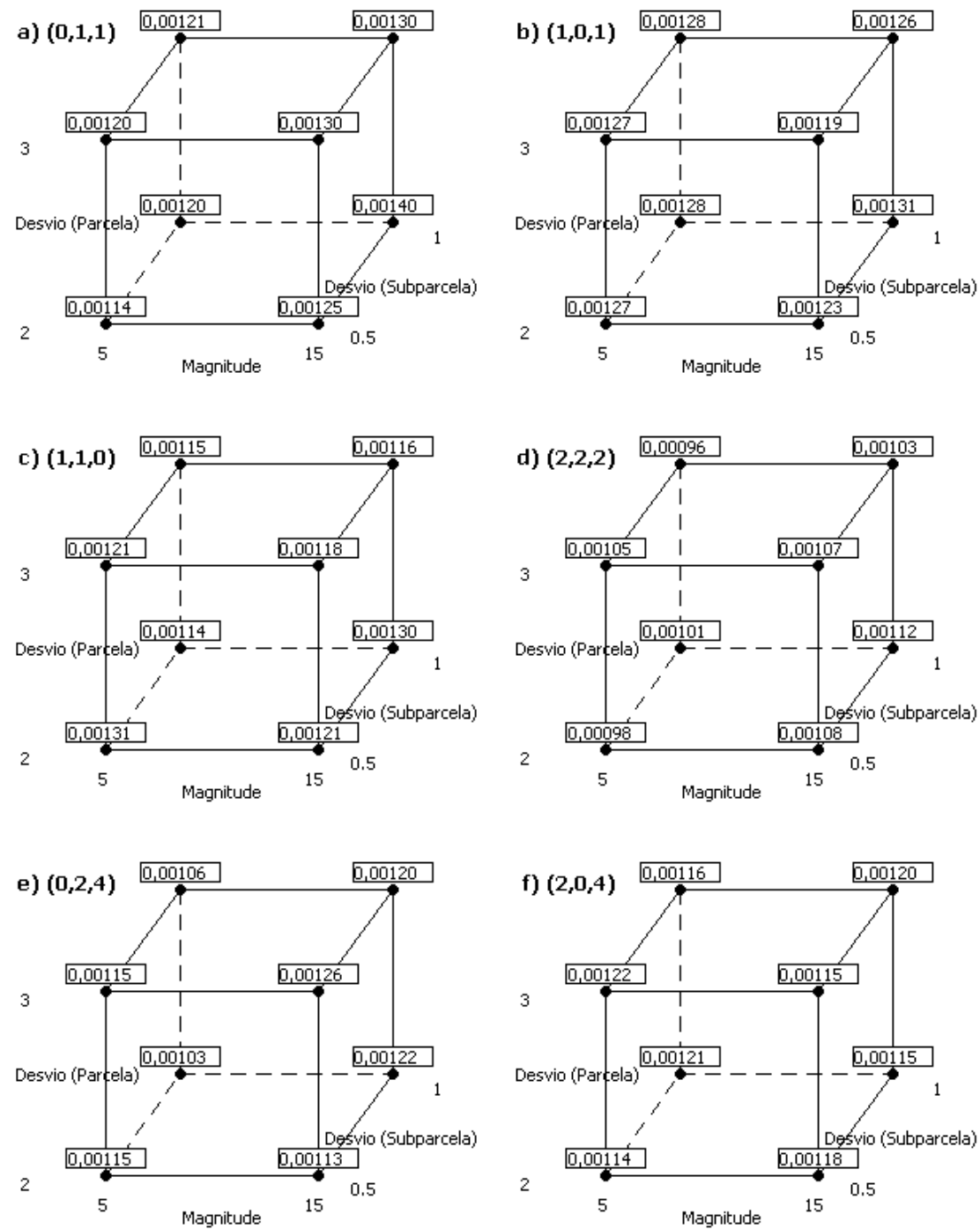
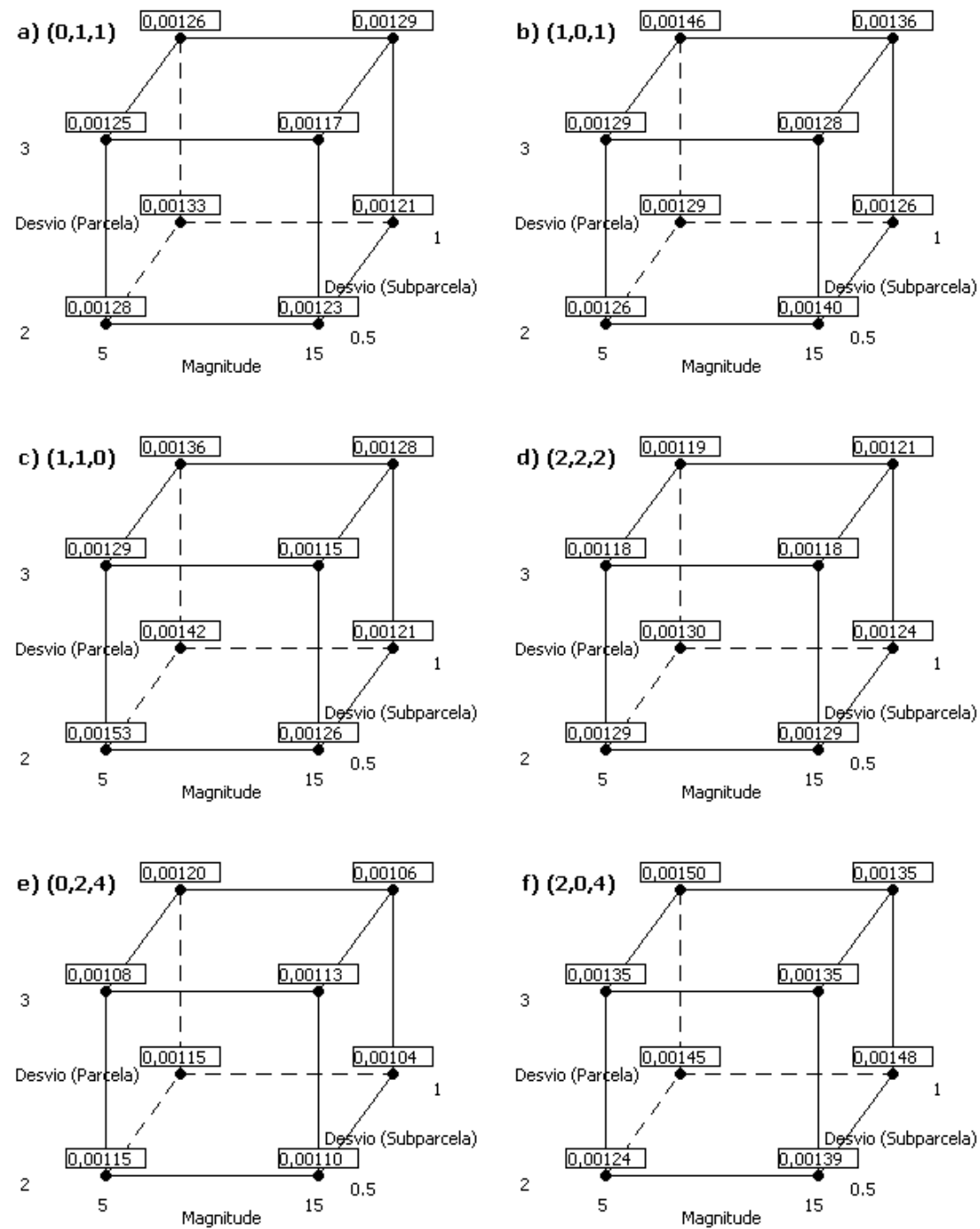


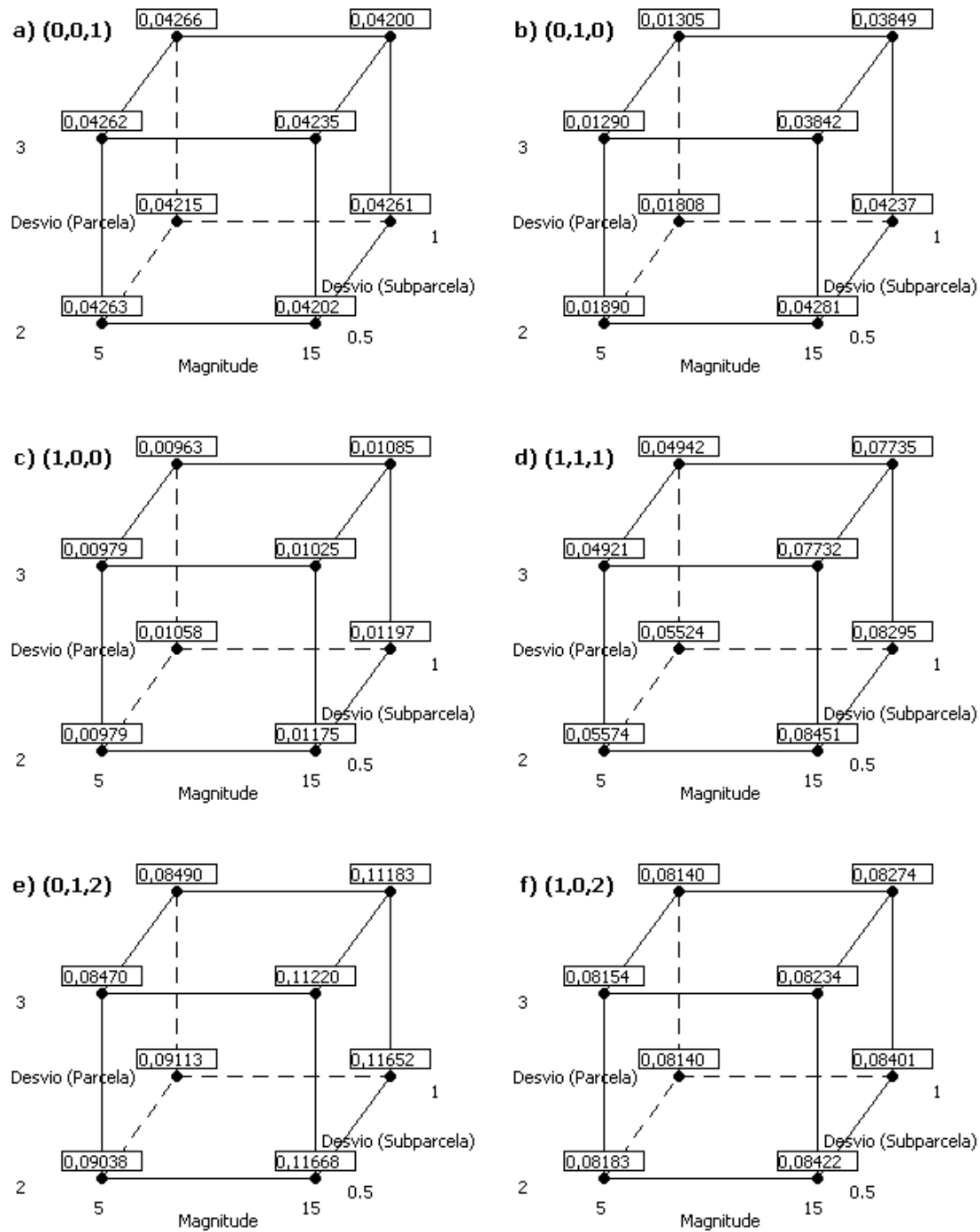
Figura 3.12: Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação



Em se tratando dos resultados obtidos através do Método *Step-Down* Lenth, observa-se valores mais altos na maioria das situações, e aparentemente o segundo método é mais sensível a mudanças na magnitude e no desvio padrão. No Caso 1, por exemplo, a Figura 3.13 a) apresenta todos os valores entre 4,2% e 4,3%, a Figura 3.13 b) mostra que o IER aumenta aproximadamente 2,5% quando a magnitude dos efeitos ativos passa de 5 para 15, e diminui aproximadamente 0,5% quando o desvio entre plots passa de 2 para 3 unidades, enquanto a Figura 3.13 c) possui valores no intervalo de 0,9% a 1,2%, variando algo próximo de 0,1% quando a magnitude aumenta. Ou seja, neste caso é possível verificar a influência da magnitude dos efeitos e do desvio entre plots no valor do IER, porém esta influência é mais perceptível dependendo do grupo em que o efeito ativo se encontra. Quando o efeito está no menor grupo (com 3 efeitos), a probabilidade de julgar significativo um efeito inativo é menor e não sofre influência das características do experimento, quando o efeito está no maior grupo (com 21 efeitos), a probabilidade é maior e também não se vê claramente interferência quando as propriedades do experimento mudam, mas na situação intermediária, quando o efeito ativo está no segundo grupo (com 7 efeitos) é que se percebe a alteração no IER devido às mudanças de magnitude dos efeitos ativos e desvio-padrão entre plots, portanto o método é sensível a estas mudanças, mas isto está relacionado à quantidade de pontos no gráfico.

As Figuras 3.13 d) e e) reforçam a idéia de que existe influência no IER ao mudar a magnitude e o desvio entre plots, mas em conjunto com a Figura 3.13 f) verifica-se novamente que esta mudança só é notável dependendo do grupo em que se encontram os efeitos ativos. O simples fato de incluir 3 efeitos ativos no experimento também é suficiente para gerar resultados diferentes no IER. Pode-se ver através da comparação da Figura 3.13 que em d), e) e f) observa-se um valor ainda maior para a resposta, isto é, a presença de mais efeitos ativos faz com que o método acabe apontando como ativo um número maior de efeitos inativos do que realmente existe no contexto, chegando a mais de 10% de efeitos erroneamente julgados ativos em algumas situações.

Figura 3.13: Valores do IER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação



Para o Caso 2, as Figuras 3.14 a) e b) mostram resultados semelhantes, pois a única diferença é o grupo de origem do efeito ativo e, nestas situações, os dois grupos possuem o mesmo número de efeitos. É possível ver que uma maior magnitude do efeito ativo produz um maior IER (gera um aumento de aproximadamente 1,2%), e um maior desvio padrão entre plots diminui o IER (gera uma redução de aproximadamente 0,2%). Os valores observados na Figura 3.14 c), quando os efeitos ativos pertencem somente aos primeiros grupos (com 7 efeitos, neste caso) são menores, mas somente para a magnitude de 5 unidades, e a influência da magnitude e do desvio permanecem visíveis. O que se vê nas Figuras 3.14 e) e f) é o mesmo comportamento observado entre as Figuras 3.14 a) e b), porém desta vez o IER assume valores maiores, provavelmente devido a inclusão de mais efeitos ativos no experimento. Quando se tem dois efeitos ativos, o IER fica entre 0,9% e 4,0% (Figura 3.14 a), b) e c)), e quando o número passa para seis efeitos ativos, a resposta obtida se encontra entre 4,0% e 12,0% (Figura 3.14 d), e) e f)).

No caso 3, observa-se nas Figuras 3.15 a), b) e c) que a influência, se existe, da magnitude dos efeitos ativos e do desvio padrão dos plots sobre o IER não chega a mais de 1%. A Figura 3.15 a) possui valores entre 3,4% e 4,0%, já os valores obtidos na Figura 3.15 b) ficam entre 2,2% e 2,5%, e na Figura 3.15 c) observa-se valores no intervalo de 1,9% a 2,4%, portanto a diminuição nos valores ocorre quando um dos efeitos ativos está no grupo com poucos pontos (apenas 3 pontos, neste caso), ou seja, a probabilidade de apontar um efeito inativo como significativo é maior quando o efeito ativo está nos grupos com mais efeitos. As Figuras 3.15 d), e) e f) exibem resultados semelhantes, não indicando influência da magnitude ou dos desvios no valor do IER, mas mostrando mais uma vez valores inferiores quando existe algum efeito ativo no grupo menor. O fato de o experimento possuir mais efeitos ativos produz resultados para o IER maiores, estando entre 6,8% e 7,9% nas situações mais favoráveis, e pertencendo ao intervalo de 10,3% e 11,3% na situação em que todos os efeitos ativos estão nos maiores grupos (Figura 3.15 b)).

Figura 3.14: Valores do IER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação

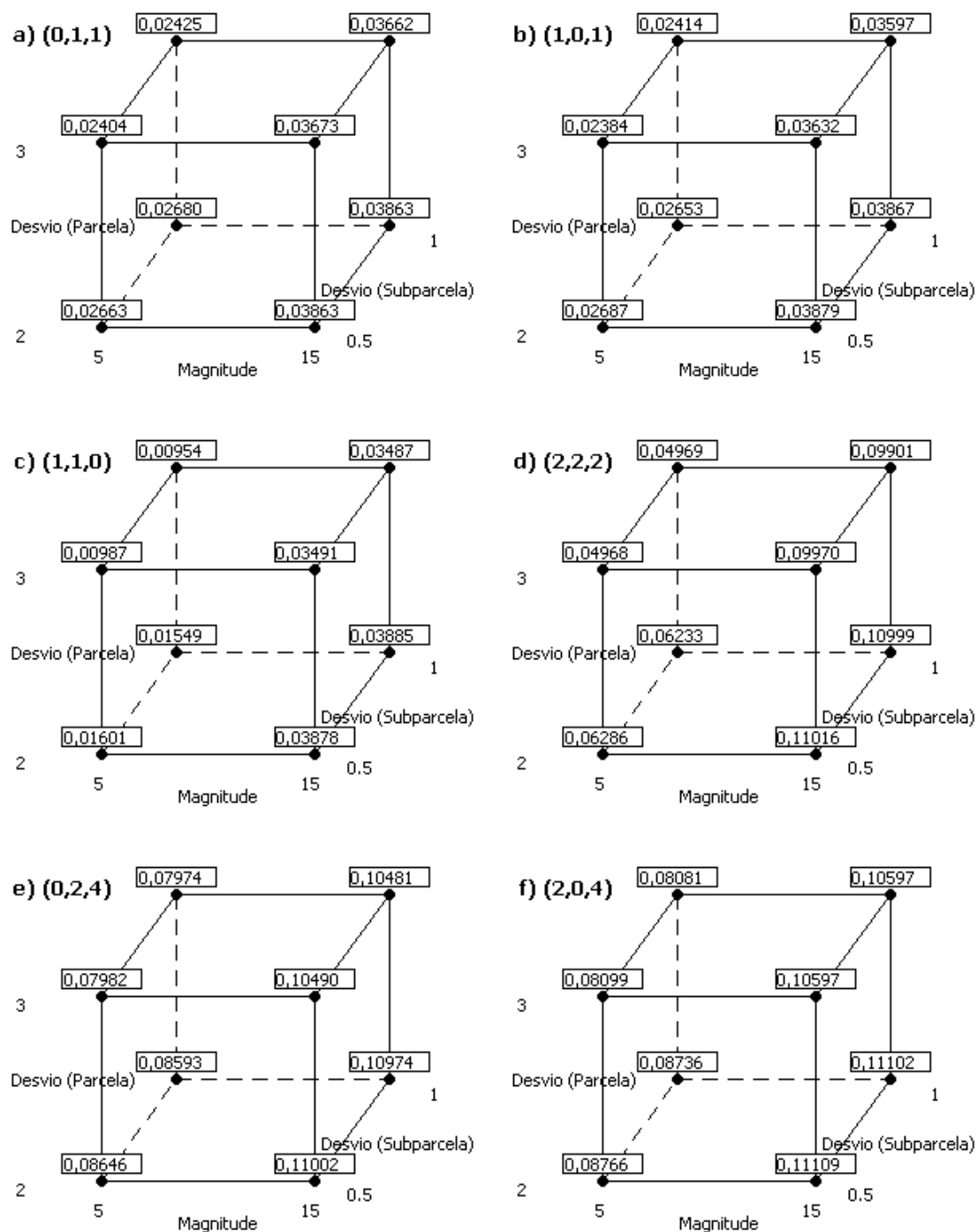
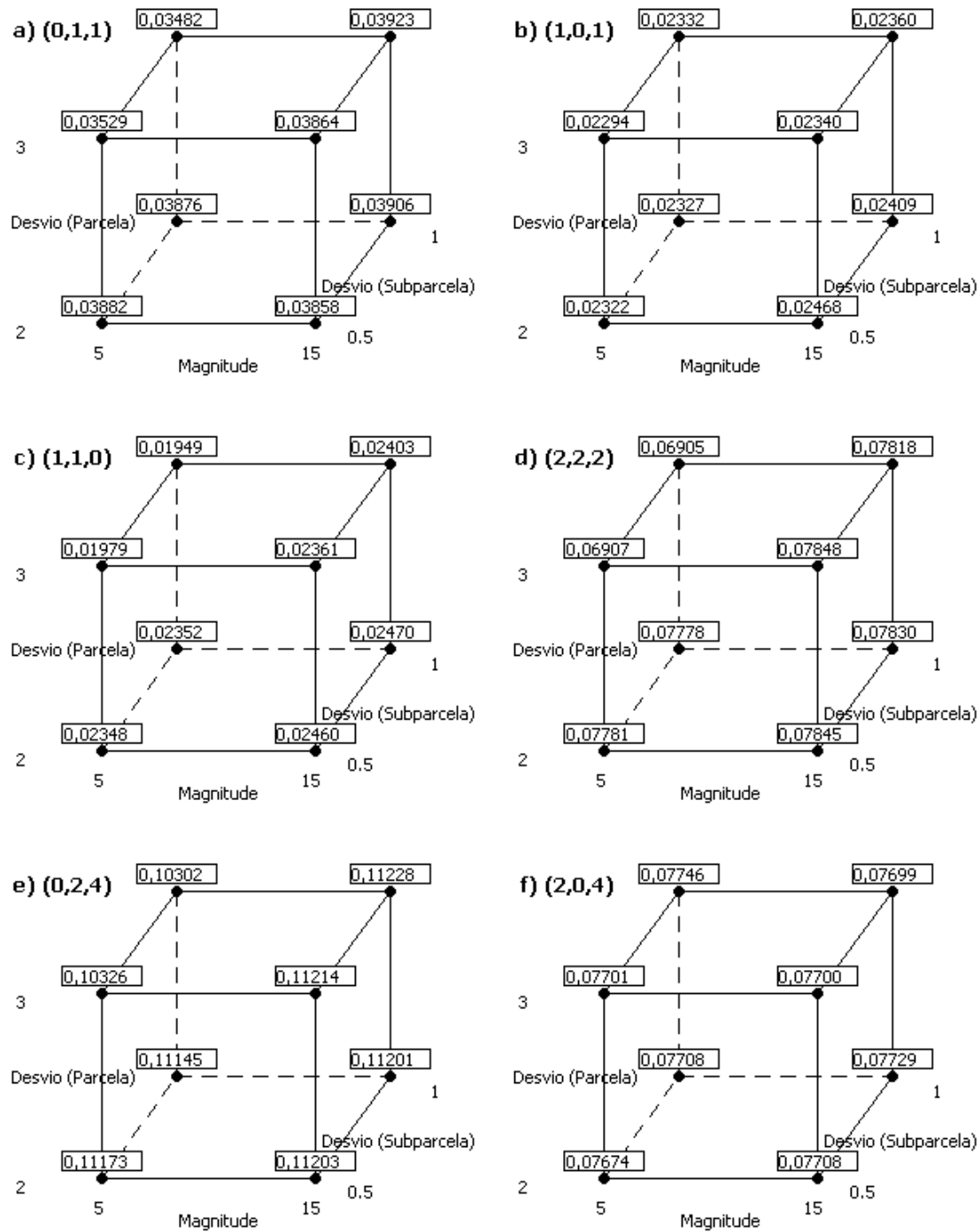


Figura 3.15: Valores do IER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação



Análise do EER

A variável EER, quando obtida pelo Método de Lenth, assumiu valores entre 3,0% e 6,5%, ou seja, o número de experimentos nos quais o gráfico erra, julgando algum efeito não significativo como sendo significativo, é relativamente baixo, estando sempre próximo de 5%. O EER apresentou uma variação muito pequena, independente das mudanças sofridas pelo experimento. Em todas as situações do Caso 1, os valores permaneceram entre 3,0% e 4,3% (Figura 3.16) não sendo possível perceber nenhuma tendência de aumento ou diminuição decorrente das alterações na magnitude dos efeitos ativos, nos desvios entre plot ou entre subplot, ou até mesmo na origem dos efeitos ativos. A única mudança que se pode perceber, mas ainda assim não é algo muito claro através dos gráficos, é uma possível diminuição do EER quando o experimento tem mais efeitos significativos, não importando o grupo ao qual pertencem. Verifica-se que nas Figuras 3.16 a), b) e c) o EER está entre 3,4% e 4,3% para todas as configurações, enquanto nas Figuras 3.16 d), e) e f) este valor se encontra entre 3,0% e 3,8%, mas isto não é suficiente para se poder afirmar que exista realmente alguma diferença e, caso exista, esta diferença deve não ser superior a 0,5%.

Para o Caso 2, mais uma vez só se pode atribuir alguma interferência no valor do EER, devido ao aumento de efeitos ativos envolvidos no experimento. Desta vez, comparando as Figuras 3.17 a), b) e c) com as Figuras 3.17 d), e) e f) verifica-se a ocorrência de valores no intervalo de 5,0% a 5,8% nos experimentos com 3 efeitos ativos, e estes valores aparentemente diminuem para o intervalo de 4,3% a 5,2% quando o experimento possui 6 efeitos ativos, mas novamente esta mudança é sutil e apenas sugere uma possível diminuição no EER. A própria passagem do Caso 1 para o Caso 2, também gerou valores maiores de EER, provavelmente pelo fato de o Caso 2 possuir mais efeitos ativos em todas as situações, mas podendo esta mudança ser atribuída também aos grupos maiores onde os efeitos ativos estão presentes.

Figura 3.16: Valores do EER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação

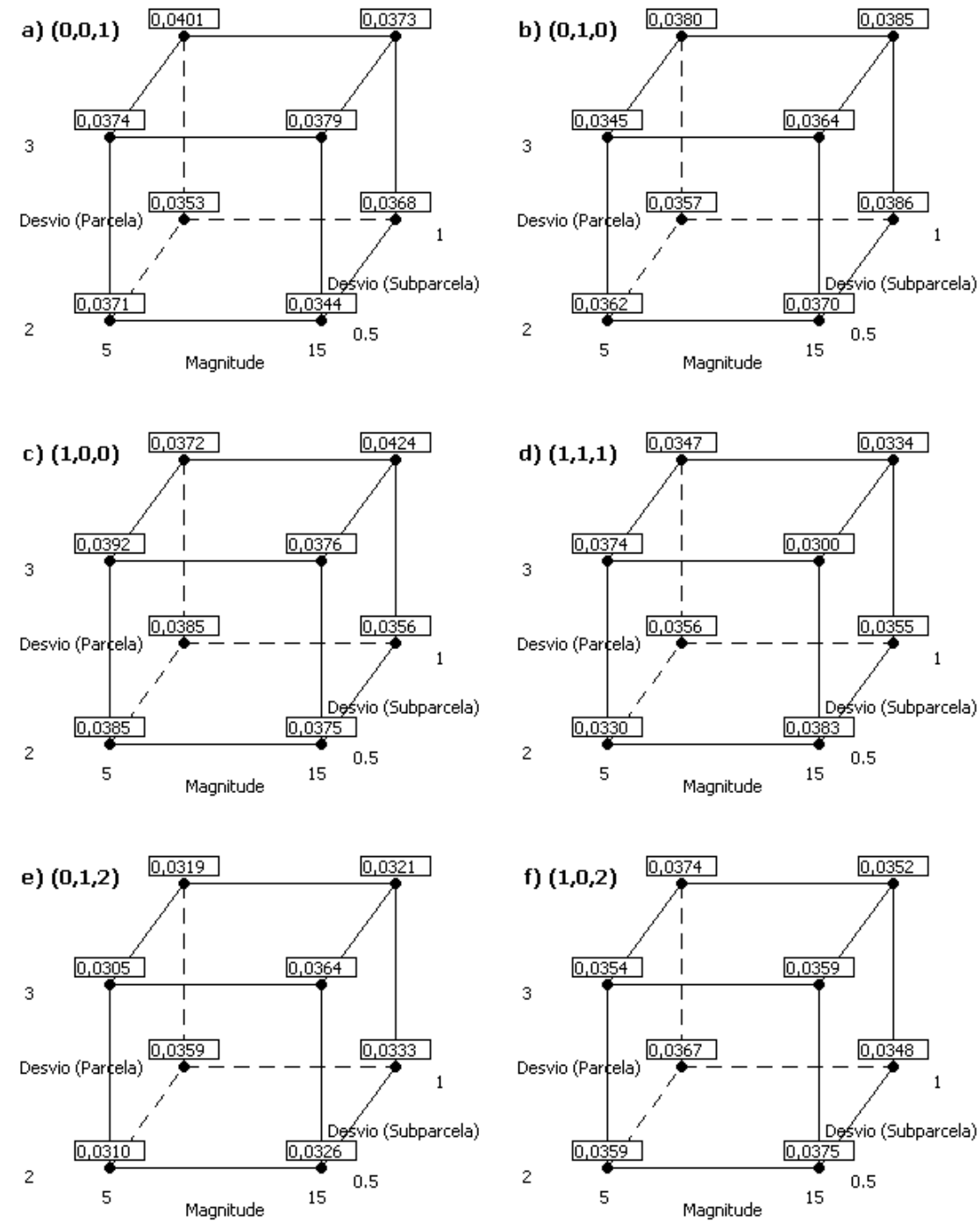
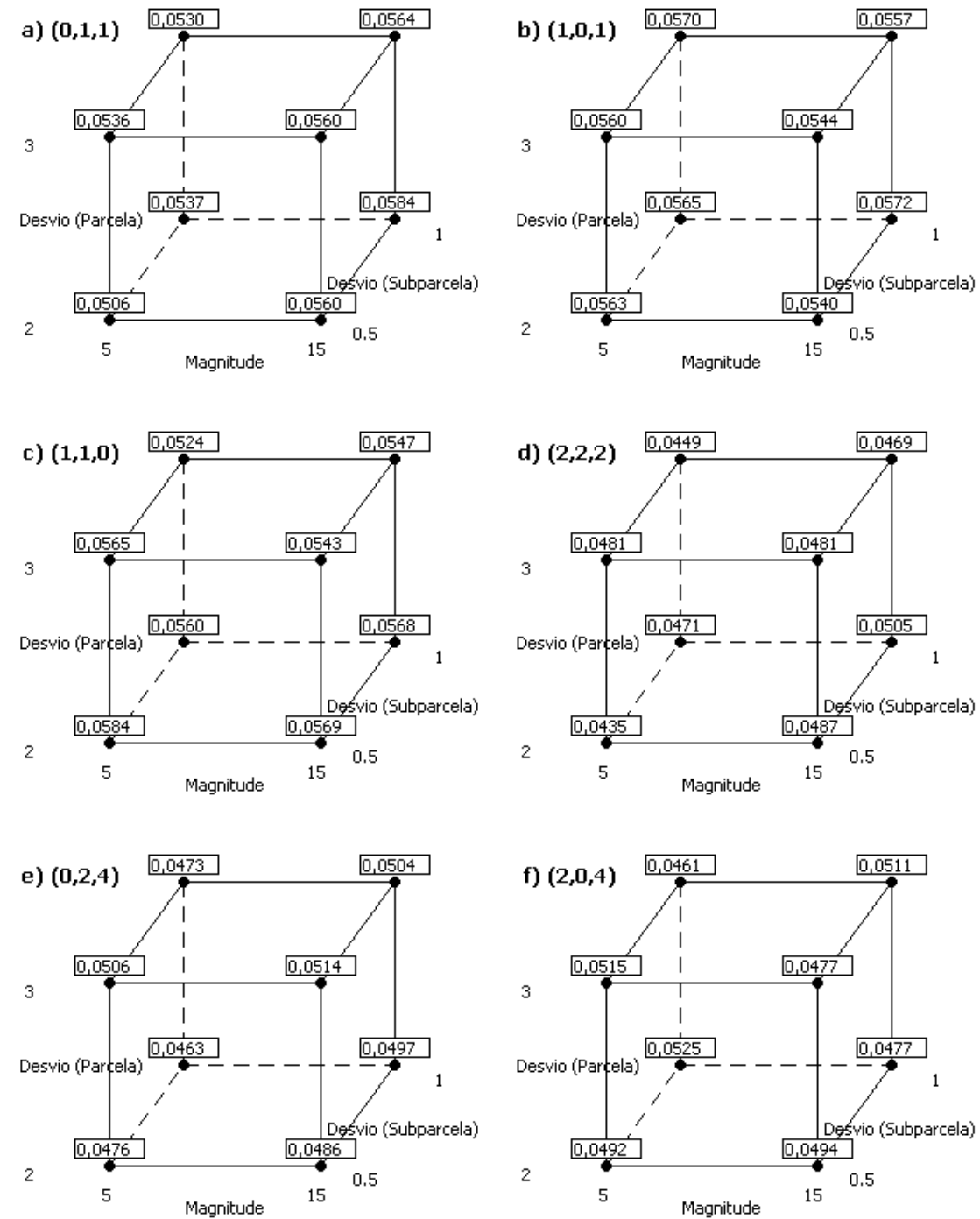


Figura 3.17: Valores do EER sob o Método de Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação



O Caso 3, que contém os mesmos números de efeitos ativos que o Caso 2, porém distribuídos em grupos de tamanhos diferentes, apresenta resultados semelhantes, sugerindo que o tamanho dos grupos não deve interferir na probabilidade do método declarar que um efeito inativo é significativo para o experimento. Neste caso o EER ficou entre 5,3% e 6,4% quando o experimento tem 3 efeitos ativos (Figuras 3.18 a), b) e c), e entre 4,2% e 5,5% para os experimentos com 6 efeitos ativos (Figuras 3.18 d), e) e f), reforçando a sugestão de que o número de efeitos ativos pode estar interferindo negativamente no EER. Outra possível alteração é observada na Figura 3.18 b), que apresenta os menores valores, se comparado com as Figuras 3.18 a) e c), ou seja, talvez a presença de efeitos ativos no grupo menor (3 efeitos) seja causa de um EER maior.

O Método *Step-Down* Lenth produziu resultados completamente diferentes daqueles obtidos pelo Método de Lenth, no que diz respeito ao EER. Em todos os casos, todas as situações nas quais existe um efeito ativo em um grupo com muitos efeitos (21 ou mais, para os cenários observados) produziram um EER de 100,0%, ou seja, quando um experimento apresenta algum efeito ativo em um grande grupo de pontos, o gráfico destacou como ativo pelo menos um efeito inativo em todos os experimentos observados. No Caso 1, as Figuras 3.19 a) e b) mostram claramente o aumento do EER quando a magnitude do efeito ativo passa de 5 para 15 unidades e também uma diminuição decorrente da mudança de 2 para 3 unidades no desvio entre plots. Todas as outras situações produziram EER de 100,0%, o que pode ser atribuído a presença de pelo menos um efeito ativo no maior grupo deste caso. Mesmo as situações mais favoráveis geraram valores de EER maiores que 15,5%.

Figura 3.18: Valores do IER sob o Método de Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação

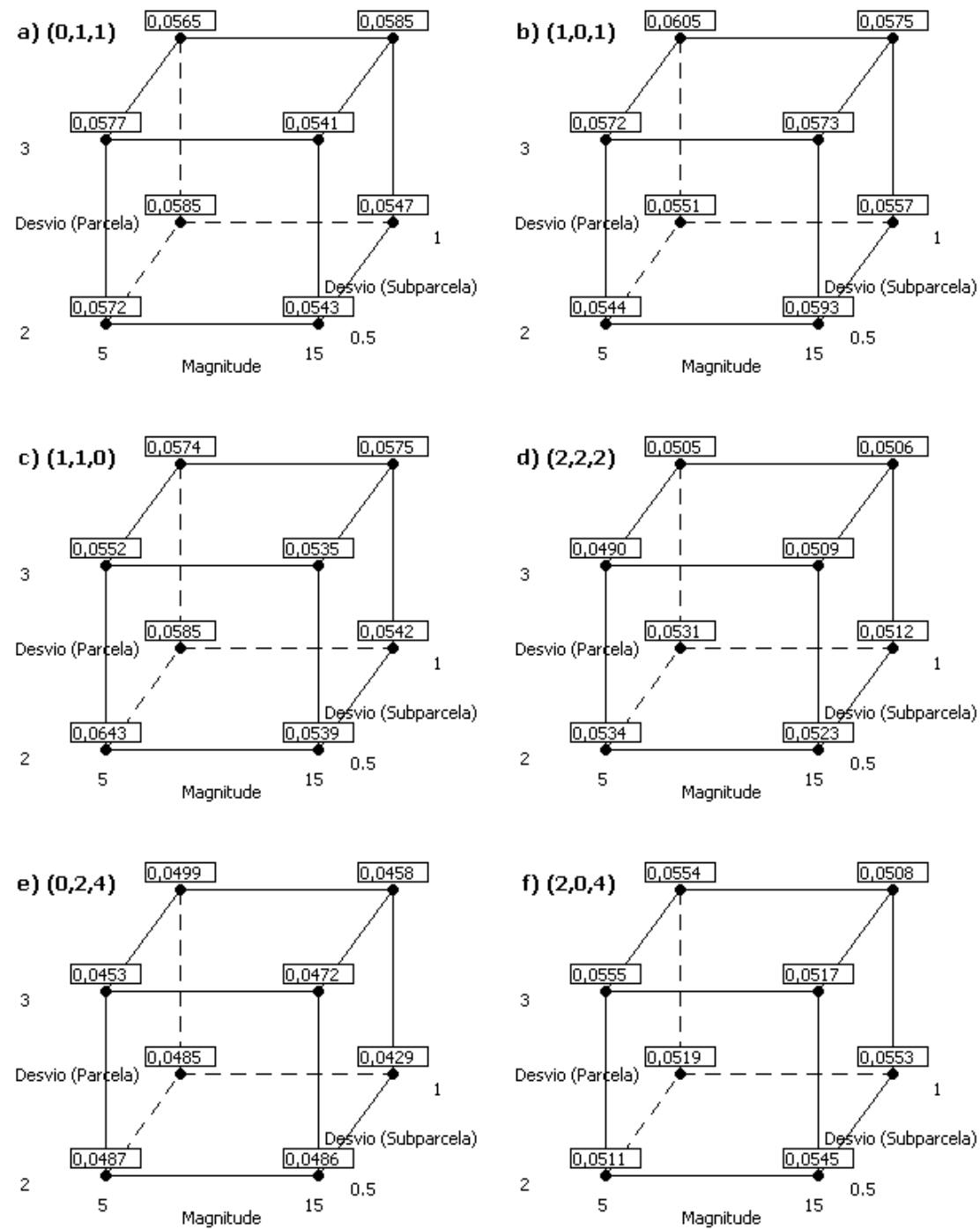
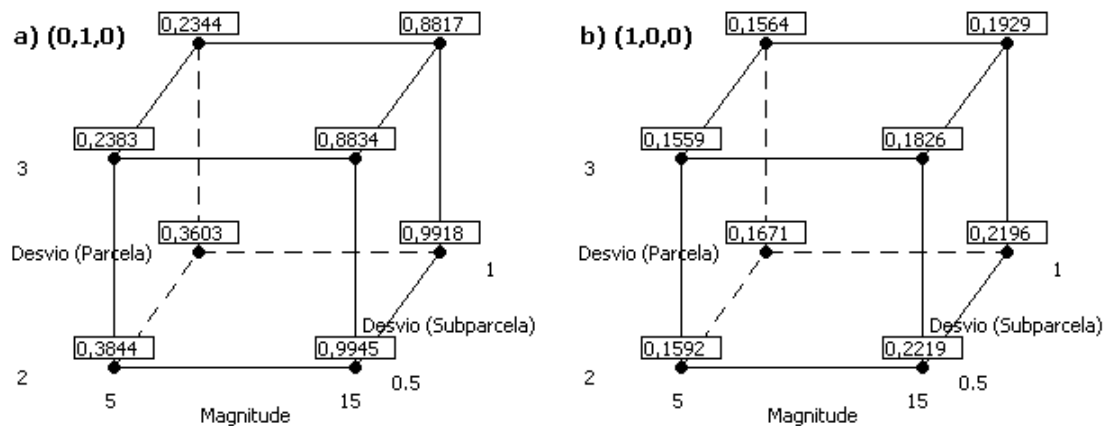


Figura 3.19: Valores do EER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^3$ por situação



No Caso 2, só uma situação não apresentou EER igual a 100,0% para todas as configurações (Figura 3.20 a)), mas ainda assim os resultados são todos maiores que 35,0%. É notável o aumento da resposta devido ao acréscimo na magnitude dos efeitos ativos, assim como a diminuição decorrente do acréscimo no desvio padrão entre plots, mas a mudança no desvio entre os subplots não demonstra nenhuma influência positiva ou negativa nos valores do EER observados.

O Caso 3 também só produziu alguns resultados diferentes de 100% em uma situação (Figura 3.21 a)), sendo que desta vez todos os valores são superiores a 79,6% e chegam a 100% quando a magnitude dos efeitos ativos é de 15 unidades, ou seja, o aumento na magnitude dos efeitos mais uma vez causa um maior EER, e também se percebe que o aumento do desvio entre os plots produz um EER menor. Comparando os resultados deste caso com o Caso 2 verifica-se que o número de efeitos em cada grupo vai gerando valores maiores para o EER a medida que cresce. O mesmo pode-se dizer observando o Caso 1, e isto está de acordo com o EER observado em todos os casos para as situações em que o efeito ativo pertence a um grupo cada vez maior.

Figura 3.20: Valores do EER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^3 \times 2^3$ por situação

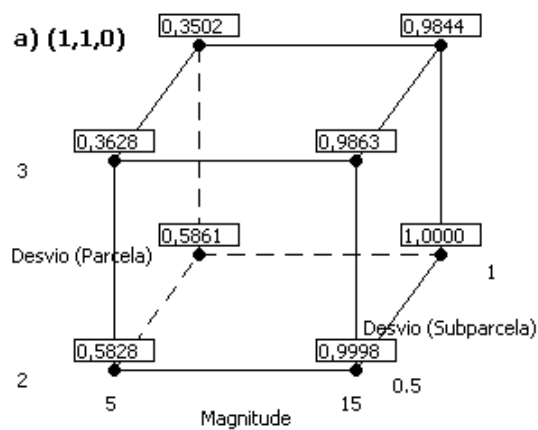
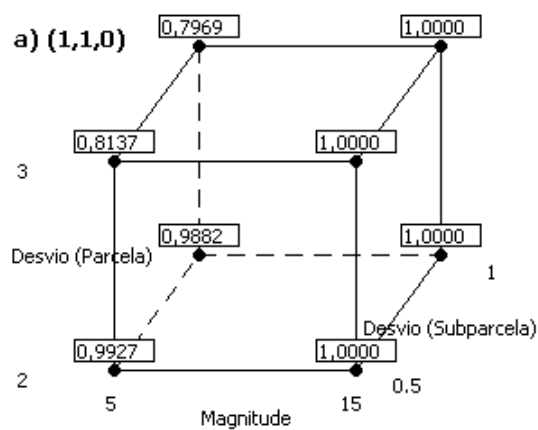


Figura 3.21: Valores do EER sob o Método *Step-Down* Lenth em um Plano $2^2 \times 2^4$ por situação



Considerações Finais

Este trabalho estudou a análise de experimentos *strip-plot* não replicados, fazendo uso do método de Lenth e do *Step-Down* Lenth e verificando até que ponto a utilização destes métodos é realmente adequada para situações em que o número de fatores é muito reduzido (menor que 7). O interesse em analisar especificamente estas situações se deve à economia e praticidade proporcionadas pela utilização de planos *strip-plot* e pela ausência de réplicas. Foram realizadas várias simulações e comparações dos resultados obtidos através de cada método.

Reutilizando a estratégia empregada por Melo (2007), de separar os efeitos em grupos homoscedásticos para, só então, aplicar os métodos de Lenth, foi possível perceber que nem sempre é recomendável a utilização destes métodos para a análise de um experimento com essas restrições.

O método de Lenth demonstra um poder razoavelmente aceitável (acima de 85%) quando se tem efeitos ativos relativamente altos e presentes em grupos com no mínimo sete efeitos com os quais podem ser feitas as devidas comparações. Verificou-se que quando a variabilidade existente entre os plots do experimento for maior (o desvio entre plots observado assumiu os valores 2 e 3), o desempenho do método também é prejudicado. A proporção de efeitos julgados ativos, apesar

de serem inativos, foi baixa (inferior a 0,25%) e da mesma forma, a proporção de experimentos nos quais esse tipo de erro ocorreu pelo menos uma vez não se distanciou de forma alarmante do valor pré-estabelecido de 5% para o erro do tipo I.

O método *step-down* mostrou resultados inadmissíveis para os casos considerados, obtendo um poder inferior a 5% nas condições mais favoráveis e não chegando nem a 1% em muitos dos casos, indicando que o método não é adequado para situações críticas como as que foram investigadas. Além do poder ter sido muito pequeno, o número de efeitos inativos que são erroneamente julgados significativos chega a mais de 10% em alguns casos, e a proporção de experimentos nos quais pelo menos um experimento é julgado ativo, apesar de ser inativo, é superior a 15%, até nos casos mais favoráveis ao método. Esse percentual vai aumentando cada vez mais quando o número de efeitos presentes cresce.

Assim, recomenda-se a utilização do Método de Lenth para planos *Strip-Plot* desde que o experimento a ser investigado tenha pelo menos três fatores associados a cada plot, originando grupos com 7 efeitos ou mais, devido aos efeitos principais de cada fator e suas interações. O método *Step-Down* Lenth não é adequado para as situações observadas, pois além de não detectar os efeitos ativos que podem existir no experimento, também passa a julgar significativo efeitos inativos à medida que o número de efeitos aumenta.

Caso o experimentador esteja mais interessado em observar o efeito de determinadas interações em particular, deve-se planejar o experimento de forma que os fatores envolvidos estejam associados a plots diferentes, para que a interação pertença ao maior grupo de efeitos e, da mesma forma, se algum efeito principal for mais interessante para os objetivos do experimento, deve-se sempre tentar associar o fator ao plot com mais fatores e, com isso, o efeito ao maior grupo.

Não se detectou no estudo de simulação a influência da mudança na variabilidade dentro dos plots, porém a diferença de variabilidade observada talvez não tenha sido suficiente, e pode ser interessante verificar variações maiores na variabilidade entre subplots. Outro ponto não

investigado mas que acredita-se ter influência nas conclusões é a utilização dos valores críticos sugeridos por Ye et al. (2001) no lugar dos valores da tabela t para o método *Step-Down* Lenth.

Futuramente espera-se comparar também o método de Lenth com o método proposto por Aboukalam (2005), que supostamente é ainda mais poderoso sem perder a simplicidade do método de Lenth, mas não foi aplicado em experimentos do tipo split-plot.

Código do R para geração e análise de um experimento *strip-plot*

```
### Função que simula um experimento {\it strip-plot} completo com até 6 fatores ###

fact<-function(nfp=1,nfsp=0,nr=1,mi=0,ep1=1,ep2=1,esp=0,a=0,b=0,c=0,d=0,e=0,f=0,ab=0,ac=0,
ad=0,ae=0,af=0,bc=0,bd=0, be=0,bf=0,cd=0,ce=0,cf=0,de=0,df=0,ef=0,abc=0,abd=0,abe=0,abf=0,
acd=0,ace=0,acf=0,ade=0,adf=0,aef=0,bcd=0,bce=0,bcf=0,bde=0,bdf=0,bef=0,cde=0,cdf=0,cef=0,
def=0,abcd=0,abce=0,abcf=0,abde=0,abdf=0,abef=0,acde=0,acdf=0,acef=0,adef=0,bcde=0,bcdf=0,
bcef=0,bdef=0,cdef=0,abcde=0,abcdf=0,abcef=0,abdef=0,acdef=0,bcdef=0,abcdef=0)
{
  nf=nfp+nfsp
  ### Gerando as colunas para o cálculo dos contrastes ###
  x<-matrix(0,(2^nf)*nr,nf)
  for (j in 1:nf)
  {
    nv<-2^(j-1)
    co<-c(rep(-1,nv*nr),rep(1,nv*nr))
    x[,j]<-co
  }
  ### Gerando observações da variável resposta de acordo com um modelo hipotético ###
  if(nfp==2)
  {
    y<-matrix(rep(c(
      rnorm(nr,mi-a-b+ab,ep1),
      rnorm(nr,mi+a-b-ab,ep1),
      rnorm(nr,mi-a+b-ab,ep1),
      rnorm(nr,mi+a+b+ab,ep1)),2^nfsp))
    if(nfsp==3)
    {
```

```

z<-matrix(c(
rep(rnorm(nr,-c-d-e+cd+ce+de-cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,+c-d-e-cd-ce+de+cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,-c+d-e-cd+ce-de+cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,+c+d-e+cd-ce-de-cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,-c-d+e+cd-ce-de+cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,+c-d+e-cd+ce-de-cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,-c+d+e-cd-ce+de-cde,ep2),2~nfp),
rep(rnorm(nr,+c+d+e+cd+ce+de+cde,ep2),2~nfp)))
w<-matrix(c(
rnorm(nr,+ac+ad+ae+bc+bd+be-abc-abd-abe-acd-ace-ade-bcd-bce-bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,-ac-ad-ae+bc+bd+be+abc+abd+abe+acd+ace+ade-bcd-bce-bde-abcd-abce-
abde-acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae-bc-bd-be+abc+abd+abe-acd-ace-ade+bcd+bce+bde-abcd-abce-
abde+acde-bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac-ad-ae-bc-bd-be-abc-abd-abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde-acde-bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae-bc+bd+be+abc-abd-abe+acd+ace-ade+bcd+bce-bde-abcd-abce+
abde-acde-bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac-ad-ae-bc+bd+be-abc+abd+abe-acd-ace+ade+bcd+bce-bde+abcd+abce-
abde+acde-bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae+bc-bd-be-abc+abd+abe+acd+ace-ade-bcd-bce+bde+abcd+abce-
abde-acde+bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,+ac-ad-ae+bc-bd-be+abc-abd-abe-acd-ace+ade-bcd-bce+bde-abcd-abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac-ad+ae+bc-bd+be-abc+abd-abe+acd-ace+ade+bcd-bce+bde-abcd+abce-
abde-acde-bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad-ae+bc-bd+be+abc-abd+abe-acd+ace-ade+bcd-bce+bde+abcd-abce+
abde+acde-bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae-bc+bd-be+abc-abd+abe+acd-ace+ade-bcd+bce-bde+abcd-abce+
abde-acde+bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad-ae-bc+bd-be-abc+abd-abe-acd+ace-ade-bcd+bce-bde-abcd+abce-
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac-ad+ae-bc-bd+be+abc+abd-abe-acd+ace+ade-bcd+bce+bde+abcd-abce-
abde+acde+bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad-ae-bc-bd+be-abc-abd+abe+acd-ace-ade+bcd-bce-bde-abcd+abce+
abde+acde-bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac-ad+ae+bc+bd-be+abc+abd-abe+acd-ace-ade+bcd-bce-bde+abcd+abce-
abde-acde-bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad-ae+bc+bd-be-abc-abd+abe-acd+ace+ade-bcd+bce+bde+abcd-abce-
abde-acde-bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac-ad+ae+bc+bd-be+abc+abd-abe+acd-ace-ade+bcd+bce+bde-abcd+abce+
abde+acde-bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae-bc-bd+be-abc-abd+abe+acd-ace-ade+bcd-bce-bde+abcd-abce-

```

```

abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae-bc+bd-be+abc-abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde-abcd+abce-
abde+acde+bcde-abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae-bc+bd-be-abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae+bc+bd+be-abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae+bc+bd+be+abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce-
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae+bc+bd-be-abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae+bc+bd-be+abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce-
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae-bc+bd+be+abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce-
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,-ac+ad+ae-bc+bd+be-abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp),
rnorm(nr,+ac+ad+ae+bc+bd+be+abc+abd+abe+acd+ace+ade+bcd+bce+bde+abcd+abce+
abde+acde+bcde+abcde,esp)))
}
}
f<-cbind(x,y+z+w)
f
}
#####
realfun<-function()
{
  nrep=2000 #Define o número de réplicas
  result=matrix(NA,7,24)
  for(l in 1:5)
  {
    poderlenth1=0 ### Primeiro Grupo (Efeitos do 1o Plot)
    podersdlenth1=0
    ierlenth1=0
    iersdlenth1=0
    eerlenth1=0
    eersdlenth1=0
    poderlenth2=0 ### Segundo Grupo (Efeitos do 2o Plot)
    podersdlenth2=0
    ierlenth2=0
    iersdlenth2=0
    eerlenth2=0
    eersdlenth2=0
  }
}

```

```

poderlenth3=0          ### Terceiro Grupo (Efeitos de Interações)
podersdlenth3=0
ierlenth3=0
iersdlenth3=0
eerlenth3=0
eersdlenth3=0
poderlenth4=0          ### Quarto Grupo (Análise de todos os efeitos)
podersdlenth4=0
ierlenth4=0
iersdlenth4=0
eerlenth4=0
eersdlenth4=0
for(k in 1:nrep)
{ #Inicio do loop de Monte Carlo
  resps<-fact(nfp=2,nfsp=3,ep1=2,ep2=2,esp=0.5,a=0,c=0,ac=0,bd=5)[,6]
  matriz=yates(5)
  matriz=matriz*resps
  contrastes=0
  for(w in 1:31)
  contrastes[w]=sum(matriz[,w])/16
  ef=contrastes
  bloco1<-c(ef[1],ef[2],ef[6])
  bloco2<-c(ef[3:5],ef[13:15],ef[25])
  bloco3<-c(ef[7:12],ef[16:24],ef[26:31])
  quantis<-qtlenth(bloco1)          ### Cálculo dos quantis (bloco 1)
  quantil<-quantis$quantil
  lenth<-as.array(quantis$lenth)
  sdlenh<-as.array(quantis$sdlenh)
  #Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos)
  #IER(Fração esperada de efeitos inativos que são julgados ativos)
  for(i in 1:3)
  {
    if(lenth[i]>quantil)    {ierlenth1<-(ierlenth1+1) ;
    ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
    if(sdlenh[i]>quantil)  {iersdlenth1<-(iersdlenth1+1) ;
    iersdlenth4<-(iersdlenth4+1)}
  }
  #EER(Fração de experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado ativo)
  a=0
  b=0
  slenth=0
  ssdlenth=0
  for(i in 1:3)
  {
    if(lenth[i]>quantil) a<-a+1
    if(sdlenh[i]>quantil) b<-b+1
  }
  if(a>0)    {eerlenth1<-(eerlenth1+1) ; slenth<-(slenth+1)}
  if(b>0)    {eersdlenth1<-(eersdlenth1+1) ; ssdlenth<-(ssdlenth+1)}
}

```

```

quantis<-qtlenth(bloco2)          ### Cálculo dos quantis (bloco 2)
quantil<-quantis$quantil
lenth<-as.array(quantis$lenth)
sdlenth<-as.array(quantis$sdlenth)
#Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos)
#IER(Fração esperadas de efeitos inativos que são julgados ativos)
for(i in 1:7)
{
  if(lenth[i]>quantil)    {ierlenth2<-(ierlenth2+1) ;
  ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
  if(sdlenth[i]>quantil)  {iersdlenth2<-(iersdlenth2+1) ;
  iersdlenth4<-(iersdlenth4+1)}
}
#EER(Fração de experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado ativo)
a=0
b=0
for(i in 1:7)
{
  if(lenth[i]>quantil) a<-a+1
  if(sdlenth[i]>quantil) b<-b+1
}
if(a>0)    {eerlenth2<-(eerlenth2+1) ; slenth<-(slenth+1)}
if(b>0)    {eersdlenth2<-(eersdlenth2+1) ; ssdlenth<-(ssdlenth+1)}
quantis<-qtlenth(bloco3)          ### Cálculo dos quantis (bloco 3)
quantil<-quantis$quantil
lenth<-as.array(quantis$lenth)
sdlenth<-as.array(quantis$sdlenth)
#Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos)
for(i in c(5:5))
{
  if(lenth[i]>quantil)    {poderlenth3<-(poderlenth3+1) ;
  poderlenth4<-(poderlenth4+1)}
  if(sdlenth[i]>quantil)  {podersdlenth3<-(podersdlenth3+1) ;
  podersdlenth4<-(podersdlenth4+1)}
}
#IER(Fração esperadas de efeitos inativos que são julgados ativos)
for(i in c(1:4,6:21))
{
  if(lenth[i]>quantil)    {ierlenth3<-(ierlenth3+1) ;
  ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
  if(sdlenth[i]>quantil)  {iersdlenth3<-(iersdlenth3+1) ;
  iersdlenth4<-(iersdlenth4+1)}
}
#EER(Fração de experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado ativo)
a=0
b=0
for(i in c(1:4,6:21))
{
  if(lenth[i]>quantil) a<-a+1

```

```

        if(sdlength[i]>quantil) b<-b+1
    }
    if(a>0)      {eerlenth3<-(eerlenth3+1) ; slenth<-(slenth+1)}
    if(b>0)      {eersdlength3<-(eersdlength3+1) ; ssdlength<-(ssdlength+1)}
    if(slenth>0)
    {
        eerlenth4<-eerlenth4+1
    }
    if(ssdlength>0)
    {
        eersdlength4<-eersdlength4+1
    }
}
### Fim do loop de Monte Carlo
result[1,1]=poderlenth1/(0*nrep)      ### 1o Grupo (Efeitos do Plot)
result[1,2]=podersdlength1/(0*nrep)
result[1,3]=ierlenth1/(3*nrep)
result[1,4]=iersdlength1/(3*nrep)
result[1,5]=eerlenth1/nrep
result[1,6]=eersdlength1/nrep
result[1,7]=poderlenth2/(0*nrep)      ### 2o Grupo (Efeitos do Plot)
result[1,8]=podersdlength2/(0*nrep)
result[1,9]=ierlenth2/(7*nrep)
result[1,10]=iersdlength2/(7*nrep)
result[1,11]=eerlenth2/nrep
result[1,12]=eersdlength2/nrep
result[1,13]=poderlenth3/(1*nrep)      ### 3o Grupo (Efeitos de Interações)
result[1,14]=podersdlength3/(1*nrep)
result[1,15]=ierlenth3/(20*nrep)
result[1,16]=iersdlength3/(20*nrep)
result[1,17]=eerlenth3/nrep
result[1,18]=eersdlength3/nrep
result[1,19]=poderlenth4/(1*nrep)      ### 4o Grupo (Análise de todos os efeitos)
result[1,20]=podersdlength4/(1*nrep)
result[1,21]=ierlenth4/(30*nrep)
result[1,22]=iersdlength4/(30*nrep)
result[1,23]=eerlenth4/nrep
result[1,24]=eersdlength4/nrep
for(i in 1:24)
{
    result[7,i]<-mean(result[1:5,i])
}
}
return(result)
}
xx<-t(realfun())
xA1B11C1D1E1<-xx[,7]
sink("C:\\Users\\Alunos\\Raphael\\Dissertação\\Resultados\\Tabelas\\resA1B11C1D1E1.txt")
xx
sink()

```

Referências Bibliográficas

- Aboukalam, M. A. F. (2005), ‘Quick, easy, and powerful analysis of unreplicated factorial designs’, *Communications in Statistics-Theory and Methods* **34**, 1169–1175.
- Box, G. E. P., Hunter, J. S. & Hunter, W. (2005), *Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery*, Wiley-Interscience.
- Daniel, C. (1959), ‘Use of half-normal plots in interpreting factorial two-level experiments’, *Technometrics* **1**, 311–340.
- Kempthorne, O. & Hinkelmann, K. (1994), *Design and Analysis of Experiments*, Vol. I: Introduction to Experimental Design, Wiley-Interscience.
- Lenth, R. V. (1989), ‘Quick and easy analysis of unreplicated factorials’, *Technometrics* **31**(4), 469–473.
- Mee, R. W. & Bates, R. L. (1998), ‘Split-lot designs: Experiments for multistage batch processes’, *Technometrics* **40**(40), 127–140.

- Melo, G. H. N. (2007), Métodos de lenth para análise de planos strip-block com estruturas fatoriais 2^k não replicadas, Master's thesis, Universidade Federal de Pernambuco.
- Montgomery, D. C. (2005), *Design and Analysis of Experiments*, 6. ed. edn, Wiley-Interscience.
- R Development Core Team (2007), *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.
- *<http://www.R-project.org>
- Vivacqua, C. A. & Bisgaard, S. (2004), 'Strip-block experiments for process improvement and robustness', *Quality Engineering* **16**, 149–154.
- Ye, K. Q., Hamada, M. & Wu, C. F. J. (2001), 'A step-down lenth method for analyzing unreplicated factorial designs', *Journal of Quality Technology* **33**, 140–152.