
MÉTODOS DE LENTH PARA ANÁLISE DE PLANOS STRIP-BLOCK
COM ESTRUTURAS FATORIAIS 2^k NÃO REPLICADAS

GERALDO HENRIQUE NASCIMENTO DE MELO

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Ferraz

Co-orientadora: Profa. Dra. Carla Almeida Vivacqua

Área de Concentração: Estatística Aplicada

Dissertação submetida como requerimento parcial para obtenção do
grau de Mestre em Estatística pela Universidade Federal de Pernambuco

Recife, fevereiro de 2007

Melo, Geraldo Henrique Nascimento de
Métodos de Lenth para análise de planos strip-block
com estruturas fatoriais 2^k /Geraldo Henrique Nascimento
de Melo. – Recife : O autor, 2007.
xiii, 74 folhas: il., fig., tab.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de
Pernambuco. CCEN. Estatística, 2007.

Inclui bibliografia e apêndices.

1. Pesquisa experimental. 2. Planejamento de
experimentos. 3. Métodos Lenth. 4. Planos Strip-Block.
I. Título.

001.434

CDD (22.ed.)

MEI2007-006

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Estatística

13 de fevereiro de 2007
(data)

Nós recomendamos que a dissertação de mestrado de autoria de

Geraldo Henrique Nascimento Melo

intitulada

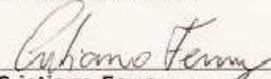
"Métodos de Lenth para Análise de Planos Strip-Block com Estruturas Fatoriais 2^k não Replicadas"

seja aceita como cumprimento parcial dos requerimentos para o grau de Mestre em Estatística.



Coordenador da Pós-Graduação em Estatística

Banca Examinadora:



Cristiano Ferraz orientador



André Luís Santos de Pinho (UFRN)



Renato José de Sobral Cintra

Este documento será anexado à versão final da dissertação.

*Este trabalho é inteiramente dedicado aos meus pais,
José e Eliane.*

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço acima de tudo, a Deus, por iluminar meus caminhos ofertando a força necessária para a conclusão de mais um objetivo, para a realização de mais um sonho.

Aos meus pais José Ildefonso Rodrigues de Melo e Eliane Nascimento de Melo, e aos meus avós Geraldo Francisco do Nascimento e Ana Pereira do Nascimento, que foram as pessoas responsáveis pela viabilização de minha vida escolar e acadêmica.

Às minhas irmãs Mirelle Amara N. de Melo, Emanuelle N. de Melo e Marianne N. de Melo que sempre souberam incentivar e apoiar toda a minha jornada.

À minha namorada Camila Vanessa Muniz Araújo de Souza, por todos os momentos de alegria e amor que me tem dedicado.

Aos meus tios e primos, em especial a Everaldo Pereira do Nascimento e Iêda Silva do Nascimento que me acolheram em sua residência nestes dois anos de curso.

Aos orientadores Cristiano Ferraz e Carla Almeida Vivacqua, que além de excelentes professores, agradeço pela orientação, apoio, paciência e amizade cultivada entre nós.

Aos professores ligados ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Pernambuco, em especial aos professores Francisco Cribari-Neto, Klaus Leite Pinto Vasconcellos e Carla Cláudia da Rocha Rego Monteiro.

Aos professores Francisco de Assis Medeiros da Silva, Flávio Henrique Miranda de Araújo Freire, Lára de Melo Barbosa e Dione Maria Valença. Estes, além de grandes amigos, foram os maiores incentivadores para a continuação dos meus estudos em estatística.

Aos colegas do mestrado, Hemílio Fernandes, Leonardo Bomfim, Marcelo Rodrigo, Carlos Gadelha, Larissa Barreto, Artur Lemonte, Themis Abensur e em especial ao Ênio Lopes, pela grandiosa convivência nestes últimos dois anos.

À Valéria Bittencourt pelo enorme carinho e atenção dedicados aos alunos da pós-graduação.

À banca examinadora pelas valiosas críticas e sugestões.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

*A educação é aquilo que permanece depois de
esquecermos tudo o que nos foi ensinado.*

Halifax.

Resumo

Experimentos industriais assumem importante papel na implementação de programas de qualidade, especialmente na área de pesquisa e desenvolvimento de produtos. A sua execução está cada vez mais freqüente e, em grande parte dos casos, o protocolo de experimentação envolve dois estágios. Devido às limitações de custo, a busca pela redução do número de provas experimentais é inevitável e a realização de experimentos sem réplicas torna-se uma alternativa freqüentemente utilizada. Economia considerável pode também ser obtida através da adoção de planos experimentais complexos, apropriados para acomodar experimentos em dois estágios, como os planos strip-block. Apesar da existência de métodos para análise de experimentos não-replicados na literatura, dos quais destacam-se os métodos de Lenth e step-down Lenth, nenhum artigo parece ter abordado a análise de experimentos delineados em planos strip-block, sem replicação, através destes métodos. Este trabalho tem por objetivo apresentar uma forma de aplicar corretamente os métodos de Lenth e step-down Lenth para a análise de experimentos em planos strip-block, com estruturas fatoriais 2^k , sem a utilização de réplicas. Um estudo de simulação Monte Carlo é conduzido para estudar e comparar o desempenho destes dois métodos neste contexto.

Palavras-chave: Planos strip-block; Métodos Lenth; Experimentos industriais.

Abstract

Industrial experiments assume a relevant role into quality assurance program implementation, especially in the product's research and development area. The use of such experiments is getting very frequent and, to a great extent, it is possible to identify two stages at the experimentation process. Cost limitations lead to a necessary search for reducing the number of experimental runs and, very often, nonreplicated experiments are adopted. Considerable savings can also be reached by using complex experimental designs that can accommodate two stage experimentation protocols, such as strip-block designs. Although there are methods to analyze experiments with no replicates, such as the Lenth and step-down Lenth methods, it seems that no article has approached the analysis of nonreplicated strip-block designed experiments. The goal of this work is to present the correct form to apply Lenth and setp-down Lenth methods to a strip-block designed experiment, using a 2^k treatment factorial structure, with no replicates. A Monte Carlo simulation study is conducted to analyze the performance of the methods under this context.

Keywords: Strip-block designs; Lenth methods; Industrial experiments.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
2 Revisão de Literatura	4
2.1 Estruturas de Tratamentos e Planos Experimentais	4
2.1.1 Estruturas Fatoriais da Série 2^k	4
2.1.2 Estruturas Fatoriais Fracionadas da Série 2^k	7
2.1.3 O Plano Experimental Split-Plot	10
2.1.4 O Plano Experimental Strip-Block	13
2.2 Métodos para Análise de Planos Não Replicados	16
2.2.1 Gráficos de Probabilidade Normal e Half-Normal	16
2.2.2 O Método de Lenth	18
2.2.3 O Método Step-Down Lenth	20
2.2.4 Outros Métodos	23
3 Análise de Um Plano Strip-Block Não Replicado Via Métodos de Lenth	24
3.1 Um Exemplo Sintético	24

3.2	O Experimento do Bolo	30
4	Comparação Entre o Método de Lenth e o Step-Down Lenth	34
4.1	Estudo de Simulação	34
4.2	Resultados	39
4.2.1	Análise do Poder dos Métodos	39
4.2.2	Análise da IER dos Métodos	40
4.2.3	Análise da EER dos Métodos	41
5	Conclusões	60
	Apêndice	62
A	Funções Implementadas em Linguagem R	62
A.1	Código para gerar o gráfico half-normal dos efeitos	62
A.2	Função que constrói o gráfico de Lenth com base nos contrastes estimados	63
A.3	Função que constrói o gráfico de Lenth com base nas respostas obtidas . .	64
A.4	Programa utilizado para realizar comparação entre o método de Lenth e o step-down	66
B	Valores Críticos	71
	Referências Bibliográficas	73

Lista de Figuras

2.1	Ilustração geométrica dos tratamentos envolvidos em um fatorial 2^3	6
2.2	Experimento do bolo: Plano Completamente Aleatorizado.	11
2.3	Experimento do bolo: Plano Split-Plot(a).	12
2.4	Experimento do bolo: Plano Split-Plot(b).	13
2.5	Experimento do bolo: Plano Strip-Block.	15
2.6	Gráfico de probabilidade half-normal para os efeitos da Tabela 2.5.	18
2.7	Gráfico de Lenth para os efeitos da Tabela 2.5.	21
3.1	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 1 (exemplo sintético).	28
3.2	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 2 (exemplo sintético).	29
3.3	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 3 (exemplo sintético).	29
3.4	Processo de produção do bolo.	30
3.5	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 1 (experimento do bolo).	32
3.6	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 2 (experimento do bolo).	33
3.7	Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 3 (experimento do bolo).	33

4.1	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	42
4.2	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	43
4.3	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	44
4.4	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	45
4.5	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	46
4.6	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	47
4.7	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	48
4.8	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	49
4.9	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	50
4.10	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	51
4.11	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	52
4.12	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	53
4.13	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	54
4.14	Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	55
4.15	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	56

4.16	Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	57
4.17	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$	58
4.18	Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$	59

Lista de Tabelas

2.1	Estrutura de um experimento fatorial 2^3	5
2.2	ANOVA para a estrutura apresentada na Tabela 2.1 considerando quatro réplicas.	8
2.3	Informações sobre um experimento fatorial 2^{3-1}	9
2.4	Tabela de ANOVA para um plano strip-block baseada no modelo (2.2). . .	15
2.5	Dados do exemplo do Montgomery (1991).	17
2.6	Contrastes e valores da estatística Step-Down Lenth.	22
3.1	Respostas geradas para um strip-block $2^4 \times 2^3$	25
3.2	Estimativa dos efeitos pertencentes aos grupos 1 e 2 (exemplo sintético). .	26
3.3	Estimativa dos efeitos pertencentes ao grupo 3 (exemplo sintético). . . .	27
3.4	Contrastes e valores da estatística step-down Lenth para os efeitos do segundo grupo.	30
3.5	Respostas do experimento do bolo (Box & Jones, 1992).	31
3.6	Estimativa dos efeitos pertencentes aos grupos 1 e 2 (experimento do bolo). .	32
3.7	Estimativa dos efeitos pertencentes ao grupo 3 (experimento do bolo). . . .	32
4.1	Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^3 \times 2^2$	36
4.2	Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^5 \times 2^2$	37

4.3	Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^3 \times 2^3$	38
B.1	Valores críticos para método step-down Lenth obtidos via simulação.	71

CAPÍTULO 1

Introdução

As exigências impostas pelo mercado moderno cada vez mais competitivo e exigente levam as indústrias a adotarem constantes programas de qualidade e aperfeiçoamento de seus produtos. Os projetos de melhoria estão presentes desde a captação da matéria-prima até a logística de distribuição, passando ainda por todo o processo de produção e estocagem. Como consequência desta busca por aprimoramento, experimentos industriais são realizados com grande frequência, sob diversos planos experimentais, buscando atender os mais variados objetivos. Na grande maioria dos casos, os estudos envolvem estruturas fatoriais de tratamentos devido à sua simplicidade e eficiência (Ye, Hamada & Wu, 2001). Além disso, quando a unidade que recebe o tratamento, denominada unidade experimental (UE), tem um custo elevado ou a realização de cada tratamento demanda um tempo significativo, ou ainda quando a UE é sacrificada em cada prova, a busca pela redução do número de provas experimentais é inevitável. Neste cenário, a utilização de estruturas fatoriais fracionadas e planos experimentais com restrições na aleatorização, como o strip-block (strip-plot), podem reduzir substancialmente o número de provas necessárias (Vivacqua & Bisgaard, 2004).

Vários conceitos básicos de planejamento de experimentos são usados ao longo desta dissertação. Alguns deles, julgados essenciais, serão apresentados nas próximas linhas. Os leitores que tiverem interesse ou sintam necessidade de explicações mais aprofundadas podem consultar, por exemplo, o livro de Box, Hunter e Hunter (2005).

Um fator é uma variável de interesse para a investigação cujo efeito é observado e analisado. Os níveis de um fator são os valores ou características que este fator assume no experimento. Como exemplo, um estudo que trate da engorda de animais criados em cativeiro poderia envolver um fator qualitativo e outro quantitativo. A marca da ração, com dois níveis, marca “A” e marca “B”, seria exemplo de um possível fator qualitativo, enquanto que a quantidade de ração, cujos níveis poderiam ser “5Kg” e “10Kg”, exemplificaria um fator quantitativo. O termo tratamento é dado à combinação de níveis dos fatores de interesse e a execução de um tratamento é chamada prova ou rodada.

Estruturas fatoriais fracionadas (EFF) são frequentemente utilizadas no estágio inicial do processo de investigação, quando o pesquisador deseja testar um número grande de fatores e retirar do estudo aqueles que não apresentam efeitos significativos. Uma situação comum é trabalhar com uma EFF envolvendo k fatores, utilizando como base um fatorial completo com $k - p$ fatores (Loeppky & Sitter, 2002). Em alguns casos, o desenvolvimento do estudo pode envolver dois estágios, levando geralmente a restrições no processo de aleatorização. Outra situação ocorre quando alguns fatores são difíceis de serem modificados e outros são relativamente fáceis. Nestes casos, são usados planos split-plot ou ainda planos strip-block, conforme comentado em Box & Jones (1992).

Devido às restrições comentadas anteriormente, muitos experimentos industriais são executados sem réplicas, sendo que em um experimento com $n + 1$ rodadas é possível estimar apenas n efeitos e a média geral, não restando graus de liberdade para estimar a variância do erro experimental. Assim, os testes padrões para determinar a significância dos efeitos não podem ser utilizados.

Alguns trabalhos surgiram ao longo do tempo, apresentando propostas para análise de experimentos sem a utilização de réplicas. Um dos métodos utilizados é a construção dos gráficos de probabilidade normal e half-normal dos efeitos. Nestes gráficos, os efeitos que se mostrarem como outliers são julgados ativos (Daniel, 1959). Uma desvantagem deste método é o fato de que a sua interpretação é subjetiva. Box & Meyer (1986) propuseram uma técnica mais formal em que a informação é inicialmente sintetizada em dois parâmetros e seus resultados podem ser apresentados com um gráfico conhecido como gráfico de Bayes. Russel Lenth (1989) propôs outro método efetivo para análise de fatoriais não replicados. Tal método é baseado em uma fórmula simples para o erro-padrão dos

contrastes estimados, em que um teste t pode ser usado para interpretar os resultados, que ainda podem ser apresentados de maneira gráfica. Uma das vantagens do método de Lenth é que os cálculos são bastante simples e podem ser realizados facilmente, sem a ajuda de um computador. Ye, Hamada & Wu (2001) propuseram um pequeno avanço no método de Lenth, nomeado de método step-down Lenth, ou simplesmente step-down. O procedimento step-down consiste basicamente em calcular o erro-padrão dos contrastes estimados e à medida que o maior contraste for julgado ativo, ele é retirado do processo e o erro-padrão é recalculado com base nos demais contrastes.

A ausência de trabalhos que considerem a análise de experimentos executados segundo um strip-block, via método de Lenth, é uma das razões pelo interesse desta dissertação em adicionar conhecimentos sobre este assunto. As contribuições deste trabalho são: (a) difundir o conhecimento acerca do plano strip-block; (b) apresentar uma forma adequada para a condução da análise de um strip-block envolvendo estruturas fatoriais de tratamentos não replicadas através da utilização do método original de Lenth e de sua versão step-down; (c) realizar comparação relacionada ao desempenho entre o método step-down Lenth e o método original.

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos. Este primeiro faz uma introdução acerca do assunto abordado. O segundo capítulo trata de uma revisão bibliográfica dividida em duas partes, em que a primeira delas comenta sobre a utilização de arranjos experimentais envolvendo estruturas fatoriais de tratamentos e a segunda parte apresenta alguns dos métodos mais utilizados para análise de experimentos fatoriais não replicados. O terceiro capítulo traz uma das contribuições desta dissertação, pois descreve e exemplifica a análise de experimentos executados com base em um strip-block não replicado, através do método proposto por Lenth (1989) e sua versão step-down. Uma comparação entre estes dois métodos é apresentada no quarto capítulo. Por último, no capítulo cinco são apresentadas as conclusões deste estudo. No apêndice, encontram-se alguns programas utilizados para a realização deste trabalho.

Esta dissertação foi digitada utilizando o sistema de tipografia L^AT_EX. Os programas utilizados foram desenvolvidos utilizando a plataforma R em sua versão 2.3.1 para o sistema operacional Windows. Esta plataforma encontra-se disponível gratuitamente em <http://www.r-project.org>.

2.1 Estruturas de Tratamentos e Planos Experimentais

Diversos pontos são cruciais para a execução bem sucedida de um experimento. Dentre eles, a estrutura dos tratamentos e o plano experimental a serem adotados devem ser definidos e seguidos com atenção. A estrutura de tratamentos define quais fatores devem ser utilizados, quantos níveis deve ter cada um deles e quais são, além de sugerir a realização de todos os tratamentos ou apenas parte deles. O plano experimental define uma regra de alocação de cada um dos tratamentos a uma determinada UE. A escolha do plano experimental deve considerar a disponibilidade de UE's, as restrições encontradas para a execução dos tratamentos e a precisão desejada pelo investigador.

Este capítulo apresentará alguns conceitos básicos acerca do estudo de estruturas fatoriais envolvendo dois níveis, completas (2^k) e fracionadas (2^{k-p}), bem como o estudo de planos experimentais de aleatorização restrita, mais especificamente serão introduzidos os planos experimentais split-plot e strip-block.

2.1.1 Estruturas Fatoriais da Série 2^k

Existem situações em que se deseja estudar o efeito de diversos fatores em uma ou mais variáveis-resposta. Uma forma para tanto seria investigar separadamente o efeito desses fatores, outra, bem mais eficiente, seria fazer uso de uma estrutura fatorial de

tratamentos, assim, todos os fatores são investigados conjuntamente.

Em um experimento com estrutura fatorial de tratamentos, o número de tratamentos é dado pelo número total de combinações entre os níveis dos fatores considerados. Em um experimento envolvendo k fatores, o número de tratamentos será dado por $\prod_{i=1}^k l_i$, em que l_i representa o número de níveis do i -ésimo fator. Se todos os fatores apresentarem o mesmo número de níveis, por exemplo, q , então tem-se uma estrutura fatorial q^k , resultando em q^k tratamentos.

Quando são adotados apenas dois níveis para todos os fatores envolvidos no estudo, tem-se um caso especial da estrutura fatorial q^k , a saber, uma estrutura fatorial 2^k . Dentre diversas vantagens de se estudar fatoriais da série 2^k , tem-se o fato de que cada fator pode ser avaliado com um número relativamente pequeno de rodadas do experimento, além de que sua estrutura permite a acomodação de rodadas extras, quando houver necessidade, e ainda serve de base para o estudo de estruturas fatoriais fracionárias 2^{k-p} .

O caso mais simples pertencente à série 2^k está no estudo que envolve apenas dois fatores, resultando em um fatorial 2^2 . Aqui, será apresentado o caso que envolve o estudo de três fatores (2^3), por se tratar de um exemplo mais rico. Numa estrutura fatorial 2^3 , estuda-se o efeito de três fatores (A, B e C), resultando em oito tratamentos, ou seja, cada réplica deste experimento envolve oito UE's. A Tabela 2.1 apresenta a estrutura referente a um fatorial 2^3 , seguindo a ordem padrão de Yates. As colunas referentes às interações são obtidas através do produto entre as colunas dos fatores envolvidos. Cada valor y_i corresponde ao característico numérico observado na variável resposta de interesse sob o tratamento i .

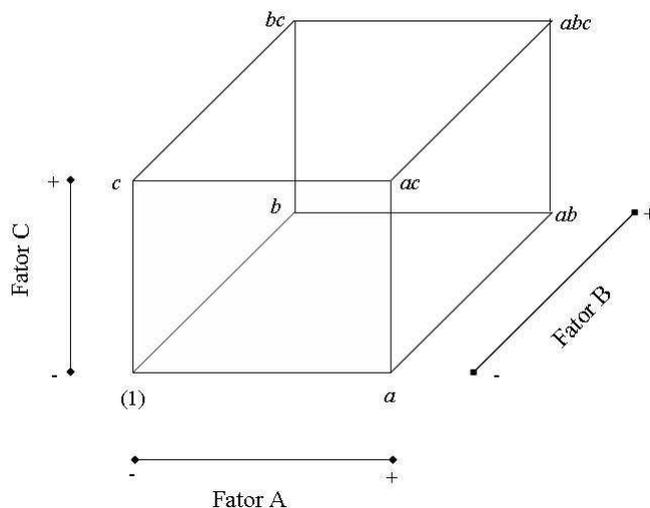
Tabela 2.1: Estrutura de um experimento fatorial 2^3 .

Tratamentos		Fatores e suas interações						Resposta	
		A	B	C	AB	AC	BC		ABC
1	(1)	-	-	-	+	+	+	-	y_1
2	a	+	-	-	-	-	+	+	y_2
3	b	-	+	-	-	+	-	+	y_3
4	ab	+	+	-	+	-	-	-	y_4
5	c	-	-	+	+	-	-	+	y_5
6	ac	+	-	+	-	+	-	-	y_6
7	bc	-	+	+	-	-	+	-	y_7
8	abc	+	+	+	+	+	+	+	y_8

Cada tratamento é composto pela combinação de sinais “+” e “-” que correspondem respectivamente aos níveis “alto” e “baixo” de cada fator. No exemplo dado anteriormente para ilustrar fatores qualitativos, seria possível adotar os níveis “-” para a marca “A” e “+” para a marca “B”, ou vice-versa. No caso de fatores quantitativos, por convenção, adota-se o menor nível como nível “baixo”. Assim, no exemplo visto, seriam adotados os níveis “-” para “5Kg” e “+” para “10Kg”.

Os tratamentos envolvidos em uma estrutura fatorial 2^3 podem ser apresentados geometricamente por um cubo, cujos vértices são representados pelas letras correspondentes aos fatores que estão contribuindo com o nível “alto”, como mostra a Figura 2.1. O tratamento em que todos os fatores contribuem com o nível “baixo” é representado por (1).

Figura 2.1: Ilustração geométrica dos tratamentos envolvidos em um fatorial 2^3 .



A influência que determinado fator tem sobre a variável resposta é medida através dos efeitos. O efeito de um dado fator compreende o incremento médio esperado na variável resposta quando muda-se o nível deste fator de “baixo” para “alto” e é calculado pela diferença entre a média das respostas dos tratamentos que foram executados com o nível “alto” e a média das respostas obtidas naqueles tratamentos em que este dado fator estava no nível “baixo”. De acordo com os dados ilustrados na Tabela 2.1, o efeito do fator B, por exemplo, seria dado por

$$EF_B = \bar{y}(B^+) - \bar{y}(B^-),$$

em que

$$\bar{y}(B^+) = \frac{y_3 + y_4 + y_7 + y_8}{4} \quad \text{e} \quad \bar{y}(B^-) = \frac{y_1 + y_2 + y_5 + y_6}{4} .$$

Da mesma forma, o efeito da interação AC, correspondente à mudança esperada no efeito do fator C, quando há uma mudança do fator A do nível “-” para o nível “+”, seria dada por

$$EF_{AC} = \bar{y}(AC^+) - \bar{y}(AC^-),$$

em que

$$\bar{y}(AC^+) = \frac{y_1 + y_3 + y_6 + y_8}{4} \quad \text{e} \quad \bar{y}(AC^-) = \frac{y_2 + y_4 + y_5 + y_7}{4} .$$

Com essa mesma linha de raciocínio, podem ser obtidos todos os efeitos principais e efeitos de interação em um fatorial 2^k .

Para experimentos executados com réplicas, o cálculo dos efeitos poderia ser feito de maneira similar a esta descrita anteriormente, bastando apenas considerar cada uma das parcelas y_i como sendo a média das respostas obtidas pelo mesmo tratamento nas diferentes réplicas. Neste caso, a significância dos efeitos poderia ser avaliada a partir de uma análise de variância (ANOVA), através do teste F. Um esboço da ANOVA, contendo fonte de variação (F.V.) e graus de liberdade (G.L.), para a estrutura apresentada na Tabela 2.1, supondo a execução de quatro réplicas, é dado na Tabela 2.2. Entretanto, o objeto de estudo principal deste trabalho está em casos não replicados, tornando impraticável a análise através da ANOVA, devido à impossibilidade de estimar o erro experimental (E.E.). Alguns dos métodos mais utilizados para ajudar na identificação de efeitos ativos em casos de inexistência de réplicas serão estudados e avaliados na seção 2.2.

2.1.2 Estruturas Fatoriais Fracionadas da Série 2^k

A utilização de uma estrutura fatorial completa da série 2^k perde eficiência à medida em que se aumenta o valor de k , ou seja, a utilização de estruturas completas tende a desperdiçar graus de liberdade com interações de alta ordem quando o experimento deseja estudar a influência de muitos fatores na variável resposta. Como exemplo, verifica-se a necessidade de aplicar 1024 tratamentos no caso de analisar o efeito de 10 fatores com dois

Tabela 2.2: ANOVA para a estrutura apresentada na Tabela 2.1 considerando quatro réplicas.

F.V.	G.L.
Replica (R)	3
Tratamentos (T)	7
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1
ABC	1
E.E. (R × T)	21
Total	31

níveis cada. Neste cenário, apenas 10 dos 1023 graus de liberdade disponíveis correspondem a efeitos principais e apenas 45 graus de liberdade estão associados a interações entre dois fatores. Logo, tem-se que os 968 graus de liberdade restantes são associados com interações de três ou mais fatores. Em um experimento como este, tem-se pelo princípio da ordenação hierárquica, que recursos estariam sendo desperdiçados para estimar efeitos de interações de altíssima ordem. O princípio da ordenação hierárquica sugere que os efeitos de baixa ordem são mais prováveis de serem importantes do que os de ordem elevada. A utilização de réplicas experimentais nesse caso ainda representa um agravante, pois a utilização de r réplicas implicaria na execução de $(1024 \times r)$ provas. Uma saída relativamente simples e geralmente eficiente para contornar esse problema é a utilização de estruturas fatoriais fracionadas, em que a idéia básica é executar apenas uma fração dos tratamentos.

Considere novamente um fatorial 2^3 (8 tratamentos), porém, supondo que devido a certa restrição, só seja possível a execução de quatro provas. Assim, é possível utilizar uma fração dos tratamentos e continuar estudando o efeito dos três fatores de interesse. Essas quatro provas possíveis correspondem à execução de metade da estrutura 2^3 , ou seja, $\frac{1}{2} \times 2^3 = 2^{3-1}$. A Tabela 2.3 aponta os tratamentos selecionados para serem executados com base no gerador desta particular fração, a saber, $I=ABC$. Os tratamentos executados são aqueles que apresentam nível “+” na coluna do gerador I, são eles: a , b , c e abc .

Tabela 2.3: Informações sobre um experimento fatorial 2^{3-1} .

Tratamentos	Fatores e suas interações							Resposta
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	
<i>a</i>	+	-	-	-	-	+	+	y_1
<i>b</i>	-	+	-	-	+	-	+	y_2
<i>c</i>	-	-	+	+	-	-	+	y_3
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	y_4
<i>ab</i>	+	+	-	+	-	-	-	-
<i>ac</i>	+	-	+	-	+	-	-	-
<i>bc</i>	-	+	+	-	-	+	-	-
(1)	-	-	-	+	+	+	-	-

As combinações lineares das respostas, usadas para estimar os efeitos principais A, B e C são dadas por

$$EF_A = \frac{(y_1 - y_2 - y_3 + y_4)}{2},$$

$$EF_B = \frac{(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)}{2},$$

$$EF_C = \frac{(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)}{2},$$

e as usadas para estimar os efeitos de interação entre dois fatores são dadas por

$$EF_{AB} = \frac{(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)}{2},$$

$$EF_{AC} = \frac{(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)}{2} \text{ e}$$

$$EF_{BC} = \frac{(y_1 - y_2 - y_3 + y_4)}{2}.$$

Assim, $EF_A = EF_{BC}$, $EF_B = EF_{AC}$ e $EF_C = EF_{AB}$. Conseqüentemente, nesta situação, é impossível diferenciar o efeito de A do de BC, por exemplo. De fato, quando estima-se os efeitos de A, B e C está sendo estimado respectivamente $A + BC$, $B + AC$ e $C + AB$. Esta estrutura de associação pode ser facilmente determinada através da multiplicação simbólica de cada efeito pelo gerador da fração I, por exemplo, $A \times ABC = BC$, ou seja, o efeito de A está associado ao de BC, ou ainda, $C \times ABC = AB$, confirmando a associação entre os efeitos de C e de AB.

A escolha do gerador da fração é muito importante e deve-se ter o cuidado para não montar uma relação de confundimento que envolva efeitos provavelmente ativos. Em

alguns casos, deseja-se executar frações $\frac{1}{2^l}$ de um fatorial 2^k , ou seja, deseja-se um 2^{k-l} . Assim, resulta no envolvimento de l combinações entre fatores, gerando a fração dos tratamentos a ser executada. Para mais detalhes ver Box, Hunter & Hunter (2005).

2.1.3 O Plano Experimental Split-Plot

Os planos experimentais split-plot ou em parcelas subdivididas, como são também conhecidos, podem ser caracterizados pela superposição de dois planos experimentais. São utilizados na experimentação industrial por permitir restrições no processo de aleatorização, o que é necessário em casos que o processo de produção envolve múltiplos estágios, por exemplo. Outro mérito do split-plot é o fato de conseguir diminuir o número de provas experimentais em comparação a um plano completamente aleatorizado. Este fato pode ser verificado com maior facilidade através da observação do número de provas executadas em cada um dos estágios separadamente, sendo feita uma comparação posterior com o número de provas necessárias para a execução do experimento segundo um plano completamente aleatorizado.

Para ilustrar um plano split-plot, Box & Jones (1992) sugeriram um experimento que envolve a produção de um bolo e objetiva encontrar uma formulação para a mistura de seus ingredientes (farinha de trigo, manteiga e ovo) que seja saborosa, levando em consideração condições relacionadas à temperatura do forno e ao tempo de cozimento. Cada um dos cinco fatores envolvidos deveria ser estudado com dois níveis, resultando em $2^5 = 32$ tratamentos. As figuras 2.2 a 2.5, utilizadas para ilustrar possíveis esquemas de execução para o experimento do bolo, foram contempladas originalmente em Vivacqua (2003) e são reproduzidas aqui com autorização da autora.

Imaginando que o experimento fosse executado segundo um plano completamente aleatorizado, seria necessário produzir 32 bolos e levá-los ao forno separadamente, resultando na utilização do forno 32 vezes. Neste caso, a ordem de execução dos tratamentos deve ser completamente aleatória, de modo que uma dada receita é selecionada aleatoriamente para ser produzida, levando em consideração a formulação da massa e a configuração do forno que ela será submetida. A Figura 2.2 apresenta este esquema.

Nesta situação, o plano split-plot poderia ser utilizado apresentando vantagens em relação ao plano completamente aleatorizado. Numa primeira ótica, a idéia seria fixar uma

Figura 2.2: Experimento do bolo: Plano Completamente Aleatorizado.

Receita	Fatores (2^3)	Fatores (2^2) Configurações do forno			
		(1)	(2)	(3)	(4)
(1)		 	 	 	 
(2)		 	 	 	 
(3)		 	 	 	 
(4)		 	 	 	 
(5)		 	 	 	 
(6)		 	 	 	 
(7)		 	 	 	 
(8)		 	 	 	 

receita e produzir a massa suficiente para quatro bolos. Este processo seria repetido para todas as receitas e posteriormente a ordem em que os bolos iriam ao forno seria aleatorizada. Aqui, o ganho está na diminuição na produção da massa de 32 (completamente aleatorizado) para 8 vezes. Do ponto de vista da superposição de planos experimentais, é possível observar que este esquema envolve um plano completamente aleatorizado (preparação das massas) e um plano aleatorizado em blocos, observado pela aplicação aleatória de cada um dos tratamentos relacionados à configuração do forno em um dos bolos provenientes da mesma massa (bloco). A Figura 2.3 apresenta este esquema.

O modelo linear associado a este arranjo experimental pode ser dado por

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \eta_i + \delta_j + (\tau\delta)_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad (2.1)$$

em que:

- y_{ij} é a resposta observada sob o i -ésimo nível de τ e j -ésimo nível de δ ;
- μ é a média geral;
- τ_i é o efeito fixo do i -ésimo nível de τ ;
- η_i é o termo residual referente ao valor observado sob o i -ésimo nível de τ ;
- δ_j é o efeito fixo do j -ésimo nível de δ ;
- $(\tau\delta)_{ij}$ é o efeito de interação entre o i -ésimo nível de τ e o j -ésimo nível de δ ;
- ϵ_{ij} é o termo residual referente ao valor observado sob o j -ésimo nível de δ e i -ésimo nível de τ ;

η_i e ϵ_{ij} são não-correlacionados, têm esperança nula e variâncias dadas por σ_τ^2 e σ^2 respectivamente.

Figura 2.3: Experimento do bolo: Plano Split-Plot(a).

Receita	Fatores de "Plot" (2^3)	Fatores de "Sub-Plot" (2^2) – Configurações do Forno			
		(1)	(2)	(3)	(4)
(1)					
(2)					
(3)					
(4)					
(5)					
(6)					
(7)					
(8)					

Outra forma de executar este experimento e que também resultaria num split-plot, seria produzir cada um dos bolos separadamente numa ordem aleatória e depois enviar ao forno o conjunto dos oito bolos que foram alocados aleatoriamente para receber o mesmo tratamento. Dessa forma, a Figura 2.4 apresenta a vantagem deste arranjo em relação ao completamente aleatorizado em executar apenas uma vez cada um dos 4 tratamentos relacionados com a configuração do forno.

Nas duas situações descritas anteriormente, planos split-plot foram executados conseguindo reduzir o custo da experimentação e apresentando vantagens em relação à utilização do plano completamente aleatorizado. No primeiro esquema, a restrição da aleatorização está relacionada com a massa, enquanto no segundo, os efeitos que sofreram a restrição foram os do forno, por isso, seriam estimados com menor precisão. A escolha por um ou outro arranjo pode estar relacionada com o custo, restrições de equipamentos e/ou material, tempo, facilidade de execução, ou ainda com o reconhecimento do grupo de fatores mais importantes do estudo, assim, os fatores restritos no processo de aleatorização deverão ser aqueles cuja importância seja considerada secundária. No experimento do bolo, por exemplo, se os fatores relacionados com a receita são mais importantes e este for o principal critério de escolha, o split-plot (b), apresentado na Figura 2.4, deve ser

Figura 2.4: Experimento do bolo: Plano Split-Plot(b).

Receita	Fatores de "Sub-Plot" (2^3)	Fatores de "Plot" (2^2) – Configurações do Forno			
		(1) 	(2) 	(3) 	(4) 
(1)					
(2)					
(3)					
(4)					
(5)					
(6)					
(7)					
(8)					

preferido.

2.1.4 O Plano Experimental Strip-Block

Os planos strip-block (strip-plot) são utilizados quando o processo de experimentação envolve duas fases (dois estágios) e podem ser entendidos como um caso particular do split-plot. É possível descrevê-los como a superposição de dois planos experimentais aleatorizados em blocos, ou ainda, como um plano que envolve restrições na aleatorização dos fatores presentes nos dois estágios do estudo. Neste plano, os efeitos das possíveis interações existentes entre os fatores do primeiro e segundo estágios são estimados com precisão maior que os próprios efeitos principais de um ou outro estágio tomados separadamente.

O modelo associado a este plano experimental é

$$y_{ijk} = \mu + r_k + \tau_i + \eta_{ik} + \delta_j + \theta_{jk} + (\tau\delta)_{ij} + \epsilon_{ijk}, \quad (2.2)$$

em que

y_{ijk}	é a resposta observada na k -ésima réplica sob o i -ésimo nível de τ e j -ésimo nível de δ ;
μ	é a média geral;
r_k	é o efeito aleatório da k -ésima réplica;
τ_i	é o efeito fixo do i -ésimo nível de τ ;
η_{ik}	é o termo residual referente ao valor observado sob o i -ésimo nível de τ na k -ésima réplica;
δ_j	é o efeito fixo do j -ésimo nível de δ ;
θ_{jk}	é o termo residual referente ao valor observado sob o j -ésimo nível de δ na k -ésima réplica;
$(\tau\delta)_{ij}$	é o efeito de interação entre o i -ésimo nível de τ e o j -ésimo de δ ;
ϵ_{ijk}	é o termo residual referente ao valor observado sob o i -ésimo nível de τ , j -ésimo de δ na k -ésima réplica;

Aqui, η_{ik} , θ_{jk} e ϵ_{ijk} são não-correlacionados, têm valor esperado zero e variâncias dadas por σ_τ^2 , σ_δ^2 e σ^2 , respectivamente.

A ANOVA para um plano strip-block que envolve v fatores no primeiro estágio e w no segundo ($2^v \times 2^w$), contendo fonte de variação (F.V.), graus de liberdade (G.L.), soma de quadrados (S.Q.) e esperança de quadrados médios (E.Q.M.) está apresentada na Tabela 2.4. Considere l réplicas, $m = 2^v$, o número de tratamentos envolvidos no 1º estágio e $n = 2^w$, o número de tratamentos envolvidos no 2º estágio. Aqui, os testes para os efeitos dos fatores pertencentes ao primeiro estágio e suas interações são realizados com base no Resíduo 1, enquanto que para os efeitos dos fatores pertencentes ao segundo estágio e as interações entre eles, os testes têm como base o Resíduo 2. Os testes para os efeitos de interação entre fatores do primeiro e segundo estágios são realizados usando o Resíduo 3.

Utilizando o experimento do bolo apresentado por Box & Jones (1992), facilmente verifica-se a vantagem de utilizar um plano strip-block. Aqui, as restrições comentadas para a utilização do split-plot (a) e do (b), apresentados na Seção 2.1.3, atuam conjuntamente e conseguem diminuir significativamente o número de provas experimentais a serem executadas, como mostra a Figura 2.5.

A utilização do strip-block no experimento do bolo resulta na produção de apenas oito massas, referentes aos tratamentos relacionados à receita, e na utilização do forno apenas quatro vezes. Aqui, as oito massas devem ser preparadas numa ordem completamente aleatória, e, posteriormente, cada massa deve ser dividida em quatro bolos que serão aleatoriamente alocados a uma das quatro configurações do forno (correspondentes às

Tabela 2.4: Tabela de ANOVA para um plano strip-block baseada no modelo (2.2).

F.V.	G.L.	S.Q.	E.Q.M.
Replica (R)	$l - 1$		$mn\sigma_\tau^2 + \sigma^2 + m\sigma_\delta^2 + n\sigma_\tau^2$
Est. 1 - (τ)	$m - 1$	$nl \sum_{i=1}^m \hat{\tau}_i^2$	$\frac{nl}{m-1} \sum_{i=1}^m \tau_i^2 + \sigma^2 + n\sigma_\tau^2$
Resíduo 1 (R x Est. 1)	$(l - 1)(m - 1)$		$\sigma^2 + n\sigma_\tau^2$
Est. 2 - (δ)	$n - 1$	$ml \sum_{j=1}^n \hat{\delta}_j^2$	$\frac{ml}{n-1} \sum_{j=1}^n \delta_j^2 + \sigma^2 + m\sigma_\delta^2$
Resíduo 2 (R x Est. 2)	$(l - 1)(n - 1)$		$\sigma^2 + m\sigma_\delta^2$
Est. 1 x Est. 2	$(m - 1)(n - 1)$	$l \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\hat{\tau}\delta)_{ij}^2$	$\frac{l}{(n-1)(m-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\tau\delta)_{ij}^2 + \sigma^2$
Resíduo 3 (R x Est.1 x Est.2)	$(l - 1)(m - 1)(n - 1)$		σ^2

Figura 2.5: Experimento do bolo: Plano Strip-Block.

Receita	Fatores (2^3)	Fatores (2^2) Configurações do Forno			
		(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	 \Rightarrow				
(2)	 \Rightarrow				
(3)	 \Rightarrow				
(4)	 \Rightarrow				
(5)	 \Rightarrow				
(6)	 \Rightarrow				
(7)	 \Rightarrow				
(8)	 \Rightarrow				

combinações entre os níveis dos fatores tempo e temperatura). O conjunto dos oito bolos alocados para receber o mesmo tratamento relacionado ao forno deverão ser assados simultaneamente. Por fim, recomenda-se ainda a aleatorização da posição dos oito bolos dentro do forno.

O experimento do bolo executado de acordo com um plano strip-block apresenta UE's

distintas ao longo do processo. Para os fatores relacionados à receita (1º estágio) a UE é a massa, enquanto para os fatores relacionados ao forno (2º estágio) a UE é o conjunto de oito bolos, finalmente, a UE é o bolo, apenas para as interações entre os fatores do primeiro e segundo estágios.

2.2 Métodos para Análise de Planos Não Replicados

2.2.1 Gráficos de Probabilidade Normal e Half-Normal

A utilização dos gráficos de probabilidade normal e half-normal para identificar efeitos possivelmente ativos em um estudo experimental que envolve estrutura fatorial de tratamentos foi proposta por Cuthbert Daniel (1959). A idéia de Daniel é bastante utilizada até os dias atuais por ser simples e conseguir apontar a direção correta dos efeitos em grande parte dos experimentos.

A aplicação eficaz desses gráficos depende do fato das estimativas dos efeitos terem a mesma variância, estando fundamentada ainda no princípio da esparsidade dos efeitos. Segundo esse princípio, espera-se que apenas uma pequena fração dos contrastes deverão ser ativos dentre todos aqueles envolvidos no estudo. Nestes gráficos, os efeitos cujos pontos estiverem claramente afastados de uma reta imaginária, formada pela nuvem de pontos, serão julgados ativos.

Sejam $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n$, os n efeitos estimados. Denote por $\hat{\theta}_{(i)}$, o i -ésimo dos n efeitos ordenados, $\hat{\theta}_{(1)} \leq \hat{\theta}_{(2)} \leq \dots \leq \hat{\theta}_{(n)}$. Dessa forma, o gráfico de probabilidade normal pode ser obtido dispondo-se os pontos em um gráfico cujas coordenadas são dadas por

$$\left(\hat{\theta}_{(i)}, \Phi^{-1}[(i - 0.5)/n] \right),$$

em que $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada da normal padrão.

Alguns autores comentam sobre a preferência de utilizar o gráfico half-normal ao invés do gráfico de probabilidade normal. Segundo eles, uma das vantagens de utilizar o half-normal é o fato de que os efeitos possivelmente ativos irão apresentar-se no canto superior direito do gráfico. O gráfico de probabilidade half-normal é obtido a partir da marcação dos pontos cujas coordenadas são dadas por

$$\left(|\hat{\theta}_{(i)}|, \Phi^{-1}[0.5 + (i - 0.5)/n] \right).$$

Existem casos em que estes gráficos podem levar pesquisadores distintos a conclusões diferentes e por isso podem ser considerados como métodos subjetivos de análise. No Apêndice A, encontra-se um programa em linguagem R que apresenta o gráfico de probabilidade half-normal com base nas estimativas dos efeitos. O gráfico de probabilidade normal pode ser obtido com o uso da função `qqnorm()`.

Com a finalidade de ilustrar a detecção de efeitos ativos através do gráfico half-normal, construiu-se tal gráfico para um exemplo encontrado em Montgomery (1991), pg. 271. No caso, a produção de um produto químico num recipiente sob pressão foi observada em um experimento com quatro fatores que provavelmente influenciam a taxa de filtragem do produto. São eles: (A) Temperatura, (B) Pressão, (C) Concentração de formaldeído e (D) Taxa de agitação. Foram considerados dois níveis para cada um dos fatores resultando em um fatorial 2^4 com 16 tratamentos. A variável resposta observada foi a taxa de filtragem. A Tabela 2.5 apresenta (na ordem padrão de Yates) a resposta para cada tratamento aplicado, bem como as estimativas dos contrastes envolvidos no estudo.

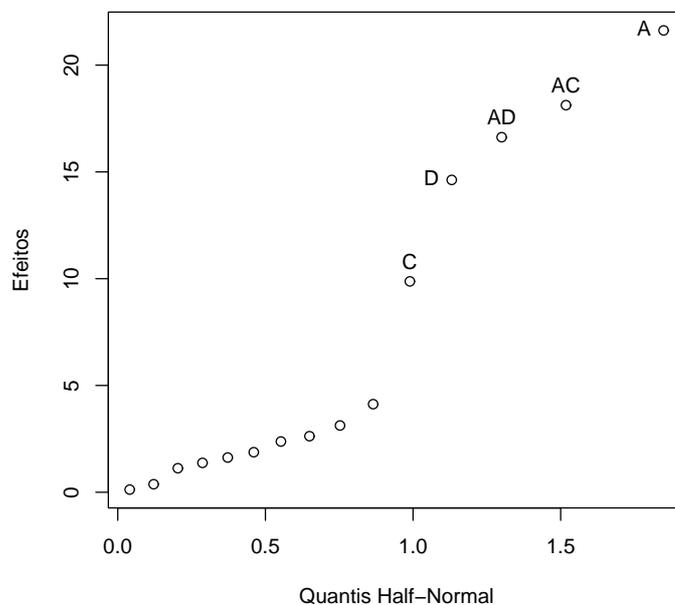
Tabela 2.5: Dados do exemplo do Montgomery (1991).

	A	B	C	D	Resposta	Estimativa dos efeitos	
1	-	-	-	-	45	A	21.625
2	+	-	-	-	71	B	3.125
3	-	+	-	-	48	C	9.875
4	+	+	-	-	65	D	14.625
5	-	-	+	-	68	AB	0.125
6	+	-	+	-	60	AC	-18.125
7	-	+	+	-	80	AD	16.625
8	+	+	+	-	65	BC	2.375
9	-	-	-	+	43	BD	-0.375
10	+	-	-	+	100	CD	-1.125
11	-	+	-	+	45	ABC	1.875
12	+	+	-	+	104	ABD	4.125
13	-	-	+	+	75	ACD	-1.625
14	+	-	+	+	86	BCD	-2.625
15	-	+	+	+	70	ABCD	1.375
16	+	+	+	+	96	Média	70.06

De acordo com a Figura 2.6 é possível concluir que há distorção de cinco pontos em relação à reta formada pelos demais contrastes. Dessa forma, os efeitos principais A, C e

D, bem como os efeitos de interação AC e AD deverão ser julgados ativos.

Figura 2.6: Gráfico de probabilidade half-normal para os efeitos da Tabela 2.5.



2.2.2 O Método de Lenth

Buscando métodos formais para análise de planos envolvendo estruturas fatoriais de tratamentos em casos não replicados, Russel Lenth (1989) apresentou uma metodologia relativamente simples que pode ser apresentada de forma gráfica e consiste em obter uma estimativa para o erro-padrão dos contrastes. O método de Lenth também está baseado no princípio da esparsidade dos efeitos.

Sejam k_1, k_2, \dots, k_m os efeitos de interesse e c_1, c_2, \dots, c_m as suas estimativas correspondentes. Assumindo que os c_i são realizações independentes de uma variável aleatória $\mathcal{N}(k_i, \sigma^2)$, tem-se:

$$S_0 = 1.5 \times \text{mediana}|c_j| \quad (2.3)$$

e define-se ainda o pseudo-erro-padrão (PSE) dos contrastes como sendo

$$\text{PSE} = 1.5 \times \text{mediana}_{|c_j| < 2.5S_0} |c_j|. \quad (2.4)$$

É importante notar que as expressões (2.3) e (2.4) são bastante similares. A pequena diferença existente entre elas está no fato de que em (2.4) a mediana é mais restrita, ou seja, o valor mediano é obtido após a exclusão de efeitos claramente ativos. Portanto, tanto S_0 quanto PSE superestimam σ , mas, devido a existência da pequena diferença comentada anteriormente, o PSE deve ser naturalmente utilizado.

Define-se então uma margem de erro (ME) para os c_i com aproximadamente 95% de confiança, dada por

$$\text{ME} = t_{(0.975;d)} \times \text{PSE}, \quad (2.5)$$

em que $t_{(0.975;d)}$ é o quantil da distribuição t com d graus de liberdade. Após a realização de estudos de simulação, a sugestão dada por Lenth (1989) foi utilizar $d = m/3$. O intervalo dado por $[c_i \pm \text{ME}]$ pode ser considerado um intervalo de confiança para k_i com aproximadamente 95% de confiança.

Considerando que as estimativas são independentes, Lenth definiu ainda uma margem de erro simultânea (SME), dada por

$$\text{SME} = t_{(\gamma;d)} \times \text{PSE}, \quad (2.6)$$

em que

$$\gamma = (1 + 0.95^{1/m})/2. \quad (2.7)$$

Com a execução dos cálculos acima, o método de Lenth pode ser mostrado em um gráfico de barras dos efeitos, adicionando-se como referência, linhas relativas a $\pm\text{ME}$ e $\pm\text{SME}$. Um contraste será julgado ativo se a sua barra no gráfico exceder uma das linhas referentes a margem de erro simultânea (SME) e será considerado inativo quando a barra não ultrapassar uma das linhas referentes a margem de erro (ME). Quando a barra de um contraste ficar entre a ME e a SME, o conhecimento do pesquisador pode ser utilizado para concluir sobre a importância desse efeito no estudo. Códigos em linguagem R, utilizados para a construção do gráfico de Lenth, podem ser encontrados no apêndice A deste trabalho.

Como visto anteriormente, a conclusão sobre a importância de um determinado efeito envolvido no estudo com base no método original de Lenth é dada pela comparação deste efeito com a margem de erro simultânea (SME). Outra forma similar de procedimento

é comparar a estatística de Lenth, dada por $t_{Lenth,i} = |\hat{\theta}_i|/\text{PSE}$, com o quantil da distribuição $t_{\gamma;d}$. Facilmente verifica-se a igualdade entre as duas formas descritas, vejamos: inicialmente tem-se a comparação do $|\hat{\theta}_i|$ com a SME, mas, $\text{SME} = t_{\gamma;d} \times \text{PSE}$, logo, dividindo-se ambos os membros pelo PSE tem-se a comparação entre o $|\hat{\theta}_i|/\text{PSE}$ e o quantil $t_{\gamma;d}$. Logo, a comparação do efeito com a SME é idêntica à comparação da estatística $t_{Lenth,i}$ com o quantil $t_{\gamma;d}$.

O método de Lenth também foi ilustrado a partir do experimento do Montgomery (1991). Com base nas estimativas apresentadas na Tabela 2.5 pode-se calcular as quantidades necessárias para a utilização do método de Lenth. Neste caso, tem-se $S_0 = 1.5 \times 2.625 = 3.9375$ e pela exclusão de quatro efeitos que ultrapassaram $2.5 \times S_0 = 9.8437$, calcula-se $\text{PSE} = 1.5 \times 1.75 = 2.625$. Baseado nos quantis $t_{(0.975;5)} = 2.57$ e $t_{(\gamma;5)} = t_{(0.9983;5)} = 5.22$ calcula-se respectivamente as quantidades ME e SME dadas por

$$\text{ME} = 2.57 \times 2.625 = 6.746$$

e

$$\text{SME} = 5.22 \times 2.625 = 13.7025 .$$

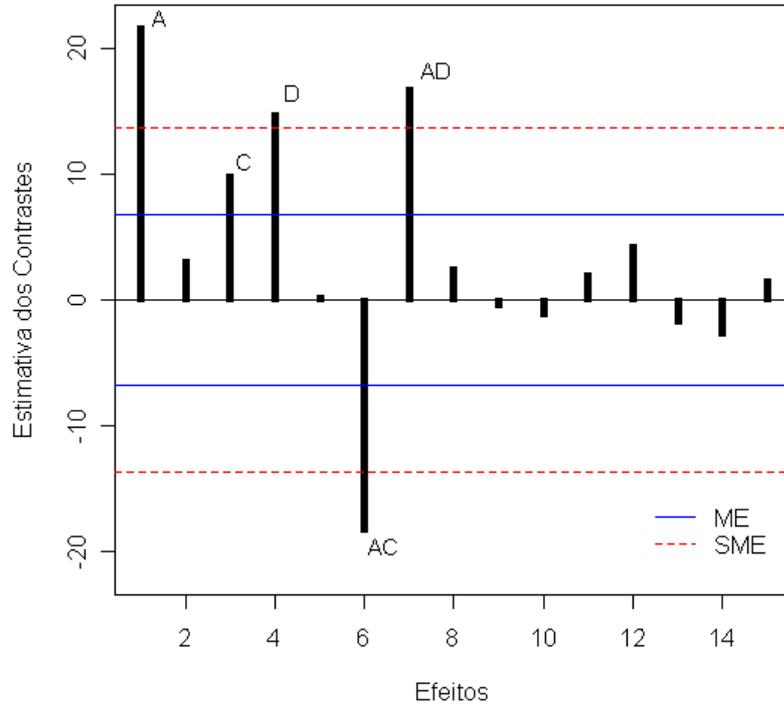
O conhecimento da SME permite a retirada de conclusões acerca da significância dos efeitos a partir de sua comparação com cada um dos valores absolutos dos contrastes, entretanto o método de Lenth pode ser apresentado de maneira gráfica como mostra a Figura 2.7.

Observando-se o gráfico de Lenth, apenas quatro efeitos serão julgados ativos pois ultrapassam a linha correspondente a SME, são eles: A, D, AC e AD. O efeito C é o único a ficar situado entre a ME e a SME, dando indícios de que ele também poderia vir a ser considerado ativo, mas, como a interação AC foi julgada ativa, neste caso, deverão ser analisados principalmente os efeitos de interação AC e AD.

2.2.3 O Método Step-Down Lenth

O método step-down Lenth consiste numa outra metodologia formal capaz de analisar planos envolvendo estruturas fatoriais de tratamentos em casos não replicados. Apresentado em Ye, Hamada & Wu (2001), tem como base o método original de Lenth, discutido anteriormente. A diferença básica entre os dois métodos está no fato de que o step-down

Figura 2.7: Gráfico de Lenth para os efeitos da Tabela 2.5.



calcula o pseudo-erro-padrão (PSE) e, à medida que o maior contraste for julgado ativo, ele é separado dos demais e o PSE é recalculado com base apenas nos efeitos restantes. O maior dentre os contrastes restantes será então analisado. O processo continua até que o maior dentre os contrastes restantes não seja declarado ativo.

O método step-down consiste em testar a significância dos efeitos baseado em diferentes estimativas para o PSE. Aqui, a hipótese $H_0 = \theta_{(1)} = \theta_{(2)} = \dots = \theta_{(m)} = 0$ é testada com base na estatística $\max|\hat{\theta}_i|/\text{PSE}$. No caso da rejeição da hipótese, o maior dos efeitos será declarado ativo e afastado dos $(m - 1)$ contrastes restantes que servirão de base para recalculer o PSE, entrando em vigor a hipótese $H_0 = \theta_{(1)} = \theta_{(2)} = \dots = \theta_{(m-1)} = 0$. De maneira geral, o step-down é baseado na estatística

$$t_i = \frac{|\hat{\theta}_i|}{\text{PSE}_i},$$

em que o PSE_i é o pseudo-erro-padrão baseado nos contrastes $|\hat{\theta}_{(1)}|, |\hat{\theta}_{(2)}|, \dots, |\hat{\theta}_{(i)}|$.

Para análise de significância dos efeitos através do método step-down, Ye, Hamada & Wu (2001) preferiram a utilização de valores críticos obtidos via simulação àqueles utilizados por Lenth, da distribuição t , endossados pela teoria assintótica. Os valores críticos (C_{α}^m) obtidos no estudo de simulação para experimentos envolvendo número de contrastes, m , entre 4 e 35 e ainda para diversos valores de α foram apresentados e podem ser encontrados no apêndice B deste trabalho. Tais valores também podem ser utilizados pelo método original de Lenth e se aplicam tanto ao caso de fatoriais completos (2^k) como também ao caso de fatoriais fracionados (2^{k-l}).

A ilustração da análise de um experimento com base no método step-down Lenth também será feita usando o exemplo do Montgomery (1991) pg. 271, trabalhado anteriormente. Neste experimento, a produção de um produto químico num recipiente sob pressão é investigada através de um fatorial 2^4 . Os valores da estatística t_i , como também os contrastes para os quinze efeitos fatoriais são listados em ordem decrescente (em valores absolutos) na Tabela 2.6.

Tabela 2.6: Contrastes e valores da estatística Step-Down Lenth.

Efeito	Contraste	Step-Down
A	21.625	8.217
AC	-18.125	6.887
AD	16.625	6.317
D	14.625	5.557
C	9.875	3.753
ABD	4.125	1.569
B	3.125	NA
BCD	-2.625	NA
BC	2.375	NA
ABC	1.875	NA
ACD	-1.625	NA
ABCD	1.375	NA
CD	-1.125	NA
BD	-0.375	NA
AB	0.125	NA

O processo de análise via método step-down tem início observando-se o efeito de A por ser o maior dos contrastes em valor absoluto. Sua estatística de teste é 8.217 que supera o valor crítico $C_{0,05}^{15} = 4.24$, logo A é declarado ativo. Dando seqüência ao processo, o PSE é

recalculado com base nos 14 contrastes restantes e a estatística obtida para o teste de AC é 6.887, que excede $C_{0.05}^{14} = 4.33$ e conseqüentemente é declarado ativo. Continuando o step-down, as estatísticas obtidas para os contrastes AD e D também superam seus valores críticos $C_{0.05}^{13}$ e $C_{0.05}^{12}$ respectivamente. A estatística referente ao efeito de C não consegue atingir a significância com $\alpha = 0.05$ pois ela não supera o valor crítico $C_{0.05}^{11} = 4.45$. Dessa forma, usando o método Step-Down com $\alpha = 0.05$, os efeitos de A, AC, AD e D são declarados ativos.

Por fim, pode-se comentar, no caso deste exemplo, que os métodos apresentaram resultados semelhantes. O efeito principal C foi considerado importante apenas pelo gráfico half-normal, entretanto, para todos os métodos, os contrastes que devem ser analisados prioritariamente são os efeitos de interação AC e AD, pois englobam os efeitos principais que foram também julgados ativos.

2.2.4 Outros Métodos

Diversos métodos foram propostos com a finalidade de apresentar estratégias para análise de experimentos fatoriais não replicados. Zahn (1975) propôs um método stepwise que consistiu em realizar estudos empíricos acerca do gráfico de probabilidade half-normal. Box & Meyer (1986) propuseram uma técnica bayesiana que trata de calcular a probabilidade posterior que cada contraste seja ativo. A informação a priori é resumida em dois parâmetros, α (a probabilidade que um contraste seja ativo) e k (a inflação no desvio padrão produzida por um contraste ativo). O método Box-Meyer também pode ser apresentado de forma gráfica. Loughin & Noble (1997) propuseram um método que consiste em permutar os elementos do vetor de respostas e recalculá-los um determinado número de vezes, devido ao procedimento adotado, este ficou conhecido como método da permutação. Outro procedimento stepwise foi proposto por Venter & Steel (1998). Este método pode ser considerado bastante similar ao step-down Lenth e neste caso o $RMS = ([1/i] \sum_{k=1}^i \theta_{(k)}^2)^{1/2}$ substitui o PSE. A principal desvantagem deste método em relação ao step-down Lenth é o fato de que o RMS é calculado com base nos l contrastes que o pesquisador espera ser inativos.

Análise de Um Plano Strip-Block Não Replicado Via Métodos de Lenth

Os efeitos envolvidos em um strip-block podem ser divididos em três grupos, definidos de forma a manter as suas variâncias constantes dentro deles. Um primeiro grupo contém os efeitos relacionados aos fatores do primeiro estágio do processo e suas interações. No segundo, encontram-se os efeitos relacionados aos fatores do segundo estágio e as interações entre eles, enquanto os efeitos de interação entre os fatores do primeiro e segundo estágios estariam inseridos no terceiro e último grupo. Desta forma, a sugestão dada para analisar um strip-block não replicado via métodos de Lenth é a de adotar o procedimento separadamente em cada um dos grupos citados anteriormente para então concluir sobre a significância dos efeitos. Esta idéia de separação dos efeitos em grupos homocedásticos foi apresentada em Vivacqua & Bisgaard (2004) em que os autores sugeriram a utilização de gráficos de probabilidade normal para análise em cada um dos grupos.

3.1 Um Exemplo Sintético

Este exemplo foi gerado para ilustrar a utilização do método original de Lenth e de sua versão step-down na análise de planos strip-block envolvendo estruturas fatoriais 2^k não replicadas. Foram considerados sete fatores. Quatro deles (A, B, C e D) pertencentes ao primeiro estágio e os outros três (E, F e G) pertencentes ao segundo ($2^4 \times 2^3$).

Os 128 tratamentos aplicados resultaram na estimativa de 127 efeitos, sendo 15 que envolvem apenas os fatores do primeiro estágio (grupo 1), 7 que abrangem apenas fatores do segundo estágio (grupo 2), e, conseqüentemente, 105 efeitos de interação entre fatores do primeiro e segundo estágios (grupo 3). Seis fatores foram gerados como sendo importantes, são eles: A, C, F, AF, CD e EF. Os efeitos A , C e CD pertencentes ao grupo 1 foram gerados com valores 6.0, 5.0 e 3.0 respectivamente. Os efeitos F e EF , que estão contemplados no grupo 2, foram gerados como sendo respectivamente 4.0 e 3.5. O efeito AF , o único representante ativo do grupo 3, foi gerado com atividade igual a 3.0. Neste caso, o modelo utilizado para a obtenção das respostas foi dado por

$$y_{ijklm} = \mu + \frac{A}{2}x_i + \frac{C}{2}x_j + \frac{CD}{2}x_k + \eta_{ijk} + \frac{F}{2}x_l + \frac{EF}{2}x_m + \theta_{lm} + \frac{AF}{2}x_{il} + \epsilon_{il} \quad (3.1)$$

em que A , por exemplo, está representando o efeito do fator A, denotado anteriormente por EF_A , cada x assume valores -1 e 1 e $\mu = 15$. As quantidades η_{ijk} , θ_{lm} e ϵ_{il} são não correlacionadas e foram geradas com distribuição $\mathcal{N}(0,1)$. As respostas obtidas para cada um dos tratamentos estão ilustradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Respostas geradas para um strip-block $2^4 \times 2^3$.

					E								
					F								
A	B	C	D	G									
-	-	-	-		-	+	-	+	-	+	-	+	
+	-	-	-		-	-	+	+	-	-	+	+	
-	+	-	-		-	-	-	-	+	+	+	+	
+	+	-	-		11.563	8.320	10.058	11.623	12.743	10.616	8.906	17.073	
-	-	+	-		18.235	14.923	18.332	20.599	14.087	10.296	21.672	20.718	
+	-	+	-		10.865	9.454	6.142	12.192	9.453	10.666	7.950	9.883	
-	+	+	-		17.402	11.253	19.038	21.756	16.731	12.407	19.111	20.223	
+	+	+	-		14.469	8.558	13.119	14.723	14.910	11.878	10.052	15.332	
-	-	-	+		19.423	14.539	20.595	19.760	19.025	14.487	19.484	25.409	
+	-	-	+		14.863	10.683	11.883	16.499	13.867	9.689	13.271	14.899	
-	+	+	+		16.751	13.462	21.998	25.978	19.036	12.488	20.609	24.924	
+	+	+	+		8.547	8.344	7.655	9.071	9.514	7.570	4.899	7.884	
-	-	-	+		13.743	11.861	13.830	17.714	11.163	8.850	16.617	20.453	
+	-	-	+		7.075	8.165	5.622	11.723	12.565	7.268	5.698	10.947	
-	+	-	+		10.014	6.131	16.752	24.353	8.689	9.614	15.943	19.121	
+	+	-	+		19.200	13.464	12.124	17.317	16.949	11.511	13.895	18.985	
-	-	+	+		18.465	14.998	25.732	23.474	19.100	15.149	23.299	26.986	
+	-	+	+		17.371	11.480	14.056	17.519	16.474	14.738	14.215	15.017	
-	+	+	+		15.491	18.081	24.720	27.722	20.242	17.029	23.001	28.373	
+	+	+	+										

Tabela 3.2: Estimativa dos efeitos pertencentes aos grupos 1 e 2 (exemplo sintético).

Grupo 1		Grupo 2	
Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa
A	6.225	BD	0.265
B	-0.051	CD	2.444
C	4.706	ABC	0.090
D	-0.272	ABD	-0.194
AB	0.220	ACD	0.238
AC	-0.074	BCD	-0.273
AD	-0.292	ABCD	0.511
BC	0.364		

A Tabela 3.2 apresenta as estimativas dos efeitos pertencentes aos grupos 1 e 2 separadamente. As estimativas dos efeitos de interação entre fatores do primeiro e segundo estágios (grupo 3) estão apresentadas na Tabela 3.3. O cálculo das estimativas foi realizado conforme descrito na seção 2.1.1.

Com base nas estimativas obtidas, o método de Lenth pode ser utilizado para detectar os efeitos possivelmente ativos. Neste caso, o procedimento descrito na seção 2.2.2 deverá ser executado independentemente três vezes, cada uma delas com os efeitos pertencentes a cada um dos três grupos.

Para a análise correta do experimento usando os métodos de Lenth, será utilizada a notação S_0^i , PSE^i , ME^i e SME^i , para $i = 1, 2, 3$ indicando o grupo de efeitos que está sendo analisado. Logo, para os efeitos pertencentes ao primeiro grupo, tem-se $S_0^1 = 1.5 \times 0.272 = 0.408$. Após a exclusão de três efeitos que ultrapassaram $2.5 \times S_0^1 = 1.02$, calcula-se $PSE^1 = 1.5 \times 0.251 = 0.377$. As quantidades ME^1 e SME^1 são obtidas respectivamente com base nos quantis $t_{(0.975,5)} = 2.57$ e $t_{(\gamma,5)} = t_{(0.9983,5)} = 5.22$, em que $ME^1 = 2.57 \times 0.377 = 0.969$ e $SME^1 = 5.22 \times 0.377 = 1.97$. As quantidades de interesse são calculadas da mesma forma para os 7 efeitos pertencentes ao grupo 2. Aqui, obtém-se $PSE^2 = 0.157$, $ME^2 = 0.592$ e $SME^2 = 1.417$. Com base nas estimativas dos 105 efeitos de interação pertencentes ao grupo 3, calcula-se $PSE^3 = 0.352$, $ME^3 = 0.715$ e $SME^3 = 1.355$. As informações obtidas anteriormente são suficientes para a construção dos três gráficos de Lenth.

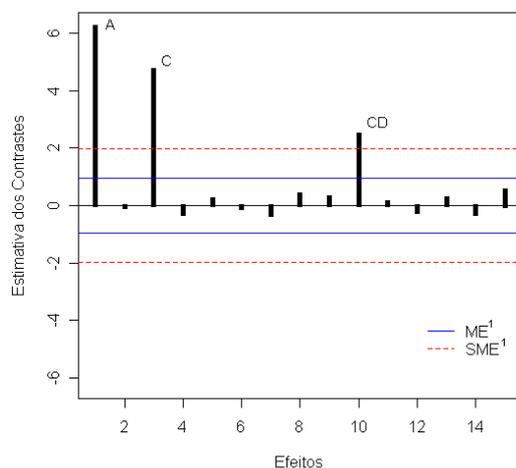
A Figura 3.1 apresenta o gráfico de Lenth elaborado com base nas estimativas dos

Tabela 3.3: Estimativa dos efeitos pertencentes ao grupo 3 (exemplo sintético).

Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa
AE	-0.286	CDG	0.098	BEFG	-0.493
AF	3.402	CEF	0.320	CDEF	-0.213
AG	-0.131	CEG	0.254	CDEG	0.097
BE	0.402	CFG	-0.141	CDFG	0.297
BF	0.481	DEF	-0.158	CEFG	0.354
BG	-0.117	DEG	-0.223	DEFG	0.109
CE	-0.516	DFG	-0.245	ABCDE	0.151
CF	0.339	ABCE	0.374	ABCDF	-0.256
CG	0.138	ABCF	-0.172	ABCDG	0.406
DE	0.447	ABCG	-0.048	ABCEF	0.140
DF	0.300	ABDE	0.266	ABCEG	-0.496
DG	-0.045	ABDF	-0.003	ABCFG	0.340
ABE	0.222	ABDG	-0.353	ABDEF	-0.236
ABF	0.534	ABEF	0.315	ABDEG	-0.233
ABG	-0.006	ABEG	0.162	ABDFG	0.296
ACE	0.421	ABFG	-0.635	ABEFG	0.138
ACF	-0.230	ACDE	-0.294	ACDEF	-0.341
ACG	0.415	ACDF	-0.003	ACDEG	-0.270
ADE	0.535	ACDG	-0.123	ACDFG	-0.245
ADF	0.757	ACEF	-0.254	ACEFG	0.885
ADG	0.167	ACEG	0.052	ADEFG	-0.049
AEF	-0.161	ACFG	-0.373	BCDEF	-0.370
AEG	-0.022	ADEF	-0.213	BCDEG	0.201
AFG	0.318	ADEG	0.262	BCDFG	-0.180
BCE	0.035	ADFG	-0.164	BCEFG	0.141
BCF	0.106	AEFG	0.178	BDEFG	0.117
BCG	-0.107	BCDE	0.030	CDEFG	-0.123
BDE	0.237	BCDF	-0.774	ABCDEF	0.151
BDF	0.234	BCDG	0.036	ABCDEG	0.151
BDG	0.285	BCEF	-0.263	ABCDFG	-0.256
BEF	0.043	BCEG	-0.245	ABCEFG	0.140
BEG	-0.604	BCFG	0.275	ABDEFG	-0.236
BFG	-0.843	BDEF	0.001	ACDEFG	-0.341
CDE	-0.211	BDEG	0.173	BCDEFG	-0.370
CDF	-0.103	BDFG	-0.341	ABCDEFG	0.151

efeitos pertencentes ao grupo 1. Observa-se que três efeitos (A, C e CD) superam a SME^1 e por isso são declarados ativos. O gráfico de Lenth que avalia as estimativas dos efeitos oriundos do segundo estágio (grupo 2) está apresentado na Figura 3.2. As estimativas dos efeitos para o fator F e para a interação entre os fatores E e F (EF) ultrapassam claramente a linha correspondente a SME^2 , conseqüentemente são considerados ativos. Embora alguns efeitos ultrapassem a ME^3 , como é o caso do BFG e ACEFG, por exemplo, o efeito AF, que trata da interação entre os fatores A e F, supera a SME^3 e então é o único a ser julgado ativo dentre aqueles inseridos no grupo 3. A Figura 3.3 apresenta este gráfico. Dessa forma, o método de Lenth obteve sucesso em conseguir detectar todos os efeitos verdadeiramente ativos.

Figura 3.1: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 1 (exemplo sintético).



A aplicação do procedimento step-down Lenth, descrito na Seção 2.2.3, também deve ser realizada três vezes independentes, contemplando, em cada uma delas, grupos de efeitos com mesma variância. Para o primeiro grupo, o procedimento tem início observando a estimativa do efeito de A por ser o maior contraste em valor absoluto. Sua estatística de teste é 16.50 e supera o valor crítico $C_{0.05}^{15} = 4.24$, logo A é declarado ativo e afastado dos demais contrastes. O PSE é recalculado com base nos 14 contrastes restantes e o efeito de C é declarado ativo pois sua estatística de teste (12.47) supera $C_{0.05}^{14} = 4.33$. Da mesma forma, o efeito de CD é também declarado ativo pois sua estatística de teste é superior ao valor crítico correspondente. Entretanto, o efeito ABCD não consegue

Figura 3.2: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 2 (exemplo sintético).

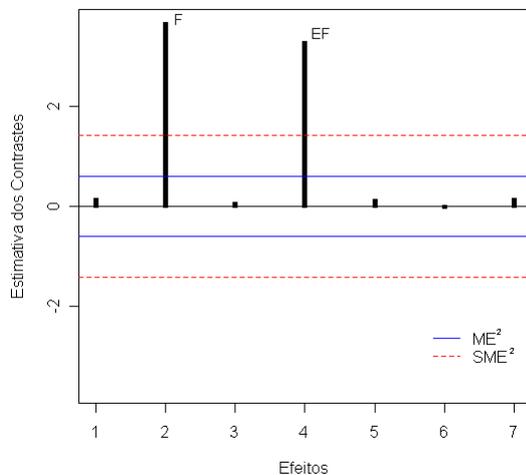
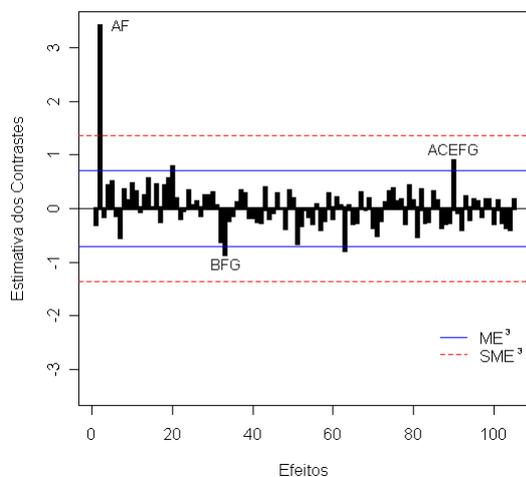


Figura 3.3: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 3 (exemplo sintético).



significância pois sua estatística de teste não supera $C_{0.05}^{12} = 4.45$. Logo, todos os demais efeitos, cujos valores absolutos são inferiores a $|EF_{ABCD}|$ são considerados inativos. Dentre os 7 contrastes relacionados aos fatores do segundo grupo, os efeitos do fator F e da interação EF são considerados ativos. Suas estatísticas de teste apresentadas na Tabela 3.4 são superiores aos seus respectivos valores críticos. Como o teste para o efeito principal E não é considerado significativo, ele e todos os demais efeitos inferiores são considerados

inativos. Por fim, o método step-down aponta corretamente a interação AF como sendo a única que possui efeito ativo dentre todas aquelas interações entre fatores do primeiro e segundo estágios (grupo 3).

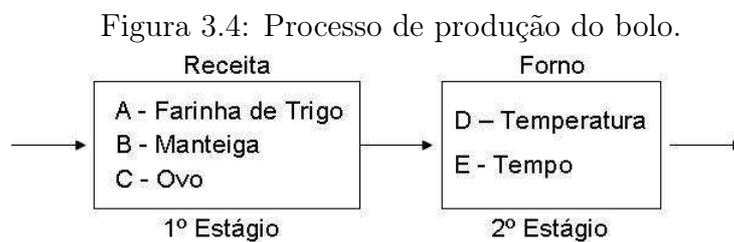
Tabela 3.4: Contrastes e valores da estatística step-down Lenth para os efeitos do segundo grupo.

Efeito	Estimativa	Step-Down
F	3.633	23.10
EF	3.250	20.66
E	0.124	0.79
EFG	0.121	1.09
EG	0.105	1.61
G	0.043	1.15
FG	-0.007	0.67

Neste exemplo, os dois métodos adotados apresentaram desempenho semelhante, não cometendo erros. Conseguiram identificar todos os efeitos verdadeiramente ativos, sem ao menos declarar ativos efeitos desprezíveis.

3.2 O Experimento do Bolo

O exemplo do bolo, proposto por Box & Jones (1992) e discutido no Capítulo 2, foi executado segundo um plano strip-block. A Figura 3.4 apresenta as etapas da produção do bolo, explicitando os fatores que estão sendo analisados nos diferentes estágios deste processo.



Neste caso, o primeiro estágio do processo consistiu na elaboração de uma massa para cada um dos oito tratamentos relacionados com a receita e posterior divisão de cada uma delas em quatro bolos. A ordem de preparação de cada uma das massas foi aleatorizada.

Ao final do 1º estágio, cada um dos bolos foi aleatoriamente alocado para receber um dos quatro tratamentos relacionados com o forno. No segundo estágio, realizou-se a combinação de todos os bolos que foram selecionados para receber o mesmo tratamento relacionado ao forno e executou-se apenas quatro provas correspondentes às diferentes condições de um fatorial completo envolvendo os fatores D (Temperatura) e E (Tempo). As respostas obtidas pelos autores de acordo com este arranjo experimental, ilustrado na Figura 2.5, são apresentadas na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Respostas do experimento do bolo (Box & Jones, 1992).

				D			
A	B	C	E	-	+	-	+
				-	-	+	+
-	-	-		1.3	1.6	1.2	3.1
+	-	-		2.2	5.5	3.2	6.5
-	+	-		1.3	1.2	1.5	1.7
+	+	-		3.7	3.5	3.8	4.2
-	-	+		1.6	3.5	2.3	4.4
+	-	+		4.1	6.1	4.9	6.3
-	+	+		1.9	2.4	2.6	2.2
+	+	+		5.2	5.8	5.5	6.0

As estimativas dos efeitos dos fatores relacionados ao experimento e suas interações são apresentadas nas Tabelas 3.6 e 3.7. Com base nestas estimativas, o método de Lenth e o step-down foram executados para identificar os efeitos possivelmente ativos. Inicialmente, analisando as estimativas dos efeitos que envolvem apenas fatores relacionados ao primeiro estágio do processo (grupo 1), tem-se pelo método original de Lenth, ilustrado na Figura 3.5, que todos os efeitos são inferiores a SME, portanto, nenhum deles será considerado importante.

Os efeitos estimados para os dois fatores do segundo estágio e a interação entre eles, também sugerem, com base no método de Lenth, a inatividade destes contrastes, conforme apresenta a Figura 3.6. Através da Figura 3.7, percebe-se que o efeito de interação BD, que envolve o fator B (Manteiga) pertencente ao primeiro estágio e o fator D (Temperatura) pertencente ao segundo estágio, é o único a ser declarado ativo de acordo com o método original de Lenth. A estimativa deste efeito supera a SME correspondente.

O método step-down Lenth concluiu diferente do método original neste experimento.

Tabela 3.6: Estimativa dos efeitos pertencentes aos grupos 1 e 2 (experimento do bolo).

1º Estágio		2º Estágio	
Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa
A	2.669	D	1.106
B	-0.331	E	0.531
C	1.206	DE	0.069
AB	0.194		
AC	0.206		
BC	0.131		
ABC	0.281		

Figura 3.5: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 1 (experimento do bolo).

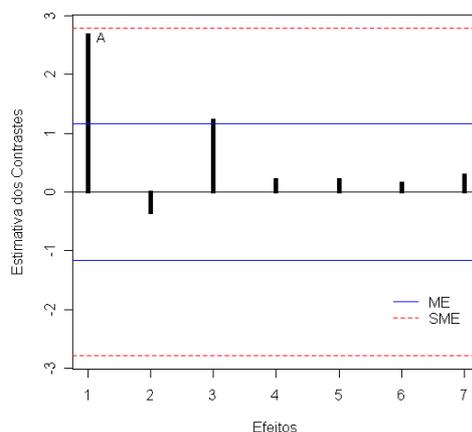


Tabela 3.7: Estimativa dos efeitos pertencentes ao grupo 3 (experimento do bolo).

Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa	Efeito	Estimativa
AD	0.306	ABE	0.006	CDE	-0.244
AE	0.006	ACD	-0.256	ABCD	0.369
BD	-0.919	ACE	-0.081	ABCE	0.069
BE	-0.219	ADE	-0.081	ABDE	0.219
CD	-0.031	BCD	0.144	ACDE	0.081
CE	-0.081	BCE	0.019	BCDE	0.006
ABD	-0.169	BDE	-0.081	ABCDE	-0.019

Além de considerar ativo o efeito de interação entre os fatores Manteiga (B) e Temperatura (D), ele considerou importante o efeito do fator A (Farinha de trigo). A estatística de

Figura 3.6: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 2 (experimento do bolo).

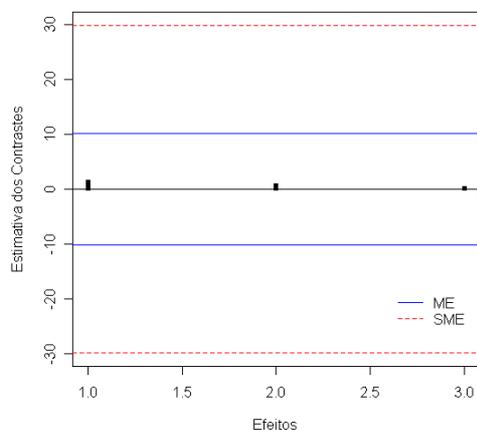
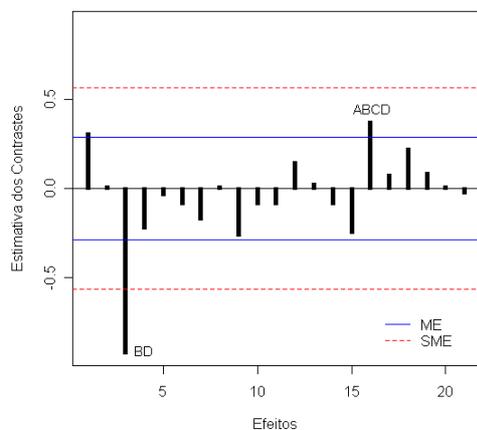


Figura 3.7: Gráfico de Lenth para as estimativas dos efeitos do grupo 3 (experimento do bolo).



teste obtida para o efeito do fator A foi 8.63 e para o efeito de interação entre os fatores B e D foi 7.54, entretanto, os valores críticos são respectivamente $C_{0.05}^7 = 4.87$ e $C_{0.05}^{21} = 4.06$.

O desempenho dos métodos foi semelhante nesta ocasião. O efeito de A não foi declarado ativo pelo método original de Lenth, mas, provavelmente um pesquisador cuidadoso ficaria atento, devido a sua proximidade à SME. Entretanto, como o step-down atribuiu importância a este efeito, ele parece ter apresentado-se pouco mais sensível neste exemplo.

Comparação Entre o Método de Lenth e o Step-Down Lenth

4.1 Estudo de Simulação

Este capítulo realiza, através de estudos de simulação de Monte Carlo, uma comparação entre o método original de Lenth e sua versão step-down, no que se refere ao desempenho destes métodos em analisar planos strip-block envolvendo estruturas fatoriais 2^k não replicadas.

O estudo de simulação envolveu distintos cenários, baseados em três possíveis configurações de estruturas fatoriais, executadas conforme planos strip-block. A primeira delas trata de um plano strip-block que envolve o estudo de cinco fatores, em que três deles pertencem ao primeiro estágio e outros dois pertencem ao segundo ($2^3 \times 2^2$). Nesta situação, observam-se sete efeitos que envolvem apenas fatores do primeiro estágio (grupo 1) e três que abrangem apenas fatores do segundo (grupo 2). Oito cenários foram elaborados para a avaliação dos métodos sob esta configuração. Os quatro primeiros cenários (1 a 4) estão descritos em detalhes na Tabela 4.1 e foram gerados com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0,1)$. Cada efeito envolvido está representado por θ_i , no caso $i \in \{1, \dots, 2^{v+w} - 1\}$ em um plano strip-block ($2^v \times 2^w$). Todos os cenários foram gerados com base na mesma estrutura do modelo (3.1), apresentado no Capítulo 3. A quantidade Δ é positiva ($\Delta > 0$) e refere-se ao grau de atividade dos efeitos. O valor de Δ varia de $1/2$ a $8,0$ com incrementos de $1/2$. Os cenários 5, 6, 7 e 8 têm respectivamente a mesma formação dos cenários 1, 2,

3 e 4, entretanto, foram gerados com erros seguindo distribuição t de Student com 3 graus de liberdade, $t(3)$. A escolha pela distribuição $t(3)$ como alternativa à $\mathcal{N}(0,1)$ deve-se ao resultado da busca por uma distribuição com caudas mais densas. Outra configuração estudada envolve sete fatores, sendo cinco deles pertencentes ao primeiro estágio e apenas dois pertencentes ao segundo ($2^5 \times 2^2$). Neste caso, tem-se 31 efeitos pertencentes ao primeiro grupo, 3 efeitos pertencentes ao segundo grupo e conseqüentemente 93 efeitos de interação alocados no grupo 3. Oito cenários distintos foram utilizados para avaliar o desempenho dos métodos sob esta configuração. A Tabela 4.2 apresenta a descrição destes cenários. Mais uma vez, os cenários 9, 10, 11 e 12 foram gerados com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0,1)$, enquanto que os cenários 13, 14, 15 e 16, têm respectivamente, a mesma estrutura de atividade dos efeitos pertencentes aos cenários apresentados, mas foram gerados com erros seguindo distribuição $t(3)$. A terceira e última configuração estudada avaliou o desempenho dos métodos em um strip-block $2^3 \times 2^3$. Os cenários 23 a 28 executados com erros seguindo distribuição $t(3)$ apresentam a mesma configuração dos cenários 17 a 22 mostrados na Tabela 4.3 cujos erros seguem distribuição $\mathcal{N}(0,1)$.

Os cenários executados em cada uma das configurações foram elaborados de tal maneira a contemplar casos em que os efeitos importantes se apresentem com mesmo grau de atividade (cenários ímpares), como também casos em que os efeitos importantes possuam grau de atividade distintos (cenários pares). Nos cenários ímpares, todos os efeitos ativos variam igualmente de 1/4 a 4,0. Nos pares, o grau de atividade é diferente para cada um dos efeitos ativos. Aqui, alguns efeitos variam de 1/8 a 2,0 enquanto outros chegam a variar de 1,0 a 16,0. Os métodos foram comparados a partir da observação de três quantidades, são elas:

- i.* Poder, a fração esperada de efeitos ativos que são corretamente declarados ativos;
- ii.* IER (*Individual error rate*), a fração esperada de efeitos inativos que são incorretamente declarados ativos;
- iii.* EER (*Experimentwise error rate*), a fração de experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado incorretamente como ativo.

Tabela 4.1: Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^3 \times 2^2$.

Cenário	Grupo de origem dos efeitos	Nº de efeitos ativos	Descrição do cenário
1	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_5 = 0, \theta_6 = \theta_7 = \frac{1}{2}\Delta$
	2	1	$\theta_8 = \theta_9 = 0, \theta_{10} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	1	$\theta_{11} = \dots = \theta_{30} = 0, \theta_{31} = \frac{1}{2}\Delta$
2	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_5 = 0, \theta_6 = \frac{3}{8}\Delta, \theta_7 = \Delta$
	2	1	$\theta_8 = \theta_9 = 0, \theta_{10} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	1	$\theta_{11} = \dots = \theta_{30} = 0, \theta_{31} = \frac{3}{4}\Delta$
3	1	1	$\theta_1 = \dots = \theta_6 = 0, \theta_7 = \frac{1}{2}\Delta$
	2	1	$\theta_8 = \theta_9 = 0, \theta_{10} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	2	$\theta_{11} = \dots = \theta_{29} = 0, \theta_{30} = \theta_{31} = \frac{1}{2}\Delta$
4	1	1	$\theta_1 = \dots = \theta_6 = 0, \theta_7 = \frac{3}{4}\Delta$
	2	1	$\theta_8 = \theta_9 = 0, \theta_{10} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	2	$\theta_{11} = \dots = \theta_{29} = 0, \theta_{30} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{31} = \Delta$

Tabela 4.2: Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^5 \times 2^2$.

Cenário	Grupo de origem dos efeitos	Nº de efeitos ativos	Descrição do cenário
9	1	5	$\theta_1 = \dots = \theta_{26} = 0, \theta_{27} = \dots = \theta_{31} = \frac{1}{2}\Delta$
	2	1	$\theta_{32} = \theta_{33} = 0, \theta_{34} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	4	$\theta_{35} = \dots = \theta_{123} = 0, \theta_{124} = \dots = \theta_{127} = \frac{1}{2}\Delta$
10	1	5	$\theta_1 = \dots = \theta_{26} = 0, \theta_{27} = \theta_{28} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{29} = \frac{1}{2}\Delta, \theta_{30} = \frac{3}{4}\Delta, \theta_{31} = \Delta$
	2	1	$\theta_{32} = \theta_{33} = 0, \theta_{34} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	4	$\theta_{35} = \dots = \theta_{123} = 0, \theta_{124} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{125} = \theta_{126} = \frac{1}{2}\Delta, \theta_{127} = \Delta$
11	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_{29} = 0, \theta_{30} = \theta_{31} = \frac{1}{2}\Delta$
	2	1	$\theta_{32} = \theta_{33} = 0, \theta_{34} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	7	$\theta_{35} = \dots = \theta_{120} = 0, \theta_{121} = \dots = \theta_{127} = \frac{1}{2}\Delta$
12	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_{29} = 0, \theta_{30} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{31} = \frac{3}{4}\Delta$
	2	1	$\theta_{32} = \theta_{33} = 0, \theta_{34} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	7	$\theta_{35} = \dots = \theta_{120} = 0, \theta_{121} = \frac{1}{4}\Delta, \theta_{122} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{123} = \frac{1}{2}\Delta, \theta_{124} = \frac{3}{4}\Delta, \theta_{125} = \Delta$ $\theta_{126} = 1.5\Delta, \theta_{127} = 2\Delta$

Tabela 4.3: Descrição dos cenários estudados na simulação para um plano strip-block $2^3 \times 2^3$.

Cenário	Grupo de origem dos efeitos	Nº de efeitos ativos	Descrição do cenário
17	1	3	$\theta_1 = \dots = \theta_4 = 0, \theta_5 = \dots = \theta_7 = \frac{1}{2}\Delta$
	2	2	$\theta_8 = \dots = \theta_{12} = 0, \theta_{13} = \theta_{14} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	1	$\theta_{15} = \dots = \theta_{62} = 0, \theta_{63} = \frac{1}{2}\Delta$
18	1	3	$\theta_1 = \dots = \theta_4 = 0, \theta_5 = \frac{3}{8}\Delta, \theta_6 = \frac{1}{2}\Delta, \theta_7 = 2\Delta$
	2	2	$\theta_8 = \dots = \theta_{12} = 0, \theta_{13} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{14} = 2\Delta$
	3	1	$\theta_{15} = \dots = \theta_{62} = 0, \theta_{63} = \Delta$
19	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_5 = 0, \theta_6 = \theta_7 = \frac{1}{2}\Delta$
	2	2	$\theta_8 = \dots = \theta_{12} = 0, \theta_{13} = \theta_{14} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	2	$\theta_{15} = \dots = \theta_{61} = 0, \theta_{62} = \theta_{63} = \frac{1}{2}\Delta$
20	1	2	$\theta_1 = \dots = \theta_5 = 0, \theta_6 = \frac{3}{8}\Delta, \theta_7 = 2\Delta$
	2	2	$\theta_8 = \dots = \theta_{12} = 0, \theta_{13} = \frac{1}{2}\Delta, \theta_{14} = \Delta$
	3	2	$\theta_{15} = \dots = \theta_{61} = 0, \theta_{62} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{63} = \Delta$
21	1	1	$\theta_1 = \dots = \theta_6 = 0, \theta_7 = \frac{1}{2}\Delta$
	2	1	$\theta_8 = \dots = \theta_{13} = 0, \theta_{14} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	4	$\theta_{15} = \dots = \theta_{59} = 0, \theta_{60} = \dots = \theta_{63} = \frac{1}{2}\Delta$
22	1	1	$\theta_1 = \dots = \theta_6 = 0, \theta_7 = \Delta$
	2	1	$\theta_8 = \dots = \theta_{13} = 0, \theta_{14} = \frac{1}{2}\Delta$
	3	4	$\theta_{15} = \dots = \theta_{59} = 0, \theta_{60} = \frac{3}{8}\Delta, \theta_{61} = \theta_{62} = \Delta, \theta_{63} = 2\Delta$

Os efeitos foram julgados ativos ao nível de significância $\alpha = 0.05$ e as quantidades mencionadas anteriormente (Poder, EER e IER) foram observadas com base em $r = 10.000$ réplicas de Monte Carlo para cada um dos dezesseis valores de Δ .

4.2 Resultados

As Figuras 4.1 a 4.18 apresentam os resultados do estudo de simulação para os 28 cenários realizados com base nas três possíveis configurações de planos strip-block envolvendo estruturas fatoriais 2^k não replicadas.

4.2.1 Análise do Poder dos Métodos

No que se refere ao poder, ou seja, a capacidade de julgar corretamente os efeitos ativos, pode-se afirmar, de um modo geral (com base nas figuras 4.1 a 4.18), que ele aumenta significativamente, em todos os cenários estudados, a medida em que o grau de atividade (Δ) dos efeitos importantes aumenta, como era esperado.

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram o poder do método de Lenth e de sua versão step-down para oito cenários, com base num plano strip-block com estrutura $2^3 \times 2^2$. Na Figura 4.1, a distribuição dos erros é normal padrão. Aqui, é possível observar uma grande semelhança no comportamento dos dois métodos ao longo dos quatro cenários. Dessa forma, o impacto de ter efeitos ativos no primeiro ou terceiro grupo e ainda a distribuição de pesos nos graus de atividade dos efeitos parece não afetar de forma contundente o poder dos métodos. Observa-se também que, embora as curvas sejam bastante semelhantes, o método step-down Lenth tende a mostrar um discreto aumento de poder, quando comparado ao método de Lenth, para valores pequenos de Δ . Na Figura 4.2, a distribuição dos erros é t -student, com 3 graus de liberdade, $t(3)$. Com base nela, é possível observar uma discreta diminuição do poder, em todos os cenários, em relação aos quatro cenários cuja distribuição dos erros é $\mathcal{N}(0,1)$. Adicionalmente, podem ser realizados os mesmos comentários com respeito à Figura 4.1, implicando que não há efeito aparente da distribuição dos erros no comportamento da curva de poder dos métodos.

O poder do método de Lenth e de sua versão step-down, observados com base em oito cenários a partir de um plano strip-block $2^5 \times 2^2$, estão contemplados nas Figuras 4.7 e

4.8. Praticamente todos os comentários feitos para os cenários executados em planos strip-block $2^3 \times 2^2$, são também contundentes para este caso. Aqui, pode-se acrescentar que as curvas de poder de ambos os métodos tendem a apresentar comportamento diferente nos cenários em que os efeitos importantes possuem graus de atividade distintos e encontram-se, em maioria, no terceiro grupo. Na Figura 4.7, onde a distribuição dos erros é normal padrão, o cenário 12 representa esta situação. No caso em que a distribuição dos erros é $t(3)$, ilustrado na Figura 4.8, esta situação é representada pelo cenário 16.

Por fim, nas Figuras 4.13 e 4.14, estão ilustradas as curvas de poder dos métodos em questão, para os doze cenários que tratam de planos strip-block $2^3 \times 2^3$. Na Figura 4.13 a distribuição dos erros é $\mathcal{N}(0,1)$. Aqui, observou-se uma diferença modesta em favor do step-down, principalmente nos cenários em que a maioria dos efeitos importantes encontram-se no grupo 1, a saber, cenários 17 e 18. Observou-se ainda que esta diferença tende a diminuir a medida em que a proporção de efeitos ativos no grupo 3 aumenta. Neste caso, as curvas de poder dos métodos, mostram um comportamento ligeiramente diferente nos cenários em que os efeitos importantes possuem graus de atividade distintos, sem importar qual dos grupos contempla a maioria deles. Para a Figura 4.14, onde a distribuição dos erros é $t(3)$, os comentários são os mesmos realizados para a Figura 4.13, implicando que a distribuição dos erros não afeta a concorrência acirrada entre os métodos.

Em linhas gerais, o desempenho dos métodos quanto ao poder é bastante semelhante na grande maioria dos casos, chegando a ser praticamente idênticos em alguns deles, como é o caso do cenário 12, por exemplo, ilustrado na Figura 4.7.

4.2.2 Análise da IER dos Métodos

Quanto a IER, que corresponde à fração esperada de efeitos inativos que foram declarados ativos, obsevou-se que o método original de Lenth apresenta taxas mais baixas que o step-down para todos os cenários estudados em todas as configurações de planos strip-block analisadas. Para os cenários envolvidos em um strip-block $2^3 \times 2^2$, o step-down apresentou IER inferior a 2%, porém, esta taxa para o método original de Lenth não superou 0,5%, como pode ser observado nas Figuras 4.3 e 4.4. As menores taxas de IER observadas dentre os casos estudados foram obtidas no plano strip-block $2^5 \times 2^2$, ilustradas nas Figuras 4.9 e 4.10, nelas o step-down apresentou IER aproximadamente igual a 0,6%

enquanto que para o método de original de Lenth esta taxa foi aproximadamente igual a 0,1%. O comportamento das taxas de IER não foi modificado pelas diferentes proporções de efeitos ativos em cada um dos grupos, nem mesmo pela distribuição utilizada para geração dos erros, como pode ser observado nas Figuras 4.15 e 4.16.

4.2.3 Análise da EER dos Métodos

A maior diferença entre os métodos ficou por conta da EER, que corresponde à fração dos experimentos em que ao menos um efeito inativo foi declarado incorretamente como ativo. Neste quesito, o método original de Lenth superou bastante o step-down em todas as configurações estudadas. A taxa de EER para o método original de Lenth ficou geralmente entre 5 e 10%, enquanto que o método step-down apresentou taxas que variam no intervalo de 20 a 35%. Na maioria dos casos, o método de Lenth conseguiu controlar a EER mais próximo do nível nominal especificado de 5%, conforme observado na Figura 4.12, por exemplo.

Figura 4.1: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

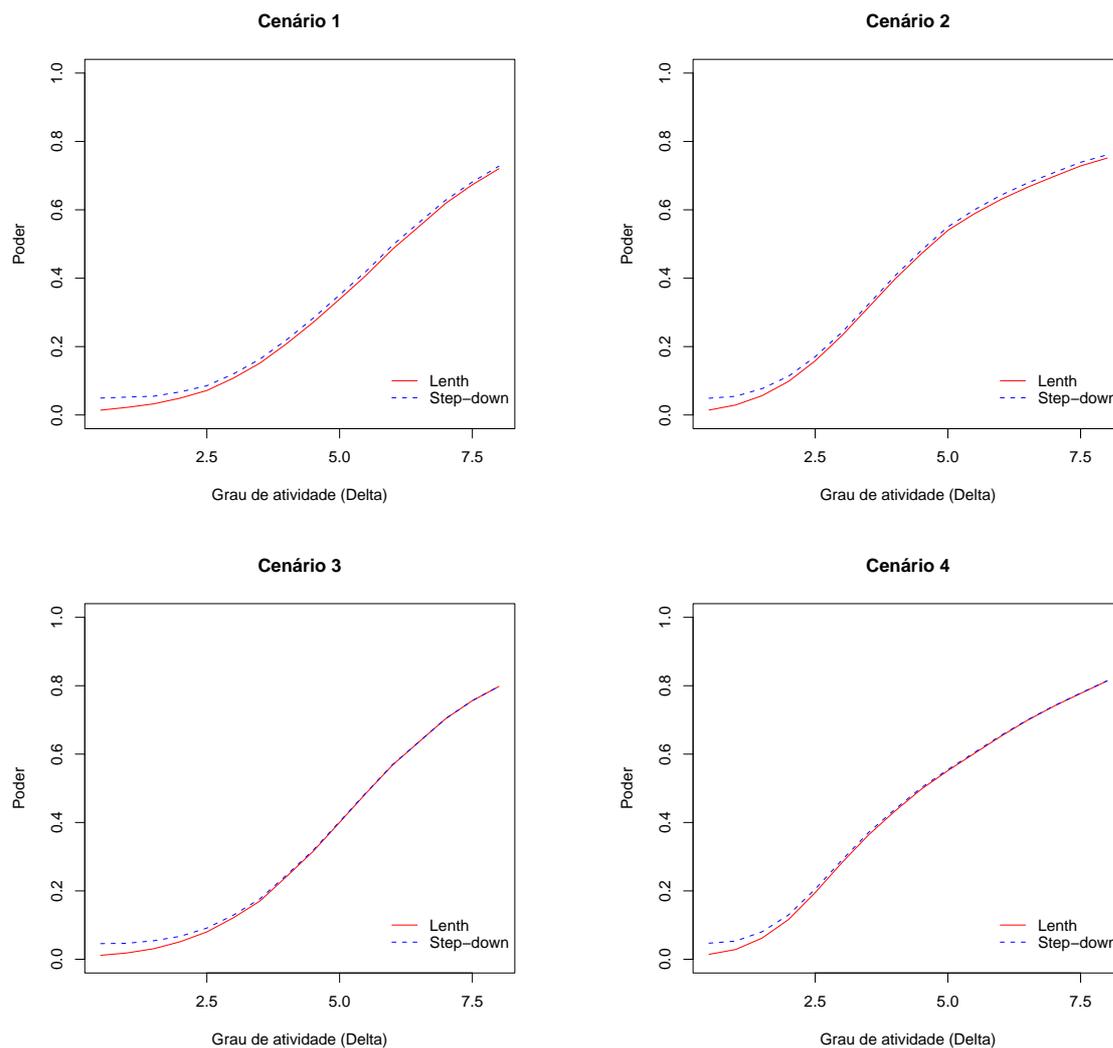


Figura 4.2: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

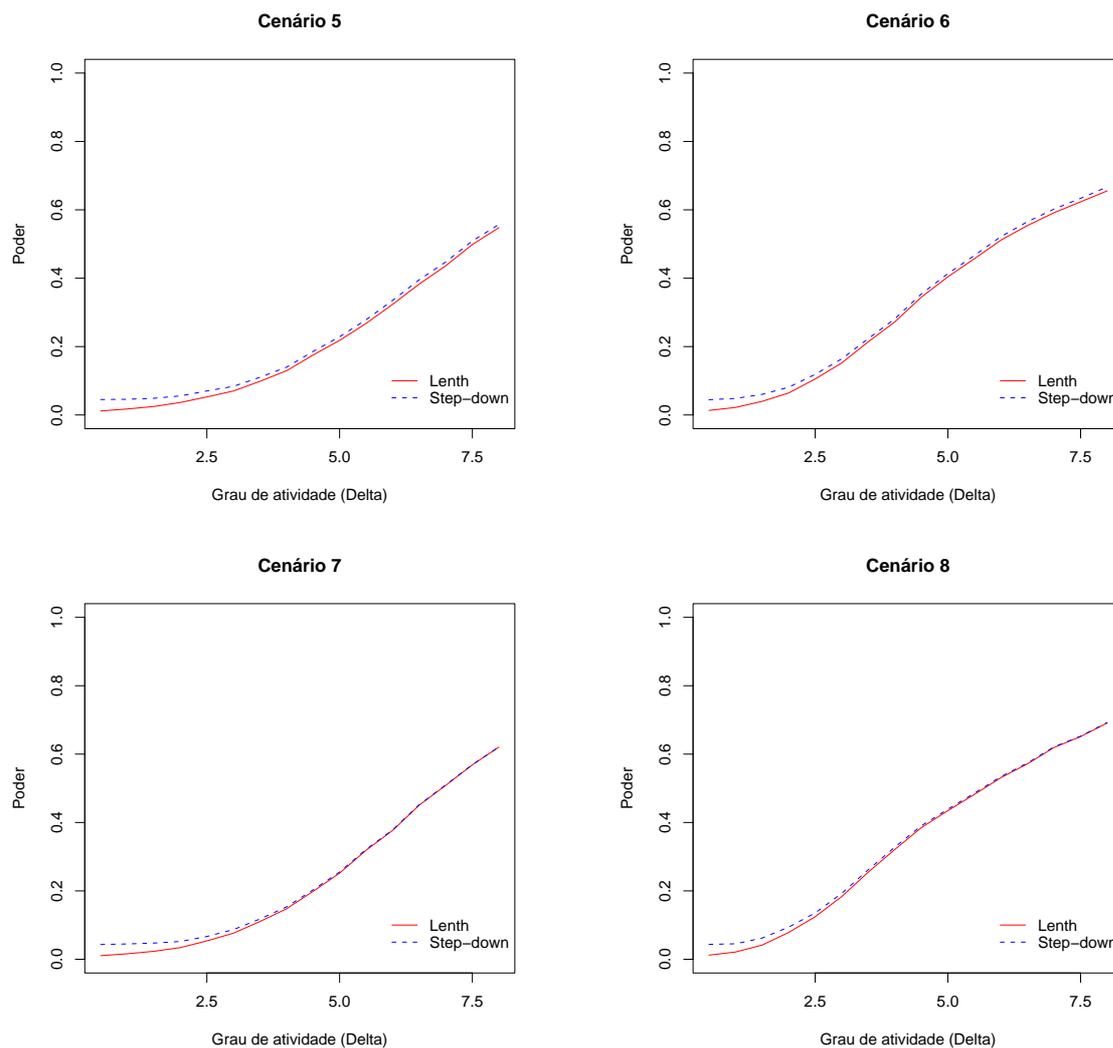


Figura 4.3: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

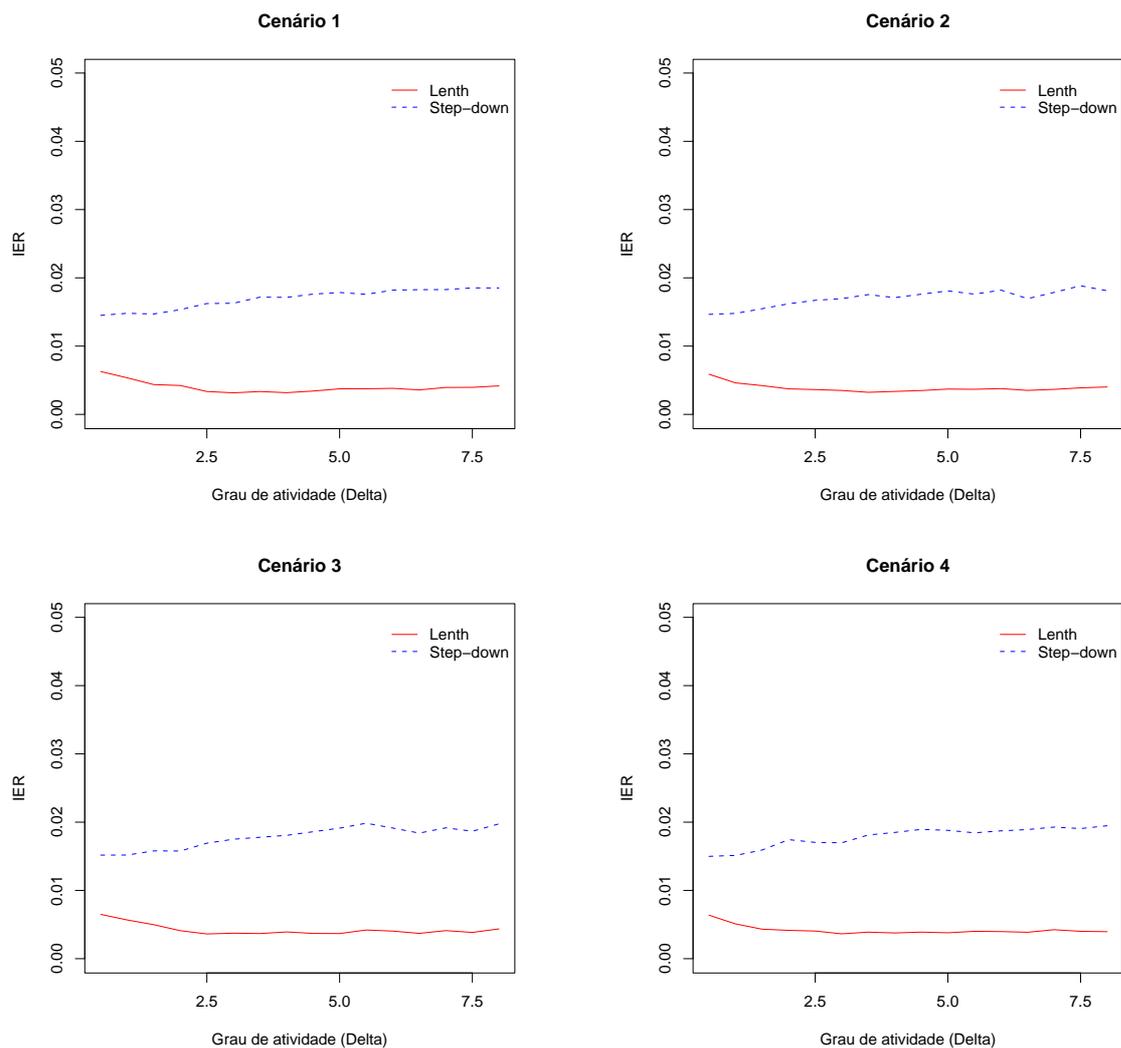


Figura 4.4: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

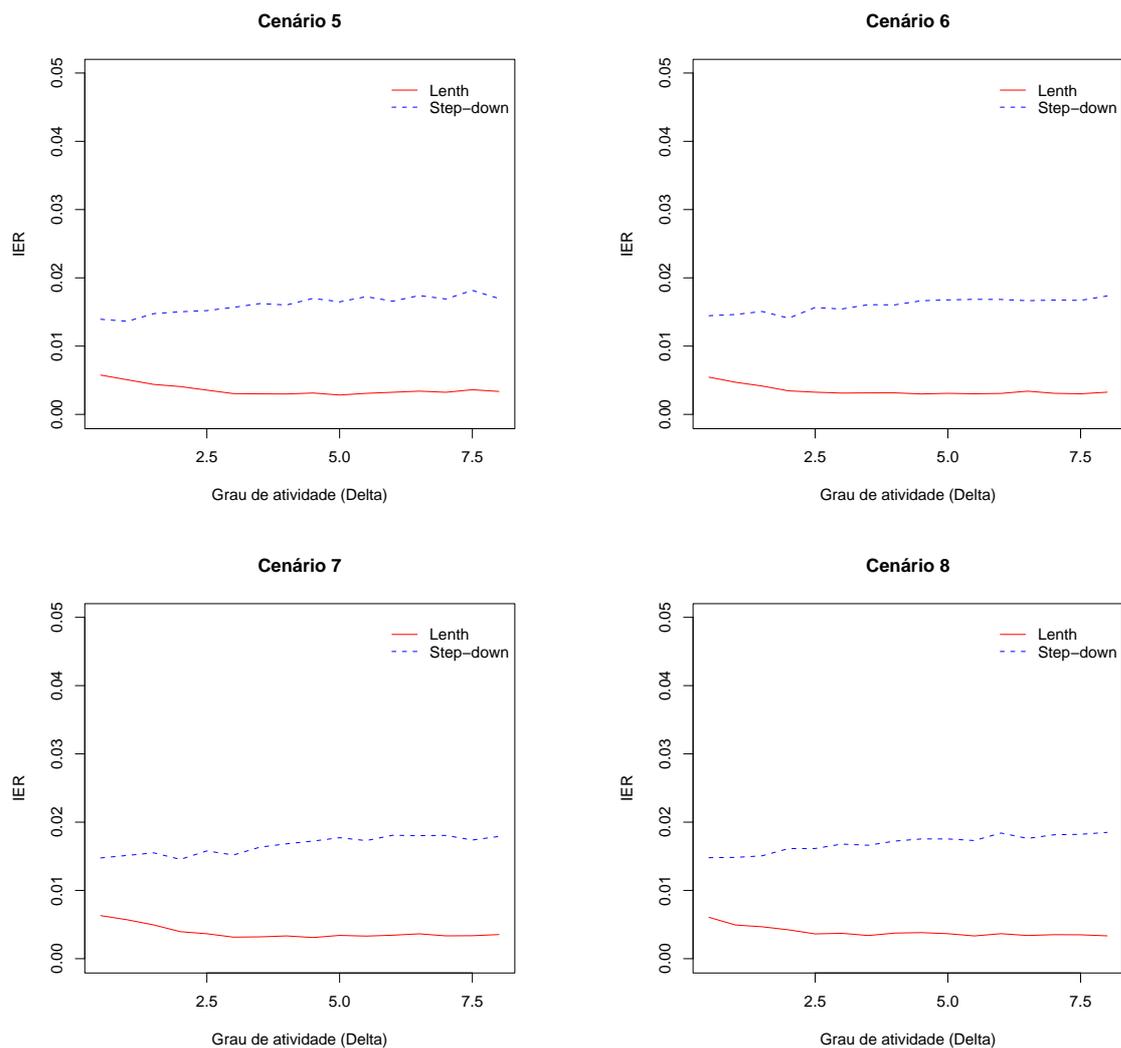


Figura 4.5: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

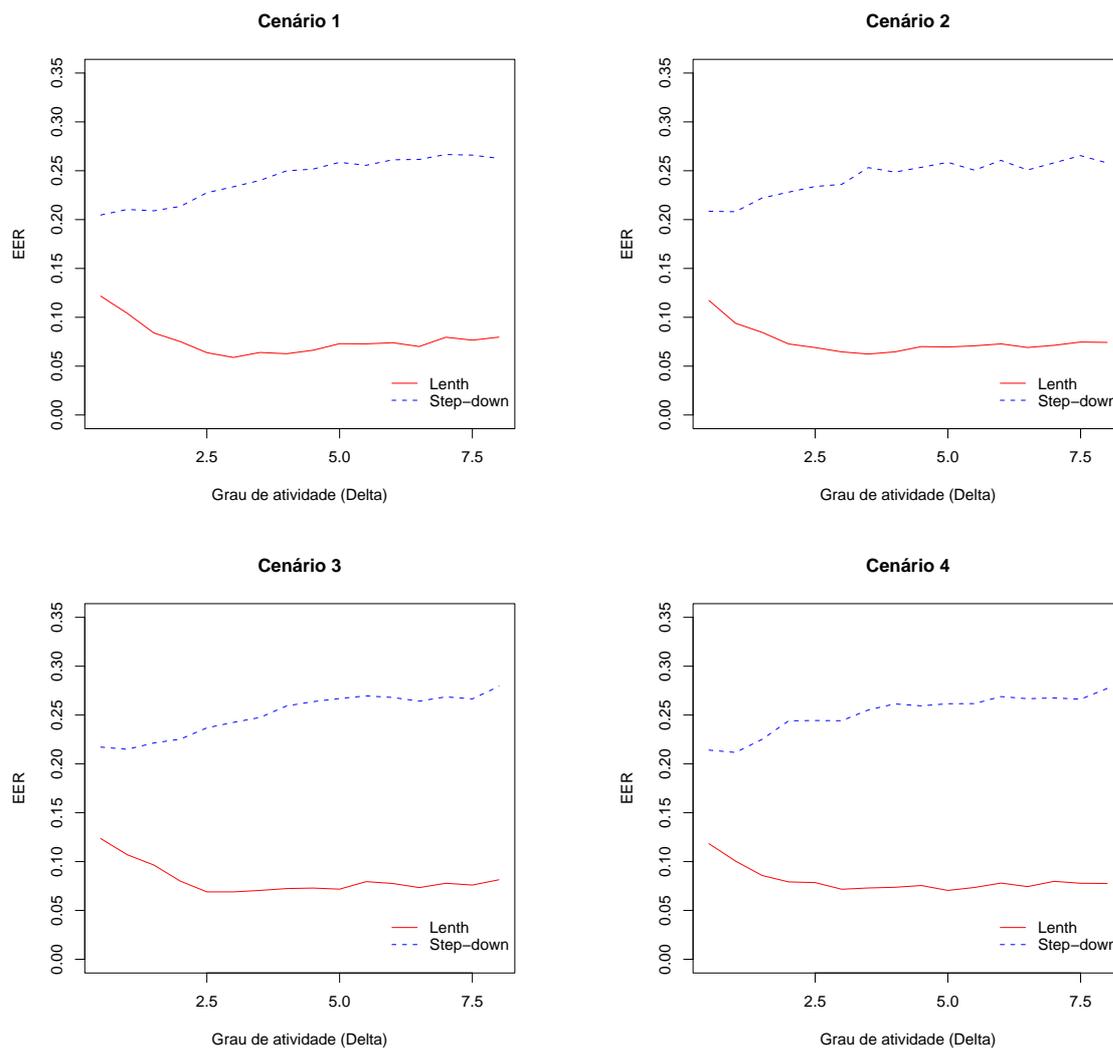


Figura 4.6: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

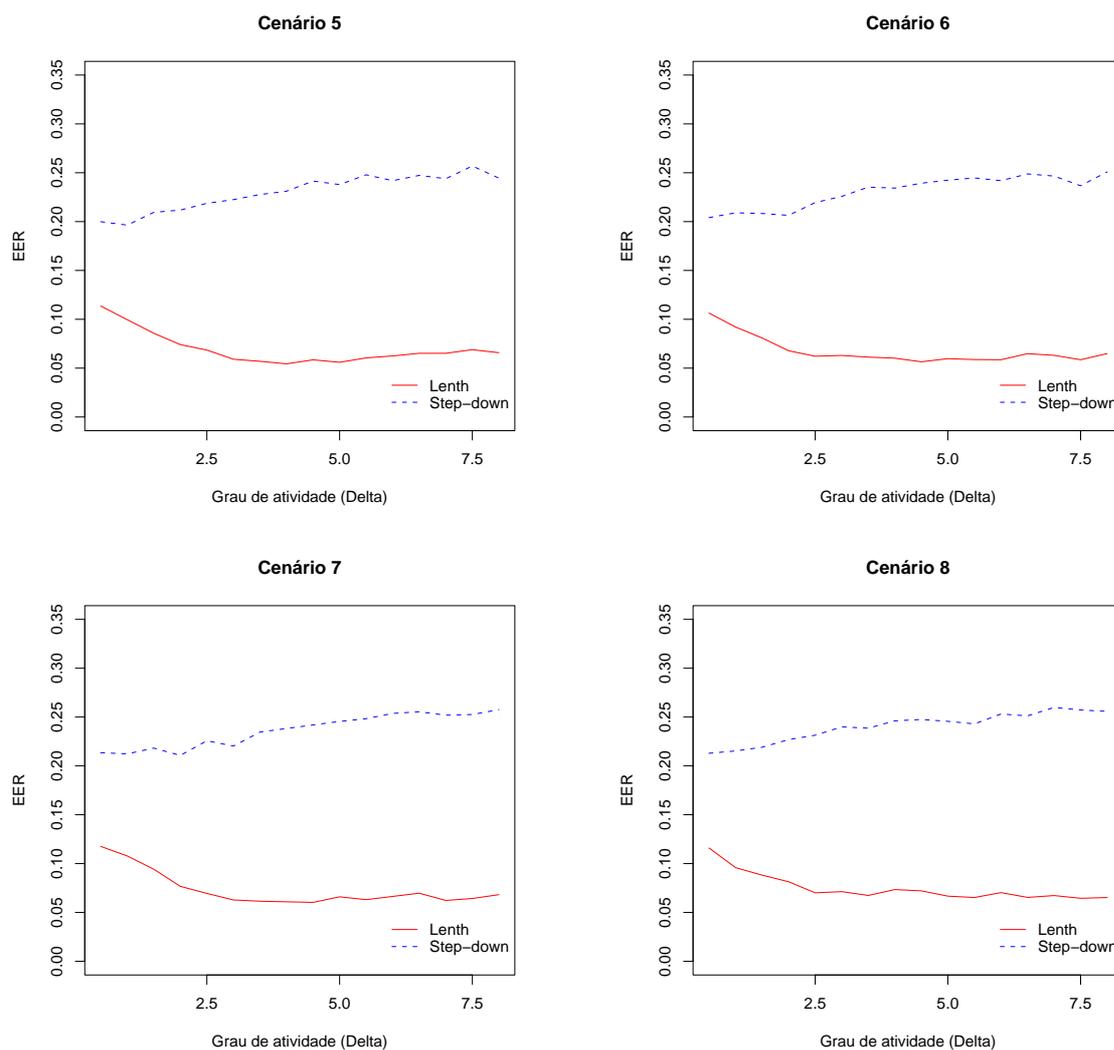


Figura 4.7: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

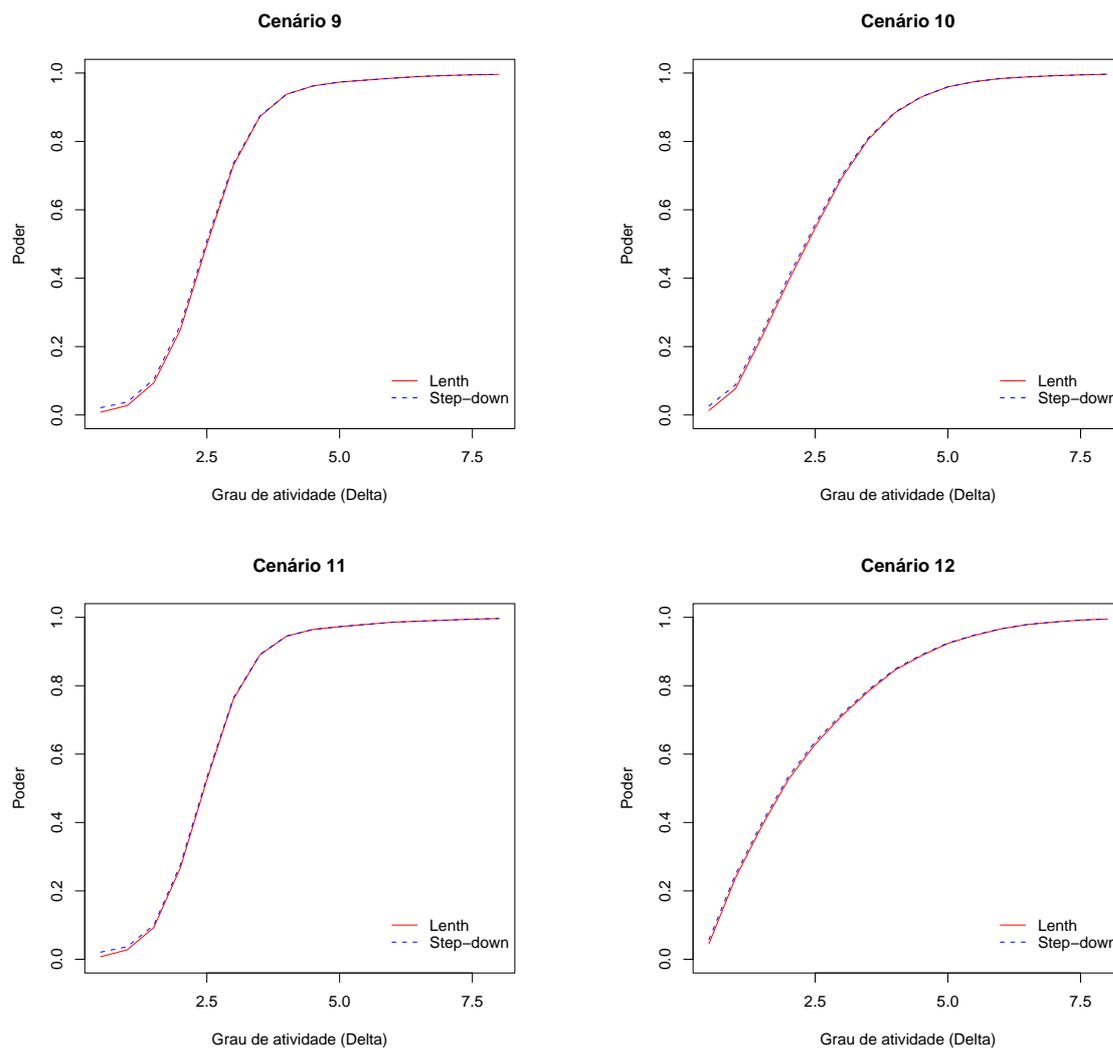


Figura 4.8: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

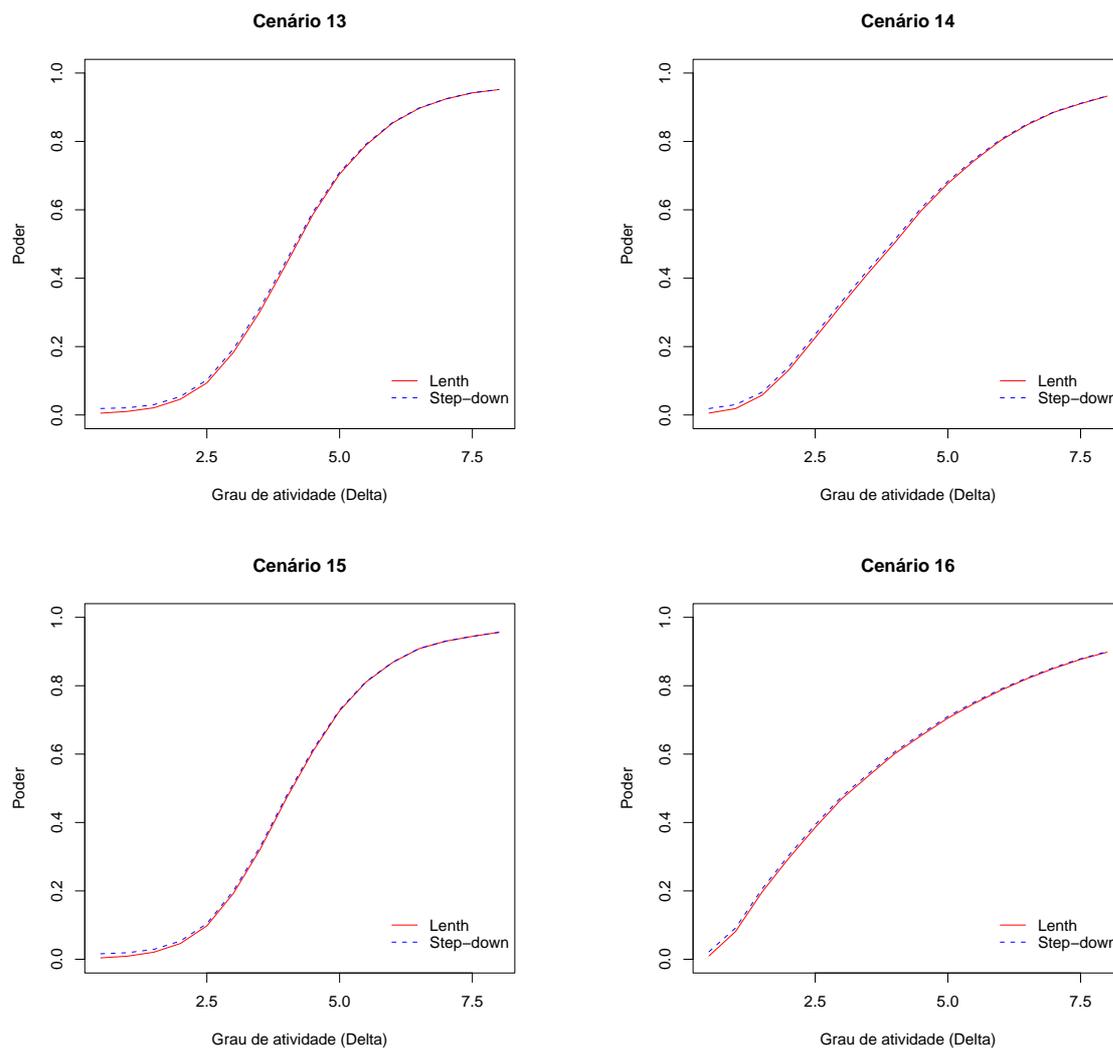


Figura 4.9: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

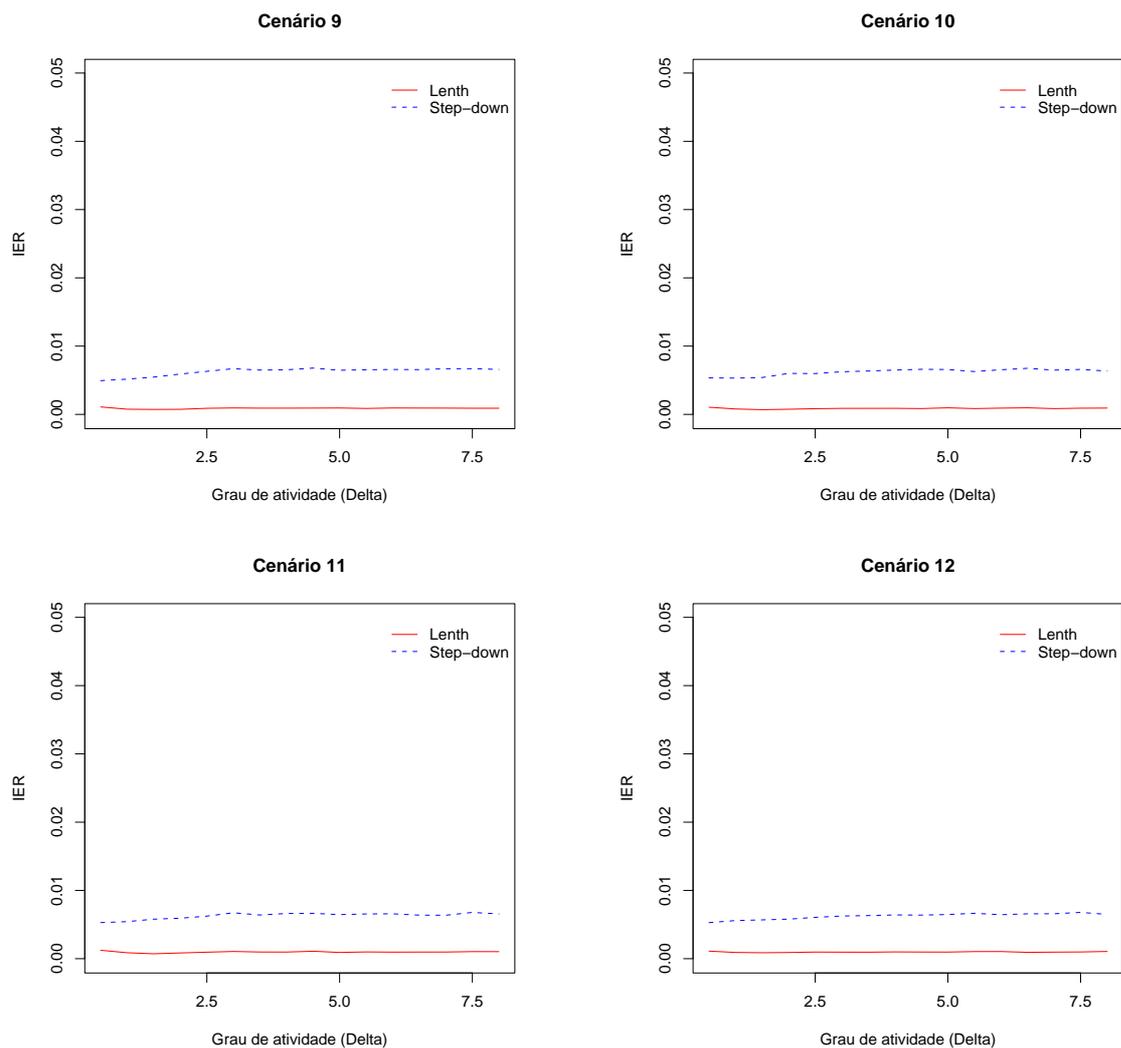


Figura 4.10: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

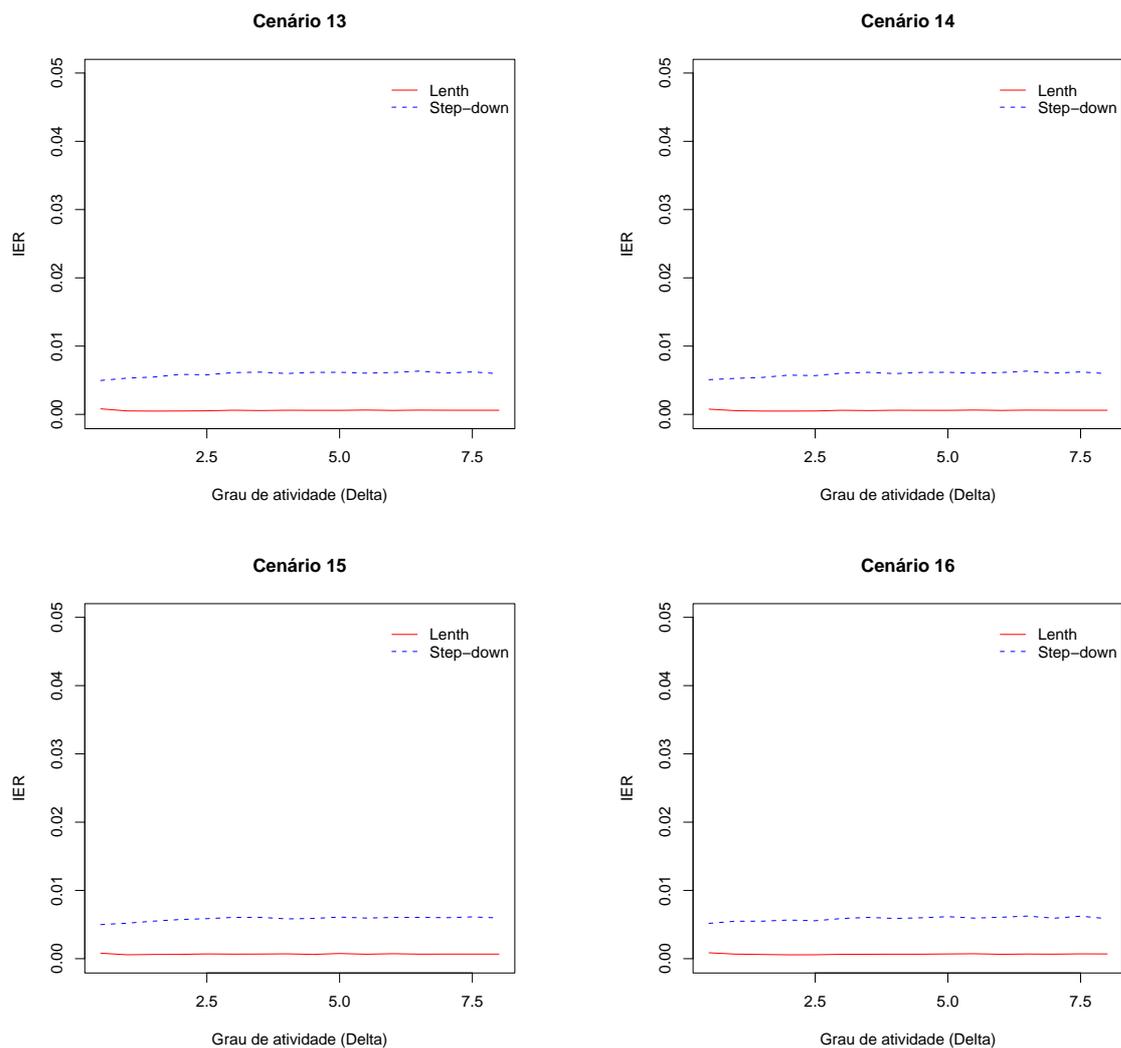


Figura 4.11: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

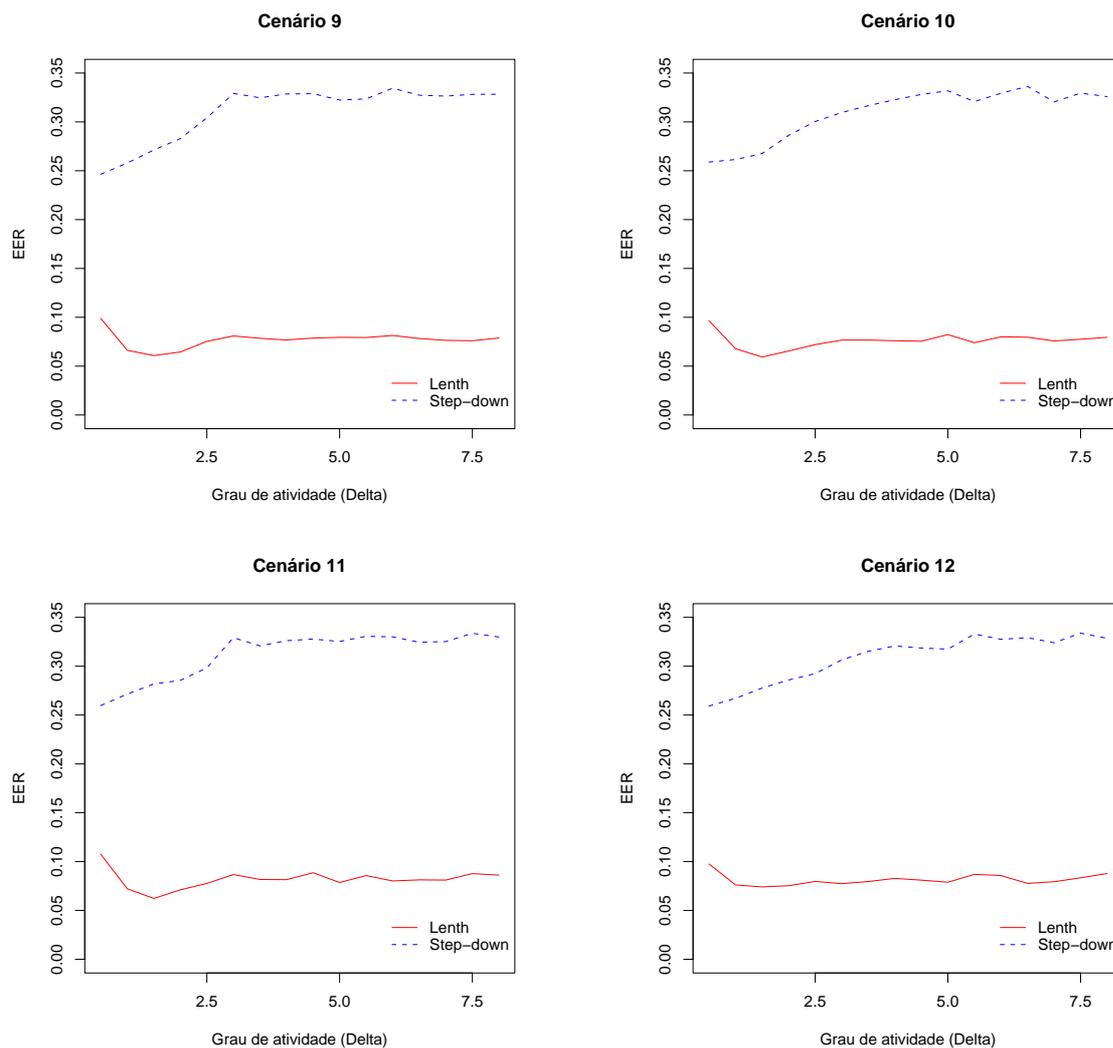


Figura 4.12: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^5 \times 2^2$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

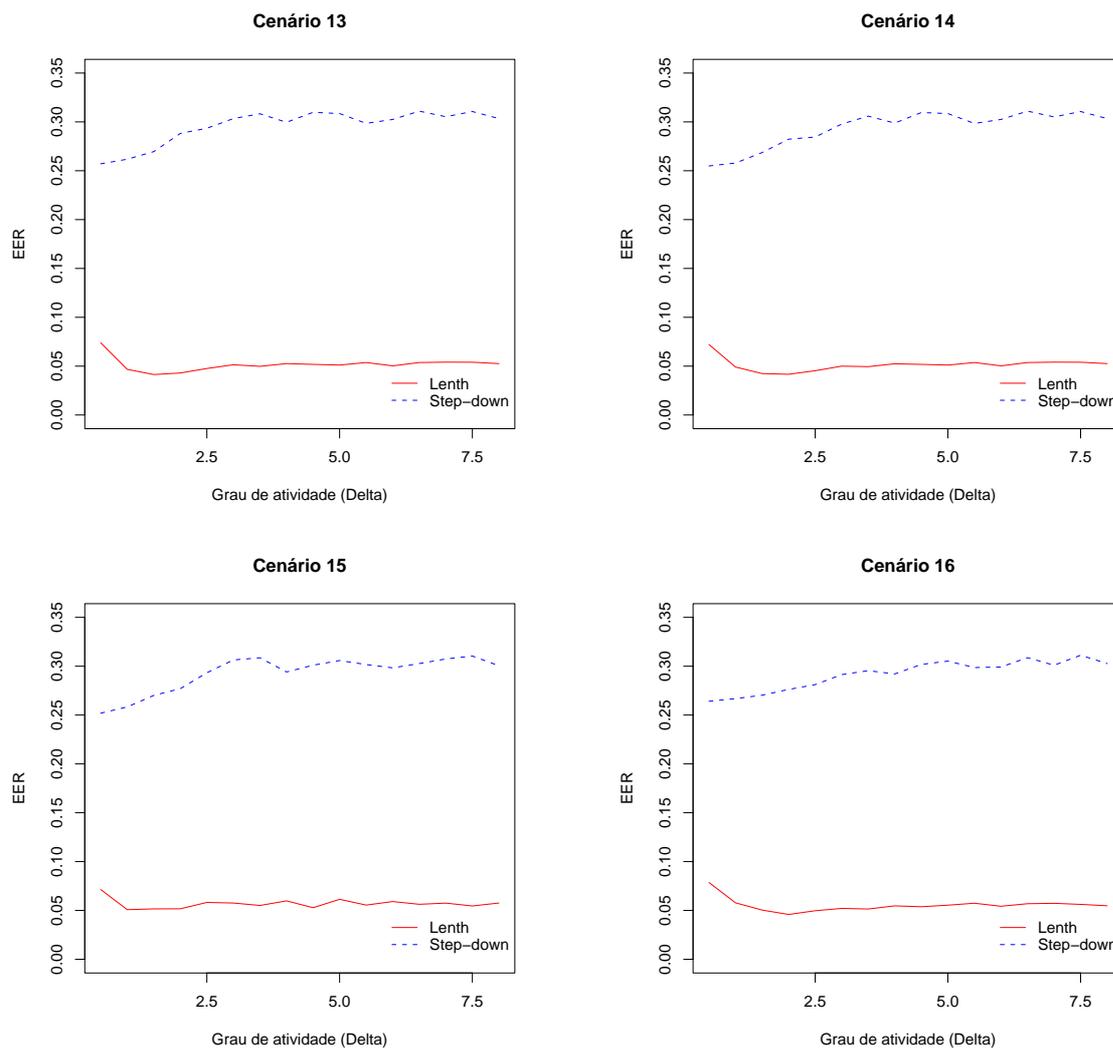


Figura 4.13: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

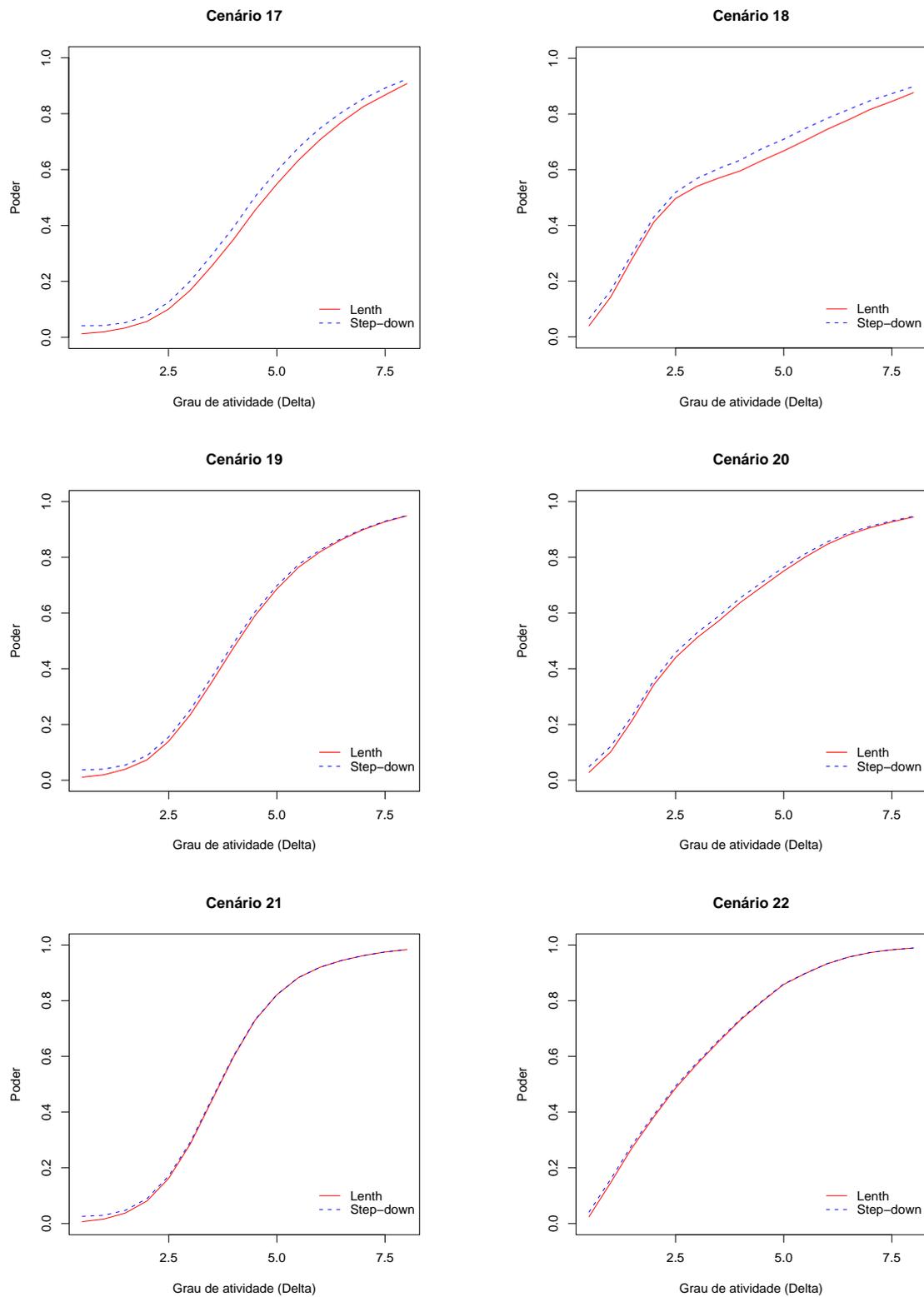


Figura 4.14: Comparação do poder entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

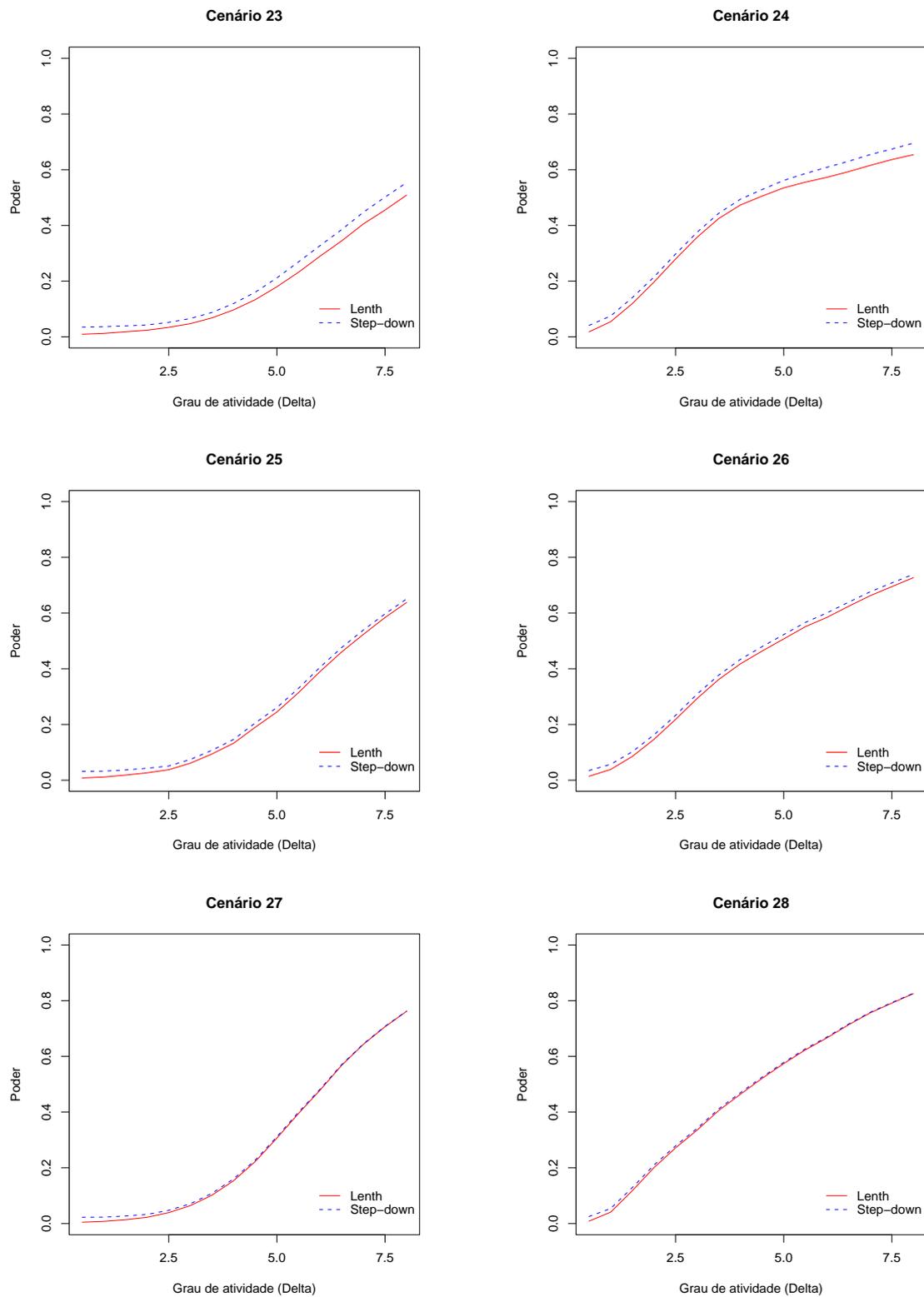


Figura 4.15: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

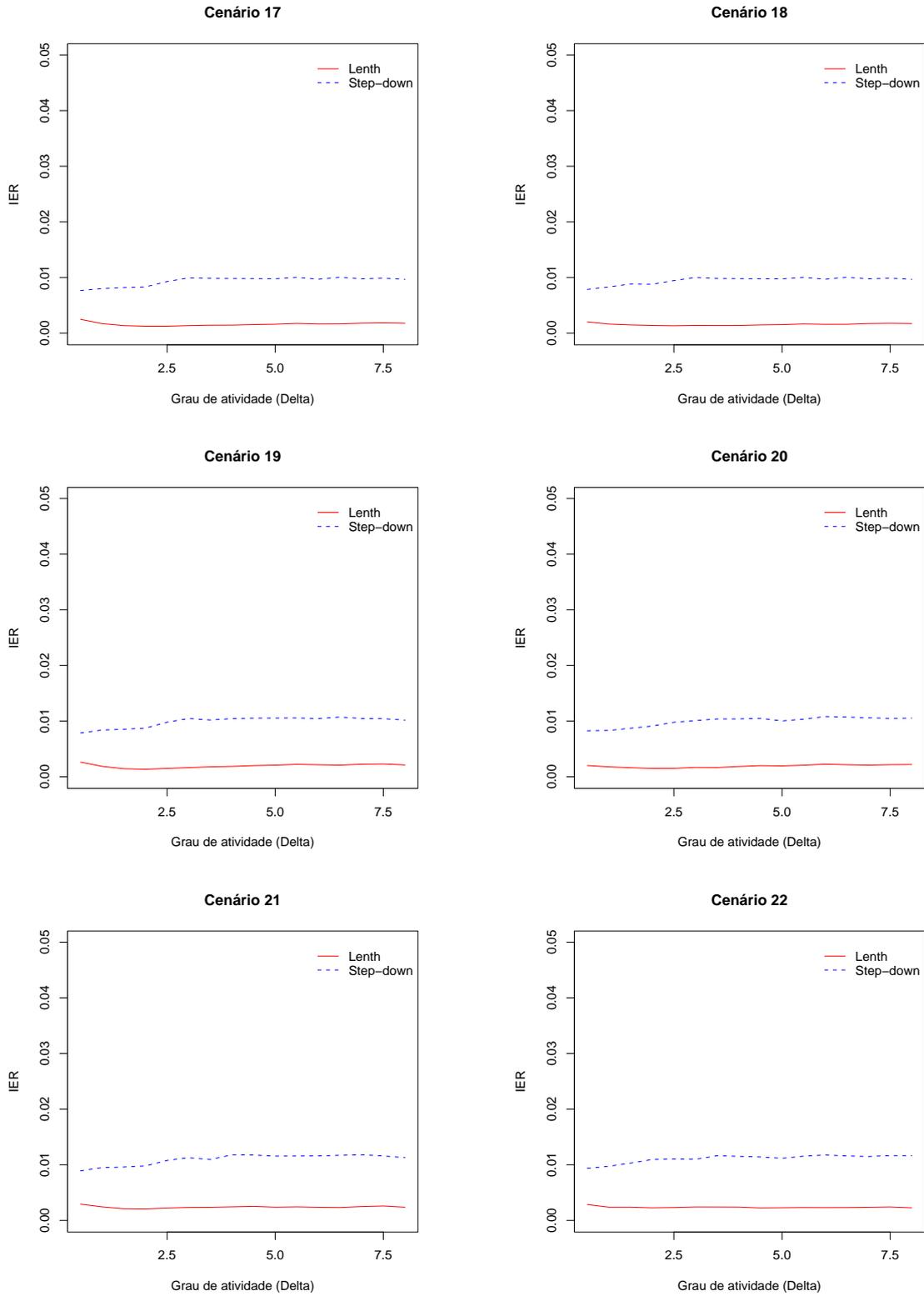


Figura 4.16: Comparação da IER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.

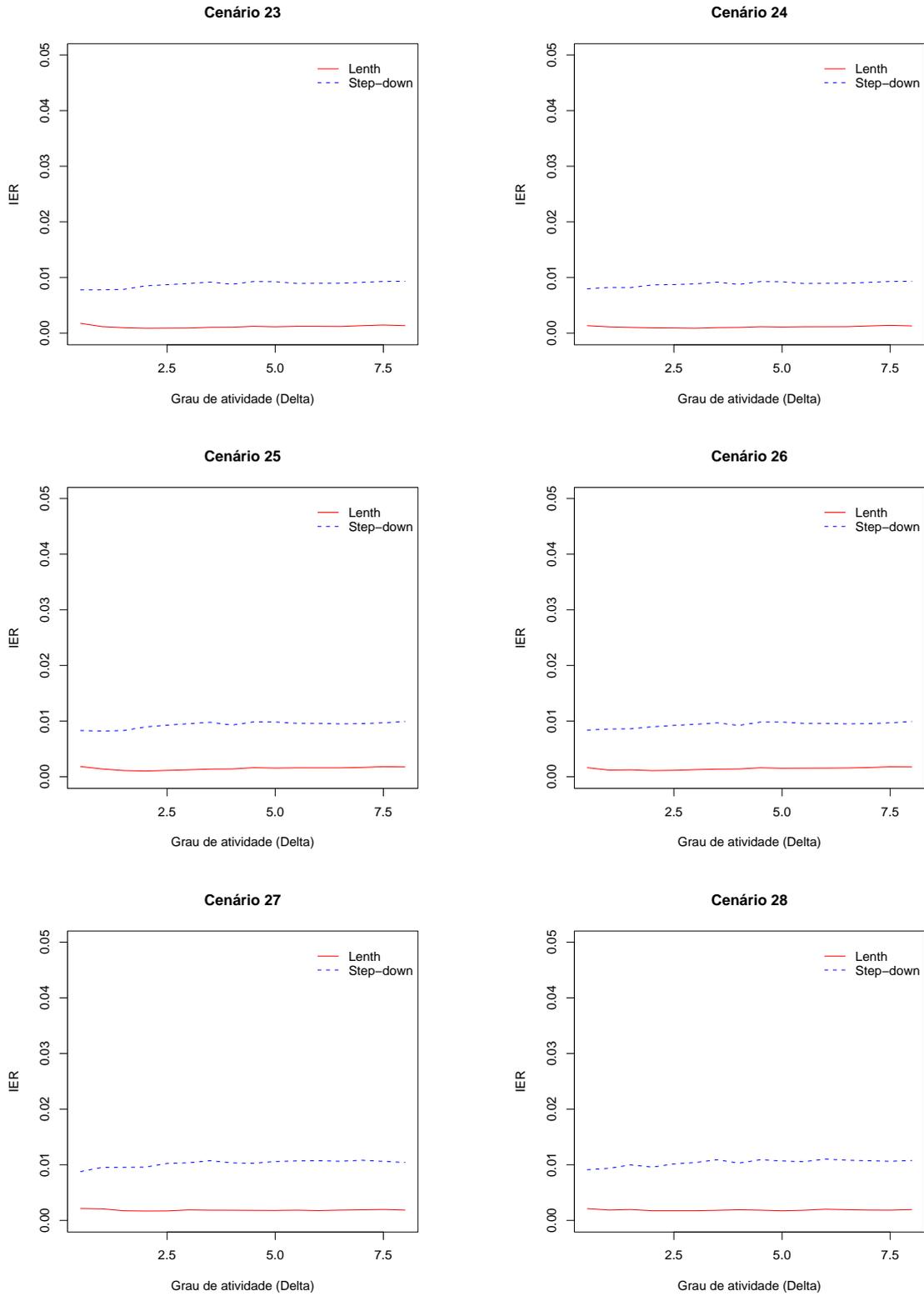


Figura 4.17: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $\mathcal{N}(0, 1)$.

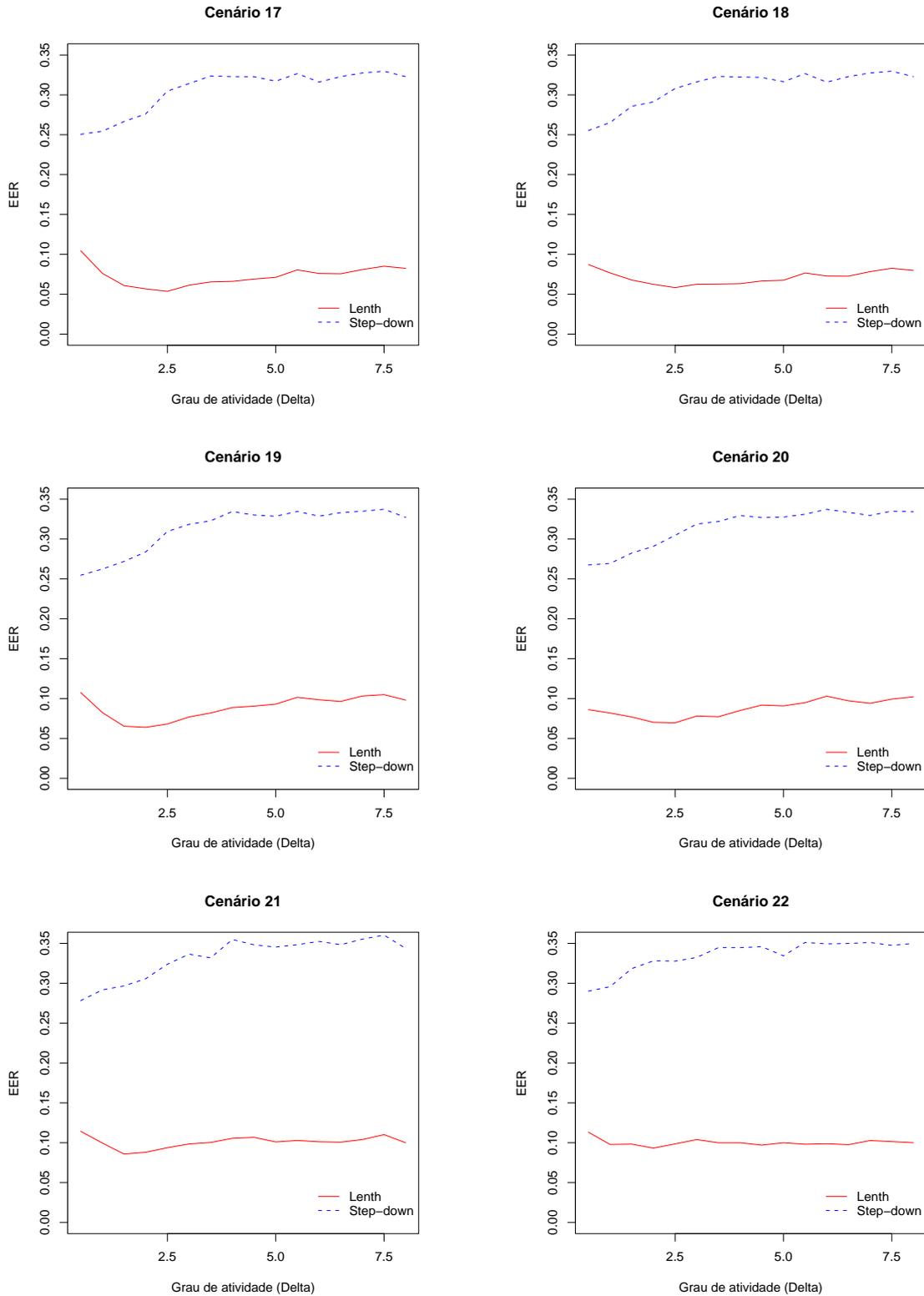
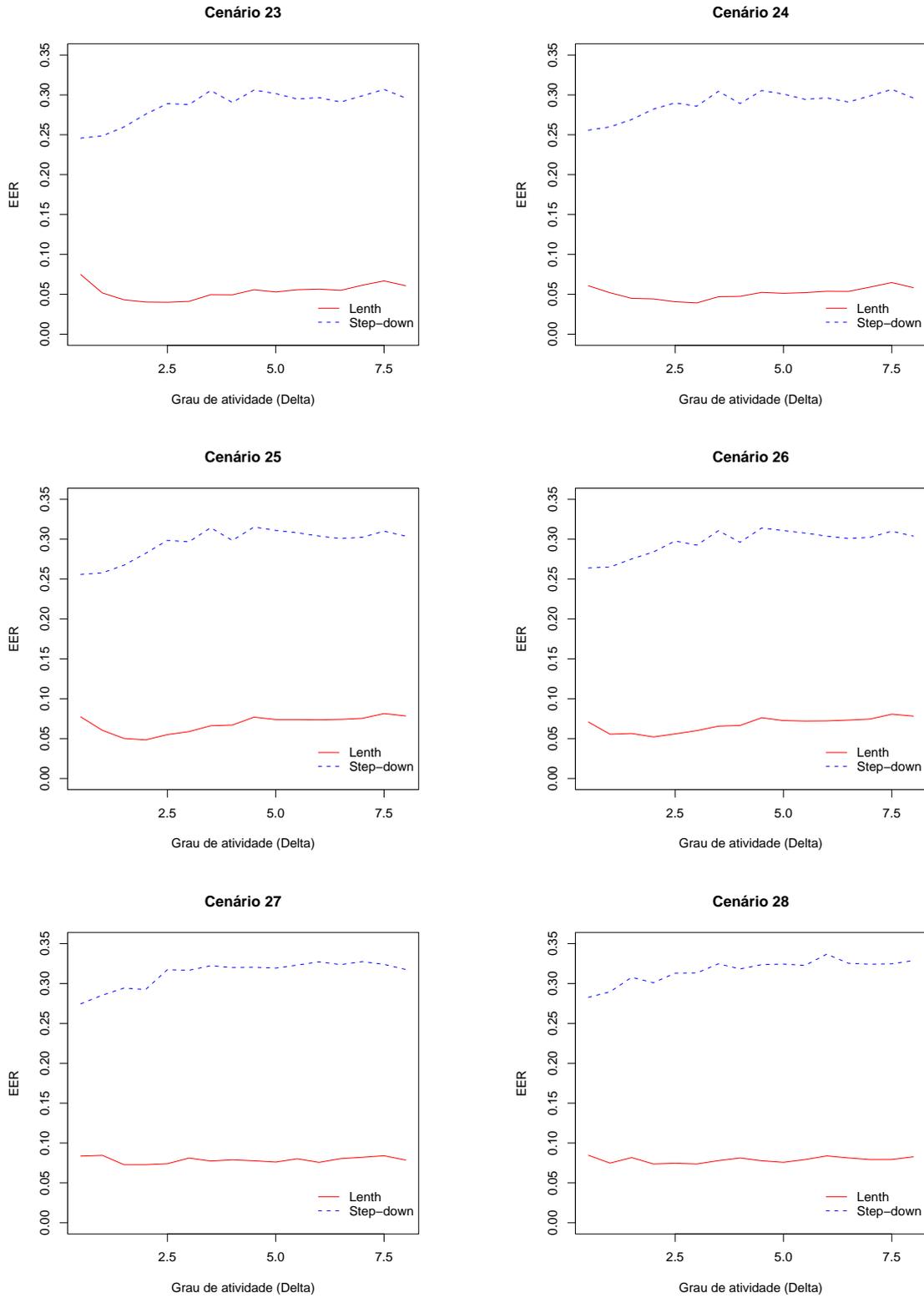


Figura 4.18: Comparação da EER entre os métodos de Lenth e step-down em um plano strip-block $2^3 \times 2^3$ com erros seguindo distribuição $t(3)$.



No desenvolvimento deste trabalho, tratou-se do interesse em analisar planos strip-block através do método original de Lenth e de sua versão step-down, apresentando uma forma adequada para esta análise. Adicionalmente, realizou-se através de estudos de simulação, uma comparação do desempenho destes métodos em julgar a atividade dos efeitos envolvidos.

A utilização de planos strip-block consegue reduzir significativamente o número de provas, implicando a redução direta dos custos experimentais. A estratégia de separar os efeitos em grupos homocedásticos e posterior aplicação dos métodos Lenth em cada um dos grupos de efeitos com mesma variância, apresenta desempenho bastante satisfatório, apontando para a conclusão positiva da utilização destes métodos em planos que levam em consideração restrições no processo de aleatorização, como é o caso do strip-block.

Através da observação de estudos de simulação, avaliou-se o desempenho do método de Lenth e do step-down na tarefa de julgar a atividade dos efeitos em distintos cenários executados segundo planos strip-block. Em linhas gerais, registrou-se um desempenho geral mais favorável ao método original de Lenth. No que se refere ao poder, observa-se uma similitude entre os dois métodos que praticamente independe da possível configuração do strip-block ou mesmo do grau de atividade (Δ) dos efeitos importantes. Observa-se esta semelhança ainda mais forte quando grande parte dos efeitos ativos estão inseridos nos efeitos de interação entre fatores do primeiro e segundo estágios (grupo 3), onde

sabidamente tais efeitos são estimados com maior precisão em um strip-block. Ainda, a verificação do princípio da esparsidade dos efeitos aponta um crescimento mais acelerado da curva de poder para ambos os métodos. O step-down mostra-se menos rigoroso no critério para a declaração de efeitos ativos, e por isso, obtém taxas de EER (fração dos experimentos em que ao menos um efeito inativo é declarado ativo) bastante superiores às aquelas observadas para o método original de Lenth, que, no caso de planos strip-block, consegue controlar esta taxa mais próxima do nível nominal estabelecido. Desta forma, Taxas de IER (fração esperada de efeitos inativos que foram incorretamente declarados ativos) também são mais elevadas para o método step-down.

Por fim, entre os dois métodos utilizados na tarefa de detectar efeitos ativos em planos strip-block que envolvem estruturas fatoriais de tratamentos 2^k , não replicadas, a utilização do método de original Lenth deve ser priorizada. Este método, além de apresentar cálculos mais resumidos, apresentou grande semelhança ao step-down na análise do poder e obteve taxas de EER inferiores, sendo mais próximas do nível nominal especificado.

A investigação do desempenho dos métodos de Lenth na tarefa de detectar efeitos importantes, em planos experimentais simples e complexos, que envolvam estruturas fatoriais fracionadas 2^{k-p} é uma boa sugestão a ser inserida em futuros trabalhos de pesquisa. Outro ponto interessante a ser observado seria a avaliação do desempenho dos métodos Lenth na análise de planos strip-block que envolvam erros seguindo distribuições assimétricas, como por exemplo a distribuição Weibull, que pode representar com mais fidelidade alguns experimentos industriais.

Funções Implementadas em Linguagem R

A.1 Código para gerar o gráfico half-normal dos efeitos

Este código monta o gráfico half-normal a partir da importação de um arquivo de texto, no código nomeado `efeitos.txt`. Este arquivo deverá conter duas colunas, a primeira com a identificação (deverá ser nomeada “efeito”) e a segunda com a estimativa do efeito (deverá se chamar “valor”).

```
#####  
## Autor: Geraldo Henrique N. de Melo ##  
## Última Atualização: 23/08/2006 ##  
#####  
  
ef<-read.table("efeitos.txt",header=TRUE)  
attach(ef)  
ef$valor<-abs(ef$valor)  
ef<-ef[sort.list(ef$valor),]  
  
eford=as.character(ef$efeito)  
  
teo=0  
for(i in 1:length(valor)){  
teo[i]=qnorm((i+length(ef$valor))/(2*length(ef$valor)+1))}  
  
plot(teo,ef$valor,main="Gráfico Half-Normal",xlab="Quantis Half-Normal",ylab="Efeitos")  
identify(teo,ef$valor,labels=eford)
```

A.2 Função que constrói o gráfico de Lenth com base nos contrastes estimados

Esta função tem como único argumento um vetor contendo as estimativas dos contrastes. A ordem das barras no gráfico concordam com a ordem dos efeitos no vetor argumento.

```
#####
## Autor: Geraldo Henrique N. de Melo ##
## Última Atualização: 05/10/2006 ##
#####

plotlenth<-function(x){ #Início da função
y<-sort(abs(x)) #Retorna o valor absoluto dos efeitos(ordenados)
med<-median(y) #Retorna a mediana dos efeitos
S0<-1.5*med #Calcula S0
limite<-2.5*S0 #Seleciona os efeitos que servirão de base
vetor=0 #para o cálculo do PSE
for(i in 1:length(y)){
if(y[i]<limite) vetor=c(vetor,y[i])}
vetor=vetor[2:length(vetor)]
med1<-median(vetor) #Calcula a mediana dos efeitos selecionados
PSE<-1.5*med1 #Calcula o PSE

d<-length(x)/3 #Graus de Liberdade
q1<-qt(0.975,d) #Retorna o quantil t para a ME

ME<-q1*PSE #Calcula a ME

z<-(1+0.95^(1/length(x)))/2
q2<-qt(z,d) #Retorna o quantil t para a SME

SME<-q2*PSE #Calcula a SME

m<-max(y) #Observa o maior dos efeitos em valor absoluto

if(m<=SME){ #Início Se
plot(x,type="h",lwd=5,ylim=c(-SME,SME),main="",xlab="Efeitos",ylab="Estimativa dos Contrastess")
abline(a=0,b=0)
abline(a=SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-ME,b=0,col="blue",lty=1)
abline(a=ME,b=0,col="blue",lty=1)
legend(locator(1),lty=c(1,2),col=c("blue","red"),legend=c("ME","SME"),bty="n")
} #Fim Se

if(m>SME){ #Início Se
plot(x,type="h",lwd=5,ylim=c(-m,m),main="",xlab="Efeitos",ylab="Estimativa dos Contrastess")
abline(a=0,b=0)
abline(a=SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-ME,b=0,col="blue",lty=1)
abline(a=ME,b=0,col="blue",lty=1)
legend(locator(1),lty=c(1,2),col=c("blue","red"),legend=c("ME","SME"),bty="n")
} #Fim Se

}#Fim da função
```

A.3 Função que constrói o gráfico de Lenth com base nas respostas obtidas

Esta função monta o gráfico de Lenth com base nas respostas obtidas para cada tratamento. Seu primeiro argumento é o número de fatores envolvidos na análise, enquanto o segundo e último argumento é o vetor contendo as respostas. É de suma importância que a ordem dos elementos do vetor de respostas siga corretamente a ordem padrão de Yates.

```
#####
## Autor: Geraldo Henrique N. de Melo                                     ##
## Última Atualização: 12/10/2006                                       ##
#####

plotlenth<-function(nf,x){ #Início da função principal
if(length(x)!=2^nf) ("Erro, o vetor de observações 'x' está com a dimensão incorreta") else {

yates<-function(fator){ #Início da sub-função Yates
#-----Efeitos Principais
temp<-matrix(NA,2,fator)
for(i in 1:fator){
temp[1,i]=2^(i-1)
temp[2,fator+1-i]=temp[1,i]}
if(fator>8){
a=0
for(i in 1:8){
b=factorial(fator)/(factorial(i)*factorial(fator-i))
a=a+b}
yates<-matrix(NA,2^fator,a)}
else{
yates<-matrix(NA,2^fator,2^fator-1)}
for(i in 1:fator)
yates[,i]<-rep(c(rep(-1,temp[1,i]),rep(1,temp[1,i])),temp[2,i])
#-----Interações 2a2
a<-fator+1
for(i in 1:(fator-1)){
for(j in (i+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]
a<-a+1
}}
#-----Interações 3a3
if(fator>2){
for(i in 1:(fator-2)){
for(j in (i+1):(fator-1)){
for(k in (j+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]
a<-a+1
}}}}
#-----Interações 4a4
if(fator>3){
for(i in 1:(fator-3)){
for(j in (i+1):(fator-2)){
for(k in (j+1):(fator-1)){
for(l in (k+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]*yates[,l]
a<-a+1
}}}}
#-----Interações 5a5
if(fator>4){
```

```

for(i in 1:(fator-4)){
for(j in (i+1):(fator-3)){
for(k in (j+1):(fator-2)){
for(l in (k+1):(fator-1)){
for(m in (l+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]*yates[,l]*yates[,m]
a<-a+1
}}}}}}
#-----Interações 6a6
if(fator>5){
for(i in 1:(fator-5)){
for(j in (i+1):(fator-4)){
for(k in (j+1):(fator-3)){
for(l in (k+1):(fator-2)){
for(m in (l+1):(fator-1)){
for(n in (m+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]*yates[,l]*yates[,m]
a<-a+1
}}}}}}}}
#-----Interações 7a7
if(fator>6){
for(i in 1:(fator-6)){
for(j in (i+1):(fator-5)){
for(k in (j+1):(fator-4)){
for(l in (k+1):(fator-3)){
for(m in (l+1):(fator-2)){
for(n in (m+1):(fator-1)){
for(o in (n+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]*yates[,l]*yates[,m]
a<-a+1
}}}}}}}}
#-----Interações 8a8
if(fator>7){
for(i in 1:(fator-7)){
for(j in (i+1):(fator-6)){
for(k in (j+1):(fator-5)){
for(l in (k+1):(fator-4)){
for(m in (l+1):(fator-3)){
for(n in (m+1):(fator-2)){
for(o in (n+1):(fator-1)){
for(p in (o+1):fator){
yates[,a]<-yates[,i]*yates[,j]*yates[,k]*yates[,l]*yates[,m]
a<-a+1
}}}}}}}}}}
#-----
yates
}#Fim da sub-função Yates

matriz<-yates(nf)
matriz<-matriz*x

z<-2^nf-1
vetor<-rep(NA,z)
for(i in 1:z){
vetor[i]<-sum(matriz[,i])}
vetor<-vetor/(2^(nf-1))

grafico<-function(x){ #Início da sub-função Gráfico
y<-sort(abs(x))
med<-median(y)
S0<-1.5*med
limite<-2.5*S0
vetor=0
for(i in 1:length(y)){
if(y[i]<limite) vetor=c(vetor,y[i])}

```

```

vetor=vetor[2:length(vetor)]
med1<-median(vetor)
PSE<-1.5*med1

d<-length(x)/3
q1<-qt(0.975,d)

ME<-q1*PSE

z<-(1+0.95^(1/length(x)))/2
q2<-qt(z,d)

SME<-q2*PSE

m<-max(y)

if(m<=SME){ #Inicio Se
plot(x,type="h",lwd=5,ylim=c(-SME,SME),main="",xlab="Efeitos",ylab="Estimativa dos Contrastes")
abline(a=0,b=0)
abline(a=SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-ME,b=0,col="blue",lty=1)
abline(a=ME,b=0,col="blue",lty=1)
legend(locator(1),lty=c(1,2),col=c("blue","red"),legend=c("ME","SME"),bty="n")
} #Fim Se

if(m>SME){ #Inicio Se
plot(x,type="h",lwd=5,ylim=c(-m,m),main="",xlab="Efeitos",ylab="Estimativa dos Contrastes")
abline(a=0,b=0)
abline(a=SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-SME,b=0,col="red",lty=2)
abline(a=-ME,b=0,col="blue",lty=1)
abline(a=ME,b=0,col="blue",lty=1)
legend(locator(1),lty=c(1,2),col=c("blue","red"),legend=c("ME","SME"),bty="n")
} #Fim Se

}#Fim da sub-função Gráfico

grafico(vetor)

} #Fim Se - verificação
} #Fim da função principal

```

A.4 Programa utilizado para realizar comparação entre o método de Lenth e o step-down

```

#####
## Autor: Geraldo Henrique N. de Melo ##
## Última Atualização: 16/11/2006 ##
#####

nrep=10000 #Define o número de réplicas
mu=15 #Define a média geral

medias=c(0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6,6.5,7,7.5,8)
resultados=matrix(NA,length(medias),24)

for(l in 1:length(medias)){
poderlenth1=0
podersdlenth1=0

```

```

ierlenth1=0
iersdlenth1=0
eerlenth1=0
eersdlenth1=0

poderlenth2=0
podersdlenth2=0
ierlenth2=0
iersdlenth2=0
eerlenth2=0
eersdlenth2=0

poderlenth3=0
podersdlenth3=0
ierlenth3=0
iersdlenth3=0
eerlenth3=0
eersdlenth3=0

poderlenth4=0
podersdlenth4=0
ierlenth4=0
iersdlenth4=0
eerlenth4=0
eersdlenth4=0

for(k in 1:nrep){ #Inicio do loop de Monte Carlo

  gerar<-yatesp(6)
  gerar[,2]=gerar[,1]*gerar[,3]
  gerar[,4]=gerar[,1]*gerar[,6]
  gerar<-cbind(c(rep(1,64)),gerar)
  modelo=c(mu,1*medias[1],0.1875*medias[1],0.25*medias[1],0.5*medias[1],0.1875*medias[1],1*medias[1])

  resps=rep(NA,64)
  erro1<-rnorm(64,0,1)
  erro2<-rnorm(64,0,1)
  erro3<-rnorm(64,0,1)
  erro<-erro1+erro2+erro3
  for(q in 1:64)
  resps[q]=(sum(gerar[q,]*modelo)+erro[q])

  matriz=yates(6)
  matriz=matriz*resps
  contrastes=0
  for(w in 1:63)
  contrastes[w]=sum(matriz[,w])/32
  ef=contrastes
  bloco1<-c(ef[2],ef[7],ef[12],ef[22],ef[1],ef[3],ef[8])
  bloco2<-c(ef[4],ef[19],ef[20],ef[21],ef[41],ef[5],ef[6])
  bloco3<-c(ef[9:10],ef[13:18],ef[23:40],ef[42:63],ef[11])

  contrastes<-abs(bloco1)
  contrastes1<-contrastes
  contrastes<-sort(contrastes)

  ##Cálculo do quantil da distribuição t
  d=length(contrastes)/3
  y=(1+(0.95^(1/length(contrastes))))/2
  quantil=4.87

  lenth<-array(dim=length(contrastes))
  PSE<-array(dim=length(contrastes))
  sdlenth<-array(dim=length(contrastes))

```

```

for(i in 1:length(contrastes)){
vetor<-contrastes[1:i]
s0=1.5*median(vetor)
limite=s0*2.5
vetor1=0
for(j in 1:i){
if(contrastes[j]<limite) vetor1=c(vetor1,contrastes[j])}
vetor1=vetor1[2:(length(vetor1))]
PSE[i]=1.5*median(vetor1)}

for(i in 1:(length(contrastes))){
lenth[i]<-round(contrastes1[i]/PSE[length(contrastes)],3)
sdlenth[i]<-round(contrastes[i]/PSE[i],3)}

#Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos
for(i in 5:7){
if(lenth[i]>quantil){poderlenth1<-(poderlenth1+1)
poderlenth4<-(poderlenth4+1)}
if(sdlenth[i]>quantil){podersdlenth1<-(podersdlenth1+1)
podersdlenth4<-(podersdlenth4+1)}}}
#IER(Fração esperadas de efeitos inativos que são julgados ativos
for(i in 1:4){
if(lenth[i]>quantil){ierlenth1<-(ierlenth1+1)
ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
if(sdlenth[i]>quantil){iersdlenth1<-(iersdlenth1+1)
iersdlenth4<-(iersdlenth4+1)}}}
#EER(Fração dos experimentos em que ao menos um efeito inativo
#é declarado ativo
a=0
b=0
slenth=0
ssdlenth=0
for(i in 1:4){
if(lenth[i]>quantil) a<-a+1
if(sdlenth[i]>quantil) b<-b+1}
if(a>0) {eerlenth1<-(eerlenth1+1)
slenth<-(slenth+1)}
if(b>0) {eersdlenth1<-(eersdlenth1+1)
ssdlenth<-(ssdlenth+1)}

contrastes<-abs(bloco2)
contrastes1<-contrastes
contrastes<-sort(contrastes)

##Cálculo do quantil da distribuição t
d=length(contrastes)/3
y=(1+(0.95^(1/length(contrastes))))/2
quantil=4.87

lenth<-array(dim=length(contrastes))
PSE<-array(dim=length(contrastes))
sdlenth<-array(dim=length(contrastes))

for(i in 1:length(contrastes)){
vetor<-contrastes[1:i]
s0=1.5*median(vetor)
limite=s0*2.5
vetor1=0
for(j in 1:i){
if(contrastes[j]<limite) vetor1=c(vetor1,contrastes[j])}
vetor1=vetor1[2:(length(vetor1))]
PSE[i]=1.5*median(vetor1)}

for(i in 1:(length(contrastes))){

```

```

lenth[i]<-round(contrastes1[i]/PSE[length(contrastes)],3)
sdlenth[i]<-round(contrastes[i]/PSE[i],3)}

#Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos
for(i in 6:7){
if(lenth[i]>quantil) {poderlenth2<-(poderlenth2+1)
                    poderlenth4<-(poderlenth4+1)}
if(sdlenth[i]>quantil) {podersdlenh2<-(podersdlenh2+1)
                      podersdlenh4<-(podersdlenh4+1)}}

#IER(Fração esperadas de efeitos inativos que são julgados ativos
for(i in 1:5){
if(lenth[i]>quantil){ ierlenth2<-(ierlenth2+1)
                    ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
if(sdlenth[i]>quantil){iersdlenh2<-(iersdlenh2+1)
                      iersdlenh4<-(iersdlenh4+1)}}

#EER(Fração dos experimentos em que ao menos um efeito inativo
#é declarado ativo
a=0
b=0
for(i in 1:5){
if(lenth[i]>quantil) a<-a+1
if(sdlenth[i]>quantil) b<-b+1}
if(a>0){eerlenth2<-(eerlenth2+1)
        slenth<-(slenth+1)}
if(b>0){eersdlenh2<-(eersdlenh2+1)
        ssdlenh<-(ssdlenh+1)}

contrastes<-abs(bloco3)
contrastes1<-contrastes
contrastes<-sort(contrastes)

##Cálculo do quantil da distribuição t
d=length(contrastes)/3
y=(1+(0.95^(1/length(contrastes))))/2
quantil=qt(y,d)

lenth<-array(dim=length(contrastes))
PSE<-array(dim=length(contrastes))
sdlenth<-array(dim=length(contrastes))

for(i in 1:length(contrastes)){
vetor<-contrastes[1:i]
s0=1.5*median(vetor)
limite=s0*2.5
vetor1=0
for(j in 1:i){
if(contrastes[j]<limite) vetor1=c(vetor1,contrastes[j])}
vetor1=vetor1[2:(length(vetor1))]
PSE[i]=1.5*median(vetor1)}

for(i in 1:(length(contrastes))){
lenth[i]<-round(contrastes1[i]/PSE[length(contrastes)],3)
sdlenth[i]<-round(contrastes[i]/PSE[i],3)}

#Poder(Fração esperada de efeitos ativos que são julgados ativos
for(i in 49:49){
if(lenth[i]>quantil) {poderlenth3<-(poderlenth3+1)
                    poderlenth4<-(poderlenth4+1)}
if(sdlenth[i]>quantil) {podersdlenh3<-(podersdlenh3+1)
                      podersdlenh4<-(podersdlenh4+1)}}

#IER(Fração esperadas de efeitos inativos que são julgados ativos
for(i in 1:48){

```

```

if(lenth[i]>quantil){ierlenth3<-(ierlenth3+1)
  ierlenth4<-(ierlenth4+1)}
if(sdlength[i]>quantil){iersdlength3<-(iersdlength3+1)
  iersdlength4<-(iersdlength4+1)}}

#EER(Fração dos experimentos em que ao menos um efeito inativo
#é declarado ativo
a=0
b=0
for(i in 1:48){
if(lenth[i]>quantil) a<-a+1
if(sdlength[i]>quantil) b<-b+1}
if(a>0){eerlenth3<-(eerlenth3+1)
  slenth<-(slenth+1)}
if(b>0){eersdlength3<-(eersdlength3+1)
  ssdlength<-(ssdlength+1)}

if(slenth>0){eerlenth4<-eerlenth4+1}
if(ssdlength>0){eersdlength4<-eersdlength4+1}

}#Fim do loop de Monte Carlo

resultados[1,1]=poderlenth1/(3*nrep)
resultados[1,2]=podersdlength1/(3*nrep)
resultados[1,3]=ierlenth1/(4*nrep)
resultados[1,4]=iersdlength1/(4*nrep)
resultados[1,5]=eerlenth1/nrep
resultados[1,6]=eersdlength1/nrep

resultados[1,7]=poderlenth2/(2*nrep)
resultados[1,8]=podersdlength2/(2*nrep)
resultados[1,9]=ierlenth2/(5*nrep)
resultados[1,10]=iersdlength2/(5*nrep)
resultados[1,11]=eerlenth2/nrep
resultados[1,12]=eersdlength2/nrep

resultados[1,13]=poderlenth3/(1*nrep)
resultados[1,14]=podersdlength3/(1*nrep)
resultados[1,15]=ierlenth3/(48*nrep)
resultados[1,16]=iersdlength3/(48*nrep)
resultados[1,17]=eerlenth3/nrep
resultados[1,18]=eersdlength3/nrep

resultados[1,19]=poderlenth4/(6*nrep)
resultados[1,20]=podersdlength4/(6*nrep)
resultados[1,21]=ierlenth4/(57*nrep)
resultados[1,22]=iersdlength4/(57*nrep)
resultados[1,23]=eerlenth4/nrep
resultados[1,24]=eersdlength4/nrep
}

#Armazena a saída em um arquivo

sink("D:\\Geraldo\\UFPE\\Dissertação\\resultados strip\\saida_32.txt")
resultados
sink()

```

APÊNDICE B

Valores Críticos

A Tabela B.1 apresenta os valores críticos para o método step-down Lenth obtidos via simulação. Tais valores foram apresentados em Ye, Hamada & Wu (2001) para diversos valores de α (nível de significância) e de m (número de contrastes envolvidos).

Tabela B.1: Valores críticos para método step-down Lenth obtidos via simulação.

α	m											
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.01	13.03	11.83	10.33	9.75	8.68	8.32	7.65	7.45	7.00	6.83	6.55	6.40
0.02	8.89	8.18	7.77	7.18	6.80	6.47	6.19	5.97	5.78	5.63	5.51	5.38
0.03	7.07	6.66	6.52	6.03	5.89	5.57	5.45	5.24	5.16	5.02	4.96	4.84
0.04	5.95	5.81	5.74	5.33	5.30	5.01	4.97	4.78	4.75	4.62	4.60	4.50
0.05	5.14	5.24	5.17	4.87	4.87	4.62	4.62	4.45	4.45	4.33	4.33	4.24
0.06	4.52	4.83	4.73	4.53	4.53	4.33	4.35	4.20	4.22	4.10	4.12	4.03
0.07	4.02	4.51	4.37	4.26	4.26	4.10	4.12	4.00	4.03	3.92	3.95	3.87
0.08	3.59	4.23	4.07	4.04	4.03	3.92	3.93	3.83	3.86	3.77	3.80	3.73
0.09	3.17	4.00	3.82	3.85	3.83	3.75	3.77	3.69	3.72	3.64	3.68	3.61
0.10	2.67	3.79	3.59	3.69	3.65	3.62	3.63	3.56	3.60	3.53	3.56	3.51
0.20	1.91	2.28	2.23	2.42	2.39	2.59	2.48	2.74	2.72	2.80	2.81	2.84
0.30	1.61	1.88	1.90	2.06	2.07	2.17	2.17	2.25	2.25	2.31	2.32	2.36
0.40	1.41	1.63	1.68	1.80	1.84	1.93	1.95	2.02	2.04	2.09	2.10	2.14

α	m									
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.01	6.20	6.11	5.93	5.86	5.71	5.68	5.55	5.50	5.42	5.37
0.02	5.28	5.19	5.11	5.05	4.97	4.93	4.87	4.83	4.78	4.74
0.03	4.79	4.72	4.67	4.61	4.57	4.53	4.49	4.46	4.43	4.40
0.04	4.47	4.39	4.37	4.32	4.30	4.26	4.24	4.21	4.19	4.16
0.05	4.23	4.16	4.15	4.11	4.10	4.06	4.05	4.02	4.01	3.98
0.06	4.04	3.97	3.98	3.94	3.94	3.90	3.90	3.87	3.87	3.84
0.07	3.89	3.82	3.84	3.79	3.81	3.77	3.77	3.75	3.75	3.73
0.08	3.75	3.69	3.72	3.67	3.69	3.65	3.66	3.64	3.65	3.63
0.09	3.64	3.58	3.61	3.57	3.59	3.56	3.57	3.55	3.56	3.54
0.10	3.54	3.49	3.52	3.48	3.50	3.47	3.48	3.46	3.48	3.46
0.20	2.85	2.87	2.89	2.89	2.91	2.91	2.93	2.93	2.95	2.94
0.30	2.37	2.41	2.41	2.44	2.45	2.48	2.48	2.55	2.56	2.61
0.40	2.16	2.20	2.21	2.24	2.25	2.28	2.29	2.31	2.32	2.34

α	m									
	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
0.01	5.31	5.27	5.20	5.18	5.10	5.10	5.05	5.02	4.98	4.95
0.02	4.70	4.68	4.63	4.62	4.58	4.58	4.54	4.52	4.50	4.48
0.03	4.38	4.36	4.32	4.32	4.29	4.29	4.26	4.25	4.23	4.22
0.04	4.15	4.13	4.11	4.11	4.09	4.08	4.06	4.05	4.04	4.03
0.05	3.98	3.97	3.95	3.94	3.93	3.93	3.91	3.90	3.90	3.89
0.06	3.84	3.83	3.82	3.81	3.81	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77
0.07	3.73	3.72	3.71	3.70	3.70	3.69	3.69	3.68	3.68	3.67
0.08	3.63	3.62	3.62	3.61	3.61	3.60	3.60	3.60	3.60	3.59
0.09	3.54	3.53	3.54	3.53	3.53	3.52	3.52	3.52	3.52	3.51
0.10	3.47	3.45	3.46	3.45	3.46	3.45	3.46	3.45	3.45	3.45
0.20	2.96	2.96	2.97	2.97	2.99	2.98	3.00	2.99	3.01	3.00
0.30	2.62	2.65	2.65	2.67	2.68	2.70	2.71	2.71	2.73	2.73
0.40	2.35	2.37	2.38	2.40	2.40	2.42	2.43	2.44	2.45	2.46

Referências Bibliográficas

- [1] Box, G. E. P., Hunter, W. G. & Hunter, J. S. (2005). *Statistics for Experimenters*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [2] Box, G. E. P. & Jones, S. (1992). Split-Plot Design for Robust Product Experimentation. *Journal of Applied Statistics*, **19**, 3–26.
- [3] Box, G. E. P. & Meyer, R. D. (1986). An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials. *Technometrics*, **28**, 11–18.
- [4] Daniel, C. (1959). Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two-Level Experiments. *Technometrics*, **1**, 311–340.
- [5] Ferraz, C. (2005). *Notas de aula de MES 935 - Planejamento de Experimentos*. Não publicadas.
- [6] Hamada, M. & Balakrishnan, N. (1998). Analyzing Unreplicated Factorial Experiments: A Review with some New Proposals. *Statistica Sinica*, **8**, 1–41.
- [7] Hinkelmann, K. & Kempthorne, O. (2005). *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [8] Lenth, R. V. (1989). Quick and Easy Analysis of Unreplicated Factorials. *Technometrics*, **31**, 469–473.

- [9] Loepky, J. L. & Sitter, R. R. (2002). Analyzing Unreplicated Blocked or Split-Plot Fractional Factorial Designs. *Journal of Quality Technology*, **34**, 229–243.
- [10] Loughin, T. M. & Noble, W. (1997). A Permutation Test for Effects in an Unreplicated Factorial Design. *Technometrics*, **39**, 180–190.
- [11] Montgomery, D. C. (1991). *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [12] Venter, J. H. & Steel, S. J. (1998). Identifying Active Contrasts by Stepwise Testing. *Technometrics*, **40**, 304–313.
- [13] Vivacqua, C. A. (2003). *Using Strip-Block Designs as an Alternative to Reduce Costs of Experimentation in Robust Product Design and Multistage Processes*. Madison: UW-Madison, 2003. 118 p. Tese (Doutorado) - Industrial Engineering Graduate Program, College of Engineering, University of Wisconsin-Madison, EUA.
- [14] Vivacqua, C. A. & Bisgaard, S. (2004). Strip-Block Experiments for Process Improvement and Robustness. *Quality Engineering*, **16**, 149–154.
- [15] Ye, K. Q. & Hamada, M. (2000). Critical Values of the Lenth Method for Unreplicated Factorial Designs. *Journal of Quality Technology*, **32**, 57–66.
- [16] Ye, K. Q., Hamada, M. & Wu, C. F. J. (2001). A Step-Down Lenth Method for Analyzing Unreplicated Factorial Designs. *Journal of Quality Technology*, **33**, 140–152.
- [17] Zahn, D. A. (1975). Modification of and Revised Critical Values for the Half-Normal Plot. *Technometrics*, **17**, 189–200.