



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

KAIOMARCOS LUCIANO SANTOS FERREIRA

**ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA
PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**

Recife
2025

KAIOMARCOS LUCIANO SANTOS FERREIRA

**ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA
PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Coorientador: Prof. Dr. Robson da Silva Eugenio

Recife

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Ferreira, Kaiomarcos Luciano Santos.

Abordagem de situações-problema com dados reais para promover o letramento probabilístico de licenciandos em matemática / Kaiomarcos Luciano Santos Ferreira. - Recife, 2025.

150 f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2025.

Orientação: Carlos Eduardo Ferreira Monteiro.

Coorientação: Robson da Silva Eugenio.

Inclui referências e apêndices.

1. Letramento probabilístico; 2. Crenças e atitudes; 3. Situações-problema com dados reais; 4. Formação inicial de professores; 5. Educação estatística; 6. Educação matemática. I. Monteiro, Carlos Eduardo Ferreira. II. Eugenio, Robson da Silva. III. Título.

UFPE-Biblioteca Central

KAIOMARCOS LUCIANO SANTOS FERREIRA

**ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA
PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 29.01.2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro (Orientador e Presidente)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Profa. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Prof. Dr. Cassio Cristiano Giordano (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande - FURG

DEDICATÓRIA

Dedico esta Dissertação ao meu irmão Kássio Emanuel (*in memoriam*).

Você foi minha inspiração em resiliência, me mostrando a força de lutar pelo que se almeja. Sei que estava muito feliz com o meu crescimento e a minha formação. Você foi a parte de mim que me impulsionou a seguir adiante, enfrentando todas as adversidades. Seu sorriso e a sua alegria são as marcas carimbadas de todo o amor compartilhado e continuarão sendo meu maior incentivo para seguir em frente. Esta conquista é por você! Pois você esteve comigo em todos os momentos, em cada passo dessa caminhada, e sei que continuará me guiando. Saudades, meu guerreiro. Cedo ou tarde, a gente vai se encontrar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e à Nossa Senhora Aparecida, por guiarem meu caminho nas diferentes jornadas percorridas ao longo desta pesquisa.

Agradeço aos meus pais, Raimundo Guerra e Maria Verônica, aos meus irmãos, Kitéria Luciana e Kássio Emanuel, que, mesmo distantes, sempre estiveram presentes nesta caminhada. Suas ligações, mensagens e palavras de incentivo foram minha fonte de força nos momentos difíceis. O apoio de vocês foi fundamental para manter o foco e a motivação. A vocês, minha gratidão, pois sei que cada conquista minha é fruto do amor e do zelo de vocês!

Agradeço ao meu orientador, Carlos Eduardo. Minha gratidão pelo apoio, acolhimento, confiança, dedicação e orientação ao longo desta jornada. Sua paciência e disponibilidade foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu crescimento profissional. Agradeço pelas contribuições e pelo incentivo constante para que eu buscasse sempre desenvolver o melhor em cada etapa do processo desta pesquisa.

Agradeço ao meu coorientador, Robson Eugenio, pelo apoio e contribuição ao longo desta pesquisa. Sua disponibilidade, paciência e olhar crítico enriqueceram o processo de pesquisa de maneira significativa.

Agradeço à Professora Jaqueline Lixandrão e ao Professor Cássio Giordano por aceitarem o convite para fazer parte da minha banca e por contribuírem constantemente com o meu trabalho ao longo de todas as etapas.

Expresso minha gratidão aos amigos do Mestrado e doutorandos que compartilharam essa linda jornada comigo, especialmente Aldeci, Alessandra, Arlam, Bianca, Caio, Carlos Antônio, Edicarlos, Gaby, Jefte, Joelma, Joyce, Laís, Lemerton, Levy, Luís, Marcília, Mariana, Matheus, Mirele, Philipe, Taianá, Thatiany e Thaís.

Faço um agradecimento especial ao amigo Arlam, que fez uma excelente acolhida na minha chegada a Recife. Sua confiança ao propor a estadia em seu apartamento foi essencial para que eu pudesse cumprir com minhas obrigações e disciplinas do programa. Sua generosidade e apoio fizeram a total diferença na minha adaptação e superação dos desafios desse período.

Agradeço pela parceria desenvolvida com os membros dos grupos de pesquisa GPEME (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística) e o GPEMCE (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática nos Contextos da Educação do

Campo). O compartilhamento de conhecimentos e as discussões enriquecedoras nos encontros foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

Agradeço aos professores do Programa, que ao longo das disciplinas puderam compartilhar seus conhecimentos com muita dedicação, contribuindo significativamente para minha formação. Um agradecimento especial aos professores da disciplina Seminários, cujas orientações e discussões trouxeram excelentes contribuições para o desenvolvimento desta pesquisa.

Agradeço aos secretários do EDUMATEC, Clara e Fábio, pela atenção, disponibilidade e prontidão no atendimento às minhas demandas. Vocês são incríveis!

Agradeço profundamente aos licenciandos participantes da pesquisa, pela disponibilidade e dedicação em contribuir com cada etapa do estudo. Tenho certeza de que vocês serão excelentes professores de Matemática!

Agradeço à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) pelo financiamento concedido para o desenvolvimento desta pesquisa e pelo compromisso com o fortalecimento da ciência e tecnologia em nosso estado.

RESUMO

O Letramento Probabilístico é definido como o desenvolvimento de habilidades de leitura, escrita, comunicação, interpretação e tomada de decisão, fundamentadas na compreensão de conceitos probabilísticos, a fim de lidar com situações reais de forma crítica e reflexiva. Assim, para que uma pessoa se envolva em processo de Letramento Probabilístico se faz necessário que tenha habilidades críticas de compreensão e interpretação de informações probabilísticas. Há importantes desafios para que professores possam contribuir para o Letramento Probabilístico de seus estudantes da Educação Básica, entre os quais se destaca a ausência de uma discussão específica sobre o ensino e a aprendizagem em Probabilidade na formação inicial de professores. Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes áreas-chave do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática. Os objetivos específicos foram: identificar as compreensões prévias dos licenciandos em Matemática sobre Probabilidade; analisar as crenças e atitudes de licenciandos em Matemática na interpretação de informações probabilísticas apresentadas nas situações-problema; e verificar o entendimento crítico de conceitos probabilísticos a partir de situações-problema com dados reais. O estudo de abordagem qualitativa foi realizado com sete licenciandos de Matemática de uma instituição pública federal de ensino, localizada no Sertão de Pernambuco. A produção de dados foi realizada por meio de três Encontros Cooperativos, realizados pelo *Google Meet* e gravados digitalmente por um aparelho celular. Nos encontros, o pesquisador apresentou diferentes questionamentos e cinco situações-problema com dados reais que serviram de discussões sobre a dimensão não determinística da Probabilidade, as diferentes representações probabilísticas, e os conceitos, tais como aleatoriedade, variação e independência de eventos probabilísticos. Os dados foram analisados no software *MaxQDA*, utilizando a metodologia dos Ciclos de Codificação de Saldaña, por meio de três tipos de codificação: inicial, valores e avaliação. Os resultados indicaram que os licenciandos demonstravam maior familiaridade com a representação quantitativa da Probabilidade, mas enfrentavam dificuldades em associá-la à representação qualitativa e em relacioná-la às situações do cotidiano. Esse olhar para as representações quantitativas se mostrou limitado a exemplos envolvendo frações e porcentagens, que estavam alinhados ao significado clássico

de Probabilidade. Além disso, os licenciandos afirmavam que essas representações eram consideradas mais aceitáveis no estudo de Probabilidade, pois matematicamente determinavam o acontecimento dos eventos, o que revelou lacunas no entendimento da Probabilidade, ao considerá-la determinística. Outro dado identificado na pesquisa foi a influência das crenças e atitudes pessoais na interpretação conceitual da Probabilidade. Em algumas situações-problema, foram observadas que essas crenças distorciam o entendimento crítico dos conceitos probabilísticos. Entretanto, por meio das discussões realizadas, identificou-se que os licenciandos começaram a desconstruir essas crenças, recorrendo às habilidades do Letramento Probabilístico para interpretar corretamente as informações probabilísticas. Como resultado, observou-se que os Encontros Cooperativos e as situações-problema apresentam um potencial significativo para a formação dos licenciandos ao favorecer reflexões sobre a dimensão não determinística da Probabilidade, a interpretar os conceitos das Grandes Ideias do Letramento Probabilístico em diferentes áreas-chave, a revisão de suas crenças relacionadas à compreensão conceitual e o reconhecimento da relevância de um ensino crítico de Probabilidade.

Palavras-chave: letramento probabilístico; crenças e atitudes; situações-problema com dados reais; formação Inicial de professores; educação estatística; educação matemática.

ABSTRACT

Probabilistic Literacy is defined as the development of skills in reading, writing, communication, interpretation, and decision-making, grounded in the understanding of probabilistic concepts, in order to address real-life situations critically and reflectively. Therefore, for an individual to engage in the process of Probabilistic Literacy, it is necessary to have critical skills in understanding and interpreting probabilistic information. There are significant challenges for teachers to contribute to the Probabilistic Literacy of their Basic Education students, among which the lack of specific discussion on the teaching and learning of Probability in the initial teacher training stands out. This research aimed to analyze the possible contributions of the approach using real-data problem situations in different key areas of Probabilistic Literacy in the education of Mathematics undergraduates. The specific objectives were: to identify the prior understandings of Mathematics undergraduates about probability; to analyze the beliefs and attitudes of Mathematics undergraduates in interpreting probabilistic information presented in problem situations; and to verify the critical understanding of probabilistic concepts based on real-data problem situations. The qualitative study was conducted with seven Mathematics undergraduates from a public federal institution in the Sertão region of Pernambuco. Data production was carried out through three Cooperative Meetings, held via Google Meet and digitally recorded on a mobile device. During the meetings, the researcher presented various questions and five real-data problem situations that served as discussions on the non-deterministic dimension of Probability, different probabilistic representations, and concepts such as randomness, variation, and event independence. The data were analyzed using MaxQDA software, employing Saldaña's Cycles of Coding methodology through three types of coding: initial, values, and evaluation. The results indicated that the undergraduates were more familiar with the quantitative representation of Probability but faced difficulties in associating it with qualitative representation and relating it to everyday situations. This focus on quantitative representations was limited to examples involving fractions and percentages, which were aligned with the classical meaning of Probability. Moreover, the undergraduates stated that these representations were considered more acceptable in studying Probability, as they mathematically determined the occurrence of events, which revealed gaps in understanding Probability by considering it deterministic. Another

finding of the research was the influence of personal beliefs and attitudes on the conceptual interpretation of Probability. In some problem situations, it was observed that these beliefs distorted the critical understanding of probabilistic concepts. However, through the discussions, it was found that the undergraduates began to deconstruct these beliefs, using Probabilistic Literacy skills to interpret probabilistic information correctly. As a result, it was observed that the Cooperative Meetings and problem situations have significant potential for the training of undergraduates, as they promote reflections on the non-deterministic dimension of Probability, the interpretation of the concepts of the Big Ideas of Probabilistic Literacy in different key areas, the revision of their beliefs related to conceptual understanding, and the recognition of the relevance of a critical teaching of Probability.

Keywords: probabilistic literacy; beliefs and attitudes; problem situations with real data; initial teacher education; statistic education; mathematical education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo de Letramento Probabilístico	28
Figura 2 –	Escala numérica de Probabilidade	31
Figura 3 –	Representação das dez áreas-chave para discussão sobre Probabilidade	33
Figura 4 –	Organização dos Encontros Cooperativos relacionados aos objetivos da pesquisa	60
Figura 5 –	Capa da notícia da CNN Brasil utilizada na primeira-situação problema sobre o Campeonato Brasileiro 2023	63
Figura 6 –	Registro dos resultados do sorteio da Quina utilizados na segunda situação-problema	71
Figura 7 –	Capa da notícia utilizada na terceira situação-problema sobre a vacinação da Covid-19	76
Figura 8 –	Mapas de códigos da compreensão dos licenciandos sobre as representações probabilísticas	86
Figura 9 –	Mapa de códigos sobre as atitudes e crenças dos licenciandos em relação aos sorteios da loteria na segunda situação-problema	98
Figura 10 –	Números preenchidos pelos licenciandos na segunda situação-problema	100
Figura 11 –	Mapa de códigos sobre a influência das crenças na distorção da compreensão de conceitos probabilísticos na segunda situação-problema	101
Figura 12 –	Registro dos lançamentos da moeda na dinâmica do terceiro Encontro Cooperativo	109
Figura 13 –	Mapa dos códigos que emergiram nas falas dos licenciandos na quarta situação-problema	111
Figura 14 –	Dados sobre os registros de nascimento apresentados no terceiro Encontro Cooperativo	112
Figura 15 –	Nuvem de códigos das discussões propostas nos encontros	123
Figura 16 –	Nuvem de códigos das áreas-chave exploradas pelos licenciandos	126

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 –	Distribuição por ano de defesa das Dissertações e Teses com abordagem do Letramento Probabilístico	46
Gráfico 2 –	Mapeamento das etapas de ensino discutido nos trabalhos	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Questões Críticas para compreensão de declarações probabilísticas	34
Quadro 2 –	Resultado das expressões de busca utilizados nos repositórios	43
Quadro 3 –	Dissertações e Teses incluídas para análise	44
Quadro 4 –	Dissertações e Teses que utilizaram a Sequência Passeios Aleatórios	49
Quadro 5 –	Abordagens metodológicas identificadas nos trabalhos	52
Quadro 6 –	Perspectivas Teóricas relacionadas com o Letramento Probabilístico	54
Quadro 7 –	Presença de elementos do conhecimento e disposicionais nas produções	56
Quadro 8 –	Perfil dos licenciandos participantes da pesquisa de campo	59
Quadro 9 –	Questionamentos motivadores do primeiro Encontro Cooperativo	62
Quadro 10 –	Notícia completa sobre as probabilidades de título e rebaixamento do Campeonato Brasileiro 2023	64
Quadro 11 –	Questionamentos sobre a Probabilidade e os resultados finais do Campeonato Brasileiro 2023 na primeira situação-problema	65
Quadro 12 –	Contextualização e questionamentos envolvendo o sorteio da Quina na segunda situação-problema	68
Quadro 13 –	Resultados oficiais da Quina e questionamentos relacionados à segunda situação-problema	70
Quadro 14 –	Relato de uma situação real envolvendo a crença na elaboração de um bilhete para sorteios da loteria	73
Quadro 15 –	Questionamentos motivadores do segundo Encontro Cooperativo	74
Quadro 16 –	Terceira situação-problema: a intercambialidade das representações probabilísticas em notícias sobre a vacinação da Covid-19	75

Quadro 17 –	Quarta situação-problema: a Probabilidade de nascimentos em cidades pernambucanas	79
Quadro 18 –	Quinta situação-problema: interpretação do risco de dengue no Brasil	80
Quadro 19 –	Censo populacional dos estados brasileiros utilizados na quinta situação-problema	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CHIC	Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FACEPE	Fundação de Amparo à Ciência e a Tecnologia de Pernambuco
IBICT	Instituto Brasileiro de Informações em Ciência e Tecnologia
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	OBJETIVO GERAL	20
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
2	PROBABILIDADE: PERSPECTIVAS HISTÓRICAS E TEÓRICAS	22
2.1	A ORIGEM DA PROBABILIDADE E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS	22
2.2	O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO	26
2.2.1	Elementos do Conhecimento	29
2.2.2	Elementos Disposicionais	35
2.3	ALGUNS ESTUDOS SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	38
3	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	41
3.1	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA RSL	41
3.2	RESULTADOS E DISCUSSÃO DA RSL	44
3.2.1	Caracterização dos trabalhos selecionados	44
3.2.2	Letramento Probabilístico nas produções brasileiras	47
4	METODOLOGIA	57
4.1	ABORDAGEM QUALITATIVA DA PESQUISA	57
4.2	CONTEXTO DA PESQUISA	58
4.3	PARTICIPANTES DA PESQUISA	58
4.4	AÇÕES METODOLÓGICAS PARA PRODUÇÃO DE DADOS DA PESQUISA	59
4.5	OS ENCONTROS COOPERATIVOS E AS SITUAÇÕES-PROBLEMA	62
4.5.1	Primeiro Encontro Cooperativo	62
4.5.2	Segundo Encontro Cooperativo	72
4.5.3	Terceiro Encontro Cooperativo	77
4.6	PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA: O CICLO DE CODIFICAÇÃO DE SALDAÑA	82
4.6.1	O MaxQDA e a lista de códigos utilizadas nas análises	84

5	ANÁLISE DOS DADOS	85
5.1	ANÁLISE DAS COMPREENSÕES PRÉVIAS DOS LICENCIANDOS SOBRE A PROBABILIDADE	85
5.1.1	A compreensão dos licenciandos com relação a representação da Probabilidade	85
5.1.2	A compreensão dos licenciandos sobre a Probabilidade em situações do cotidiano	94
5.2	ANÁLISE DAS CRENÇAS E ATITUDES DOS LICENCIANDOS NA INTERPRETAÇÃO DE INFORMAÇÕES PROBABILÍSTICAS	98
5.2.1	A influência das Crenças e Atitudes na interpretação de conceitos probabilísticos	98
5.2.2	A relevância do trabalho com as crenças em diferentes áreas-chave e contextos para compreensão conceitual da Probabilidade	108
5.3	CONTRIBUIÇÕES DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA A PROMOÇÃO DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DOS LICENCIANDOS	116
5.3.1	A mobilização de habilidades críticas na interpretação de informações probabilísticas	116
5.3.2	Das compreensões prévias ao entendimento crítico da Probabilidade	122
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
	REFERÊNCIAS	134
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARTICIPANTE	142
	APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO	144
	APÊNDICE C – LISTA DE CÓDIGOS EXPLORADOS NA ANÁLISE	147

1 INTRODUÇÃO

Em diversas situações cotidianas, como nos investimentos ou na análise de diagnósticos médicos, somos desafiados a realizar estimativas, interpretar mensagens probabilísticas e tomar decisões que envolvem chances, riscos ou grau de crença (Matthews, 2017). Desenvolver um raciocínio crítico diante das situações probabilísticas não é fácil, pois exige que as pessoas tenham experiências que favoreçam a elas aprenderem como raciocinar (Mlodinow, 2009).

O ensino de Probabilidade na escola básica tende a ser abordado por meio de procedimentos matemáticos, que evidenciam a demonstração do conteúdo em sala de aula. No entanto, para compreender a natureza não-determinística da Probabilidade, é necessário vivenciar situações que envolvam dados reais (Gal, 2005).

O modelo de Letramento Probabilístico de Gal (2005) sugere a inclusão de elementos de conhecimento e disposicionais necessários para o desenvolvimento de habilidades críticas diante da interpretação ou formulação de mensagens probabilísticas. Dessa forma, o Letramento Probabilístico situa-se na habilidade de leitura, escrita, comunicação, interpretação e tomada de decisão diante da compreensão dos diferentes conceitos probabilísticos, bem como dos diferentes significados de Probabilidade (Eugênio; Monteiro; Carvalho, 2022).

Gal (2005) considera que as aprendizagens relacionadas à Probabilidade se desenvolvem processualmente, similares a qualquer outra habilidade que construímos ao longo do tempo. Considerando as complexidades dessas, o modelo de Letramento Probabilístico destaca dois principais componentes: os elementos do conhecimento (Grandes Ideias, Cálculos de Probabilidade, Linguagem, Contexto e Questões Críticas) e os elementos disposicionais (Crenças e Atitudes, Postura Crítica e os Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco). A combinação desses dois tipos de elementos permite desenvolver habilidades para uma pessoa ser considerada letrada probabilisticamente.

No sistema educacional brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) estabelece diretrizes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o encerramento do ciclo básico, no terceiro ano do Ensino Médio. No que se refere ao currículo de Matemática, foram identificadas mudanças positivas, especialmente pela inclusão da unidade temática **Probabilidade e Estatística**. Em relação à

Probabilidade, a BNCC propõe, nos anos iniciais, um trabalho voltado para a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Nessa abordagem, recomenda-se a introdução do conceito de aleatoriedade, assim como a apresentação de eventos certos, impossíveis e prováveis.

Para os anos finais, as orientações indicam a necessidade de envolver os estudantes na realização de experimentos e simulações, para haver reflexões entre os resultados encontrados e as discussões teóricas abordadas pelos professores (Brasil, 2018). No Ensino Médio, orienta-se que seja construída uma relação com as discussões vivenciadas durante o Ensino Fundamental e o raciocínio crítico dos estudantes, permitindo que eles possam manifestar suas avaliações críticas ou tomadas de decisões ao terem contato com situações probabilísticas envolvendo dados reais.

Nesse sentido, Batanero e Álvarez-Arroyo (2023) enfatizam serem necessárias pesquisas que dediquem um olhar para os elementos disposicionais, investigando como essas discussões podem auxiliar na superação de vieses no raciocínio probabilístico. Para isso, é necessário propor novas abordagens que, para além do cenário matemático, promovam discussões contextualizadas sobre esse Objeto de Conhecimento (Batanero; Serrano; Álvarez-Arroyo, 2023).

Kataoka *et al.* (2008) e Amorim, Pietropaolo e Silva (2020) apresentam discussões sobre os conhecimentos probabilísticos dos futuros professores de Matemática, ressaltando que esses professores, mesmo após cursarem disciplinas no eixo temático de **Estatística e Probabilidade** durante a Formação Inicial, não conseguem obter um nível de compreensão desejado. Como consequência, por vivenciarem apenas situações matemáticas procedimentais, acabam reproduzindo essas mesmas abordagens em sala de aula com seus estudantes (Viali; Cury, 2011).

Para ampliar a compreensão dos futuros professores de Matemática em relação à Probabilidade, torna-se essencial promover reflexões que abordem os diversos campos desse conhecimento numa perspectiva crítica. Assim, dever-se-ia explorar os diferentes contextos probabilísticos para proporcionar uma compreensão efetiva dos conceitos de Probabilidade (Pietropaolo; Silva; Campos, 2015; Batanero; Álvarez-Arroyo, 2023).

Esta pesquisa foi motivada pela busca em dar continuidade aos estudos de um Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvido pelo autor durante sua Formação Inicial no curso de Licenciatura em Matemática (Ferreira, 2022). O referido trabalho

buscou analisar as compreensões de Probabilidade de professores de Matemática do ensino básico, bem como as contribuições do Letramento Probabilístico para a prática de ensino em sala de aula, por meio de encontros reflexivos.

Os resultados revelaram lacunas na compreensão de conceitos probabilísticos, evidenciadas tanto pela ausência do currículo efetivo na prática de sala de aula, quanto pela superficialidade com que a Probabilidade era abordada durante a Formação Inicial. Esses resultados motivaram o interesse em prosseguir com estudos no âmbito da Formação Inicial de professores de Matemática, investigando as contribuições da abordagem de conceitos probabilísticos utilizando dados reais para mobilizar habilidades críticas e promover o Letramento Probabilístico nos futuros docentes.

Nesse contexto, a participação nos encontros do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística (GPEME), liderado pela Profa. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho e pelo Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro, foi essencial para o desenvolvimento desta pesquisa. As discussões com os membros do grupo e com pesquisadores da área de Letramento Probabilístico foram fundamentais para o planejamento do estudo apresentado nesta dissertação.

Diante das motivações e reflexões apresentadas, surgiram as seguintes questões orientadoras para o desenvolvimento desta pesquisa: quais as possíveis contribuições de uma abordagem do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática? Como situações-problema com dados reais de Probabilidade podem promover o Letramento Probabilístico de licenciandos em Matemática?

1.1 OBJETIVO GERAL

Analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Identificar as compreensões prévias de licenciandos em Matemática sobre Probabilidade;

- b) Analisar as Crenças e Atitudes de licenciandos em Matemática na interpretação de informações probabilísticas apresentadas nas situações-problema;
- c) Verificar o entendimento crítico de conceitos probabilísticos a partir de situações-problema com dados reais;

Na sequência, a seção 2 discute brevemente sobre a origem da Probabilidade, os diferentes significados (Batanero, 2005), o modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) e alguns estudos sobre a formação de professores para o ensino de Probabilidade.

Na seção 3, apresenta-se uma Revisão Sistemática da Literatura, cujo objetivo foi analisar como o Letramento Probabilístico é abordado em pesquisas acadêmicas brasileiras, principalmente naquelas direcionadas para a Formação Inicial de professores de Matemática.

Na seção 4, expõe-se a metodologia dessa pesquisa, incluindo o contexto e os participantes, as ações metodológicas para a produção de dados, a descrição dos Encontros Cooperativos realizados e, por fim, os procedimentos para análise dos dados, que foi realizada com o auxílio do software *MaxQDA* (Verbi, 2024), usando como base o Ciclo de Codificação (Saldaña, 2013) para codificar as falas dos licenciandos.

Na seção 5, os resultados da pesquisa são apresentados em três partes. A primeira aborda as compreensões prévias dos licenciandos em relação à Probabilidade. A segunda analisa a influência das Crenças e Atitudes dos licenciandos na interpretação de conceitos probabilísticos e, por fim, a terceira parte discute sobre as contribuições das situações-problema e dos Encontros Cooperativos para a promoção do Letramento Probabilístico dos licenciandos.

Na seção 6, conseqüentemente, tecem-se as considerações finais, resumindo os principais resultados obtidos no estudo e sugerindo perspectivas futuras de investigação que possam preencher as lacunas identificadas ao longo das análises.

2 PROBABILIDADE: PERSPECTIVAS HISTÓRICAS E TEÓRICAS

Nesta seção, apresenta-se um recorte histórico sobre a formalização do conceito de Probabilidade, assim como os diferentes significados indicados por Batanero (2005). Em seguida, na seção 2.2, enfoca-se o modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005), buscando enfatizar sua importância para uma compreensão crítica de Probabilidade. Na seção 2.3, discute-se brevemente sobre alguns estudos publicados que reforçam a necessidade de promover discussões sobre o Letramento Probabilístico na Formação Inicial de professores de Matemática.

2.1 A ORIGEM DA PROBABILIDADE E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS

Discussões sobre a origem do conceito de Probabilidade surgem por volta do século XVII, quando filósofos e matemáticos buscaram demonstrar por um método racional as chances e riscos presentes em situações de jogos de azar¹, como cartas, dados e dentre outros, os quais atraíam a população e movimentavam valores financeiros (Gomes; Monteiro, 2003).

Silva, Fernandes e Almeida (2015) mencionam nomes de alguns estudiosos que contribuíram para a formalização do conceito de Probabilidade. Dentre eles, destacam-se discussões anteriores ao século XVII, como os estudos de Cardano (1501-1576), considerado o primeiro matemático a apresentar uma compreensão correta do cálculo probabilístico. No século XVII, surgem as contribuições de Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662) e Huygens (1629-1695) responsáveis pela solução dos primeiros problemas envolvendo Probabilidade.

Uma das características da formalização do conceito de Probabilidade é observada em sua representação algébrica formulada por meio do quociente $P = A/B$, no qual "A" representa os casos favoráveis e "B" os casos possíveis. Os casos possíveis correspondem a todos os resultados que podem ocorrer em um experimento aleatório, chamado de espaço amostral. Já os casos favoráveis são aqueles que satisfazem o evento em análise. Inicialmente, essa representação não ficou registrada como Probabilidade, mas como um mecanismo de avaliar as possibilidades de

¹ Alves (2015, p. 2) destacou que os jogos de azar são "jogos em que a vitória não depende da habilidade do jogador, já que apenas o fator sorte pode influenciar no resultado".

ocorrência de um evento que, posteriormente, passou a ser conhecida como a definição clássica (Gomes; Monteiro, 2003).

Surgiram outras contribuições de estudiosos, como Bernoulli (1654-1705), que apresentou a **Lei dos Grandes Números**; Laplace (1749-1827), que formalizou a definição clássica de Probabilidade com a regra de Laplace; Poisson (1781-1840), que introduziu a distribuição de Probabilidade, intitulada como distribuição de Poisson; Gauss (1777-1855), que desenvolveu a Teoria dos Erros; e Kolmogorov (1903-1987), que apresentou a axiomatização utilizada na compreensão da Probabilidade, uma formalização matemática organizada em três axiomas, que será detalhada na discussão sobre os Significados de Probabilidade. Além disso, outros estudiosos contribuíram significativamente com discussões conceituais, promovendo uma melhor compreensão da Probabilidade (Silva; Fernandes; Almeida, 2015).

Com o avanço dos estudos no campo da Probabilidade, ampliou-se a diversidade de perspectivas. Batanero (2005) enfatiza a natureza multifacetada da Probabilidade, com discussões que englobam desde situações intuitivas até a manipulação de procedimentos matemáticos. Dessa forma, a autora definiu em seu trabalho cinco diferentes Significados de Probabilidade: a) intuitivo; b) clássico (ou laplaciano); c) frequentista; d) subjetivo e o e) axiomático.

a) Significado Intuitivo:

O Significado Intuitivo está relacionado ao grau de crença que atribuímos para a realização de um evento. Essa perspectiva é comumente utilizada pelas pessoas, independentemente ou não de ter estudado algo relacionado à Probabilidade (Batanero, 2005). Algumas situações podem exemplificar esse significado, como decidir plantar sementes no campo, acreditando nas chances de mudanças climáticas favoráveis, ou na escolha de uma rota de trânsito, que acreditamos ter menores chances de atrasos, assim como outras situações em que atribuímos o nosso grau de crença pessoal na expectativa da ocorrência do evento.

Esse significado também está relacionado aos jogos de azar, como baralho, roletas, apostas esportivas, entre outros. Nesses contextos, os jogadores geralmente tomam decisões com base em suas crenças sobre os possíveis resultados, utilizando a intuição para selecionar números, cartas ou combinações que consideram ser mais prováveis de ocorrer.

b) Significado Clássico (ou Laplaciano):

O Significado Clássico (ou Laplaciano), previamente mencionado no início desta seção, é considerado um dos pioneiros para as discussões probabilísticas, a sua representação algébrica foi desenvolvida por meio das investigações envolvendo jogos de azar. Batanero (2005) enfatiza que, embora seja frequentemente apresentado em sala de aula, esse significado simboliza apenas um método prático para calcular e demonstrar a Probabilidade teórica de alguns eventos simples, onde a Probabilidade de um evento “A” é representada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, conforme a representação abaixo:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}}$$

Batanero e Álvarez-Arroyo (2023) enfatizam que apenas a compreensão desse significado não permite uma melhor compreensão da Probabilidade, pois esse é útil apenas em situações equiprováveis, ou seja, quando os elementos são igualmente prováveis. Por exemplo, no lançamento de uma moeda não viciada, as chances de sair cara ou coroa são igualmente prováveis, assim como a chance de sair qualquer número de 1 a 6 no lançamento de um dado.

Essa limitação já havia sido mencionada por Batanero (2005), que reconheceu a relação histórica do significado com as primeiras discussões sobre a Probabilidade. No entanto, ressaltou a necessidade de ter um cuidado quanto à sua utilização, alertando que no ensino, seu uso acaba sendo majoritário ao ser projetado diretamente nas situações envolvendo jogos de azar, onde os eventos possuem características equiprováveis. Consequentemente, em outras áreas, como por exemplo, em decisões médicas, investimentos financeiros, sua utilização acaba se tornando limitada e inadequada.

c) Significado Frequentista:

O Significado Frequentista carrega consigo contribuições da Lei dos Grandes Números apresentada por Bernoulli (1654-1705). Esse significado tem como característica a repetição do evento nas mesmas condições, onde a frequência relativa dos resultados tende a se aproximar da Probabilidade de ocorrência do mesmo (Batanero, 2005). Algumas reflexões são necessárias sobre esse significado, pois, mesmo sabendo que estamos realizando a repetição do evento nas mesmas

condições, não é possível afirmar com certeza a ocorrência do evento esperado devido à presença da aleatoriedade.

Por exemplo, ao considerar o lançamento de uma moeda, pela compreensão clássica de Probabilidade, temos 50% de chance para ambas as faces. No entanto, ao realizarmos um número baixo de lançamentos, a variação nos resultados pode levar a interpretações equivocadas. Ou seja, se em 10 lançamentos, obtivermos um total de 10 caras, nossa intuição pode nos levar a acreditar que no próximo lançamento o resultado será coroa. Contudo, os resultados não são previsíveis, e a aleatoriedade poderá apresentar ou não uma continuação dos resultados anteriores.

Quando aumentarmos o número de lançamentos, torna-se possível observar, por meio da frequência relativa (quociente do número de caras ou coroas pelo total de lançamentos), que os resultados para ambos os eventos tendem a se aproximar de 50%, enfatizando a equiprobabilidade dos resultados.

Assim como no significado clássico, Batanero (2005) também destaca algumas limitações no significado frequentista, considerando, por exemplo, a impossibilidade de realizar o experimento nas mesmas condições em certos eventos. Além disso, enfatiza que não conseguimos mensurar exatamente o número de repetições necessárias de um evento para termos uma estimativa confiável da Probabilidade de sua ocorrência.

d) Significado Subjetivo:

O Significado Subjetivo está relacionado ao entendimento de uma pessoa quanto à Probabilidade de ocorrência de um evento que não pode ser repetido exatamente nas mesmas condições em que ocorreu anteriormente (Batanero, 2005). Por exemplo, quando ouvimos alguém afirmar que os períodos de chuva em uma determinada região estão se aproximando e que será um inverno pesado semelhante ao do ano anterior. Está sendo atribuído, nesse caso, uma chance, baseada em experiências passadas. No entanto, não é possível garantir que o evento será exatamente igual, pois as condições climáticas podem variar de um ano para outro, resultando em um evento diferente do esperado.

Em cirurgias, também é possível observar a presença da subjetividade. Embora seja realizada com a mesma equipe médica e no mesmo hospital, a Probabilidade de sucesso ou complicações não será a mesma, pois outras variáveis podem influenciar no resultado. Essas variáveis tornam o evento único, ou seja, a maneira como

enxergamos é subjetiva, pois nos baseamos em um evento passado, que, embora seja semelhante, não ocorreu nas mesmas condições.

e) Significado Matemático (ou Axiomático):

O quinto significado é definido por Batanero (2005) como Significado Matemático (ou Axiomático), que representa uma formalização matemática estrutural da Probabilidade. Ou seja, a Probabilidade passou a ganhar destaque no campo de estudo da Matemática pura, sendo fundamentada nos três axiomas estabelecidos por Kolmogorov (1903-1987):

Axioma 1: $0 \leq P(A) \leq 1$, indica que a Probabilidade de um evento acontecer está entre o intervalo 0 e 1. Ou seja, a Probabilidade é representada por um número real que não pode ser inferior a 0 e nem superior a 1.

Axioma 2: $P(A) = 1$, representa a certeza de que o evento ocorrerá. Essa certeza é sempre igual a 1, ou seja, 100%. Além disso, a soma de todos os eventos possíveis é igual a 1, ou seja, 100%.

Axioma 3: Sendo A e B eventos mutuamente exclusivos (que não podem acontecer ao mesmo tempo), em que $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Ou seja, a Probabilidade de que pelo menos um deles ocorra é dado pela soma de ambas às probabilidades.

Ao apresentar os diferentes significados de Probabilidade, é possível perceber algumas limitações, especialmente porque esses significados não atendem completamente a forma como a Probabilidade se manifesta em diversos aspectos de nossas vidas. Mlodinow (2009, p. 10) afirma que “frequentemente empregamos processos intuitivos ao fazermos avaliações e escolhas em situações de incerteza”. O autor argumenta que, embora a habilidade de tomar decisões e fazer avaliações conscientes diante da incerteza seja rara, é possível que essas habilidades sejam aprimoradas, assim como qualquer outra. Nessa perspectiva, Gal (2005) apresenta o modelo de Letramento Probabilístico, com ricas contribuições e reflexões que nos incentivam a enxergar a Probabilidade para além da perspectiva presente nos significados mencionados por Batanero (2005).

2.2 O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO

O modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) surge para contribuir com o desenvolvimento de habilidades necessárias para a interpretação ou geração de

mensagens probabilísticas. Suas discussões apresentam uma compreensão do quanto a Probabilidade está presente no cotidiano das pessoas, especialmente em situações de incerteza, nas quais geralmente não compreendemos as informações probabilísticas presentes.

Gal (2005) argumenta que a aprendizagem é dada por meio de um processo cumulativo, ou seja, o desenvolvimento das habilidades e o conhecimento é adquirido gradualmente e por meio das experiências. Dessa forma, o autor destaca a importância de se ter conhecimento dos eixos fundamentais que são a base para uma melhor compreensão do modelo de Letramento Probabilístico, sendo: o Letramento, o numeramento e o Letramento Estatístico.

Gal (2005) destaca que esses eixos se relacionam entre si e auxiliam na compreensão do Letramento Probabilístico. A expressão Letramento é definida por Gal (2005, p. 46, tradução nossa) como “a habilidade das pessoas para um comportamento orientado [...] não apenas de conhecimentos de fatos concretos e certas habilidades formais e informais, mas também de Crenças e Atitudes [...] e uma perspectiva crítica”.

O numeramento contempla como habilidade a capacidade de interagir criticamente com dados quantitativos presentes em mensagens as quais temos acesso. Gal (2005, p. 47, tradução nossa) destaca que “as situações de numeramento podem envolver números, informações quantitativas ou quantificáveis, ou informações visuais, ou textuais baseadas em ideias matemáticas ou com elementos matemáticos incorporados”.

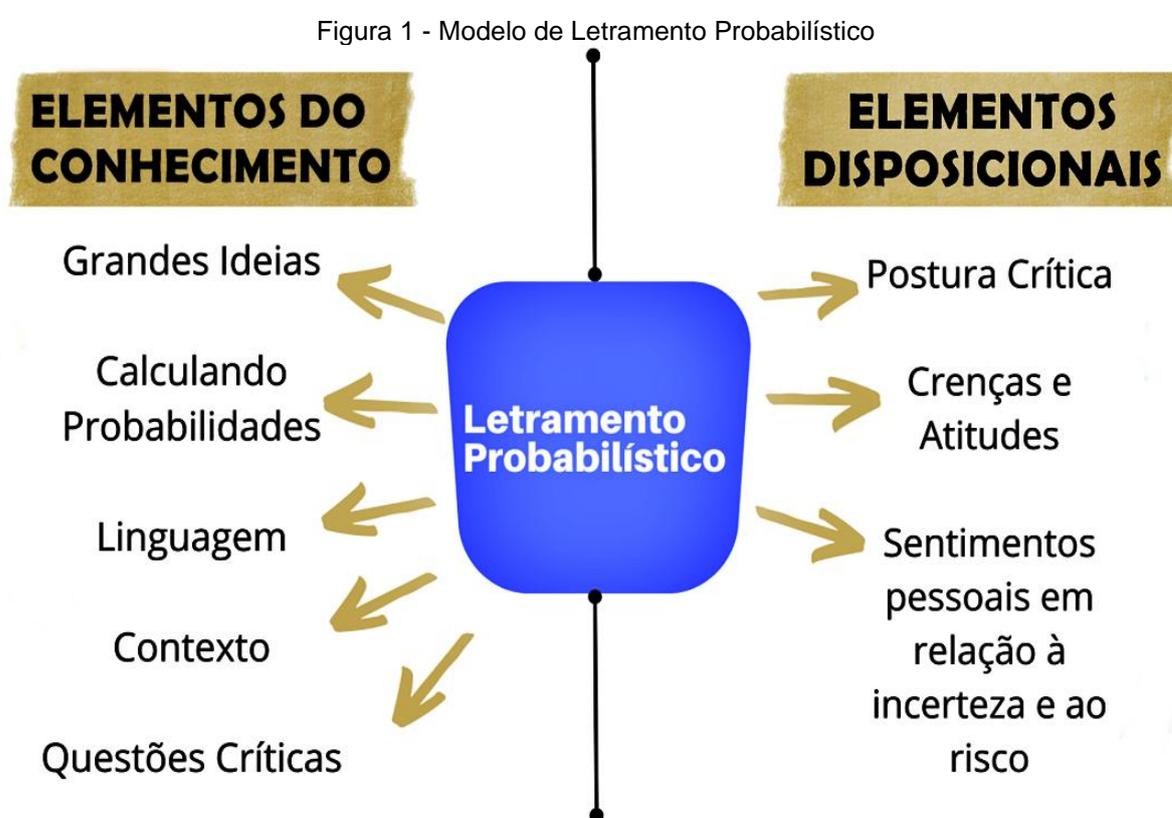
As habilidades de numeramento podem ser observadas nas múltiplas bases de conhecimento e disposições, seja na realização ou não de cálculos probabilísticos, ao produzir estimativas, na interpretação de mensagens probabilísticas, ou em processos de tomada de decisão. Em muitas dessas situações concebemos julgamentos ou a formação de opinião. No entanto, Gal (2005, 2005, p. 47, tradução nossa) destaca que:

[...] opiniões ou julgamentos não necessariamente podem ser classificados como “certos” ou “errados”, [...] Em vez disso, essas respostas precisam ser julgadas em termos de sua razoabilidade, ou qualidade dos argumentos, ou evidências em que se baseiam.

Gal (2005) reconhece a importância do modelo de Letramento Estatístico (Gal, 2002), considerado como uma matriz de referência que resultou na construção do

Letramento Probabilístico. O Letramento Estatístico apresenta uma estrutura que descreve habilidades relacionadas à interpretação, avaliação crítica e expressão de opiniões sobre dados estatísticos.

Nesse sentido, Gal (2005) interessou-se em organizar o modelo de Letramento Probabilístico, estruturando características para os elementos do conhecimento (Grandes Ideias, Cálculo De Probabilidades, Linguagem, Contexto e Questões Críticas) e para os elementos disposicionais (Postura Crítica, Crenças e Atitudes e os Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco), conforme ilustrado na Figura 1.



Fonte: Elaborado pelo autor com base no modelo proposto por Gal (2005).

Segundo o autor, a ideia da organização do modelo de Letramento Probabilístico não se trata de separar as habilidades de conhecimento e disposições para uma compreensão heterogênea, mas propor uma apresentação da diversidade de campos de discussão presentes no estudo de Probabilidade. Nessa linha de raciocínio, Gal (2005, p. 50, tradução nossa) explica que:

[...] todos os elementos interagem reciprocamente de maneira complexa durante o comportamento ou aprendizado real. Isso significa que um foco instrucional apenas em um ou dois dos elementos não será suficiente para desenvolver um comportamento de 'Letramento Probabilístico'.

A proposta do Letramento Probabilístico é desenvolver não apenas o conhecimento e certas habilidades formais e informais de Probabilidade, mas também permitir um olhar para discussões acerca de crenças, hábitos mentais e uma perspectiva crítica (Gal, 2005).

Em pesquisas relacionadas ao Letramento em áreas como saúde, questões científicas ou fenômenos climáticos, destaca-se frequentemente a importância de se ter algum entendimento em Probabilidade. Contudo, Gal (2005) enfatiza que esse entendimento não se limita exclusivamente a manipulação de cálculos matemáticos. O autor destaca a importância de estudos nessa área, acreditando que esses elementos desempenham um papel fundamental na maneira como as pessoas pensam ou agem em situações que envolvem acaso e incerteza, seja na aprendizagem em sala de aula ou vivenciando situações reais.

2.2.1 Elementos do Conhecimento

No modelo de Letramento Probabilístico, os elementos do conhecimento são: a) Grandes Ideias, b) Cálculo de Probabilidades, c) Linguagem, d) Contexto e e) Questões Críticas.

a) As Grandes Ideias:

Referem-se à exploração e compreensão de alguns conceitos fundamentais da Probabilidade, tais como: a aleatoriedade, independência e variabilidade. Uma compreensão efetiva desses conceitos nos permite entender o comportamento da Probabilidade em situações reais, proporcionando, ao mesmo tempo, uma visão crítica na interpretação de declarações probabilísticas (Gal, 2005).

A aleatoriedade se refere àqueles eventos que ocorrem sem motivações determinísticas. Em situações reais, o comportamento da aleatoriedade nos eventos pode conduzir a interpretações equivocadas (Matthews, 2017). Assim, ao lidar com situações aleatórias em contextos reais, é comum que as pessoas busquem enxergar padrões, quando, na verdade, eles não existem. Matthews (2017, p. 48) defende que:

A verdadeira aleatoriedade não tem causa ou motivo, e, em última análise, é desprovida de padrões. Mas isso não significa que não tenha todos os padrões em toda escala. De fato, nas escalas em que a encontramos, a aleatoriedade é chocantemente propensa a produzir regularidades que seduzem a nossa mente ávida de padrões.

Como aponta Matthews (2017), nossa mente é facilmente atraída por padrões, mesmo em eventos aleatórios. Um exemplo disso são os resultados de sorteios da loteria, nos quais geralmente tentamos identificar sequências ou buscar uma lógica para os números sorteados.

Complementarmente, Bryant e Nunes (2012) destacam que a compreensão conceitual da independência de eventos sucessivos em uma sequência aleatória é fundamental para a aprendizagem sobre a aleatoriedade. Sobretudo, quando buscamos enxergar esses padrões onde eles não existem. Ou seja, quando pensamos no lançamento repetido de uma moeda justa, cada lançamento é independente dos outros. Assim, se obtivermos em dois lançamentos consecutivos duas caras, isso não afetará a Probabilidade de obter cara ou coroa no próximo lançamento.

Outra grande ideia importante para se compreender é a variação na ocorrência de eventos probabilísticos. Gal (2005) destaca que esse conceito está diretamente relacionado ao Significado Frequentista de Probabilidade (Batanero, 2005), no qual o foco deve estar direcionado para a frequência relativa desses eventos em muitas repetições e não nos valores absolutos dos resultados.

Essa discussão sobre o conceito de variação também é apresentada por Matthews (2017), na qual ele denomina como lei das médias, concluindo que “se quisermos entender a ação do acaso sobre os eventos, devemos focalizar não cada evento individual, mas suas frequências relativas” (Matthews, 2017, p. 15). Essas discussões podem auxiliar, por exemplo, na compreensão crítica quanto ao tamanho da amostra analisada em situações reais ou por meio de experimentos, como no lançamento de moedas e dados.

b) Cálculo de Probabilidade:

O segundo elemento de conhecimento se refere aos cálculos probabilísticos, sendo mecanismos utilizados para quantificar e compreender as estimativas probabilísticas. Ao se referir ao cálculo de Probabilidade, Gal (2005) cita três dos cinco significados de Probabilidade (Batanero, 2005), os quais são frequentemente abordados no ensino: o clássico, frequentista e o subjetivo. Esses significados se destacam pela apresentação procedimental das diferentes representações quantitativas de Probabilidade, tais como, frações, porcentagens, representações gráficas, razões, entre outras utilizadas em sala de aula.

Ainda em relação aos cálculos probabilísticos, Gal (2005) chama a atenção, enfatizando que essa não é a única maneira de realizar estimativas probabilísticas, pois em situações reais, a Probabilidade não pode ser calculada de maneira simples e direta, indicando haver diferentes maneiras de expressar essa estimativa, seja ela com elementos quantitativos ou qualitativos.

c) A Linguagem Probabilística:

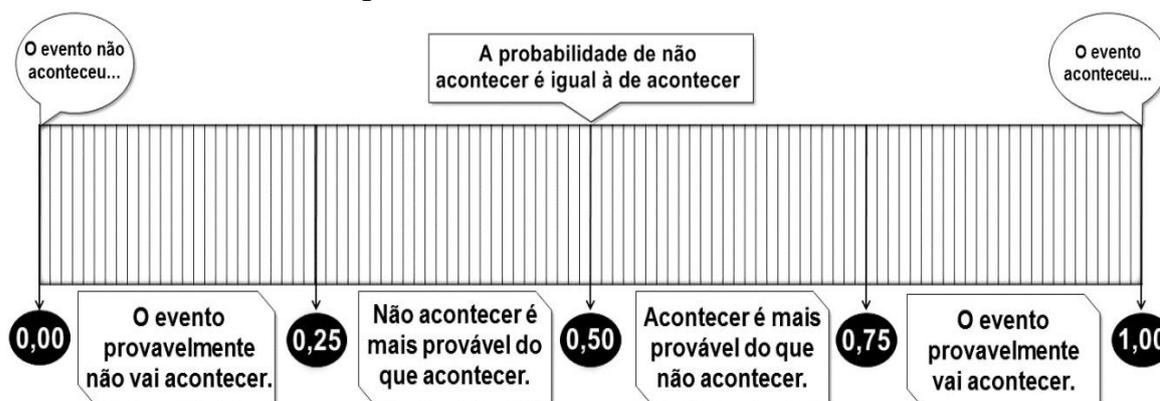
Ao mencionar o terceiro elemento de conhecimento, Gal (2005) destaca dois pontos fundamentais que não têm sido explorados suficientemente na literatura educacional, que seria a discussão sobre a comunicação da Probabilidade em situações abstratas e reais.

O autor enfatiza a necessidade de saber lidar com as declarações numéricas e verbais, e que as pessoas devem ser motivadas a expressar suas compreensões e pensamentos sobre as declarações probabilísticas, tanto oralmente quanto por escrito, buscando melhorar suas habilidades na escolha da linguagem apropriada ao lidar com situações de incerteza.

Dessa forma, o contato com diversas experiências que envolvem diferentes tipos de declarações probabilísticas, sejam numéricas e/ou verbais, é considerado um dos caminhos para atingir uma compreensão eficaz da linguagem.

Nessa perspectiva, Aczel (2007) apresenta uma interpretação qualitativa da Escala Numérica de Probabilidade (0 a 1), que parece-nos ser um importante recurso de linguagem probabilística para introduzir discussões sobre a ocorrência de eventos e trabalhar com discussões envolvendo a natureza não determinística da Probabilidade, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Escala numérica de Probabilidade



Fonte: Elaborado pelo autor com base no modelo proposto por Aczel (2007).

Na escala apresentada na Figura 2, destaca-se que eventos com probabilidades entre 0,00 e 0,25 são caracterizados como eventos que provavelmente não acontecerão. No intervalo de 0,25 a 0,50 a não ocorrência é caracterizada como mais provável do que a ocorrência. Quando a Probabilidade é exatamente 0,50 caracteriza-se que a ocorrência do evento tem igual Probabilidade da não ocorrência.

No intervalo de 0,50 e 0,75, a ocorrência do evento é caracterizada como mais provável do que a não ocorrência e entre 0,75 e 1,00 caracteriza-se que o evento provavelmente ocorrerá. Além disso, os dois extremos, quando representados pelo 0,00, significa que o evento não aconteceu e quando representado pelo 1,00 indica a certeza do acontecimento do evento. A linguagem adotada é apenas uma estimativa do que se espera que possa acontecer, mas nenhum dos intervalos mencionados confirma com certeza o acontecimento ou não dos eventos.

Além da Escala Numérica mencionada, a familiaridade com diferentes termos, conceitos e representações se faz necessária, pois permite uma melhor interpretação de como os eventos estão sendo comunicados, especialmente na análise de declarações probabilísticas (Gal, 2005). Isso porque essas declarações incorporam elementos do conhecimento e disposicional, tanto na formulação quanto na interpretação.

Por exemplo, na declaração **“Há uma boa chance de chuva”**, as pessoas podem atribuir valores percentuais distintos para a mesma declaração, sendo influenciadas pelo contexto ou por crenças pessoais. Essas interpretações estão presentes também em outras situações, além do exemplo mencionado, destacando assim a importância da linguagem na compreensão de situações probabilísticas.

d) Contexto:

A consideração do Contexto pode proporcionar uma reflexão para além das Grandes Ideias, cálculos probabilísticos e linguagem. Nesse sentido, Gal (2005) enfatiza que o conhecimento de Contexto está vinculado a uma análise mais aprofundada da conjuntura na qual os dados se relacionam. Assim, é necessário que a pessoa estabeleça leituras críticas da realidade social, econômica e cultural do mundo em que vive. O autor ressalta que o conhecimento do Contexto é essencial no ensino de Probabilidade, por favorecer o entendimento de muitos dos questionamentos sobre a relevância de se estudar a onipresença da Probabilidade em diferentes áreas das nossas vidas.

Ao problematizar sobre o conhecimento de Contexto, Gal (2005) propõe associar dez diferentes **áreas-chave** (Figura 3) que nos permitem explorar os diversos conceitos probabilísticos e aprender sobre a Probabilidade. Essas **áreas-chave** são essenciais para o ensino, pois em sala de aula os estudantes geralmente resolvem situações de Probabilidade descontextualizadas, focadas apenas na manipulação matemática. Conseqüentemente, acabam deixando de desenvolver habilidades críticas necessárias para enfrentar situações reais (Gal, 2005).

Figura 3 - Representação das dez áreas-chave para discussão sobre Probabilidade



Fonte: Elaborado pelo autor com base no modelo proposto por Gal (2005).

As dez **áreas-chaves** apresentadas na Figura 3 ilustram alguns dos espaços nos quais a Probabilidade se faz presente no nosso cotidiano. Assim, é possível notar que muitos dos problemas probabilísticos que podem ser observados nessas áreas exigem de nós não apenas um raciocínio matemático e procedimental, mas também outros tipos de conhecimento, como o conhecimento de mundo, mencionado anteriormente.

Essas áreas estão relacionadas, por exemplo, ao observarmos as previsões climáticas apresentadas nos telejornais, ou às variações na bolsa de valores, que nos

incentivam a tomar decisões sobre a movimentação das ações (compra e venda), quando decidimos adquirir bilhetes para participar de sorteios da loteria. Na saúde pública, como os riscos atuais de infecção por dengue no Brasil.

Essas e outras **áreas-chave** presentes no modelo buscam desenvolver o raciocínio crítico para uma interpretação coerente das informações probabilísticas que enfrentamos, promovendo reflexões sobre nossas crenças e superando as restrições que geralmente são observadas nos currículos escolares, onde o ensino se concentra muitas vezes, na utilização dos significados clássico e frequentista de Probabilidade, especialmente em relação à **área-chave** de jogos de azar e apostas (Eugênio, 2019).

e) Questões Críticas:

O último elemento de conhecimento se refere às Questões Críticas, que apresentam reflexões necessárias para compreender as informações probabilísticas. Essas questões incentivam o desenvolvimento de habilidades críticas, fundamentais para avaliar a confiabilidade da mensagem probabilística apresentada. Nesse sentido, Gal (2005) propõe alguns pontos que devem ser analisados em declarações probabilísticas, conforme destacado no Quadro 1.

Quadro 1 - Questões Críticas para compreensão de declarações probabilísticas

1-	Contexto: Qual é a natureza do domínio sobre a qual uma declaração probabilística está sendo feita? Em que medida as situações em questão envolvem aleatoriedade, independência, variação etc.?
2-	Fonte: Quem é a fonte de uma afirmação probabilística (por exemplo, organização, pessoa), e quais são suas qualificações, experiência, características e motivos?
3-	Processo: Como essa fonte chegou à afirmação feita? Que tipos de fontes de informação foram usadas (por exemplo, uma análise “clássica” de eventos equiprováveis; informações frequentistas ou dados relacionados, como estatísticas oficiais ou resultados de estudos; estimativas subjetivas)? Qual é a relevância desses dados para o problema em questão e qual é sua qualidade? Se várias fontes foram usadas, como as informações foram integradas ou os conflitos entre as fontes de dados foram resolvidos?
4-	Significado da mensagem: Qual é o significado da declaração probabilística? Está sendo feita de que forma (numérica ou verbal) e deve ser traduzida ou representada de outra maneira para ser esclarecida? A que se refere exatamente a declaração de Probabilidade? (A questão do significado pode surgir quando uma declaração pode “ser confundida” $P(A B)$ e $P(B A)$ ou quando uma fonte usa frases de Probabilidade vagas).
5-	Interpretação reflexiva: Como a mensagem deve ser interpretada? Deveria ser questionada, dado o que é conhecido sobre o contexto, a fonte, a derivação, processo e a clareza do significado da mensagem? Quão razoáveis são as estimativas feitas à luz do conhecimento mundial? É possível haver suposições, e conhecimentos podem ser errados? Ou é possível que a Probabilidade estivesse

superestimada ou subestimada pela fonte que a gerou, devido a autoatendimento, interesses, motivos ocultos, aversão ao risco etc.?

Fonte: Gal (2005, p. 62, tradução nossa).

Nessas Questões Críticas, Gal (2005) enfatiza a presença de diversas reflexões. O autor destaca que, para a Probabilidade, essas Questões Críticas são mais abrangentes em comparação ao Letramento Estatístico (Gal, 2002), devido à complexidade das Grandes Ideias envolvidas, a variedade de métodos utilizados para calcular as probabilidades, assim como a necessidade de compreender as diferentes descrições probabilísticas (numéricas ou verbais).

Além disso, essas Questões Críticas buscam contemplar características das Grandes Ideias, Cálculos de Probabilidades, Linguagem e Contexto. Para além dos elementos do conhecimento, as Questões Críticas também permitem questionamentos adicionais relacionados às crenças e posturas críticas (elementos disposicionais). Cabe ressaltar, que nem toda situação exigirá a consideração de todos esses pontos, mas mantê-los em mente é relevante ao refletir sobre qualquer situação probabilística (Gal, 2005).

2.2.2 Elementos Disposicionais

O modelo de Letramento Estatístico (Gal, 2002), conforme apresentado na Seção 2.2, serviu como base para a construção do Letramento Probabilístico (Gal, 2005). Este último, embora tenha contemplado uma discussão bem fundamentada sobre os elementos do conhecimento, carece de discussões relacionadas aos elementos disposicionais.

Considerando que o modelo de Letramento proposto por Gal (2002, 2005) se constitui pela relação entre os elementos do conhecimento e os disposicionais, decidimos revisitar a sua abordagem do Letramento Estatístico, para explorar as relações entre os elementos disposicionais de ambos os modelos, buscando contribuir para uma melhor compreensão desses tópicos disposicionais que também são apresentados no Letramento Probabilístico.

As disposições definidas por Gal (2002) se relacionam com a motivação pessoal que nos impulsiona pela busca do conhecimento. No campo da Estatística ou da Probabilidade, essas disposições mobilizam nas pessoas, ações questionadoras,

o compartilhamento de opiniões, julgamentos e entre outras manifestações diante das situações enfrentadas pelas pessoas. O autor destaca que:

[...] pode ser um processo mental interno, como pensar sobre o significado de uma mensagem que você leu ou fazer mentalmente algumas perguntas críticas e refletir sobre elas [...] pode também assumir uma postura externa, como reler uma notícia, analisar um gráfico encontrado no jornal [...] discutir com colegas sobre as conclusões de um estudo que você ouviu na TV (Gal, 2002, p. 20, tradução nossa).

No Letramento Estatístico (Gal, 2002), a estrutura dos elementos disposicionais está organizada em: Postura Crítica e Crenças e Atitudes. Já na elaboração do Letramento Probabilístico (Gal, 2005), foi adicionado um terceiro tópico, organizando-os em: Postura Crítica; Crenças e Atitudes; e os Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

a) Postura Crítica:

A Postura Crítica apresentada por Gal (2002) representa o primeiro movimento pessoal e espontâneo que devemos adotar quando nos deparamos com informações que possam ser enganosas ou inicialmente pouco compreensíveis. Assumir uma postura questionadora torna-se essencial para ser possível aproximar a informação disponível com os dados que fundamentaram sua elaboração.

Essa Postura Crítica apresenta as mesmas características tanto na Estatística como na Probabilidade, visto que o autor indica que essa ação auxilia as pessoas, possibilitando que não corram o risco de agir ou compartilhar informações sem ao menos entender completamente a natureza dos dados que estão sendo apresentados;

b) Crenças e Atitudes:

As Crenças e Atitudes referem-se aos elementos mais subjetivos do Letramento Probabilístico. As crenças podem ser conceituadas como “entendimentos, premissas ou proposições psicologicamente sustentadas sobre o mundo, as quais são consideradas verdadeiras [...] as crenças podem ser pensadas como lentes que afetam a visão de algum aspecto do mundo” (Philipp, 2007, p. 259, tradução nossa). Gal (2002) aborda sobre essas crenças, considerando-as como opiniões individuais motivadas por experiência ou fatores culturais que desempenham um papel importante na postura que assumimos ao vivenciar diferentes situações, sejam elas estatísticas ou probabilísticas. Além disso, o autor descreve a manifestação dessas

crenças em três diferentes tipos: por campo específico ou área de atuação, crença pessoal ou crença de contexto social.

A crença por campo específico ou área de atuação está relacionada ao nosso entendimento, seja ele favorável ou não, em relação aos eventos probabilísticos observados nas diferentes **áreas-chave** mencionadas na Seção 2.2.1. Por exemplo, podemos acreditar que as previsões climáticas divulgadas por um determinado jornal famoso são sempre precisas, gerando uma maior confiança sobre essas previsões.

A crença pessoal reflete a aceitação ou rejeição de alguém sobre uma área de discussão. Por exemplo, se uma pessoa gosta ou não de Probabilidade, essa crença revela se ela tem interesse ou evita tratar do assunto.

A crença de alguém pode se referir a um contexto social. Ela se manifesta quando a pessoa analisa dados sobre riscos sociais, havendo ou não uma aceitação. Por exemplo, durante a pandemia de Covid-19, quando informações sobre o aumento do risco de contágio da doença foram divulgadas, uma parcela da população demonstrou pouco interesse, talvez influenciada pela crença de que não se tratava de uma doença tão perigosa.

Com relação às **Atitudes**: Philipp (2007, p. 259, tradução nossa) as descreve como uma “maneira de agir, sentir ou pensar, que mostram a disposição ou opinião de alguém [...] as atitudes, assim como as emoções, podem envolver sentimentos positivos ou negativos”. Gal (2002) complementa essa definição ao enfatizar que as atitudes se manifestam no comportamento individual. Assim, algumas pessoas podem demonstrar interesse em se empenhar na compreensão de informações estatísticas e probabilísticas, enquanto outras podem não apresentar a mesma disposição.

Diante das discussões apresentadas no modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005), é fundamental dedicar atenção à exploração de situações que envolvam a utilização de dados reais. Essa prática permitirá que os elementos do conhecimento e disposicionais sejam explorados ao longo da aprendizagem de Probabilidade, fortalecendo não apenas a compreensão conceitual, mas também preparando os estudantes para lidar com suas Crenças e Atitudes ao interpretar informações probabilísticas em qualquer circunstância da vida.

Refletir sobre a aprendizagem de Probabilidade também envolve considerar como os professores de Matemática se relacionam com esse objeto de conhecimento. Na seção 2.3, apresentamos brevemente alguns estudos disponíveis na literatura que

discutem sobre lacunas no conhecimento probabilístico de professores de Matemática, manifestadas desde a Formação Inicial.

2.3 ALGUNS ESTUDOS SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

Alguns estudos publicados por autores do Brasil, Chile, México e de outros países revelam que os futuros professores de Matemática não conseguem alcançar uma compreensão satisfatória para ensinar a Probabilidade em sala de aula (Carvalho; Macedo, 2015; Cavalcante; Andrade; Régnier, 2016; Montaner; Martínez; Pérez, 2017; López-Mojica; Aké, 2019).

No Brasil, ao considerar as recentes atualizações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), observa-se que as competências específicas para o ensino de Matemática propõem que sejam desenvolvidas práticas pedagógicas que contribuam para a formação crítica dos estudantes, possibilitando que eles compreendam a relação entre o Objeto de Conhecimento Matemático e as suas vivências ao longo da vida. Nesse contexto, é necessário refletir sobre como as discussões relacionadas à Probabilidade são vivenciadas pelos futuros professores ao longo da Formação Inicial.

Carvalho e Macedo (2015) destacam em seu estudo que a oferta de disciplinas relacionadas à **Estatística e Probabilidade** na Formação Inicial de professores de Matemática direcionam geralmente as suas discussões para o uso exclusivo de fórmulas matemáticas e problemas descontextualizados. Consequentemente, essa postura passará a ser reproduzida na prática desse futuro professor em sala de aula, uma vez que o mesmo não possuirá conhecimentos específicos que possibilitem uma discussão mais ampla e contextualizada no ensino de Probabilidade. No estudo desenvolvido com um grupo de licenciandos de Matemática matriculados na disciplina de **Estatística e Probabilidade**, os autores utilizaram uma sequência de atividades para explorar alguns conceitos probabilísticos. Os resultados revelaram que esses licenciandos possuíam maior familiaridade com a compreensão clássica de Probabilidade, considerada por eles a abordagem mais adequada para resolver problemas envolvendo a Probabilidade.

Nesse sentido, Carvalho e Macedo (2015) sugerem que ao longo da Formação Inicial sejam promovidas discussões que aprofundem o conhecimento conceitual de

Probabilidade, explorando estratégias de ensino que estejam conectadas com a realidade, buscando garantir que as discussões estejam alinhadas às competências da BNCC e contribuam para a formação cidadã dos estudantes.

Cavalcante, Andrade e Régnier (2016) também observaram uma fragilidade na compreensão das noções básicas de Probabilidade entre os licenciandos participantes. Os autores sugerem a necessidade de se pensar em disciplinas ao longo da Formação Inicial que possibilitem um aprofundamento na compreensão conceitual da Probabilidade. Os autores destacam que no ensino de Matemática é muito comum observar a realização de cálculos matemáticos em busca de um valor determinístico final. No entanto, embora o ensino de Probabilidade esteja inserido na Matemática, a sua natureza não é determinística. Assim, propõem que as disciplinas ofertadas na Formação Inicial sejam reavaliadas, para que os futuros professores de Matemática tenham a oportunidade de compreender, além dos procedimentos técnicos dos cálculos probabilísticos, como a Probabilidade e os seus conceitos se manifestam no nosso cotidiano.

Montaner, Martínez e Pérez (2017) realizaram um estudo com um grupo de professores de Matemática do Chile. Os autores observaram que esses professores enfrentavam dificuldades na interpretação de situações probabilísticas contextualizadas com dados reais. No estudo, foi utilizado um questionário explorando diferentes situações probabilísticas. Em uma delas, os professores foram questionados sobre a Probabilidade de selecionar um bebê do sexo masculino em uma cidade chilena. Como resultado, verificou-se que as respostas estavam baseadas na compreensão clássica da Probabilidade, sendo adotada como resposta, a Probabilidade teórica de 50%. As análises do estudo indicaram que, por mais que a Probabilidade teórica do nascimento de uma criança do sexo masculino ou feminino seja de 50%, as respostas atribuídas pelos professores desconsideravam as variações nos registros de nascimentos ocorridos naquela cidade chilena. Isso porque, os dados oficiais do governo indicavam que o número de nascimentos de meninos era superior ao de meninas. Com esses resultados, percebe-se que conforme discutimos no modelo de Letramento Probabilístico, os professores não mobilizaram, por exemplo, habilidades dos elementos disposicionais ou até mesmo as Questões Críticas dos elementos do conhecimento, para ter uma interpretação mais contextualizada da Probabilidade. Ou seja, mais uma vez a atenção ficou

direcionada para o valor teórico do evento, desconsiderando a natureza não determinística da Probabilidade.

No México, López-Mojica e Aké (2019) também investigaram as compreensões de Probabilidade de um grupo de licenciandos e identificaram lacunas semelhantes às que foram destacadas nos estudos anteriores. Os licenciandos compreendiam a Probabilidade como mais um conteúdo Matemático composto por regras e fórmulas, demonstrando pouca familiaridade com outros tipos de discussão. Com base nos resultados, os autores sugerem que, durante a formação, é necessário proporcionar aos futuros professores oportunidades de discussão conceitual que vão além de cenários manipulativos, explorando aspectos como interpretação, argumentação e tomada de decisões em situações contextualizadas.

As discussões desses estudos sugerem a necessidade de promover ao longo da Formação Inicial de professores de Matemática, propostas que explorem elementos do Letramento Probabilístico (Gal, 2005), buscando mobilizar habilidades críticas nos futuros professores. Rodriguez-Alveal, Diaz-Levicoy e Vasquez-Ortiz (2018), reforçam a necessidade de abordar tanto os elementos do conhecimento quanto os disposicionais na formação desses professores, valorizando cada vez mais as discussões conceituais e não apenas os aspectos processuais.

Na seção seguinte apresenta-se uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) realizada em repositórios brasileiros para analisar como o modelo de Letramento Probabilístico é abordado nas pesquisas no Brasil.

3 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Nesta seção, apresentamos aspectos de um estudo bibliográfico acerca de pesquisas realizadas na perspectiva do Letramento Probabilístico no Brasil, por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), a qual responde a uma questão de pesquisa mais específica (De-la-Torre-Ugarte-Gualino; Takahashi; Bertolozzi, 2011).

A RSL é um método de pesquisa com um design planejado que pode ser reproduzida novamente por outras pessoas. Como apontado por De-la-Torre-Ugarte-Gualino, Takahashi e Bertolozzi (2011, p. 1261), “Cada um desses momentos é planejado no protocolo da RS considerando critérios que os validam, para minimizar o viés e outorgar qualidade à metodologia”. Através desse tipo de pesquisa, é possível conhecer a diversidade de trabalhos produzidos sobre um determinado tema e identificar possíveis lacunas que ainda carecem de estudos (Sampaio; Mancini, 2007).

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA RSL

A revisão apresentada a seguir tem como objetivo analisar como as discussões sobre o Letramento Probabilístico (Gal, 2005) têm sido abordadas em pesquisas acadêmicas brasileiras. Além disso, buscamos verificar a existência de estudos que explorem o Letramento Probabilístico no contexto da Formação Inicial de professores. No intento de se aproximar do cenário atual das pesquisas sobre o assunto, iniciamos a nossa pesquisa com a seguinte questão: Como o Letramento Probabilístico tem sido investigado em pesquisas brasileiras, no que se refere à Formação Inicial de professores?

Para realização desta pesquisa, realizamos buscas em dois repositórios de teses e dissertações para consulta. O primeiro deles é o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Brasil, 2023a). Este repositório disponibiliza dados oriundos da Plataforma Sucupira e tem como objetivo facilitar o acesso ao banco de teses e dissertações defendidas nos programas de pós-graduação do Brasil. No entanto, não há no repositório uma função que informa a quantidade total de trabalhos disponíveis em seu banco de dados.

O segundo repositório escolhido foi a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), vinculada ao Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia (IBICT), um órgão nacional de pesquisa do Ministério da Ciência, Tecnologia e

Inovação (Brasil, 2023b). Este repositório integra 136 instituições de ensino e pesquisa do Brasil e até o momento da realização desta pesquisa contava com um acervo total de 842.955 trabalhos publicados, dos quais 616.981 são dissertações e 225.974 são teses.

Os repositórios foram selecionados por estarem integrados às diversas instituições públicas brasileiras, valorizando as produções no âmbito nacional. É importante ressaltar que os repositórios mencionados são de livre acesso, e os endereços eletrônicos fornecidos foram acessados no segundo semestre de 2023.

Na realização da pesquisa, decidimos por não utilizar os filtros de busca, nem a opção de busca avançada, levando em consideração a premissa de que a temática em questão é um objeto de discussão recente nas pesquisas acadêmicas brasileiras. Tal escolha busca evitar a exclusão de trabalhos relevantes para a revisão, pois em algumas pesquisas as expressões de busca nem sempre aparecem diretamente nos títulos. Nesse sentido, optamos por conduzir uma pesquisa abrangente em ambos os repositórios, buscando incluir o maior número possível de trabalhos relacionados ao Letramento Probabilístico.

A expressão de busca principal utilizada nos repositórios foi “Letramento Probabilístico”, inserida entre aspas duplas para garantir que os resultados incluíssem exatamente essa expressão. Além disso, o pesquisador decidiu adicionar termos relacionados à formação de professores, buscando ampliar o número de trabalhos na pesquisa. Para isso, foram realizadas buscas combinadas, utilizando operadores booleanos, especificamente “AND”, que em português representa o “E”, permitindo combinar duas ou mais expressões. As combinações de busca incluíram: “Letramento Probabilístico” AND “Formação Inicial” e “Letramento Probabilístico” AND “Formação de Professores”.

Além disso, considerando que alguns autores brasileiros traduzem a expressão “literacy” para alfabetização ou literacia, incluímos nas buscas as expressões “Alfabetização Probabilística” e “Literacia Probabilística”. Essas expressões também foram combinadas com “Formação Inicial” e “Formação de Professores”. Os resultados das buscas estão listados no Quadro 2.

Quadro 2 - Resultado das expressões de busca utilizadas nos repositórios

Catálogo de Teses e Dissertações – BDT da CAPES	Resultados		Total (Tese + Dissertação)
	Tese	Dissertação	
Expressão de busca e operadores booleanos			
“Letramento Probabilístico”	04	11	15
“Letramento Probabilístico” AND “Formação Inicial”	01	01	02
“Letramento Probabilístico” AND “Formação de Professores”	03	01	04
“Alfabetização Probabilística”	00	01	01
“Alfabetização Probabilística” AND “Formação Inicial”	00	00	00
“Alfabetização Probabilística” AND “Formação de Professores”	00	00	00
“Literacia Probabilística”	00	01	01
“Literacia Probabilística” AND “Formação Inicial”	00	00	00
“Literacia Probabilística” AND “Formação de Professores”	00	00	00
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD	Resultados		Total (Tese + Dissertação)
Expressão de busca e operadores booleanos	Tese	Dissertação	
“Letramento Probabilístico”	03	08	11
“Letramento Probabilístico” AND “Formação Inicial”	00	01	01
“Letramento Probabilístico” AND “Formação de Professores”	01	00	01
“Alfabetização Probabilística”	00	01	01
“Alfabetização Probabilística” AND “Formação Inicial”	00	00	00
“Alfabetização Probabilística” AND “Formação de Professores”	00	00	00
“Literacia Probabilística”	00	01	01
“Literacia Probabilística” AND “Formação Inicial”	00	00	00
“Literacia Probabilística” AND “Formação de Professores”	00	00	00
Total (Capes + BDTD):	12	26	38

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para um refinamento mais preciso dos resultados, adotamos como critério de inclusão os trabalhos que estavam disponíveis na íntegra, produções em língua portuguesa pertencente a instituições brasileiras, sem limite temporal. Como critério de exclusão, foram desconsiderados os trabalhos que apresentavam repetição e aqueles que não tinham relação com o objetivo desta pesquisa.

3.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO DA RSL

3.2.1 Caracterização dos trabalhos selecionados

Após a realização das buscas, identificamos um total de 38 trabalhos, distribuídos em 12 teses e 26 dissertações. Adotamos nesta etapa o critério de exclusão por repetição. Dos 38 trabalhos identificados, 17 apresentaram repetição e foram eliminados, resultando em 21 trabalhos (5 teses e 16 dissertações) que foram considerados para as análises seguintes.

Posteriormente, durante a leitura dos resumos, utilizamos o critério de exclusão de trabalhos que não estavam relacionados ao objetivo da pesquisa, resultando na eliminação de dois trabalhos. Ao final desse processo, restaram 5 teses e 14 dissertações, as quais estão apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 - Dissertações e Teses incluídas para análise

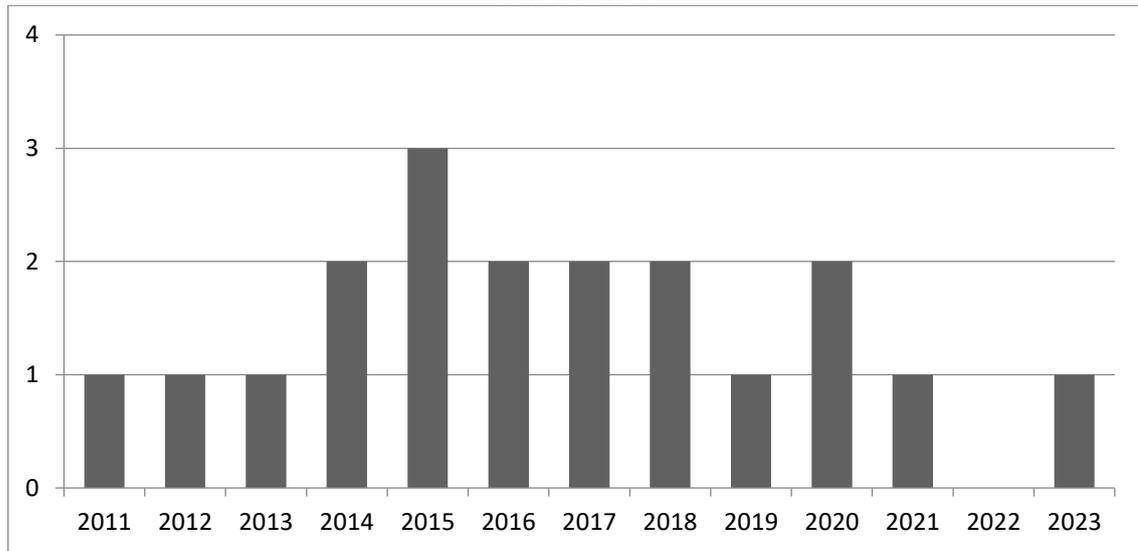
Nº	Autor/ano	D/T	Título do Trabalho
01	Ferreira (2011)	D	Ensino de Probabilidade com o uso do programa R numa perspectiva construcionista
02	Vita (2012)	T	Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos
03	Tonouti (2013)	D	Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental
04	Oliveira (2014)	D	Probabilidade condicional proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representação semióticas
05	Santos (2014)	D	Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de Probabilidade por estudantes cegos e videntes
06	Guimarães (2015)	T	Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de Probabilidade mediada pela maquete tátil
07	Caberlim (2015)	D	Letramento probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios por alunos
08	Nogueira (2015)	D	Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade
09	Grenchi (2016)	T	Contribuições de um programa de ensino para o letramento probabilístico na educação básica
10	Silva (2016)	D	É a moeda quem diz, não é a gente quem quer não: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos

11	Custódio (2017)	D	Letramento probabilístico: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor
12	Moraes (2017)	D	Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do ensino fundamental
13	Rodrigues (2018)	T	Estudo sobre as concepções de professores do ensino básico em relação à aleatoriedade e Probabilidade
14	Silva (2018)	D	Letramento estocástico: uma possível articulação entre os letramentos estatístico e probabilístico
15	Eugênio (2019)	T	Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental: um processo de formação dialógica com professores de Matemática
16	Castilho (2020)	D	O ensino de Probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística
17	Silva (2020)	D	Uma sequência de atividades de Letramento Probabilístico em uma abordagem pelo modelo teórico dos campos semânticos
18	Marques (2021)	D	Introdução ao conceito de Probabilidade e o jogo Franc Carreau: uma abordagem pelo enfoque frequentista
19	Silva (2023)	D	Probabilidade subjetiva no Ensino Médio: constituição de indicadores epistêmicos e o conhecimento de estudantes

Fonte: Elaborado pelo autor.

As pesquisas identificadas estão compreendidas no período de 2011 até 2023, destacando-se o ano de 2015 com o maior número de trabalhos abordando o Letramento Probabilístico, sendo uma tese e duas dissertações. Do conjunto de 19 trabalhos analisados, identificamos que estes estão concentrados nas regiões Sudeste e Nordeste do país, especialmente o estado de São Paulo, responsável por 12 publicações. É importante ressaltar que ao longo dos últimos 13 anos, apresentados no Gráfico 1, o ano de 2022 destaca-se pela ausência de registros de pesquisas com a abordagem do Letramento Probabilístico.

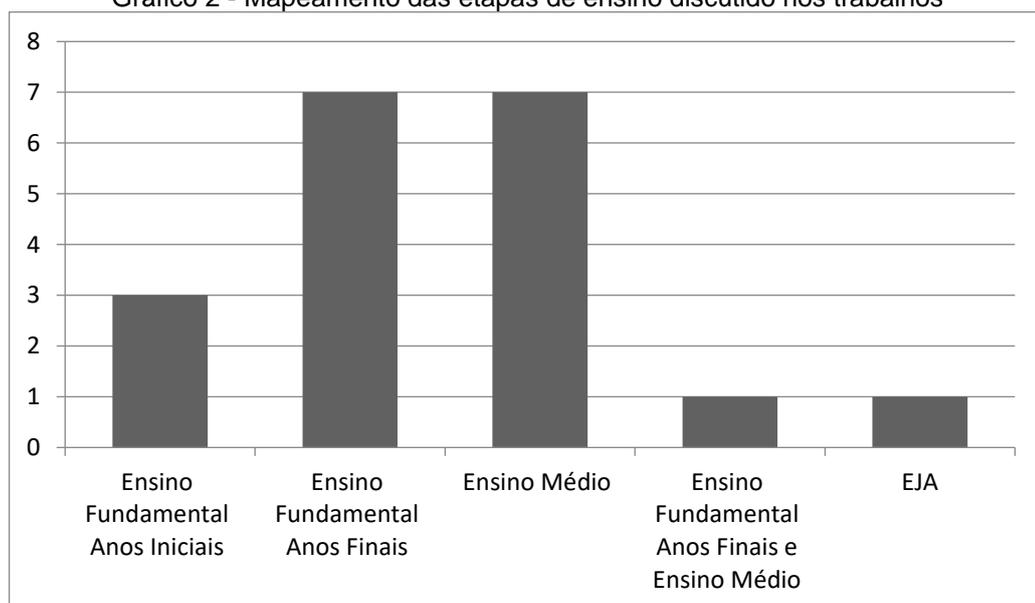
Gráfico 1 - Distribuição por ano de defesa das Dissertações e Teses com abordagem do Letramento Probabilístico



Fonte: Elaborado pelo autor.

Feitas essas considerações, observamos também uma concentração significativa das discussões como foco nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, cada um com uma quantidade equivalente de sete trabalhos. Além disso, notamos a presença de três trabalhos com foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Há também uma pesquisa que estabelece relações entre o Ensino Fundamental e Médio, assim como uma pesquisa com estudantes de uma turma de Educação de Jovens e Adultos (EJA), conforme apresentado no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Mapeamento das etapas de ensino discutido nos trabalhos



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.2 Letramento Probabilístico nas produções brasileiras

Nesta subseção, apresentamos as análises das dissertações e teses a partir das características que se assemelham, seja com relação ao uso de um mesmo recurso adaptado em diferentes trabalhos, às abordagens metodológicas, outras perspectivas teóricas além do Letramento Probabilístico, os trabalhos que realizaram análise de livros didáticos, aqueles que exploraram situações com dados reais nas discussões do Letramento Probabilístico, as abordagens do modelo de Letramento, se os trabalhos concentram suas discussões mais nos elementos do conhecimento ou nos disposicionais e, ao final, buscaremos responder à questão de pesquisa verificando se foram identificados trabalhos com discussões sobre o Letramento Probabilístico na Formação Inicial de professores.

a) Dissertações e teses que utilizaram orientações da sequência de ensino dos passeios aleatórios:

Entre os anos de 2011 e 2017, diversos trabalhos publicados exploraram as contribuições da Sequência de Ensino Passeios Aleatórios de Carlinha (Cazorla, Kataoka, Nagamine, 2010), com o intuito de aprofundar a compreensão de conceitos fundamentais de Probabilidade, como espaço amostral, experimento determinístico e aleatório, entre outros.

Ao analisar as pesquisas de Ferreira (2011), Vita (2012), Santos (2014), Guimarães (2015), Nogueira (2015), Silva (2016), e Moraes (2017), observa-se a utilização de títulos como **passeios aleatórios da Mônica** ou **passeios aleatórios de Jefferson**. Essas terminologias apresentam propostas similares com o modelo original, porém com adaptações específicas em relação às diferentes etapas de escolaridade de cada pesquisa, bem como ao público-alvo envolvido em cada contexto investigado.

Ferreira (2011) conduziu um estudo introduzindo para os participantes os conhecimentos básicos de manipulação do software R e posteriormente realizou uma adaptação da sequência **Passeios aleatórios de Carlinha** para realizar um experimento com esses participantes envolvendo os conceitos probabilísticos, explorando os cinco elementos do conhecimento do Letramento Probabilístico.

As pesquisas de Vita (2012) e Santos (2014) estabelecem conexões significativas em suas discussões ao abordarem a utilização de maquetes táteis para o ensino de conceitos básicos de Probabilidade para estudantes com deficiência

visual. A pesquisa de Vita (2012) concentrou-se na investigação das potencialidades da maquete para a aprendizagem desses conceitos, enquanto Santos (2014) buscou uma adaptação no trabalho de Vita (2012), através de estratégias inclusivas com a participação de estudantes cegos e videntes, buscando analisar como eles associam os conceitos probabilísticos em Pictogramas 3D.

Vita (2012) enfatiza que o material foi avaliado como eficiente, embora tenham sido identificadas algumas limitações, principalmente relacionadas à falta de autonomia direta dos estudantes na manipulação do recurso. Por outro lado, Santos (2014) destaca uma boa aceitação do material, especialmente devido ao trabalho em dupla desenvolvido envolvendo estudantes cegos e videntes. A autora sugere que o material pode ser considerado um recurso excepcional para promover o desenvolvimento do Letramento Probabilístico.

Guimarães (2015) realizou uma ampliação do estudo de Vita (2012) e Santos (2014) em relação à utilização da maquete tátil. A autora utilizou o mesmo recurso com algumas adaptações para vivenciar de forma dinâmica em sala de aula os conceitos fundamentais de Probabilidade com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na abordagem foi possível explorar os elementos do conhecimento proposto no modelo de Letramento Probabilístico, estimulando o raciocínio crítico dos estudantes quando convidados a avaliarem as situações propostas.

Nogueira (2015) desenvolveu um trabalho abordando os conceitos básicos de Probabilidade, utilizando como referência a sequência de ensino **Passeios aleatórios de Carlinha**. Dessa forma, o autor identificou que, em relação à Teoria dos Campos Conceituais, a diversidade de situações apresentadas na sequência possibilitou a evolução conceitual dos estudantes em relação aos conceitos probabilísticos.

Silva (2016) realizou uma adaptação da sequência para uma proposta em formato de jogo. Com isso, a autora buscou analisar em seu trabalho, o conhecimento dos estudantes em relação à aleatoriedade, espaço amostral e comparação de probabilidades, por meio de dois jogos intitulados **Travessia do Rio** e **Passeios Aleatórios da Rute**. Durante a realização dos jogos, os estudantes responderam entrevistas clínicas, que foram elaboradas buscando emparelhar questionamentos em ambos os jogos, permitindo identificar a contribuição dos mesmos para uma melhor compreensão do raciocínio desses estudantes.

Como resultado, Silva (2016) destacou que as atividades desenvolvidas com os jogos contribuíram para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico,

especialmente ao contemplar discussões dos elementos do conhecimento e os disposicionais, enfatizando as contribuições do uso desses instrumentos no desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Moraes (2017) buscou descrever e analisar um cenário de ensino e aprendizagem do conceito de Probabilidade por meio de duas etapas. Na primeira etapa, foram desenvolvidas um conjunto de atividades explorando a linguagem probabilística, discussões sobre a Probabilidade clássica e frequentista, bem como o trabalho com análise combinatória. Já na segunda etapa, buscou verificar as contribuições da sequência **Passeios Aleatórios da Mônica** para a compreensão dos conceitos básicos de Probabilidade, tais como situações determinísticas, espaço amostral, Probabilidade de eventos simples e compostos, experiência aleatória, frequência relativa, entre outros.

Os trabalhos mencionados anteriormente utilizaram a Sequência de Ensino **Passeios Aleatórios de Carlinha** como base para elaborar recursos que atendessem aos objetivos individuais dos pesquisadores e às necessidades identificadas em seus respectivos contextos de estudo. Percebe-se que esse recurso contribuiu de maneira significativa para diversos trabalhos, tanto nas perspectivas de ensino quanto no aspecto da inclusão. No Quadro 4, apresentamos os dados quantitativos dos trabalhos que utilizaram esse recurso.

Quadro 4 - Dissertações e Teses que utilizaram a Sequência Passeios Aleatórios

Usaram a Sequência passeios aleatórios	Não usaram a Sequência passeios aleatórios	Total
7	12	19

Fonte: Elaborado pelo autor.

b) Abordagens metodológicas das dissertações e teses incluídas:

Nas análises dos trabalhos, foram observadas também relações quanto às metodologias adotadas nas pesquisas. Ferreira (2011) e Oliveira (2014) adotaram o mesmo referencial metodológico (*Design Experiment*) e utilizaram o software R em seus estudos com estudantes do Ensino Médio.

Oliveira (2014) buscou, por meio de experimentos, relacionar os elementos do conhecimento com os Registros de Representação Semiótica, utilizando representações numéricas, gráficas, árvore de possibilidade, tabela de dupla entrada e dentre outras. O autor observou também que a utilização do software R contribuiu

para dinamizar o trabalho, promovendo a redução de cálculos e permitindo aos estudantes concentrarem-se nas discussões conceituais.

A Engenharia Didática é outro referencial metodológico presente nos trabalhos de Silva (2018), Castilho (2020) e Marques (2021). Silva (2018) e Marques (2021) concentraram seus estudos no Ensino Fundamental anos finais, enquanto Castilho (2020) direcionou seu estudo para estudantes do Ensino Médio. As pesquisas conduzidas por Silva (2018) e Marques (2021) desenvolveram um trabalho com discussões direcionadas para abordagem do significado frequentista de Probabilidade. Ambos os estudos utilizaram atividades de simulação para apresentar alguns conceitos probabilísticos, como variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza.

Silva (2018) visou integrar nas suas discussões o Letramento Estatístico e Probabilístico, empregando o experimento da soma das faces no lançamento de dois dados. Segundo o autor, essa abordagem contribuiu para o desenvolvimento do Letramento Estocástico dos estudantes. Por sua vez, Marques (2021) realizou uma simulação do jogo *Franc Carreau*, que consiste no lançamento de uma moeda em um piso de azulejos quadrados, onde os estudantes apostam na posição final da moeda em relação aos azulejos. Para a execução do jogo, foi desenvolvido um arquivo manipulativo no Geogebra para simular o lançamento da moeda no piso quadriculado.

No Ensino Médio, Castilho (2020) investigou a possibilidade de desenvolver o Letramento Probabilístico por meio de uma sequência didática, na qual situações e questionamentos eram apresentados aos estudantes. As situações exploravam conceitos e significados de Probabilidade, além de estimular reflexões sobre tomadas de decisão. Na metodologia adotada, o estudante participante desempenhava um papel ativo na construção do seu conhecimento, enquanto o pesquisador atuava como mediador do processo. Os resultados indicaram a necessidade de abordar a Probabilidade desde os anos iniciais, associada ao Letramento Probabilístico, visando promover a formação crítica dos estudantes.

Outras características metodológicas foram observadas nas pesquisas de Tonouti (2013) e Grenchi (2016), que analisaram as contribuições de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade. Sendo a primeira com foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental, enquanto a segunda direcionou-se aos anos finais. Ambos os autores adotaram, em suas pesquisas, uma metodologia experimental.

Tonouti (2013) desenvolveu um programa de ensino com atividades adaptadas de Nunes e outros colaboradores (2011). Essas atividades contemplaram discussões sobre os elementos do conhecimento, abordando a aleatoriedade, cálculos probabilísticos e Questões Críticas. O objetivo principal da pesquisa foi compreender como esse programa contribuiu para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico dos estudantes.

A metodologia empregada incluiu entrevistas clínicas piagetianas e intervenções em dois grupos: o grupo controle, que apenas respondeu aos testes e à entrevista, e o grupo aleatoriedade, que recebeu intervenções de ensino sobre Probabilidade. A distribuição dos participantes nos grupos foi realizada por meio de sorteio. Os resultados indicaram um desempenho positivo do grupo aleatoriedade durante o pós-teste, evidenciando um efeito benéfico das intervenções na compreensão dos conceitos de Probabilidade.

Grenchi (2016) desenvolveu um programa de ensino adaptado pelo Observatório de Educação da Universidade Anhanguera de São Paulo (OBEDUC – UNIAM). Durante as intervenções, os participantes foram organizados também em dois grupos: o grupo de intervenção e grupo controle desassistido.

No programa adaptado por Grenchi (2016), foram propostas oito atividades sobre Probabilidade e risco, abordando temas como previsibilidade de eventos, exploração de eventos imprevisíveis e improváveis, discussões sobre eventos mais prováveis e menos prováveis, além de contemplar discussões sobre espaço amostral, composição do espaço amostral por meio da utilização de diagramas de árvores e a quantificação da Probabilidade de eventos. As análises dos questionários (pré-teste e pós-teste) foram conduzidas por meio do software estatístico SPSS.

Assim como Tonouti (2013), Grenchi (2016) identificou que os estudantes participantes das intervenções sobre Probabilidade e risco apresentaram um desempenho total de acertos superior nas questões propostas na Atividade de Verificação (pós-teste), em relação ao grupo controle desassistido. Destacando que o programa de ensino sobre Probabilidade e risco ofereceu contribuições significativas para o Letramento Probabilístico dos estudantes desse grupo.

Além disso, Grenchi (2016) buscou avaliar com os professores desses estudantes por meio de uma entrevista semiestruturada as contribuições do programa em suas práticas em sala de aula. Concluindo que o programa de ensino proporcionou mudanças na condução das aulas desses professores, configurando-se como um

meio didático relevante para mobilizar o Letramento Probabilístico na Educação Básica.

Além das metodologias supracitadas, os demais trabalhos analisados apresentavam outras diferentes metodologias que estavam direcionadas aos objetivos de cada pesquisa. No Quadro 5, apresentamos os resultados daquelas que mais se destacaram.

Quadro 5 - Abordagens metodológicas identificadas nos trabalhos

Metodologias	Total
Engenharia Didática	3
<i>Design Experiment</i>	2
Experimental - Programa de ensino adaptado	2
Outras	12
Total	19

Fonte: Elaborado pelo autor.

c) Perspectivas teóricas relacionadas com o Letramento Probabilístico das dissertações e teses analisadas:

Nas análises dos trabalhos, observaram-se também discussões que relacionavam a psicologia do desenvolvimento cognitivo e o Letramento Probabilístico. Oliveira (2014), Custódio (2017) e Moraes (2017) buscaram discutir a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Por outro lado, Caberlim (2015) e Nogueira (2015) trouxeram em suas discussões a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Em relação à Teoria dos Campos Conceituais, Caberlim (2015) visou diagnosticar os invariantes operatórios mobilizados pelos estudantes na resolução de situações problema. Para isso, foram desenvolvidas uma sequência de três situações didáticas, sendo a "**Urna de Bernoulli**", "**Urna de Pixels**" e o "**Jogo Franc-Carreau**", buscando explorar os estágios: concreto, pseudo-concreto e abstrato em situação proposta. Com isso, a autora destaca que os invariantes discutidos na pesquisa se relacionaram a todos os elementos do conhecimento presentes no Letramento Probabilístico.

Nogueira (2015), conforme mencionado na alínea da sequência de ensino dos passeios aleatórios, enfatizou que as situações vivenciadas em relação à Teoria dos Campos Conceituais contribuíram para a evolução conceitual de Probabilidade dos estudantes.

Em relação aos Registros de Representação Semiótica, Oliveira (2014), conforme mencionado na alínea das abordagens metodológicas, buscou discutir os elementos do conhecimento explorando diferentes representações, tais como numéricas, gráficas, árvore de possibilidade, tabela de dupla entrada, entre outras.

Custódio (2017) realizou uma análise documental das situações de aprendizagem presentes no caderno do professor do Ensino Médio. O autor avaliou as situações de aprendizagem desenvolvidas para a segunda série do Ensino Médio e as possíveis contribuições dessas situações para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico nos estudantes. Nas análises, o autor observou a relação entre a análise combinatória e a Probabilidade, considerando a multiplicidade de registros de representação semiótica nas diferentes formas de realizar os cálculos probabilísticos.

Custódio (2017) identificou que entre os diversos registros de representação semiótica presentes nas situações, o diagrama de árvore foi pouco explorado. O autor observou também que as limitações na capacidade de explorar diferentes representações semióticas prejudicam o desenvolvimento do Letramento Probabilístico, especialmente no que se refere aos elementos do conhecimento. Outro dado observado nas situações de aprendizagem presentes trata-se do privilégio pela abordagem do significado clássico de Probabilidade.

Moraes (2017) conforme mencionado na alínea da sequência de ensino dos passeios aleatórios desenvolveu o trabalho em duas etapas discutindo com os estudantes os conceitos básicos de Probabilidade, tais como situações determinísticas, espaço amostral, Probabilidade de eventos simples e compostos, experiência aleatória, frequência relativa, entre outros.

Os resultados da análise revelaram que os estudantes utilizaram diferentes registros de representação semiótica na resolução das tarefas. A mobilização e coordenação desses registros favoreceram o desenvolvimento do Letramento Probabilístico dos estudantes. Moraes (2017) menciona ainda que o trabalho pode contribuir para aprimorar a prática docente em conteúdos relacionados à Combinatória, Estatística e Probabilidade no Ensino Fundamental.

No Quadro 6, apresentamos o quantitativo de trabalhos que relacionaram as discussões entre o Letramento Probabilístico com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval ou com a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, bem como aqueles que trouxeram como discussão teórica principal do trabalho apenas o Letramento Probabilístico.

Quadro 6 - Perspectivas Teóricas relacionadas com o Letramento Probabilístico

Teorias utilizadas	Total
Letramento Probabilístico e Teoria dos Registros de Representação Semiótica	3
Letramento Probabilístico e Teoria dos Campos Conceituais	2
Letramento Probabilístico	14
Total	19

Fonte: Elaborado pelo autor.

d) Análise de materiais didáticos:

Os trabalhos de Rodrigues (2018) e Silva (2023) também apresentam algumas relações em comum. Ambos os autores realizaram uma análise de livros didáticos. Rodrigues (2018) concentrou-se nos anos finais do Ensino Fundamental, enquanto Silva (2023) direcionou-se para o Ensino Médio. Os resultados de ambos os trabalhos destacam a prevalência de situações relacionadas ao significado clássico de Probabilidade.

Além das análises dos livros, os autores desenvolveram intervenções. Rodrigues (2018) desenvolveu também um questionário com um grupo de 41 professores de Matemática, visando analisar as compreensões probabilísticas desses profissionais. Foram utilizadas 36 questões, explorando três **áreas-chave** de Probabilidade: jogos, cotidiano e o mundo natural e físico.

As análises foram conduzidas com o auxílio do software de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC), buscando identificar elementos do Letramento Probabilístico por meio da categorização dessas compreensões. Os resultados indicaram a necessidade de explorar os conceitos probabilísticos em diferentes **áreas-chave**, não se limitando apenas aos jogos de azar.

Rodrigues (2018) destacou ainda, a necessidade de uma revisão dos materiais didáticos, alinhando-os às orientações da Base Nacional Comum Curricular, especialmente no que diz respeito à introdução do conceito de Probabilidade desde os anos iniciais e a necessidade de uma reelaboração do material para atender a essas orientações.

Silva (2023), além das análises de livros didáticos, desenvolveu um segundo estudo que se refere a uma diagnose para analisar os conhecimentos de Probabilidade subjetiva dos estudantes por meio de uma sequência de atividades elaboradas com base nos indicadores de Probabilidade subjetiva.

Observou-se que os estudantes tiveram um melhor desempenho em atividades mais próximas daquelas exploradas no livro didático. Entretanto, o autor enfatiza que foram identificadas dificuldades quando os problemas envolviam dados reais, no qual os estudantes deixavam que suas preferências fossem prioridade em relação aos dados apresentados, demonstrando certa fragilidade no desenvolvimento do Letramento Probabilístico.

e) Exemplos de situações probabilísticas com dados reais:

Eugênio (2019) e Silva (2020) compartilham em suas discussões aspectos relacionados a situações com dados reais para exploração de conceitos probabilísticos com reflexões direcionadas aos elementos disposicionais do Letramento Probabilístico. O primeiro desenvolveu um trabalho com professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e o segundo com estudantes do Ensino Médio.

Eugênio (2019) analisou o ensino de Probabilidade, abordando a perspectiva do Letramento Probabilístico com um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Inicialmente, foram realizadas entrevistas semiestruturadas individuais para compreender as noções iniciais dos professores sobre Probabilidade e seu ensino, abordando elementos conceituais como acaso e aleatoriedade.

Posteriormente, foram realizados encontros formativos, conduzidos por experimentos, discussões teóricas e exploração de situações com dados reais em diferentes **áreas-chave** para aprofundar os conceitos probabilísticos. Os resultados indicaram que a formação continuada proporcionou um ambiente propício para a construção de conhecimento, permitindo que os professores assumissem habilidades disposicionais, questionadoras e desenvolvessem uma Postura Crítica em relação ao tema.

Silva (2020) visou avaliar a compreensão dos estudantes em relação aos conceitos de Probabilidade discutidos numa sequência de atividades com foco no Letramento Probabilístico. A sequência foi estruturada para permitir que os estudantes compreendessem os conceitos básicos de Probabilidade e vivenciassem situações também relacionadas aos elementos disposicionais.

Silva (2020) destaca que a sequência de atividades propostas dispensava o uso de combinatória para o entendimento de Probabilidade, oferecendo uma abordagem diferenciada. A autora ressalta também a necessidade de formação

continuada dos professores de Matemática que ensinam Probabilidade na Educação Básica, bem como a importância do trabalho conjunto desde os anos iniciais para alcançar melhores níveis de Letramento Probabilístico nos estudantes.

f) Abordagem do Letramento Probabilístico: elementos do conhecimento e disposicionais:

Após a realização das análises dos trabalhos, identificamos que dos 19 trabalhos mencionados anteriormente, 13 têm foco exclusivo apenas nos elementos do conhecimento, como Ferreira (2011), Vita (2012), Tonouti (2013), Oliveira (2014), Santos (2014), Guimarães (2015), Nogueira (2015), Grenchi (2016), Custódio (2017), Moraes (2017), Rodrigues (2018), Marques (2021) e Silva (2023), enquanto apenas 06 buscaram relacionar, em suas discussões, os elementos do conhecimento e os disposicionais, a exemplo de Caberlim (2015), Silva (2016), Silva (2018), Eugênio (2019), Castilho (2020) e Silva (2020).

Esses resultados demonstram a necessidade de realizar novas pesquisas sobre o Letramento Probabilístico, direcionando um olhar para os elementos disposicionais, mobilizando a compreensão crítica de conceitos probabilísticos utilizando dados reais. No Quadro 7 são apresentados a distribuição quantitativa desses trabalhos em três categorias.

Quadro 7 - Presença de elementos do conhecimento e disposicionais nas produções

Trabalharam elementos do conhecimento	Trabalharam elementos disposicionais	Trabalharam elementos do conhecimento e disposicionais	Total
13	0	6	19

Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante da análise desses trabalhos apresentados e buscando responder à questão de pesquisa inicialmente apresentada, concluímos que, embora as expressões de busca "Formação Inicial" e "Formação de Professores" tenham sido utilizadas, não foram identificados trabalhos sobre o Letramento Probabilístico com foco específico na Formação Inicial de professores. Essa lacuna nos mostra uma área de pesquisa ainda pouco explorada, que necessita de estudos que direcionem esforços para contribuir com a formação desses futuros professores no que diz respeito à abordagem do Letramento Probabilístico, mobilizando nos futuros docentes habilidades críticas que possam ser compartilhadas posteriormente com seus estudantes em sala de aula, proporcionando uma aprendizagem efetiva de Probabilidade.

4 METODOLOGIA

Nesta seção, apresentamos o delineamento metodológico da pesquisa realizada, a qual buscou responder às seguintes questões: Quais as possíveis contribuições de uma abordagem do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática? Como situações-problema com dados reais de Probabilidade podem promover o Letramento Probabilístico de licenciandos em Matemática?

O objetivo geral da pesquisa foi analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática.

Buscando responder ao objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Identificar as compreensões prévias de licenciandos em Matemática sobre Probabilidade;
- b) Analisar as Crenças e Atitudes de licenciandos em Matemática na interpretação de informações probabilísticas apresentadas nas situações-problema; e
- c) Verificar o entendimento crítico de conceitos probabilísticos a partir de situações-problema com dados reais.

4.1 ABORDAGEM QUALITATIVA DA PESQUISA

A pesquisa realizada adotou uma abordagem de investigação qualitativa, na qual os dados produzidos em campo são descritivos e o pesquisador desempenha um papel crítico, ao organizar, categorizar e interpretar esses dados, buscando retratar pela sua lente analítica, o contexto em que a pesquisa foi desenvolvida, bem como as compreensões dos participantes em relação ao tema investigado (Prodanov; Freitas, 2013).

A produção de dados ocorreu por meio de uma pesquisa de campo (Prodanov; Freitas, 2013), cujas ações metodológicas foram organizadas em três encontros, que intitulamos de Encontros Cooperativos. Nessa mesma perspectiva, Wagner (1997) apresenta a ideia de pesquisa educacional cooperativa, sendo aquela que requer a disposição e o envolvimento coletivo dos participantes nas discussões propostas pelo pesquisador, em busca de um objetivo comum. Silva e Ribeiro (2016) destacam em

seu trabalho que os ambientes de cooperação são fundamentais, pois promovem uma reflexão coletiva sobre o tema em discussão.

4.2 CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa de campo foi realizada com licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública federal de ensino, localizada na zona rural do município de Santa Maria da Boa Vista, no Sertão Pernambucano, a cerca de 612km da capital Recife. O curso de modalidade presencial, oferece vagas nos turnos vespertino e noturno, com um período mínimo de conclusão de nove semestres.

Esse curso foi aprovado recentemente na região, iniciando a sua primeira turma no primeiro semestre de 2019, beneficiando além da população de Santa Maria da Boa Vista, os municípios vizinhos, como Orocó, Lagoa Grande, Cabrobó e suas respectivas comunidades. A oferta do curso ampliou o acesso da população local à formação superior, evitando a necessidade de deslocamento para outras regiões em busca de oportunidades.

A escolha pela instituição se deu pela recente implementação do curso, em que o pesquisador enxergou a oportunidade de contribuir com a formação dos futuros professores de Matemática. A parceria estabelecida com os docentes do curso foi essencial para essa decisão, pois eles reconheceram as contribuições que a pesquisa poderia proporcionar na formação dos licenciandos. Além disso, o pesquisador viu por meio da pesquisa, a chance de incentivar os futuros professores de Matemática da região a ampliar seus horizontes, buscando uma pós-graduação e se envolvendo em pesquisas acadêmicas que possam contribuir para o fortalecimento da Educação Matemática.

4.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Participaram da pesquisa sete licenciandos matriculados no Curso de Licenciatura em Matemática. O critério de inclusão foi a disponibilidade e o interesse em contribuir com o estudo. Além disso, as vagas foram destinadas especialmente aos licenciandos que já haviam cursado ou estavam cursando alguma disciplina na Unidade Temática de **Estatística e Probabilidade**, disciplina essa que consta a partir do sétimo semestre do currículo do curso e dispõe de uma carga horária de 60 horas.

Os licenciandos que demonstraram interesse em contribuir com a pesquisa, preencheram um formulário eletrônico no *Google Forms* (Apêndice A). Esse formulário foi compartilhado no grupo de *WhatsApp* dos licenciandos, que é administrado pelos docentes do curso, os quais utilizam o espaço para divulgar informações relevantes com os licenciandos. Com a intenção de motivá-los a participar integralmente das intervenções, enfatizamos no convite que, ao final da pesquisa, seriam emitidos certificados de participação. No Quadro 8, apresentamos brevemente o perfil dos sete licenciandos que se disponibilizaram para participar da pesquisa.

Quadro 8 – Perfil dos licenciandos participantes da pesquisa de campo

Código do Licenciando(a)	Sexo biológico	Idade (anos)	Semestre
L1	F	39	9 ^o
L2	M	23	7 ^o
L3	M	22	9 ^o
L4	M	25	9 ^o
L5	M	21	9 ^o
L6	F	21	9 ^o
L7	M	22	9 ^o

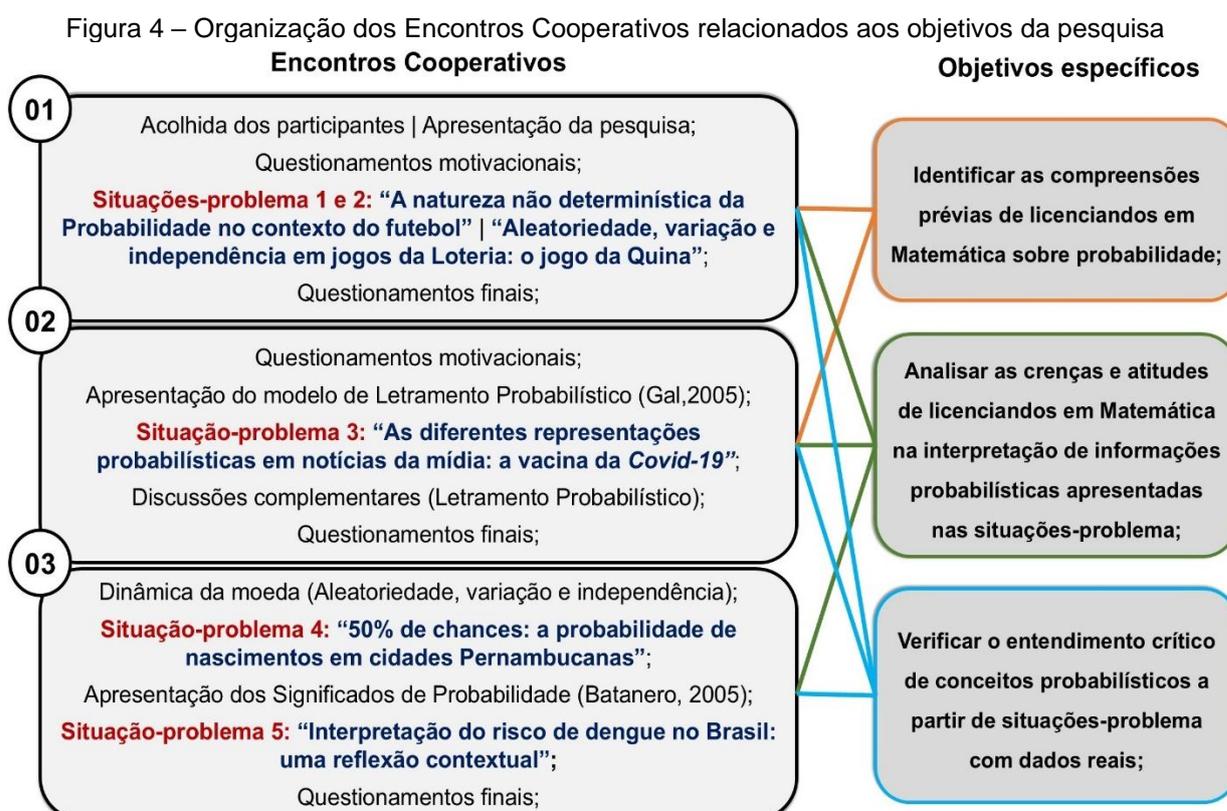
Fonte: Acervo da pesquisa (2024).

Os licenciandos participantes tinham idades variando entre 21 e 39 anos. Seis deles estavam na fase de conclusão do curso (9^o semestre), e apenas um licenciando estava no 7^o semestre. Antes de iniciar as ações metodológicas da pesquisa, o pesquisador em diálogo com os licenciandos, apresentou o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice B), explicando detalhadamente as ações que seriam realizadas ao longo da pesquisa. Além disso, enfatizou também a confidencialidade de todas as informações que seriam produzidas durante os Encontros Cooperativos, assegurando o cumprimento dos princípios éticos estabelecidos. Após a explicação, os licenciandos assinaram o TCLE, formalizando o consentimento e permitindo a continuidade da pesquisa.

4.4 AÇÕES METODOLÓGICAS PARA PRODUÇÃO DE DADOS DA PESQUISA

Inicialmente, a pesquisa de campo havia sido planejada para ser desenvolvida presencialmente com os licenciandos na instituição. No entanto, devido à greve nacional de docentes de instituições federais ocorrida em 2024, foi necessário adaptar o formato para o ambiente remoto, utilizando a plataforma *Google Meet*.

Com o novo formato, as ações metodológicas propostas para a produção de dados seguiram algumas etapas, que foram vivenciadas em três encontros. Esses Encontros Cooperativos tiveram em média, 1 hora e 40 minutos de duração cada um. O primeiro ocorreu no dia 15.05.2024, o segundo no dia 29.05.2024 e o terceiro e último encontro no dia 05.06.2024. Na Figura 4, apresentamos um esquema que relaciona os objetivos com as ações metodológicas realizadas em cada encontro com os licenciados.



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Ao longo dos três encontros, o pesquisador utilizou cinco diferentes situações-problema com dados reais. Essas situações foram elaboradas pelo pesquisador, buscando contemplar algumas das **áreas-chave** citadas no modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) e exploravam discussões sobre a natureza não determinística da Probabilidade, as diferentes representações probabilísticas, além dos conceitos de aleatoriedade, variação e independência de eventos probabilísticos.

Decidiu-se elaborar as situações-problema com dados reais, pois essa abordagem promove reflexões críticas sobre o Objeto de Conhecimento Matemático estudado, permitindo discussões que aprofundam o conhecimento de forma contextualizada (Macedo, 2005). Além disso, a BNCC (Brasil, 2018) destaca em suas

competências específicas para o ensino de Matemática, a necessidade de vivenciar situações-problema em diferentes contextos. Conforme enfatizado por Rezende e Ferreira (2011), essas situações-problema têm a capacidade de despertar a criticidade na aprendizagem.

Além das situações-problema, no início dos dois primeiros encontros, foram realizados questionamentos para identificar as compreensões prévias dos licenciandos sobre a Probabilidade. Nos encontros, ocorreram também discussões teóricas sobre o modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) e os Significados de Probabilidade (Batanero, 2005), com a intenção de aprofundar as discussões que estavam sendo vivenciadas nas situações-problema.

No último encontro, o pesquisador iniciou as discussões com uma dinâmica envolvendo o lançamento de uma moeda, com o objetivo de reforçar discussões anteriores sobre o cálculo da Probabilidade teórica, que no contexto da moeda, temos 50% de chances para sair cara ou coroa. No entanto, os resultados podem convergir ou divergir dessa Probabilidade teórica, por conta da aleatoriedade, variação e independência dos resultados. Para obter um *feedback* dos licenciandos sobre as discussões e reflexões vivenciadas, ao final de cada encontro, o pesquisador realizou questionamentos finais, buscando verificar as possíveis contribuições das discussões na formação dos licenciandos, os pontos positivos ou negativos, bem como sugestões de melhorias para as discussões que foram propostas. Todas essas ações metodológicas são apresentadas com maiores detalhes na Seção 4.5.

O registro dos dados produzidos ao longo dos três encontros foi realizado digitalmente, por meio de um aparelho celular, com gravação no formato MP3. Vale destacar que, devido ao formato remoto dos encontros, surgiram alguns desafios, embora estes não tenham comprometido a qualidade dos dados obtidos na pesquisa. Um dos principais, foi a perda de conexão de alguns licenciandos em determinados momentos das discussões. No entanto, sempre que possível, o pesquisador se empenhou em realizar uma síntese das discussões, garantindo que todos os licenciandos tivessem a oportunidade de apresentar as suas contribuições nas discussões propostas.

4.5 OS ENCONTROS COOPERATIVOS E AS SITUAÇÕES-PROBLEMA

4.5.1 Primeiro Encontro Cooperativo

O primeiro encontro iniciou com uma breve acolhida dos licenciandos participantes, em que o pesquisador agradeceu o interesse deles em contribuir com a pesquisa e reforçou as orientações propostas no TCLE, informando que cada encontro seria registrado digitalmente no formato MP3, para que posteriormente pudesse transcrever os dados e analisar os resultados. Na sequência, o pesquisador apresentou alguns questionamentos motivadores, para envolver os licenciandos nas discussões, conforme indicado no Quadro 9.

Quadro 9 - Questionamentos motivadores do primeiro Encontro Cooperativo

<p>1- Como podemos representar a Probabilidade de ocorrência de um evento? Podemos representá-la de outra forma? Você considera essa(s) representação(ões) quantitativa(s) ou qualitativa(as)? Você acredita que uma delas é mais aceitável que a outra? Justifique.</p>
<p>2- Como você descreve sua crença pessoal ao interpretar uma informação probabilística? Quais elementos vocês consideram ser essenciais para acreditar nessas informações?</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Com esses questionamentos, o pesquisador buscou identificar inicialmente as compreensões prévias dos licenciandos, sobre como eles reconheciam a representação da Probabilidade de um evento, verificando se os licenciandos utilizavam apenas representações quantitativas ou também as qualitativas e com quais dessas representações eles estavam mais familiarizados. O segundo questionamento, teve como objetivo observar as crenças dos licenciandos ao interpretarem uma informação probabilística, como também identificar quais elementos eles consideravam fundamentais para que uma informação probabilística tivesse credibilidade.

Após os questionamentos iniciais, o pesquisador apresentou aos licenciandos a primeira situação-problema, intitulada como “**A natureza não determinística da Probabilidade no contexto do futebol**”, que está inserida na **área-chave** de pesquisas e estatísticas, com o objetivo de provocar uma discussão sobre a natureza não determinística da Probabilidade. A situação foi elaborada com base em uma notícia publicada por Schwambach (2023) no portal de notícias CNN Brasil, em novembro de 2023. O título da notícia convida o leitor a verificar as probabilidades

relacionadas ao título e ao rebaixamento dos times brasileiros participantes do Campeonato Brasileiro de 2023, Figura 5.

Figura 5 - Capa da notícia da CNN Brasil utilizada na primeira situação-problema sobre o Campeonato Brasileiro 2023



Fonte: Schwambach (2023).

Ao apresentar a capa da notícia, o pesquisador deu continuidade com a leitura coletiva do texto jornalístico, compartilhando na íntegra todas as informações, assim como as probabilidades de título e rebaixamento dos times. O objetivo era possibilitar que os licenciandos compreendessem o contexto das informações apresentadas na matéria, conforme destacado no Quadro 10.

Quadro 10 - Notícia completa sobre as probabilidades de título e rebaixamento do Campeonato Brasileiro 2023

Área-chave: Pesquisas e Estatística.

Brasileirão: veja as probabilidades de título e rebaixamento após a 34ª rodada

Depois de 31 rodadas com o Botafogo na liderança, o Campeonato Brasileiro tem um novo líder. O Palmeiras venceu o Inter por 3 a 0 e foi a 62 pontos. Com o empate entre Red Bull Bragantino e Botafogo e a vitória do Corinthians sobre o Grêmio, o Verdão se firmou na liderança, que era ocupada pelos botafoguenses desde a terceira rodada do campeonato.

A parte de baixo da tabela também segue embolada. O Vasco conseguiu uma vitória importante sobre o já rebaixado América-MG e conseguiu abrir três pontos de distância para o Z4.

O Bahia podia ter se distanciado também, mas empatou com o Athletico-PR e está somente um ponto acima do Cruzeiro, que abre a zona de rebaixamento com 37 pontos. Com dois jogos a menos, a Raposa perdeu para o Coritiba no sábado (11) e, neste domingo (12), demitiu o técnico Zé Ricardo.

Segundo o Departamento de Matemática da UFMG, que trabalha com as probabilidades do futebol, o Palmeiras agora é o mais cotado para levar o título do Brasileirão, com 45,4% de chances. O Botafogo vem em seguida com 28% de chances, contra 15,9% do Red Bull Bragantino. O cálculo se baseia na pontuação atual e na projeção de confrontos diretos, além de jogos como mandante.

Olhando para o rebaixamento, o Goiás passou dos 90% de chances de cair, chegando a 92%. Em seguida vem o Bahia, com 56,4%, e o Cruzeiro com 34,2% de chances de queda.

Vasco e Santos conseguiram um respiro, os dois têm, respectivamente, 10,8% e 3,3% de chances de rebaixamento. Com a vitória por 1 a 0 sobre o Cruzeiro, o Coritiba escapou do rebaixamento matemático, mas segue com mais de 99% de chances de deixar a Série A.

Probabilidades de título no Campeonato Brasileiro

- Palmeiras – 45,4%
- Botafogo – 28%
- Red Bull Bragantino – 15,9%
- Grêmio – 6,4%
- Flamengo – 3,5%

Probabilidades de rebaixamento no Campeonato Brasileiro

- América-MG – 100% (matematicamente rebaixado)
- Coritiba – 99,97%
- Goiás – 92%
- Bahia – 56,4%
- Cruzeiro – 34,2%
- Vasco – 10,8%

- Santos – 3,3%
- Internacional – 2,1%

Fonte: Schwambach (2023).

Após a leitura das informações, foram apresentados alguns questionamentos interpretativos da notícia, para contextualizar com os licenciandos as discussões que viriam na sequência. Os questionamentos foram: **Você recorda qual time era considerado favorito para conquistar o título em 2023? Você lembra qual time foi campeã do Campeonato Brasileiro em 2023? Que conclusões você pode tirar dessas informações?** Esses questionamentos foram levantados para introduzir reflexões sobre a natureza não determinística da Probabilidade, pois a notícia destacava que o Botafogo apresentava uma alta Probabilidade de conquistar o título ao longo do campeonato. Porém, nas rodadas finais, o cenário mudou e o Palmeiras se consagrou campeão em 2023.

Na sequência, o pesquisador direcionou as discussões para as probabilidades de título e rebaixamento mencionadas na notícia, assim como, os resultados finais do Campeonato Brasileiro de 2023, destacando o time campeão, os que mantiveram a classificação e os que foram rebaixados. Ao apresentar esses resultados, o pesquisador trouxe novos questionamentos para envolver os licenciandos nas discussões e enfatizar que a Probabilidade indicada representava apenas uma estimativa, e não a certeza do acontecimento do evento, conforme destacado no Quadro 11.

Quadro 11 - Questionamentos sobre a Probabilidade e os resultados finais do Campeonato Brasileiro 2023 na primeira situação-problema

- Probabilidades de título no Campeonato Brasileiro:

Palmeiras (45,4%); Botafogo (28%); Red Bull Bragantino (15,9%); Grêmio (6,4%); Flamengo (3,5%).

- Probabilidades de rebaixamento no Campeonato Brasileiro:

América-MG (100%) - (matematicamente rebaixado); Coritiba (99,97%); Goiás (92%); Bahia (56,4%); Cruzeiro (34,2%); Vasco (10,8%); Santos (3,3%); Internacional (2,1%).

Resultado final do Brasileirão Série A 2023

Temporada 2023													
Clube	Pts	PJ	VIT	E	DER	GM	GC	SG	Últimas 5				
1 Palmeiras	70	38	20	10	8	64	33	31	●	●	●	●	●
2 Grêmio	68	38	21	5	12	63	56	7	●	●	●	●	●
3 Atlético-MG	66	38	19	9	10	52	32	20	●	●	●	●	●
4 Flamengo	66	38	19	9	10	56	42	14	●	●	●	●	●
5 Botafogo	64	38	18	10	10	58	37	21	●	●	●	●	●
14 Cruzeiro	47	38	11	14	13	35	32	3	●	●	●	●	●
15 Vasco da Gama	45	38	12	9	17	41	51	-10	●	●	●	●	●
16 Bahia	44	38	12	8	18	50	53	-3	●	●	●	●	●
17 Santos	43	38	11	10	17	39	64	-25	●	●	●	●	●
18 Goiás	38	38	9	11	18	36	53	-17	●	●	●	●	●
19 Coritiba	30	38	8	6	24	41	73	-32	●	●	●	●	●
20 América-MG	24	38	5	9	24	42	81	-39	●	●	●	●	●

Fonte: Google (2023).

- Qual é a sua opinião sobre as probabilidades apresentadas na notícia e os resultados finais do campeonato?
- E quanto às probabilidades de rebaixamento do time Bahia e Santos, o que vocês pensam sobre?

Fonte: Adaptado de Schwambach (2023).

No Quadro 11, é possível observar que o Bahia teve uma Probabilidade de rebaixamento superior a 50%, enquanto o Santos apresentava uma Probabilidade de apenas 3,3%. Nesses dois casos específicos, foi discutido com os licenciandos a natureza não determinística da Probabilidade, pois mesmo com essas probabilidades indicadas, o Bahia conseguiu manter sua classificação no campeonato para o ano seguinte, porém o Santos, mesmo com uma baixa Probabilidade de rebaixamento, acabou não mantendo sua classificação.

Na situação-problema, o pesquisador buscou discutir com os licenciandos sobre a interpretação do acaso na classificação dos eventos probabilísticos, citando alguns dos exemplos que são mencionados na BNCC, como os eventos que “acontecerão com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível de acontecer” (Brasil, 2018).

No contexto da notícia, o objetivo era observar a compreensão dos licenciandos sobre a natureza da Probabilidade, analisando se eles consideravam o rebaixamento

do Santos como um evento impossível de acontecer, assim como, se eles acreditavam que seria impossível para o Bahia seguir classificado no ano seguinte.

Além dessas discussões, a situação-problema também apresentava resultados de um evento certo, indicado no caso do time América-MG, que já estava matematicamente rebaixado quando a notícia foi divulgada, ou seja, envolvia a certeza de que, por mais que o time participasse das demais partidas do campeonato, o mesmo não poderia mais somar pontos suficientes para conseguir manter a classificação para o ano seguinte.

Por fim, o pesquisador apresentou para os licenciandos, a Escala Numérica de Probabilidade proposta por Aczel (2007), conforme apresentado na seção 2.2.1 deste trabalho, para reforçar com os licenciandos sobre as probabilidades apresentadas na notícia e os resultados finais do campeonato. O pesquisador optou por apresentar a escala para que os licenciandos desenvolvessem uma compreensão crítica sobre a interpretação da representação numérica da Probabilidade, destacando que essa representação não garante a certeza do evento, seja ela uma alta ou baixa Probabilidade, por se tratar apenas de uma estimativa.

A segunda situação-problema, intitulada como “**Aleatoriedade, variação e independência em jogos da Loteria: o jogo da Quina**”, estava inserida na **área-chave** de jogos de azar e apostas. Essa situação envolvia o contexto do jogo da Quina, uma das modalidades de jogos de azar das Loterias Caixa (Caixa Econômica Federal, 2024). Nela, o pesquisador buscou discutir três conceitos de Probabilidade mencionados nas **Grandes Ideias** dos elementos do conhecimento (Gal, 2005), sendo eles: aleatoriedade, variação e independência.

Além da discussão conceitual, o pesquisador buscou avaliar a presença de elementos disposicionais na interpretação probabilística dos licenciandos sobre o jogo, avaliando as Crenças e Atitudes mobilizadas por eles em jogos dessa natureza. No Quadro 12, apresentamos a proposta utilizada no início das discussões.

Quadro 12 - Contextualização e questionamentos envolvendo o sorteio da Quina na segunda situação-problema

Área-chave: Jogos de Azar e Apostas.

Loterias Caixa

As Loterias Caixa são administradas pela Caixa Econômica Federal e incluem uma variedade de jogos nos quais os participantes compram bilhetes na esperança de serem contemplados com prêmios em dinheiro. Entre esses jogos está a Quina, que realiza sorteios de segunda a sábado. Para participar do sorteio, é necessário escolher cinco números de um conjunto de 80, conforme demonstrado no bilhete. Se você fosse participar do próximo sorteio, por favor, preencha no seu bilhete cinco números que você escolheria:

SORTEIO									
[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]
[61]	[62]	[63]	[64]	[65]	[66]	[67]	[68]	[69]	[70]
[71]	[72]	[73]	[74]	[75]	[76]	[77]	[78]	[79]	[80]

- Vocês já compraram algum bilhete de jogos da loteria?
- Vocês costumam participar de sorteios semelhantes com frequência? Se sim, por quê?
- O que vocês fariam se ganhasse o prêmio?
- Vocês têm alguma crença pessoal sobre como escolher os números para elaborar um jogo?
- Considere que o seu bilhete foi premiado. Você concorda que o resultado seria aleatório? Ou seria algo já destinado para você ganhar?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Antes de apresentar os questionamentos indicados no Quadro 12, o pesquisador pediu que os licenciandos escolhessem cinco números entre os oitenta disponíveis no bilhete. Após a escolha individual dos números, o pesquisador iniciou os questionamentos, aproximando os licenciandos do contexto de discussão. Além disso, o pesquisador buscou identificar atitudes positivas dos licenciandos em relação ao efeito de fantasia associado ao prêmio oferecido nesses jogos, o qual envolve sonhos, desejos e objetivos, bem como atitudes negativas, nas quais eles poderiam

destacar que participar desses sorteios é o mesmo que perder dinheiro para as bancas.

Em relação às crenças, buscamos por meio da situação-problema, avaliar se os licenciandos apresentavam elementos que influenciavam na escolha dos números para participar do sorteio, como por exemplo, tratar certos números como sendo o “número da sorte”, relacioná-los a datas comemorativas, entre outras crenças que poderiam surgir. Ao final da primeira etapa da discussão, o pesquisador direcionou um novo questionamento relacionado ao conceito de aleatoriedade, perguntando aos licenciandos, se caso algum deles fosse contemplado no sorteio, consideraria o resultado como algo aleatório ou enxergaria aquela ocorrência como determinística, devido à escolha específica dos números.

No segundo momento de discussão, o pesquisador apresentou quatro bilhetes preenchidos intencionalmente com resultados oficiais de sorteios da Quina ocorridos durante o ano de 2023, Quadro 13. A escolha desses números foi realizada por meio de uma consulta no banco de dados das Loterias Caixa (Caixa Econômica Federal, 2024). A justificativa para a escolha desses resultados, levou em consideração o fato de serem dois pares de sorteios em datas consecutivas que compartilhavam alguns números em comum. Dessa forma, o pesquisador identificou a possibilidade de discutir, com base nesses resultados, os conceitos de aleatoriedade, variação e independência dos eventos probabilísticos.

Na apresentação dos bilhetes, o pesquisador não revelou inicialmente para os licenciandos que se tratava de resultados oficiais, apenas apresentou os números e levantou dois questionamentos: **O que vocês me diriam sobre os números preenchidos em cada um dos bilhetes apresentados? Você acredita que algum destes resultados é mais improvável de ocorrer? Por quê?** Esses questionamentos foram colocados para avaliar as crenças dos licenciandos em relação aos números preenchidos no bilhete e como eles interpretavam a Probabilidade de ocorrência daqueles resultados. Por exemplo, eles poderiam revelar por meio das crenças, a existência de uma sequência lógica, como no concurso 6248 (Quadro 13), em que os quatro primeiros números aumentam de quatro em quatro unidades. Ou seja, são exemplos de crenças que podem ser manifestadas, mas que na verdade não há relação alguma com os resultados dos sorteios.

Quadro 13 – Resultados oficiais da Quina e questionamentos relacionados à segunda situação-problema

Área-chave: Jogos de Azar e Apostas.

Loterias Caixa

No ano de 2023, os resultados da Quina dos concursos (6247, 6248, 6279, 6280), foram:

6247 = (8, 12, 17, 24, 43) – 21.09.2023

6248 = (8, 12, 16, 20, 64) – 22.09.2023

6279 = (6, 22, 62, 64, 69) – 30.10.2023

6280 = (6, 22, 58, 64, 77) – 31.10.2023

Fonte: Loterias Caixa (2024)

- f) Você considera que os resultados desses sorteios são aleatórios?
- g) Porque será que houve coincidências de alguns números do primeiro e segundo dia nos dois primeiros e dois últimos concursos?
- h) Você acha que os resultados obtidos em ambos os concursos são independentes?
- i) Você acha que esses resultados de ambos os concursos são igualmente prováveis? Se sim, por quê?

Fonte: Elaborado pelo autor.

No terceiro momento, o pesquisador revelou para os licenciandos que as sequências de números apresentadas eram de resultados oficiais de sorteios realizados em dias consecutivos nos meses de setembro e outubro de 2023. Ao informar que os resultados eram oficiais, o pesquisador apresentou novos questionamentos, buscando identificar a compreensão dos licenciandos sobre os conceitos de aleatoriedade, variação e independência em relação aos números apresentados.

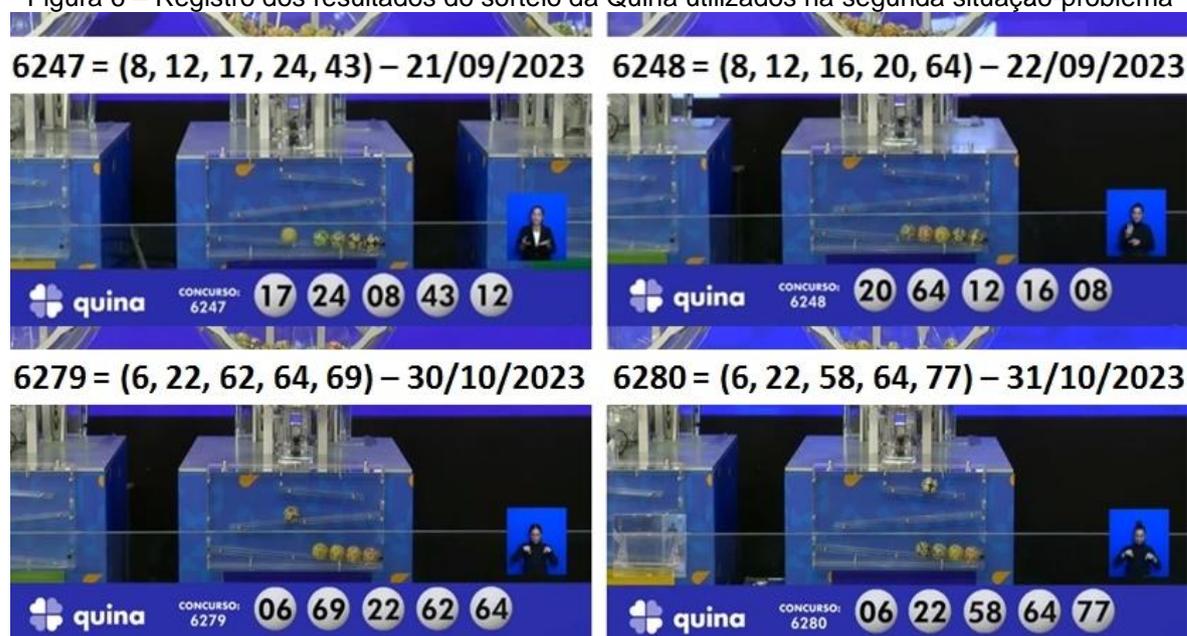
No contexto do sorteio da Quina, se utiliza um total de oitenta bolas misturadas em um globo, em que cada bola tem a mesma Probabilidade de ser sorteada. A aleatoriedade presente nesse sorteio é justificada pela equiprobabilidade dos resultados, ou seja, cada bola possui a mesma chance de ser sorteada. Além disso, o próprio resultado do sorteio, que contempla os cinco números é aleatório, pois não é possível prever exatamente a sequência de números que será sorteada.

Outro questionamento apresentado pelo pesquisador, se refere as coincidências de alguns números que se repetem em dias consecutivos. A escolha pela utilização do termo “coincidência” se justifica pelo interesse em explorar a crença dos licenciandos sobre os resultados, buscando verificar se eles percebiam o

comportamento da variação nessas repetições ou se acreditavam que existia uma sequência lógica para a ocorrência dessas repetições nos jogos.

Na sequência, o pesquisador discutiu sobre a repetição dos números 8 e 12 nos concursos 6247 e 6248 e dos números 6, 22 e 64 nos concursos 6279 e 6280, justificando que essas repetições estavam relacionadas com o conceito de variação. Além disso, o pesquisador enfatizou que embora os resultados estejam organizados em ordem crescente, isso não significa que a mesma ordem foi respeitada durante o sorteio, conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Registro dos resultados do sorteio da Quina utilizados na segunda situação-problema



Fonte: Adaptado de Caixa Econômica Federal (2024).

Encaminhando para o final da situação-problema, o pesquisador buscou complementar as discussões com a definição de eventos independentes, que são aqueles que não podem ser previstos em decorrência do acontecimento de outro (Gal, 2005). No contexto da Quina, os resultados dos sorteios são independentes, pois nenhum resultado tem influência no acontecimento do outro. Assim, os resultados de 21.09.2023 não têm relação com os de 22.09.2023, uma vez que qualquer bilhete com cinco números tem a mesma Probabilidade de ser contemplado.

Por fim, o pesquisador destacou para os licenciandos, que por mais que haja crenças na escolha dos números, essas crenças não influenciam nos resultados do sorteio, pois os números escolhidos já fazem parte de um conjunto de todas as combinações possíveis de cinco números. Dessa forma, qualquer combinação de cinco números terá a mesma Probabilidade de ser sorteada, seja uma sequência

escolhida por algum jogador ou uma não escolhida, que nesse último caso o prêmio fica acumulado para a rodada seguinte.

Ao final do primeiro encontro, o pesquisador apresentou alguns questionamentos finais para obter um feedback dos licenciandos em relação às discussões que foram realizadas, com os seguintes questionamentos: **Quais os pontos positivos e negativos das discussões vivenciadas hoje? Você acredita que a utilização de dados reais como os que foram apresentados na notícia do futebol e os resultados da loteria permitiram uma melhor compreensão desses conceitos probabilísticos? Por quê?**

4.5.2 Segundo Encontro Cooperativo

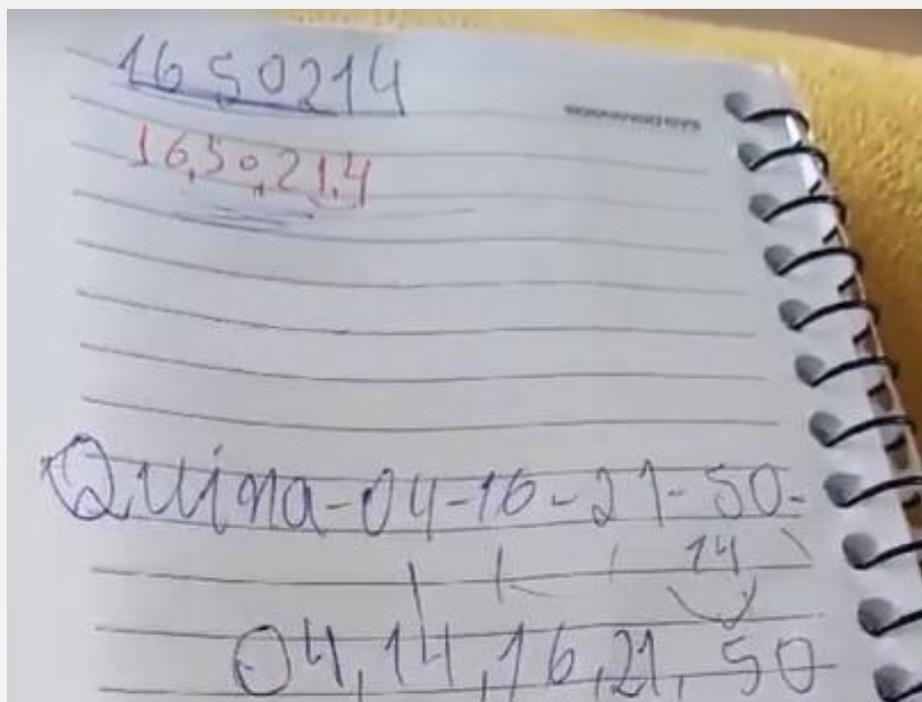
No segundo encontro, o pesquisador iniciou as discussões com os licenciandos apresentando um pequeno vídeo que relatava uma situação real, ocorrida ao acaso durante uma visita a um salão de beleza de um amigo cabeleireiro, localizado no centro da cidade de Petrolina-PE. A apresentação do vídeo foi motivada pela intenção do pesquisador de retomar e aprofundar as discussões sobre os elementos disposicionais que haviam sido vivenciadas na 2ª situação-problema do primeiro encontro.

O vídeo, gravado no dia 21.05.2024, relata brevemente essa experiência, que teve início logo após a saída de um outro cliente que estava cortando o cabelo. O cabeleireiro iniciou um diálogo com o pesquisador, compartilhando sua crença sobre um número que o cliente anterior havia deixado por escrito em um caderno na bancada.

O número escrito foi "1650214". O cabeleireiro, ao notar esse número, decidiu usá-lo como base para elaborar seu jogo da Quina. O critério inicial foi colocar uma vírgula a cada dois dígitos, resultando na sequência: 16, 50, 21 e 4. Como o critério inicial contemplava apenas quatro números, ele precisava de mais um para completar a quantidade mínima de números exigidos pelo jogo. Foi então que ele adotou um novo critério, pegou o "1" do número 21 e uniu com o "4" que havia sobrado inicialmente no primeiro critério, formando o número 14. Dessa forma, ele chegou aos cinco números: 04, 14, 16, 21 e 50. No Quadro 14 apresentamos a descrição da fala do cabeleireiro.

Quadro 14 – Relato de uma situação real envolvendo a crença na elaboração de um bilhete para sorteios da loteria

Veja aí, Marcos, ficaram o 04, 16, 21 e 50. Veja que aqui só tem quatro números, aí eu tenho que procurar desses números aqui (se referindo ao número azul deixado no caderno), onde a gente viu, que foi deixado pelo rapaz [...] Veja que ainda dá o número 14, está vendo? Que eu falei pra você, (se referindo aos dois últimos dígitos), dá o número 14. Aí eu vou aqui, ó, vou lá [...] aqui, onde eu tenho 21 e o 4, que a união dará 14 e fecha os cinco números. Eu elaborei esse jogo através desse número aí que está azul. Aí eu comecei colocando a vírgula nesse abaixo, que risquei de vermelho, e fui elaborando esses números. Então, agora temos um jogo da Quina. Tá entendendo? Através de um número distinto, que seria esse (1650214), que foi o que o rapaz escreveu lá e deixou em cima da mesa. Aí eu fui ver e falei para você: “Olha, Marcos, esse número aqui vai dar na Quina, é jogar e boa sorte”.



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Após a apresentação do vídeo, o pesquisador reservou um tempo para que os licenciandos comentassem sobre as crenças mencionadas pelo cabeleireiro e refletissem sobre a importância de promover discussões envolvendo essas crenças no ensino de Probabilidade. Em seguida, o pesquisador retomou o planejamento metodológico da pesquisa, apresentando quatro novos questionamentos motivacionais para abertura do segundo encontro, Quadro 15.

Quadro 15 - Questionamentos motivadores do segundo Encontro Cooperativo

1- Quando pensa em Probabilidade, você associa a alguma situação cotidiana? Você já vivenciou alguma experiência na qual acredita que a Probabilidade estava envolvida? Se sim, poderia compartilhar um exemplo?
2- Quais conhecimentos você julga necessário para que possamos compreender uma informação probabilística as quais temos acesso?
3- Imagine que durante uma transmissão da rádio local, o locutor anuncia: "no próximo final de semana, há uma boa chance de chover aqui no município". Com base nessa informação, vocês conseguiriam declarar algum valor quantitativo percentual, que represente o anúncio dado? Poderiam justificar sua escolha?

Fonte: Acervo da pesquisa (2024).

No primeiro questionamento, o pesquisador buscou identificar as **áreas-chave** em que os licenciandos associavam a Probabilidade a situações cotidianas e se eles recordavam de experiências pessoais em que a Probabilidade estava presente. No segundo questionamento, o pesquisador buscou analisar quais conhecimentos os participantes consideravam necessários para compreender uma informação probabilística, verificando se eles se limitavam apenas aos procedimentos matemáticos ou se manifestavam outros elementos, sejam eles de conhecimento ou disposicional.

Por fim, o último questionamento buscou explorar com os licenciandos o exercício da declaração probabilística (Gal, 2005). O pesquisador utilizou um exemplo adaptado de Gal (2005), para solicitar que os licenciandos atribuíssem um valor numérico relacionado à interpretação pessoal deles sobre o termo "boa chance". Na sequência, discutiu com os licenciandos que uma mesma informação probabilística pode ter diferentes interpretações, pois essas interpretações são influenciadas pelo contexto e pelas referências individuais, denominadas por Gal (2005) como "taxa base".

Para complementando as discussões, o pesquisador apresentou o modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005), destacando a organização dos elementos do conhecimento e dos elementos disposicionais. Além disso, foram apresentadas as dez diferentes **áreas-chaves** indicadas pelo autor, acompanhadas de exemplos para ilustrar como a Probabilidade pode ser observada em diferentes contextos dentro dessas áreas.

Após a apresentação do modelo de Letramento Probabilístico, o pesquisador apresentou a terceira situação-problema, intitulada como "**As diferentes representações probabilísticas em notícias da mídia: a vacina da Covid-19**", inserida na **área-chave** de política pública. A intenção de trabalhar com essa situação-

problema foi discutir a compreensão dos licenciandos sobre a interpretação da intercambialidade das representações probabilísticas. Para sua elaboração, foram utilizadas informações publicadas por Madeiro (2023) no portal de notícias UOL.

Com o título da notícia, o pesquisador elaborou dois cenários probabilísticos que apresentavam a mesma informação, mas com representações diferentes. O objetivo de utilizar esses dois cenários foi para analisar as crenças dos licenciandos na interpretação dos riscos apresentados em cada uma das mensagens, Quadro 16.

Quadro 16 – Terceira situação-problema: a intercambialidade das representações probabilísticas em notícias sobre a vacinação da Covid-19

Área-chave: Política Pública.

Os riscos de óbito após a vacinação da Covid-19 estão mencionados nos cenários abaixo:

Cenário 1: “A chance de óbito após a vacinação para Covid-19 é de 0,00001%”.

Cenário 2: “Vacina contra a Covid-19 matou um adulto a cada 10 milhões de doses”.

- Qual a sua crença em relação aos riscos apresentados? Um deles é mais perigoso? Justifique
- Você acredita que essas informações têm algo em comum?
- Você acha que necessita de mais informações para compreender melhor os cenários apresentados ou já é possível tirar conclusões com essas informações apresentadas?

Fonte: Adaptado de Madeiro (2023).

Após a leitura, o pesquisador apresentou os questionamentos sobre os cenários apresentados, Quadro 16, buscando observar a compreensão dos licenciandos a respeito dos cenários e a mobilização das crenças na interpretação das mensagens. A expectativa em trabalhar com os dois cenários foi motivada por acreditarmos que alguns dos licenciandos poderiam se sentir atraídos pelo primeiro cenário, considerando que o valor representa uma baixa Probabilidade de risco, e demonstrarem aversão ao segundo, por ele ser mais objetivo ao especificar a ocorrência do óbito.

Além disso, buscamos observar se as discussões apresentadas no modelo de Letramento Probabilístico seriam mobilizadas no terceiro questionamento, no qual se buscava identificar, se apenas com a leitura dos cenários, os licenciandos já conseguiriam apresentar suas conclusões ou se seria necessário ter acesso a informações adicionais para se ter uma melhor compreensão dos riscos.

No segundo momento, o pesquisador enfatizou que os riscos apresentados nas representações indicavam a mesma informação. Em seguida, o pesquisador apresentou a notícia na íntegra aos licenciandos, Figura 7. Dessa forma, foi possível discutir sobre a importância de mobilizar disposições críticas no ensino de Probabilidade, para que possamos compreender melhor as informações às quais temos acesso.

A leitura isolada dos cenários ou do título de uma notícia não é suficiente para uma interpretação direta das informações. Ao escolher essa temática, o pesquisador, buscou destacar o recente período da pandemia da Covid-19 no Brasil, quando muitas desinformações sobre a doença foram divulgadas. No exemplo apresentado na Figura 7, as pessoas, por não conseguirem interpretar adequadamente as informações, poderiam tirar conclusões precipitadas e desenvolver um olhar negativo em relação à vacina.

Figura 7 – Capa da notícia utilizada na terceira situação-problema sobre a vacinação da Covid-19

Veja à notícia:



REPORTAGEM

Vacina contra covid matou um adulto a cada 10 milhões de doses, diz Saúde

Na investigação dos casos notificados de eventos adversos relacionados às vacinas contra covid-19, o Ministério da Saúde concluiu que as 510 milhões de doses aplicadas até março foram responsáveis por apenas 50 óbitos. Ou seja, uma morte a cada 10 milhões de doses — número considerado extremamente baixo e que confirma a segurança dos imunizantes.

Todas as mortes por conta da vacina foram de adultos, e não há registro de mortes entre crianças e adolescentes
Imagem: Arthur Stabile/UOL

Carlos Madeiro
Colunista do UOL
27/06/2023 04h00

Para efeito de comparação, a doença no país causou 37,5 milhões de casos e 703 mil mortes — o que equivale a 190 mil mortes a cada 10 milhões de casos.

Fonte: Madeiro (2023).

Com a leitura na notícia, os licenciandos puderam analisar melhor as informações, observando que até a data da publicação da notícia, o Brasil registrava 37,5 milhões de casos e 703 mil mortes confirmadas em decorrência da doença. Além disso, o pesquisador chamou a atenção para o número de mortos sem a vacina,

sugerindo que esse número poderia ser menor se as vacinas tivessem sido disponibilizadas antes. Para finalizar as discussões da situação-problema, o pesquisador questionou se os licenciandos reavaliariam algumas das crenças iniciais e quais conclusões eles tirariam da discussão realizada.

Após encerrar as discussões da terceira situações-problema, o pesquisador reforçou novamente sobre as **Questões Críticas** apresentadas nos elementos do conhecimento (Gal, 2005), destacando que, quando temos acesso a qualquer informação probabilística, é fundamental analisar o contexto da informação, a fonte, o processo que levou até às conclusões apresentadas, o significado da mensagem, dentre outras interpretações reflexivas que devem ser mobilizadas, conforme destacado no Quadro 1 da seção 2.2.1.

Para encerrar o segundo Encontro Cooperativo, o pesquisador novamente trouxe os questionamentos finais para obter um *feedback* dos licenciandos sobre as discussões que haviam sido vivenciadas, com os seguintes questionamentos: **Quais os pontos positivos e negativos das discussões vivenciadas hoje? Existe alguma dúvida que vocês gostariam de esclarecer antes de encerrar o nosso encontro?**

4.5.3 Terceiro Encontro Cooperativo

No terceiro Encontro Cooperativo, o pesquisador iniciou as discussões com uma dinâmica envolvendo o lançamento de uma moeda, buscando reforçar as discussões sobre o cálculo da Probabilidade teórica, em que, no contexto da moeda, temos 50% de chances para sair cara ou coroa. A proposta consistiu na realização de múltiplos lançamentos, convidando os licenciandos a registrar os resultados e compará-los com a Probabilidade teórica.

A dinâmica foi pensada para que os licenciandos pudessem ver na prática que os resultados dos lançamentos podem convergir ou divergir dessa Probabilidade teórica, revisando conceitos como aleatoriedade, variabilidade e independência, que já haviam sido discutidos na segunda situação-problema do primeiro encontro, e que também seriam explorados na quarta situação-problema proposta para o terceiro encontro.

Assim, o pesquisador solicitou inicialmente que cada licenciando realizasse dez lançamentos de uma moeda e anotasse os resultados em uma folha. Após esses

primeiros dez lançamentos, o pesquisador organizou as informações em um quadro, organizando a quantidade individual de caras e coroas para cada licenciando, bem como as frequências relativas.

Concluída a primeira etapa, o pesquisador novamente solicitou que os licenciandos realizassem mais dez lançamentos. Ao final das duas etapas, ele organizou os resultados em duas colunas separadas. A primeira com as frequências relativas dos dez primeiros lançamentos e a segunda com a frequência relativa acumulada dos vinte lançamentos. Em seguida, questionou os licenciandos se eles haviam percebido alguma diferença nas frequências relativas entre os dez e os vinte lançamentos e quais as conclusões pessoais deles sobre os resultados obtidos em relação à Probabilidade teórica.

Após a realização da dinâmica de abertura, o pesquisador apresentou a quarta situação-problema, intitulada como **“50% de chances: a Probabilidade de nascimentos em cidades Pernambucanas”**, inserida na **área-chave** de pesquisas e estatísticas. Essa situação foi elaborada com dados reais, disponibilizados no Painel de Monitoramento de Nascidos Vivos do Ministério da Saúde (Brasil, 2023c).

O pesquisador optou por utilizar registros de nascimentos em hospitais de duas cidades pernambucanas, Trindade e Olinda, referentes aos quatro primeiros meses de 2023. A escolha desse período foi motivada pela disponibilidade das informações no Painel, já que no momento da consulta, ele estava em processo de atualização e disponibilizava apenas os dados referentes a esse intervalo.

A escolha das duas cidades ocorreu após uma consulta do número de nascimentos de algumas cidades pernambucanas, na qual o pesquisador identificou que Trindade apresentava no momento da consulta, um número reduzido de nascimentos nos primeiros meses de 2023. Como por exemplo, o mês de abril, que registrou o nascimento de doze meninos e apenas uma menina, Quadro 17. Esses resultados foram escolhidos para discussão, pois poderiam ser interpretados pelos licenciandos como contraditórios em relação a Probabilidade teórica.

Em Olinda, o pesquisador observou que o número de nascimentos estava próximo da Probabilidade teórica de 50% entre os sexos masculino e feminino. Assim, o pesquisador viu nesses dois contextos, a oportunidade de discutir novamente com os licenciandos a compreensão conceitual de aleatoriedade, variação e independência dos eventos probabilísticos, em situações reais.

Quadro 17 – Quarta situação-problema: a Probabilidade de nascimentos em cidades pernambucanas

Área-chave: Pesquisas e Estatísticas.

Observe os registros de nascimento de bebês em hospitais de duas cidades pernambucanas (Trindade e Olinda) nos primeiros quatro meses de 2023, conforme registrados pela Plataforma Integrada de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde.

Registro nos Hospitais de Trindade					
Sexo	Jan/2023	Fev/2023	Mar/2023	Abr/2023	Total
Feminino	17	14	25	1	57
Masculino	32	25	24	12	93
Total	49	39	49	13	150
Registro nos Hospitais de Olinda					
Sexo	Jan/2023	Fev/2023	Mar/2023	Abr/2023	Total
Feminino	182	168	180	144	674
Masculino	178	162	184	149	673
Total	360	330	364	293	1347

Fonte: Brasil (2023c).

A Probabilidade de nascer um menino ou uma menina é 50% para cada. No entanto, os hospitais de Trindade registraram meses em que mais de 60% dos bebês nascidos eram meninos, enquanto na cidade de Olinda observou-se que a frequência de nascimentos está em torno de 50% para ambos os sexos.

- Algum desses resultados lhe causou surpresa? Por quê?
- Que conclusões você tira dos dados apresentados?
- Você acredita que é mais provável que um sexo se sobressaia em relação ao outro em cidades menores? Por quê?
- Se você pudesse prever os dados de Trindade daqui a 10 anos, o que poderia acontecer com a Probabilidade de nascimento de meninos e meninas?
- Você acredita que, a longo prazo, a frequência relativa de nascimentos de meninos e meninas em Trindade tenderá a se aproximar dos 50%? Por quê?

Fonte: Adaptado de Brasil (2023c).

Após a apresentação dos dados, o pesquisador enfatizou que nos meses de janeiro, fevereiro e abril, mais de 60% das crianças nascidas em Trindade eram do sexo masculino. A partir desses resultados, o pesquisador apresentou alguns questionamentos, buscando promover uma discussão crítica com os licenciandos, incentivando-os a refletir sobre possíveis fatores que poderiam justificar o distanciamento da Probabilidade teórica de 50% esperada.

Além disso, os questionamentos propostos buscavam identificar a compreensão dos licenciandos sobre a influência do tamanho da amostra nas duas cidades, suas crenças na interpretação do contexto em discussão, como eles estimariam o comportamento do número de nascimentos a longo prazo e a compreensão conceitual de aleatoriedade e variação em contextos reais, conceitos

que já haviam sido abordados na segunda situação-problema do primeiro encontro e vivenciados também na dinâmica de abertura do terceiro encontro.

Na sequência, o pesquisador apresentou os cinco diferentes Significados de Probabilidade (Batanero, 2005), mencionados na seção 2.1, para discutir alguns dos questionamentos da situação-problema, destacando principalmente as contribuições da **Lei dos Grandes Números** na interpretação dos dois últimos questionamentos. O pesquisador enfatizou que, embora não seja possível prever exatamente o que acontecerá, existe a expectativa de que, a longo prazo, a frequência relativa de nascimentos se aproxime da Probabilidade teórica de 50%.

A quinta situação-problema, intitulada como “**Interpretação do risco de dengue no Brasil: uma reflexão contextual**”, estava inserida na **área-chave** de saúde pública. Nessa situação, o pesquisador buscou discutir com os licenciandos, a compreensão da representação probabilística presente nas informações sobre a incidência de dengue em alguns estados brasileiros. Os dados utilizados foram obtidos no dia 09.02.2024, no Painel de atualizações de casos de Arboviroses do Ministério da Saúde (Brasil, 2024), conforme apresentado no Quadro 18.

Quadro 18 – Quinta situação-problema: interpretação do risco de dengue no Brasil

Área-chave: Saúde Pública.

A taxa de ataque é uma medida que busca avaliar o risco de disseminação de uma doença dentro de uma população. Segundo os dados de Arboviroses sobre a dengue, apresentados pelo Ministério da Saúde, atualizados até o dia 09.02.2024, os estados da Paraíba e Tocantins apresentavam uma taxa de 0,004% da população em risco pela doença. Além disso, o Acre registrou uma taxa de 0,085%, enquanto no Rio de Janeiro foi de 0,065%. Essas taxas refletem o risco de um indivíduo em cada estado ter sido afetado pela dengue durante o período analisado.

- a) Quais conclusões você pode tirar dos dados apresentados?
- b) Com base nessas taxas apresentadas, você acredita que o número de pessoas afetadas no Acre é superior ao número de pessoas afetadas no Rio de Janeiro? Explique.
- c) Ainda sobre as taxas apresentadas, você acredita que há alguma diferença no número de pessoas afetadas entre os estados da Paraíba e Tocantins? Por quê?
- d) Você acredita que faltam elementos nessas informações para uma melhor interpretação, ou apenas com esses dados mencionados já é possível compreender o cenário real da doença? Se faltarem, quais são esses elementos?

Fonte: Adaptado de Brasil (2024).

Com a situação-problema, o pesquisador buscou mobilizar disposições críticas nos licenciandos para a interpretação da taxa de ataque da dengue em quatro estados brasileiros (Paraíba, Tocantins, Acre e Rio de Janeiro), apresentando o percentual de pessoas que contraíram a doença. Para isso, foram utilizados alguns questionamentos para analisar se os licenciandos identificariam a necessidade de analisar o contexto de cada estado, considerando o espaço amostral envolvido em cada percentual apresentado.

Com os questionamentos, buscamos avaliar as Crenças e Atitudes dos licenciandos em relação à interpretação das informações apresentadas. Além disso, o pesquisador buscou refletir com eles sobre o comparativo dos riscos entre os estados mencionados, a fim de verificar se os licenciandos haviam compreendido, que embora um risco possa ser identificado como maior em termos percentuais, o cenário real pode não refletir na interpretação inicial, considerando que o espaço amostral (tamanho da população) é diferente em cada estado.

Após as discussões dos questionamentos, o pesquisador apresentou os dados do censo da população de cada estado mencionado na situação-problema, Quadro 19, que são os mesmos dados utilizados pelo Ministério da Saúde para apresentar os coeficientes de incidência de casos. Com a apresentação desses dados, buscamos complementar as discussões com os licenciandos verificando se eles mudariam as crenças iniciais sobre as informações apresentadas.

Quadro 19 – Censo populacional dos estados brasileiros utilizados na quinta situação-problema

CENSO 2022
População do Acre: 830.018
População da Paraíba: 3.974.687
População do Rio de Janeiro: 16.055.174
População do Tocantins: 1.511.460

Fonte: IBGE (2022).

Encaminhando-se para o encerramento das discussões, o pesquisador lembrou as situações-problema que haviam sido realizadas ao longo dos três encontros, destacando o trabalho realizado para explorar elementos do modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) e as diferentes **áreas-chave** que foram contempladas. Por fim, como nos encontros anteriores, o pesquisador novamente trouxe os questionamentos finais para obter um feedback dos licenciandos, como: A

abordagem adotada nos encontros fez você refletir sobre suas crenças e a sua compreensão de conceitos da Probabilidade? **Alguma das situações-problema discutidas nos encontros ajudou a desconstruir alguma crença que você tinha sobre a Probabilidade? Quais outras temáticas nas áreas-chave poderiam ser exploradas para discutir conceitos probabilísticos na Educação Básica?**

Com base na proposta desenvolvida ao longo do primeiro, segundo e terceiro Encontro Cooperativo, o pesquisador tinha como expectativa que a pesquisa contribuísse de forma positiva para a formação dos licenciandos, especialmente no que diz respeito ao entendimento crítico da Probabilidade. Espera-se que as discussões realizadas nesses encontros motivem esses futuros professores a levar para a sala de aula reflexões críticas sobre o ensino de Probabilidade, utilizando situações baseadas em dados reais e explorando as diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico. Na próxima subseção, apresentaremos a metodologia de análise qualitativa dos dados produzidos nesses encontros e o software que auxiliou o pesquisador no processo de análise.

4.6 PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA: O CICLO DE CODIFICAÇÃO DE SALDAÑA

Nesta subseção, apresentamos o ciclo de codificação de Saldaña (2013), um manual que dispõe de uma variedade de métodos de codificação para análise de dados qualitativos e que serviu como base para a análise dos dados desta pesquisa. No manual, há diferentes tipos de codificação, permitindo que o pesquisador selecione os mais alinhados aos objetivos e questões de pesquisa. Além disso, o autor apresenta exemplos práticos de codificação, os quais auxiliam os pesquisadores na condução de uma análise qualitativa dos dados.

Esses códigos são definidos por Saldaña (2013) como uma palavra ou frase curta que representa algo relevante nos dados que estão sendo analisados. A função do código é atribuir um significado interpretativo, para uma única expressão textual, bem como um parágrafo ou até páginas completas de dados. O processo de codificação auxilia o pesquisador na categorização e na organização dos dados, contribuindo para uma melhor discussão dos resultados da pesquisa.

Saldaña (2013) organiza o ciclo de codificação em dois grupos principais. O primeiro é composto por seis métodos, cada um com diferentes tipos de codificação,

enquanto o segundo reúne outros seis diferentes tipos de codificação, voltados para uma análise mais aprofundada dos dados.

Nesta pesquisa, utilizamos apenas dois métodos de codificação do primeiro ciclo para a análise dos dados: o método elementar (codificação inicial) e o método afetivo (codificação de valores e codificação de avaliação). Esses métodos atenderam diretamente aos objetivos e às questões de pesquisa citados na Seção 4.

A codificação inicial, conforme apresentada por Saldaña (2013), é uma codificação aberta às diversas possibilidades que os dados podem revelar. Na codificação, o pesquisador reflete sobre os dados da pesquisa, e poderá reformular os códigos à medida que a análise progride. Durante a codificação, outros tipos podem ser explorados, como a codificação *In Vivo*, na qual o código utilizado é uma palavra ou frase extraída diretamente da fala do participante, ou a codificação de processo, em que os códigos são escritos no gerúndio para atribuir significado as ações ou comportamentos observados nos dados.

A codificação de valores busca identificar os valores, atitudes e crenças dos participantes, representando suas perspectivas ou visões de mundo (Saldaña, 2013). Nesta pesquisa, observamos uma relação direta desse tipo de codificação com um dos objetivos da pesquisa, que buscava analisar as Crenças e Atitudes dos licenciandos na interpretação de informações probabilísticas.

A codificação de avaliação se refere ao uso de códigos para atribuir significado aos comentários avaliativos dos participantes, permitindo uma análise crítica sobre a qualidade das abordagens vivenciadas na intervenção de uma pesquisa. Saldaña (2013) enfatiza que essa codificação é flexível, podendo ser ajustada para atender às necessidades específicas de cada estudo. Além disso, trata-se de um tipo de codificação que pode ser complementada por outros tipos, como por exemplo, a codificação de valores mencionada anteriormente.

Além dos tipos de codificação, Saldaña (2013) recomenda que ao longo das análises, o pesquisador escreva memorandos analíticos. Esses memorandos são resumos dos dados codificados, que auxiliam o pesquisador na identificação de categorias, assim como na análise das relações entre os dados e a teoria utilizada na pesquisa. Além disso, o exercício de escrever memorandos contribui diretamente para a escrita final dos resultados na pesquisa.

4.6.1 O MaxQDA e a lista de códigos utilizada nas análises

Os registros de áudio dos Encontros Cooperativos foram transcritos utilizando a ferramenta *Good Tape* (Zetland, 2024), sendo gerados protocolos contendo as discussões realizadas. Após esse processo, o pesquisador identificou cuidadosamente as falas dos licenciandos, atribuindo-lhes pseudônimos, como por exemplo, **L1**, sendo “L” uma abreviação para licenciando(a) em Matemática, e o número para diferenciar os participantes, conforme indicado no Quadro 8 da subseção 4.3.

O processo de codificação, a escrita de memorandos e a utilização de outros elementos para análise, foram realizadas com o auxílio do software *MaxQDA* (Verbi, 2024), um recurso que dispõe de ferramentas para codificação, elaboração de memorandos e recursos visuais que auxiliam o pesquisador na organização das discussões dos dados. No Apêndice C, apresentamos a lista dos códigos que emergiram ao longo das análises.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, são apresentados os dados produzidos durante os três Encontros Cooperativos com os licenciandos. As análises serão discutidas em três partes, buscando contemplar os objetivos da pesquisa. A primeira parte aborda as discussões relacionadas às compreensões prévias dos licenciandos; a segunda explora a influência das Crenças e Atitudes na interpretação das informações probabilísticas e a terceira e última parte discute sobre as contribuições das situações-problema para a promoção do Letramento Probabilístico dos licenciandos.

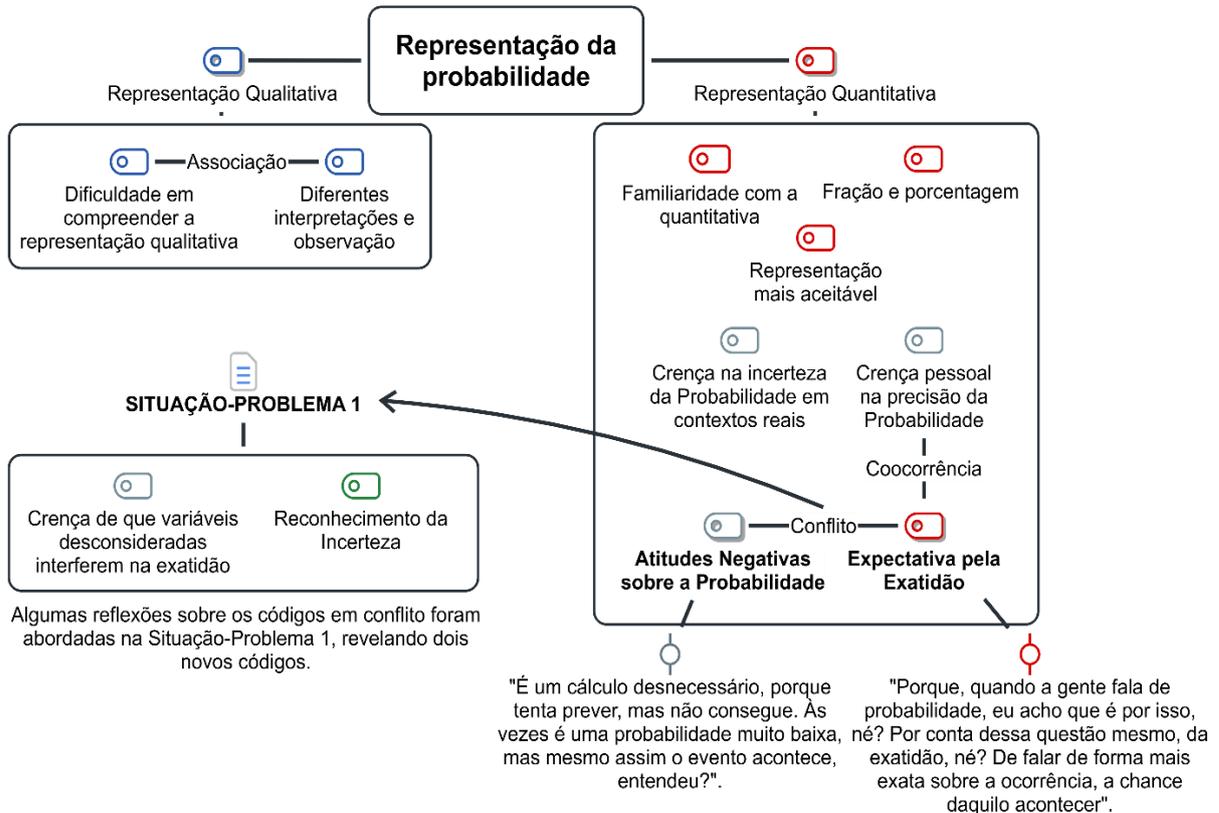
5.1 ANÁLISE DAS COMPREENSÕES PRÉVIAS DOS LICENCIANDOS SOBRE A PROBABILIDADE

Esta subseção apresenta as análises das compreensões prévias dos licenciandos em relação à Probabilidade. São enfocadas as falas dos participantes a partir dos questionamentos motivadores dos dois primeiros Encontros Cooperativos, pois neles as discussões sempre iniciavam com foco nessas compreensões. As perguntas realizadas para o grupo de participantes buscavam identificar o tipo de representação probabilística que eles possuíam maior familiaridade; as crenças quanto a interpretação de informações probabilísticas; os elementos considerados fundamentais para interpretar essas informações; a capacidade de associar a Probabilidade a situações do cotidiano; e como eles compreendiam a natureza da Probabilidade.

5.1.1 A compreensão dos licenciandos com relação a representação da Probabilidade

Os dados obtidos durante os questionamentos motivadores com os licenciandos apontaram aspectos fundamentais para a discussão sobre a compreensão da Probabilidade. Na Figura 8, é apresentado um mapa de códigos que destaca os códigos atribuídos às falas dos licenciandos, referentes à compreensão do tipo de representação probabilística que eles demonstravam maior familiaridade.

Figura 8 - Mapa de códigos da compreensão dos licenciandos sobre as representações probabilísticas



Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

Na Figura 8, observa-se uma concentração maior de códigos relacionados à representação quantitativa da Probabilidade, atribuídos durante as análises. Além dos códigos destacados em vermelho, associados a essa compreensão quantitativa, incluem-se também os códigos na cor cinza, que estão relacionados com as Crenças e Atitudes dos licenciandos em relação ao entendimento dessa representação.

No *MaxQDA*, além dos códigos, o pesquisador pode explorar também os rótulos para destacar as relações entre os códigos, como observado nos códigos **crença pessoal na precisão da Probabilidade**, **expectativa pela exatidão** e **atitudes negativas sobre a Probabilidade**.

O rótulo conflito, utilizado entre os códigos **expectativa pela exatidão** e **atitudes negativas sobre a Probabilidade**, foi utilizado para evidenciar que essas atitudes surgiam quando os licenciandos consideravam impossível o acontecimento de eventos com baixa Probabilidade. No entanto, ao recordarem de casos que contrariavam essa ideia, passaram a questionar o sentido de calcular essa Probabilidade, considerando que os resultados eram diferentes daquilo que era esperado nos cálculos.

Na tentativa de desconstruir esses entendimentos iniciais relacionados à expectativa pela exatidão, o pesquisador apresentou a situação-problema 1, para aprofundar a compreensão das representações e da natureza não determinística da Probabilidade, haja vista que havia uma tendência de interpretar as probabilidades teóricas dos eventos como exata.

Em relação à representação qualitativa, os códigos em azul indicam a dificuldade dos licenciandos em compreender essa representação. Os licenciandos não estavam familiarizados, por exemplo, em associar as representações quantitativas a frases verbais de Probabilidade, que usam qualificadores como muito improvável, possível, impossível para classificar os eventos. Mesmo diante dessa dificuldade, observou-se uma tentativa de associar o termo “qualitativo” à ideia de pesquisas acadêmicas qualitativas, sugerindo que as representações qualitativas seriam atribuídas com base em diferentes interpretações e observações. Essas análises serão discutidas detalhadamente nos parágrafos a seguir.

No primeiro encontro, os licenciandos foram questionados sobre como a Probabilidade de ocorrência de um evento poderia ser representada. Nas falas, foi possível observar que algumas das compreensões sobre as representações da Probabilidade estavam mais relacionadas com o significado clássico (Batanero, 2005), como pode ser observado nas falas de **L2** e **L4**.

L2: Eu acredito que para representar a Probabilidade de ocorrência de um evento, **o que me vem na mente agora é a questão da fração**². Então, **no denominador ficariam os resultados possíveis e no numerador seria o número de resultados de acordo com a ocorrência que eu quero observar** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: Concordo, para representar a Probabilidade, **é como se eu quisesse diminuir o espaço amostral**. Na verdade, **é aumentar as chances de ocorrer algo que eu queira**. Que é aleatório, mas por exemplo, no jogo do dominó, a pessoa que está jogando dominó, está aplicando a Probabilidade ali, né? Fica tentando aumentar o número de chances para jogar as peças que ele deseja (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L2 cita a representação fracionária e classifica corretamente os elementos para o numerador e denominador. **L4** também apresenta implicitamente, características do significado clássico, evidenciadas pela experiência prática que utiliza de estratégias intuitivas baseadas no senso comum, com foco no espaço amostral do jogo de

² Os trechos em negrito foram destacados para dar ênfase às falas que motivaram a elaboração dos códigos para análise. Além disso, atesta-se que para manter a integridade da fala dos participantes, optou-se por manter seus discursos sem correções gramaticais específicas, respeitando regionalismos, expressões coloquiais e demais construções de fala.

dominó. Nota-se que **L4** parece não reconhecer inicialmente, nesta sua fala, características de uma representação qualitativa, ao utilizar termos como “aumentar o número de chances”.

Na sequência, o pesquisador voltou a questionar a existência de outros tipos de representação. Novamente, **L2** complementou sua fala anterior, mantendo o foco nas representações quantitativas, destacando dessa vez, a utilização de porcentagem e os números decimais.

L2: Que eu me recordo, **tem também a questão da porcentagem**, né? Porque a gente fala muito “tem 30% de uma coisa acontecer”, né? A gente vê muito isso **na Probabilidade climática, na questão de chuva**, e outras coisas. E aí, **se tem porcentagem, obviamente vai ter também essa questão de representação por meio de números decimais, nossos números com vírgula** (L2, 2024a, n. p., grifo nosso).

Esses aspectos das falas desses licenciandos, indicam que eles possuíam uma maior familiaridade com a representação quantitativa. Diante disso, o pesquisador decidiu questioná-los sobre algum exemplo em que fosse possível mensurar uma representação qualitativa da Probabilidade, como, por exemplo, as frases verbais que fazem parte da linguagem probabilística (Gal, 2005). Um dos códigos em destaque na Figura 8, dificuldade **em compreender a representação qualitativa** refere-se à dificuldade dos licenciandos em compreender a utilização dessa representação, conforme observado na fala de **L2**.

L2: Assim, **eu não consigo visualizar essa questão de qualitativa, quando envolve Probabilidade**. Tem situações, né? Mas sempre que envolve a questão de calcular a Probabilidade de alguma coisa acontecer, algum evento [...] A chance, por exemplo, sei lá, de entre alguns números saírem os números ímpares e etc. **Eu não consigo visualizar de nenhuma maneira, uma representação qualitativa daquilo, está entendendo? Agora o cálculo, sim** (L2, 2024a, n. p., grifo nosso).

Um ponto curioso no relato de **L2** é que, em nenhum momento anterior à sua fala, o pesquisador fez menção ou citou algo referente aos Cálculos de Probabilidade. Dessa forma, **L2** reforça novamente um conhecimento mais direcionado para a manipulação de cálculos matemáticos, corroborando com as discussões apresentadas por Carvalho e Macedo (2015) e López-Mojica e Aké (2019), que relatam lacunas na Formação Inicial dos futuros professores de Matemática. Os autores enfatizam que as disciplinas geralmente adotam uma visão direcionada apenas para manipulação algébrica, desconsiderando outros elementos fundamentais

para compreensão crítica da Probabilidade, como, por exemplo, a compreensão crítica conceitual que será discutida ao longo das próximas seções deste trabalho.

A dificuldade na compreensão da representação qualitativa mencionada por **L2** passou a fazer parte das discussões do encontro. Assim, **L4** buscou realizar uma analogia, utilizando como referência a sua compreensão sobre pesquisas acadêmicas qualitativas.

L4: Olha, quando você fala essa palavra 'qualitativa', só vem na minha mente aqueles métodos de abordagem de pesquisa qualitativa, quando a gente está produzindo uma pesquisa científica, né? Porque, são vários significados que você pode retirar dos dados. Então, conectando isso à Probabilidade, seria mais para aplicar ela a um meio social, que não seja com números, mas sim com observações, acho que é isso. Por exemplo, no mercado financeiro, existem vários fatos que acontecem para mudar o cenário do mercado. Então existe a Probabilidade, mas ela não é representada de forma numérica, são mais observações do que está ocorrendo no mundo (L4, 2024a, n. p., grifo nosso).

A analogia apresentada por **L4** foi um exemplo de discussão sobre a Probabilidade que não está relacionado com a **área-chave** de jogos de azar. Identifica-se que a fala não corresponde completamente à compreensão da representação qualitativa. No campo de estudo da Probabilidade, a representação qualitativa não deve ser rotulada como exclusiva para um determinado contexto e distante da representação quantitativa.

Gal (2005), em seu modelo de Letramento Probabilístico, discute que a representação qualitativa explora, por exemplo, a linguagem para apresentar as chances de determinados eventos e utiliza diferentes qualificadores para interpretar as representações quantitativas, como observado na Escala Numérica de Probabilidade, proposta por Aczel (2007). Assim, a fala de **L4** destaca a importância de promover discussões no ensino de Probabilidade que relacionem as representações quantitativas e qualitativas, bem como suas relações.

Após as discussões apresentadas pelos licenciandos, o pesquisador apresentou brevemente outros exemplos básicos, como, por exemplo, a linguagem utilizada para fazer declarações probabilísticas em diferentes eventos no cotidiano. Na sequência, voltou a questionar os licenciandos sobre qual das representações eles consideravam mais aceitável no campo de estudo da Probabilidade.

Inicialmente, **L2** reconheceu a utilidade da representação qualitativa no cotidiano, porém o seu posicionamento se manteve direcionado para a representação quantitativa, motivada pela expectativa da exatidão nos cálculos probabilísticos.

L2: Esses exemplos que você trouxe não veio na minha mente, essa questão da qualitativa. **E realmente a gente utiliza esses termos para se expressar, principalmente no dia a dia, que a gente não vai fazer o cálculo e falar de forma numérica sobre a Probabilidade de alguma coisa acontecer [...]**, mas, de maneira geral, eu acho que **a mais aceitável seria a quantitativa. Porque, quando a gente fala de Probabilidade, eu acho que é por isso, né? Por conta dessa questão mesmo, da exatidão, né? De falar de forma mais exata sobre a ocorrência**, a chance de aquilo acontecer (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

O pesquisador, complementando as discussões, apresentou um exemplo para questionar os licenciandos sobre a natureza não determinística da Probabilidade. Assim, questionou: se ao declarar que a Probabilidade de chover em uma determinada região é de 80%, isso significaria que o evento realmente iria acontecer. Em sua resposta **L2** expressou uma crença sobre o comportamento da Probabilidade, de que a incerteza estaria presente em contextos reais, sugerindo a existência de uma compreensão para a Probabilidade no ensino de Matemática e outra que estaria presente no cotidiano.

L2: Rapaz, nesse caso não, porque já trazendo realmente **essa questão do clima, né? Que está mais no nosso cotidiano e não no cotidiano do ensino de Matemática**, mas no dia a dia, a gente vê muito que, por exemplo, tem lá 30%, 40% que vai chover, e muitas vezes não acontece aquilo, né? Não chove, é muito incerto (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

A fala de **L2** trouxe uma reflexão sobre como o ensino tradicional da Probabilidade pode dificultar a conexão entre o objeto do conhecimento e as situações reais. A compreensão mencionada por **L2** sugere um dualismo, um distanciamento na forma como a Probabilidade é apresentada em sala de aula e o seu comportamento em contextos reais.

Outro ponto observado nas falas dos licenciandos foi a coocorrência entre a **crença pessoal na precisão da Probabilidade** e a **expectativa pela exatidão** dos eventos. Pode-se inferir que os licenciandos tendem a confiar mais nas informações probabilísticas expressas numericamente, por acreditarem na lógica matemática dos cálculos. Essa crença reforça o entendimento inicial dos licenciandos, de que altas probabilidades indicavam a certeza do acontecimento do evento, enquanto as baixas probabilidades indicavam o contrário, conforme enfatizado por **L2** e **L6**.

L2: Quando eu vejo, por exemplo, voltando nessa questão do clima, né? 80%, 70% de chance de chover amanhã, **vem essa minha crença pessoal de que realmente aquilo vai acontecer. Querendo ou não, a gente confia muito nos números**. Até porque, a gente sabe que tem um cálculo por trás, **tem toda uma lógica matemática**, um estudo, não é uma questão de

achismo. Então, 70%, 80%, no caso, **eu creio e confio na Probabilidade de um evento acontecer quando ela já aparece com os números** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L6: Eu também acredito como o L2 falou. **Quando é 60%, eu já não considero muito que vai acontecer.** Agora, quando chega perto dos **80%, 90%, a gente já tem uma crença de que realmente vai acontecer**, porque a Probabilidade é maior (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

As falas mencionadas anteriormente podem remeter a lacunas na compreensão da definição de Probabilidade. Conforme apresentado por Aczel (2007), a Probabilidade é apenas uma medida quantitativa e não corresponde à certeza dos acontecimentos. Esse ponto foi discutido pelo pesquisador, que buscou conduzir as reflexões para o entendimento da natureza não determinística da Probabilidade. Foi então que **L4** expressou uma atitude negativa sobre a Probabilidade, atitude essa que também foi aceita pelos demais licenciandos durante essa discussão, conforme mencionado no trecho a seguir.

L4: Eu já tive meus questionamentos em relação a isso. **E eu acho meio sem sentido fazer esses Cálculos de Probabilidade**, porque às vezes você tem 85%, 90% de chance de ocorrer um evento e não acontece, e aí? Por exemplo, na biologia, nos cálculos de genética, você tem 80% de chance de ocorrer uma [...] ou melhor, deixa eu ser mais claro, quando tem uma chance mínima de acontecer, como, por exemplo, a criança nascer com o olho azul, né? Que é uma Probabilidade bem baixa. E do mínimo conseguir acontecer, está entendendo? **Sei lá, é meio desnecessário é um cálculo desnecessário, porque tenta prever, mas não consegue.** Às vezes é uma Probabilidade muito baixa, mas mesmo assim o evento acontece, entendeu? (L4, 2024a, n. p., **grifo noso**).

A atitude negativa sobre a Probabilidade expressa por **L4** destaca lacunas na compreensão desse conceito. Porque a Probabilidade permite prever a ocorrência de eventos, mas não determina a certeza e a ordem dos acontecimentos. A fala de **L4** expressa a necessidade de se repensar em novas abordagens para o ensino de Probabilidade que se preocupem com a base desse conhecimento, que seria a compreensão conceitual, e os cálculos surgiriam então como uma consequência desse entendimento.

Com as discussões apresentadas, observa-se que os licenciandos demonstraram maior familiaridade com a representação quantitativa, evidenciando lacunas na compreensão da natureza não determinística da Probabilidade.

A fim de desconstruir essas ideias incompletas sobre a Probabilidade, o pesquisador conduziu a discussão da situação-problema 1, que abordava as probabilidades de vitória e rebaixamento de times brasileiros. Com essa situação, o

pesquisador buscou discutir sobre a expectativa pela exatidão expressa pelos licenciandos, bem como a natureza não determinística da Probabilidade.

Ao terem contato com a notícia na íntegra, os licenciandos foram questionados sobre o que eles tinham de conclusão das informações apresentadas. Foi então que eles demonstraram curiosidade com o resultado final do campeonato, isso porque a notícia revelava também como era feito o cálculo das probabilidades dos times participantes do campeonato, conforme observado nos relatos a seguir.

L6: Eu estava observando, **o Palmeiras tinha 45,4% de chance de ser o campeão e conseguiu**. No rebaixamento, **o Bahia com 56,4% tem uma porcentagem maior que o Santos, que era 3,3%. E o Bahia não foi rebaixado e já o Santos foi**, é interessante isso (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: Rapaz, parece que foi uma babação para o Santos, viu? **Porque ele só tinha apenas 3,3% e foi rebaixado**. E olha **o Cruzeiro que tinha 34,2% e não foi rebaixado**, fez sair da zona de rebaixamento (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L2: Mas é porque bate muito nessa nossa discussão da incerteza, né? Que a gente estava comentando anteriormente. **Mesmo fazendo o cálculo, o resultado é incerto**, né? Deu incerto, na verdade (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Nas falas, foi possível observar uma reflexão dos licenciandos sobre suas compreensões prévias e o comportamento da Probabilidade. Por exemplo, **L6**, que anteriormente acreditava no acontecimento de eventos apenas com probabilidades acima de 60%, começou a compreender que o percentual, seja ele superior ou inferior a 60%, não garante a certeza dos eventos. Já **L4**, que havia demonstrado uma atitude negativa em relação aos cálculos probabilísticos, comentou de forma descontraída sobre o resultado do Santos, destacando exatamente que, por mais que as probabilidades sejam mínimas, elas não excluem a chance de acontecimento do evento. Complementando as falas dos colegas, **L2** concluiu que os resultados estão relacionados com o entendimento da incerteza dos eventos probabilísticos e que o cálculo seria apenas uma previsão dos acontecimentos.

Na sequência, o pesquisador complementou as discussões, retomando a fala de **L4**, que havia expressado uma atitude negativa em relação à Probabilidade, ao afirmar que os cálculos probabilísticos eram desnecessários.

O pesquisador então reforçou que os cálculos mencionados na reportagem eram baseados em um estudo desenvolvido por um grupo de pesquisa da

Universidade Federal de Minas Gerais. No entanto, destacou novamente que mais uma vez estavam sendo apresentadas previsões e não a certeza dos acontecimentos.

Após as explicações do pesquisador, **L2** trouxe algumas considerações sobre as probabilidades apresentadas na situação-problema 1 e ao final, levantou um questionamento reflexivo, para retomar a discussão sobre a expectativa da exatidão compreendida inicialmente por eles, conforme apresentado no trecho a seguir.

L2: Eu acredito que nesse estudo aí, **foi desconsiderada muitas variáveis que interferiu na Probabilidade**, nas chances, daquilo acontecer [...] então, **muitas vezes há esses erros, justamente por conta que há muitas variáveis**. Há tantas variáveis que são difíceis matematicamente de colocá-las, né? dentro desses cálculos, dessa Probabilidade, e acaba sendo desconsiderado [...] enfim, **são variáveis que interferem diretamente no resultado final que é calculado**. Agora assim, será que **seria possível ter um cálculo de Probabilidade que tivesse todas as variáveis? E quando é possível envolver todas as variáveis? Não seria mais perto da exatidão?** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Na sequência a fala de **L2**, o pesquisador concordou que de fato há diferentes variáveis que podem interferir nas previsões dos eventos probabilísticos. No entanto, reforçou novamente, buscando responder aos questionamentos de **L2**, que, por mais que se tente considerar nos cálculos todas as variáveis possíveis, o resultado ainda assim não será determinístico, ou seja, a Probabilidade nunca será exata.

Ao final das discussões, o pesquisador apresentou a Escala Numérica de Probabilidade proposta por Aczel (2007), mencionada na subseção 2.2.1 deste trabalho. Com as discussões sobre a escala, os licenciandos reforçaram que parte das crenças expressas sobre as representações numéricas e a expectativa pela exatidão estavam relacionadas com o que, na teoria, seria esperado pelas indicações apresentadas na escala, como observado no relato de **L2**.

L2: Eu acho que de certa forma, **essa escala representa muito a crença da maioria, né? Quando a gente olha o 50%, o 75%, né? A gente interpreta dessa forma aí**, vai muito de acordo com isso que está posto aí nessa escala, **quando está mais para o lado direito, tem uma confiança maior de acontecer**, mas não é determinado, né? Essas discussões batem de frente com frases do tipo: a matemática é sempre exata, mas aqui na Probabilidade não é (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: Eu também achei, queria falar também que **as anotações aí da escala, me lembrou aquela parte lá que a gente estava comentando sobre a representação qualitativa**, né? Porque quando ele menciona essa parte aí do provavelmente, que está a cada 25%, né? **Tem essa escala quantitativa, mas a análise envolve mais a parte qualitativa**, porque é uma interpretação pessoal (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Na escala de Aczel (2007), o intervalo entre 0,50 e 0,75 caracteriza a ocorrência de um evento como mais provável do que a sua não ocorrência. Já entre 0,75 e 1,00, é caracterizado que o evento provavelmente ocorrerá. Para **L2**, essas classificações justificavam as crenças dos licenciandos sobre os acontecimentos dos eventos. No entanto, reconheceu que as classificações, na verdade, estavam relacionadas ao que se espera daquela Probabilidade e não com a certeza dos eventos.

L4 complementou as discussões ao destacar também a subjetividade envolvida na interpretação dos intervalos da escala, recordando das discussões sobre a representação qualitativa da Probabilidade. Essas reflexões finais dos licenciandos parecem sugerir um avanço no entendimento crítico da Probabilidade, especialmente ao buscarem articular as diferentes representações, como observado na fala de **L4**.

5.1.2 A compreensão dos licenciandos sobre a Probabilidade em situações do cotidiano

No segundo encontro, os questionamentos motivadores buscavam identificar se os licenciandos conseguiam associar a Probabilidade com situações do cotidiano, ampliando o olhar para outros exemplos, além daqueles mencionados no primeiro encontro. Nas análises, emergiram códigos *In Vivo* que destacavam, por exemplo, a **dificuldade de relacionar a Probabilidade com o cotidiano**.

Apesar das dificuldades relatadas pelos licenciandos, observa-se que eles buscaram recorrer a exemplos relacionados com suas experiências pessoais com a Probabilidade para responder aos questionamentos propostos, conforme observado nos trechos a seguir.

L4: Até agora, eu **ainda não encontrei uma coisa que eu relacione a Probabilidade com o meu cotidiano**. Mas assim, eu jogo dominó, não sei se é válido, **mas ultimamente eu estou jogando muito dominó e como eu falei no encontro anterior, o jogo tem Probabilidade**. Fora isso, eu reforço, que eu não consigo observar diretamente na minha vida, onde é que eu estou utilizando a Probabilidade. Eu falo agora no presente, entendeu? Pode ser que eu mude de opinião (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L6: Estou tentando lembrar algo aqui também. **Eu vejo mais a Probabilidade mesmo na parte de jogos**, quem vai ganhar, quem vai vencer. **Tem também a questão do tempo, das chuvas que a gente falou**. E assim **no cotidiano, eu lembro na sala, quando a gente vai ver questões, tipo, saber quem vai ser o menino que vai ser sorteado**, qual a Probabilidade do grupo cair com mais meninos do que meninas, a gente faz isso, né? (L6, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L2: Então, **no cotidiano, uma situação que utiliza muito algumas estratégias, que envolvem a Probabilidade, é a questão do ímpar ou par, né? Sei lá, em um futsal na quadra, para tirar o time, a gente usa algumas estratégias, tipo, ah, se eu escolher ímpar e colocar um número par, tem uma grande chance do outro colocar um número que acabe eu ganhando, né? São algumas situações que a gente usa algumas estratégias (L2, 2024b, n. p., grifo nosso).**

Diante desses extratos das falas de alguns participantes, observa-se que as dificuldades podem estar relacionadas à maneira como os licenciandos aprenderam Probabilidade, em geral, direcionados para problemas manipulativos e descontextualizados. Conseqüentemente, é possível observar em suas falas uma predominância de eventos associados à **área-chave** de jogos de azar, vinculados principalmente ao significado clássico (Batanero, 2005).

L2 também expressa um grau de crença relacionado ao significado subjetivo da Probabilidade (Batanero, 2005). Ao relatar sua experiência com o jogo “par ou ímpar”, **L2** menciona algumas crenças, que estavam sendo intituladas como estratégias. Acreditando que ao escolher a opção “ímpar” e no momento do lançamento dos dedos fosse colocado um número par, suas chances de vitória aumentariam, pois supostamente isso faria com que o oponente colocasse um número que resultaria em sua vitória. Essa é uma compreensão parcial sobre a aleatoriedade dos resultados desse jogo, uma vez que o jogo do “par ou ímpar” é equiprovável, ou seja, qualquer resultado tem a mesma Probabilidade de acontecer, independentemente da estratégia adotada.

Outro questionamento levantado pelo pesquisador buscou identificar quais os conhecimentos probabilísticos os licenciandos consideravam necessários para compreender uma informação probabilística. Nas análises, emergiram códigos como **conhecimento matemático e frequência de ocorrência**. Observou-se nesses códigos, um direcionamento distinto para as representações de Probabilidade, sendo o conhecimento matemático relacionado à representação quantitativa, enquanto a frequência de ocorrência estava mais associada à representação qualitativa.

Este último código evidenciou uma dificuldade dos licenciandos em identificar conhecimentos necessários para interpretar informações qualitativas de Probabilidade. Foi possível observar, por exemplo, que os licenciandos tendem a se apoiar em situações passadas, tomando como referência aquilo que costumava dar certo ou errado.

L2: Assim, **eu acho que é mais a questão dos cálculos, para que se tenha uma base matemática daquilo**, né? Eu, no caso, costumo fazer isso. E **quando não é possível fazer o cálculo, como nessa questão do ímpar ou par, ou do dominó, aí a gente utiliza realmente estratégias que a gente vê que geralmente dão certo**. Então, quando não dá para fazer o cálculo, a gente vai pelo que geralmente dá certo, né? Que no caso, é seguir as nossas crenças (L2, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L5: Eu também concordo, porque, **quando há uma grande quantidade de acertos para ocorrência de algum evento, a gente começa a confiar mais. Então, também são coisas que dão uma certa credibilidade**, que é essencial para dar credibilidade à Probabilidade apresentada (L5, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Considerando as diferentes maneiras de representar uma informação probabilística, percebe-se na fala dos licenciandos, a manifestação mais explícita dos conhecimentos relacionados aos cálculos e a referência a acontecimentos anteriores. Esse direcionamento também aponta lacunas na compreensão conceitual da independência dos eventos e da variação dos resultados. Ou seja, os licenciandos apresentam uma compreensão limitada dos conhecimentos que deveriam ser mobilizados na interpretação de uma informação probabilística, não sendo observado, por exemplo, a menção a habilidades das **Questões Críticas**, que fornecem diferentes reflexões sobre a Probabilidade, conforme é apresentado no modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005).

Dando continuidade às discussões, o pesquisador apresentou uma informação hipotética sobre a previsão de chuva, supondo que havia sido informado no rádio que no final de semana haveria uma “boa chance” de chover no município. O objetivo era que os licenciandos formulassem uma declaração de Probabilidade, conforme discutido por Gal (2005), onde essa declaração se refere à nossa capacidade de atribuir uma Probabilidade ao evento. Nos trechos a seguir, é possível observar como os licenciandos justificaram suas declarações.

L2: Eu vou de **60%**, **por conta dessa questão da boa chance, porque se fosse, sei lá, uma grande chance ou outra palavra que tivesse uma certa certeza dessa Probabilidade, eu poderia até botar um número maior**. Mas como fala em boa chance de acontecer, **está acima dos 50%, mas eu não acho que chegue a 80%, 85%**. Então, eu coloquei 60% que, para mim, na minha visão, está nessa boa chance aí (L2, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L6: Rapaz, **eu coloquei 80%, fui no mesmo critério. Uma boa chance, para mim, se fosse uma certeza maior, seria de 90% para cima**. Já que não é uma certeza tão grande de chover, acredito então que seria de 80% para baixo (L6, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L5: Eu acho que é **75%**, **porque ele falou aí que é uma boa chance. Então, pode está marcando que vai chover**. Por isso, eu acho que é 75%. *Porque,*

mais que isso, seria mais certeza. Tipo, quando é 80%, é com a certeza que tá chovendo (L5, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L4: Rapaz, a minha declaração é **78%, porque eu acabei lembrando daquela escala que você mostrou no primeiro encontro**. No momento eu esqueci o nome do autor lá (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: É o Aczel? Seria a Escala numérica de Probabilidade?

L4: Isso mesmo, **porque eventualmente pode ser que chova. Então estaria entre 0,75 e 1, já que existe uma boa chance de chover, entendeu? Então minha estimativa é que seria mais provável chover** (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Observa-se nas falas dos licenciandos que uma mesma frase probabilística pode ser interpretada de diferentes maneiras, como exemplificado no termo “boa chance”. Nas análises, alguns códigos que emergiram dessas falas, indicavam, por exemplo, a **crença em relação aos qualificadores**, considerando que qualificadores como “grande chance”, “certeza maior”, entre outros, poderiam sugerir uma certeza sobre os eventos. Ou seja, os licenciandos estavam relacionando a certeza com a Probabilidade, acreditando que certos qualificadores poderiam determinar os resultados dos acontecimentos.

Outro código que voltou a ser manifestado foi a **expectativa pela exatidão**, quando, por exemplo, os licenciandos mencionaram que 80% ou 90% representariam uma certeza de que estaria chovendo. Essas falas indicam a necessidade de explorar no ensino de Probabilidade um trabalho cuidadoso com a linguagem probabilística, explorando os diferentes termos, conceitos e representações em diferentes contextos, possibilitando um amadurecimento na forma de explorar e interpretar a Linguagem em diferentes situações do cotidiano.

Nas análises, também se identificou nas falas dos licenciandos, aspectos que indicavam uma aproximação para uma compreensão mais abrangente da Probabilidade. Por exemplo, **L4** enfatizou a sua declaração como uma estimativa, recapitulando as discussões da Escala Numérica de Probabilidade, proposta por Aczel (2007). **L4** não fez menção ou se referiu à certeza do acontecimento, o que sugere um entendimento da natureza da Probabilidade, talvez associado às discussões cooperativas. Além disso, atitudes de descrédito em relação à Probabilidade, expressas por **L4** no primeiro encontro, foram substituídas por uma atenção crítica para as discussões que estavam sendo realizadas.

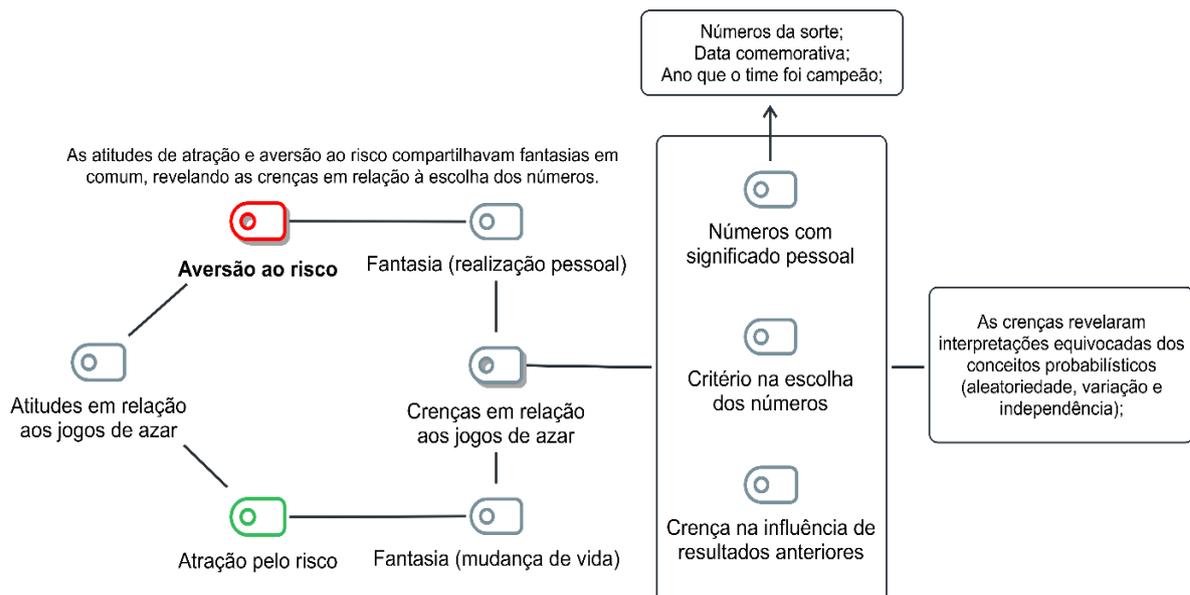
5.2 ANÁLISE DAS CRENÇAS E ATITUDES DOS LICENCIANDOS NA INTERPRETAÇÃO DE INFORMAÇÕES PROBABILÍSTICAS

Esta subseção apresenta a análise dos dados obtidos nas situações-problema 2 e 4, que evidenciaram, nas falas dos licenciandos, a influência das Crenças e Atitudes na interpretação dos eventos probabilísticos, especialmente na compreensão conceitual da Probabilidade.

5.2.1 A influência das Crenças e Atitudes na interpretação de conceitos probabilísticos

A situação-problema 2, que será discutida inicialmente, teve como objetivo explorar a interpretação de conceitos probabilísticos das **Grandes Ideias** (Aleatoriedade, Variação e Independência). Além disso, buscou-se observar a mobilização de Crenças e Atitudes dos licenciandos na interpretação desses conceitos. Na Figura 9, é apresentado um mapa de códigos, que emergiu das falas dos licenciandos. Esse mapa resume inicialmente as atitudes e crenças dos licenciandos quanto à participação em jogos de azar.

Figura 9 - Mapa de códigos sobre as atitudes e crenças dos licenciandos em relação aos sorteios da loteria na segunda situação-problema



Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

No mapa, o código **aversão ao risco** foi destacado em vermelho para evidenciar a recorrência de falas dos licenciandos que expressaram o desejo de evitar

participar desses sorteios devido a experiências anteriores desfavoráveis. Além de atitudes de aversão, foram também codificados trechos como **atração pelo risco**, destacado em verde, com trechos onde o desejo em participar desses sorteios eram motivados pela crença em mudar de vida com o prêmio.

Associados aos códigos de aversão e atração estava o código de **fantasia** sobre o prêmio ofertado nesses sorteios. Durante as análises, foi possível observar que essa fantasia compartilhava um ponto de convergência em comum entre essas atitudes dos licenciandos, que seria a revelação das crenças para a participação nesses jogos. Nesta subseção discute-se como as atitudes e crenças manifestadas pelos licenciandos influenciavam na interpretação conceitual da Probabilidade no contexto em questão.

As atitudes de **aversão ao risco** manifestadas inicialmente estavam baseadas em experiências negativas com sorteios semelhantes ao da Quina, já que os licenciandos não haviam obtido êxito na conquista do prêmio, conforme evidenciado nas falas de **L6, L4 e L1**.

L6: Rapaz, eu não compro muito esses bilhetes aí não, **porque, eu não acredito muito na sorte do meu lado** [...] O máximo é um bingo ou então aquele outro aqui da região, o Vale da Sorte, mas, eu não sou muito de comprar não, **porque até nos bingos que acontecem aqui na faculdade eu perco** (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: Olha, eu já joguei uma vez, mas tem bastante tempo, foi em 2020, **acabou que eu não ganhei nada** [...] **eu não tenho a sorte e por isso não jogo com frequência**, não curto mais esses jogos (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L1: **Eu também não tenho essa sorte** [...] então é difícil eu comprar, é uma vez perdida. É mais quando estou passando na rua e vejo o pessoal vendendo aquele trevo da sorte. Aí compro um bilhete, **mas assim, eu nunca ganhei nada, por isso não sou muito fã** (L1, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

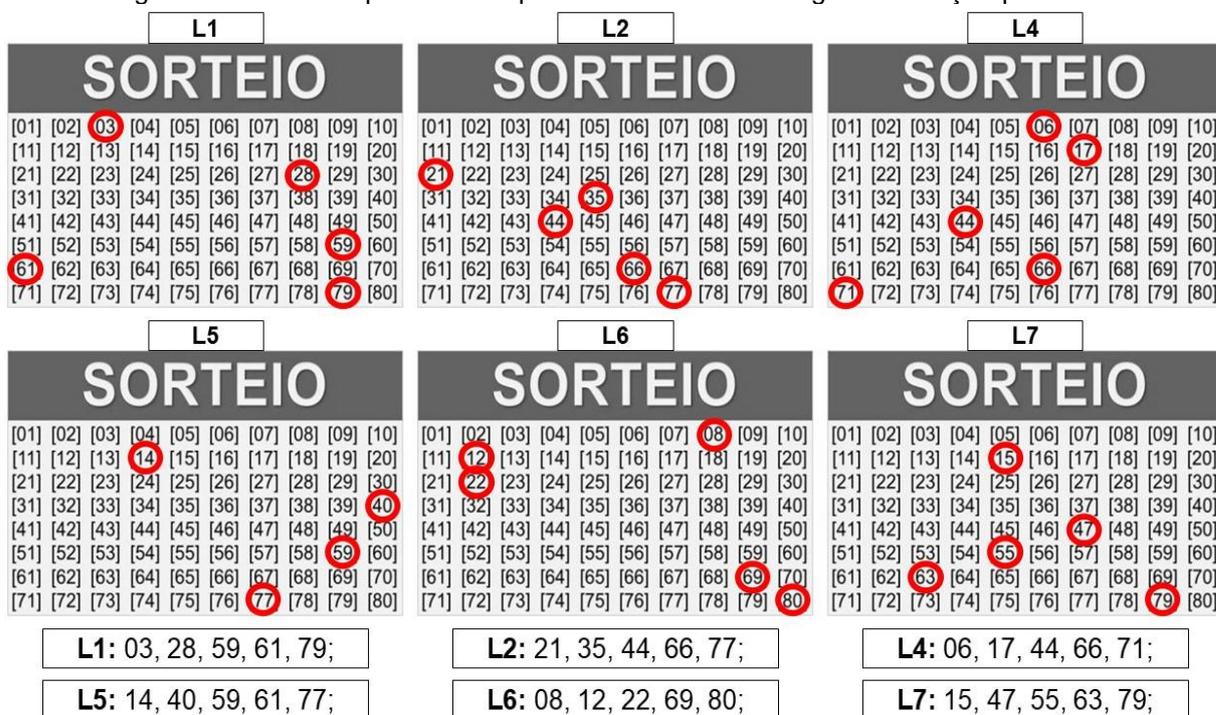
Observa-se a utilização de expressões como “não tenho essa sorte”, para justificar essas experiências negativas. Essas falas sugerem uma compreensão da sorte como uma característica individual, que algumas pessoas possuem e outras não. Esse é um entendimento parcial da Probabilidade, especialmente ao considerar as características do sorteio, já que os resultados são aleatórios e ocorrem ao acaso.

Partindo dessas discussões, o pesquisador buscou compreender o que motivava a participação dos licenciandos nesses sorteios mesmo após experiências negativas, como as relatadas por **L1, L4 e L6**. O ponto em comum entre os licenciandos era a atitude de fantasia, marcada pelo sentimento associado ao prêmio ofertado nos sorteios. Essa atitude é observada, por exemplo, na fala de **L2** “Eu

compro pensando no prêmio, porque se eu ganhar, vai me ajudar muito, eu mudaria de vida, iria quitar as contas e depois aproveitar comprando várias coisas” (L2, 2024a, n. p.).

Essas e outras fantasias, relacionadas ao desejo de realização pessoal e mudança de vida, direcionaram as discussões para a revelação das crenças dos licenciandos em relação à escolha dos números preenchidos no bilhete. Inicialmente, o pesquisador já havia reservado um tempo do encontro para eles preencherem os cinco números em seus bilhetes, Figura 10. Em seguida, os licenciandos compartilharam suas crenças, quanto à escolha dos números.

Figura 10 - Números preenchidos pelos licenciandos na segunda situação-problema



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

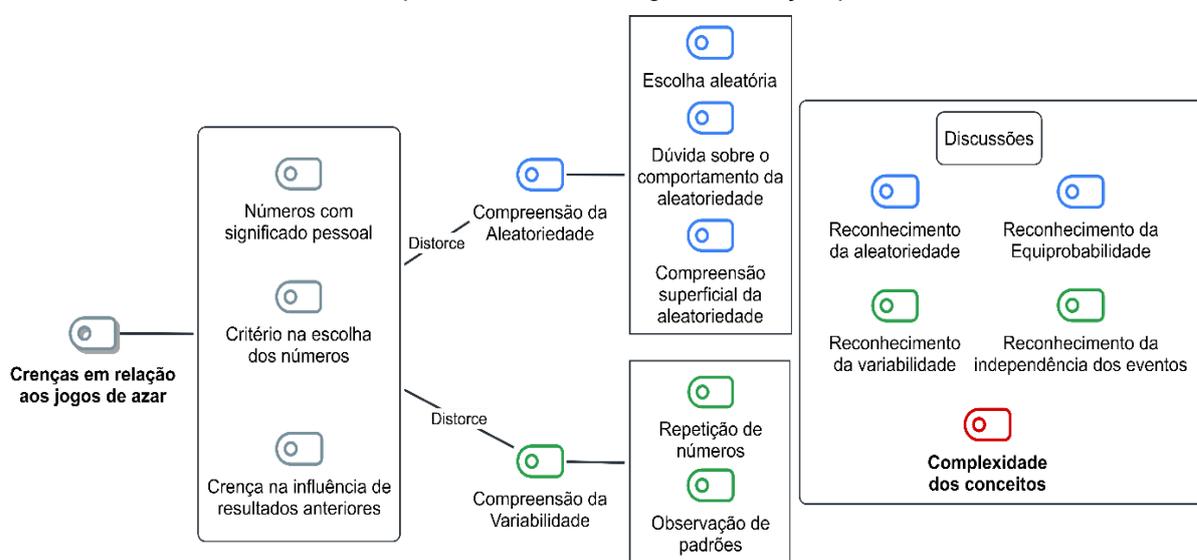
Com os bilhetes preenchidos, o pesquisador voltou a questionar os licenciandos sobre a escolha dos números. As respostas indicavam algumas crenças, que foram codificadas como **números com significado pessoal**, que envolvia datas de nascimento, ano em que o time foi campeão, entre outros. Além disso, foi observada também a adoção de **critérios na escolha dos números** e a **crença na influência de resultados anteriores**, considerando, por exemplo, números que eram sorteados com frequência em outros tipos de sorteio.

Ao analisar essas crenças, identifica-se uma compreensão incompleta sobre a aleatoriedade, variação e independência dos eventos probabilísticos. Os dados

sugerem que as discussões sobre Probabilidade, quando são exploradas a partir das crenças, revelam naturalmente as lentes que distorcem a verdadeira compreensão conceitual. Esses resultados corroboram com as discussões apresentadas por Gal (2005), no modelo de Letramento Probabilístico. O autor destaca que o processo de ensino de Probabilidade não deve ser restrito apenas ao desenvolvimento de habilidades formais e informais, mas também envolve um olhar para os elementos disposicionais, como Crenças e Atitudes, Postura Crítica e os Sentimentos pessoais.

Na Figura 11, é apresentada uma continuação do mapa de códigos, em que as crenças acabavam distorcendo a compreensão desses conceitos. Em alguns momentos, os licenciandos afirmavam ter realizado uma seleção aleatória dos números, porém, com as justificativas apresentadas, foi observado que a seleção, na verdade, não possuía características aleatórias. O mesmo ocorreu na compreensão da variação dos números nesses sorteios, reforçando a necessidade de abordar criticamente essas discussões no ensino de Probabilidade.

Figura 11 - Mapa de códigos sobre a influência das crenças na distorção da compreensão de conceitos probabilísticos na segunda situação-problema



Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

No código **números com significado pessoal**, foi observado que o termo sorte, mencionado anteriormente pelos licenciandos, voltou a fazer parte das discussões, como justificativa para a escolha de alguns números no bilhete. **L2** iniciou sua fala reconhecendo a incerteza dos eventos probabilísticos, reforçando sua compreensão sobre a Probabilidade teórica do sorteio da Quina e a imprevisibilidade dos resultados. No entanto, justificou sua crença quanto aos números da sorte,

motivada pela esperança de que esses números, como, por exemplo, a sua data de aniversário, poderiam gerar um resultado positivo nos sorteios.

L2: Assim, eu acho que tem muito aquela questão dos números da sorte, **que a gente acha que tem muito a ver com alguma coisa da nossa vida** [...], muitas vezes a gente pega alguma data comemorativa, e aí a gente trabalha com esses números. Porque assim, quando a gente vai escolher esses números, **matematicamente olhando, no cálculo, a gente estuda que a Probabilidade é baixa**, né? Aí vem aquela questão inicial do incerto [...]. **Mas no meu caso, é que realmente alguns números, são números que eu considero meus números da sorte, tipo, o 21 é do dia do meu aniversário, e tem outros números também**, aí são essas coisas que eu levo em conta entendeu? (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Essa crença na utilização de datas comemorativas também foi observada nas falas de **L6** e **L5**. Entretanto, além das datas comemorativas, os licenciandos mencionaram que outros números haviam sido escolhidos aleatoriamente, sendo esses trechos codificados como *escolha aleatória*. Durante as análises, o pesquisador passou a refletir sobre essas escolhas, intituladas como aleatórias, evidenciadas nos trechos a seguir.

L6: Então, o 8 e o 12 é por conta que é o dia que eu nasci e o mês. **Já o 80, 22, 69, esses foram mais aleatórios mesmo**. Na verdade, **o 80 foi pensando em ter um número com o final zero, o 22, que seria para ter dois números iguais** e o 69, foi por escolher ele mesmo (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L5: “Eu escolhi os números aleatoriamente, **só o 77 que eu escolhi por conta do Corinthians** [Ano que o time foi campeão]” (L5, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L1: Eu escolhi aleatoriamente também, **não tive assim nenhuma ideia em mente**, não imaginei nada, nem foi questão de número da sorte. **Mas foi assim, algo jogado mesmo**, acho que pelo costume que eu não tenho de jogar. **Então eu usei aleatoriamente mesmo os números que estavam no bilhete** (L1, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Essas falas indicam uma compreensão insuficiente sobre o conceito de aleatoriedade. Conforme discutido na fundamentação teórica deste trabalho, Matthews (2017) define a aleatoriedade como um acontecimento sem uma causa ou motivo determinado. No entanto, os licenciandos se referiam a uma seleção aleatória, seguida de uma justificativa que não pertence verdadeiramente à ideia conceitual.

Paralelamente, o pesquisador identificou, ao longo das análises, alguns pontos complementares que poderiam ter sido explorados nessa discussão. Por exemplo, compreender na fala de **L1**, porque sua escolha era considerada aleatória. A justificativa talvez pudesse revelar outras dificuldades quanto a compreensão da

aleatoriedade, como a aversão a certos tipos de sequência, ou a preferência por números que estejam mais separados no bilhete.

Essas discussões podem ser trabalhadas no ensino e principalmente em pesquisas futuras, considerando que a compreensão conceitual da aleatoriedade, dispõe de muitas facetas para investigação. Exemplos como um sorteio da Quina que resulte nos números 1, 2, 3, 4 e 5, ou uma sequência de 13 nascimentos com um menino e doze meninas, geralmente são interpretados como não aleatórios, devido à tendência de buscar padrões em conjunto de dados menores. No entanto, essas sequências são igualmente prováveis de acontecer, assim como qualquer outra. Embora esses resultados possam parecer padronizados aos nossos olhos, eles são de fato, aleatórios.

Outra discussão relacionada à compreensão da aleatoriedade, que tem relação com o comentário anterior, foi identificada nas falas de **L4** e **L7**. Durante suas justificativas, ambos indicaram os critérios utilizados para a escolha dos números, conforme destacado nos trechos a seguir.

L4: Eu estava selecionando os números aqui, só que depois eu pensei assim, rapaz, **tem mais números sobrando aqui no final do bilhete**. Pensei direitinho, porque eu sempre faço assim, **ai eu estabeleci um critério**, tipo, **escolher o número no intervalo de 1 a 10, outro número no intervalo de 11 a 20, e assim sucessivamente nesses intervalos**, entendeu? Só que eu cheguei a pular o intervalo de 21 a 40 e de 51 a 60. Então eu usei os demais entre os outros intervalos. Está entendendo? (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Entendi, sim. Você acredita que essa seria uma escolha adequada para participar do sorteio. L7: “Eu fui nesse rumo também, porque veja, **é como se você fosse acertar no ponto cego, com inúmeras possibilidades**” (L7, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L7 apresenta uma característica importante do contexto em discussão, que seria as inúmeras possibilidades de resultados para o sorteio da Quina. No entanto, a definição de critérios para a escolha dos números mencionada nas falas não influencia nos resultados.

Posteriormente, ao serem questionados sobre uma possível vitória com os bilhetes preenchidos e se considerariam o resultado aleatório, todos concordaram que seria um evento aleatório. Entretanto, surgiram novamente **dúvidas sobre o comportamento da aleatoriedade**, evidenciando uma compreensão superficial do conceito.

L6: “**Eu acredito no aleatório, na sorte que a pessoa tem**, de cair o número que a gente escolheu” (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Então essa sorte, você considera que é algo já destinado para acontecer? Você escolheu o número e a sorte lhe trouxe o prêmio, seria nesse sentido? L6: “Isso, é mais ou menos assim” (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: É o destino, porque se foram sorteados os meus números, é porque era para ser meu mesmo. A gente sabe que a Probabilidade de ser sorteado cada um desses bilhetes é mínima e menor ainda a escolha que eu faço de cada número. Então, **se eu ganhei, é porque era para ser meu mesmo. Esse negócio de sorte, eu não acredito muito não** (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

No diálogo, foi possível identificar que **L6** associou a sorte a algo predestinado, evidenciando uma dificuldade em distinguir um evento aleatório de um determinístico. De modo semelhante, **L4** se expressou de forma determinística ao enfatizar que o resultado era para ser aquele. Essas falas evidenciam a necessidade de aprimorar o trabalho com a linguagem probabilística no ensino de Probabilidade, abordando não apenas o contexto de jogos de azar, mas também as diversas **áreas-chave** (Gal, 2005).

Dando continuidade às discussões, o pesquisador apresentou quatro novos bilhetes já preenchidos para os licenciandos avaliarem os números apresentados, sendo eles: **6247** = (8, 12, 17, 24, 43); **6248** = (8, 12, 16, 20, 64); 6279 = (6, 22, 62, 64, 69); e **6280** = (6, 22, 58, 64, 77).

Durante as análises, emergiram códigos que evidenciaram lacunas na compreensão conceitual da variabilidade e independência dos eventos. Na Figura 11, apresentada anteriormente, utilizou-se o código **crença na influência de resultados anteriores** para destacar como os licenciandos acabavam utilizando como referência resultados passados, ou buscavam justificar padrões inexistentes em certas sequências de números, como observado nos trechos a seguir.

L6: **Rapaz, eu só acho que esses números andaram um pouco perto dos meus** e é uma coisa que eu percebo muito nos sorteios. **Por exemplo, esse 22 e o 77 [...] sempre que eu vejo bingo ou algo desse tipo, esses números sempre são sorteados**, sempre tem alguns que repetem, igual esse 22 e o 77. Por isso que eu escolhi também o 22 (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: Bom, *essa observação* **aí iria me ajudar a reelaborar meu jogo, né?** Os números que eu iria escolher, **porque veja, o 64, ele foi escolhido em três bilhetes. Então, ele tem mais chance de sair.** O 8 também apareceu duas vezes, o 6 duas vezes, o 22. **Esses padrões aí, dá para a gente ter uma**

noção de quais números escolher, porque saem mais né? É um padrão bem interessante (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L2: Eu vi ali também que **teve o 12 que repetiu. Talvez a pessoa que preencheu, buscou algum padrão na escolha, mas eu acho que não é uma coisa que a gente possa se apegar inicialmente** para ter como inspiração na escolha dos números. Eu entendo o que vocês estão falando sobre a questão da quantidade de números pares. Além de ser par, no caso, os quatro primeiros, vai sempre aumentando de 4 em 4, né? **Mas eu acredito que ainda assim, não seja algo que dê uma chance maior de ganhar** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Vocês acham que um jogo como esse pode acontecer ou seria mais improvável? L2: **“Eu acredito que a Probabilidade é igual** para os quatro acontecerem, **porque é aleatório”** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**). L6: **“O jogo é aleatório**, mas nesses bilhetes **tem muitos números se repetindo** né? Sei lá” (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

As falas de **L6** e **L4** evidenciam lacunas na compreensão da variabilidade e independência dos eventos, pois os licenciandos acreditavam que resultados anteriores influenciavam em resultados futuros. Esse entendimento parece ser motivado também pela compreensão superficial da aleatoriedade, como destacado por Bryant e Nunes (2012), que apontam a tendência humana de buscar padrões onde eles não existem. Esses resultados reforçam a complexidade dos conceitos e a importância de discuti-los em diferentes contextos.

L2 reconheceu esse movimento comum de buscar padrões onde eles não existem, chegando a complementar as falas dos colegas mencionando outras observações. No entanto, ele ressaltou que essas crenças não interferem nas chances de ocorrência dos resultados, reconhecendo principalmente outro campo específico de estudo da aleatoriedade, que seria a equiprobabilidade dos eventos.

Encaminhando-se para o final das discussões, o pesquisador revelou aos licenciandos que os bilhetes preenchidos eram referentes aos sorteios da Quina realizados durante o ano de 2023. Na sequência, também enfatizou que os dois primeiros bilhetes **6247 = (8, 12, 17, 24, 43)** e **6248 = (8, 12, 16, 20, 64)**, assim como os dois últimos **6279 = (6, 22, 62, 64, 69)** e **6280 = (6, 22, 58, 64, 77)**, representavam resultados de sorteios ocorridos em dias consecutivos. Após revelar essas informações, ele voltou a questionar os licenciandos sobre a aleatoriedade dos sorteios.

L2: Assim... **Eu acredito que dá uma falsa sensação de ter um padrão [...], mas eu ainda acredito que esses números sejam, sim, aleatórios.** Claro

que, não havendo nenhum tipo de manipulação no sorteio, né? Mas eu acredito que sim, **por mais que dê essa falsa sensação, a meu ver, né, na minha opinião, eu acredito que são, sim, aleatórios** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L5: **Eles são aleatórios, mas se você perceber, os dois primeiros números ali desses dias, eles sempre se repetem de um dia para o outro. Somente nesses casos que fica essa dúvida, né?** Mas o restante dos números é aleatório. Acho que isso **é só para dar uma falsa sensação mesmo, para a pessoa ir lá e comprar novamente** mais bilhetes com esses números (L5, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L6: “É, eu também acredito no aleatório, até porque se chama sorteio, né? **Esses resultados não são dados numa sequência**” (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Novamente, foi possível identificar uma insegurança nos licenciandos em concordarem com a aleatoriedade dos sorteios. Embora tenham sido observadas falas indicando que os resultados eram aleatórios, essas falas ainda carregavam consigo inseguranças, motivadas pela tentativa de identificar padrões nos resultados, conforme discutido por Bryant e Nunes (2012).

Um ponto importante para discussão foi destacado na fala de **L6**, que demonstrou uma melhor compreensão da aleatoriedade ao afirmar que os resultados não seguem uma sequência ou padrão. Essa observação foi complementada pelo pesquisador, que revelou exatamente o comportamento desses números no momento do sorteio, utilizando a Figura 6, apresentada na subseção 4.5.1 deste trabalho.

Ao final, o pesquisador identificou que alguns licenciandos haviam ficado pensativos com as discussões conceituais vivenciadas no contexto do jogo da Quina. Diante disso, voltou a questioná-los sobre as coincidências que haviam sido mencionadas, sendo possível identificar novamente as lacunas na compreensão conceitual da variação e independência dos eventos.

L4: “Rapaz, agora **eu fiquei pensando nessa coincidência, porque cara, foram sorteios realizados em dias consecutivos. Tipo, foi realizado em um dia e no outro saiu os mesmos números, parece ter alguma coisa aí, está entendendo?**” (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: No caso, o que você está querendo dizer é que, por exemplo, o número 8 que saiu no concurso 6247, ele tem alguma influência no 8 que saiu no concurso seguinte?

L4: “Na minha observação, **acredito que sim. Dá para pensar nisso, né?**” (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Então, você acha que um resultado influencia no outro?

L4: “É... Mais ou menos isso. Porque, se você pegar o terceiro e o quarto sorteio, repetiram três números, ‘véi’... ‘Tu é’ doido, homem? **Três números se repetiram, isso é normal?**” (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

A fala de **L4** sugere a tentativa de explicar uma causa para a coincidência dos números, que, na verdade, não existe. O que sugere a necessidade de explorar esses diferentes conceitos em outras situações, buscando enriquecer o entendimento crítico da Probabilidade. Na sequência, o pesquisador buscou envolver os demais licenciandos na discussão, na tentativa de resgatar uma contribuição deles para a discussão levantada por **L4**.

Pesquisador: E aí, o que é que vocês acham? Alguém gostaria de comentar? Existe de fato alguma relação ou os resultados são independentes?

L2: “Acredito que sejam, sim, **independentes, porque é um sorteio né?**” (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L1: “Eu acredito também que não tem interferência não, **teve os números repetidos, mas isso é por conta da aleatoriedade**” (L1, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Esses resultados são igualmente prováveis?

L2: “Acredito que **sim, porque independente de ser números pares ou ímpares e desses falsos padrões que só a gente observa, matematicamente qualquer resultado tem a mesma chance**” (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L4: “É verdade mesmo, **o que me levou a pensar nessa dependência foi essas coincidências, entendeu? Mas de fato, os resultados são independentes mesmo, é porque fica confuso né?**” (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Fica sim, o próprio Gal destaca que são conceitos complexos.

L4: “**São complexos** mesmo viu, porque realmente **colocou um parafuso na minha cabeça**” (L4, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

As falas de **L2** e **L1** trouxeram contribuições reflexivas para os questionamentos levantados por **L4**, que inicialmente estava em dúvida sobre a independência dos resultados do sorteio da Quina. **L2**, ao afirmar que os resultados eram independentes, justificou que os “falsos padrões” observados eram motivados pelas crenças, enfatizando que, pela Probabilidade teórica, qualquer resultado teria as mesmas chances de ocorrer.

Ao refletir melhor sobre a fala dos colegas, **L4** passou a compreender melhor os conceitos envolvidos na discussão, pois inicialmente não considerava normal a repetição dos números nos sorteios. Por fim, destacou a complexidade de discussão

desses conceitos, sendo considerado algo positivo pelo pesquisador, uma vez que um dos objetivos dessa situação-problema era principalmente chamar a atenção para a complexidade desses conceitos probabilísticos, conforme as **Grandes Ideias** do Letramento Probabilístico (Gal, 2005).

Em resumo, as discussões da situação-problema 2 evidenciaram que, no ensino de Probabilidade, ao explorar as crenças, é possível identificar lacunas na compreensão de diferentes conceitos. Os dados analisados sugerem a necessidade de vivenciar esses conceitos das **Grandes Ideias**, principalmente em outras **áreas-chave** e contextos, buscando promover um amadurecimento na compreensão conceitual, assim como habilidades críticas para interpretação de eventos probabilísticos.

5.2.2 A relevância do trabalho com as crenças em diferentes áreas-chave e contextos para compreensão conceitual da Probabilidade

Esta subseção apresenta brevemente os resultados de uma atividade realizada com os licenciandos na abertura do terceiro Encontro Cooperativo. Assim, realizou-se um experimento de lançamento de uma moeda, com o objetivo de explorar o entendimento sobre a Probabilidade teórica, bem como a compreensão conceitual da aleatoriedade, variação e independência dos eventos. O experimento explorava um contexto familiar para os licenciandos, que já haviam relatado, em encontros anteriores, experiências de resolução de problemas semelhantes durante a Formação Inicial. Isso nos leva a inferir que essa familiaridade ocorre devido à presença marcante do Significado Clássico no ensino de Probabilidade.

A dinâmica, inserida na **área-chave** de jogos de azar, foi dividida em dois momentos. Em cada etapa, os licenciandos deveriam lançar uma moeda 10 vezes e registrar os resultados desses lançamentos. O objetivo era discutir os conceitos mencionados no parágrafo anterior na Probabilidade teórica de 50% atribuída para a obtenção de cara ou coroa em cada lançamento. Na Figura 12 são apresentados os dados registrados pelos licenciandos após a realização da dinâmica.

Figura 12 – Registro dos lançamentos da moeda na dinâmica do terceiro Encontro Cooperativo

Licenciando	10 Primeiros Lançamentos		10 Últimos Lançamentos		Total de Caras	Total Coroas	Frequência Relativa Total	
	Caras	Coroas	Caras	Coroas			% Caras	% Coroas
L1	06	04	06	04	12	08	60%	40%
L3	05	05	04	06	09	11	45%	55%
L4	04	06	05	05	09	11	45%	55%
L5	04	06	03	07	07	13	35%	65%
L6	04	06	02	08	06	14	30%	70%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao final dos lançamentos, o pesquisador fez um questionamento aos licenciandos, perguntando o que havia ocorrido com a Probabilidade teórica de 50% prevista para o evento, enfatizando, por exemplo, os resultados de L6.

Nas análises, foi possível observar a presença de códigos nas falas dos licenciandos que recorriam novamente às crenças para justificar os acontecimentos, como o código **Estrutura física da moeda interfere nos resultados**. No entanto, os códigos que mais se destacaram nas falas estavam relacionados à natureza da Probabilidade e sua compreensão conceitual. Entre esses códigos, estavam a **Probabilidade como estimativa, Tamanho da Amostra, Reconhecimento da aleatoriedade e Reconhecimento da variabilidade**, conforme observado nos trechos a seguir.

L3: A gente viu que a Probabilidade é estimada, né? **Os 50%, é uma estimativa**. Aí, no lançamento, a gente conseguiu uma aproximação, **eu nem esperava tirar 5 e 5**, porque eu achei que poderia dar diferente. **Nesse primeiro, o número de lançamentos foram relativamente poucos, né? Porque 10 é pouco**. Mas depois, o segundo já melhorou, **na verdade, se a gente juntasse todos os nossos lançamentos, acho que chegaria mais próximo ainda dos 50%** (L3, 2024c, n. p., grifo nosso).

L6: “No meu caso, **eu acredito que pode ter sido a posição que eu joguei a moeda...** Às vezes acontece, né? **Eu peguei logo uma moeda de 50 e ela é mais pesada, eu acho que se fosse a de 25, teria mais chance de ter dado mais opções**” (L6, 2024c, n. p., grifo nosso).

L4: Não, eu concordo com L3, **por mais que a gente faça esse cálculo e utilize de fórmulas matemáticas e chegue nessa Probabilidade teórica, os resultados poderão se aproximar**, né? Dessa Probabilidade, ou não, porque, depende como os resultados vão sair, **pode ser próximo, ou pode ser muito distante dos 50%, que foi o que aconteceu com L6**, porque os resultados são aleatórios e pode variar também (L4, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

A fala de **L3** indica inicialmente uma surpresa com os 10 primeiros lançamentos, que atenderam ao que se espera na previsão da Probabilidade teórica do evento. Essa surpresa estava relacionada ao pequeno número de lançamentos, que poderia gerar outros resultados, como aconteceu com os demais licenciandos. No entanto, sua fala reforça o entendimento sobre a natureza não determinística da Probabilidade.

Além disso, observa-se uma atenção voltada para o **tamanho da amostra**, quando **L3** sugeriu reunir todos os dados dos licenciandos, indicando que, ao aumentar o número dos lançamentos, os resultados poderiam se aproximar da Probabilidade teórica de 50%. Essa compreensão está relacionada principalmente com a **Lei dos Grandes Números**, que surge como uma contribuição para o entendimento do Significado Frequentista de Probabilidade (Batanero, 2005).

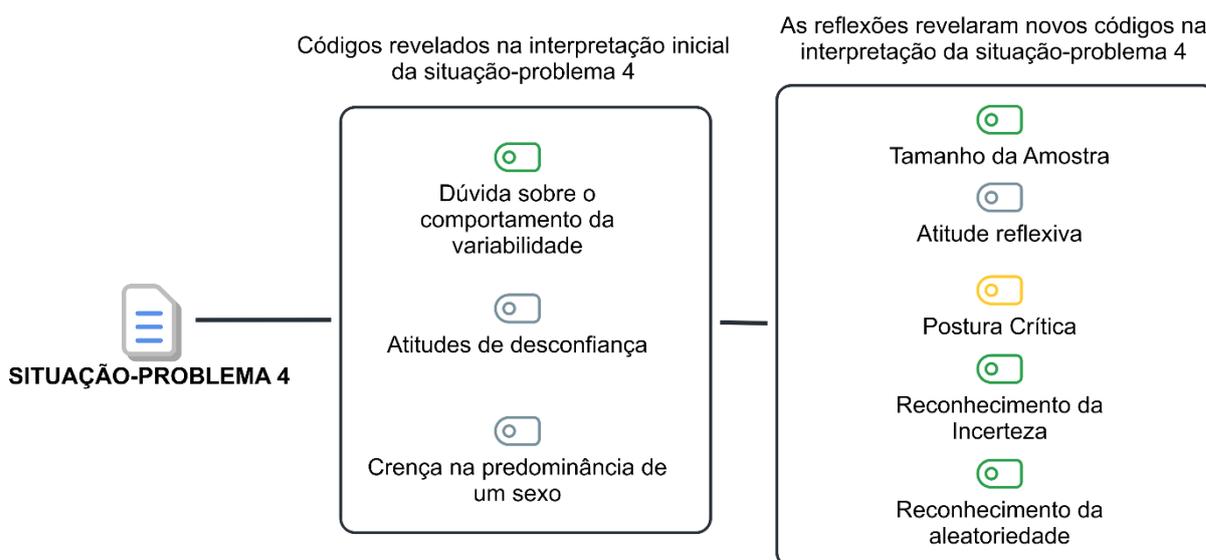
Mesmo com as importantes considerações apontadas por **L3**, identificou-se novamente a manifestação das crenças para interpretação dos resultados. Por exemplo, quando **L6** considerou que os resultados obtidos em seus lançamentos poderiam ter sido influenciados pela estrutura física da moeda, desconsiderando as discussões conceituais que vinham sendo trabalhadas em outras discussões. Logo, **L4** buscou contribuir com os colegas, reforçando a fala de **L3**, ao destacar que a Probabilidade é uma previsão e que os resultados julgados como inesperados ocorriam por conta da aleatoriedade e variação dos eventos.

Considerando os pontos que haviam sido discutidos na dinâmica e o trabalho cooperativo dos licenciandos nas discussões conceituais, o pesquisador decidiu apresentar uma nova situação-problema com dados reais, na **área-chave** de Pesquisas e Estatísticas, buscando avaliar se as Crenças e Atitudes sobre os dados probabilísticos ainda seriam manifestadas.

O contexto de discussão da situação-problema 4, detalhado na seção 4.5.3 deste trabalho, era semelhante ao utilizado na dinâmica, pois abordava as probabilidades de nascimentos, que teoricamente, pelo significado clássico, se espera uma Probabilidade de 50% para o sexo biológico masculino ou feminino.

Ao longo das análises, identificou-se que apesar dos licenciandos terem demonstrado uma familiaridade com esses conceitos na dinâmica, quando foram confrontados com essa nova situação com dados reais, eles novamente enfrentaram dificuldades para interpretar criticamente os conceitos, conforme apresentado no mapa de códigos da Figura 13.

Figura 13 – Mapa dos códigos que emergiram nas falas dos licenciandos na quarta situação-problema



Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

Ao analisar as falas iniciais dos licenciandos foi possível identificar três códigos associados a dúvidas sobre o comportamento da variabilidade, ocasionando expressões de surpresa em relação aos dados informados na cidade de Trindade-PE. Além disso, os licenciandos demonstraram também a crença na predominância do nascimento de um dos sexos biológicos em cidades menores, utilizando os dados reais da cidade de Trindade como referência.

Essas atitudes e crenças passaram a ser refletidas quando a discussão sobre o tamanho da amostra, indicada na dinâmica por **L3**, voltou a ser abordada. Por meio dessa discussão, os licenciandos mobilizaram atitudes reflexivas, resgatando o entendimento da incerteza, o reconhecimento da aleatoriedade, assim como adotando uma **Postura Crítica** para a interpretação dos dados, que serão detalhados nos parágrafos a seguir.

Após a leitura das informações presentes na situação-problema 4, o pesquisador destacou que na cidade de Trindade Pernambuco, mais de 60% dos

bebês nascidos nos meses de janeiro, fevereiro e abril eram do sexo masculino, conforme apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Dados sobre os registros de nascimento apresentados no terceiro Encontro Cooperativo

Registro nos Hospitais de Trindade					
Sexo	Jan/2023	Fev/2023	Mar/2023	Abr/2023	Total
Feminino	17	14	25	1	57
Masculino	32	25	24	12	93
Total	49	39	49	13	150
Registro nos Hospitais de Olinda					
Sexo	Jan/2023	Fev/2023	Mar/2023	Abr/2023	Total
Feminino	182	168	180	144	674
Masculino	178	162	184	149	673
Total	360	330	364	293	1347

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nesses dados, o pesquisador questionou os licenciandos sobre o que eles interpretavam dos resultados apresentados e se algum daqueles dados havia causado surpresa, especialmente ao considerar a Probabilidade teórica de 50% para o sexo masculino ou feminino.

L2: De surpresa, seria esse mês de abril, né? Que foi uma grande diferença, porque o masculino nasceu 12 e feminino apenas 1. Então, essa grande diferença dá uma assustada, né? Tendo em vista essa questão da Probabilidade. Por exemplo, se fosse uma pergunta, de qual seria mais provável, poucas pessoas poderiam dar uma credibilidade a esse dado aí (L2, 2024c, n. p., grifo nosso).

L6: “Concordo, porque quase que fechou em 100% em abril, quase que nasce só meninos lá” (L6, 2024c, n. p., grifo nosso).

L5: É, olhando esses dados aí, dá para ver que o único mês que nasceu mais mulher do que homem foi em março. Em Trindade, parece que só nasce homem, as mulheres lá devem ser muito poucas (L5, 2024c, n. p., grifo nosso).

As falas de L2, L6 e L5 expressam atitudes de desconfiança e a dúvida sobre o comportamento da variabilidade, especialmente com os dados de abril. Um ponto curioso observado na fala de L2 foi sua afirmação de que aquela sequência de 13 nascimentos “poucas pessoas poderiam dar uma credibilidade”. Essa fala indica

uma lacuna na compreensão das possibilidades de eventos equiprováveis, como discutido na subseção anterior acerca das diferentes facetas de discussão sobre a aleatoriedade.

Na situação do jogo da Quina, **L2** já havia expressado um conhecimento sobre a equiprobabilidade dos sorteios. No entanto, ao analisar o contexto dos nascimentos, a explicação não foi apropriada, pois se considerarmos sequências de 13 nascimentos, qualquer uma será igualmente provável, assim como ocorre nos sorteios da Quina.

Na sequência, o pesquisador questionou novamente os licenciandos sobre suas conclusões ao comparar os dados de Trindade e Olinda, buscando identificar, em suas falas, o entendimento sobre os conceitos probabilísticos, principalmente o comportamento da variabilidade dos dados nas duas cidades.

L6: Assim, **Olinda a gente já vê que está dentro da percepção que a gente tem dos 50%**. Tudo bem que não está 50% para um e 50% para o outro, mas está quase igual. Já em **Trindade, tem uma diferença maior de um para o outro. Então, eu acredito que o sexo masculino é o que domina lá em Trindade** (L6, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: É mais provável que um sexo biológico, seja ele masculino ou feminino, se sobressaia em relação ao outro em cidades menores?

L3: Não, eu entendo que a gente fica um pouco surpreso mesmo por variar, mais ou menos, para longe dos 50% [...], mas, também, **tem a questão, que eu falei no início, né? Sobre o tamanho da amostra, porque são duas cidades diferentes, Trindade é pequena**, então se aumentar a amostra, pode ser, que chegue mais próximo dos 50% (L3, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L2: Concordo, **a gente continua voltando nas nossas crenças, né? Por mais que a gente queira falar, que realmente um deles se sobressai em cidades menores**, a gente está avaliando conforme esses dados, e pelo padrão que estamos buscando aqui, **mas na Probabilidade, na aleatoriedade não é exatamente assim**, né? Na minha opinião é isso, aconteceu, por conta desses conceitos que a gente já vem discutindo (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L6: É mesmo, isso é aleatório, porque, quem estudou biologia sabe porque, que nasce menino ou menina. E isso não tem nada a ver com o lugar. Acontece também nas famílias, **tem muita mulher que só tem filho homem e isso é algo muito aleatório, ela nunca vai saber antes de um exame, é muito incerto** (L6, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

As considerações iniciais apresentadas por **L6** demonstram, implicitamente, um entendimento daquilo que é esperado na perspectiva do Significado Freqüentista de Probabilidade (Batanero, 2005), ou seja, uma quantidade maior de dados tende a se aproximar da Probabilidade teórica, conforme observado na cidade de Olinda. No

entanto, ao sugerir que em Trindade o sexo masculino estaria dominando no número de nascimentos, essa crença não seria correta, pois o julgamento estaria considerando apenas aquele recorte específico de dados, e esses não necessariamente refletem a realidade da cidade.

Logo em seguida, quando foram questionados sobre a questão de um dos sexos biológicos se sobressaírem em cidades menores, **L3** complementou as discussões afirmando se tratar de uma ideia incoerente. Novamente, **L3** ressaltou a importância de considerar o tamanho da amostra, indicando que Trindade seria uma cidade pequena e que a quantidade de dados apresentados poderia indicar normalmente as divergências observadas. Por fim, destacou que se fosse utilizada uma amostra maior, esses resultados poderiam se aproximar da Probabilidade teórica, demonstrando um entendimento do Significado Frequentista (Batanero, 2005).

L2 passou a demonstrar uma atitude reflexiva frente à fala de **L3**, ao recordar das discussões que estavam sendo vivenciadas nos encontros e reconhecer que mais uma vez as crenças estavam sendo colocadas à frente do entendimento crítico da Probabilidade. **L2** destacou principalmente o papel da aleatoriedade nos resultados observados, o que levou **L6** a refletir sobre seu posicionamento inicial, que defendia o domínio de um único sexo biológico na cidade de Trindade. **L6** chegou a citar, como exemplo, outras situações aleatórias, como mulheres que geraram uma sequência de filhos homens e a incerteza desses eventos.

Ao final da situação-problema 4, o pesquisador voltou a enfatizar o Significado Frequentista da Probabilidade (Batanero, 2005), que já havia sido mencionado por **L3** durante as discussões, quando sugeriu uma reflexão sobre o tamanho da amostra das cidades.

Diante disso, o pesquisador levantou dois questionamentos finais para identificar como os licenciandos iriam prever os dados de Trindade nos próximos anos e se, a longo prazo, esses dados poderiam se aproximar da Probabilidade teórica esperada. Foi possível observar, dessa vez, que os licenciandos passaram a mobilizar uma Postura Crítica sobre os resultados, conforme destacado nos trechos a seguir.

L6: “Pode se aproximar sim, **pode acontecer de nos meses seguintes, nascer mais mulheres também e reverter a situação**, porque é como **L2** falou, são coisas aleatórias” (**L6**, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L5: É como L3 falou, **teria mais dados, né? Aqui só tem até abril, e como é aleatório, pode ser até que nos outros meses tenha nascido mesmo mais mulheres mesmo, a gente não sabe, teria que conferir melhor os outros meses, por isso que eu acho que pode se aproximar sim dos 50%, porque se isso aconteceu em março, então pode acontecer novamente** (L5, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L2: “Isso, a longo prazo e com mais dados, **Trindade ficará igual a Olinda, com a quantidade de meninos e meninas bem próximos**” (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

As falas dos licenciandos reforçam o entendimento do Significado Frequentista da Probabilidade, concordando que, a longo prazo, os registros de Trindade tenderiam a se aproximar dos 50% previsto pela Probabilidade teórica. O pesquisador também destacou um ponto importante observado na fala de **L2**, que sugeria uma atenção para os resultados absolutos desses nascimentos. Ele enfatizou para os licenciandos que o Significado Frequentista (Batanero, 2005), estava relacionado com às frequências relativas dos acontecimentos e não aos resultados absolutos, conforme destacado por Matthews (2017, p. 15) “se quisermos entender a ação do acaso sobre os eventos, devemos focalizar não cada evento individual, mas suas frequências relativas”.

Em resumo, as discussões realizadas no terceiro Encontro Cooperativo, por meio da dinâmica e da situação-problema 4, reforçaram a relevância de mobilizar no ensino de Probabilidade reflexões conceituais com a utilização de dados reais. Inicialmente, observou-se que, no contexto da dinâmica, os licenciandos demonstraram uma melhor compreensão quanto à interpretação dos conceitos nos resultados do lançamento da moeda, devido às discussões anteriores da situação-problema 2.

No entanto, ao abordar outra **área-chave** e contexto com dados reais, percebemos que as crenças novamente voltaram a influenciar na interpretação das informações. Esses resultados indicam o potencial de integrar os elementos disposicionais no ensino de Probabilidade, especialmente ao abordar os conceitos das **Grandes Ideias**, buscando fortalecer o entendimento crítico conceitual da Probabilidade, essencial para a interpretação de diferentes eventos probabilísticos do cotidiano.

5.3 CONTRIBUIÇÕES DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA A PROMOÇÃO DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DOS LICENCIANDOS

Nesta subseção, é apresentada análise dos dados obtidos nas situações-problema 3 e 5, na qual foi possível observar a mobilização de habilidades críticas do Letramento Probabilístico de Gal (2005) para a interpretação das informações Probabilísticas com base em dados reais. Ao final são apresentadas considerações dos licenciandos em relação às discussões propostas ao longo dos três Encontros Cooperativos.

5.3.1 A mobilização de habilidades críticas na interpretação de informações probabilísticas

Inicialmente, enfoca-se as discussões sobre a mobilização das habilidades críticas, apresentando os resultados da situação-problema 3 (ver subseção 4.5.2). Inserida na **área-chave** de políticas públicas, a referida situação-problema explorou dois cenários com representações probabilísticas baseadas em dados reais de uma matéria publicada no portal de notícias UOL sobre os riscos de óbito da vacina contra a Covid-19.

Os trechos codificados indicaram que alguns licenciandos demonstravam não estar familiarizados com a intercambialidade das representações probabilísticas (Gal, 2005). Esse resultado pode ser justificado pelos dados obtidos nos questionamentos do primeiro encontro, em que foram identificadas lacunas no conhecimento das diferentes representações quantitativas e qualitativas.

Por outro lado, identificou-se que o trabalho cooperativo entre os licenciandos foi fundamental para a superação dessas dificuldades, pois esses passaram a explorar os elementos do Letramento Probabilístico (Gal, 2005), apresentados pelo pesquisador no segundo encontro, para discutir sobre as representações indicadas nos cenários.

Essa atitude cooperativa de discussão foi considerada positiva pelo pesquisador, ao evidenciar como a mobilização de uma **Postura Crítica** e a disposição para a formulação de **Questões Críticas** contribuem para a interpretação de informações probabilísticas.

Inicialmente, o pesquisador apresentou ambos os cenários aos licenciandos. O primeiro indicava que: “A chance de óbito após a vacinação para Covid-19 é de 0,00001%”, enquanto o segundo afirmava que: “Vacina contra a Covid-19 matou um adulto a cada 10 milhões de doses”. Após a apresentação desses cenários, o pesquisador questionou os licenciandos sobre suas crenças na interpretação dos riscos, perguntando se eles consideravam um dos cenários mais perigoso que o outro e se havia alguma relação de semelhança entre eles. Nos trechos a seguir, os licenciandos expressam suas interpretações.

L2: “Nesse caso, eu acredito que assim, **por mais que os dois sejam números extremamente pequenos, né? As chances são quase zero**, como a gente costuma dizer, **mas eu acho que o cenário 2, seria o mais perigoso, né?**” (L2, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L4: “Discordo, **eles são iguais**” (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Eles são iguais? Porque L4?

L4: “É... porque eu fui analisar aqui, esse **0,00001% não é a mesma coisa que 1 a cada 10 milhões?**” (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Todos concordam com L4? Ou o cenário 2 seria mais perigoso como L2 falou?

L6: “Deixa eu conferir novamente, mas assim, eu acredito que nesse caso, **o cenário dois assustaria mais, né? Porque diz que MATOU uma pessoa a cada 10 milhões de doses, esse ‘matou’ sabe?**” (L6, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Então a palavra “matou” teria um peso maior aí?

L6: “É isso, de fato teria, porque quando tem as porcentagens, igual esse 0,00001%, **olhando aí para esse valor, a gente acredita que é um número muito baixo e pouco perigoso, já nesse outro é diferente**” (L6, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L2: “Não, mas L4 tem razão, eu acabei me confundindo mesmo, **eles realmente são iguais**, conferi aqui, eu pensei também por conta desse “matou”, mas nesse caso ele apenas desviou a nossa atenção” (L2, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Os trechos acima evidenciam as dificuldades quanto à interpretação dos cenários. A fala inicial de **L2** reforça essa dificuldade, pois embora tenha reconhecido que numericamente ambos os cenários representavam chances mínimas, optou por julgar o cenário 2 como mais perigoso, sugerindo lacunas na compreensão da intercambialidade das representações.

L4 trouxe na sequência, uma reflexão crítica sobre essa intercambialidade, ao reconhecer corretamente em sua análise que 0,00001% é equivalente a 1 a cada 10 milhões. A fala de **L4** indica um cuidado com o significado das mensagens, ao buscar entender a afirmação probabilística adotada em cada cenário, sendo uma das orientações presentes nas **Questões Críticas** propostas por Gal (2005) no Letramento Probabilístico.

Além do olhar para as representações, identificou-se também outros aspectos da linguagem probabilística que contribuíram para a formação da crença de que o cenário 2 seria o mais perigoso. A fala de **L6** destaca que a utilização do termo “matou” tornava o cenário 2 mais assustador e, conseqüentemente, reforçava a crença de que ele seria o mais perigoso.

Esses resultados destacam a importância de promover discussões no ensino de Probabilidade, com foco na interpretação da linguagem probabilística usada para comunicar os riscos. Essas discussões se tornam relevantes especialmente na Formação Inicial, para que os futuros professores de Matemática compreendam que, além dos qualificadores apresentados na Escala Numérica de Aczel (2007), outros termos da língua portuguesa também podem influenciar a interpretação de informações probabilísticas, como observado nas falas de **L6** e **L2**.

Na sequência, o pesquisador questionou novamente os licenciandos sobre a necessidade de buscar mais informações para compreender as afirmações apresentadas, ou se já seria possível tirar conclusões com base no que estava exposto nos cenários. Foi então que **L4** recapitulou as discussões das **Questões Críticas** do Letramento Probabilístico.

L4: “Tem que conhecer melhor a informação, né? **Aquelas coisas que a gente viu, que tinha a fonte, o contexto, se são informações verdadeiras, quem publicou.** Porque isso foi de uma notícia, né? De um jornal?” (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: Isso, foi de um jornal. E você está se referindo a essas Questões Críticas? [Apresentou novamente o slide para os licenciandos].

L4: “Sim, porque a gente viu, né, que para interpretar uma informação com Probabilidade, temos que pensar em alguns desses questionamentos aí, então primeiro notei que era igual, **agora teria que ver a fonte e ler a notícia**” (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Seguindo as orientações propostas por **L4**, o pesquisador, inicialmente, apresentou aos demais licenciandos a equivalência entre as representações indicadas nos dois cenários. Em seguida, revelou que o cenário 2 correspondia exatamente ao título adotado na matéria jornalística. Por fim, disponibilizou a notícia na íntegra para os licenciandos realizarem a leitura, questionando-os novamente ao final sobre suas conclusões após o contato com as informações adicionais da matéria.

L5: Rapaz, eu fiquei refletindo aqui sobre essa notícia, *porque a maioria das pessoas não tem muito entendimento do cenário de números, às vezes nem conhece essas coisas que a gente está falando aqui. Então, quando eles olham assim 'matou um adulto', eles já ficam com medo. E a notícia leva para esse lado, né?* Conheço muita gente que nem queria tomar essa vacina, por causa dessas informações. Não olhavam direito, na verdade, é mais por não terem esse conhecimento que estamos discutindo aqui, só viam lá 'matou'. Aí eles pegavam e não queriam tomar a vacina, com medo. **Eu fiquei pensando nisso e estava até concordando inicialmente com a fala de L6, porque quando é em porcentagem, a gente julga ter menos risco mesmo, né?** Mas com essas discussões, eu reavaliei meu pensamento, tem que ter muito cuidado mesmo com essas coisas (L5, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

As considerações apresentadas por **L5** destacam a relevância social de desenvolver habilidades críticas para interpretar informações probabilísticas com dados reais. Em sua fala, **L5** expressou uma preocupação sobre como a sociedade interpretava a Linguagem adotada pela mídia, ao lembrar de fatos ocorridos no período da pandemia da Covid-19 no Brasil, ressaltando que parte da sociedade desconsiderava a importância da vacinação devido às desinformações que eram propagadas.

Além disso, **L5** compartilhou que, inicialmente, havia concordado que o cenário 1 seria o menos perigoso, principalmente devido à representação percentual adotada. No entanto, ao refletir sobre as considerações feitas pelos colegas, passou a analisar criticamente os dados e reavaliar sua interpretação.

A fala de **L5** destaca a importância de abordar os diferentes elementos do Letramento Probabilístico na Formação Inicial, permitindo que os futuros professores de Matemática compartilhem essas reflexões no ensino de Probabilidade, contribuindo para a construção de uma sociedade mais crítica e informada.

Outras **Questões Críticas** foram levantadas por **L4**, que trouxe uma reflexão para os licenciandos ao destacar a diferença entre se concentrar apenas no título da reportagem e compreender o contexto geral da notícia.

L4: Olha, só depois de ler a notícia é que compreendemos melhor a situação, né? **Inclusive, eu lembrei de um vídeo que falava um pouco sobre isso na pandemia**, porque na notícia aí, das doses que foram aplicadas, 50 pessoas morreram, né? Aí, **quem vai saber se foi só pela vacina, a morte? Não vai ser 100% de certeza que foi a vacina que causou essa morte.** E também, comparando os dados, né? Se for ler a informação por completo, **tem esses 190 mil para 10 milhões, que representam as mortes. Então, só quem fosse ler até o final poderia observar que a vacina é mais confiável do que ficar sem**, ou seja, morreram mais pessoas sem vacinar (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

A fala de **L4** indica como a mobilização das **Questões Críticas** pode contribuir para o entendimento da Linguagem adotada em diferentes informações probabilísticas, principalmente ao concluir que morreram mais pessoas sem a vacina. Ou seja, essa reflexão só foi possível, pois **L4** buscou conhecer melhor o contexto da matéria, não se limitando apenas ao título.

Os relatos apresentados por **L5** e **L4** evidenciam um avanço no entendimento crítico da Probabilidade, uma vez que, no primeiro encontro, os licenciandos relatavam, por exemplo, a dificuldade de relacionar a Probabilidade com situações do cotidiano. Já com a apresentação do Letramento Probabilístico (Gal, 2005), esses licenciandos passaram a utilizar os elementos do modelo para interpretar criticamente as informações probabilísticas.

Os dados da situação-problema 5 também indicaram contribuições do Letramento Probabilístico para a interpretação das informações. Essa situação estava inserida na **área-chave** de saúde pública e discutia mais uma vez sobre as representações quantitativas adotadas para comunicar os riscos de dengue em quatro estados brasileiros.

Na situação, o pesquisador apresentou que os estados da Paraíba e Tocantins apresentavam uma taxa de 0,004% da população em risco pela doença. Além disso, o Acre registrava uma taxa de 0,085%, enquanto no Rio de Janeiro essa taxa era de 0,065%. O primeiro questionamento apresentado pelo pesquisador buscou, mais uma vez, explorar a crença dos licenciandos sobre a interpretação dos dados probabilísticos atribuídos a cada estado, conforme destacado nos trechos a seguir.

Pesquisador: Qual a crença de vocês sobre esses dados apresentados em cada estado?

L6: Eu acredito que entre o Acre e o Rio de Janeiro, **no Acre, de acordo com o que está aí, o risco é maior, porque tem uma porcentagem maior** em relação ao outro. **Só que assim, sempre tem aquele ‘porém’ né? Se for considerar quantas pessoas têm doentes nesses locais, né?** Precisaria

de mais informações, **precisaria saber a população** (L6, 2024c, **grifo nosso**).

L5: Bom, com esses dados aí, dá para ver que no caso, **o Acre é o que mais está sofrendo com a dengue**. Porque lá, tipo **a população lá não é tão grande, e esse número está muito alto para uma população pequena**, né? (L5, 2024c, **grifo nosso**).

A fala de **L6** evidencia uma interpretação dos riscos baseada na frequência relativa dos eventos discutida na Escala Numérica de Probabilidade (Aczel, 2007), uma vez que sua interpretação inicial considerou exatamente a posição numérica das representações. Observa-se ainda o seu questionamento sobre o contexto que estava sendo analisado, sugerindo que, se a análise fosse em termos absolutos, seria necessário identificar a população.

Essa ideia foi reforçada por **L5**, que destacou que a taxa de risco do Acre seria superior devido à população menor desse estado em comparação com a do Rio de Janeiro. Essa **Postura Crítica**, observada nas falas dos licenciandos, sugere uma atenção cuidadosa deles sobre o contexto em discussão.

O segundo questionamento alterava o contexto da discussão, passando de uma interpretação relacionada à frequência relativa para a frequência absoluta, explorando os pontos que haviam sido observados nas falas de **L6** e **L5**. O pesquisador questionou aos licenciandos se eles acreditavam que o número de pessoas afetadas no Acre era superior ao de afetados no Rio de Janeiro.

L5: “Não, porque no Rio de Janeiro, **a população lá é maior do que a do Acre. Então, pensando assim, teria mais pessoas afetadas no Rio**” (L5, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L2: “Concordo, porque é como L6 também comentou, né? Essa relação da quantidade de pessoas. **Porque não podemos interpretar apenas pela porcentagem**, né?” (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

Pesquisador: E se for comparar a Paraíba e Tocantins, tem diferença no número de pessoas?

L2: Em relação à quantidade de pessoas, vai bater de frente mais uma vez, **porque eu não sei, assim, né? Estatisticamente, a quantidade, o número de habitantes em cada estado**. Mas, eu acho que a gente tem que pensar, né? **Por mais que a porcentagem seja igual, eu acredito que as pessoas afetadas, a quantidade no caso, é diferente, tem a mesma Probabilidade, mas o contexto é diferente** (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

As falas de **L2** e **L5** demonstram uma interpretação correta, ao observarem que, embora a taxa de risco seja superior em termos relativos, quando o contexto é

considerado em termos absolutos, a quantidade de pessoas afetadas é diferente. Essa discussão ficou evidente na fala de **L2**, que destacou que, por mais que a Probabilidade seja a mesma, ao se referir aos estados do Tocantins e da Paraíba, o contexto seria diferente, evidenciando mais uma vez uma Postura Crítica diante das informações probabilísticas.

Ao final, o pesquisador apresentou os dados do censo populacional de cada estado (IBGE, 2022), destacando que o Acre registrava aproximadamente 705 casos, enquanto o Rio de Janeiro o número era de 10.436. Já entre os estados da Paraíba e Tocantins, foram registrados 159 e 60 casos, respectivamente. Esses dados corroboraram com as considerações apontadas pelos licenciandos.

Com a análise das situações-problema apresentadas, foi possível observar que os elementos do Letramento Probabilístico de Gal (2005) têm o potencial de contribuir positivamente para o desenvolvimento de habilidades críticas dos licenciandos, especialmente quanto à interpretação e análise de informações probabilísticas baseadas em dados reais em diferentes contextos.

5.3.2 Das compreensões prévias ao entendimento crítico da Probabilidade

Ao longo dos três Encontros Cooperativos, o pesquisador buscou verificar, por meio dos questionamentos finais, as considerações dos licenciandos sobre as discussões propostas. Esses questionamentos foram elaborados, buscando compreender como as reflexões vivenciadas e as situações-problema apresentadas contribuíram para o entendimento crítico de Probabilidade.

Na Figura 15, apresenta-se uma nuvem de códigos gerada a partir da análise das falas dos licenciandos. No software, é possível visualizar essa nuvem, onde os códigos que aparecem em destaque, com tamanho superior, indicam exatamente aqueles que foram atribuídos em maior frequência nos trechos de fala dos licenciandos.

Figura 15 - Nuvem de códigos das discussões propostas nos encontros

Reconhecimento da Influência das Crenças
Compreensão da natureza da Probabilidade
 Desconstrução de crenças
Aprofundar os conhecimentos
Formação Inicial
 Conexão com a realidade
Valorização da compreensão conceitual
 Importância das áreas-chave

Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

Entre os códigos apresentados, identificou-se um destaque para as falas que abordavam sobre a **compreensão da natureza da Probabilidade**. Observou-se que os licenciandos passaram a refletir melhor sobre suas compreensões prévias, nas quais acreditavam que a Probabilidade era determinística. Com as discussões realizadas, esses licenciandos demonstraram reconhecer que a Probabilidade atribuída aos eventos representava apenas uma previsão para o acontecimento, e não a certeza, como evidenciado nos relatos a seguir.

L6: No final, **a gente conseguiu perceber que, o que a gente conhecia sobre Probabilidade, realmente era muito superficial**. Porque a **Probabilidade é incerta o tempo todo, não é exata**, é uma Probabilidade na qual pode acontecer ou não aquele evento (L6, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

L2: Então, **isso foi o mais impactante, porque eu nunca parei para refletir sobre isso**. Sobre essa questão da Probabilidade, eu só pensava no valor. **E mesmo que tenha lá 90% de chance de algo acontecer, não quer dizer de certeza que aquilo realmente acontecerá**, né? Então, eu achei importante, porque até mesmo os alunos trazem essas perguntas: 'Ah, professor, então é certeza que isso vai acontecer?' **Agora podemos trabalhar diferente, parece besteira, mas eu nunca havia pensado nisso** (L2, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

As falas dos licenciandos indicam que os encontros promoveram algumas reflexões que até então não haviam sido vivenciadas por eles. O comentário de **L2**, por exemplo, trouxe uma reflexão sobre como os detalhes fazem a diferença na aprendizagem de Probabilidade. Foi possível observar em sua fala que a atenção dada à Probabilidade sempre esteve voltada para a representação quantitativa, possivelmente devido às suas experiências anteriores com a Probabilidade.

Dessa forma, percebe-se que as discussões propostas parecem ter contribuído para que esses futuros professores compreendessem o conceito de Probabilidade e a sua natureza não determinística, motivando-os a proporem futuramente um ensino de Probabilidade que valorize não apenas os cálculos, mas também o entendimento conceitual.

Outros códigos que se destacaram nas falas dos licenciandos estavam relacionados ao aprofundamento do conhecimento em Probabilidade, associado à valorização da compreensão conceitual. Os licenciandos apontaram que, durante a apresentação das situações-problema, o pesquisador sempre dava prioridade à discussão conceitual, como é possível observar nos trechos a seguir.

L2: Eu gostei bastante do detalhamento que você trouxe. **Só no final, que realmente fomos olhar para os cálculos, toda a nossa discussão foi para entender esses conceitos, né? Porque esses elementos finais a gente meio que já sabe mais** (L2, 2024a, n. p., grifo nosso).

L4: Concordo, porque **nessa questão dos conceitos, muita coisa me deixou confuso, não é uma coisa tão simples**. Teve alguns questionamentos aí que eu ainda não tinha pensado, **por isso que eu falei que colocou um parafuso na minha cabeça, porque realmente são coisas que não temos o costume de analisar, e precisamos, porque a gente foca mais no cálculo** (L4, 2024a, n. p., grifo nosso).

As falas indicam que, para os licenciandos, os cálculos sempre estiveram em destaque na aprendizagem de Probabilidade, e que não havia esse incentivo para analisar criticamente os conceitos envolvidos nas situações probabilísticas. Ao longo das discussões, os licenciandos passaram a reconhecer a importância desses conceitos e suas complexidades. **L4**, por exemplo, reforça em sua fala o olhar de Gal (2005) sobre os conceitos das **Grandes Ideias**, que devem ser explorados em diferentes contextos, para serem compreendidos criticamente.

Outro código destacado nas análises diz respeito às contribuições das discussões para a Formação Inicial dos licenciandos. Esses reforçaram, tanto no segundo quanto no terceiro encontro, os novos conhecimentos adquiridos, uma vez que, ao longo da graduação, não haviam sido realizadas discussões que relacionassem a Probabilidade com situações reais, nem foram apresentados os significados de Probabilidade e as **áreas-chave**, conforme mencionado nos trechos a seguir.

L4: Na disciplina que a gente tem durante **o curso, não tem tanto aprofundamento assim, é só cálculo e pronto**. Pelo menos é o que lembro, né? Só cálculo e é isso aí. Então, do encontro de hoje, **quero destacar**

aquele pensamento que tive, né? Da importância da Probabilidade para a ciência. Que é uma coisa real que eu ainda não tinha pensado (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L2: Na faculdade, **a gente foca muito nos cálculos**, e assim, não é tirando de forma alguma o mérito dos cálculos, porque são importantes. **Mas foca bastante nisso, e a gente acaba não tendo uma visão geral disso, por exemplo, dessas áreas-chave, dos significados de Probabilidade, como foi apresentado anteriormente**, que eu não conhecia essas definições. Foi muito interessante porque vai complementar até mesmo quando a gente estiver na nossa prática docente (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L6: Realmente, a gente só vê mais cálculo nessa parte da Probabilidade. **Você fez diferente, envolveu várias coisas como geografia, biologia e, dentre outros pontos citados aí, a saúde [...], e a gente pode trazer isso para a sala de aula, para contextualizar com os alunos, para eles entenderem melhor sobre a Probabilidade em situações reais** (L6, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

As falas dos licenciandos corroboram com o estudo de Carvalho e Macedo (2015), sobre as disciplinas ofertadas na Formação Inicial, que geralmente concentram a atenção nas manipulações algébricas. Nos relatos, foi possível observar que essa predominância dos cálculos nas disciplinas limitava o conhecimento sobre outros campos de discussão da Probabilidade. Assim, os relatos parecem indicar que o trabalho com os dados reais, ao explorar os elementos do Letramento Probabilístico, os significados de Probabilidade e as **áreas-chave**, se apresenta como um potencial para motivar esses futuros professores a integrar essas discussões em suas práticas pedagógicas.

A fala de **L4** evidenciou um avanço positivo em sua compreensão, pois, no primeiro encontro, ele ressaltava a dificuldade em relacionar a Probabilidade com situações do cotidiano. Mas, a partir do segundo encontro, ele conseguiu observar, por exemplo, a sua relevância para a ciência.

L2 reconheceu também o quanto as discussões proporcionaram novos conhecimentos que até então não haviam sido vivenciados na Formação Inicial, citando, por exemplo, as **áreas-chave** e os significados de Probabilidade. Essa discussão também destacou o código sobre a importância das **áreas-chave**, quando **L6** destacou a necessidade de se trabalhar com a Probabilidade contextualizada, sugerindo que levar essas discussões para a sala de aula contribuiria para o seu entendimento em situações reais.

Ainda sobre o código **importância das áreas-chave**, identificou-se que com a apresentação do modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) no segundo encontro, os licenciandos passaram a explorar outras áreas além de Jogos de azar.

Sendo que essa esteve em destaque na maior parte das discussões por influência das experiências desses licenciandos com a Probabilidade, como observado na Figura 16.

Figura 16 - Nuvem de códigos das áreas-chave exploradas pelos licenciandos



Fonte: Elaborado pelo autor no software *MaxQDA* (Verbi, 2024).

Após a apresentação das **áreas-chave**, o pesquisador voltou a questionar os licenciandos se eles conseguiriam pensar em situações reais em que seria possível discutir conceitos probabilísticos. Dessa vez, foi possível observar que os licenciandos buscaram citar alguns exemplos de áreas até então não abordadas nas discussões, conforme apresentado nos trechos abaixo.

L6: Algumas dessas áreas aí eu já consigo associar. **O mundo natural e físico** eu lembro da chuva. **Processos tecnológicos**, estou tentando lembrar de algo associado. **Na questão financeira, a gente lembra dos investimentos**, os riscos, os cálculos para ver quanto vai conseguir no final, se realmente conseguir né? As **pesquisas estatísticas**, eu lembro de Estatística mesmo, de muita coisa que a gente vê na faculdade e os **jogos de azar**, foi o que a gente mais falou (L6, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L2: Em **processos tecnológicos**, eu acho que envolve muito aquela questão que a gente vê, do algoritmo das redes sociais, por meio de cliques, ele vai ver o que, possivelmente, a gente gosta, e tem a Probabilidade de vender com isso. Sobre o **comportamento humano**, seria, por exemplo, a sala de aula [...] se o aluno faz algo que eu não considero que seja adequado, que atrapalhe a aprendizagem dele ou de outros colegas, eu vou utilizar de algum instrumento, né? Onde vou tentar fazer com que ele não volte a repetir aquilo. Então, de certa forma, eu vou fazer algo que possivelmente, né? E aí, quando tem essa palavra, acredito que envolve Probabilidade. Então, se eu repreender dessa forma, se eu demonstrar que eu não gostei, pode ser, possivelmente, que ele não vá voltar a repetir essa conduta. Não sei se é correto, mas vieram esses dois exemplos aqui na mente para essas duas áreas (L2, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

L4: Na **medicina**, eu penso nas cirurgias. Por que, a depender da cirurgia, né? O médico fala da Probabilidade de o paciente sobreviver ou de dar

errado, né? Sempre antes, ele afirma isso, já para a pessoa ter consciência, né? Antes de aceitar a cirurgia. A depender de qualquer que seja, né? No olho, no coração, no pulmão, o transplante (L4, 2024b, n. p., **grifo nosso**).

Identificou-se que as respostas apresentadas pelos licenciandos estavam mais associadas a eventos que tinham relação com a Probabilidade, mas eles não chegaram a mencionar, por exemplo, quais conceitos poderiam ser explorados nessas situações, demonstrando a necessidade de ampliar as discussões no ensino de Probabilidade que explorem essas diferentes **áreas-chave**.

Outro código que destacou pontos interessantes sobre as discussões propostas nos encontros foi sobre a **desconstrução das crenças**, principalmente quando os licenciandos relataram sobre suas opiniões em relação aos jogos de azar, conforme observado no relato de **L1**.

Novamente observa-se que os licenciandos reconheceram a importância de aprofundar compreensão conceitual da Probabilidade, corroborando com a preocupação de Gal (2005) ao mencionar nas **Grandes Ideias** que os conceitos são complexos e merecem um trabalho cuidadoso.

L1: As discussões me **fizeram desconstruir algumas visões que eu tinha em relação aos jogos**, principalmente esses da loteria, porque eu sempre pensava: 'não, a bola, **tem alguma coisa ali que faz com que ela seja puxada, seja sorteada**' entendeu? E aí, **com essa discussão, eu tive a curiosidade de entender melhor e isso me fez desconstruir esse pensamento que eu tinha** (L1, 2024a, n. p., **grifo nosso**).

Essa fala de **L1** abriu as discussões do segundo encontro, quando o pesquisador apresentou o vídeo de uma situação real, descrito no Quadro 14 da seção 4.5.2 deste trabalho. O objetivo era que os licenciandos compreendessem a importância de explorar os elementos disposicionais para a aprendizagem crítica de Probabilidade, contribuindo para a formação de uma sociedade informada.

Com a apresentação do vídeo, identificou-se que os licenciandos reconheceram a influência das crenças no dia a dia, apontando que as pessoas que não têm o conhecimento conceitual de Probabilidade geralmente se deixam levar pelas crenças, resultando em gastos excessivos nessas apostas, conforme codificado nos trechos a seguir.

L2: É muito interessante como **as crenças realmente estão presentes no dia a dia**. Veja que ele **vai tentando criar uma lógica que ele acha que vai ter uma chance maior de ganhar**, né? De sair esses números que ele está ali montando. Mas, assim, é engraçado e interessante ao mesmo tempo. Que, no fundo, **ainda assim, não há, não tem como aumentar as chances por**

meio de crenças de sair aquele número, né? Por meio de crenças pessoais, por isso que é muito interessante essa discussão (L2, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

L4: Ele teve um trabalho desse, para no final fazer o jogo e perder. Assim, **tem essa lógica todinha que ele inventa**, né? **Daqueles números que foram deixados por uma pessoa e ele acredita que sejam os números da sorte**, mas que, **no fim, pode ser que não dê em nada**. E ele fica perdendo dinheiro, e poderia investir, né? Por isso que **essas discussões são massa, fazem a pessoa pensar melhor** (L4, 2024c, n. p., **grifo nosso**).

As falas dos licenciandos evidenciam como a crença pessoal pode levar a uma ideia distante da compreensão conceitual da Probabilidade. Pois, embora os eventos muitas vezes pareçam ter um sentido, os resultados não são determinísticos e sim aleatórios.

Observa-se, por exemplo, a criticidade dos licenciandos quando reconheceram, no vídeo, como essas discussões poderiam auxiliar as pessoas a fazerem um melhor uso de seus recursos financeiros. Ou seja, ao invés de investir em jogos de azar, poderiam direcionar esse dinheiro para investimentos financeiros.

Essas discussões sobre as crenças reforçam a necessidade de articular um ensino crítico de Probabilidade, que relacione a interpretação conceitual com os elementos disposicionais, como os apresentados nos encontros. Assim, essa proposta poderá contribuir para a formação de uma sociedade cada vez mais informada probabilisticamente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta Dissertação teve como objetivo geral analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática.

Para atender ao objetivo geral, elencamos três objetivos específicos, sendo eles: identificar as compreensões prévias de licenciandos em Matemática sobre Probabilidade; avaliar as Crenças e Atitudes de licenciandos em Matemática na interpretação de informações probabilísticas apresentadas nas situações-problema; e verificar o entendimento crítico de conceitos probabilísticos a partir de situações-problema com dados reais.

Para a produção de dados do estudo, realizou-se três Encontros Cooperativos com sete Licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública federal de ensino localizada no Sertão de Pernambuco.

Nesses encontros, o pesquisador utilizou questionamentos motivadores para identificar as compreensões prévias dos licenciandos sobre a Probabilidade e apresentou cinco diferentes situações-problema com dados reais, explorando algumas das **áreas-chave** do Letramento Probabilístico para discutir a compreensão conceitual da Probabilidade, articulada aos elementos disposicionais.

A proposta de trabalhar, sobretudo, com os elementos disposicionais se deu a partir dos resultados da Revisão Sistemática da Literatura, a partir da qual foi constatado que os trabalhos desenvolvidos no Brasil investigavam o Letramento Probabilístico com foco nos elementos do conhecimento. Dessa forma, decidiu-se explorar, nas situações-problema, problematizações com o olhar para as Crenças e Atitudes dos licenciandos na interpretação de informações probabilísticas. O trabalho com os elementos disposicionais (Crenças e Atitudes), tornou-se essencial por evidenciar lacunas no entendimento dos licenciandos sobre a natureza da Probabilidade e conceitos como aleatoriedade, variabilidade e independência de eventos probabilísticos, os quais fazem parte das **Grandes Ideias** dos elementos do conhecimento. Ainda que os elementos do conhecimento não tenham sido o foco principal da pesquisa, eles também estiveram envolvidos nas discussões da pesquisa.

Em relação às compreensões prévias, os resultados sugerem que os licenciandos demonstravam uma maior familiaridade com a representação quantitativa da Probabilidade. Nesse sentido, a análise das falas dos licenciandos

indicou que eles não compreendiam explicitamente sobre a natureza não determinística da Probabilidade, pois acreditavam que se tratava de uma medida precisa. Essa crença os levava a classificar eventos com alta Probabilidade como certos de que aconteceriam, e aqueles com baixa Probabilidade como impossíveis.

Pelo caráter cooperativo dos encontros, alguns licenciandos expressaram atitudes negativas em relação à Probabilidade, desacreditando do propósito de se calcular a Probabilidade dos eventos, especialmente ao recordarem de resultados que não correspondia exatamente ao esperado. Essa atitude indicava uma compreensão limitada ao cálculo e a expectativa pela exatidão. No entanto, a compreensão conceitual da Probabilidade, que envolve a noção de incerteza, não era reconhecida pelos licenciandos.

A compreensão parcial expressada por alguns licenciandos, reforça a necessidade de se promover discussões na Formação Inicial que explorem o trabalho conjunto dos elementos do conhecimento e disposicionais, buscando fortalecer a compreensão conceitual da Probabilidade e suas diferentes representações. É essencial integrar o trabalho com dados reais que estimulem a análise crítica e a tomada de consciência acerca das Crenças e Atitudes em relação às representações quantitativas e qualitativas da Probabilidade. Um exemplo seria explorar no ensino situações reais, como as notícias publicadas na mídia, para promover a interpretação crítica das declarações probabilísticas, a exemplo da situação-problema 3.

Conforme já discutido por Amorim, Pietropaolo e Silva (2020), os futuros professores devem conhecer não apenas os aspectos matemáticos, mas também outros elementos essenciais para o entendimento crítico de Probabilidade. O estudo das crenças associado à Linguagem, às Grandes Ideias e demais elementos do Letramento Probabilístico, deve ser vivenciado na Formação Inicial, para que esses futuros professores possam ensinar de maneira a favorecer o pensamento crítico de seus estudantes, acerca da Probabilidade.

O trabalho em relação às Crenças e Atitudes emergiu de um contexto de problematizações fundamentadas em dados reais, onde identificou-se que as crenças manifestadas pelos licenciandos parecem distorcer a compreensão conceitual na interpretação dos eventos probabilísticos. A partir das análises, foi possível observar que as crenças expressas pelos licenciandos evidenciaram um entendimento superficial de conceitos fundamentais como aleatoriedade, variabilidade e independência dos eventos. Essa problematização, ao que parece, proporcionou aos

licenciandos um olhar mais atento sobre como as crenças podem, em alguns casos, se distanciar de um entendimento probabilístico coerente, a exemplo das discussões apresentadas na subseção 5.2.

A importância do trabalho com os elementos disposicionais no ensino de Probabilidade ficou evidente quando o pesquisador mudou o contexto de discussão e passou a explorar uma nova **área-chave**. Onde foi possível observar que os licenciandos manifestaram novamente Crenças e Atitudes ao interpretarem os eventos.

Os resultados em relação as Crenças e Atitudes demonstram a relevância de incluir os elementos disposicionais no ensino de Probabilidade, sobretudo ao abordar os conceitos das **Grandes Ideias**, buscando fortalecer o entendimento crítico conceitual da Probabilidade, indispensável para a interpretação de diferentes eventos probabilísticos, conforme sugerido nos estudos de Batanero e Álvarez-Arroyo (2023).

As análises dos dados indicaram que as situações-problema com dados reais estimularam habilidades críticas nos licenciandos para interpretar informações probabilísticas. O formato dos Encontros Cooperativos, parece ter proporcionado aos licenciandos um espaço para refletir não apenas sobre as interpretações conceituais da Probabilidade, mas também sobre a influência das Crenças e Atitudes, a Postura Crítica necessária para interpretar dados reais, além de aproximar as discussões a situações cotidianas.

A mobilização das habilidades críticas ficou evidente, principalmente nas situações-problema 3 e 5, que, durante as discussões coletivas, os licenciandos recorreram aos elementos do Letramento Probabilístico (Gal, 2005) para compreender melhor as informações. Nas discussões, os licenciandos demonstraram uma postura cooperativa ao orientar seus colegas a refletirem melhor sobre as situações, sem a intenção de corrigi-los diretamente, mas sim estimulando-os a uma análise crítica sobre aquilo que estava sendo discutido.

A postura cooperativa dos licenciandos foi considerada positiva pelo pesquisador, pois os licenciandos demonstraram uma nova atitude em relação à Probabilidade. Inicialmente, nas compreensões prévias, os licenciandos estavam mais focados nas representações quantitativas e não conseguiam relacionar a Probabilidade com o cotidiano. No entanto, passaram a adotar um olhar crítico, mostrando-se mais dispostos para explorar os elementos do Letramento Probabilístico

na interpretação de informações probabilísticas, como evidenciado nos resultados da subseção 5.3.1.

Diante das questões propostas para esta pesquisa, constata-se que a abordagem do Letramento Probabilístico na Formação Inicial tem um potencial de proporcionar um novo olhar dos licenciandos sobre a Probabilidade. Ao trabalhar com situações-problema com dados reais, observou-se que os licenciandos conseguiram refletir melhor sobre a natureza não determinística da Probabilidade, bem como rever suas crenças em relação à compreensão conceitual. Ao longo dos encontros, as falas dos participantes indicavam o reconhecimento da relevância do ensino de Probabilidade, fundamentado em dados reais, como um potencial para a formação de cidadãos mais informados probabilisticamente.

As apreciações do pesquisador sobre o estudo desenvolvido revelam um crescimento pessoal e profissional do mesmo sobre o tema. O trabalho com os elementos disposicionais apresenta apenas um recorte das inúmeras crenças manifestadas na sociedade em relação aos eventos probabilísticos. O próprio pesquisador passou a refletir acerca de suas crenças pessoais e, como professor de Matemática, identificou a importância de levar essas discussões para sala de aula, principalmente, exemplos reais como o do vídeo apresentado na subseção 4.5.2 deste trabalho, para a construção de uma sociedade cada vez mais letrada probabilisticamente.

Nas análises, identificou-se também lacunas na compreensão e interpretação de termos, conceitos e representações probabilísticas. Por exemplo, na situação-problema 3, que apresentava dois cenários sobre o risco da vacina da Covid-19. O segundo cenário utilizava uma Linguagem que deixava margem para diferentes interpretações, o que gerou dúvidas entre os licenciandos.

Além disso, foi possível observar que, em algumas situações, os licenciandos associavam a aleatoriedade à sorte, enquanto em outras, a sorte era tratada como algo determinístico. Assim, é necessário desenvolver novas investigações que explorem a linguagem probabilística, articulada aos elementos disposicionais, para promover um ensino de Probabilidade cada vez mais alinhado ao modelo de Letramento Probabilístico.

Na conclusão desta pesquisa de mestrado, tem-se a perspectiva de continuar a investigar no doutoramento sobre o Letramento Probabilístico. Em particular, pretende-se investigar a interpretação da linguagem probabilística utilizada na

comunicação dos eventos probabilísticos, explorando diferentes **áreas-chave** e contextos com estudantes da educação básica.

REFERÊNCIAS

- ACZEL, A. D. **Quais são suas chances?** um guia para a melhor aposta no amor, na bolsa de valores, no jogo e no que você quiser. Rio de Janeiro: Bestseller, 142 p. 2007. Tradução de: Jussara Simões.
- ALVES, M. M. O. **Um estudo sobre jogos de azar.** 59 f. Mestrado Profissional em Matemática, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2015.
- AMORIM, M. É.; PIETROPAOLO, R. C.; SILVA, A. F. G. Formação do professor de Matemática: uma discussão sobre o ensino de Probabilidade. **Zetetiké**, v. 28, p. 1-14, 2020.
- BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 8, n. 3, p.247-263, 2005.
- BATANERO, C.; ÁLVAREZ-ARROYO, R. Teaching and learning of probability. **ZDM – Mathematics Education**, p. 5-17, 2023.
- BATANERO, C.; SERRANO, M. M. G.; ÁLVAREZ-ARROYO, R. Educação do raciocínio probabilístico. **EMP – Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 127-144, 2023.
- BRASIL. CAPES. **Banco de Teses e Dissertações da CAPES.** 2023a. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 10 out. 2023.
- BRASIL. IBICT. **Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações [BDTD].** 2023b. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 10 out. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.
- BRASIL. Ministério da Saúde. **Atualização de Casos de Arboviroses.** 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/a/aedes-aegypti/monitoramento-das-arboviroses>. Acesso em: 09 fev. 2024.
- BRASIL. Ministério da Saúde. Painel de Monitoramento de Nascidos Vivos. **Plataforma IVIS.** 2023c. Disponível em: <http://plataforma.saude.gov.br/natalidade/nascidos-vivos/>. Acesso em: 09 fev. 2024.
- BRYANT, P.; NUNES, T. **Children’s understanding of probability:** A literature review. London: Nuffield Foundation, 86 p. 2012. Disponível em: https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPO RTv_FINAL.pdf. Acesso em: 12 dez. 2023.
- CABERLIM, C. C. L. **Letramento probabilístico no ensino médio:** um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos. 2015. 141 f. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

CARVALHO, J. I. F.; MACEDO, R. C. Conhecimentos necessários para o ensino de Probabilidade: discussão de uma sequência didática desenvolvida com estudantes de Matemática-Licenciatura. **Anais do VI SIPEM**, Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, p. 1-13, 2015.

CASTILHO, C. R. **O ensino de Probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística**. 2020. 128 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X.; RÉGNIER, J. O conceito de Probabilidade na formação docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 441-455, 2016.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; NAGAMINE, C. M. L. **Os passeios aleatórios da Carlinha**: tutorial do AVALE. [S. l.: s. n.], 2010.

CUSTÓDIO, L. A. A. **Letramento probabilístico**: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor. 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2017.

DE-LA-TORRE-UGARTE-GUANILO, M. C.; TAKAHASHI, R. F.; BERTOLOZZI, M. R. Revisão sistemática: noções gerais. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, v. 45, n. 5, p. 1260-1266, 2011.

EUGÊNIO, R. S. **Letramento Probabilístico nos anos finais do ensino fundamental**: um processo de formação dialógica com professores de matemática. 2019. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

EUGÊNIO, R. S.; MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. Letramento probabilístico de professores de matemática do ensino fundamental: reflexões da formação continuada. **Zetetiké**, v. 30, p. 1-18, 2022.

FERREIRA, K. L. S. **Letramento Probabilístico**: contextos e direcionamentos para os anos finais do ensino fundamental. 2022. 96 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade de Pernambuco, Petrolina, 2022.

FERREIRA, R. S. **Ensino de Probabilidade com o uso do programa estatístico R numa perspectiva construcionista**. 2011. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

GAL, I. Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 1, n. 70, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. *In*: JONES, Graham A. (ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 43-71, 2005.

GOMES, S. C.; MONTEIRO, M. N. O. A evolução da teoria da Probabilidade. **Revista Traços**, v. 6, n. 11, p. 115-122, 2003. Disponível em: <https://revistas.unama.br/index.php/revistatracos/article/view/893>. Acesso em: 1 dez. 2024.

GOOGLE. **Resultado final do Brasileirão Série A 2023**. Disponível em: <https://www.google.com/search?q=resultado+brasileir%C3%A3o+2023&oq=resultado+brasileir%C3%A3o+2023&aqs=chrome.69i57j33i160l2.6652j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8#sie=lg;/g/11jspy1hvm;2;/m/0fnk7q;st;fp;1>. Acesso em: 18 fev. 2024.

GRENCI, W. A. **Contribuições de um programa de ensino para o letramento probabilístico na educação básica**. 2016. 216 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

GUIMARÃES, U. V. **Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de Probabilidade mediada pela maquete tátil**. 2015. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem de Matemática e suas Inovações) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

INSTITUTO Brasileiro de Geografia e Estatística [IBGE]. **Censo 2022**. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/?utm_source=ibge&utm_medium=home&utm_campaign=portal. Acesso em: 20 fev. 2024.

KATAOKA, V. Y. *et al.* Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention. ICME 11/TSG 13, Monterrey, México, 2008. *In*: **Anais ICME 11/TSG 13**, Monterrey, México, p. 1-26, 2008.

L1. **Primeiro Encontro Cooperativo**. [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L2. **Primeiro Encontro Cooperativo**. [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L2. **Segundo Encontro Cooperativo**. [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 29 maio 2024b. 1 áudio (89min08s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L2. **Terceiro Encontro Cooperativo**. [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 5 jun. 2024c. 1 áudio (102min52s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L3. **Terceiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 5 jun. 2024c. 1 áudio (102min52s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L4. **Primeiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L4. **Segundo Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 29 maio 2024b. 1 áudio (89min08s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L4. **Terceiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 5 jun. 2024c. 1 áudio (102min52s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L5. **Primeiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L5. **Segundo Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 29 maio 2024b. 1 áudio (89min08s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L5. **Terceiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 5 jun. 2024c. 1 áudio (102min52s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L6. **Primeiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L6. **Segundo Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 29 maio 2024b. 1 áudio (89min08s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L6. **Terceiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 5 jun. 2024c. 1 áudio (102min52s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

L7. **Primeiro Encontro Cooperativo.** [Gravação concedida a] Kaiomarcos Ferreira. [Petrolina, PE], 15 maio 2024a. 1 áudio (108min14s). Gravação do encontro realizado via *Google Meet*, utilizando aparelho celular. Arquivo pessoal do pesquisador.

LÓPEZ-MOJICA, J. M.; AKÉ, L. P. Argumentos intuitivos de futuros professores: una experiencia con probabilidad. **REVEMAT**, v. 14, Edição Especial Educação

Estatística, p. 1-18, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2019.e61978>. Acesso em: 29 mar. 2024.

LOTÉRIAS CAIXA. **Resultados da Quina por ordem crescente**. 2024. Disponível em: <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Quina.aspx>. Acesso em: 16 fev. 2024.

MACEDO, L. Propostas para pensar sobre situações-problema. *In*: BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): fundamentação teórico-metodológica**. Brasília, p. 29-39, 2005. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/enem_exame_nacional_do_ensino_medio_fundamentacao_teorico_metodologica.pdf. Acesso em: 18 abr. 2024.

MADEIRO, C. **Vacina contra covid matou um adulto a cada 10 milhões de doses, diz saúde**. UOL. 27 jun. 2023. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/colunas/carlos-madeiro/2023/06/27/covid-vacina-levou-a-uma-morte-a-cada-10-milhoes-de-doses-conclui-saude.htm>. Acesso em: 10 fev. 2024.

MARQUES, A. B. F. A. **Introdução ao conceito de Probabilidade e o jogo Franc Carreau: uma abordagem pelo enfoque frequentista**. 2021. 64 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

MATTHEWS, R. **As leis do acaso: como a Probabilidade pode nos ajudar a compreender a incerteza**. Zahar, 362 p. 2017. Tradução de: George Schlesinger.

MLODINOW, L. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Zahar, 322 p., 2009. Tradução de: Diego Alfaro.

MONTANER, H. B.; MARTÍNEZ, H. A.; PÉREZ, L. R. Explorando el significado intuitivo de la probabilidad em profesores de matemática. Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticas – CIVEOS, 2017. *In*: **Actas del [...]**, p. 1-10, 2017. Disponível em: <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>. Acesso em: 28 mar. 2024.

MORAES, C. A. S. M. **Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do ensino fundamental**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

NOGUEIRA, L. M. **Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade**. 2015. 207 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

NUNES, T. *et al.* **Children's understanding of probability and risk**. Department of Education, University of Oxford, 2011.

OLIVEIRA, F. F. **Probabilidade condicional proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representação semióticas**. 2014. 223 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

PHILIPP, R. A. Mathematics teacher's beliefs and affect. *In*: LESTER JÚNIOR, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2007, p. 257-315.

PIETROPAOLO, R. C.; SILVA, A. F. G.; CAMPOS, T. M. M. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à Probabilidade nos anos iniciais. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, México, p. 1534-1542, 2015.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo, **FEEVALE**, 2013.

REZENDE, F. M. C.; FERREIRA, A. C. O ensino de Probabilidade na educação básica: análise da produção de um grupo de estudos de professores de matemática. XV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2011. *In*: **Anais do [...]**, p. 1-9, 2011.

RODRIGUES, M. R. **Estudo sobre as concepções de professores do ensino básico em relação à aleatoriedade e Probabilidade**. 2018. 212 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

RODRIGUEZ-ALVEAL, F.; DIAZ-LEVICOY, D.; VASQUEZ-ORTIZ, C. Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. **Estud. pedagóg.** Valdivia, v. 44, n. 1, p. 135-156, 2018. Disponível em: http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052018000100135&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 15 mar. 2024.

SALDAÑA, J. **The Coding Manual for Qualitative Researchers**. 2. ed. Los Angeles: SAGE Publications, 2013.

SAMPAIO, R.; MANCINI, M. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Brazilian Journal of Physical Therapy**, v. 11, n. 1, p. 83-89, 2007.

SANTOS, F. B. **Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de Probabilidade por estudantes cegos e videntes**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.

SCHWAMBACH, A. C. Brasileirão: veja as Probabilidades de título e rebaixamento após a 34ª rodada. **CNN BRASIL**, 13 nov. 2023. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/esportes/brasileirao-veja-as-probabilidades-de-titulo-e-rebaixamento-apos-a-34a-rodada/>. Acesso em: 10 fev. 2024.

SILVA, A. R. O. **Probabilidade subjetiva no ensino médio**: constituição de indicadores epistêmicos e o conhecimento de estudantes. 2023. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.

SILVA, D. S. C. **Letramento estocástico**: uma possível articulação entre os letramentos estatísticos e probabilístico. 2018. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

SILVA, J. L. C.; FERNANDES, M. W.; ALMEIDA, R. L. F. Fundamentos de Probabilidade. *In*: SILVA, J. L. C. (Coord.). **Estatística e Probabilidade**. 3. ed. Fortaleza: EdUECE, 2015. cap. 8, p. 93-110. ISBN 978-85-7826-439-0.

SILVA, M. R. **Uma sequência de atividades de letramento probabilístico em uma abordagem pelo modelo teórico dos campos semânticos**. 2020. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

SILVA, R. C. B. **É a moeda quem diz, não é a gente que quer não**: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SILVA, T. H. I.; RIBEIRO, A. J. Potencialidade de desenvolvimento do conhecimento profissional docente em um grupo cooperativo. **Educação Matemática em Revista (EMR)**, v. 21, n. 52, p. 19-26, 2016. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/700>. Acesso em: 21 set. 2024.

TONOUTI, R. R. **Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.

VERBI. **MaxQDA**. Versão 24.5.0. [Software de análise de dados qualitativos]. Berlim, Alemanha: VERBI, 2024. [Licença paga].

VIALI, L.; CURY, H. N. Professores de matemática em formação continuada: uma análise de erros em conteúdos de Probabilidade. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 1, n. 1, p. 1-24, 2011.

VITA, A.C. **Análise Instrumental de uma Maquete Tátil para a Aprendizagem de Probabilidade por Alunos Cegos**. 2012. 240 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

WAGNER, J. The unavoidable intervention of educational research: a framework for reconsidering research-practitioner cooperation. **Educational Researcher**, v. 26, n.

7, p. 13-22, 1997. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1177125>. Acesso em: 21 set. 2024.

ZETLAND. **Good Tape**. [Software de transcrição de áudio]. Copenhage, Dinamarca: ZETLAND, 2024. [Licença paga].

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARTICIPANTE

Nome Completo:

Idade:

Gênero:

E-mail:

Número de Telefone:

Resumo:

Esta pesquisa tem como objetivo analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática. Os participantes serão licenciandos voluntários que atendam aos critérios especificados no questionário abaixo. A Produção de dados consistirá em três Encontros Cooperativos. Espera-se que este estudo possa contribuir significativamente para a aprendizagem crítica de Probabilidade na Formação Inicial de professores de Matemática.

1- Você tem disponibilidade e interesse em participar desta pesquisa?

() Sim

() Não

2- Você está atualmente matriculado no curso de licenciatura em Matemática?

() Sim

() Não

3- Você concluiu ou está cursando alguma disciplina na Unidade Temática de **Probabilidade e Estatística**?

() Sim, concluí uma disciplina na unidade temática

() Sim, estou cursando uma disciplina na unidade temática

() Não concluí e não estou cursando uma disciplina na Unidade Temática

4- Qual foi a disciplina?

5- Caso tenha interesse e disponibilidade de participar, indique sua preferência de turno para realização dos encontros da pesquisa:

() Manhã

Tarde

Noite

6- Selecione o melhor dia da semana para participação dos encontros da pesquisa:

Segunda-feira

Terça-feira

Quarta-feira

Quinta-feira

Sexta-feira

Sábado

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA
MESTRADO

Título do Estudo: **ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA**

Pesquisador Responsável: Kaiomarcos Luciano Santos Ferreira

Orientadores: Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro e o Prof. Dr. Robson da Silva Eugênio

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O (A) Senhor(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA, que está sob a responsabilidade do pesquisador Kaiomarcos Luciano Santos Ferreira.

Por favor, leia este documento com bastante atenção antes de assiná-lo. Caso haja alguma palavra ou frase que o(a) senhor(a) não consiga entender, converse com o pesquisador responsável pelo estudo para esclarecê-los.

A proposta deste termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) é explicar brevemente os procedimentos da pesquisa e solicitar a sua permissão para participação. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubriche as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

O (A) Senhor(a) estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

O objetivo desta pesquisa é analisar possíveis contribuições da abordagem de situações-problema com dados reais em diferentes **áreas-chave** do Letramento Probabilístico na formação de licenciandos em Matemática. A justificativa para

realização desta pesquisa parte do desejo do pesquisador em querer contribuir com a Formação Inicial dos futuros professores de Matemática, por meio de discussões críticas sobre conceitos probabilísticos. A sua participação será de suma importância para a produção de conhecimento na área de Educação Matemática e Estatística.

Se o(a) Senhor(a) aceitar participar da pesquisa, os procedimentos envolvidos serão os seguintes: você será convidado(a) a participar de três Encontros Cooperativos, nos quais será encorajado(a) a compartilhar suas opiniões e compreensões relacionadas aos questionamentos e às situações-problema envolvendo conceitos probabilísticos com dados reais.

É importante ressaltar que todas as interações que serão vivenciadas nos encontros serão registradas por meio de um recurso tecnológico de captura de áudio. Os áudios ficarão armazenados em um computador pessoal do pesquisador e serão transcritos posteriormente apenas para fins de análise da pesquisa. Esses dados ficarão sob a responsabilidade do pesquisador pelo período mínimo de cinco anos e posteriormente serão excluídos definitivamente do equipamento.

Solicitamos também sua autorização para apresentar os resultados deste estudo em eventos da área de educação e publicar em revista científica nacional e/ou internacional. Por ocasião da publicação dos resultados, seu nome será mantido em sigilo absoluto, bem como em todas as fases da pesquisa.

Sua participação na pesquisa é totalmente voluntária, ou seja, não é obrigatória. Caso o(a) Senhor(a) decida não participar, ou ainda, desistir de participar e retirar seu consentimento durante o processo da pesquisa, saiba que não haverá nenhum desconforto entre o pesquisador e você participante, e sua decisão final será respeitada.

Caso o(a) Senhor(a) tenha dúvidas, poderá entrar em contato com o pesquisador responsável **Kaiomarcos Luciano Santos Ferreira**, pelo telefone (xx) xxxxx-xxxx ou pelo e-mail xxxxxxxx.xxxxxx@ufpe.br.

Esse Termo é assinado em duas vias, sendo uma do(a) Sr.(a) e a outra para o pesquisador.

Declaração de Consentimento

Concordo em participar do estudo intitulado: "ABORDAGEM DE SITUAÇÕES-PROBLEMA COM DADOS REAIS PARA PROMOVER O LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA".

Nome do participante

Assinatura do participante

Data:
____/____/____

Assinatura do Pesquisador

APÊNDICE C – LISTA DE CÓDIGOS EXPLORADOS NA ANÁLISE

Grupo de códigos		Subcódigos	Descrição
Codificação Inicial	Representação Quantitativa	Percepção de controle sobre as chances	Quando os licenciandos indicavam que conseguiam gerenciar as probabilidades ou os resultados dos eventos
		Conhecimento matemático	Quando os licenciandos confiavam mais no conhecimento matemático da Probabilidade
		Fração como representação	Códigos autoexplicativos
		Porcentagem como representação	
		Familiaridade com a quantitativa	
		Representação mais aceitável	
	Representação Qualitativa	Reconhecimento da Representação Qualitativa	Códigos autoexplicativos
		Dificuldade compreender a representação qualitativa	
		Diferentes interpretações e observação	Quando os licenciandos sugeriam que a representação qualitativa era compreendida por meio de diferentes interpretações e observação
	Intercambialidade das representações	Linguagem	Uso de Linguagem para comunicar a Probabilidade
		Demonstra compreensão	Códigos autoexplicativos
		Não possui familiaridade com a intercambialidade	
	Natureza da Probabilidade	Expectativa pela Exatidão	Compreendiam a Probabilidade dos eventos como exata e determinística
		Reconhecimento da Incerteza	Reconhecimento que a Probabilidade não era determinística
		Probabilidade como estimativa	Reconhecimento da Probabilidade como uma estimativa
		Áreas-chave	Códigos autoexplicativos
	Experiência pessoal		

A Probabilidade em situações do cotidiano	Elementos subjetivos	
	Dificuldade de relacionar a Probabilidade com o cotidiano	
	Relação com os jogos de azar	
	Reconhecimento da Probabilidade no Cotidiano	
	Frequência de ocorrência	Consideravam a frequência de ocorrência de um evento como referência para prever os próximos
Compreensão da Aleatoriedade	Reconhecimento da Equiprobabilidade	Códigos autoexplicativo
	Escolha aleatória	Quando os licenciandos indicavam que estavam fazendo uma escolha de forma aleatória
	Dúvida sobre o comportamento da aleatoriedade	Códigos autoexplicativos
	Compreensão superficial da aleatoriedade	
	Reconhecimento da aleatoriedade	
Compreensão da Variabilidade	Observação de padrões	Códigos autoexplicativos
	Repetição de números	
	Reconhecimento da variabilidade	
	Dúvida sobre o comportamento da variabilidade	
	Tamanho da Amostra	Quando os licenciandos refletiam sobre como o tamanho da amostra poderia influenciar nos resultados
Compreensão dos Eventos Independentes	Dúvida sobre o comportamento da independência dos eventos	Códigos autoexplicativos
	Reconhecimento da independência dos eventos	
	Complexidade dos conceitos	

	Elementos Disposicionais	Análise crítica da representação numérica	Quando os licenciandos discutiam sobre o tipo de representação quantitativa mais adequado para ser utilizado em informações probabilísticas
		Postura Crítica	Códigos autoexplicativo
	Elementos do Conhecimento	Reconhecimento da importância de explorar a Linguagem	Códigos autoexplicativos
		Reconhecimento da importância do contexto	
	Questões críticas	Mobilização de Questões Críticas do Letramento Probabilístico (Gal, 2005)	
Codificação de Valores	Crenças em relação aos jogos de azar	Números com significado pessoal	Data de aniversário; Ano que o time foi campeão; Data comemorativa; Adoção de critério; Números da sorte
		Crença na influência de resultados anteriores	Códigos autoexplicativos
		Critério na escolha dos números	
	Crenças pessoais	Variáveis desconsideradas interferem na exatidão	Quando os licenciandos acreditavam que muitas variáveis eram desconsideradas nos cálculos, o que interferia na exatidão dos resultados
		Precisão da Probabilidade	Quando os licenciandos acreditavam que a Probabilidade era determinística
		Incerteza da Probabilidade em contextos reais	Quando os licenciandos acreditavam que a incerteza da Probabilidade só era percebida em situações fora do contexto de sala de aula
		Estrutura física da moeda interfere nos resultados	Quando os licenciandos acreditavam que a estrutura física da moeda interferia nos resultados dos eventos
		Crença em relação aos qualificadores	Quando os licenciandos acreditavam que os qualificadores probabilísticos

			determinavam os acontecimentos dos eventos	
		Crença na predominância de um sexo	Quando os licenciandos acreditavam que um sexo biológico predominava em amostras menores	
	Atitudes pessoais	Atitude negativa em relação à Probabilidade	Quando os licenciandos indicavam que não fazia sentido estudar Probabilidade	
		Atitude de surpresa com os dados	Códigos autoexplicativos	
		Atitude reflexiva		
	Atitudes em relação aos jogos de azar	Fantasia (realização pessoal) Fantasia (mudança de vida)	Códigos autoexplicativos	
		Atração pelo risco		
		Aversão ao risco		
	Codificação de Avaliação	Avaliações dos Encontros Cooperativos	Curiosidade e Engajamento	Quando os licenciandos demonstravam estar mais curiosos e engajados nas discussões para compreender mais sobre a Probabilidade
			Desconstrução de crenças	Códigos autoexplicativos
Compreensão da natureza da Probabilidade				
Valorização da compreensão conceitual				
Formação Inicial			Quando os licenciandos destacavam as contribuições das discussões para a sua Formação Inicial	
Aprofundar os conhecimentos			Códigos autoexplicativos	
Conexão com a realidade				
Importância das áreas-chave			Quando os licenciandos reconheciam a importância de explorar as diferentes áreas-chave no ensino de Probabilidade	
Relevância de discutir sobre as crenças			Códigos autoexplicativos	
Reconhecimento da Influência das Crenças				

Fonte: Elaborado pelo autor.