UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - UFPE CAA
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECM

GEOGEBRA E LETRAMENTO MATEMÁTICO: RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS A LUZ DA BNCC E A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

DÉBORA DA SILVA MATOS

CARUARU
2024

Débora Da Silva Matos

GEOGEBRA E LETRAMENTO MATEMÁTICO: RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS A LUZ DA BNCC E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre(a) em Educação em Ciências e Matemática. Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática.
Orientador(a): Edelweis José Tavares Barbosa

Caruaru
2024

Caruaru

2024

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Matos, Débora da Silva.
Geogebra e letramento matemático: recursos didáticos para o ensino de funções quadráticas a luz da BNCC e a teoria das situações didáticas / Débora da Silva Matos. - Caruaru, 2024.
105f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2024.
Orientação: Edelweis José Tavares Barbosa.
Inclui referências e apêndices.

1. Letramento matemático; 2. GeoGebra; 3. Sequência didática; 4. Teoria das Situações Didáticas. I. Barbosa, Edelweis José Tavares. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

Débora Da Silva Matos

GEOGEBRA E LETRAMENTO MATEMÁTICO: RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS A LUZ DA BNCC E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre(a) em Educação em Ciências e Matemática. Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em ___ de _________ de 2024

Banca Examinadora

____
Prof, Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida - UFPE
(Interno)

____
Prof, Dr. Saddo Ag Almouloud - UFBA
(Externo)

____
Prof, Dr. Edelweis José Tavares Barbosa - UFPE
(Orientador)

Caruaru
2024

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, que me concedeu a graça e a provisão não somente durante o curso de pós-graduação, mas em toda a minha vida, que nome dEle seja glorificado.

Dedico também a minha mainha Marta, ao meu pai Gilberto, meu padrasto Josenilton, a minha vó Maria e aos meus irmãos Ana Carolina e José Felipe que estiveram comigo durante essa jornada.

AGRADECIMENTOS

Gostaria demonstrar nesse espaço minha gratidão a todos que estiveram comigo contribuindo durante o desenvolvimento deste trabalho, seja de forma direta ou indireta e de diferentes maneiras sejam por instruções acadêmicas ou não.

Agradeço à Deus que esteve comigo em todos os momentos e eu pude confiar e descansar nele.

Á minha família, em especial a minha mainha Marta, ao meu pai Gilberto, meu padrasto Josenilton, a minha vó Maria e aos meus irmãos Ana Carolina e José Felipe que me incentivaram nos meus sonhos e projetos ao longo do mestrado e não mediram esforços para que eu viajasse para outro estado e alcançasse meus objetivos.

Ao meu orientador, Edelweis, que sempre foi paciente e receptivo comigo, e me instruiu com zelo na construção desse projeto desde a escrita, até a escolha da escola em que eu apliquei a pesquisa. Muito obrigado por tudo, prof!

Aos docentes Prof, Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida e Prof, Dr. Saddo Ag Almouloud – UFBA por aceitarem fazer parte da banca examinadora e por colaborar grandemente com a minha pesquisa.

Aos grandes amigos e irmãos em Cristo que fiz na Igreja Nazareno Caruaru que me acolheram e cuidaram de mim com amor e carinho. Em especial ao pastor Davi e sua esposa Maira, e a tio César, tia Josy e Clarineta que me acolheram como da família e sempre cuidaram de mim durante a minha estadia em Caruaru, e a Gustavinho, meu vizinho que não me deixava ficar preocupada.

Aos meus irmãos em cristo da minha amada Igreja Batista Nova Sinai na Bahia que sempre se preocupavam comigo

Aos meus amigos Iury, Samuel, Mateus, Gislaine, Mayara, Karen, Ester E Vinicius que me ajudaram a manter a cabeça no lugar e tornaram a vida mais leve, mesmo estando longe.

Á meus amigos da turma de 2022 e 2023 que sempre trocava figurinhas comigo e mostrava que estávamos todos no caminho, em especial a Paulo, Regivan, Tarcis, Katielli, Marilia, Natália, Alisson, Mateus e Talyta.

Aos docentes do PPGECM que viabilizaram momentos de troca e de aprendizagens que colaboraram para a minha formação.

Á Fundação de Amparo a Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco – FACEPE pelo apoio financeiro para o desenvolvimento deste projeto.

RESUMO

Esta dissertação de abordagem qualitativa, com metodologia definida como Pesquisa-Ação, tem como objetivo geral: analisar, sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, como a integração da escrita e do GeoGebra, contribui para o aprimoramento do letramento matemático. Para alcançá-lo, tem-se como objetivos específicos a) Propor ambiente pautado na Teoria das situações Didática para o desenvolvimento do letramento matemático; b) Analisar se o uso da Escrita e do GeoGebra auxiliam o letramento matemático; e c) Compor estratégias para a prática docente integrando recursos para o desenvolvimento do letramento matemático. Com o intuito de atingir o que foi proposto, foi realizada uma busca no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES a partir da pesquisa de palavras-chave, para compreender como o desenvolvimento do letramento matemático tem sido estudado. 19 dissertações que eram pertinentes ao tema foram encontradas, e uma das consequências da análise desses trabalhos foi a atenção dada ao letramento matemático para os anos iniciais do ensino fundamental, sem o uso de tecnologias digitais de ensino e aprendizagem. O que nos direciona a pensar em como pode ocorrer essa ação no ensino médio, deste modo, a pergunta desta pesquisa pode ser definida em "Como desenvolver o letramento matemático mediado por uma sequência didática, vinculando-a à escrita e ao GeoGebra de acordo com a BNCC?". Para respondê-la, foi produzida uma sequência didática a partir da teoria das situações didáticas, de Guy Brosseau, com etapas de ação, formulação, validação e institucionalização, com o emprego da escrita de passos e o *software* matemático GeoGebra. Ela foi aplicada em uma turma do primeiro ano do ensino médio, pertencente a uma escola estadual localizada no município de Caruaru em Pernambuco, e seu interesse foi avaliar o desenvolvimento do letramento matemático apresentado pela BNCC através da escrita dos alunos durante as atividades.

PALAVRAS CHAVE: Letramento Matemático; GeoGebra; Sequência didática; Teoria das Situações Didáticas.

ABSTRACT

This dissertation, with a qualitative approach and a methodology defined as Action Research, has the general objective of analyzing, from the perspective of the Theory of Didactic Situations, how the integration of writing and GeoGebra contributes to the improvement of mathematical literacy. To achieve this, the specific objectives are a) proposing an environment based on the Theory of Didactic Situations for the development of mathematical literacy; b) analyzing whether the use of writing and GeoGebra helps mathematical literacy; and c) composing strategies for teaching practice, integrating resources for the development of mathematical literacy. In order to achieve what was proposed, a search was carried out in the CAPES (Catálogo de Teses e Dissertações) keyword research, to understand how the development of mathematical literacy has been studied. Nineteen dissertations that were relevant to the topic were found, and one of the consequences of the analysis of these works was the attention given to mathematical literacy for the initial years of elementary school, without the use of digital technology teaching and learning technologies. This directs us to think about how this action can occur in high school; thus, the question of this research can be defined as 'How to develop mathematical literacy mediated by a didactic sequence, linking it to writing and GeoGebra according to the BNCC?' To answer it, a didactic sequence will be developed based on Guy Brosseau's theory of didactic situations, incorporating steps such as action, formulation, validation, and institutionalization, using writing and the GeoGebra mathematical software. It was applied in a first-year high school class, belonging to a state school located in the municipality of Caruaru in Pernambuco, and its interest will be to evaluate the development of mathematical literacy presented by BNCC through the students' writing during the activities.

KEY WORDS: Mathematical Literacy; GeoGebra; Didactic sequence; Theory of Didactic Situations.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A minha curiosidade pela profissão de professor começou nos anos iniciais do ensino básico e se estendeu por todo o percurso escolar. Eu sempre observava o desempenho dos professores em sala de aula. Essa atuação me despertava o interesse, e eu apreciava a mediação do conhecimento que acontecia, a dedicação pela turma e pelos conteúdos lecionados. Nesse percurso o meu apreço pela Matemática foi aumentando, pois eu era instigada pelos desafios numéricos, algébricos e geométricos que despertavam em mim diversas curiosidades. Desse modo, como resultado das vivências que desfrutei durante o ensino básico cursado em escola pública, optei por ser professora de Matemática, sendo assim, fiz o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).

Ao longo da graduação tive contato com diversas tecnologias digitais (TD) que me auxiliaram a aprender e a ensinar matemática. Posso destacar o GeoGebra como um *software* matemático e dinâmico que utilizei no decorrer do período que fui bolsista de Iniciação Científica (IC), pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico por Ações Afirmativas (CNPq-AF), de igual forma, realço sobre seu emprego nas disciplinas que abordavam Geometria, Cálculo, Análise Real e Equações Diferenciais Ordinárias, nos projetos de extensão que participei, eventos, e como professora voluntária do Curso de GeoGebra promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR - APUCARANA), apoiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso - FAPEMAT, além de abordar o *software* no meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Esses diversos contatos me levaram a aprofundar os estudos sobre as tecnologias digitais para o ensino e a aprendizagem de matemática.

Reunindo essas experiências as discussões realizadas nas disciplinas direcionadas a educação: como estágios, práticas de ensino, e no Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino (GPETDEN), do qual eu fazia parte, comecei o olhar para as dificuldades dos alunos ao escrever sentenças com linguagem matemática. A escrita de passos era utilizada em algumas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da UESB, também no curso de GeoGebra do qual fui voluntária, e por pesquisadores do GPETDEN. Contudo, nesses ambientes, a perspectiva não era direcionada para a escrita de passos e o desenvolvimento do letramento matemático, mas sim a escrita de passos como guia para os alunos, para a construção de objetos no GeoGebra. Com isso, fui motivada a pesquisar sobre esse recurso e analisar se era válido ou não a hipótese de que a escrita dos passos vinculados ao GeoGebra auxiliaria no desenvolvimento do letramento matemático.

Ainda no meu TCC realizei estudos sobre a temática das tecnologias digitais para o ensino e aprendizagem de matemática, em específico a geometria, e o letramento matemático. Planejei um curso denominado Geometria e GeoGebra em Roteiros que foi direcionado a graduandos ou graduados de Matemática ou Física, tal estudo foi realizado durante a pandemia e era uma estratégia de auxiliá-los com a tecnologia durante esse período e, a partir dessa produção de dados consegui investigar se utilizar a escrita de passos era pertinente para aprender matemática e desenvolver o letramento matemático.

Posto isso, foi necessário elaborar etapas para que o curso da minha pesquisa de TCC se desenvolvesse com a finalidade de apresentar o *software* GeoGebra, a Geometria Plana e o letramento matemático. Pode-se exemplificar tais etapas, de forma geral, como: a) orientar o aluno a seguir passos, de modo a construir uma figura no GeoGebra, com peças do tangram, a partir de conceitos iniciais da geometria; b) propor que ele modificasse os passos de alguma atividade para aperfeiçoar a sua construção e aprimorar o letramento matemático, e por fim c) conduzi-los a escreverem passos para a construção de alguma outra figura com peças do tangram, então foi orientado que eles descrevessem o seu pensamento matemático em passos e validá-los no *software* utilizado. Em resumo, o objetivo geral do TCC era estimular a aprendizagem Matemática e que os alunos descrevessem seu raciocínio sobre determinado conteúdo, a partir da escrita de passos, que seriam validados ou não com o auxílio do *software* GeoGebra.

Obtive resultados positivos da turma em que o curso foi aplicado. Contudo, durante a execução, através de discussões nos encontros síncronos e estudos sobre o ensino básico, questionei-me sobre a efetivação de atividades similares no ensino fundamental e médio. Analisando o cenário pandêmico que se iniciou em 2020 devido ao novo coronavírus, no qual eu realizei a minha pesquisa, observa-se que existem inúmeras dificuldades que tangem o uso das tecnologias digitais, tanto para o ensino, quanto para a aprendizagem, em específico, da Matemática. Pensar no papel do aluno e do professor da educação básica durante a pandemia e após, é refletir de forma crítica sobre como a atuação desse profissional transita entre estes momentos, e de que maneira ocorrerá a união entre a teoria e a prática em sala de aula. Tendo isso em vista, podemos afirmar, de acordo com Santos Júnior e Monteiro, que:

> Mesmo diante dos inúmeros relatos positivos acerca da utilização dessas ferramentas, há discursos que falam sobre as dificuldades de se adequar à essa nova realidade. Porém, sabe-se que toda transição requer adaptação, não somente dos alunos, mas de professores e gestores educacionais. (2020, p.13)

A partir disso, verifica-se que enfrentamos inúmeros impasses que dificultam o ensino e a aprendizagem a partir das TD Dentre eles, pode-se apontar a motivação do aluno para ser protagonista na construção do saber e a formação do professor no que se refere ao conhecimento para proporcionar ambientes de investigação e aprendizagem com esses recursos.

> Sabemos que um dos papéis desempenhados pelo professor é mediar e acompanhar o processo de ensino e aprendizagem dos educandos, seja na relação de provocador de situações-problemas ou nas interações e socializações dos conhecimentos adquiridos pelos mesmos. (SILVA, ALVES, FERNANDES, 2021 p.6)

Logo, tem-se que o papel do professor é despertar nos alunos questionamentos sobre a situação abordada e, no caso da matemática, levá-los a pensar, de forma lógica, crítica e/ou dedutiva sobre os elementos desta ciência. Considera-se, segundo Silva, Alves e Fernandes (2021), que o professor não precisa dominar todo o universo tecnológico, mas é necessário que ele faça uso das TD para veicular, por diversos meios existentes que auxiliam a aprendizagem, o conhecimento matemático, pois não é possível ignorar a sua existência em sala de aula.

Uma forma de viabilizar o desenvolvimento do letramento matemático é avaliar se ele pode ocorrer mediado pela escrita de passos e o *software* no ensino básico sem modificar o currículo escolar, e em seguida analisar e disponibilizar tal estudo como objeto propício na atuação do professor de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC será o documento de apoio para a definição do letramento matemático, além de considerar as habilidades e competências a serem desenvolvidas no ensino básico, pois ela, conforme Brasil (2018, p. 7), "é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica".

Difundindo esse contexto sobre a motivação, acerca do ensino e aprendizagem do letramento matemático, e do GeoGebra como *software* que irá auxiliar na escrita, pode-se definir como pergunta dessa pesquisa o seguinte questionamento "Como desenvolver o letramento matemático mediado por uma sequência didática, vinculando-a à escrita e ao GeoGebra de acordo com a BNCC?". Para direcionar essa dissertação, foi realizado um levantamento bibliográfico definido como estado do conhecimento, para conhecer o que vem sendo pesquisado sobre a temática Letramento Matemático e tecnologias digitais.

Estado do Conhecimento

O Estado do conhecimento é um estudo de caráter bibliográfico, centrado na busca de mapear e identificar a produção científica em um determinado período (MOROSINI;

FERNANDES, 2014, p.155). Com a intenção de inteirar-se sobre o que está sendo pesquisado sobre o letramento matemático, foi realizado uma pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pois "é uma plataforma que tem como objetivo facilitar o acesso a informações sobre teses e dissertações defendidas junto a programas de pós-graduação do país, e faz parte do Portal de Periódicos da Instituição." (CAPES, 2020).

Para realizar a busca foi aberto o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, e na barra de pesquisa colocou-se as palavras-chave: "letramento" *AND* "matemática", utilizando operadores lógicos booleanos *AND*, e as aspas colaboram na busca deixando pesquisas que realmente citam os termos, logo, tornando-a mais precisa. Além disso, o período da busca foi definido desde a homologação da BNCC, em 2018, até oito de setembro de 2022. 194 trabalhos foram encontrados. Fez-se necessário abrir todos as teses e dissertações encontradas e fazer uma primeira categorização: as pesquisas que tivessem em seu título, resumo, ou palavras-chave o termo Letramento Matemático, seriam analisadas nesse estudo bibliográfico, com isso, 19 trabalhos foram selecionados.

As categorias foram desenvolvidas de acordo os critérios abordados por Gil (2008 p.157) ele define como a) Deve existir um princípio para classificação; b) Conjunto de categorias exaustivas e c) as categorias devem ser mutuamente exclusivas. Com isso as 11 categorias criadas serviram como método de classificação para compreender o que cada trabalho tinha como objetivo, quais as lacunas e os avanços da pesquisa. Elas são 1) tipo do trabalho; 2) ano; 3) autor; 4) Região; 5) Abordagem; 6) Conteúdo disciplinar; 7) Como o letramento aparece; 8) Material ou instrumentos utilizados na produção de dados; 9) Uso da BNCC; 10) TD na prática em sala de aula e 11) Avanços.

A seguir, nove categorias são apresentadas no Quadro 1, e têm por finalidade apresentar as informações mais gerais das dissertações encontradas no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. A categoria 1 resume-se a trabalhos do tipo dissertação e os avanços e suas considerações serão comentados após o Quadro 1. Para facilitar a escrita das informações na tabela, alguns dados são apresentados por siglas. São eles: Ensino Fundamental I (EF I); Ensino Fundamental II (EF II); Ensino Médio (EM); e Ensino Básico (EB).

Quadro 1: Informações sobre as dissertações

Categorias/ Dissertação	**Ano**	**Estado**	**conteúdo**	**Como o letramento aparece**	**Abordagem**	**Público alvo**	**BNCC**	**TD em sala de**

								aula
Pugas	2018	Tocantins	Letramento na matemática	Na alfabetização	Qualitativa	Professores do EF I	Sim	Não
Weber	2018	Santa Catarina	Letramento na Matemática	Na alfabetização	Qualitativa	Professores do EF I	Não	Não
Pereira	2019	Paraná	Letramento na matemática	Na alfabetização	Qualitativa	Professores do EF I	Sim	Não
Souza	2019	Minas Gerais	Padrões e Sequências	Escrita e resolução de problemas, Diálogo e comando em programas de computador	Qualitativa	Alunos do EF I	Sim	Sim
Fontinele	2020	Piauí	Operações aritméticas fundamentais	leitura de textos com situações matemáticas, separação de sílabas e contagem	Qualitativa	Professores do EF I	Não	Não
Jolandek	2020	Paraná	Letramento na matemática	Percepções dos professores sobre o letramento	Quali-Quanti	Professores de matemática da EB	Sim	Não
Paruta	2020	São Paulo	Letramento na matemática	Na alfabetização	Qualitativa	Professores do EF I	Sim	Não
Silva	2020	Rio de Janeiro	Análise Combinatória	Diálogo, escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Alunos do EF II	Sim	Não
Carvalho	2021	São Paulo	Letramento na Matemática	Escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Análise documental EB	Sim	Não
Cesar	2021	Paraná	Letramento	Diálogo	Qualitativa	Professores	Sim	Não

			na matemática			do EF I		
Diniz Junior	2021	Paraíba	Matemática Financeira porcentagem	Escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Alunos do EF II	Sim	Não
Proença	2021	São Paulo	Números Racionais	Escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Alunos do EF II	Sim	Não
Nascimento	2021	Pará	Operações fundamentai s	Diálogo	Quali-Quanti	Professores do EF I	Sim	Não
Silva	2021	Goiás	Geometria Plana, Espacial e Matrizes	Diálogo e Mapa conceitual	Qualitativa	Alunos do EM	Sim	Sim
Sousa P.	2021	Tocantins	Geometria Plana e espacial	Desenhos, escrita e diálogo	Qualitativa	Alunos do EM	Sim	Não
Sousa R.	2021	Ceará	Operações fundamentai s	Escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Alunos do EF II	Sim	Não
Souza	2021	Rio Grande Do Norte	Operações fundamentai s	Diálogo	Qualitativa	Professores do EF I	Sim	Não
Ubugai	2021	Pará	Operações fundamentai s	Diálogo e Escrita e resolução de problemas	Qualitativa	Alunos do EF I	Não	Não
Melo	2022	Minas Gerais	Geometria Espacial	Diálogo	Qualitativa	Alunos do EM	Sim	Não

Fonte: Nossa Produção

São 19 dissertações de mestrado, sendo duas de 2018, duas de 2019, quatro de 2020, dez de 2021 e uma de 2022, não possuem orientadores em comum e podemos agrupá-las por regiões como: um na região centro-oeste, quatro na região norte, quatro na região nordeste, quatro na região sul, e seis na região sudeste.

A classificação dos trabalhos é verificada de acordo com os conteúdos. Assim, temos um que aborda Geometria Plana e Espacial, oito direcionados às operações aritméticas fundamentais, quatro sobre letramento na matemática, um sobre geometria espacial e matrizes, um sobre geometria espacial, um sobre padrões e sequências, um sobre números racionais, um sobre matemática financeira e porcentagem, e, por fim, um sobre combinatória.

O letramento matemático aparece principalmente na forma do diálogo, escritas de algoritmos como da soma e subtração e da leitura de textos com informações matemáticas, mas também se revela em mapas conceituais, nas ações para resolver alguma situação proposta, e nos comandos inseridos em programa de computadores. Percebe-se que apenas 3 trabalhos, Ubugai (2021), Fontinele (2020) e Weber (2018), não abordam a BNCC como documento significativo como orientação para a definição de letramento matemático, e apenas Silva (2021), Souza (2019) utilizam TD como aplicativos e softwares nas práticas pedagógicas como recursos didáticos auxiliares.

A partir dessa análise bibliográfica de dissertações encontradas no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, observa-se que o letramento matemático é muito discutido no ensino fundamental desde a formação de professores, as práticas em sala de aula e com conteúdos aritméticos. Com isso, é importante atentar o olhar para o letramento matemático no ensino médio, posto que apenas três trabalhos discutem sobre isso, abordando em sua gênese o conteúdo de geometria, sendo assim, uma das possibilidades de conteúdo a ser empregado junto ao letramento matemático no ensino médio seria o conteúdo de Funções.

Objetivos da pesquisa

Para adquirir resposta à pergunta da pesquisa que é "Como desenvolver o letramento matemático mediado por uma sequência didática, vinculando-a à escrita e ao GeoGebra de acordo com a BNCC?", faz-se apropriado definir o objetivo Geral da pesquisa em: Analisar, sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, como a integração da escrita e do GeoGebra, contribui para o aprimoramento do letramento matemático.

Com isso, pode-se definir os seguintes objetivos específicos:

a) Propor ambiente pautado na Teoria das situações Didática para o desenvolvimento do letramento matemático;
b) Analisar se o uso da Escrita e do GeoGebra auxiliam o letramento matemático;
c) Compor estratégias para a prática docente integrando recursos para o desenvolvimento do letramento matemático.

Exibidas algumas motivações, justificativas e o objetivo do projeto, apresento a seguir o segundo capítulo, no qual versará sobre a fundamentação teórica que aborda a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, a Base Nacional Comum Curricular, o objeto de estudo matemático e o *software* GeoGebra, com a perspectiva de vinculá-las à utilização da escrita dos passos para que o aluno desenvolva o letramento matemático.

O capítulo 3 discutirá sobre a metodologia empregada a esta pesquisa, como se classificam os objetivos, trará informações sobre o local de estudos, a população da pesquisa, a sequência didática, como ocorrerá produção e a análise de dados, além de apresentar as considerações éticas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é, segundo Brasil (2018), um documento de caráter normativo, pois define instruções para o desenvolvimento de atividades em sala de aula, a partir de habilidades e competências que os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica.

Existem divergentes olhares sobre a Base Nacional Comum Curricular e como ela versa sobre o currículo escolar, até a atuação de professores. Além disso, o documento é alvo de intensos debates sobre o processo de aprovação e implementação, e recentemente, a discussão sobre a BNCC foi retomada, sendo objeto de críticas para a sua melhoria. Contudo, como documento vigente na educação básica, deve ser reconhecido como documento significativo. Com essa finalidade, o letramento matemático será definido à luz da BNCC.

A BNCC apresenta o letramento matemático na etapa do ensino fundamental, definindo-o de acordo com a matriz de avaliação de matemática - PISA de 2012, como:

> a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (BRASIL, 2013)

Logo, esse letramento deve permear os conteúdos matemáticos abordados durante a aprendizagem em sala de aula. Contudo, além da etapa do ensino fundamental, a BNCC, ainda segundo o Brasil (2018), apresenta que no ensino médio o letramento matemático é desenvolvido na área de matemática e suas tecnologias e tem como principal objetivo se tornar mais denso e eficiente. Isso aponta para a necessidade de se pensar em uma linguagem oral e escrita mais sofisticada da matemática, utilizando a nomenclatura correta para os objetos estudados e conjecturando através de frases nítidas.

Machado (2003, p. 130) diz que a alfabetização difere do letramento, pois no primeiro refere-se a ler e escrever, com enfoque na língua materna, já o segundo está associado ao refletir sobre a situação inserida. Logo, o letramento matemático vai além da dimensão de ler e escrever sobre um objeto matemático, mas sua definição pode ser assimilada também à:

> Um processo do sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico-abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática na escrita convencionada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com a aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita (MACHADO, 2003, p.134)

Faz-se necessário que o desenvolvimento do letramento matemático seja constante durante as etapas da educação básica, sendo ele abordado junto aos conteúdos e objetos que são estudados e que estão previstos no currículo escolar.

A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau

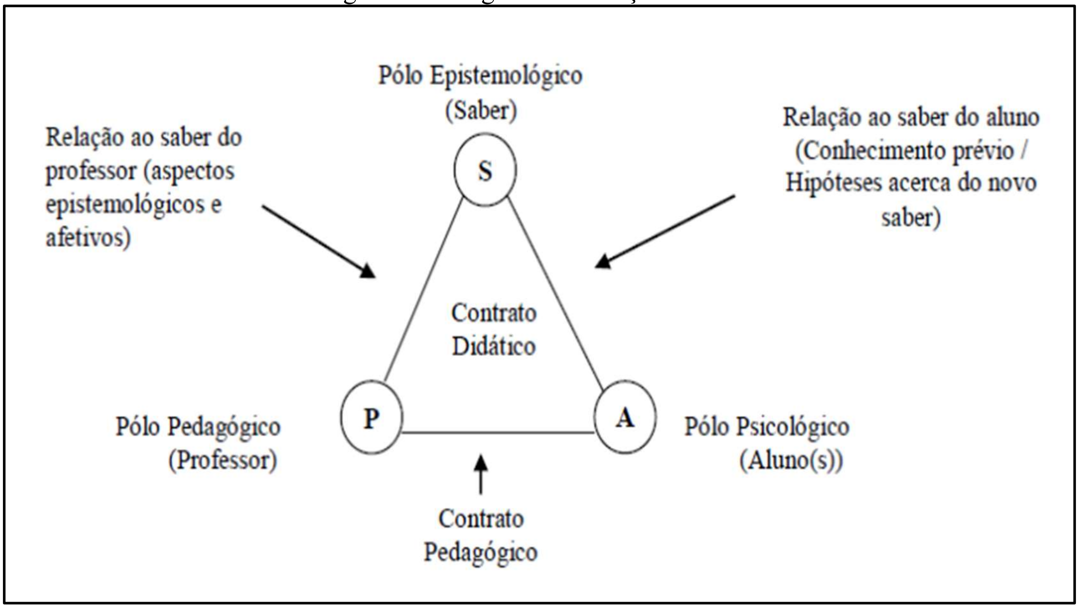
A teoria das situações didáticas (TSD), aqui apresentada como peça fundamental desta dissertação, foi concebida pelo educador matemático Francês Guy Brousseau na década de 70. A Situação, que é apresentada na TSD é definida por Brousseau (2008, pp. 21, 22) como um modelo de interação e troca de informações entre o indivíduo e o meio determinado, possibilitando-o utilizar conhecimentos e estratégias anteriores, ou construindo fundamentos a partir da ação.

Conforme Almouloud (2019), a TSD tem a finalidade de caracterizar um processo de aprendizagem por meio de um encadeamento de situações que têm potencial de provocar modificações em um conjunto de comportamentos dos alunos em relação à aquisição de conhecimentos/saberes. Brousseau (2008, p.53) ainda apresenta que a situação se denomina didática quando a interação tem a intenção de alterar o sistema de conhecimento do indivíduo, atuando sobre as decisões e estratégias utilizadas, e sobre a organização de etapas escritas com mudança de vocabulário e até mesmo diferenças culturais.

Dentre essas situações de iterações, tem-se a situação a-didática, que, de acordo com Brousseau (2006, P.38, Tradução Silva e Almouloud), "Uma situação a-didática concerne a parte de uma didática que o professor delega (devolve) ao aluno.". Isto é, a situação a-didática é elemento essencial, pois o professor elabora condições para aprendizagem, porém a intenção é implícita, e o aluno torna-se ativo nesse processo.

Barbosa (2016, p.4), da mesma maneira, afirma que a TSD apresenta reflexões sobre como o conteúdo matemático é expresso aos alunos, tal ato acontece de maneira a se obter uma educação que tenha sentido e contexto para eles, já que uma situação didática é defina no momento em que são desenvolvidas relações pedagógicas, que perpassam o triângulo que possui em seus vértices, o professor, o aluno e o saber, como pode ser visto na imagem 1, levando em consideração também o meio (*Milieu*).

Imagem 1: Triângulo das situações didáticas



Fonte: Almeida, 2009, p.30

Constata-se na imagem 1 acima que, além do triângulo formado pelo professor, pelo saber e pelo aluno, há o meio que perpassa os sujeitos e ainda relações entre esses elementos. Tem-se que o meio, segundo Gomes, Menezes e Almeida (2019), precisa ser organizado e mediado por atividades que apresentem em seu cerne significado para os alunos, com situações didáticas propostas apropriadas, visto que o meio em que os sujeitos estão inseridos atua sobre o ensino e a aprendizagem.

> O meio é onde ocorrem as interações entre os sujeitos, onde há expectativas, por parte do professor em relação à participação e interesse dos educandos e por parte dos alunos, em relação aos novos saberes que serão apresentados. (GOMES, MENEZES e ALMEIDA, 2019, p.52)

Além disso, a relação entre o aluno e o saber constitui-se de conhecimentos prévios e vivências desse aluno (Brousseau, 2008). Já a relação entre o professor e o saber implica a transposição didática desse conhecimento, esse termo pode ser definido por Menezes e Santos (2018) em como se dá a mediação do professor sobre o saber a ser ensinado, refletindo acerca da abordagem e da comunicação do que foi aprendido na academia, sem que o resultado dessa transposição não ultrapasse os limites conceituais do saber matemático no sentido de não perder a real definição do objeto de estudo.

Posto isso, para que a interação ocorra seja didática, de acordo com Brousseau (2008), é necessário que um dos sujeitos demonstre a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro, e, observa-se que Gomes, Menezes e Almeida (2019, p.51) dialogam com a teoria afirmando que:

> De acordo com Brousseau (1986) a situação didática pode ser compreendida como um agrupamento de relações que são estabelecidas, implícita ou explicitamente, entre um aluno ou grupos de alunos, num dado meio, que por sua vez envolve objetos ou instrumentos, e um sistema educativo, com o objetivo de que estes alunos possam apropriar-se de um saber.

Sendo assim, as situações de aprendizagem que o professor propõe ao aluno não podem estar desconexas da ciência que é estudada, ou longe do contexto histórico-cultural, que os sujeitos estão inseridos. A teoria das situações didáticas, por consequência, pretende criar um ambiente que a relação professor, aluno e saber progrida com a finalidade de que haja a consistência de conhecimentos que antes eram instáveis em sua definição, e a aquisição de novos conhecimentos. Diante da teoria proposta para o desenvolvimento dessa pesquisa, percebe-se que para que exista uma relação entre o professor, o aluno e o saber, é necessário estabelecer normas para que o objetivo do aprendizado seja alcançado. Passos e Teixeira (2011, p.3) apresentam que tais normas podem ser estabelecidas como um contrato didático, que é:

> Uma série de acordos bilaterais (entre professor e aluno), alguns explícitos e outros não, com os quais estão pautadas as relações que vigoram na relação didática entre professor e aluno e, que permitam a ambos, mas não necessariamente, condições favoráveis para que a aprendizagem ocorra.

Esses acordos são estabelecidos segundo as expectativas do professor e do aluno, porém nem todas as rotas para a aprendizagem serão descritas aos alunos, com o interesse de que ele desenvolva suas habilidades diante das situações propostas.

Dentro desse sistema apresentado, pode-se destacar, segundo Brousseau (2008), 4 situações que compõem o modelo de interação de um sujeito com o meio determinado. Elas são dialéticas, e podem ocorrer simultaneamente. Pode-se nomeá-las como: a) Situação de ação; b) Situação de formulação; c) Situação de validação e, d) situação de institucionalização. Elas podem ser definidas de acordo com Azevedo, Alves e Oliveira (2018, p.86) como:

> **Ação:** O primeiro contato dos alunos com a situação proposta pelo professor. Neste momento, o professor deve estimular tentativas de solução experimentais, sem preocupação com formalizações ou coerência em escrita. A comunicação entre pares deve ocorrer em linguagem coloquial, diária. Espera-se o aparecimento de tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica.
> **Formulação:** Nesta etapa, o professor deve estimular uma maior troca de informações e colaboração entre os alunos, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. É natural que surja a necessidade de uma comunicação um pouco mais sistemática para permitir a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbada preocupação com linguagem matemática formal.
> **Validação:** Neste momento, se faz necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois é aqui que os alunos devem apresentar, individualmente ou em grupo, suas soluções. Deve existir cuidado na comunicação, para que ela seja suficientemente clara para o restante da turma, já que são eles, seus pares, que irão julgar a certeza/pertinência/precisão das afirmações feitas
> **Institucionalização:** Etapa final para a realização da situação didática. Aqui o professor volta a ser o ator principal da aula. Ele deve agora fazer uma análise e síntese

> das respostas e soluções dos alunos, apresentando a formalização matemática esperado para o assunto escolhido, levando em conta as soluções e concepções apresentadas pelos alunos, situando-as dentro da teoria matemática que se deseja abordar, discutindo os conceitos convergentes e aproveitando os erros para explorar o assunto.

As etapas de ação, formulação e validação são situações adidáticas, em que o professor não torna explícito o que se deseja, e a institucionalização compõe, associadas às outras, a situação didática. Além delas, dispõe-se também a situação de devolução que é, segundo Brousseau (1997, Local. 46, Almouloud, Coutinho e Bessa), "o ato pelo qual o professor faz com que o aluno assuma a responsabilidade por uma situação de aprendizagem (adidática) ou um problema e ele mesmo aceita as consequências dessa transferência". Nessa situação, o professor deseja que o aluno responda através dos próprios conhecimentos e vivências, nem sempre o que se tem como respostas terá ligação direta com o que é esperado.

A sequência didática nesta pesquisa é planejada de acordo com as situações apresentadas, com o intuito de que o aluno esteja inserido no processo de aprendizagem, que ele se torne sujeito ativo diante das situações com a mediação do professor e dos recursos tecnológicos utilizados, como o GeoGebra. Constata-se ainda que a institucionalização requer atenção do mediador, pois, de acordo com Almouloud (2017, p.18):

> A escolha das condições de ensino se justifica pela necessidade de dar um sentido aos conhecimentos, sendo ideal que o próprio aluno dê sentido aos conhecimentos que ele manipula, articulando suas componentes. Cabe ao professor institucionalizar, isto é, reconhecer o valor de um saber que se tornará um meio de referência.

Sendo assim, o principal aspecto a ser observado é o uso da linguagem matemática, sua formalização e sua legitimação na escrita e argumentação dos alunos diante das atividades propostas. Essa ação foi concebida durante todas as etapas da sequência, contudo terá mais ênfase na segunda e terceira atividade, na qual os alunos são convidados a redigir com a linguagem matemática as suas respostas, e a criar passos de orientação para que outros compreendam como eles chegaram a tal resposta.

Examina-se que segundo o que foi apresentado que a escrita matemática exerce um papel importante no desenvolvimento do aluno como ser pensante da realidade através do prisma matemático. Sendo assim, a utilização de uma sequência didática, solicitando que o aluno escreva a sua resolução matemática em uma sequência lógica de passos, validando-os no Geogebra, e que leve o aluno a analisar suas ações diante de uma situação didática, estabelecendo acordos implícitos e explícitos com a finalidade da aprendizagem podem resultar no desenvolvimento da linguagem matemática escrita. As modificações que podem ocorrer no sistema de conhecimento têm o potencial de serem observadas na elaboração da escrita de passos redigida pelo sujeito. Assim, torna-se possível analisar a linguagem matemática empregada, como também as definições e propriedades que são utilizadas, como por exemplo, para produzir um ente matemático no *software.*

A BNCC e a Função Quadrática

O conteúdo que visa ser abordado nessa pesquisa, com a utilização do GeoGebra e a escrita de passos, é o conteúdo de Funções Quadráticas, geralmente ele é desenvolvido no primeiro ano do Ensino Médio. Dentro deste conteúdo será estudado as características e definição; os zeros da função; a fórmula resolutiva; os gráficos; a interseção do gráfico com os eixos cartesianos; a parábola e os coeficientes da função; o vértice da parábola e valor máximo ou valor mínimo da função quadrática. A escrita de passos aqui é para a construção no GeoGebra de cada objeto matemático, utilizando de propriedades e definições, além da organização de ideias para a resolução de uma atividade proposta. Para isso, compete-se examinar como a área de matemática é exercida no ensino médio:

> na área de Matemática e suas Tecnologias, os alunos devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior [Ensino Fundamental] e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471)

Seguindo esse parâmetro, a BNCC normatiza habilidades e competências para o desenvolvimento do conhecimento do aluno. Pode-se observar que em relação ao conteúdo Funções Quadráticas, a BNCC apresenta quatro habilidades que mencionam esse conteúdo matemático.

> **(EM13MAT302)** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
> **(EM13MAT402)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
> **(EM13MAT502)** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
> **(EM13MAT503)** Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (2018, pp. 536, 539, 541)

Constata-se que o conteúdo de funções quadráticas é relevante ao currículo de Matemática em sala de aula e, a depender da mediação do professor em sala de aula, outras habilidades e competências da BNCC podem ser contempladas.

Verificada a aderência desse conteúdo à BNCC, faz-se necessário definir esse objeto matemático que será discutido na sequência didática. Sendo assim, é essencial definir quando uma relação é função. De forma breve, pode-se fazer da seguinte forma: dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B é uma relação que indica que cada elemento de x pertencente a A, está associado a um único elemento $y = f(x)$ pertencente a B.

Notação: $f: A \to B, f: x \to f(x)$, ou ainda $f: x \to y$

Sendo assim, a definição de Função quadrática pode ser descrita como: Uma função $f: R \to R$ chama-se quadrática (ou polinomial do 2º grau) quando existem a, b, c números reais, com $a \neq 0$, tal que f leva $x \in R$ em $ax^2 + bx + c$

Notação: $f(x) = ax^2 + bx + c$

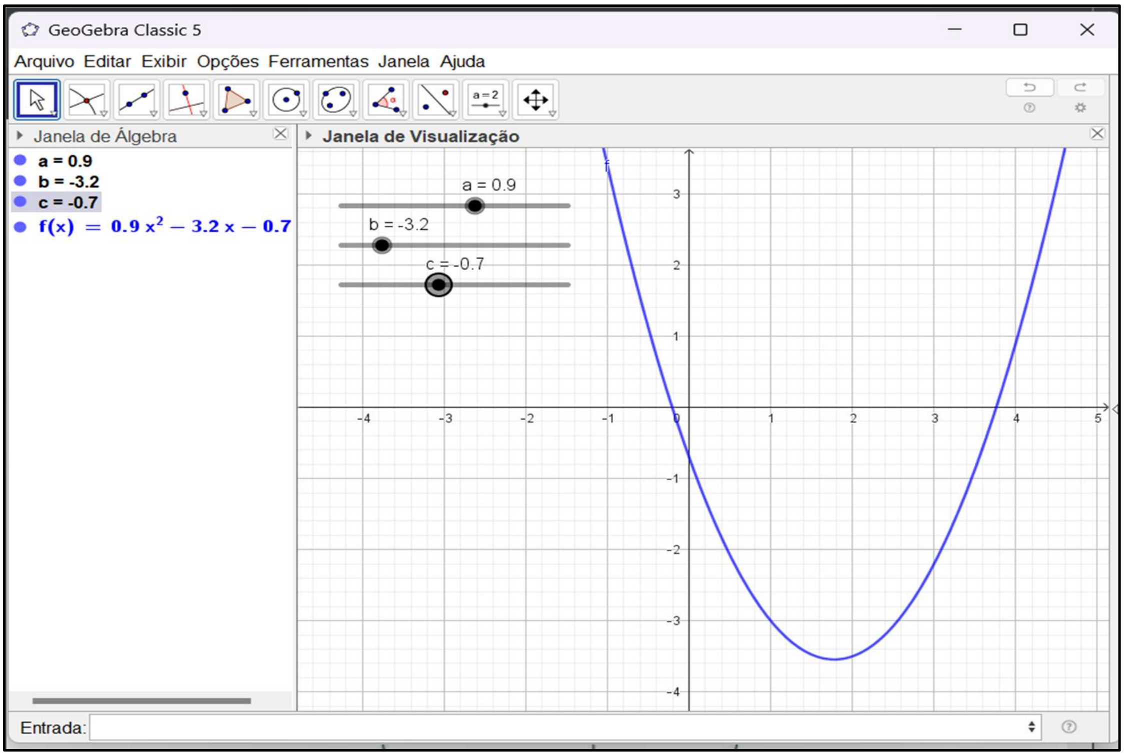
Alguns exemplos de funções quadráticas podem ser vistos a seguir:

a) $f(x) = x^2 + 3x + 1,$ $\quad a = 1, b = 3, c = 1$
b) $f(x) = -x^2 + 5x + 7,$ $\quad a = -1, b = 5, c = 7$
c) $f(x) = 3x^2 - 2x,$ $\quad a = 3, b = -2, c = 0$
d) $f(x) = -5x^2 + 3x,$ $\quad a = -5, b = 3, c = 0$
e) $f(x) = 3x^2 - 1,$ $\quad a = 3, b = 0, c = -1$
f) $f(x) = 2x^2,$ $\quad a = 2, b = 0, c = 0$

A parábola é a representação gráfica de uma função quadrática. Assim como em outras funções, o gráfico é o conjunto de pares ordenados no plano cartesiano, sendo eles descritos como coordenadas.(x, y), sendo $y = f(x)$. A lei de formação da função quadrática é:$f(x) = ax^2 + bx + c$.

Como pode ser visto na imagem 2 a seguir a parábola da função $f(x) = 0{,}9x^2 + (-3{,}2)x + (-0{,}7)$

Imagem 2: A parábola



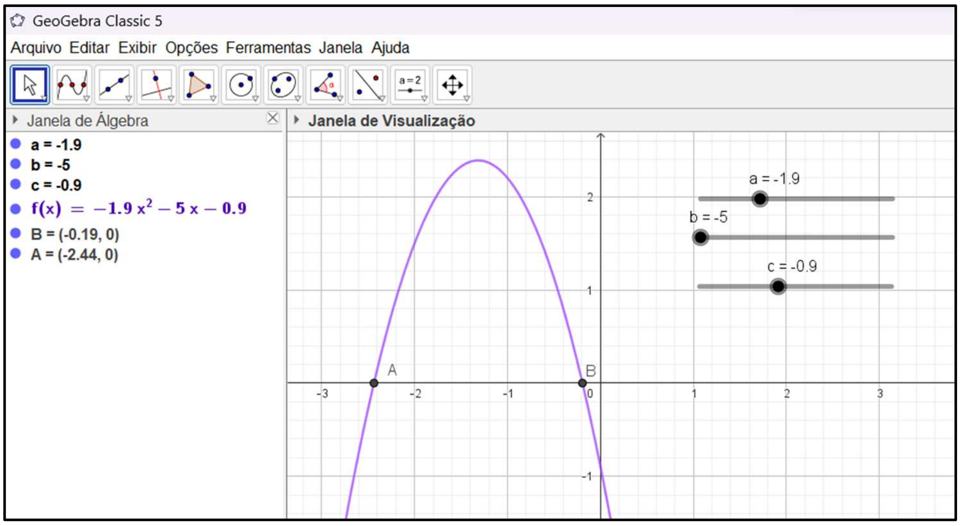
Fonte: Nossa produção

Pode-se observar as três situações entre a parábola formada por uma função quadrática e o eixo. x, a primeira é quando a parábola intercepta o eixo x, em dois pontos distintos. A segunda quando o gráfico da função tem a interseção determinada por dois pontos e eles são iguais, e, por fim, quando não há interseção entre o gráfico da função e o eixo x. Esses pontos, quando existem, são definidos como zeros reais da função, e podem ser obtidos com a equação $f(x) = 0$, ou seja $ax^2 + bx + c = 0$.

Existe uma fórmula resolutiva para solucionar essa equação, ela é habitualmente denominada como fórmula de Bhaskara. pode-se verificar a seguir $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, sendo Δ $(delta)$, denominado como discriminante e $\Delta = b^2 - 4ac$. Pode-se realizar o estudo das raízes através do valor do discriminante.

a) Se $\Delta > 0$, então $\sqrt{\Delta}$. Logo $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ e isso implica em duas situações $x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ (Duas raízes distintas reais). As raízes podem ser vistas na imagem 3, na qual as raízes são marcadas pelos pontos A e B, numa função quadrática que possui a concavidade voltada para baixo.

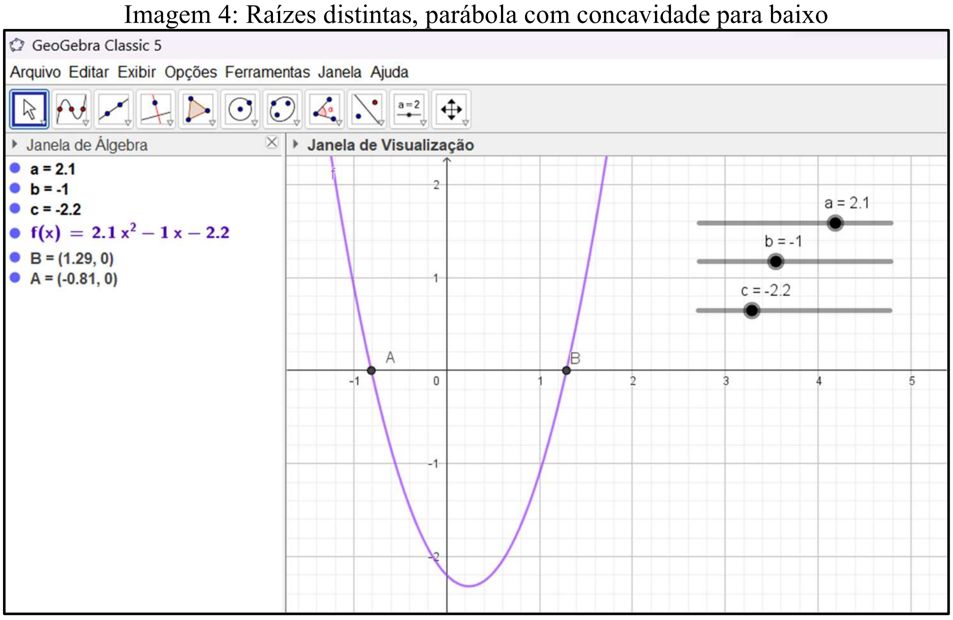
Imagem 3: Raízes distintas, parábola com concavidade para baixo



Fonte: Nossa produção

As raízes podem ser vistas na imagem 4, na qual as raízes são marcadas pelos pontos A e B, numa função quadrática que possui a concavidade voltada para cima.

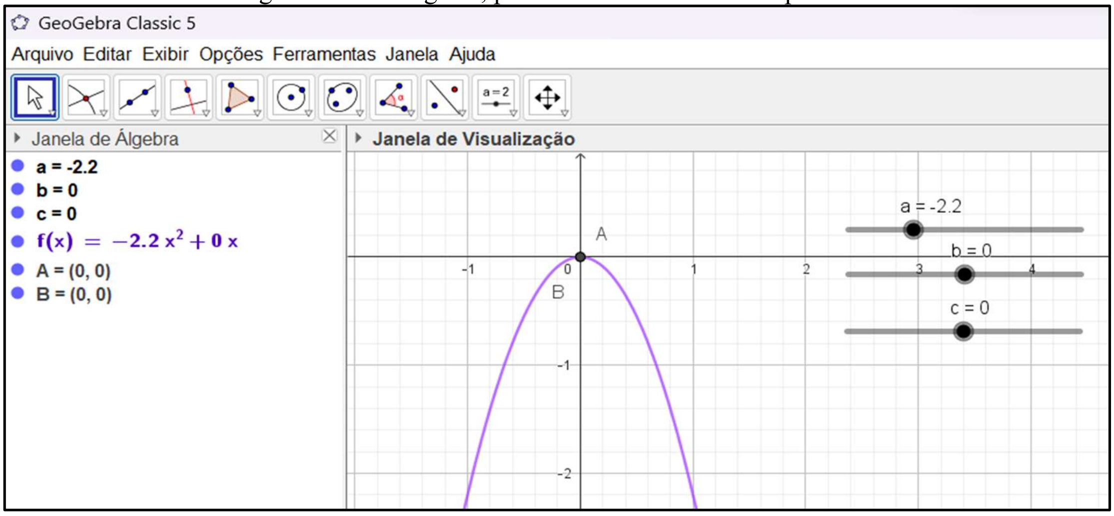
Imagem 4: Raízes distintas, parábola com concavidade para baixo



Fonte: Nossa produção

b) Se $\Delta = 0$, então $\sqrt{\Delta}$. Logo$x = \frac{-b\pm\sqrt{\ \ }\Delta}{2A}$ (Duas raízes iguais reais, $x' = x''$). As raízes iguais da função quadrática com concavidade para baixo podem ser vistas na imagem 5 a seguir definidas pelos pontos $A = B$.

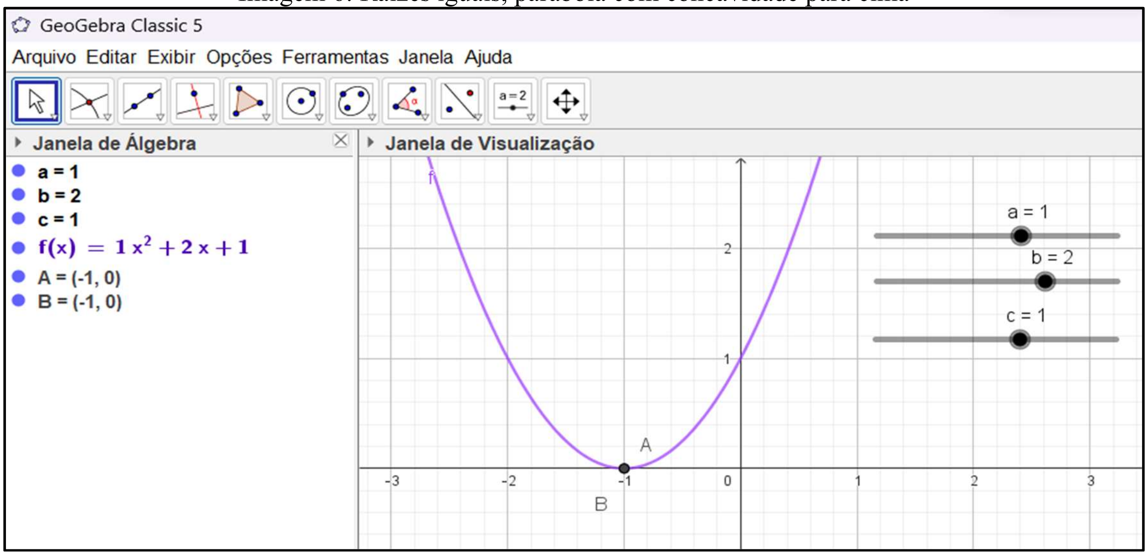
Imagem 5: Raízes iguais, parábola com concavidade para baixo



Fonte: Nossa produção

As raízes iguais da função quadrática com concavidade para cima podem ser vistas na imagem 6 a seguir definidas pelos pontos $A = B$.

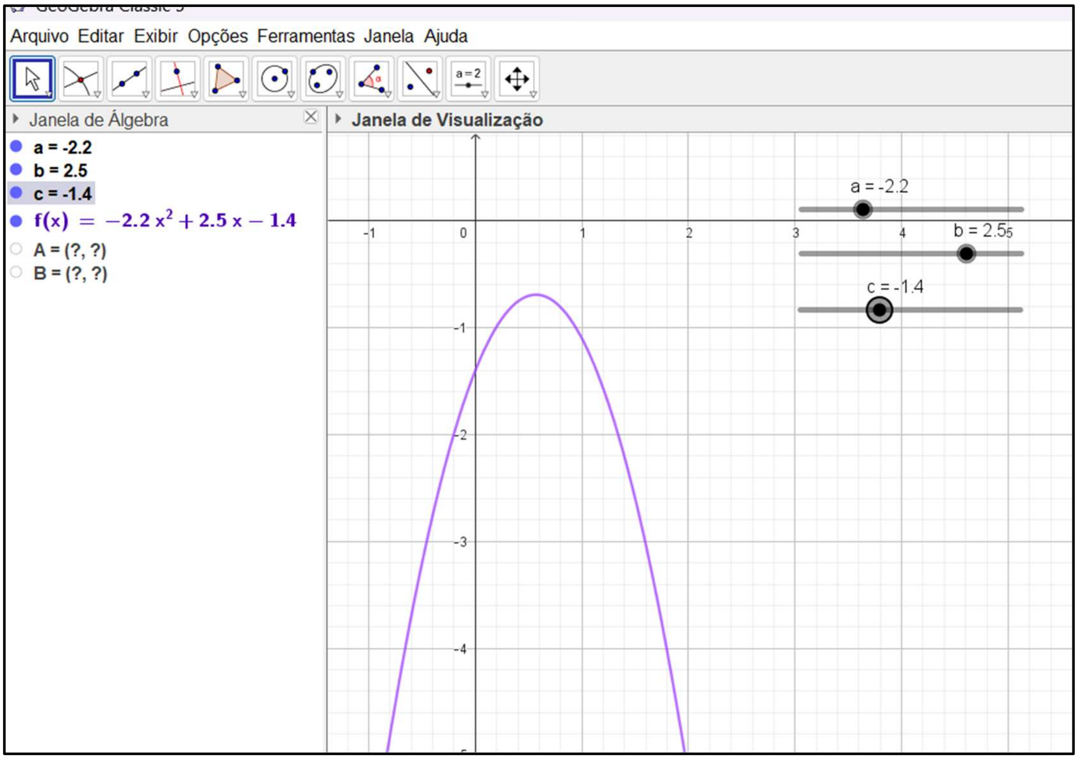
Imagem 6: Raízes iguais, parábola com concavidade para cima



Fonte: Nossa produção

c) Se $\Delta < 0$, então não existe $\sqrt{\Delta}$. (Não possui raiz real, pois a parábola não intercepta o eixo x). Como pode ser visto na imagem 7 a seguir, os pontos A e B não podem ser definidos na função quadrática, pois a função possui valor de delta negativo.

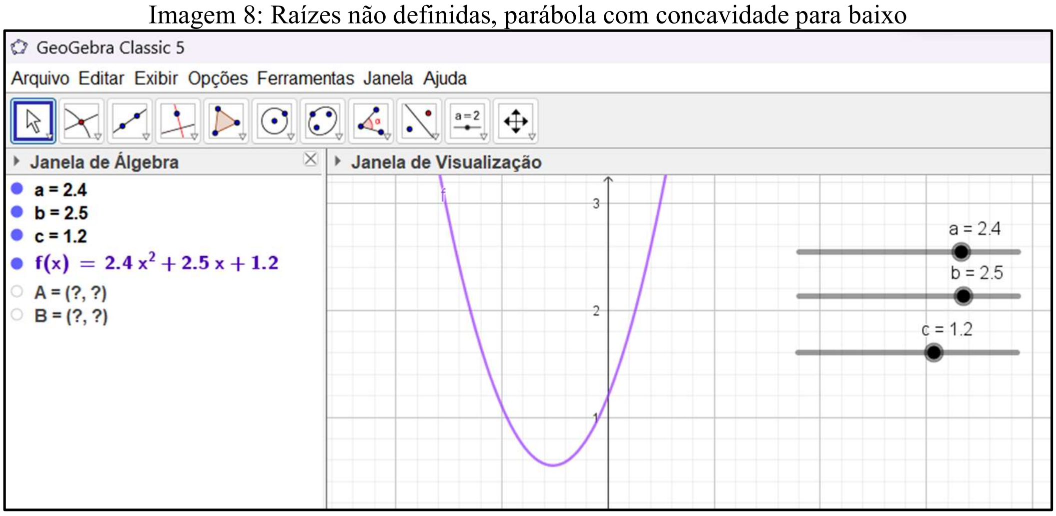
Imagem 7: Raízes não definidas, parábola com concavidade para baixo



Fonte: Nossa produção

Como pode ser visto na imagem 8 a seguir, os pontos A e B não podem ser definidos na função quadrática.

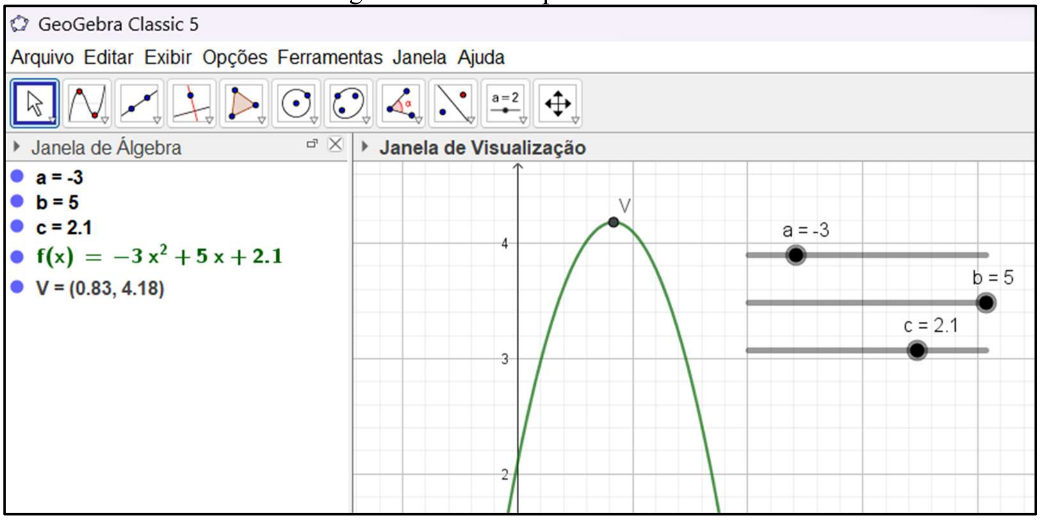
Imagem 8: Raízes não definidas, parábola com concavidade para baixo



Fonte: Nossa produção

Como foi observado nos estudos das raízes anteriormente, o gráfico de uma função quadrática pode ter sua concavidade para cima. Então, há um ponto mínimo da parábola, onde a função deixa de ser decrescente e se torna crescente. Quando a concavidade é orientada para baixo, há um ponto máximo onde a concavidade era crescente e se torna decrescente. Esse ponto é denominado vértice da parábola. Podemos ver o ponto de máximo na imagem 9, na função quadrática que possui concavidade para cima.

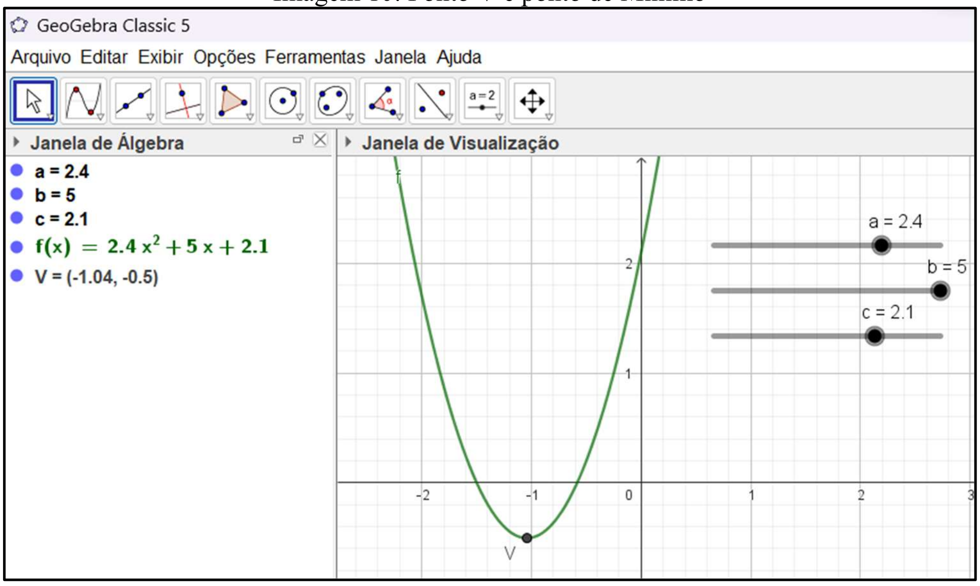
Imagem 9: Ponto V é ponto de Máximo



Fonte: Nossa produção

Pode-se ver o ponto de mínimo na imagem 10, na função quadrática que possui concavidade para baixo

Imagem 10: Ponto V é ponto de Mínimo

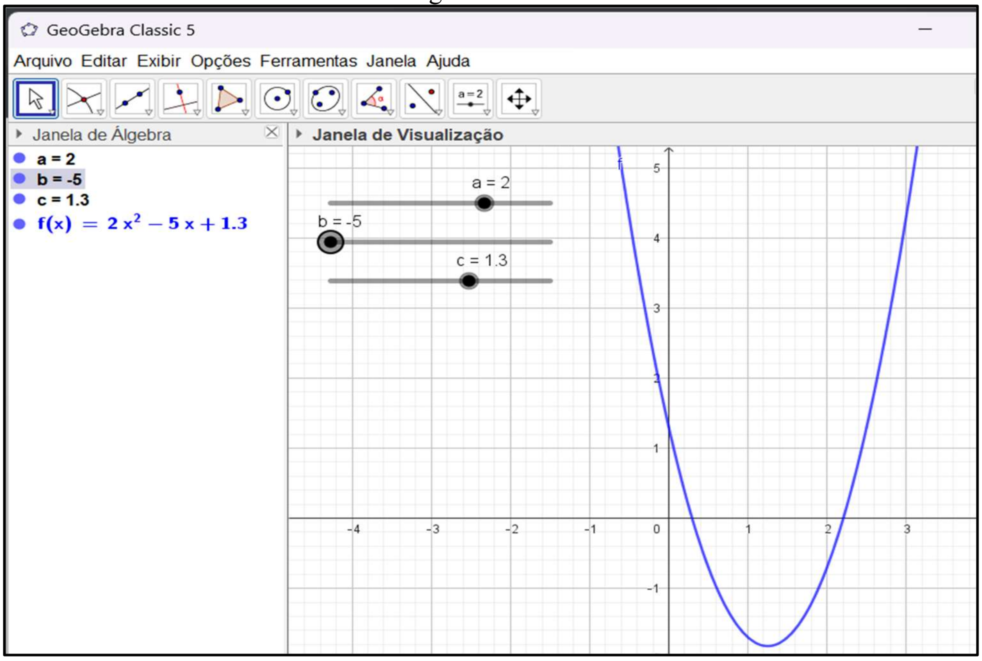


Fonte: Nossa produção

Esse ponto V, denominado como vértice podem ter suas coordenadas encontradas a partir da forma V com coordenadas $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$.

Encontra-se também os coeficientes a, b, c, que fazem parte da lei de formação da função quadrática. Eles são números reais, e sempre $a \neq 0$, pois se $a = 0$, perde-se o termo de 2º grau da função. O que determina para onde a concavidade estará direcionada será o coeficiente a. se $a > 0$, a parábola possui a concavidade voltada para cima, como pode ser visto na imagem 11 abaixo.

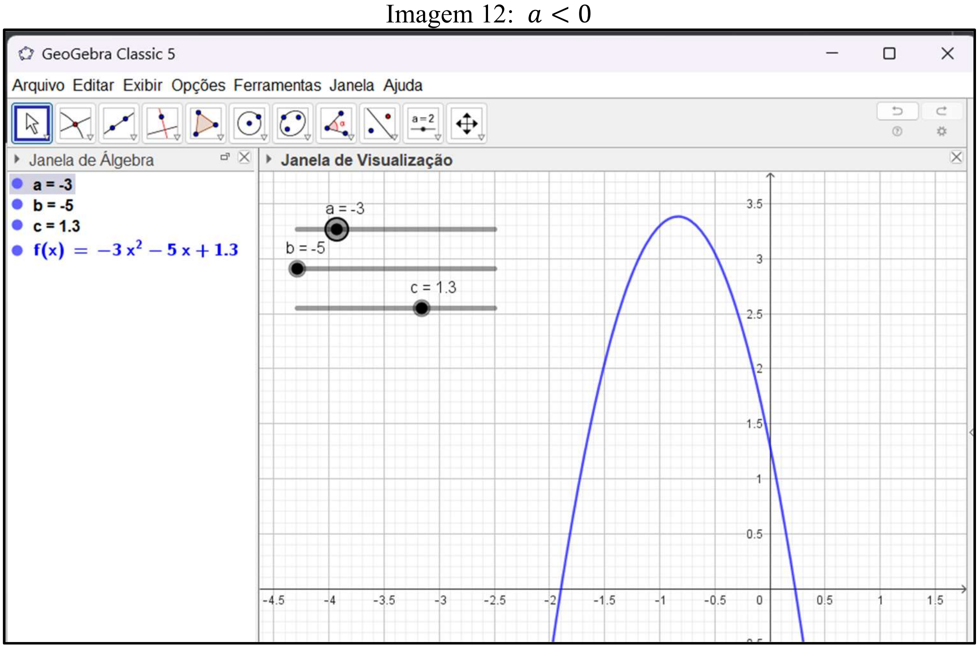
Imagem 11: $a > 0$



Fonte: Nossa produção

Se $a < 0$, a concavidade da parábola será voltada para baixo, como é apresentado na imagem 12 a seguir.

Imagem 12: $a < 0$



Fonte: Nossa produção

Ainda sobre os coeficientes que compõem a lei de formação da função quadrática, temos o número real b, o sinal de b implica em que parte da função intercepta o $eixo\ y$ no plano cartesiano. Sendo assim, considera-se três situações:

a) Se $b > 0$, tem-se que ponto de interseção entre a parábola a e $eixo\ y$ está em uma seção crescente do gráfico.

b) Se $b < 0$, tem-se que ponto de interseção entre a parábola a e $eixo\ y$ está em uma seção decrescente do gráfico.

c) Se $b = 0$, a interseção da função será no vértice.

Para o coeficiente c, nota-se que seu valor é onde o gráfico intercepta o eixo y, sendo assim o ponto $(0, c)$ pertence à parábola e obtém-se três situações:

a) Se $c > 0$, a parábola irá interceptar o $eixo\ y$ acima do ponto $(0,0)$;

b) Se $c < 0$, a parábola irá interceptar o $eixo\ y$ abaixo do ponto $(0,0)$;

c) Se $c = 0$, a parábola irá interceptar o $eixo\ y$ no ponto$(0,0)$.

Após uma breve explanação sobre este objeto matemático que será utilizado nesta pesquisa, veremos a seguir uma breve exposição sobre o *software* que é utilizado nessa pesquisa.

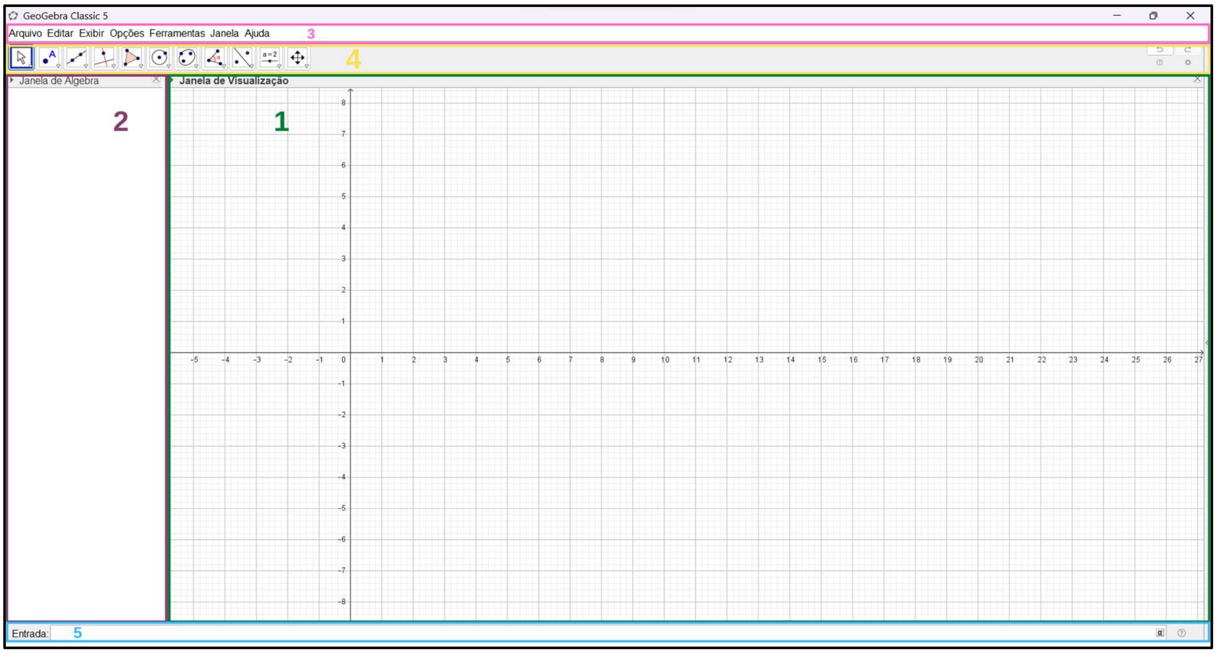
O GeoGebra

O GeoGebra é um dos *softwares* matemáticos existentes que permitem a visualização de objetos matemáticos. Ele é livre e gratuito, com versão para *smartphone* e computador, compatível com diversos sistemas operacionais desses dispositivos, além de possuir a versão *online*. Segundo a sua página oficial,[1] "GeoGebra é um *software* dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos".

O *software*, na versão para computador GeoGebra Classic 5, é composto, em sua tela inicial apresentada na imagem 1(3 identificada pelo número 1), por uma Janela de Visualização, onde os objetos matemáticos são construídos e visualizados na malha definida no plano cartesiano. Dispõe-se de uma Janela de Álgebra, apontada pelo número 2, onde aparecem as informações em linguagem matemática, como as medidas dos lados de um polígono. Na borda superior, há um menu de configurações assinalado pelo número 3, e abaixo uma barra de ferramentas com botões de ação sinalizados com o número 4. Na borda inferior, há o campo de Entrada, onde é possível digitar comandos de construção de objetos, local indicado pelo número 5. O GeoGebra Classic 5 é a versão mais completa para o uso em sala de aula; contudo, existem outras versões que podem se adaptar melhor, dependendo do estudo que esteja sendo realizado.

Imagem 13: Tela Inicial do GeoGebra Classic 5 para computador

[1] https://www.geogebra.org/about



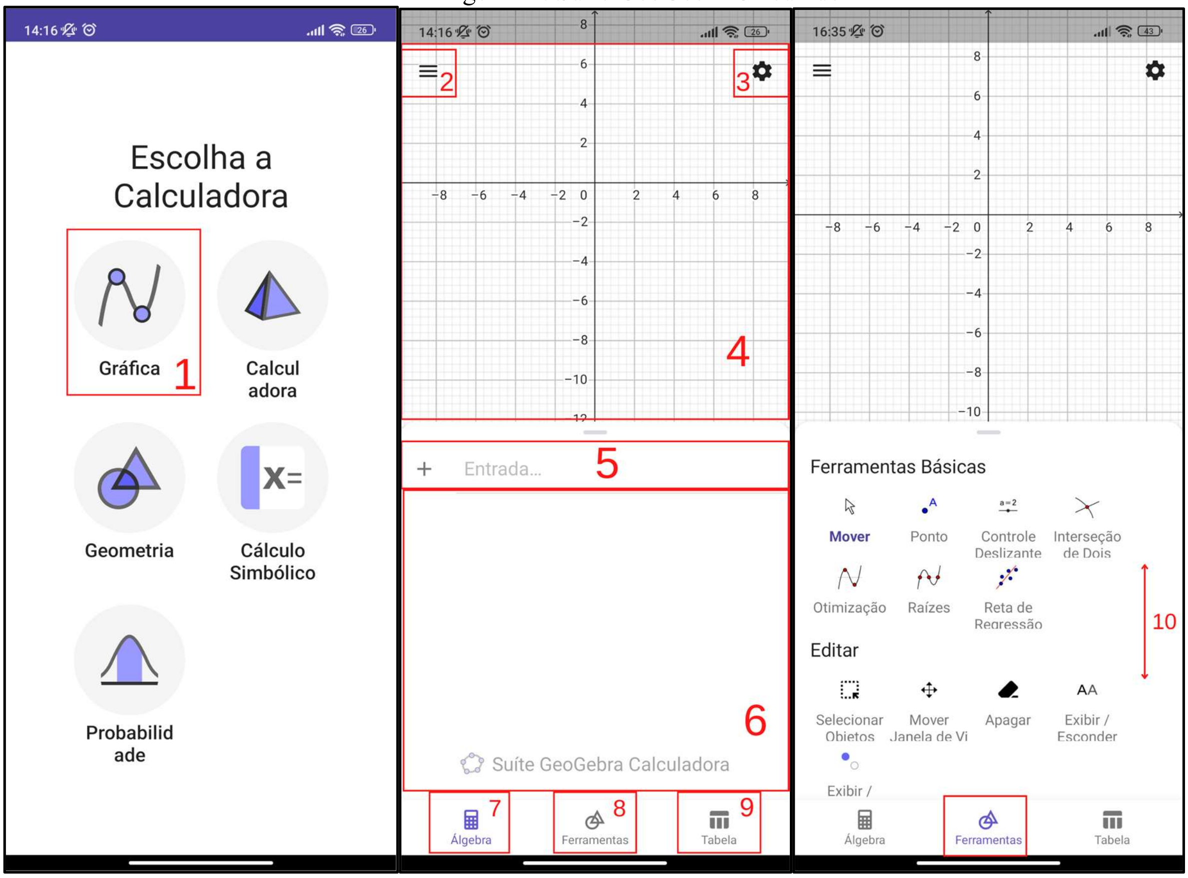
Fonte: Nossa produção

Além dessas possibilidades, ainda é possível acessar a Janela de visualização 3D; Edição de planilhas, Janela de Cálculo simbólico e Calculadora de Probabilidade. O GeoGebra possui também uma vasta possibilidade de propriedades em elementos visuais, como aumento da fonte, mudança na cor dos itens criados, nomeação de objetos, arredondamento das casas decimais e mudanças na posição das janelas de acordo com a intenção do usuário.

A versão para Android e iOS não foge muito das funções presentes no GeoGebra Classic 5, contudo possui uma aparência diferente para se adaptar a telas como a do *smartphone*. Ao abrir o aplicativo no celular, o usuário é direcionado a escolher a Calculadora que ele irá utilizar.

Geralmente a calculadora gráfica, indicada na imagem 14 pelo número 1 é a melhor opção para o estudo de Geometria e funções. A tela inicial desta calculadora é aberta, e pode-se ver o menu de configurações disponíveis em dois ícones, identificados com os números 2 e 3. A Janela de visualização, assinalada pelo número 4, se assemelha a da versão para computador, sendo possível esconder os locais 5, 6, 7, 8, 9 e 10 da tela, deixando visível apenas a Janela de Visualização para a manipulação de objetos criado. A barra de Entrada de comandos é identificada na imagem abaixo pelo número 5, a janela 6 é seção que apresenta as informações em linguagem matemática, esta seção é acessada clicando no ícone Álgebra, indicado pelo número 7. Ao lado direito do ícone citado, temos o botão que representa a barra de ferramentas do GeoGebra, que é assinalado pelo número 8, clicando nele, o usuário é direcionado para o menu representado pelo número 10, contendo nele as funções presentes na barra de ferramentas da versão para computador. É possível conferir os itens desse menu fazendo movimentos para cima e para baixo. Por fim, na versão para *smartphone* o aplicativo apresenta um botão de acesso rápido para a produção de planilhas, indicado na imagem abaixo pelo número 9.

Imagem 14: Suite GeoGebra Calculadora



Fonte: Nossa produção

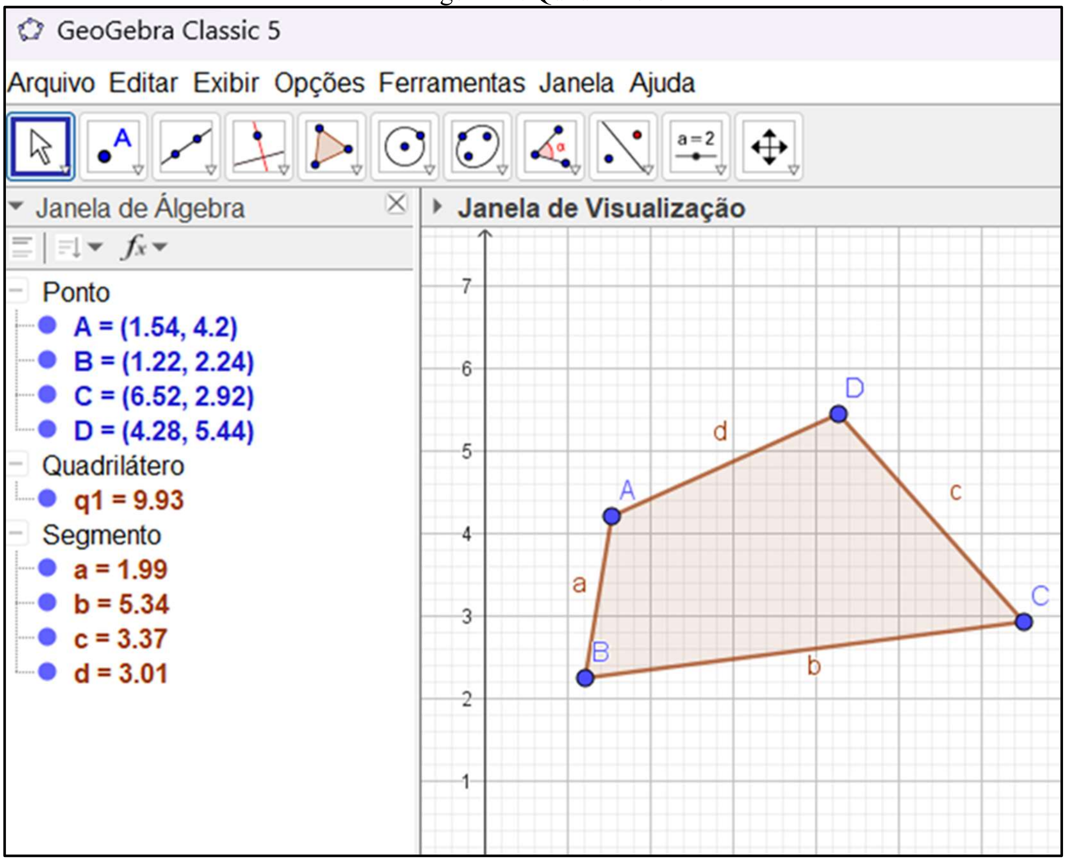
O GeoGebra permite a criação de uma infinidade de projetos que auxiliem no estudo da matemática, além de possuir outros recursos como compartilhamento de materiais feitos no aplicativo, livros, atividades, criação de sala de aula e acompanhamento em tempo real dos alunos através de um *link online,* sem a necessidade de baixá-lo, dentre outras possibilidades.

A estrutura de escrita dos passos é desempenhada pelos alunos para criar algo no GeoGebra, ela serve para organizar as ideias e para que o leitor entenda e consiga obter êxito na execução da construção de alguma figura. A escrita desses passos deve ser em linguagem matemática apropriada para não gerar ambiguidades, ou não construir objetos que não mantêm as propriedades matemáticas.

A título de exemplo, pode-se construir um quadrado no GeoGebra, a partir da sua definição: O quadrado é um polígono convexo que possui quatro lados, sendo eles congruentes e quatro ângulos retos. Mas não basta apenas usar a ferramenta polígono como a descrição a seguir.

1. Usando a ferramenta polígono e clicando em 4 pontos distintos na malha é possível fazer um polígono convexo de 4 lados, como apresentado na imagem 15 a seguir.

Imagem 15: Quadrilátero



Fonte: Nossa produção

Contudo, para que o quadrilátero seja um quadrado, de acordo com a definição, faz-se necessário ter 4 lados congruentes, ou seja, de mesma medida, e quatro ângulos de 90º. Levando em consideração essas informações que são relevantes para o nosso objetivo final, podemos escrever os passos de acordo com as ações que são realizadas no GeoGebra.

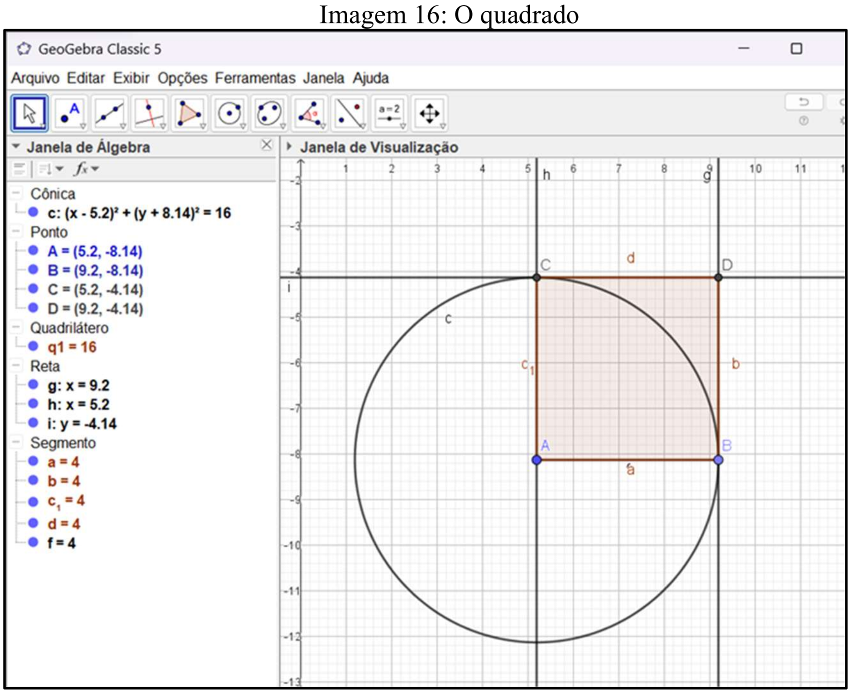
Escrita de passos para a construção do Quadrado

1. Com a ferramenta Segmento com Comprimento Fixo, faça um segmento AB com 4 unidades de medida. (Pode ser uma medida qualquer).
2. Com a ferramenta Reta Perpendicular, trace uma reta perpendicular ao segmento AB, que passe pelo ponto B, garantindo um ângulo reto.
3. Faça o mesmo procedimento do passo anterior, contudo que essa reta perpendicular passe pelo ponto A.

4. Com a ferramenta Círculo dados Centro e um de Seus Pontos, faça uma circunferência com centro em A e raio AB, clicando primeiro no ponto A e depois no ponto B. (A circunferência é para garantir as medidas iguais dos lados do quadrado).
5. Marque a interseção da reta perpendicular ao segmento AB, que passa pelo ponto A, e o ponto C será criado.
6. Trace uma reta paralela ao segmento AB, que passe pelo ponto C.
7. Marque a interseção da reta paralela do passo anterior com a reta perpendicular ao segmento AB que passa pelo ponto B.
8. Para destacar o quadrado criado, utilize a ferramenta Polígono clicando no ponto A, B, C e D. (Ainda é possível esconder as retas auxiliares para a construção, e modificar as cores e espessuras dos objetos nas propriedades.)

Esse quadrado, apresentado na imagem 16 abaixo, permite a movimentação dos seus pontos, sem mudar as propriedades matemáticas presentes na definição, mantendo o paralelismo, a perpendicularidade e as congruências, independente da deslocação realizada nos seus pontos, segmentos, ou entes auxiliares.

Imagem 16: O quadrado

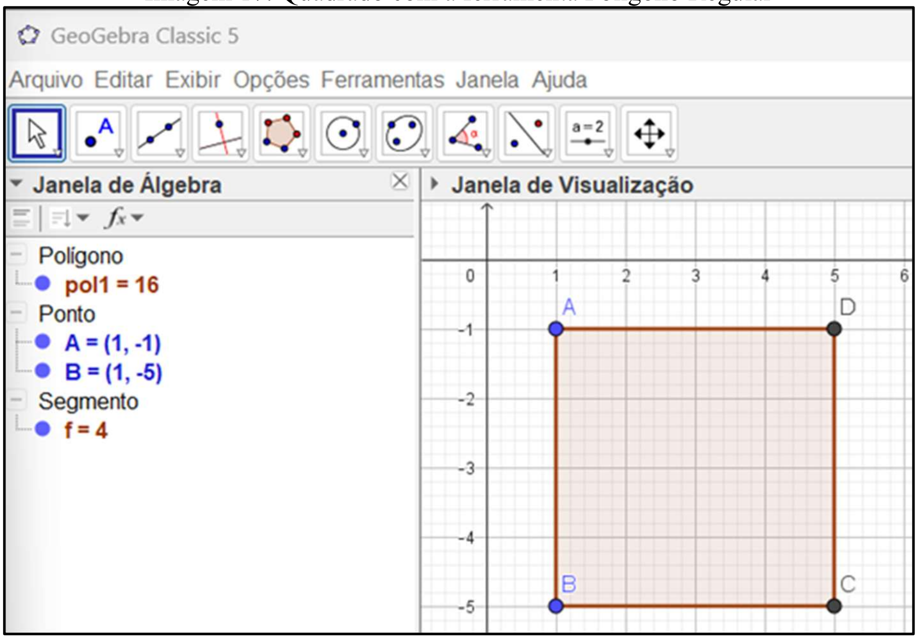


Fonte: Nossa Produção

Existem inúmeros caminhos para realizar a construção de um quadrado mantendo suas propriedades. Essa escrita de passos apresentada anteriormente foi um exemplo de como ele pode ser escrito, desenvolvendo o letramento matemático e aplicado junto a uma construção de um objeto matemático no GeoGebra. Há ainda a forma simples de construção desse mesmo polígono, porém ela não explora a linguagem ou as propriedades matemáticas nas ações do aluno. Esse procedimento é descrito a seguir, e seu produto é apresentado na imagem 17.

1. Com a ferramenta Polígono Regular selecionada, clique em dois pontos da tela e, na caixa de diálogo que aparecerá após essa ação, informe a quantidade de lados do polígono desejado.

Imagem 17: Quadrado com a ferramenta Polígono Regular

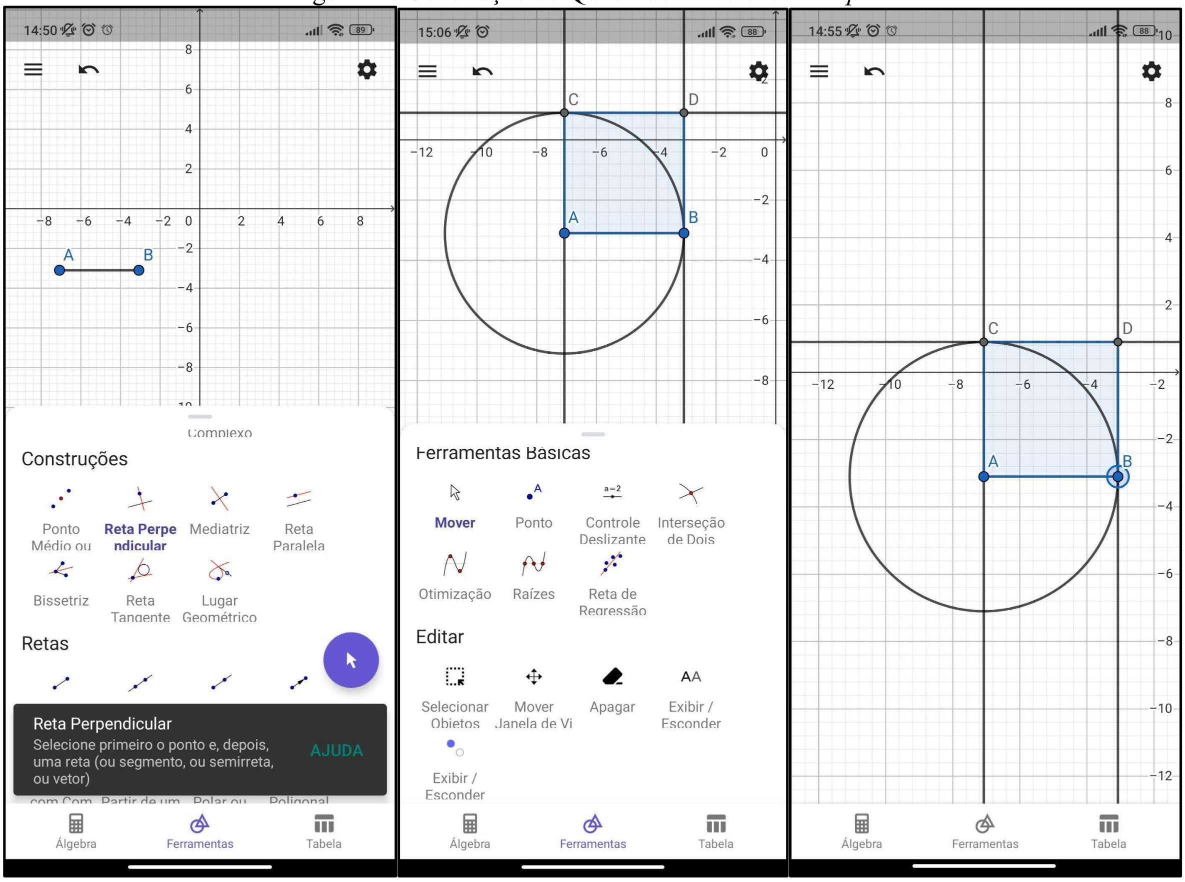


Fonte: Nossa Produção.

Este polígono mantém todas as propriedades matemáticas mesmo quando seus pontos são movidos de lugar. Essa ferramenta também pode ser utilizada pela barra de Entrada de comandos, e são excelentes em construções maiores, onde os polígonos são partes de outros projetos. Tal como a construção de um tangram, quebra-cabeça chinês com peças geométricas, no qual as peças montadas formam um quadrado. O ideal, nessa situação, seria fazer o quadrado com a ferramenta polígono regular, e a partir disso, produzir as figuras que formam o tangram de acordo com as proporções e propriedades. Contudo, se o foco é o estudo do polígono quadrado, uma das formas de estudar a definição e suas propriedades é a que foi apresentada na imagem 16.

A escrita de passos para a execução do quadrado também pode ser explorada com a versão do GeoGebra para *smartphones*. Não foi necessário realizar nenhuma alteração na escrita de passos que foi realizada para a imagem 16, visto que os passos podem ser realizados normalmente para chegar ao intuito final de construção desse polígono regular de quatro lados, como pode ser visto na imagem 18 a seguir.

Imagem 18: Construção do Quadrado na versão *smartphone*



Fonte: Nossa Produção

Além do resultado final do quadrado, foi colocado o processo de criação por etapas do quadrado, para demonstrar que a ferramenta, quando selecionada, indica ao usuário como ela deve ser utilizada, como pode-se ver à esquerda da imagem 7. Além disso, nota-se que a barra de ferramentas pode ser oculta, deixando o objeto construído evidente. Também é possível ampliar ou reduzir a tela para visualizar melhor cada item. Os dados algébricos dos entes matemáticos estão presentes na parte denominada Álgebra.

O GeoGebra e a utilização da escrita dos passos apresentam grande potencial de exploração se forem realizadas atividades análogas à apresentada anteriormente, como a escrita de passos para a construção do Quadrado. Tem-se com o que foi descrito até aqui que o propósito é que o aluno siga passos para se adaptar a esse modelo de atividade, depois que ele modifique esses passos, e por fim que ele faça a escrita de passos para a construção de algo no software. Sendo assim, esse processo didático pode estimular o desenvolvimento do letramento matemático apresentado pela BNCC, explorando a escrita, interpretação, raciocínio lógico, a utilização de procedimentos e propriedades matemáticas, entre outros cenários.

3. METODOLOGIA

Essa pesquisa possui natureza qualitativa, que é descrita por Dourado e Ribeiro (2021) como a preocupação não direcionada à representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão das situações de pesquisa que este grupo esteve inserido. Essa natureza foi definida devido a aplicação de uma sequência didática que ocorreu em uma turma do ensino médio de uma escola pública com cerca de 40 alunos.

Os objetivos da pesquisa podem ser definidos como explicatórios, visto que, de acordo com Junior e Oliveira (2021, p.178) há uma busca para obter evidências sobre quais variáveis ou processos estão governando o problema estudado. Essa classificação ocorre devido à exposição de resultados que tem por finalidade analisar o desenvolvimento do letramento matemático por meio do GeoGebra e da escrita.

A abordagem da pesquisa é Pesquisa-Ação que pode ser traduzida por Gonçalves e Compiani (2021) como um conjunto de procedimentos que associa o conhecimento e a ação, além reconhecer a pesquisadora como peça ativa durante o exercício em campo, já que ela estará em sala de aula aplicando a sequência didática.

Local de estudo

O local de estudo da pesquisa foi em uma turma do ensino médio, em uma escola de tempo integral pública localizada na cidade de Caruaru em Pernambuco. A pesquisa esteve direcionada para avaliar o desenvolvimento do letramento matemático dos alunos durante a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

A escola escolhida se localiza na zona urbana da cidade de Caruaru - PE, Escola de Referência em Ensino Médio Padre Zacarias Tavares, é administrada pelo estado e está situada na Rua Rocha Pombo, SN, Bairro Salgado, CEP: 55016-150.

População de estudos

Os participantes da pesquisa foram recrutados de acordo com a série à qual pertenciam, o primeiro ano do ensino médio, e esse diálogo foi estabelecido pela direção da escola, a qual comunicou os detalhes do projeto.

A população de estudo foi uma turma regular de 45 alunos do primeiro ano do ensino médio, da Escola de Referência em Ensino Médio Padre Zacarias Tavares.

Período de Referência

A pesquisa foi conduzida desde março de 2022 a fevereiro de 2024, a aplicação da sequência didática em uma turma do primeiro ano do ensino médio aconteceu nos meses de agosto e setembro de 2023

Critérios de inclusão

A turma do primeiro ano do ensino médio foi escolhida de acordo com a quantidade de alunos, disponibilidade do professor e o conteúdo estudado, dado que este último carece ser o de funções.

Critérios de exclusão

As turmas do ensino fundamental, do segundo ano e do terceiro ano do ensino médio não foram escolhidas por não apresentarem em seu plano de ensino o conteúdo de funções quadráticas, e também devido às pesquisas apresentadas no Estado do Conhecimento já que, em sua maioria, foram destinadas a esta etapa da educação básica

Riscos

Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldade, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.

Benefícios

O participante cooperou com um projeto de aprendizagem que pode ter auxiliado no desenvolvimento do letramento matemático, desse modo desenvolvendo o raciocínio lógico matemático, como também, o produto dessa pesquisa servirá de apoio para a comunidade acadêmica.

Produção e coleta de dados

O tempo estimado para a aplicação da sequência didática é de 6 horas/aula, cada aula com duração de 50 minutos. As aulas foram distribuídas em duas semanas, e foram realizadas no período da aula de matemática da turma selecionada. Duas aulas foram destinadas a cada plano de aula da sequência didática.

A produção e coleta de dados foi realizada a partir de fichas de avaliação e esclareceu-se que os participantes dessa pesquisa tiveram plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretaria penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa são confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa através de fichas de avaliação foram digitalizados e estão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade da pesquisadora, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Sequência didática

A sequência didática tem como objetivo desenvolver o letramento matemático através da escrita de passos, do uso do *software* GeoGebra e do estudo do conteúdo Matemático Funções Quadráticas. O letramento matemático busca ser desenvolvido durante a sequência didática pela escrita, direcionando o aluno a desenvolver a aptidão de formular, empregar e interpretar a matemática utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar predizer e acontecimentos de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018)

O público alvo é uma turma do primeiro ano de ensino médio, visto que há, como foi dito, uma carência de estudos e da continuação do desenvolvimento do letramento matemático nessa fase escolar. O conteúdo a ser estudado é o de funções quadráticas, que foi decomposto em: a) definição de função; b) definição de função quadrática; c) gráfico da função quadrática; d) raízes de uma parábola e a fórmula resolutiva de uma equação de segundo grau; e) coeficientes da função; e f) vértice da parábola (Ponto de máximo e mínimo).

As fichas de avaliação que serviram como instrumento de produção de dados estão presentes nos planos de aula apresentados a seguir, neles há todas as atividades que serão disponibilizadas para os participantes das pesquisas.

Plano de aula 1

Disciplina: Matemática	**Turma:** 1º ano do EM	**Turno:** Matutino Regular
Tema da aula: Conhecendo a Função Quadrática		
Pré-requisitos: Conjuntos; função; Domínio e Imagem; Gráficos cartesianos; coordenadas cartesianas		
Habilidades da BNCC:		

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

Objetivo Geral: Definir função quadrática

Objetivos Específicos:

a) Identificar uma função quadrática e sua lei de formação;
b) Caracterizar o gráfico de uma função quadrática;
c) Reconhecer os pontos de interseção entre o eixo x e o gráfico.
d) Relacionar a linguagem matemática ao objeto de estudo

Conteúdo: Definição de Função; Definição de função quadrática; gráfico da função quadrática; Interseção entre o Gráfico da parábola e o eixo x.

Procedimentos metodológicos:

1. A professora irá definir o conteúdo de funções, para isso ela fará perguntas como: O que é função?; quais os elementos que compõem uma função?; como visualizar uma função matemática?; e a partir dessa ação definirá função, bem como a notação.
2. Em sequência a professora irá definir a função quadrática, apresentará exemplos e a sua representação gráfica no GeoGebra, colocando também os exemplos apresentados para serem visualizados no *software* e apresentará aos alunos as janelas e ferramentas do GeoGebra.
    a. A professora passará a atividade para que os alunos a desenvolvam em dupla na sala de aula e respondam a algumas perguntas em relação ao gráfico e à função. (Ver seção **Atividade**)

Recursos utilizados: Quadro branco; Pincel; *Software* GeoGebra no celular; Papel e Caneta

Avaliação: A avaliação ocorrerá de forma contínua a partir da participação durante os questionamentos levantados e na resolução da atividade proposta

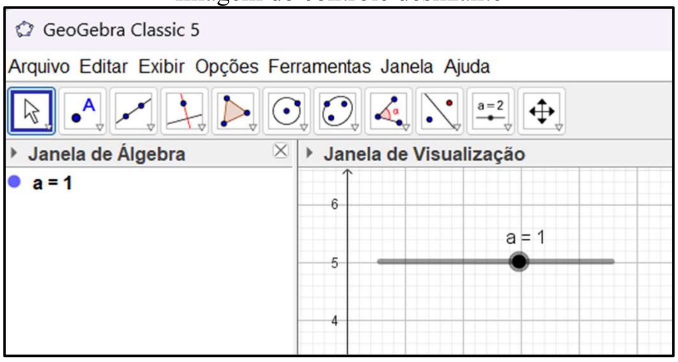
Atividades:

Atividade 1, adaptada - Livro didático (Dante, 2017, pp.122, 123)

Agora vamos aprender a construir gráficos de funções quadráticas usando o GeoGebra.

1. Iremos construir o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, e destacaremos alguns pontos importantes. Para isso, desempenhe os passos a seguir.
    a. Na barra de ferramentas, selecione o décimo botão, da esquerda para a direita, que é o Controle Deslizante, em seguida, clique em qualquer ponto da janela de visualização, automaticamente abrirá uma janela, clique em Ok. Nesse instante aparecerá o parâmetro a com valor inicial igual a 1. Assim como pode ser visto a seguir.

Imagem do controle deslizante

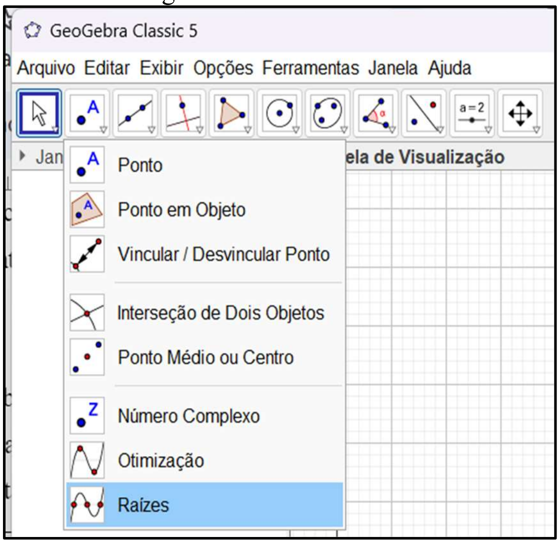


Fonte: Nossa produção

    b. Repita esta operação mais duas vezes criando controles deslizantes com os parâmetros b e c.
    c. No campo de Entrada de Comando digite a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, e tecle enter. A função que aparecerá na janela de álgebra terá os valores dos parâmetros do controle deslizante.
    d. Agora você poderá observar significados importantes para os coeficientes a, b e c. Clique na bolinha do controle deslizante de a e altere o seu valor lentamente (basta arrastar a bolinha para um dos lados, isso também irá alterar o valor da função de acordo com o valor do controle deslizante).
        i. O que acontece quando você move o controle deslizante a?
        ii. O que acontece quando você move o controle deslizante b?
        iii. O que acontece quando você move o controle deslizante c?
        iv. O que acontece quando o controle deslizante A é igual a zero?
        v. Deixe o controle deslizante $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$. A parábola sempre intercepta o eixo x?
2. Mova os controles deslizantes de modo que o gráfico intercepte o eixo x duas vezes. Iremos marcar a interseção da parábola com o eixo x, esses pontos são denominados

raízes da função $f(x)$. Na barra de ferramentas clique no segundo botão, contando da esquerda para a direita, selecione a ferramenta Raízes e clique no gráfico da função.

Imagem da ferramenta Raízes



Fonte: Nossa produção

a. Observando que nem sempre a parábola intercepta o eixo x. Então é correto afirmar que nem sempre há raízes da função? Porque?

Referências: DANTE, Luiz Roberto: Matemática: Contexto & Aplicações: ensino médio. 3ª ed. vol. 1. São Paulo. Editora Ática, 2017.

O plano de aula 1 tem como objetivo inserir o aluno nesse novo ambiente, no qual, por meio da atividade ele é convidado a explorar o GeoGebra e o objeto matemático que é estudado. Não há muita preocupação com a rigorosidade da escrita, e a comunicação entre a dupla e o professor é simples para que o aluno seja introduzido nessa situação para que ele seja ativo em sua atuação. A escolha da adaptação a atividade do livro foi feita para expor como é possível utilizar atividades já existentes no material didático.

Plano de aula 2

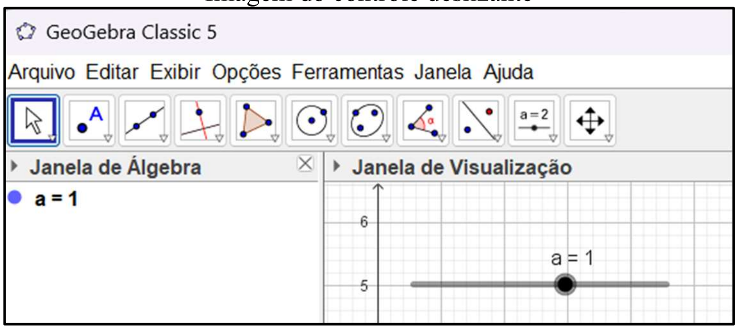
Disciplina: Matemática	**Turma:** 1º ano do EM	**Turno:** Matutino Regular
Tema da aula: Conhecendo a Função Quadrática		
Pré-requisitos: Conjuntos; Domínio e Imagem; Gráficos cartesianos; coordenadas		

cartesianas
Habilidades da BNCC: **(**EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
Objetivo Geral: Identificar as raízes da função quadrática
Objetivos Específicos: a) Determinar a existência das raízes b) Calcular o valor das raízes através da equação do segundo grau c) Solucionar problemas com a linguagem matemática
Conteúdo: Raízes de equações quadráticas
Procedimentos metodológicos: 1. A professora irá relembrar a noção de raízes estudadas na aula 1, e apresentará as três situações possíveis entre a parábola, o eixo x, trazendo a discussão sobre em quais casos existem raízes reais. 2. A professora apresentará no quadro como é possível encontrar as raízes com a equação do segundo grau $f(x) = 0$, ou seja $ax^2 + bx + c = 0$ com a fórmula resolutiva. 3. Em sequência os alunos realizarão uma atividade onde eles podem visualizar qual a relação entre o valor de Δ (Delta) e a existências e a quantidades de raízes de uma função quadrática. a. A professora passará a atividade para que os alunos desenvolvam em dupla na sala de aula e respondam algumas perguntas em relação ao gráfico e a função. (Ver seção **Atividade**)
Recursos utilizados: Quadro branco; Pincel; *Software* GeoGebra; Papel e Caneta
Avaliação: A avaliação ocorrerá de forma contínua a partir da participação durante os questionamentos levantados e na resolução da atividade proposta

Atividade 2:

1. Na barra de ferramentas, selecione o décimo botão, da esquerda para a direita, que é o Controle Deslizante, em seguida, clique em qualquer ponto da janela de visualização, automaticamente abrirá uma janela, clique em Ok. Nesse instante aparecerá o parâmetro a com valor inicial igual a 1. Assim como pode ser visto a seguir.

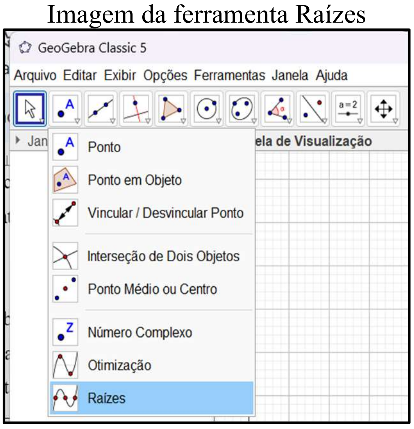
Imagem do controle deslizante



Fonte: Nossa produção

2. Repita esta operação mais duas vezes criando controles deslizantes com os parâmetros b e c.
3. No campo de Entrada de Comando digite a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, e tecle enter. A função que aparecerá na janela de álgebra terá os valores dos parâmetros do controle deslizante.
4. Para ter duas raízes reais iguais, você irá deixar o controle deslizante $a = -2{,}2; b = 0$e $c = 0$.
   a. Na barra de ferramentas clique no segundo botão, contando da esquerda para a direita, e selecione a ferramenta Raízes e clique no gráfico da função

Imagem da ferramenta Raízes



Fonte: Nossa produção

i. Esse gráfico possui quantas interseções com o eixo x?

ii. Qual o valor de Δ?

5. Coloque os parâmetros do controle deslizante $a = 2{,}4;\ b = 2{,}5$ e $c = 1{,}2$.
   a. O gráfico possui interseção com o eixo x?
   b. a função $f(x) = 2{,}4x^2 + 2{,}5x + 1{,}2$ possui raiz real?
   c. qual o valor de Δ?
6. Quais parâmetros você deveria colocar para que a função tivesse duas raízes reais distintas?
   a. E qual o valor de Δ com esses parâmetros?
   b. Quais as coordenadas desses pontos que são as raízes?
   c. Quais estratégias você utilizou para encontrar esses valores para os parâmetros?

No plano de aula 2 os alunos são convidados a fazer inferências sobre o tema através das perguntas das atividades, comparando suas respostas com o que é visualizado no *software*, aplicando gradualmente a linguagem matemática nas respostas da atividade. Nota-se que há uma transição na atividade, no tópico 1, 2, 3 e 4 há orientações para chegar ao cenário desejado, no tópico 5, o aluno é guiado parcialmente, e no tópico 6 observa-se que a atividade o deixa livre para criar um cenário que se encaixe com a perspectiva que foi estudada.

Plano de aula 3

Disciplina: Matemática	**Turma:** 1º ano do EM	**Turno:** Matutino Regular
Tema da aula: Conhecendo a Função Quadrática		
Pré-requisitos: Conjuntos; Domínio e Imagem; Gráficos cartesianos; coordenadas cartesianas		
Habilidades da BNCC: **(**EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma		

variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

Objetivo Geral: Determinar o vértice da parábola

Objetivos Específicos:

a) Classificar ponto de Máximo e Mínimo
b) Identificar coeficientes da função quadrática
c) Escrever instruções de resolução de problema

Conteúdo: Máximo e Mínimo e Coeficientes da parábola

Procedimentos metodológicos:

1. A professora explicará sobre a concavidade da função ser voltada para cima ou para baixo, e assim mostrará que há um ponto mínimo da parábola onde a função deixa de ser decrescente e se torna crescente, quando a concavidade é orientada para baixo, a um ponto máximo onde a concavidade era crescente e se torna decrescente.
2. A professora apresentará no quadro como é possível encontrar as coordenadas que determinam o vértice da parábola.
3. Em seguida serão estudados os coeficientes da parábola, a professora explicará de forma escrita como cada coeficiente influem no gráfico da função
4. Em sequência os alunos realizarão uma atividade em dupla, e a professora orientará os alunos a utilizarem o formalismo matemático de acordo com suas respostas. (Ver seção **Atividade**)

Recursos utilizados: Quadro branco; Pincel; *Software* GeoGebra; Papel e Caneta

Avaliação: A avaliação ocorrerá de forma contínua a partir da participação durante os questionamentos levantados e na resolução da atividade proposta

Atividade 3:

1. Como criar uma função quadrática no GeoGebra? Explique os passos para que outras pessoas possam seguir.

2. Como identificar se o vértice tem a coordenada y como valor máximo ou mínimo da função? Indique os passos para que outra pessoa consiga realizar
    a. Como você pode convencer alguém de que sua resposta está correta?
3. Como podemos dizer que a função é crescente ou decrescente?
4. Mexa o controle deslizante b, o ponto de interseção entre o eixo y e a parábola está localizado em que seção do gráfico quando:
    a) $b > 0$
    b) $b < 0$
    c) $b = 0$
5. Esse ponto da parábola, com o eixo y de interseção tem a coordenada y igual a que valor dos controles deslizantes? Porque?
6. Com a ferramenta otimização que você pode encontrar no segundo botão da esquerda para a direita, você consegue marcar o vértice da parábola. Existe outra alternativa geométrica, siga os passos.
    a. No quarto botão, da esquerda para a direita, do Menu de Ferramentas, selecione a ferramenta Reta Paralela, clique no eixo x, e em algum ponto da parábola.
    b. Essa reta é paralela ao eixo x, com o segundo botão, da esquerda para a direita, do Menu de Ferramentas, escolha a ferramenta Interseção De Dois Objetos, clique na parábola e nessa reta criada anteriormente.
    c. No quarto botão, da esquerda para a direita, do Menu de Ferramentas, clique na ferramenta Mediatriz. Selecione os pontos de interseção entre a reta do passo b, e a parábola.
    d. Essa nova reta passa pelo vértice, então marque a interseção dessa reta mediatriz com o vértice.
7. Como você modificaria a escrita dos passos do item 6 para outra pessoa fazer?

O plano de aula 3 requer mais rigorosidade das atividades, depois de o aluno ter passado pela atividade 1 de conhecer o ambiente, a atividade 2 de fazer inferências sobre o conhecimento, a atividade 3 requer que o aluno utilize a linguagem matemática de forma sistemática, que ele escreva os passos de forma ordenada para que outro seja capaz de segui-los e chegar a resposta. O GeoGebra auxilia isso com seus comandos, visto que a linguagem empregada nele é precisa em nomenclatura e caixa de ajuda a ferramenta. Assim os alunos irão escrever com a linguagem matemática os passos que seguem para solucionar problemas, desenvolvendo gradativamente o letramento matemático.

Observa-se que a Teoria das situações didáticas apresenta dialéticas que são empregues simultaneamente durante a prática posta no plano de aula. Observa-se as situações de ação, formulação e validação sendo estimulada através da sequência didática. A institucionalização acontece por etapas pela professora pesquisadora, a cada atividade de aula discutida, após a ocorrência da situação de devolução dos alunos.

Metodologia de análise de dados

Os dados foram produzidos através das respostas dos alunos às atividades 3 da sequência didática. As atividades de cada grupo foram classificadas e categorizadas, por numeração que não identifique os alunos.

Foi observado se as atividades apresentaram êxito; se há rigorosidade na escrita; se os alunos utilizam a linguagem matemática; e se eles utilizam representação escrita matemática. Isso acontecerá através da verificação das respostas, se estão de acordo com o conteúdo possuindo erro de conta, ou conceituação, ou são erros que se assemelham a respostas aleatórias ou semelhantes, além de analisar a clareza da escrita e comparar a tendência das respostas dos alunos, se eles seguem algum caminho comum, ou não.

Aspectos éticos

Esta pesquisa aborda um estudo com seres humanos. As informações foram coletadas após a aprovação do projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa - CEP, e a produção de dados acontecerá por meio de três atividades que estão descritas na sequência didática.

Considerando a Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde, toda pesquisa com seres humanos envolve a possibilidade de risco. Dessa forma, o presente projeto de pesquisa fará uso de fichas de avaliação que apesar de não oferecerem riscos à integridade física dos participantes, podem provocar possíveis desconfortos como cansaço, aborrecimento ou dificuldade, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa. Para evitar tais situações, foi utilizado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), ratificando a anuência do sujeito da pesquisa e/ou de seu representante legal, livre de vícios (simulação, fraude ou erro), dependência, subordinação ou intimidação, após explicação completa e pormenorizada sobre a natureza da pesquisa, os seus objetivos, os métodos utilizados, os benefícios previstos, e potenciais riscos ou incômodo que esta pesquisa possa acarretar.

Foi assegurada a privacidade dos alunos garantido o sigilo dos dados. As informações obtidas durante as atividades ficarão arquivadas com a pesquisadora durante um período de cinco anos, e logo após serão destruídas completamente. Os dados produzidos durante a pesquisa terão como finalidade a apresentação da dissertação no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática na Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste.

4. ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados é proveniente das respostas das atividades de uma turma do primeiro ano do ensino médio, que estava no início da terceira unidade. Conforme o professor da disciplina, o conteúdo de funções quadráticas já havia sido estudado pela turma, no entanto, a professora pesquisadora seguiu o plano de aula proposto.

Na primeira, segunda e terceira atividade foram observados aspectos principais como: se há rigorosidade na escrita; se os grupos utilizam a linguagem matemática; se eles utilizam símbolos e representações matemáticas, e se há erros de cálculos ou conceituação. Para isso, foram observadas as respostas dos grupos às atividades à procura daquilo que o grupo quis expressar, e logo após uma conclusão analisando os três aspectos citados anteriormente.

Faz-se necessário ressaltar, antes de iniciar a análise das atividades, algumas dificuldades que foram encontradas durante a aplicação da sequência como: infraestrutura limitada, pois alguns grupos detinham de apenas 1 celular para realizar a atividade e resistência ao uso das tecnologias para o estudo.

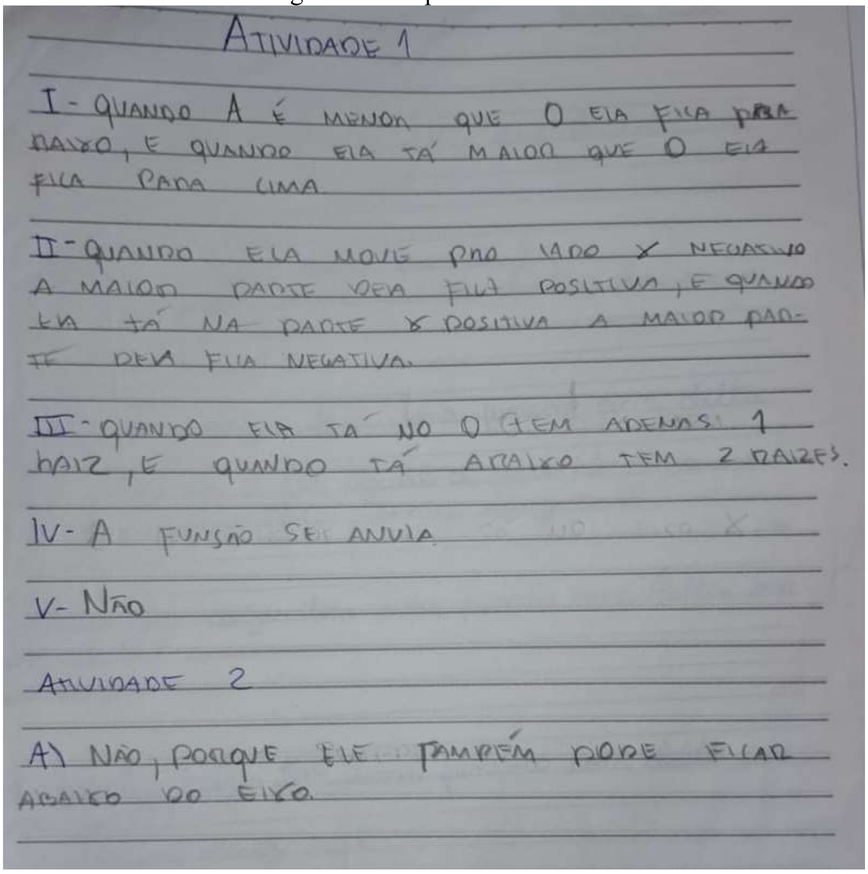
Análise da Atividade 1

A atividade 1 consistia em sequência de passos a serem seguidos que se iniciavam na parte 1, letra a e se estendia até a letra d, na qual era apresentado o comando que evidenciava a vez do aluno mover os elementos no GeoGebra e chegar a algumas conclusões (pode se ver na Atividade 1 do Plano de Aula 1).

Grupo 1 (Composto pelos alunos A1, A2 e A3)

A seguir a resposta do grupo aos itens da letra d da primeira parte da atividade 1, e a parte 2. Observa-se na imagem 19 a seguir que no item i, o grupo relaciona o coeficiente *a* com a disposição da concavidade da parábola. Contudo há pouca rigorosidade na escrita, o que pode ser notado quando denominam a parábola de “ela” sem a nomenclatura adequada.

Imagem 19: Grupo 1 - Atividade 1



ATIVIDADE 1

I- QUANDO A É MENOR QUE O ELA FICA PRA BAIXO, E QUANDO ELA TÁ MAIOR QUE O ELA FICA PARA CIMA

II- QUANDO ELA MOVE PRO LADO X NEGATIVO A MAIOR PARTE DELA FICA POSITIVA, E QUANDO ELA TÁ NA PARTE X POSITIVA A MAIOR PARTE DELA FICA NEGATIVA.

III- QUANDO ELA TÁ NO O TEM APENAS 1 RAIZ, E QUANDO TÁ ABAIXO TEM 2 RAIZES.

IV- A FUNÇÃO SE ANULA

V- NÃO

ATIVIDADE 2

A) NÃO, PORQUE ELE TAMBÉM PODE FICAR ABAIXO DO EIXO.

Fonte: Dados da pesquisa

No item ii o grupo diz “quando ela move para o lado *x* negativo, a maior parte dela fica positiva”. Nessa resposta não é possível identificar a que o grupo se refere: se é ao valor de $b<0$, se a maior parte do gráfico da função está localizada onde os valores de *x* são negativos, ou o inverso. Eles não testaram as duas possibilidades para a concavidade, pois a linguagem não está clara e utilizam poucas representações escritas matematicamente. Portanto, é incerto afirmar o que o grupo quis transmitir com essas informações

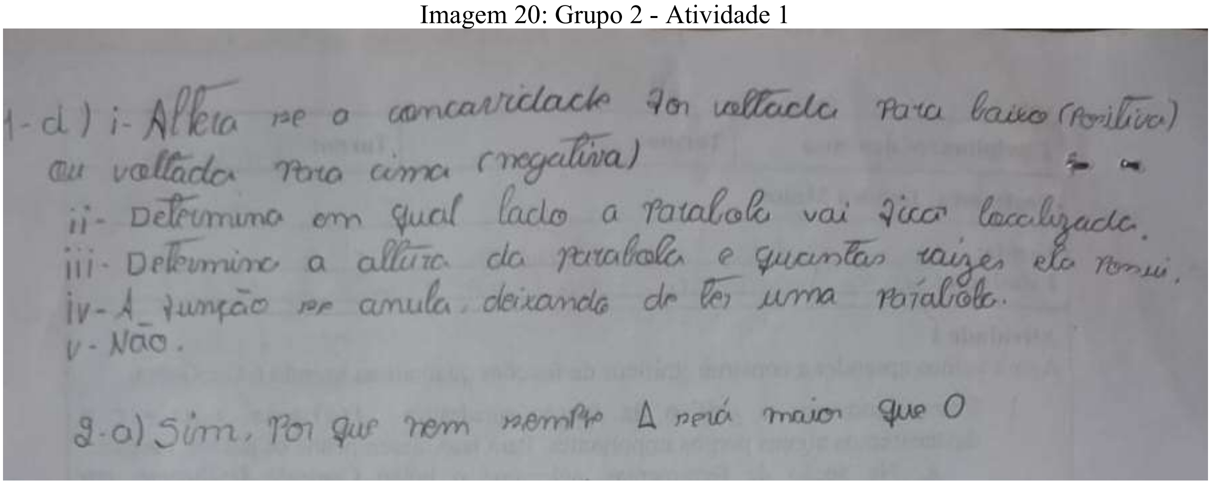
No item iii o grupo não identificou se estavam falando do coeficiente $c = 0$, ou quando o gráfico da função quadrática passa pelo ponto $(0,0)$. No item iv o grupo diz que a função quadrática se anula, deduz-se então que eles quiseram expressar que a função deixa de ser quadrática, porém utilizaram uma linguagem inapropriada para representar o que visualizaram no aplicativo. No item 2a é incerto afirmar o que o grupo quis expressar com a resposta.

Nota-se que a pouca rigorosidade na escrita e descrição dos elementos matemáticos. Não utilizam símbolos matemáticos como forma de expressar o que querem relatar, como por exemplo no item i que no lugar de escrever a frase, poderiam ter dito: Quando $a < 0$ a parábola tem concavidade para baixo.

Grupo 2 (Composto pelos alunos A4, A5 e A6)

Analisa-se na imagem 20 a seguir que o Grupo 2 utilizou uma linguagem mais precisa para descrever os fatos observados no aplicativo. No item i é descrito que ao mover o controle deslizante *a*, a parábola altera o sentido da concavidade.

Imagem 20: Grupo 2 - Atividade 1


1-d) i- Altera se o concavidade for voltada para baixo (positiva) ou voltada para cima (negativa)
ii- Determina em qual lado a parabola vai ficar localizada.
iii- Determina a altura da parabola e quantas raizes ela possui.
iv- A função se anula deixando de ser uma parabola.
v- Não.

2-a) Sim, por que nem sempre Δ será maior que 0

Fonte: Dados da pesquisa

No item ii, o grupo 2 diz que o coeficiente *b* determina em “qual lado a parábola fica localizada”. Considera-se que o grupo quis retratar que o coeficiente *b* determina em quais quadrantes do plano cartesiano terá a maior parte do gráfico.

No item iii, o grupo destaca que o coeficiente *c* controla a posição da parábola em relação ao eixo *x*, e se ela intercepta o eixo *x* e em quantos pontos. Pode-se entender a altura como a distância do ponto *(0,0)* até o ponto *(0, c).* Assim como o grupo 1, o grupo 2 no item *iv* diz que a função se anula, remetendo a ideia de que ela deixa de ser uma parábola.

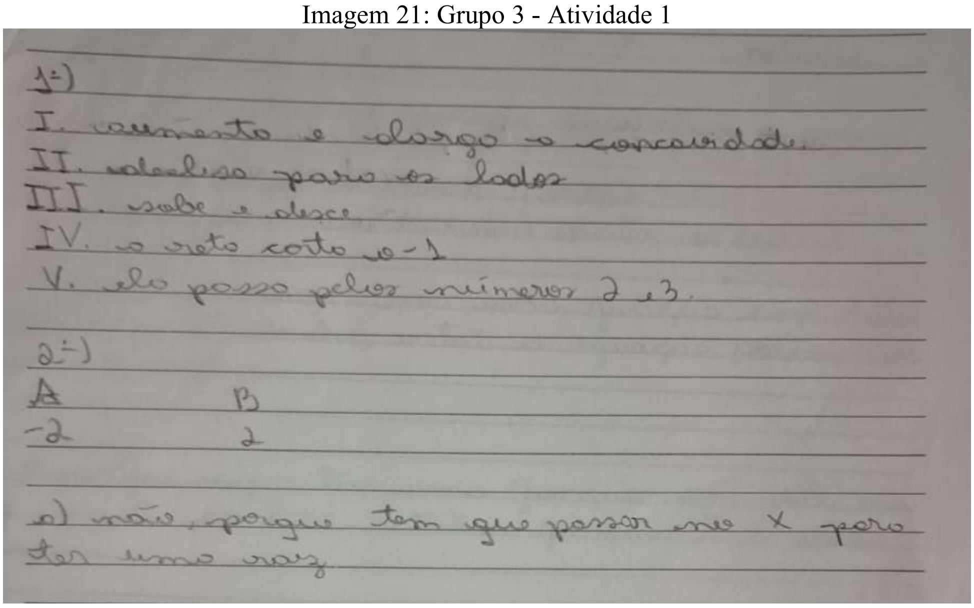
No item 2a o grupo 2 respondeu que sim, e relaciona isso ao valor delta que pode ser calculado, e que nem sempre ele será maior que zero, logo nem sempre haverá raízes reais.

O grupo consegue descrever algumas situações com pouca rigorosidade na escrita, não utilizam símbolos matemáticos para a representação das ideias expressas, contudo conseguem relatar algumas informações que observaram.

Grupo 3 (Composto pelos alunos A7 e A8)

As respostas dadas pelo grupo à atividade demonstraram que o grupo destacou os aspectos visuais sem fazer conexões com o que foi estudado. Os alunos na letra *d,* item i dizem que aumenta e alarga a concavidade, mas não relatam sobre a mudança de sentido da concavidade. Nas outras respostas aos itens ii e iii, eles continuam abordando o movimento da parábola no plano cartesiano, contudo, não indicam em que sentido, ou em relação a que eixo o movimento ocorre como pode ser visto na imagem 21 abaixo.

Imagem 21: Grupo 3 - Atividade 1



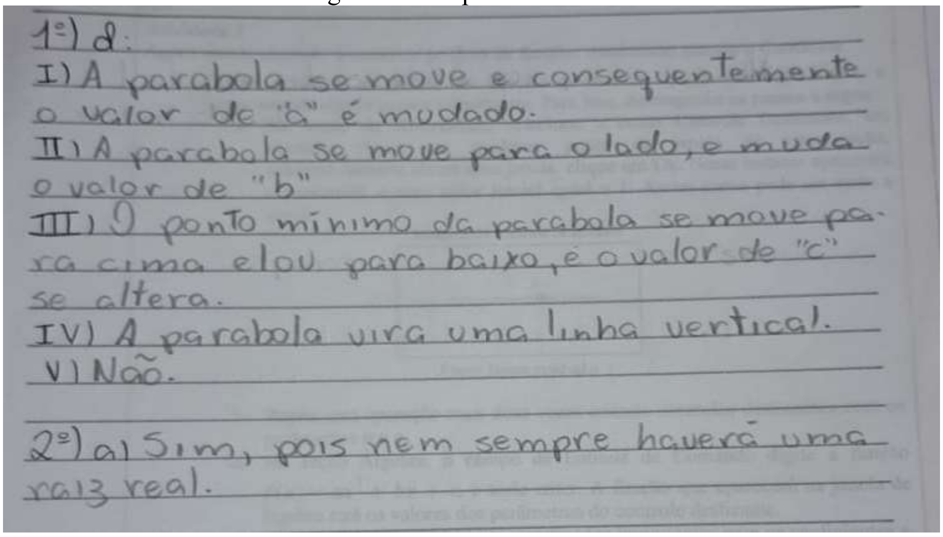
Fonte: Dados da pesquisa

Nos itens iv e v, como pode ser visto na imagem 21 anterior, as respostas fogem do tema da pergunta, então fica incompreensível identificar o que o grupo quis transmitir. Tem-se na questão 2 que os alunos ficam com dúvida, pois dizem que para que a função tenha raízes é necessário que o seu gráfico passe pelo *eixo x*, contudo não dissertam sobre quando não há raízes.

Grupo 4 (Composto pelos alunos A9 e A10)

O grupo 4 responde aos itens da letra d, com respostas semelhantes indicando que a parábola se movimenta, porém não descrevem com clareza que movimento é esse, nem dão características para que o leitor compreenda o que acontece quando o controle deslizante é usado. No item iii, eles indicam que o valor de *c* é alterado, mas não fica claro se é na lei de formação da função. Além disso, dizem que “o ponto mínimo se movimenta para cima e para baixo”, descrevendo o movimento em relação ao *eixo y*, como pode ser visto na imagem 22 abaixo.

Imagem 22: Grupo 4 - Atividade 1


1º) d:
I) A parabola se move e consequentemente o valor de "a" é mudado.
II) A parabola se move para o lado, e muda o valor de "b"
III) O ponto minimo da parabola se move para cima e/ou para baixo, e o valor de "c" se altera.
IV) A parabola vira uma linha vertical.
V) Não.

2º) a) Sim, pois nem sempre haverá uma raiz real.

Fonte: Dados da pesquisa

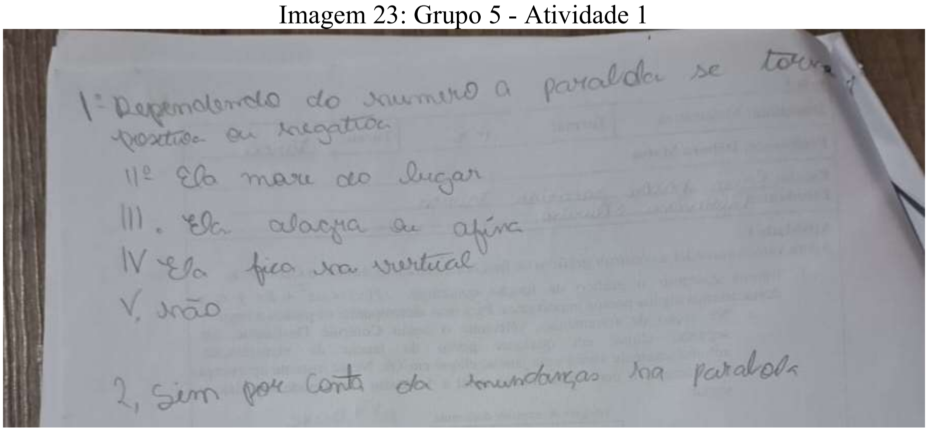
Na imagem 22 acima, ainda é possível verificar que no item iv eles dizem que a parábola se torna uma linha vertical. Isso faz alusão ao fato de que eles queriam dizer que a função deixa de ser uma parábola por causa do coeficiente $a=0$ e se torna uma função afim. Contudo, utilizaram uma linguagem incorreta para descrever o fenômeno observado.

Já no item v e no tópico dois pode-se observar que os alunos afirmam que nem sempre há raízes reais, mas não explicam o motivo desse evento.

Grupo 5 (Composto pelos alunos A11, A12 e A13)

O grupo 5 diz no item i, como pode-se observar na imagem 23 a seguir, que a parábola se torna positiva ou negativa, a depender do valor atribuído a *a,* porém não é possível identificar o significado da parábola ser positiva ou negativa, além de apenas expressar nos itens ii e iii que a parábola se movimenta, porém sem destacarem em relação a que eixo. No item iv, a resposta se assemelha ao grupo 4, entretanto, eles dizem que a parábola fica na vertical.

Imagem 23: Grupo 5 - Atividade 1


1º Dependendo do numero a parabola se torna positiva ou negativa
IIº Ela move de lugar
III. Ela alarga ou afina
IV Ela fica na vertical
V, não

2, Sim por conta da mudanças na parabola

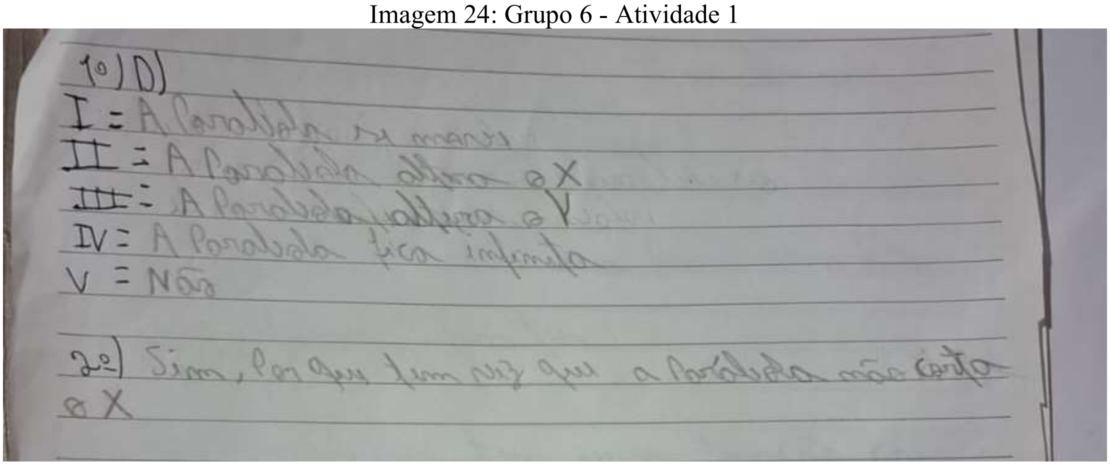
Fonte: Dados da pesquisa

Como pode ser observado nos itens iv e tópico 2, os alunos fazem a relação de que nem há raízes reais na função e isso acontece, segundo o grupo, por alterações na parábola. Entende-se que eles queriam retratar as alterações feitas na lei de formação da função.

Grupo 6 (Composto pelos alunos A14 e A15)

O grupo 6 apresenta em suas respostas, como mostrado na imagem 24 a seguir, que a parábola se movimenta. No item i, os alunos dizem que "ela" se move, mas não apresentam linguagem matemática ou pontos que sirvam de referência para entender esse movimento. No item ii, eles dizem que "a parábola altera o x", o que faz alusão ao movimento da parábola em relação ao *eixo x*, no item iii relatam que "a parábola altera o y", o que também remete ao movimento no *eixo y* causando pela alteração do coeficiente *c.* Com relação ao item iv, os alunos interpretam a função afim como uma "parábola infinita" o que dificulta a análise do que quiseram retratar visto que o grupo utiliza uma linguagem vaga em suas respostas.

Imagem 24: Grupo 6 - Atividade 1



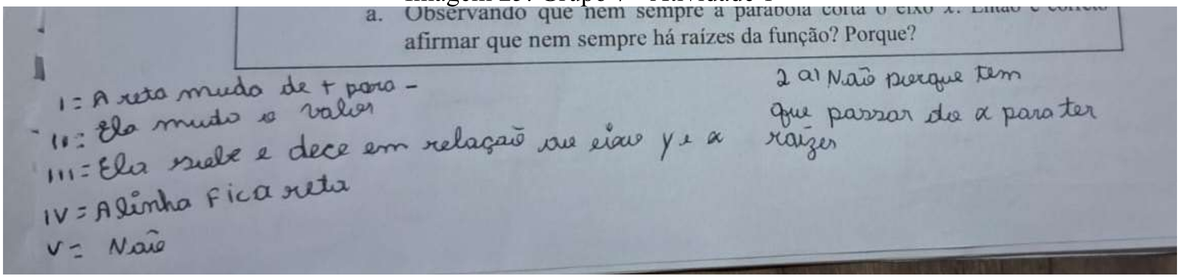
Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que no item v e no tópico 2 os alunos compreendem o conceito de raízes de uma função, e destaca em linguagem popular que há situações em que a parábola não intercepta o *eixo x*.

Grupo 7 (Composto pelos alunos A16 e A17)

O grupo 7 responde a atividade nos itens i, ii e iii de forma insuficiente, como pode ser observado na imagem 25 a seguir, pois fazem uso de poucos recursos matemáticos, não identificam de que elemento estão falando, se é do gráfico ou dos coeficientes da função quadrática, é possível ainda no item iii identificar que os alunos destacam que a "ela", a parábola, "sobe e desce em relação ao *eixo y* e *x",* porém isso não ocorre ao mover o controle deslizante *c*. No item iv eles dizem que “A linha fica reta” o que remete a ideia de função afim, mas como nas respostas aos itens anteriores o grupo chamou o gráfico da função de “reta” torna-se incerto afirmar o que estariam representando em suas respostas.

Imagem 25: Grupo 7 - Atividade 1



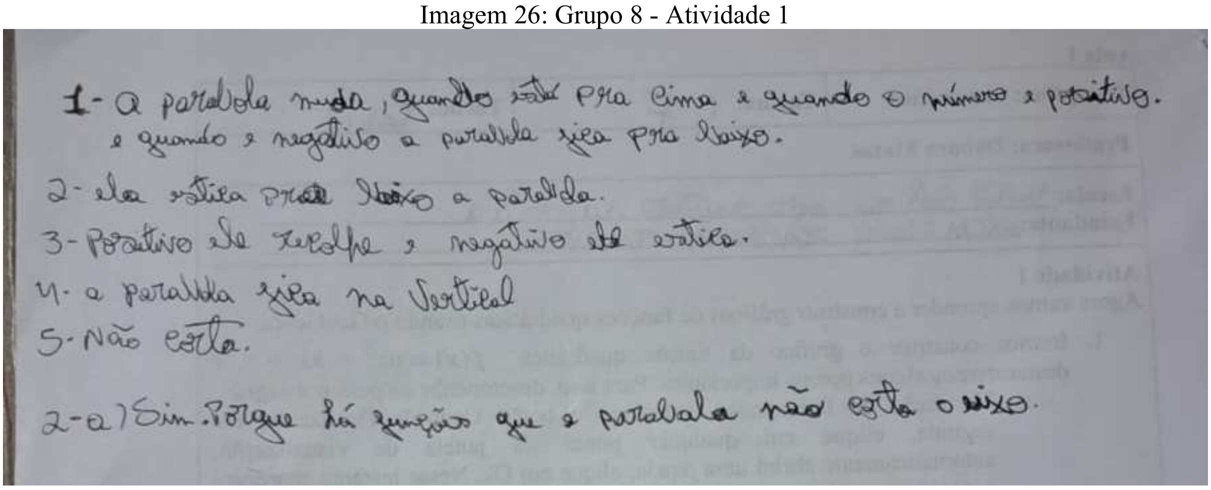
Fonte: Dados da pesquisa

O grupo consegue identificar a interseção entre a parábola e o *eixo x*, como pode ser visto na imagem 25 acima, no item v e no tópico 2, e concluem que o gráfico da função necessita passar pelo *eixo x* para ter raízes reais.

Grupo 8 (Composto pelos alunos A18 e A19)

O grupo 8 expressa em sua resposta ao item i, a relação entre a concavidade da parábola voltada para cima ou para baixo e o valor do coeficiente *a* como pode ser visto na imagem 26 a seguir, contudo nos itens ii e iii os alunos não fazem a associação dos valores dos coeficientes *b* e *c* aos movimentos dos eixos específicos. No item iv verifica-se que o grupo 8 respondeu o mesmo que o grupo 4 e 5.

Imagem 26: Grupo 8 - Atividade 1



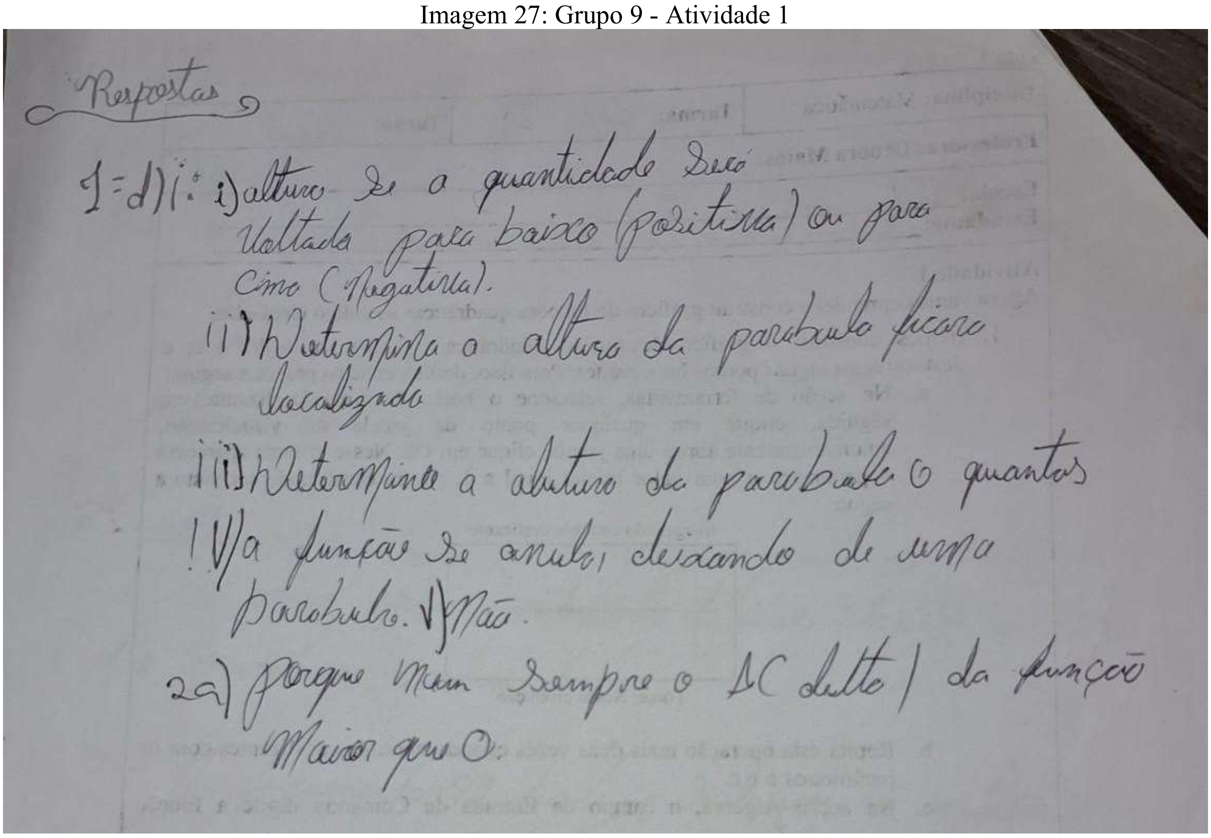
Fonte: Dados da pesquisa

Constata-se de acordo com as respostas ao item v e ao tópico 2 que os alunos compreendem o conceito de raiz real em uma função quadrática, e destacam em sua resposta que há funções que não interceptam o *eixo x*.

Grupo 9 (Composto pelo aluno A20)

O grupo 9 foi composto apenas pelo aluno A20. O aluno decidiu realizar as atividades sozinho. Como pode ser visto na imagem 27 a seguir, no item i, o aluno fala da quantidade, possivelmente referindo-se à concavidade. Contudo, a afirmação feita é equivocada, pois é dito que quando a concavidade é voltada para baixo, o coeficiente é positivo, o que não é verdade.

Imagem 27: Grupo 9 - Atividade 1


Respostas

1=d) i: i) altura se a quantidade será voltada para baixo (positiva) ou para cima (negativa).
ii) determina a altura da parabula ficara localizada
iii) determina a altura da parabula e quantas
iv) a função se anula, deixando de uma parabula. v) Não.
2a) porque nem sempre o Δ (delta) da função maior que 0.

Fonte: Dados da pesquisa

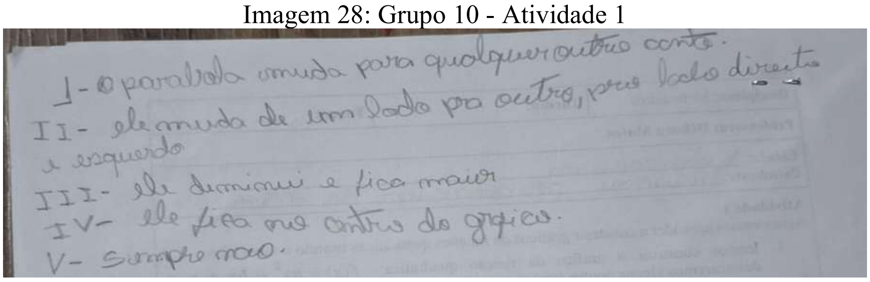
Como pode ser visto na imagem anterior, o aluno responde aos itens ii e iii com afirmações vagas. Já no item iv, ele diz que a função se anula e não faz referência à função deixar de ser quadrática.

Na imagem 27 nota-se ainda que o aluno percebe que a parábola nem sempre intercepta o *eixo x*, e ainda apresenta uma informação adicional falando que nem sempre há raízes da função, pois nem sempre o delta da fórmula para cálculo de raízes é maior que zero, assim como respondeu o grupo 2.

Grupo 10 (Composto pelos alunos A21 e A22)

O grupo apresenta respostas que demonstram que não houve reflexão e/ou interesse sobre a atividade proposta, pois nos itens i, iii, iv as respostas se assemelham a conceitos aleatórios ou vagos sobre o conteúdo, como pode ser visto na imagem 20 a seguir.

Imagem 28: Grupo 10 - Atividade 1



I - O parabola muda para qualquer outro canto.
II - ele muda de um lado pro outro, pro lado direito e esquerdo
III - ele diminui e fica maior
IV - ele fica no centro do grafico.
V - Sempre não.

Fonte: Dados da pesquisa

No item ii, os alunos conseguem fazer a relação da alteração do coeficiente *b* com o movimento do gráfico da função no *eixo y*, e no item iv mostram que conseguem identificar que nem sempre o gráfico intercepta o *eixo x*. O grupo não respondeu ao tópico 2.

Grupo 11 (Composto pelos alunos A23 e A24)

O grupo não realizou a atividade, pois não estavam presente em sala. Na aula seguinte as atividades foram entregues a eles, mas os alunos não fizeram a devolutiva da atividade.

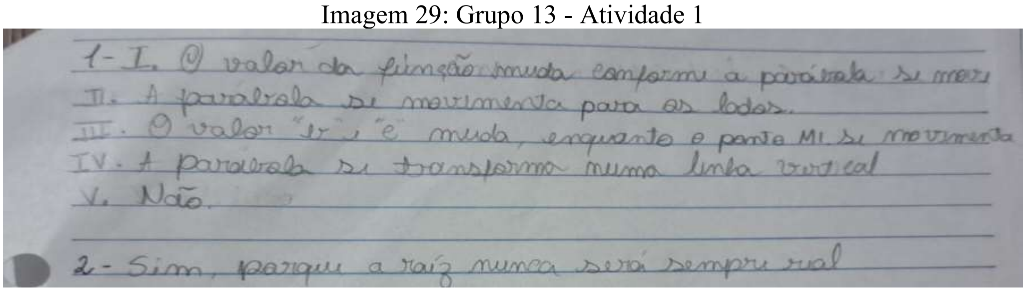
Grupo 12 (Composto pelos alunos A25 e A26)

Os alunos deixaram de realizar a atividade, uma vez que não compareceram à aula. Na aula seguinte, as atividades foram distribuídas a eles, entretanto, o grupo não efetuou a atividade.

Grupo 13 (Composto pelos alunos A27 e A28)

O grupo 13 apresenta respostas nos itens i e iii, como pode ser visto na imagem 29 a seguir, inadequadas ao que se pergunta pois no i dissertam sobre o movimento da parábola sem relacionar o valor do coeficiente *a* a concavidade, e no iii indicaram um ponto M que não foi antes mencionado.

Imagem 29: Grupo 13 - Atividade 1



1- I. O valor da função muda conforme a parábola se move
II. A parabola se movimenta para os lados.
III. O valor "b" é muda, enquanto o ponto M1 se movimenta
IV. A parabola se transforma numa linha vertical
V. Não.
2- Sim, porque a raiz nunca será sempre real

Fonte: Dados da pesquisa

A resposta ao item iv assemelha-se às respostas dos grupos 4, 8 e 5. No item v e no tópico 2, nota-se que há a ideia de raiz de uma função quadrática, e os alunos ainda destacam que nem sempre haverá raiz real, como pode ser visto na imagem 29 anterior.

Conclusão da Atividade 1

Os grupos 11 e 12 não estavam em sala de aula no dia da aplicação do plano de aula 1, porém outra oportunidade para realizar a atividade 1 foi dada, mas a professora pesquisadora não obteve retorno dos alunos. A seguir apresenta-se em resumo as respostas dadas aos itens pelos grupos.

Apenas os grupos 1, 2 e 8 destacam no item i a relação do valor do coeficiente com a concavidade da parábola. O grupo 9 faz essa relação, mas inverte as informações.

Os grupos 2, 3, 4, 10, 13 no item ii apresentam a relação do valor do coeficiente b, com o movimento da do gráfico da função em dois sentidos no *eixo x,* porém nenhum grupo fez a associação do valor do coeficiente *b*, com o ponto de intersecção do gráfico com o *eixo y*, se no vértice, na parte crescente ou decrescente.

Os grupos 1, 2, 3 e 4 observaram no item iii que o valor do coeficiente está relacionado à posição do gráfico da função, e os grupos 1 e 2 indicaram, de forma resumida, que o valor de *c* está relacionado também com quantas raízes a função possui.

Ao item iv, os grupos 1, 2 e 9 disseram que a parábola se anula, dando a ideia de que ela deixa de existir, e os grupos 4, 5, 7, 8 e 13 dissertaram apresentando que a parábola se torna uma linha vertical/reta, remetendo à ideia do gráfico da função afim. Porém, nenhum dos grupos utilizou a linguagem matemática para descrever de forma inequívoca que a função se torna afim.

Com exceção do grupo 3, no item v, todos os grupos responderam que nem sempre o gráfico da função quadrática intercepta o *eixo x.* Esse item está relacionado ao tópico 2, porém apenas os grupos 2, 4, 5, 6, 8, 9 e 13 afirmam que nem sempre haverá raízes reais na função quadrática, e apenas os grupos 2 e 9 destacam que isso acontece pois nem sempre delta é maior que zero.

Nota-se que os alunos fazem pouco uso da linguagem e símbolos matemáticos, e utilizam a linguagem popular para descreverem os fenômenos que foram observados, no entanto, os alunos buscaram descrever do que foi observado ao utilizar o GeoGebra e resolver as questões propostas.

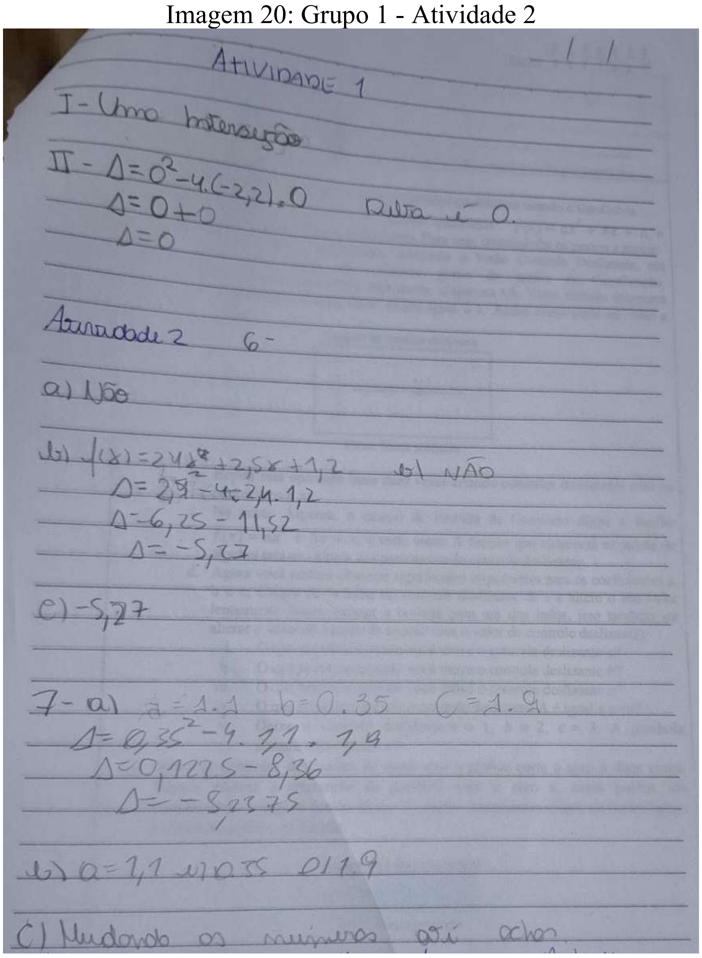
Análise da Atividade 2

A atividade 2 consistia em uma sequência de passos a serem seguidos, como os tópicos 5, 6 e 7, nos quais era apresentado o comando que evidenciava a vez do aluno mover os elementos no GeoGebra para responder às questões propostas (pode ser vista na Atividade 2 do Plano de Aula 2).

Grupo 1 (Composto pelos alunos A1, A2 e A3)

O grupo 1 respondeu aos tópicos 5 e 6 corretamente, como pode ser visto na imagem 20 a seguir, evidenciando os cálculos feitos de forma clara e objetiva, destacando se existem interseções e quantas são. Contudo, na resposta ao tópico 7, percebe-se que o grupo não faz a relação entre o valor discriminante da função (delta), e a quantidade de raízes que a função pode possuir.

Imagem 20: Grupo 1 - Atividade 2


Atividade 1

I - Uma interseção

II - $\Delta = 0^2 - 4.(-2,2).0$ Delta é 0.

$\Delta = 0 + 0$

$\Delta = 0$

Atividade 2 6-

a) Não

b) $f(x) = 2,4x^2 + 2,5x + 1,2$ d) NÃO

$\Delta = 2,5^2 - 4.2,4.1,2$

$\Delta = 6,25 - 11,52$

$\Delta = -5,27$

c) -5,27

7- a) a = 1.1 b = 0.35 c = 1.9

$\Delta = 0,35^2 - 4.1,1.1,9$

$\Delta = 0,1225 - 8,36$

$\Delta = -8,2375$

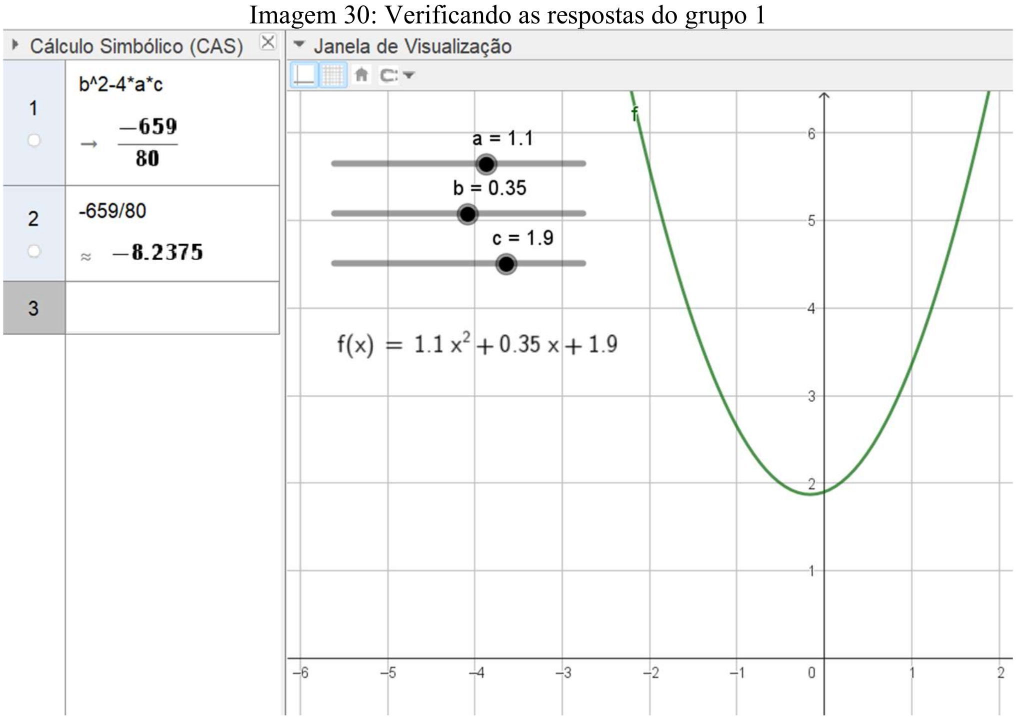
b) a = 1,1 b) 0,35 c) 1,9

c) Mudando os números que achar

Fonte: Dados da pesquisa

Testando a resposta dos alunos ao tópico 7, observa-se que os valores propostos não se adequam a uma função quadrática que possui duas raízes reais, como solicitado, de acordo com a imagem 30 a seguir.

Imagem 30: Verificando as respostas do grupo 1



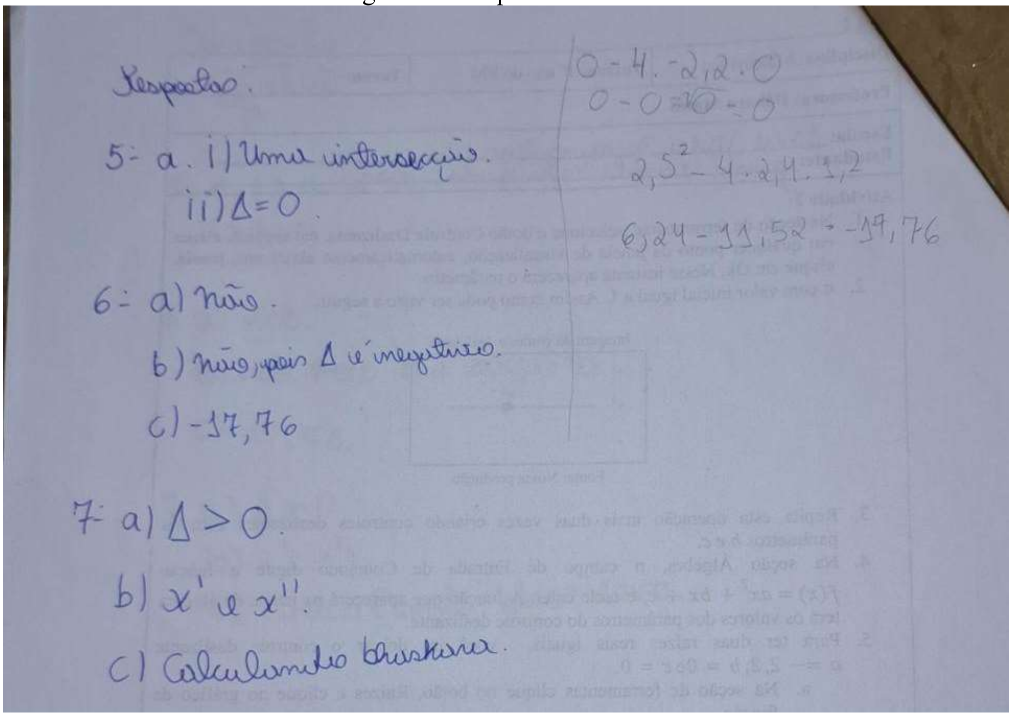
Fonte: Nossa produção

Nota-se na imagem anterior, na verificação dos números e resultados, que o grupo calculou corretamente o valor de delta com os números que propuseram no tópico 7, letra a, porém não associaram que se $\Delta < 0$, então a função não possui raiz real. Na letra b, utilizaram os valores dos coeficientes que sugeriram como coordenadas das raízes da função, e na letra c, mostraram que fizeram essas escolhas por tentativa e erro.

Grupo 2 (Composto pelos alunos A4, A5 e A6)

O grupo 2, de acordo com a imagem 31 a seguir, responde corretamente ao tópico 5 expondo os cálculos, e ao tópico 6 também, destacando na letra b que, como o delta é negativo, não há raiz real. Apenas há a exceção da letra c, na qual nota-se erros de cálculo. Na imagem 31 ao lado direito, percebe-se que realizaram dois erros na operação *2,5^2,* que seria *6,25, e* na operação *6,24 - 11,52,* que seria *-5,27. Na* resposta do grupo, verifica-se que consideraram o número *6,24* como negativo e somaram ao *-11,52*. Erro que pode ter sido ocasionado por falta de atenção.

Imagem 31: Grupo 2 - Atividade 2



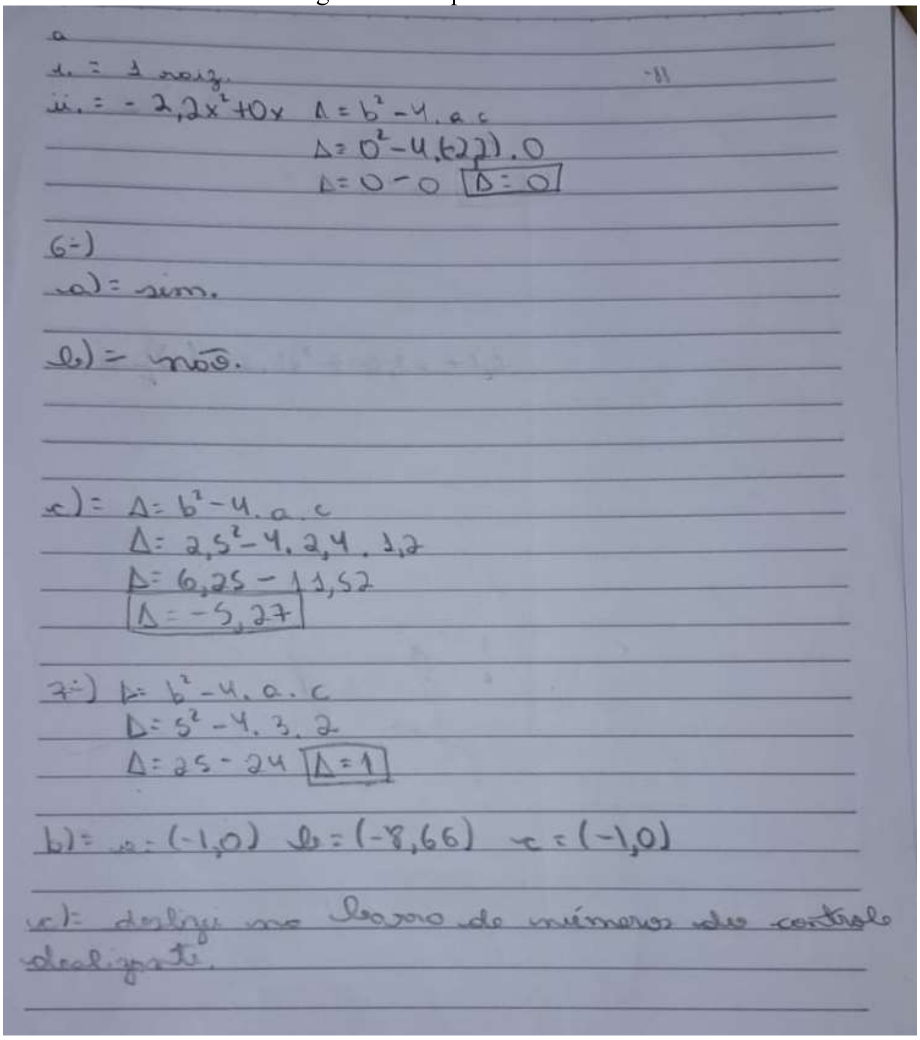
Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se ainda na imagem 31 anterior que os alunos não respondem ao tópico 7, mas apenas às letras a, b e c. Na letra a eles afirmam que delta precisa ser maior que zero para que a função tenha duas raízes reais distintas. Já nas outras perguntas, eles respondem de forma trivial, sem expressarem quais seriam os valores para uma função com duas raízes reais.

Grupo 3 (Composto pelos alunos A7 e A8)

O grupo 3 responde corretamente aos tópicos 5, contudo no tópico 6, na letra a os alunos expressam que o gráfico possui interseção com o *eixo x*, porém na letra b dizem que não possui raiz real, como pode ser visto na imagem 32 a seguir, o que é um erro, visto que a interseção entre o gráfico da função e o *eixo x* é denominado raiz. Esse equívoco pode ter ocorrido por falta de atenção dos grupos ao enunciado das perguntas.

Imagem 32: Grupo 3 - Atividade 2



a

i. = 1 raiz.

ii. = $-2,2x^2+0x$ $\Delta = b^2-4.a.c$

$\Delta = 0^2-4.(2,2).0$

$\Delta = 0-0$ $\boxed{\Delta = 0}$

6-)

a) = sim.

b) = não.

c) = $\Delta = b^2-4.a.c$

$\Delta = 2,5^2-4.2,4.1,2$

$\Delta = 6,25-11,52$

$\boxed{\Delta = -5,27}$

7-) $\Delta = b^2-4.a.c$

$\Delta = 5^2-4.3.2$

$\Delta = 25-24$ $\boxed{\Delta = 1}$

b) = a = (-1,0) b = (-8,66) c = (-1,0)

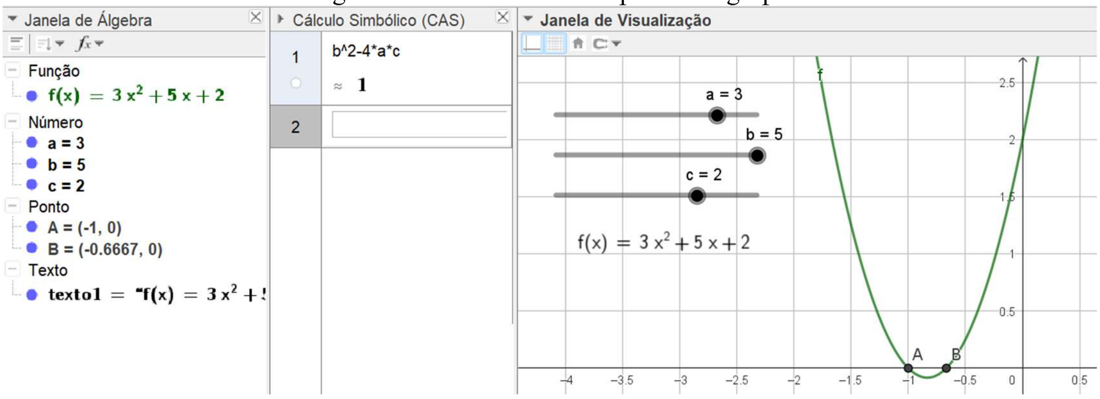
c) = desliza no barra de números do controle deslizante.

Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 7 o grupo utiliza valores para os coeficientes que se enquadram em uma função quadrática. Calcularam o delta corretamente na letra a, contudo quando o grupo expõe as coordenadas dos pontos na letra b, que são as raízes, é disposto três pontos, como pode ser visto na imagem anterior. O ponto A tem as mesmas coordenadas que o ponto C, eles são raízes da função e o que se pode sugerir é que talvez os alunos utilizaram a ferramenta do GeoGebra duas vezes, duplicando esse ponto, porém o ponto B possui coordenadas que não são as das raízes da função.

Na imagem 33 a seguir, na Janela de Álgebra ao lado esquerdo, identificam-se os pontos A e B que são raízes da função proposta pelos alunos. Ao meio, a Janela de Cálculo Simbólico (CAS) com o valor de Delta, e na Janela de Visualização, a função.

Imagem 33: Verificando as respostas do grupo 3



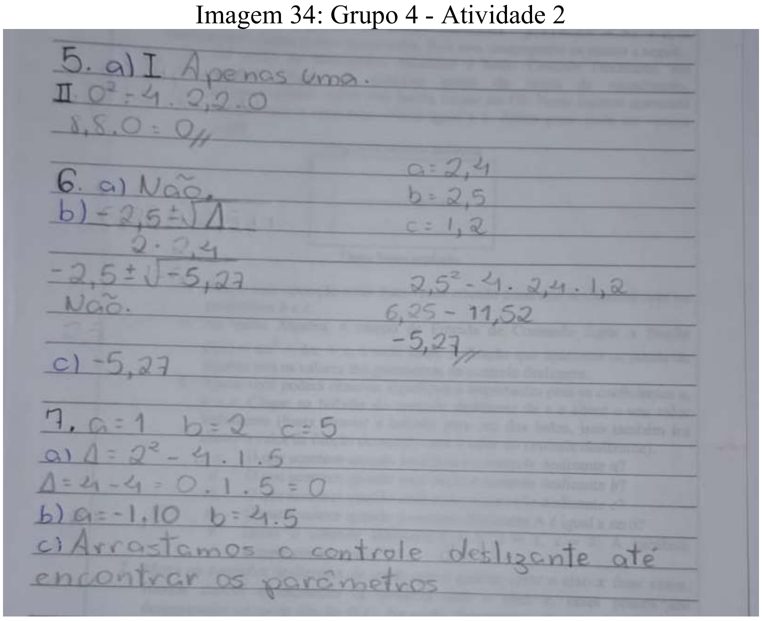
Fonte: Nossa produção

O ponto B da imagem anterior tem coordenadas aproximadas de (-0.6667,0) e o ponto B que o grupo disse tem coordenadas (-8, 66). Talvez houve erro na escrita ou no manuseio do *software*. Na letra c do tópico 7, os alunos descrevem que encontraram os coeficientes por tentativa e erro.

Grupo 4 (Composto pelos alunos A9 e A10)

O grupo 4 responde corretamente aos tópicos 5 e 6. Neste último, é importante destacar, na letra b, que os alunos tentaram calcular as raízes via fórmula de Bhaskara. Eles perceberam que, por o delta ser negativo, não conseguiriam encontrar raízes reais, como pode ser visto na imagem 34 a seguir.

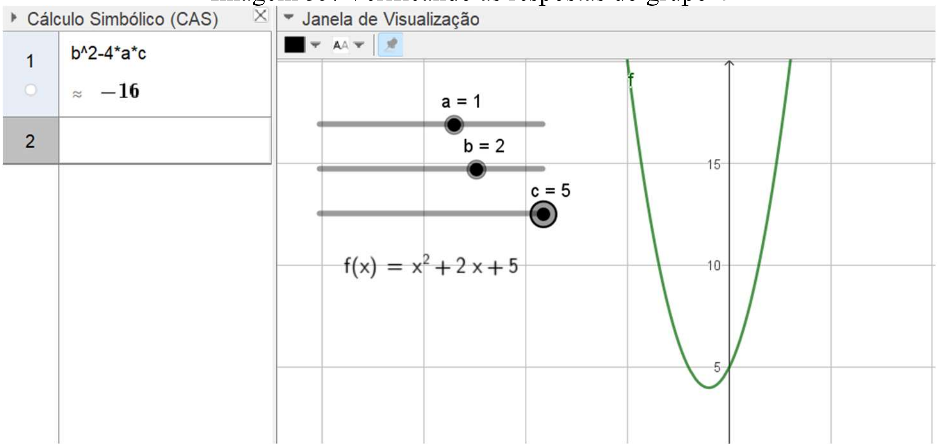
Imagem 34: Grupo 4 - Atividade 2


5. a) I Apenas uma.
II 0² - 4 . 2,2 . 0
8,8 . 0 = 0
6. a) Não.
b) -2,5 ± √Δ / 2 . 2,4
-2,5 ± √-5,27
Não.
c) -5,27
a = 2,4
b = 2,5
c = 1,2
2,5² - 4 . 2,4 . 1,2
6,25 - 11,52
-5,27
7. a = 1 b = 2 c = 5
a) Δ = 2² - 4 . 1 . 5
Δ = 4 - 4 = 0 . 1 . 5 = 0
b) a = -1,10 b = 4.5
c) Arrastamos o controle deslizante até encontrar os parâmetros

Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 4 o grupo dá os parâmetros para os coeficientes da função, porém eles não são válidos para uma função com duas raízes reais. é calculado o delta, em resposta a letra a, como nota-se na imagem 34 anterior, porém há erro no cálculo, os alunos não obedecem a ordem de resolução da expressão numérica. Na letra b, o grupo responde com valores que não possuem vínculo com o que propuseram. Na imagem 35 a seguir é possível ver que o gráfico com os coeficientes propostos não intercepta o *eixo x*.

Imagem 35: Verificando as respostas do grupo 4



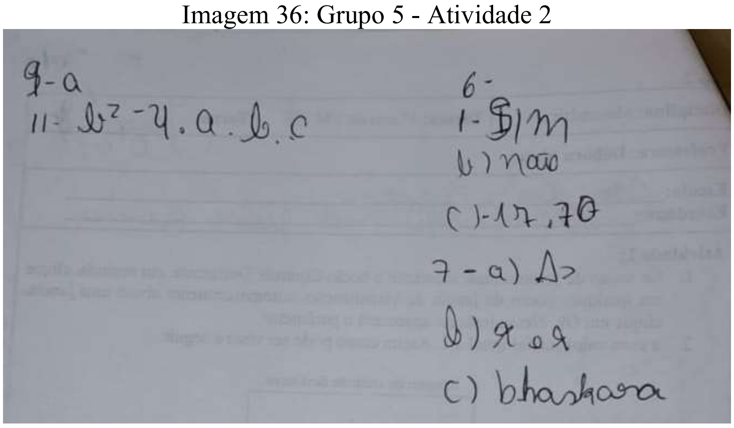
Fonte: Nossa produção

Percebe-se também na imagem 35 anterior, ao lado esquerdo na Janela de Cálculo Simbólico (CAS), o valor correto do discriminante delta da função.

Grupo 5 (Composto pelos alunos A11, A12 e A13)

O grupo 5 tem respostas que se assemelham às respostas do grupo 2, algumas como as do tópico 5 e 7 não possuem nexo com a pergunta ou há erro de escrita da fórmula, como observa-se na imagem 36 a seguir.

Imagem 36: Grupo 5 - Atividade 2



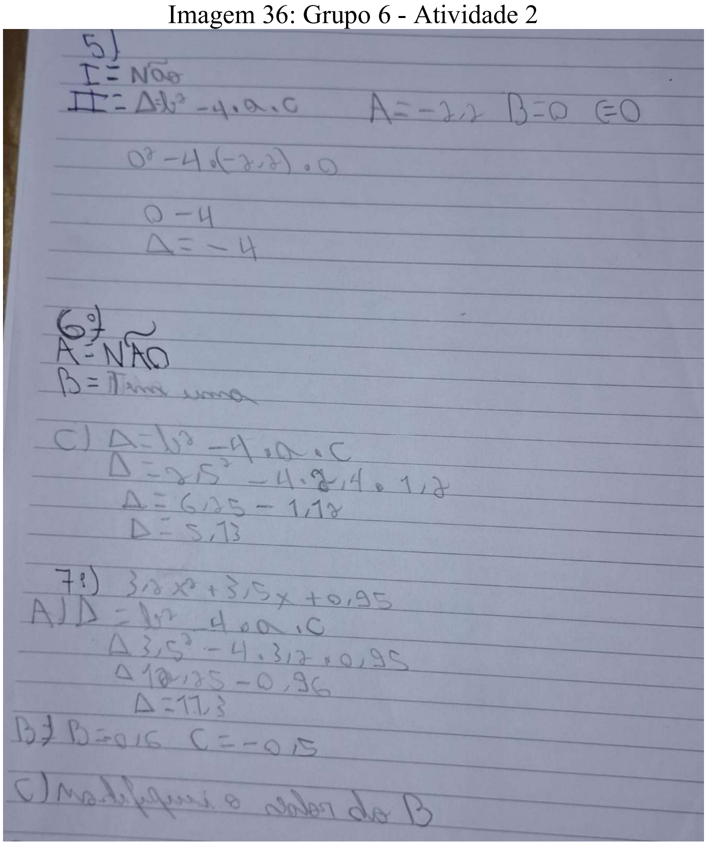
Fonte: Dados da pesquisa

O tópico 7 contém respostas insuficientes, com expressões e frases matemáticas incompletas, como pode ser visto na imagem anterior.

Grupo 6 (Composto pelos alunos A14 e A15)

O grupo 6 respondeu ao tópico 5, item i, com 'não', porém não condiz com a pergunta. No item ii, percebe-se que o aluno reconhece quais são os elementos para calcular o valor de delta, contudo ele erra na resolução das operações. Tais fatos podem ser vistos na imagem 36 a seguir. Verifica-se nessa mesma imagem 36 que os alunos dizem, no tópico 6 na letra a, que não há interseções do gráfico com o eixo x, mas na letra b, dizem possuir uma raiz real, e o mesmo erro cometido no tópico 5 acontece aqui novamente.

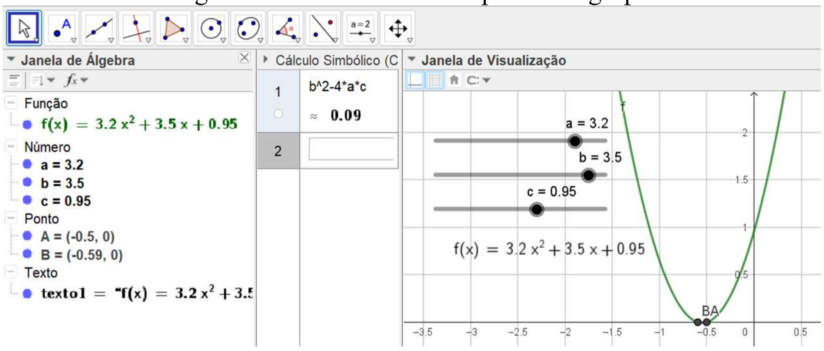
Imagem 36: Grupo 6 - Atividade 2


5)
I = Não
II = Δ=b² -4.a.c
A=-2,2 B=0 C=0
0² -4.(-2,2).0
0 -4
Δ = -4
6°)
A = NÃO
B = Tem uma
C) Δ=b² -4.a.c
Δ=2,5² -4.2,4.1,2
Δ=6,25 - 1,12
Δ=5,13
7°) 3,2x² + 3,5x + 0,95
A) Δ = b² -4.a.c
Δ 3,5² -4.3,2.0,95
Δ 12,25 -0,96
Δ=11,3
B) B=0,6 C=-0,5
C) o valor do B

Fonte: Dados da pesquisa

Na imagem 36 anterior, no tópico 7, nota-se que o grupo escolheu valores para os coeficientes *a=3,2; b=3,5* e *c=0,95*; o grupo erra ao calcular o valor de delta na letra a, porém os números escolhidos por eles geram uma função quadrática com duas raízes reais. Na letra b é solicitado as coordenadas dos pontos e os alunos escreveram apenas a primeira coordenada dos pontos das raízes, como pode ser visto na imagem anterior. No lado esquerdo da imagem 37 a seguir vê-se a verificação das respostas dos alunos.

Imagem 37: Verificando as respostas do grupo 6



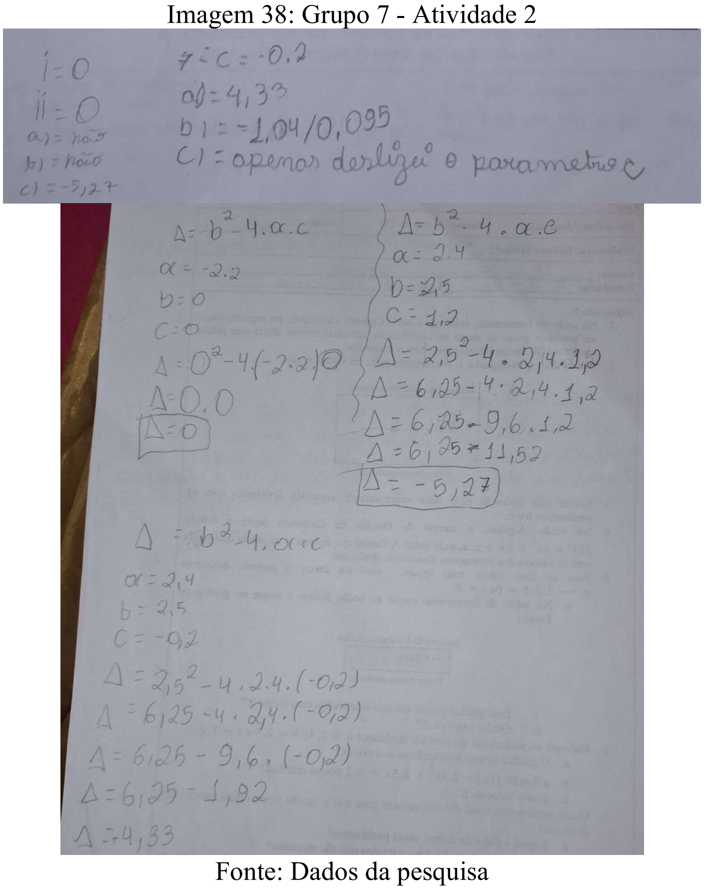
Fonte: Nossa produção

Nota-se ainda a comparação da verificação da imagem 37 com a resposta do grupo, que na letra b foi realizada uma aproximação da coordenada *x* do ponto B.

Grupo 7 (Composto pelos alunos A16 e A17)

O grupo 7 responde ao tópico 5, item i afirmando que há 0 interseções entre o gráfico da função dada e o *eixo x*, porém essa informação está incorreta. No item ii os alunos calculam o valor de delta e chegam ao resultado correto, nota-se então que o grupo não fez a relação entre o valor delta e a quantidade de raízes da função. Na imagem 38 a seguir pode-se ver, além do tópico 5, as respostas do tópico 6 que estão corretas e as do tópico 7.

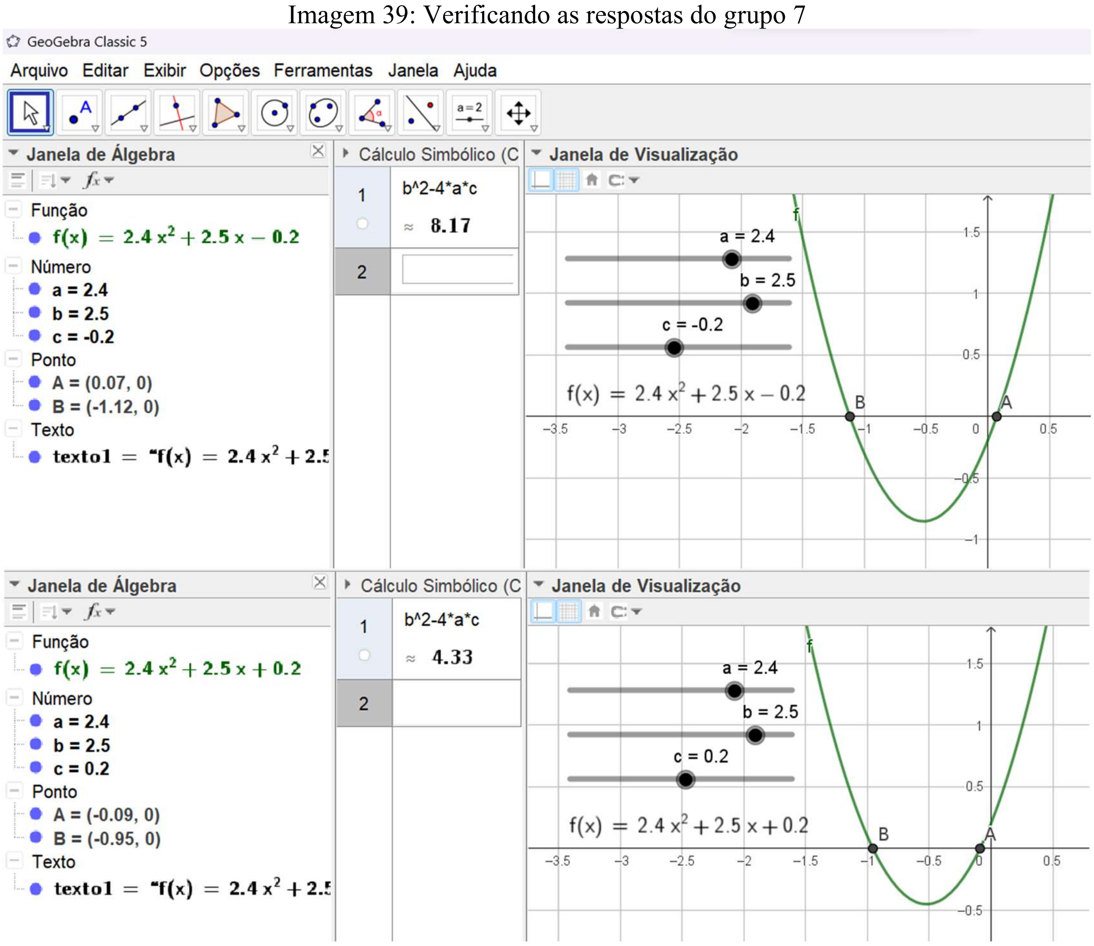
Imagem 38: Grupo 7 - Atividade 2



Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 7, o grupo decidiu alterar o valor do coeficiente *c* da função dada na atividade anterior. Observa-se que o grupo altera o valor de *c,* que antes era *1,2,* para *-0,2*. Contudo, vê-se na imagem anterior, na letra a, que os alunos calcularam o valor de delta como se o número fosse positivo. Na imagem 39 a seguir, temos as duas situações: a primeira com o valor de *c = -0,2* e a segunda com *c = 0,2.*

Imagem 39: Verificando as respostas do grupo 7



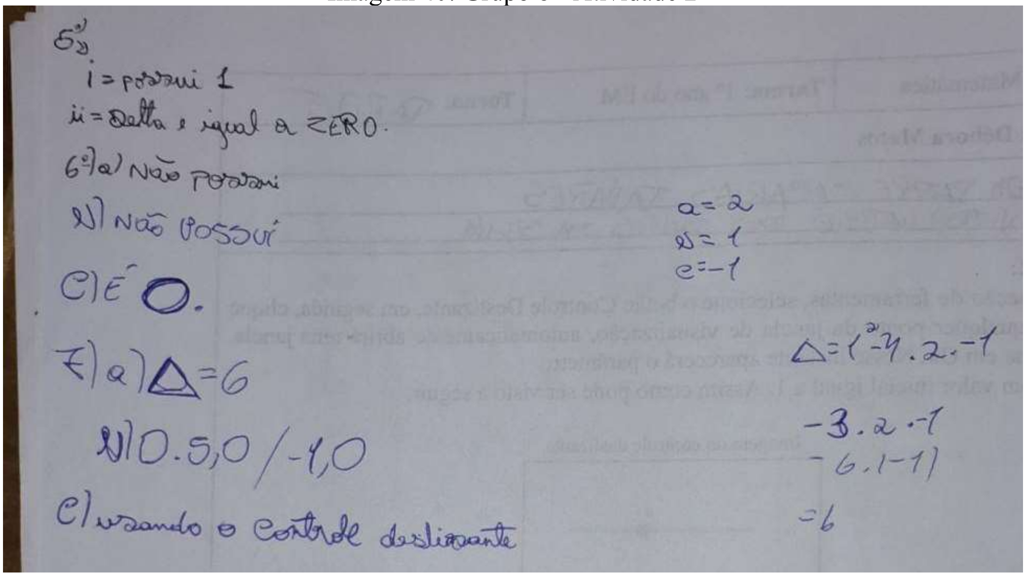
Fonte: Dados da pesquisa

Considera-se também que, utilizando o valor de *c=0,2,* o grupo acertaria, a menos do sinal, a primeira coordenada do ponto B, segunda raiz da função, como analisado na imagem 39 anterior. Verifica-se, de acordo com as respostas, que o grupo possui dificuldade com o uso dos sinais nas operações, porém conseguem deduzir e formular cenários para alcançar o resultado desejado.

Grupo 8 (Composto pelos alunos A18 e A19)

O grupo 8 responde aos tópicos 5 e 6 corretamente, exceto a letra c do último citado, os alunos afirma que delta é igual a zero, porém dizem que a função não possui raízes reais, como observa-se na imagem 40 a seguir. Logo, percebe-se que o grupo não faz a relação entre o valor em que eles acharam de delta e a quantidade de raízes, pois encontraram um valor e visualizaram outra informação no GeoGebra.

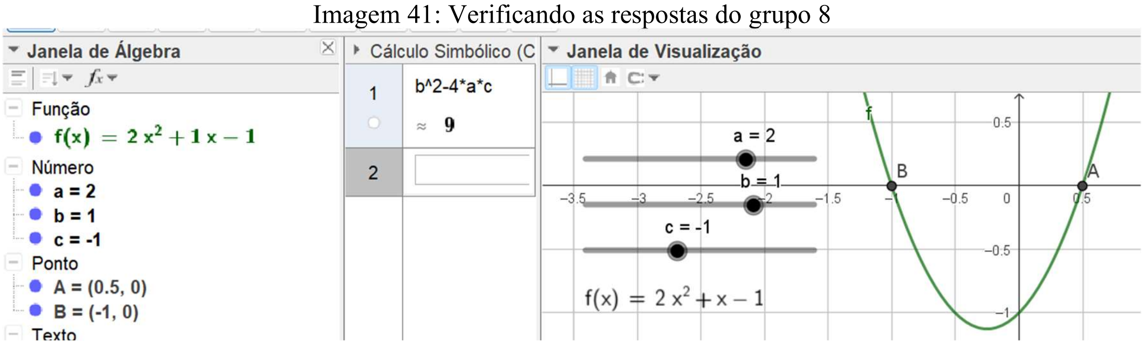
Imagem 40: Grupo 8 - Atividade 2



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se, ainda, na imagem 40 anterior, que no tópico 7 os alunos escolhem os valores dos coeficientes *a=2; b=1* e *c=-1*. Esses valores, da maneira que estão dispostos, de acordo com a imagem 41 a seguir, constituem uma função quadrática com duas raízes reais. Entretanto, ao calcular, na letra a, o valor do delta dessa função, os alunos cometem um erro de cálculo na expressão numérica. Tem-se essa comparação por meio das respostas dos alunos na imagem anterior, no lado esquerdo, com a imagem a seguir na Janela Cálculo simbólico, no centro.

Imagem 41: Verificando as respostas do grupo 8



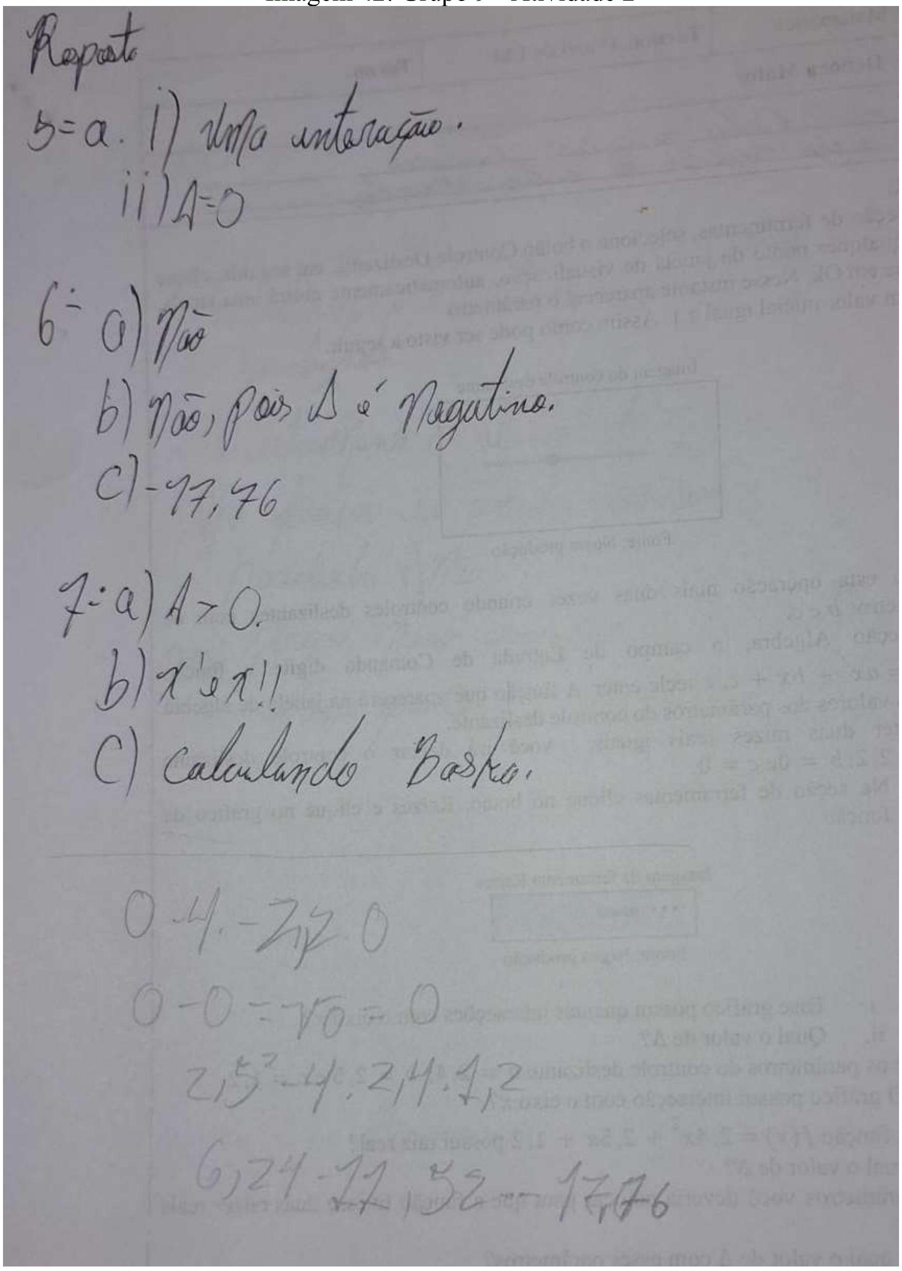
Fonte: Nossa produção

É possível deduzir que, para a resposta da letra b, os alunos encontraram as coordenadas x dos pontos A e B, as raízes da função, utilizando o GeoGebra, pois não há na folha de atividade sinais de cálculos, como também o valor de delta está errado, o que influencia no resultado através de Bhaskara, porém não se pode descartar a utilização do método soma e produto para o encontro de raízes, visto que o grupo só apresenta a primeira coordenada dos pontos.

Grupo 9 (Composto pelo aluno A20)

O grupo 9 possui respostas, incluindo erros e acertos análogos ao grupo 5 e 2, como pode ser visto na imagem 42 a seguir.

Imagem 42: Grupo 9 - Atividade 2


Resposta

5=a. i) Uma interação.

ii) Δ=0

6: a) Não

b) Não, pois Δ é Negativo.

c) -17,76

7: a) Δ>0.

b) x' e x''!!

c) Calculando Baskara.

0 - 0 = √0 = 0

2,5² - 4 · 2,4 · 1,2

6,24 - 11,52 = -17,76

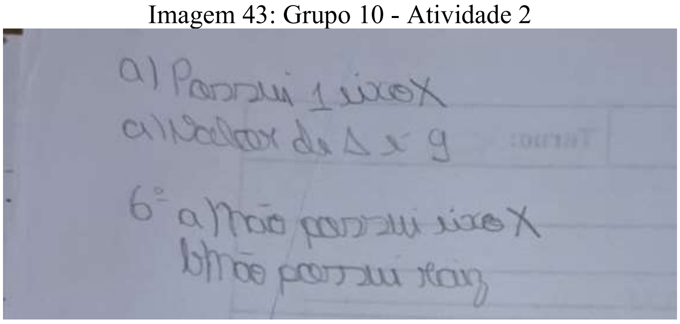
Fonte: Dados da pesquisa

As respostas insuficientes impedem uma análise mais profunda sobre o raciocínio do aluno.

Grupo 10 (Composto pelos alunos A21 e A22)

O grupo 10 não respondeu a todos os tópicos da atividade. Nota-se na imagem 43 a seguir que o grupo, na resposta ao tópico 5, diz que a função possui 1 *eixo x* e calcula o valor de delta errado.

Imagem 43: Grupo 10 - Atividade 2



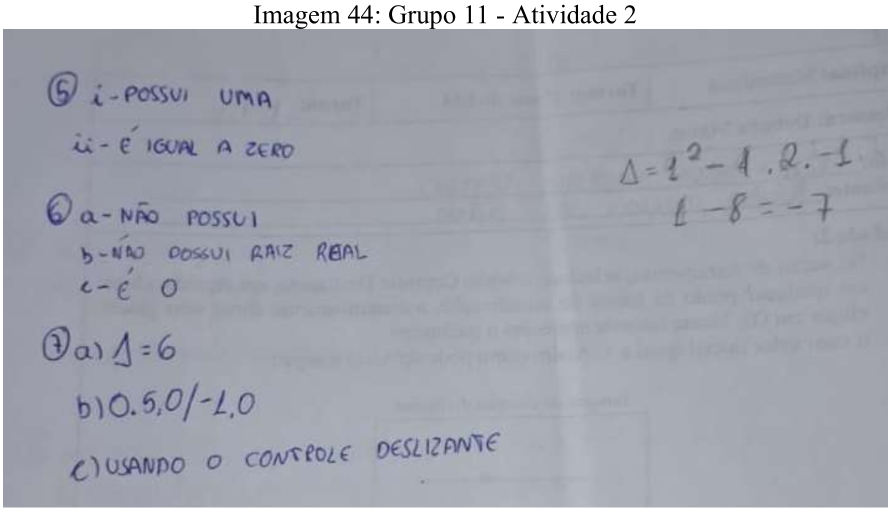
Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 6 o grupo diz que não possui *eixo x* e não possui raiz, como pode ser visto na imagem 43 anterior deduz-se que os alunos podem estar se referindo a quantidade de interseções entre o gráfico e o eixo, porém não sabem expressar de forma matemática.

Grupo 11 (Composto pelos alunos A23 e A24)

O grupo 11 tem respostas análogas ao grupo 8, como pode ser visto na imagem 44 a seguir.

Imagem 44: Grupo 11 - Atividade 2



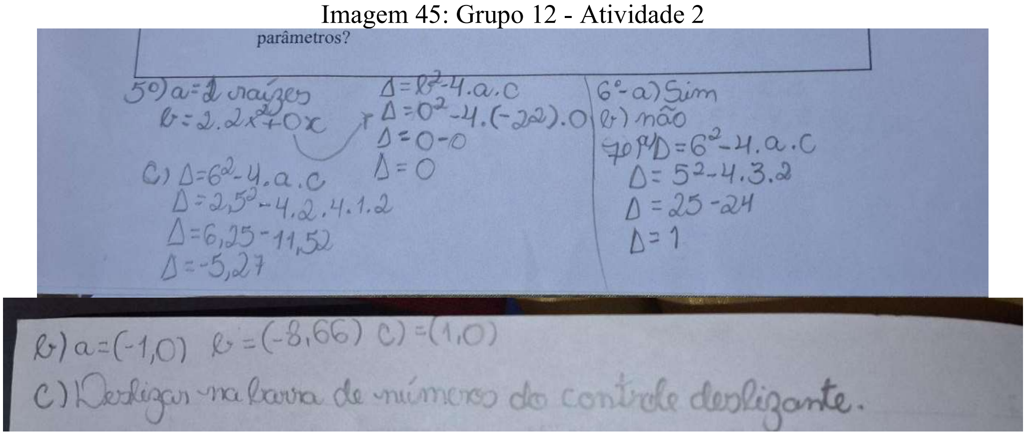
Fonte: Dados da pesquisa

Há ainda na resposta ao tópico 7 do grupo o cálculo do valor de delta, com números que podem ser dos coeficientes para chegar a uma função quadrática com duas raízes reais, eles utilizam os mesmos valores do grupo 8, porém, como pode ser visto na imagem 44 anterior, eles cometem outro erro de cálculo na resolução da equação, pois o resultado deveria ser 9, porém o valor que os alunos encontram não é utilizado para as respostas finais.

Grupo 12 (Composto pelos alunos A25 e A26)

O grupo 12 possui respostas idênticas às do grupo 3. A seguir, a imagem 45 exibe as respostas dos alunos.

Imagem 45: Grupo 12 - Atividade 2



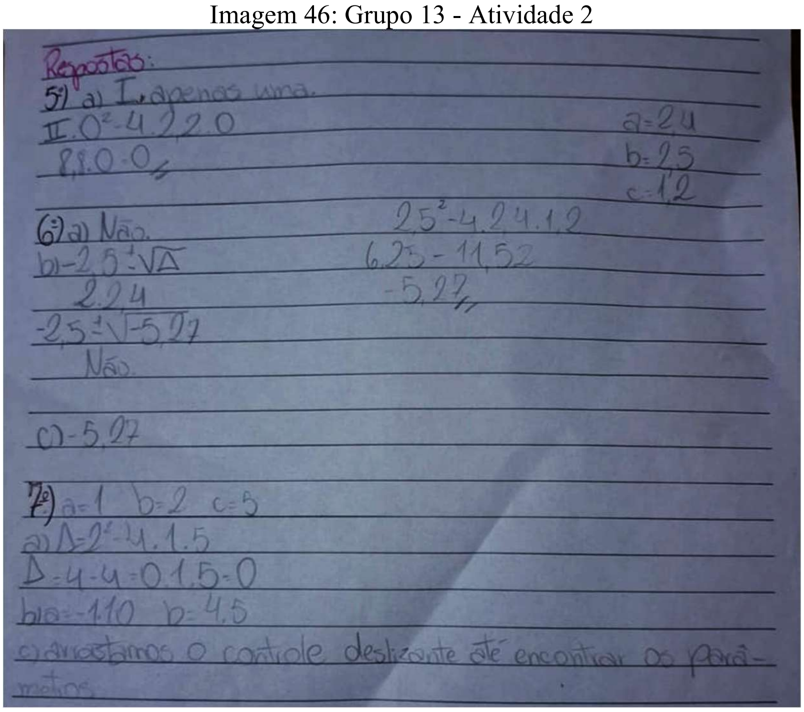
Fonte: Dados da pesquisa

Nenhuma diferença foi identificada nas respostas entre o grupo 12 e 3, logo se conclui o mesmo para as duas atividades.

Grupo 13 (Composto pelos alunos A27 e A28)

O grupo 13 possui respostas análogas ao grupo 4, inclusive os mesmos erros e acertos, como verifica-se na imagem 46 a seguir.

Imagem 46: Grupo 13 - Atividade 2



Fonte: Dados da pesquisa

Não foram encontradas mudanças entres as respostas dos grupos 4 e 13 nos tópicos 5, 6 e 7.

Conclusão da Atividade 2

Encontra-se na segunda atividade muitos grupos que reproduziram o que outros grupos realizaram. No quadro 2 a seguir, observa-se quais grupos possuem respostas que são similares.

Quadro 2: Grupos com respostas similares na atividade 2

Nome dos conjuntos de grupos	Grupos com respostas similares
A	Grupo 2, Grupo 5 e Grupo 9
B	Grupo 3 e Grupo 12
C	Grupo 4 e grupo 13
D	Grupo 8 e Grupo 11

Fonte: Dados da pesquisa

Não é possível identificar qual grupo respondeu às atividades e qual grupo plagiou ou foi plagiado, isso demonstra a falta de maturidade dos alunos no uso das tecnologias em sala de aula, além da própria sabotagem na aprendizagem pessoal, dado que copiaram dos colegas de classe as atividades sem questionar se estava correto ou não.

No tópico 5, todos os grupos responderam de forma adequada, exceto o grupo 6, que expressou não ter compreendido a pergunta, o grupo 7, que disse não haver interseções mesmo com as orientações para gerar o gráfico no GeoGebra, e o grupo 10, que usou uma linguagem inadequada para informar que há uma interseção entre o gráfico e o *eixo x.*

Verifica-se que os grupos 1, 4, 7 e 13 respondem corretamente às perguntas do tópico 6, já os grupos 3, 6, 8, 11, e 12 respondem quase todas as perguntas do tópico 6 corretamente, mas pela análise nota-se que os grupos não fazem relação entre o valor de delta e a quantidade de raízes de uma função quadrática. O conjunto A expressa em suas respostas ao tópico 6 erro na resolução de equações. Por fim, o grupo 10 responde apenas à letra a e b corretamente, não respondendo à letra c.

Analisa-se na resposta ao tópico 7 que os grupos 1, 4 e 13 utilizam valores para os coeficientes que não geram uma função quadrática, e os grupos 2, 5, 9 e 10 não respondem quais valores os parâmetros dos controles deslizantes da função no GeoGebra deveriam ter para se conseguir o desejado. Os demais grupos propõem valores que são adequados para o que é solicitado no tópico.

Tem-se também ainda na letra a do tópico 7 que apenas os grupos 1, 3 e 12 calcularam o valor de delta corretamente com os coeficientes que propuseram. Os grupos 4, 6, 7, 8, 11 e 13 erraram o valor de delta a ser calculado devido a equívoco na ordem de resolução das expressões numéricas, além disso os grupos 2, 5 e 9 disseram apenas que delta precisaria ser maior que zero e o grupo 10 não respondeu ao tópico 7.

Constata-se, nesse mesmo tópico, na letra b que o grupo 1 colocou os coeficientes como coordenadas, os grupos 2, 5 e 9 disseram que as seriam x' e x'', os grupos 3 e 12 acertaram parcialmente, pois escrevem corretamente as coordenadas de um dos pontos, mas o outro, embora escrito corretamente não são coordenadas de uma das raízes da função que propuseram. Por conseguinte, os grupos 4 e 13 responderam com valores que não tem ligação com a função que propuseram, e por fim os grupos 6, 7, 8 e 11 apresentaram as coordenadas *x* dos pontos que são raízes.

Por fim, tem-se as respostas ao tópico 7, item c. Os grupos 1, 4, 6, 7, 8, 11, 12 e 13 relataram que chegaram aos valores dos coeficientes a partir da alteração dos valores no controle deslizante, ou seja, tentativa e erro, os demais grupos 2, 5 e 9 disseram que chegaram aos valores por meio da fórmula de Bhaskara, porém não descreveram como essa estratégia os auxiliou e o grupo 10 não respondeu.

Diante dessa análise, observa-se que apesar dos alunos terem estudado os conteúdos com o professor regente e também revisto com a professora pesquisadora, e o processo de institucionalização ocorrer durante a resolução da atividade, eles ainda demonstraram falta de conhecimento sobre o conteúdo e pouca rigorosidade na escrita matemática, além da troca de respostas sem ao menos realizarem questionamentos e reflexões sobre o que estava correto ou não. Contudo alguns grupos se destacam a utilizar palavras que aparecem nas instruções das atividades, como: parâmetros, interseções e raiz real, além disso a utilização de símbolos como delta, maior e menor.

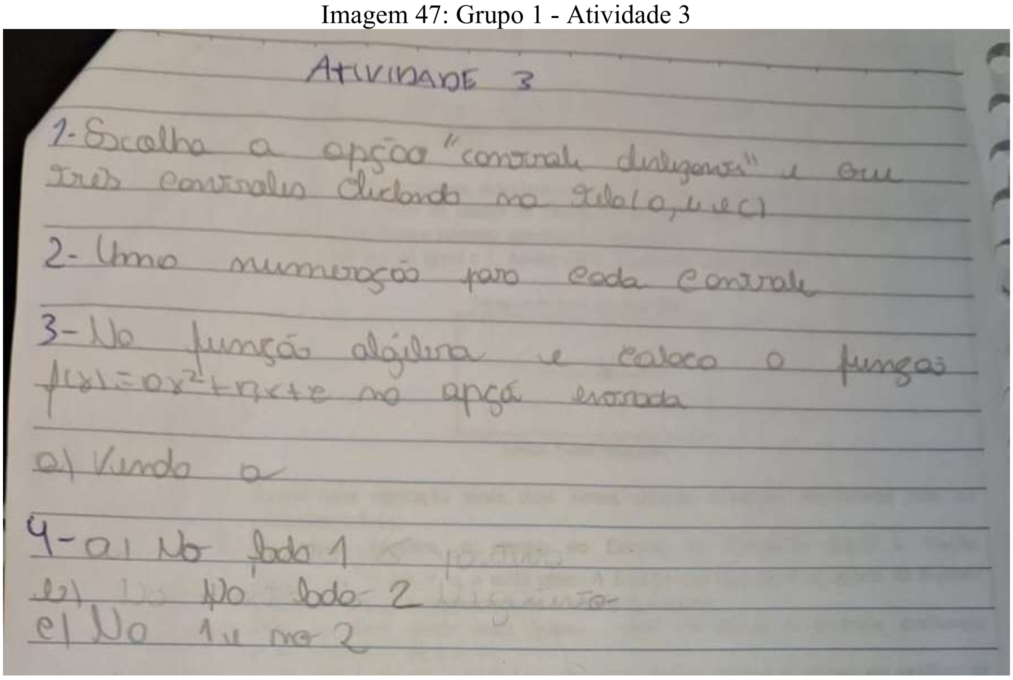
Análise da Atividade 3

A atividade 3 demandou dos grupos atenção, pois os tópicos foram desenvolvidos para que os alunos tivessem autonomia para responder os tópicos de 1 a 5 e 7, com o auxílio do GeoGebra, da professora pesquisadora e utilizando o que foi estudado. O tópico 6 são instruções de construção no *software*.

Grupo 1 (Composto pelos alunos A1, A2 e A3)

O grupo 1 é bem conciso em suas respostas. No tópico 1, como pode ser visto na imagem 47 a seguir, os alunos indicam que é preciso que o leitor crie controles deslizantes, e a função pela barra de entrada, mas percebe-se que eles queriam enumerar os passos a serem seguidos e acabam se confundindo com os tópicos a serem respondidos. Deduz-se isso através das respostas aos tópicos 2 e 3, e a letra a, depois desse último citado, porém há a letra a apenas no tópico 2.

Imagem 47: Grupo 1 - Atividade 3

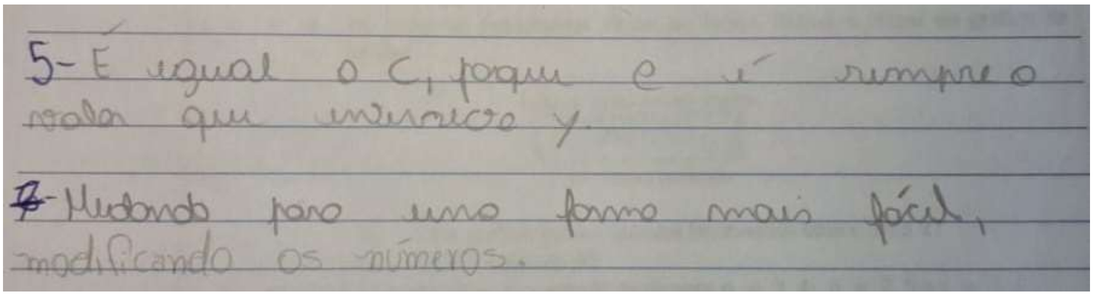


Fonte: Dados da pesquisa

Sendo assim, os tópicos 2 e 3 não foram respondidos. No tópico 4, era para responder se o ponto de interseção entre o *eixo y* e o gráfico estava na seção crescente ou decrescente. Entretanto, torna-se difícil compreender o que os alunos nomearam de 1 ou 2, como apresentaram na imagem 47 anterior, pois, mantendo-se os coeficientes *a* e *c*, independe do valor do coeficiente, o ponto de interseção permanece com a mesma localização. Quando eles dizem na letra c, do tópico 4, nota-se que o grupo quis representar que o ponto está no meio do gráfico, dividindo a parábola, porém, não souberam expressar com clareza o que observaram.

Na imagem a seguir 48, tem-se as respostas aos tópicos 5 e 7. No primeiro citado, o grupo identifica que o valor do controle deslizante possui o mesmo valor da coordenada y do ponto de interseção entre o gráfico da parábola e o *eixo y*. Porém não é possível identificar o que disseram na justificativa da pergunta.

Imagem 48: Grupo 1 - Atividade 3


5- É igual o C, porque c é sempre o valor que intersecta y.

7- Mudando para uma forma mais fácil, modificando os números.

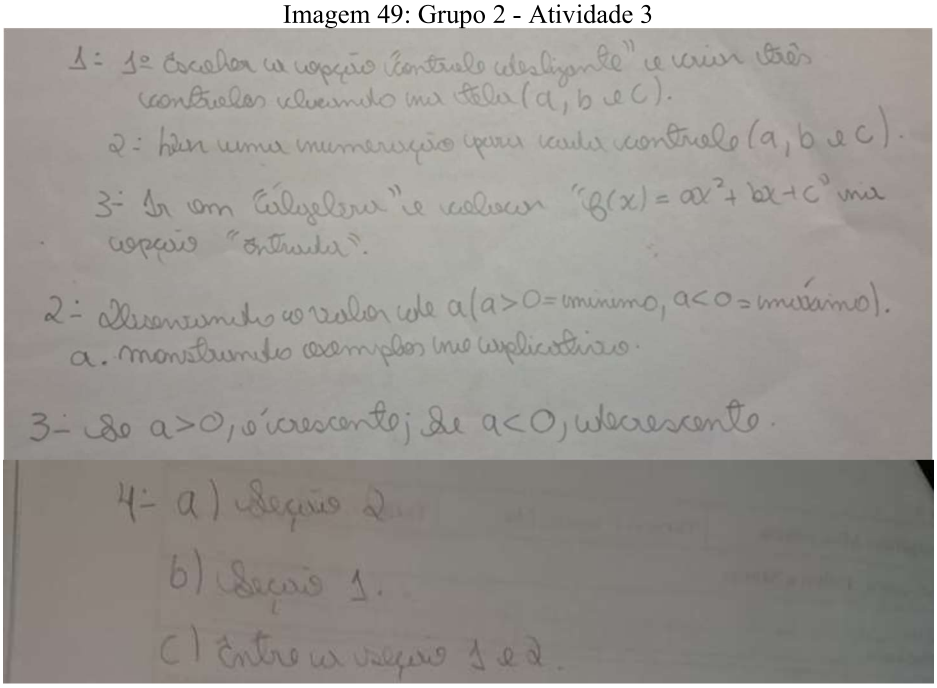
Fonte: Dados da pesquisa

Em resposta ao tópico 7, o grupo diz que alterariam o tópico 6, tornando-o mais fácil, porém não expressam como isso poderia ser feito, apenas dizem que modificariam os números, mas não é possível identificar quais, como pode ser visto na imagem anterior.

Grupo 2 (Composto pelos alunos A4, A5 e A6)

O grupo 2, ao responder o tópico 1, direciona o leitor a criar os controles deslizantes e ressalta que eles serão o parâmetro da função. Além disso, informam como criar a função pela barra de entrada, através da escrita de passos, como pode ser visto na imagem 49 a seguir. Além disso, no tópico 2, encontra-se uma resposta coesa, pois os alunos dizem quando a função possui valor máximo ou mínimo, argumentando sobre o coeficiente *a,* e que o valor desse coeficiente está diretamente ligado ao sentido da parábola e, consequentemente, ao valor de mínimo e máximo. Além disso, argumentam que utilizariam o GeoGebra para dar exemplos e afirmam sua resposta.

Imagem 49: Grupo 2 - Atividade 3


1: 1º Escolher a opção "controle deslizante" e criar três controles clicando na tela (a, b e c).
2: Dar uma numeração para cada controle (a, b e c).
3: Ir em "Álgebra" e colocar "f(x) = ax² + bx + c" na opção "entrada".

2: Observando o valor de a (a>0 = mínimo, a<0 = máximo).
a. Construindo exemplos no aplicativo.

3: Se a>0, é crescente; se a<0, decrescente.

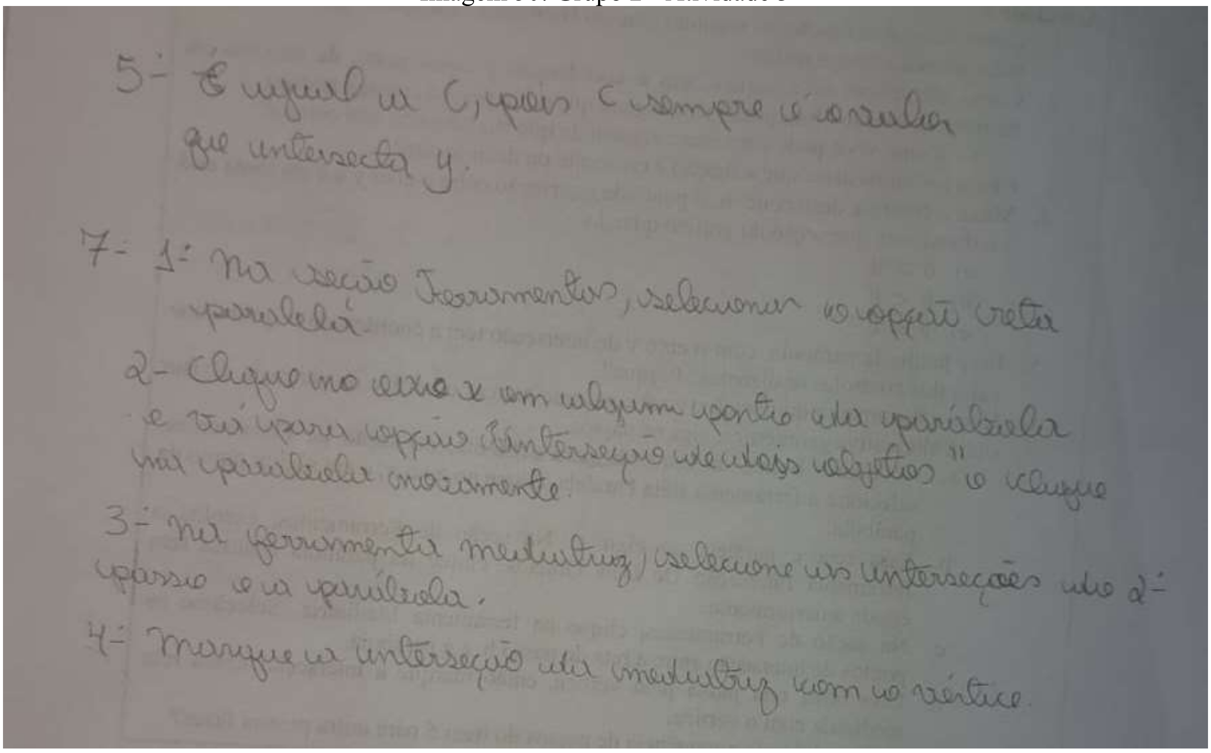
4: a) Seção 2.
b) Seção 1.
c) Entre a seção 1 e 2.

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se na imagem 49 anterior que no tópico 3, os alunos não souberam descrever quando a função quadrática é crescente ou decrescente, pois esse resultado depende de uma análise do gráfico para identificar em quais intervalos função cresce ou decresce. o tópico 4 possui respostas semelhantes ao grupo 1.

Nota-se na imagem 50 a seguir que a resposta do tópico 5 também coincide com a resposta do grupo 1.

Imagem 50: Grupo 2 - Atividade 3


5- É igual a C, pois C sempre é o valor que intersecta y.

7- 1- Na seção Ferramentas, selecionar o objeto reta paralela

2- Clique no eixo x em algum ponto da parábola e vá para opção "interseção de dois objetos" e clique na parábola novamente.

3- Na ferramenta mediatriz, selecione as interseções do 2- passo e a parábola.

4- Marque a interseção da mediatriz com o vértice.

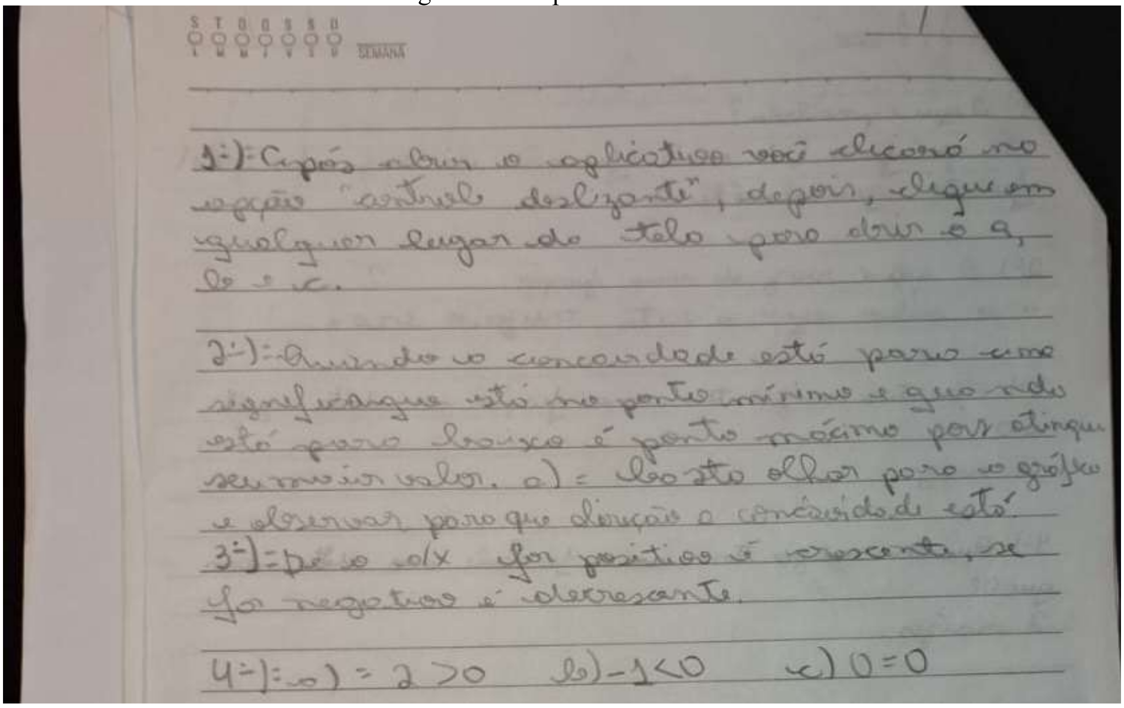
Fonte: Dados da pesquisa

Tem-se no tópico 7 que os alunos reutilizaram o tópico 6, com pequenas alterações para reduzir o tamanho das instruções. Fizeram isso direcionando o leitor ao passo anterior, como pode ser visto na letra c da resposta na imagem 50 anterior.

Grupo 3 (Composto pelos alunos A7 e A8)

O grupo 3 respondeu ao primeiro tópico oferecendo ao leitor apenas instruções para criar os coeficientes da função, como pode ser visto na imagem 51 a seguir. No tópico 2 os alunos responderam corretamente ao questionamento e argumentam sobre o sentido da concavidade e o valor de máximo ou mínimo da função, e na letra a eles direcionam o leitor a analisar o gráfico observando seu sentido.

Imagem 51: Grupo 3 - Atividade 3


1-): Após abrir o aplicativo você clicará na opção "controle deslizante", depois, clique em qualquer lugar da tela para abrir o a, b e c.

2-): Quando a concavidade está para cima significa que está no ponto mínimo e quando está para baixo é ponto máximo por atingir seu maior valor. a) = basta olhar para o gráfico e observar para que direção a concavidade está.

3-): Se o a/x for positivo é crescente, se for negativo é decrescente.

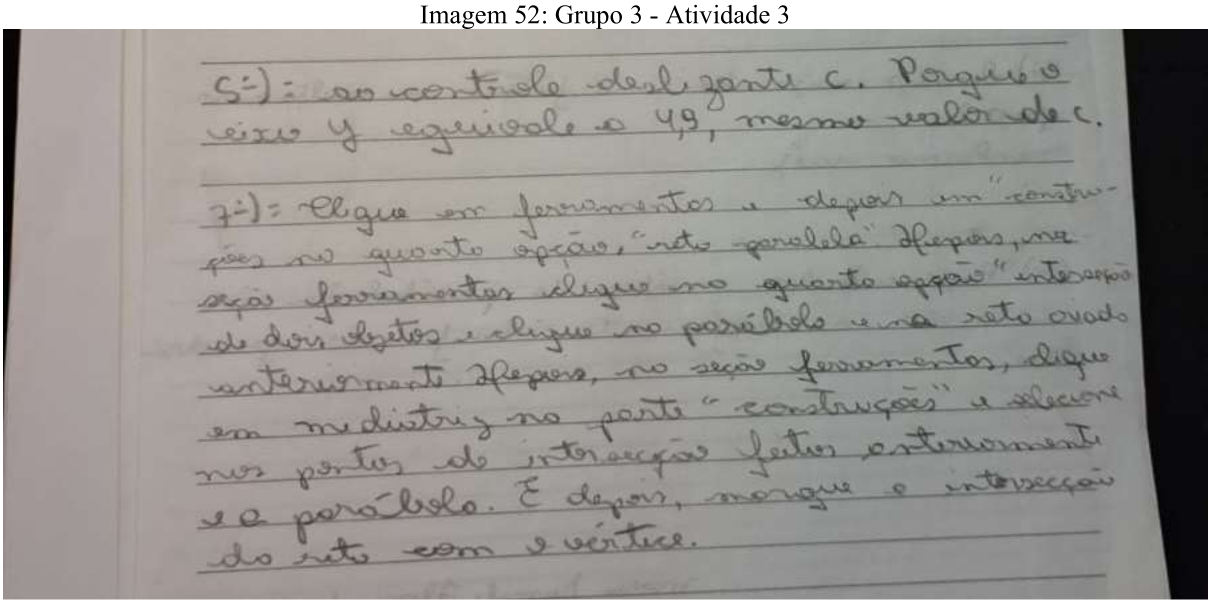
4-): a) = 2 > 0 b) -1 < 0 c) 0 = 0

Fonte: Dados da pesquisa

Na imagem 51 anterior, nota-se a resposta ao tópico 3 que foge do que é esperado, pois a análise do crescimento ou decrescimento da função quadrática depende da análise gráfica e separação por intervalos de quando a função é crescente ou decrescente. Já no tópico 4, o grupo substitui o valor do coeficiente *b* do tópico por valores e não respondem ao que é solicitado.

Observa-se na imagem 52 a seguir que os alunos relacionam o valor do coeficiente *c* com a coordenada *y* do ponto de interseção entre o *eixo y* e a parábola.

Imagem 52: Grupo 3 - Atividade 3


5-): no controle deslizante c. Porque o eixo y equivale a 4,9, mesmo valor de c.

7-): Clique em ferramentas e depois em "construções" na quarta opção, "reta paralela" depois, na seção ferramentas clique na quarta opção "interseção de dois objetos e clique na parábola e na reta criado anteriormente depois, na seção ferramentas, clique em mediatriz na parte "construções" e selecione nos pontos de interseção feitos anteriormente e a parábola. E depois, marque a interseção da reta com o vértice.

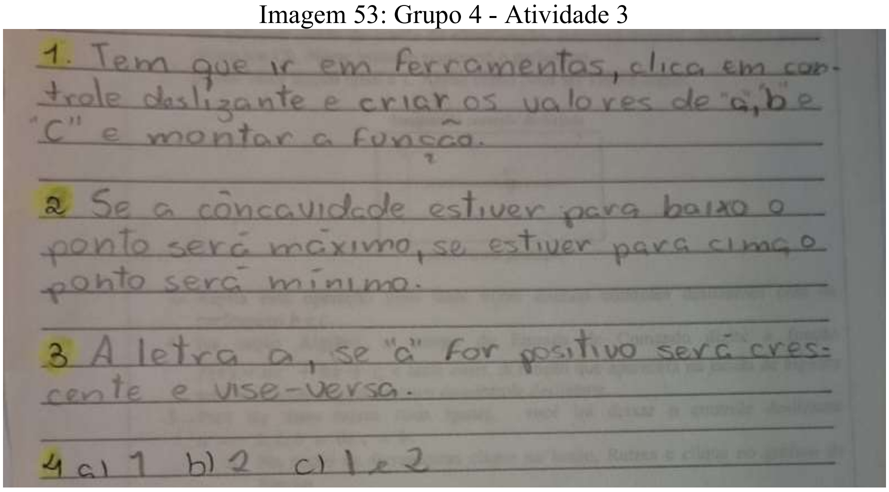
Fonte: Dados da pesquisa

Ainda sobre a imagem 52 anterior, nota-se que o grupo uniu os passos do tópico 6 e simplificou algumas frases, sem descrever os itens que estavam sendo usados ou construídos.

Grupo 4 (Composto pelos alunos A9 e A10)

O grupo 4, no tópico 1, orienta o leitor a criar os controles deslizantes e a função, porém não indicam como deve ser realizado esse segundo processo citado, como pode ser visto na imagem 53 a seguir. No tópico 2, assim como os grupos anteriores, os alunos destacam a relação do ponto de máximo e mínimo e a sentido da concavidade, porém não respondem à letra a, argumentando sobre a veracidade da sua resposta.

Imagem 53: Grupo 4 - Atividade 3



1. Tem que ir em ferramentas, clica em controle deslizante e criar os valores de "a", "b" e "C" e montar a função.

2 Se a concavidade estiver para baixo o ponto será máximo, se estiver para cima o ponto será mínimo.

3 A letra a, se "a" for positivo será crescente e vise-versa.

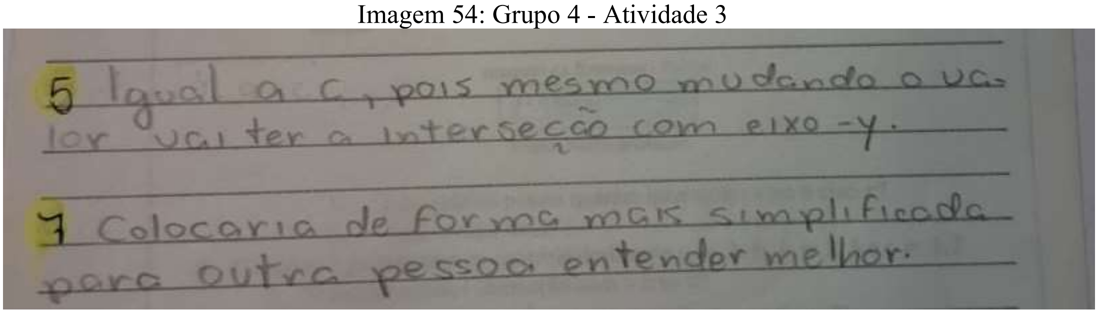
4 a) 1 b) 2 c) 1 e 2

Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 3, o grupo assimilou o crescimento e decrescimento da função quadrática, o valor do coeficiente *a,* o que está incorreto. No tópico 4, os alunos respondem da mesma forma que os grupos 1 e 2, como pode ser visto na imagem anterior.

Na imagem 54 a seguir, nota-se que o grupo assimila o valor da coordenada *y* do vértice c.om o coeficiente *c,* porém não expressam que perceberam que isso sempre irá ocorrer.

Imagem 54: Grupo 4 - Atividade 3



5 Igual a c, pois mesmo mudando o valor vai ter a intersecção com eixo-y.

7 Colocaria de forma mais simplificada para outra pessoa entender melhor.

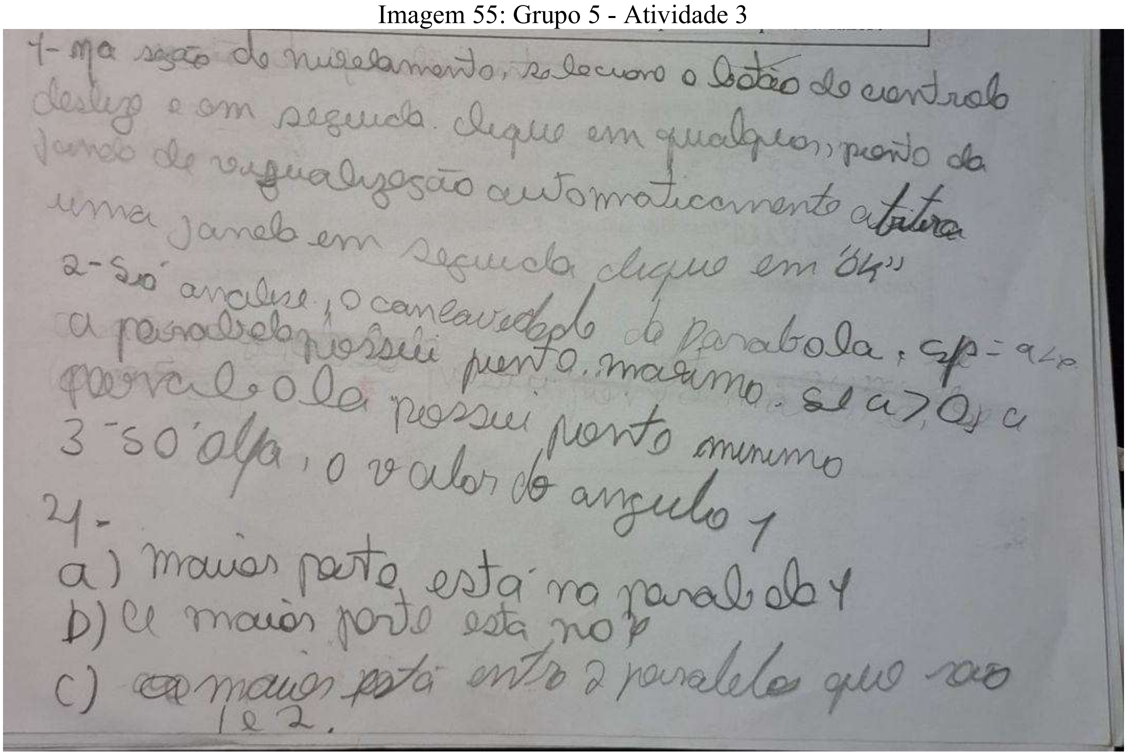
Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, no tópico 7, de acordo a imagem 54 anterior, o grupo diz que simplificaria os passos, mas não relata como faria isso.

Grupo 5 (Composto pelos alunos A11, A12 e A13)

O grupo 5 no tópico 1 orienta o leitor a construir os controles deslizantes no GeoGebra, porém utiliza palavra: nivelamento, que não está presente na nomenclatura do aplicativo, tão pouco nas atividades anteriores, além disso não apresenta instruções para gerar o gráfico da função, como pode ser visto na imagem 55 a seguir. No tópico 2 entende-se que os alunos argumentam sobre a relação entre o valor do coeficiente a e a sentido da parábola.

Imagem 55: Grupo 5 - Atividade 3

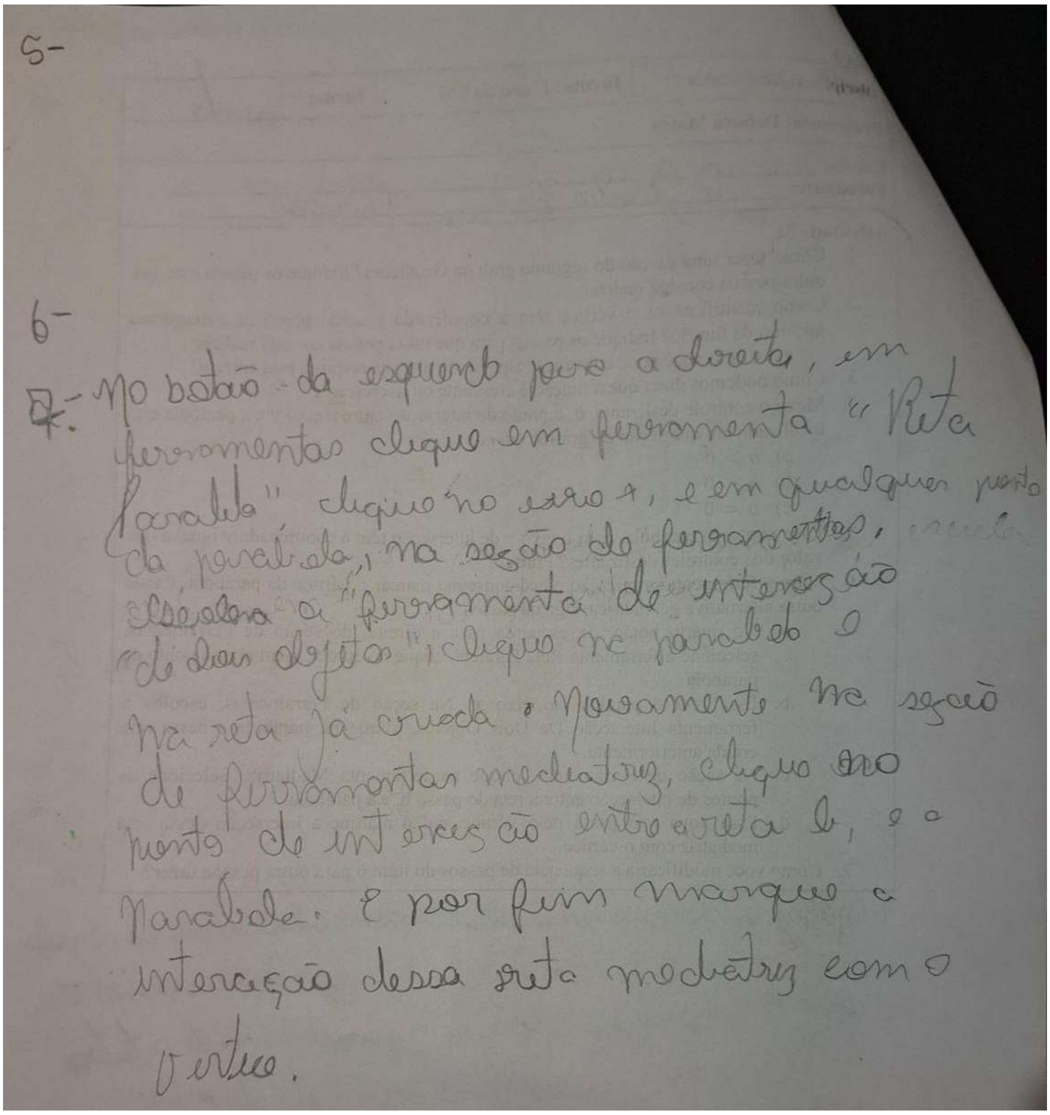

1- na seção do nivelamento, selecione o botão de controle deslizante em seguida clique em qualquer ponto da janela de visualização automaticamente abrirá uma janela em seguida clique em "ok"
2- só analise, o concavidade da parábola, se a<0 a parábola possui ponto máximo. se a>0, a parábola possui ponto mínimo
3- só olha, o valor do angulo
4-
a) maior parte está na parábola 1
b) a maior parte está no 2
c) a maior parte está entre 2 paralelas que são 1 e 2.

Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 3, o grupo responde que para saber se é crescente ou decrescente é preciso olhar o valor do ângulo, mas não explicam qual ângulo e como isso influencia na análise da função, como pode ser visto na imagem 55 anterior. Além disso, no tópico 4, os alunos relatam sobre a maior parte da parábola, porém não é perceptível o que o grupo quis descrever.

O grupo não respondeu ao tópico 5 e, na imagem 56 a seguir, verifica-se a resposta ao item 7.

Imagem 56: Grupo 5 - Atividade 3



5-

6-

7- No botão da esquerda para a direita, em ferramentas clique em ferramenta "Reta paralela" clique no eixo x, e em qualquer ponto da parábola, na seção de ferramentas, selecione a "ferramenta de interseção de dois objetos", clique na parábola o na reta já criada. Novamente na seção de ferramentas mediatriz, clique no ponto de interseção entre a reta b, e a parábola. E por fim marque a interseção dessa reta mediatriz com o vértice.

Fonte: Dados da pesquisa

Há poucas diferenças feitas pelo grupo, nota-se a troca da palavra 'algum' por 'qualquer'; entretanto, as instruções gerais dadas pelo grupo coincidem com o que foi proposto pela professora na atividade.

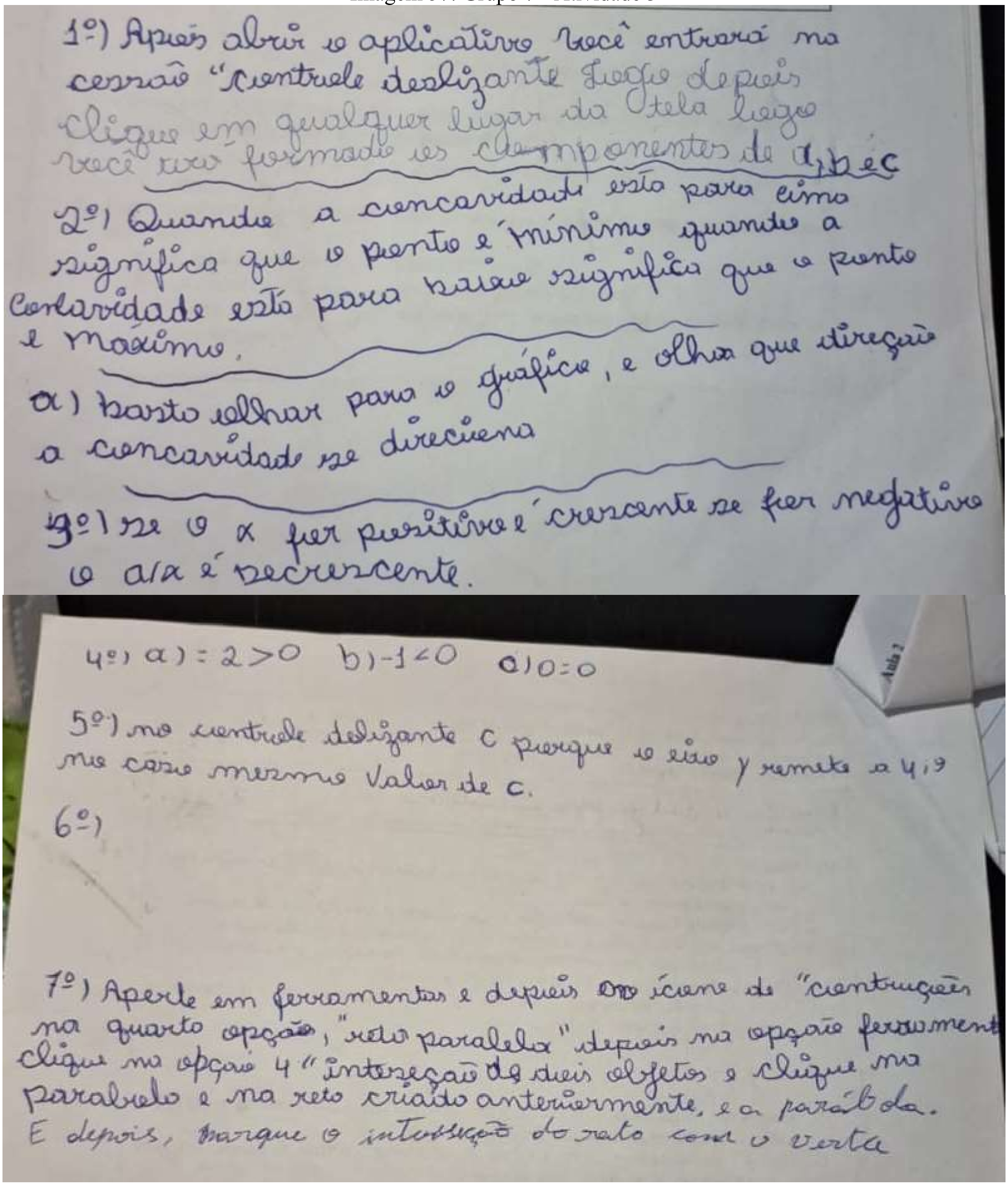
Grupo 6 (Composto pelos alunos A14 eA15)

O grupo não respondeu à atividade, pois estavam envolvidos com outras atividades da escola.

Grupo 7 (Composto pelos alunos A16 e A17)

Nota-se na imagem 57 a seguir que o grupo tem respostas similares à do grupo 3, a menos da troca de palavras por sinônimos.

Imagem 57: Grupo 7 - Atividade 3



1º) Após abrir o aplicativo você entrará na sessão "controle deslizante logo depois clique em qualquer lugar da tela logo você terá formado os componentes de a, b e c

2º) Quando a concavidade está para cima significa que o ponto é mínimo quando a concavidade está para baixo significa que o ponto é máximo.

a) basta olhar para o gráfico, e olhar que direção a concavidade se direciona

3º) se o a for positivo é crescente se for negativo o a/a é decrescente.

4º) a) = $2>0$ b) $-1<0$ c) $0=0$

5º) no controle deslizante C porque o eixo y remete a 4; o caso mesmo valor de c.

6º)

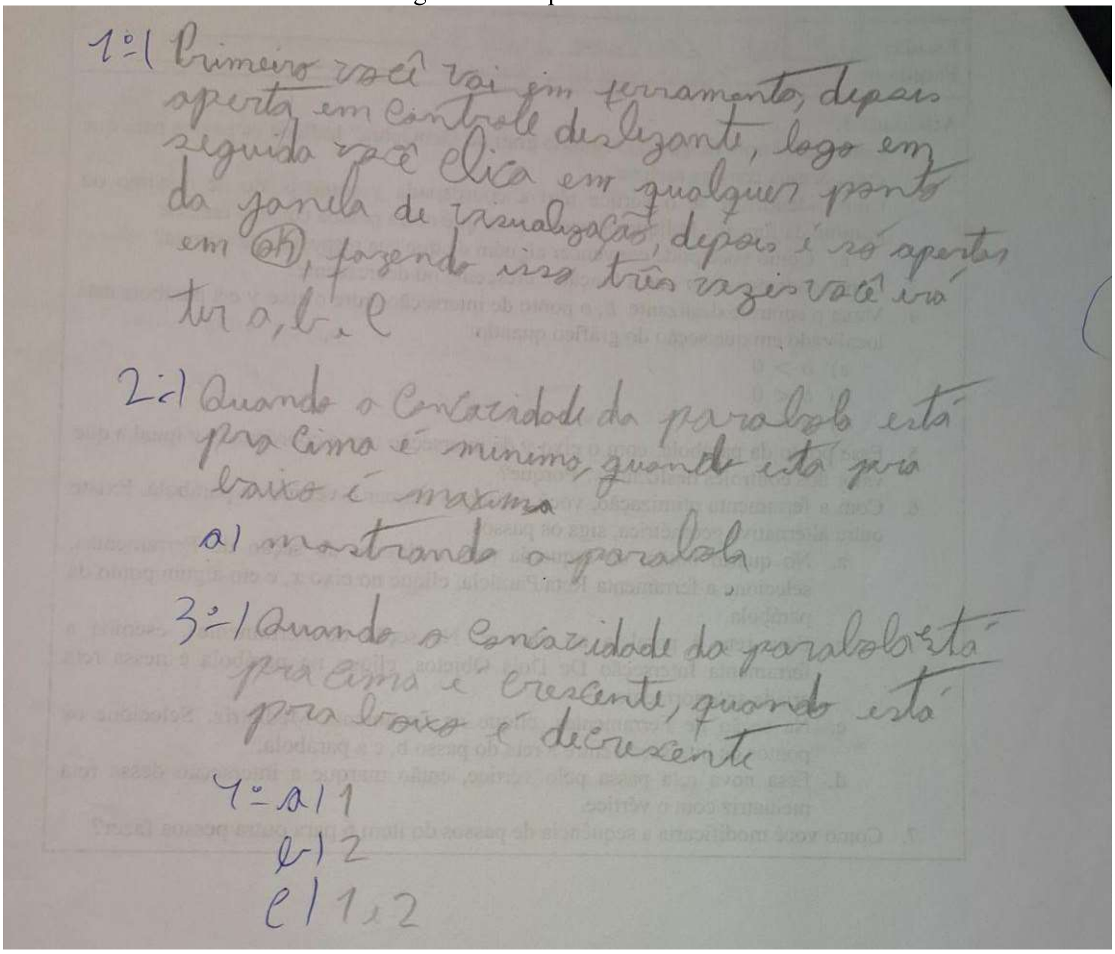
7º) Aperte em ferramentas e depois o ícone de "construções na quarta opção, "reta paralela" depois na opção ferramenta clique na opção 4 "interseção de dois objetos e clique na paralela e na reta criado anteriormente, e a parábola. E depois, marque o intersecção da reta com o vértice

fonte: Dados da pesquisa

Grupo 8 (Composto pelos alunos A18 e A19)

O grupo 8 responde ao tópico 1 fornecendo passos para criar o controle deslizante, só que como outros grupos, eles não informam como gerar a função através dos objetos criados, como pode ver na imagem 58 a seguir. No tópico 2 observa-se que os alunos compreendem a relação entre o sentido da concavidade e o ponto de máximo ou mínimo e confirmam sua resposta através do gráfico da função.

Imagem 58: Grupo 8 - Atividade 3


1º) Primeiro você vai em ferramenta, depois aperta em Controle deslizante, logo em seguida você clica em qualquer ponto da janela de visualização, depois é só apertar em ok, fazendo isso três vezes você irá ter a, b e c

2º) Quando a Concavidade da parábola está pra cima é mínimo, quando está pra baixo é máxima

a) mostrando a parábola

3º) Quando a Concavidade da parábola está pra cima e crescente, quando está pra baixo e decrescente

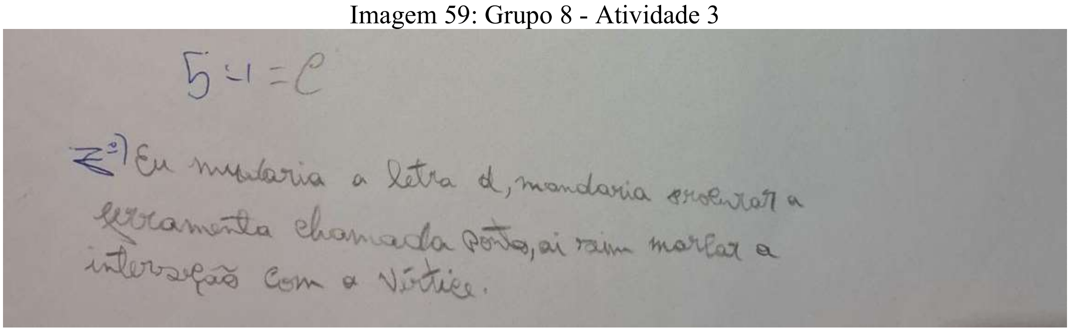
4º a) 1
b) 2
c) 1 e 2

Fonte: Dados da pesquisa

No tópico 3, os alunos, assim como outros grupos, não expressam uma resposta coerente sobre o crescimento ou decrescimento da parábola, como é mostrado na imagem 58 anterior. Além disso, apresentam respostas insuficientes no tópico 4.

Na imagem a seguir 59 verifica-se que o grupo fez a relação entre a coordenada y do vértice e o valor do coeficiente *c*, mas não explicam como chegaram a essa conclusão

Imagem 59: Grupo 8 - Atividade 3


5º) = c

6º) Eu mudaria a letra d, mandaria executar a ferramenta chamada ponto, aí sim marcar a interseção com o vértice.

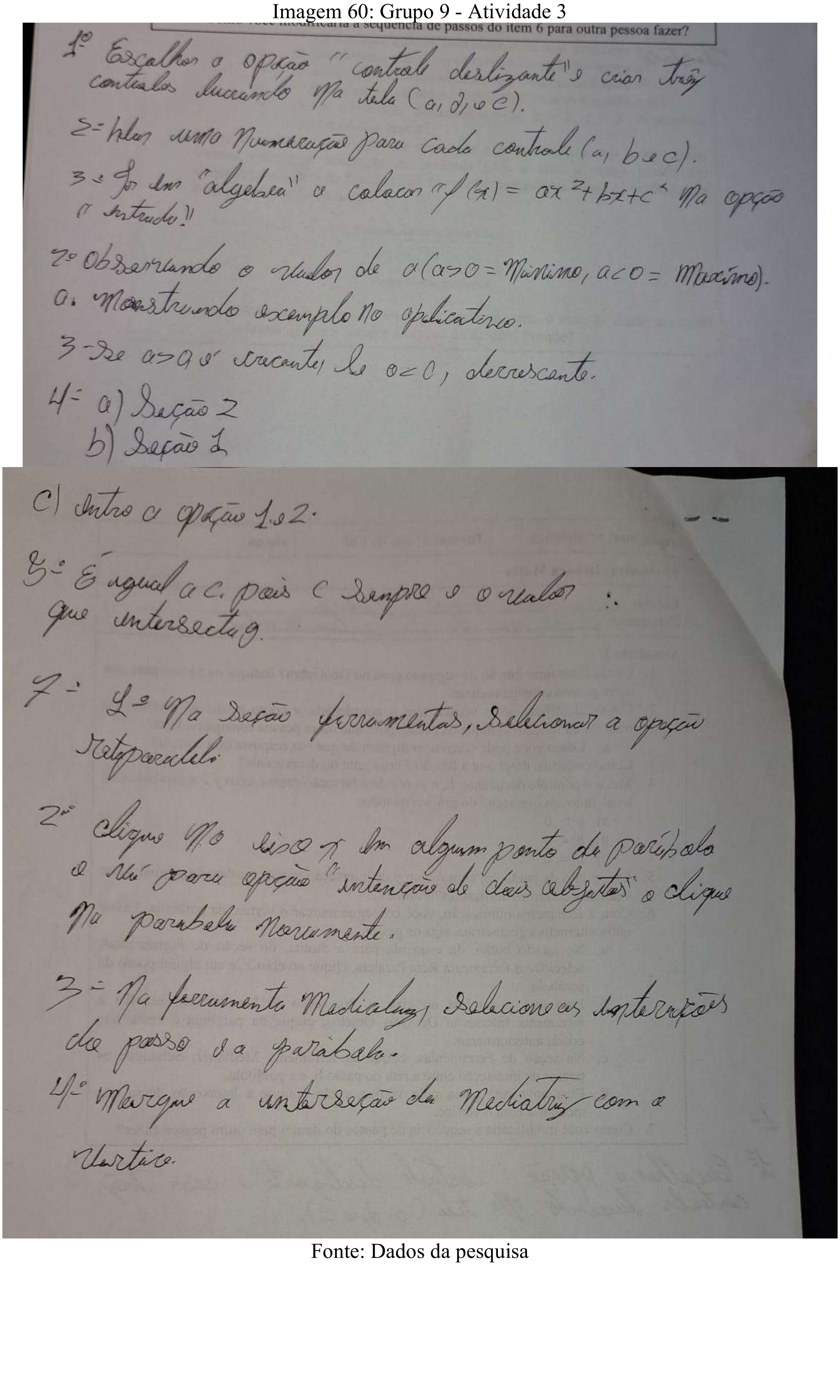
Fonte: Dados da pesquisa

No último tópico da atividade, os alunos responderam que apenas alterariam a letra d do tópico 6, pois deduz-se que eles testaram outra ferramenta para encontrar o vértice.

Grupo 9 (Composto pelo aluno A20)

O grupo 9 possui respostas idênticas às do grupo 2, como pode ser visto na imagem 60 a seguir.

Imagem 60: Grupo 9 - Atividade 3



1º Escolher a opção "controle deslizante" e criar três controles lucando na tela (a, b, e c).

2º Dar uma numeração para cada controle (a, b e c).

3º Ir em "algebra" e colocar $f(x) = ax^2+bx+c$ na opção "entrada".

2º Observando o valor de a ($a>0$ = Mínimo, $a<0$ = Máximo).

a. Monstrando exemplo no aplicativo.

3- Se $a>0$ é crescente, se $a<0$, decrescente.

4º a) Seção 2

b) Seção 1

c) Entre a opção 1 e 2.

5º É igual a c. pois c sempre é o valor que intersecta y.

7º 1º Na seção ferramentas, selecionar a opção reta paralela.

2º Clique no eixo x em algum ponto da parábola e vá para opção "interseção de dois objetos" e clique na parábola novamente.

3º Na ferramenta Mediatriz, selecione as interseções do passo 2 a parábola.

4º Marque a interseção da Mediatriz com a vértice.

Fonte: Dados da pesquisa

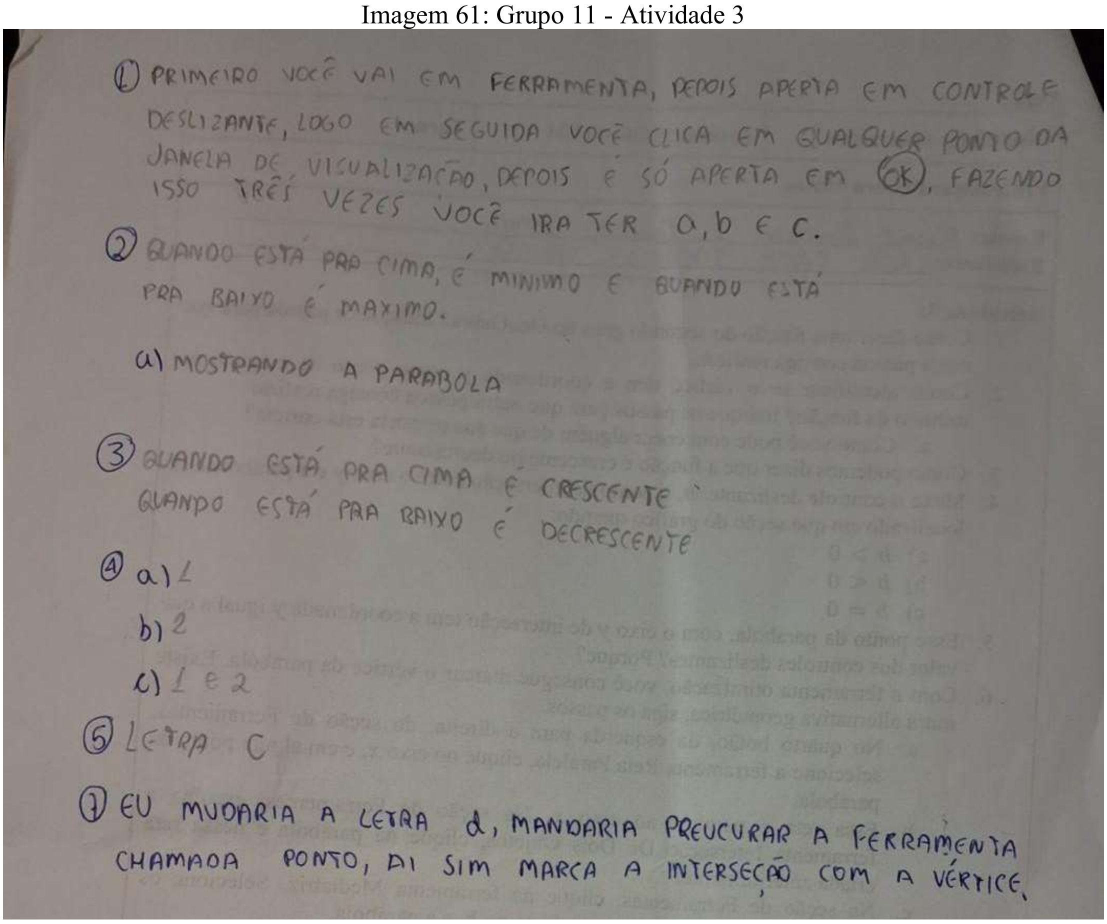
Grupo 10 (Composto pelos alunos A21 e A22)

O grupo estava presente em sala de aula no último dia de aplicação do projeto.

Grupo 11 (Composto pelos alunos A23 e A24)

O grupo 11 possui respostas idênticas às do grupo 8, como pode ser visto na imagem 61 a seguir.

Imagem 61: Grupo 11 - Atividade 3



1) PRIMEIRO VOCÊ VAI EM FERRAMENTA, DEPOIS APERTA EM CONTROLE DESLIZANTE, LOGO EM SEGUIDA VOCÊ CLICA EM QUALQUER PONTO DA JANELA DE VISUALIZAÇÃO, DEPOIS É SÓ APERTA EM OK, FAZENDO ISSO TRÊS VEZES VOCÊ IRA TER a, b E c.

2) QUANDO ESTÁ PRA CIMA, É MINIMO E QUANDO ESTÁ PRA BAIXO É MAXIMO.

a) MOSTRANDO A PARABOLA

3) QUANDO ESTÁ PRA CIMA É CRESCENTE QUANDO ESTÁ PRA BAIXO É DECRESCENTE

4) a) 1

b) 2

c) 1 e 2

5) LETRA C

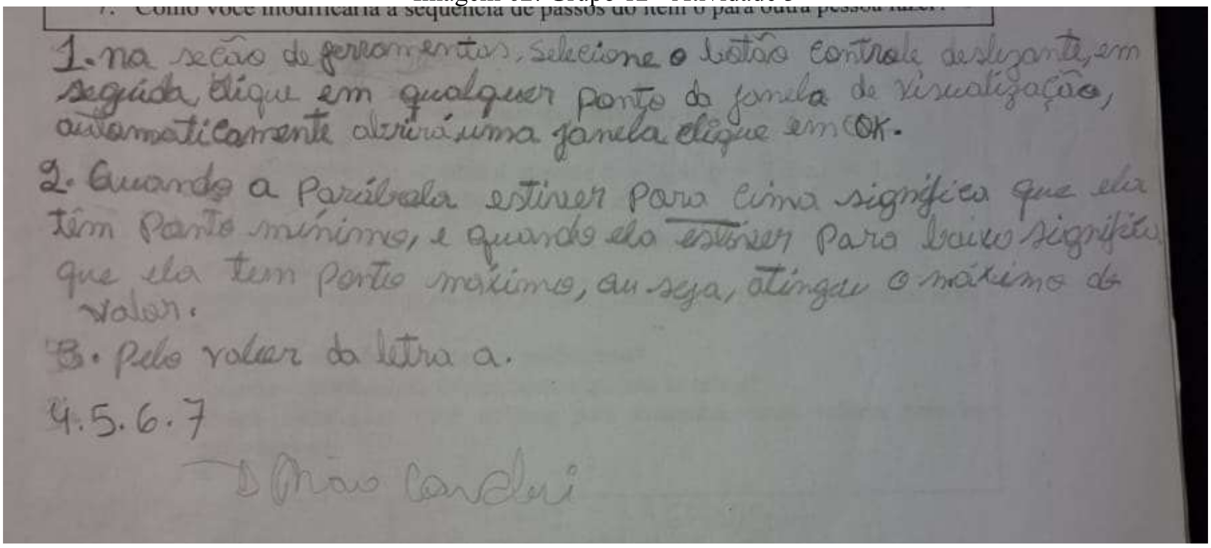
7) EU MUDARIA A LETRA d, MANDARIA PROCURAR A FERRAMENTA CHAMADA PONTO, AI SIM MARCA A INTERSEÇÃO COM A VÉRTICE.

Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 12 (Composto pelos alunos A25 e A26)

O grupo 12 alegou não ter dado tempo para concluir a atividade. A resposta ao tópico 1 é idêntica ao do grupo 5, e a resposta do tópico 2 é idêntica à do grupo 3, amenos da letra a, e no tópico 3 os alunos disseram que pelo valor do coeficiente a é possível identificar o crescimento o decrescimento da função, como mostra a imagem 62 a seguir.

Imagem 62: Grupo 12 - Atividade 3



1. na seção de ferramentas, selecione o botão controle deslizante, em seguida clique em qualquer ponto da janela de visualização, automaticamente abrirá uma janela clique em OK.
2. Quando a Parábola estiver para cima significa que ela têm Ponto mínimo, e quando ela estiver para baixo significa que ela tem ponto máximo, ou seja, atingiu o máximo de valor.
3. pelo valor da letra a.
4.5.6.7

Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 13 (Composto pelos alunos A27 e A28)

O grupo 13 não realizou a atividade pois não foram à aula no dia da aplicação do projeto

Conclusão da Atividade 3

Os grupos 6, 10 e 13 não realizaram as atividades, pois estavam agitados, já que era a última aula do dia, próxima das 21h, e alguns alunos faltaram, enquanto outros estavam envolvidos com outras atividades da escola. A partir disso, percebe-se como o horário das atividades na escola também influencia a produtividade dos alunos, visto que as atividades anteriores foram aplicadas nos primeiros horários de aula, às 14h.

Além desses grupos que não realizaram a atividade 3, os grupos apresentados no quadro a seguir possuem respostas idênticas ou semelhantes.

Quadro 3: Grupos com respostas similares na atividade 3

Nome dos conjuntos de grupos	Grupos com respostas similares
A	Grupo 2 e Grupo 9
B	Grupo 3, Grupo 7 e 12
C	Grupo 5 e grupo 12
D	Grupo 8 e Grupo 11

Fonte: Dados da pesquisa

Em comparação com a análise da atividade anterior, os grupos que seguem esse padrão de partilha de respostas são os grupos 2, 3, 5, 8, 9, 11 e 12. Esse último citado apresenta algumas respostas ora parecidas com o grupo 3, ora com o grupo 5.

Analisando as respostas por tópicos, tem-se que no primeiro os grupos 1, 2 e 9 apresentam em sua explicação a escrita de passos para criar os controles deslizantes e a função quadrática. Os grupos 3, 5, 7, 8, 11 e 12 exibem apenas os passos para a criação dos controles deslizantes. Por fim, o grupo 4 escreve orientações para criar os controles deslizantes, declaram que precisam gerar a função f, porém não expressa como realizar ação. Faz-se necessário declarar que essas orientações solicitadas no tópico 1 estão presentes nas atividades 1 e 2.

Observa-se no tópico 2 que o grupo 1 se confundiu e não respondeu a esse tópico. Os grupos 2 e 9 argumentam sobre a relação entre o sentido da concavidade e do valor do coeficiente a, destacam corretamente quando a função possui valor máximo ou mínimo e defendem sua conclusão guiando o leitor a observação do gráfico. Os grupos 3, 7, 8 e 11 associam a sentido da parábola, e o valor de máximo ou mínimo, bem como exibem como argumento a exibição do gráfico da função. Os grupos 4 e 12 expressam apenas que verificaram o sentido da concavidade, pois assim identificariam se é ponto de valor máximo ou mínimo, mas não argumentam. Por último, o grupo 5 constata a relação entre o sentido da concavidade e o valor do coeficiente *a*, além de destacar corretamente quando a função possui valor máximo ou mínimo.

De acordo com as respostas obtidas, nenhum dos grupos conseguiu descrever quando a função cresce ou decresce. O grupo 1 não respondeu a esse tópico, o grupo 2, 9, 4 e 12 associaram evento ao valor do coeficiente *a,* o que pode ter sido deduzido pelo conhecimento prévio da função afim. O grupo expressou que está associado ao valor de *x*. O grupo 5 diz que é necessário observar o valor do ângulo, o que remete a ideia e coeficiente angular de uma função afim. E os grupos 8 e 11 disseram que é possível definir o crescimento ou decrescimento através da análise do sentido da concavidade da parábola.

No tópico 4 há uma tendência de respostas, os grupos 1, 2, 4, 8 e 11 respondem apresentando lado, seções ou partes 1 ou 2, transparecendo a ideia de que eles estão se referindo a que parte do plano cartesiano a maior parte da parábola está. Os grupos 3 e 7 assumem valores para o coeficiente *b* e reescrevem as letras a, b e c do tópico 4 com esses novos valores, e o grupo 5 traz a ideia de divisão em partes, mas não foi possível identificar o que o grupo quis expressar.

No tópico 5, observa-se que os grupos 1, 2, 4 e 9 relacionam o valor do coeficiente *c* da função com o valor da coordenada *y* do ponto de interseção entre o *eixo y* e a parábola. Os grupos 3 e 7 fazem a mesma verificação, mas observam isso com apenas um valor, e não expressam se esse fato sempre acontece ou não. Já os grupos 8 e 11 expressam que notam essa relação, porém não justificam a resposta.

Por fim, o tópico 7 solicitava aos alunos que modificassem a escrita do passo 6, que era direcionado a encontrar o vértice da parábola. Os grupos 1 e 4 apenas disseram que modificariam apresentando uma maneira mais fácil, porém não descreveram qual. Os grupos 2, 3, 5, 7 e 9 escreveram o tópico 6 alterando palavras por outras sinônimas, fazendo referência a passos anteriores e encurtando frases. E, por último, os grupos 8 e 11 modificaram apenas a escrita da letra d do tópico 6, sugerindo utilizar outra ferramenta do GeoGebra para finalizar a construção.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de analisar como a integração da escrita e do GeoGebra contribui para o aprimoramento do letramento matemático, optou-se por empregar a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau como base para estruturar estratégias em sala de aula. Para esse fim, esta pesquisa é iniciada com um breve contexto sobre a escolha do tema e o estado do conhecimento, expondo a justificativa para a escolha do conteúdo de funções quadráticas.

Por conseguinte, um estudo teórico sobre a Teoria das Situações Didáticas, a Base Nacional Comum Curricular e o objeto matemático foram realizados, além de uma investigação sobre o GeoGebra para amparar a produção da sequência didática e como seriam verificados os dados da pesquisa.

Ao recapitular o questionamento dessa pesquisa, "Como desenvolver o letramento matemático mediado por uma sequência didática, vinculando-a à escrita e ao GeoGebra de acordo com a BNCC?", observa-se que surge uma indagação não puramente pedagógica, mas que estimula a exploração de recursos e teorias que corroborem para o ensino e aprendizagem com o intuito de desenvolver o letramento matemático.

Ao longo deste estudo, buscou-se não apenas responder ao questionamento principal apresentado, como também contribuir com informações que possam auxiliar abordagens futuras. Para isso, integrar os princípios da BNCC com a Teoria das Situações Didática foi a estratégia utilizada para auxiliar a responder essa pergunta. Sendo assim, a produção e análise de dados pautados nesse pressuposto destacam a possibilidade de uma aprendizagem dinâmica e ativa.

A partir disso, observa-se que há uma progressão nas respostas às atividades, como por exemplo a relação da disposição da concavidade com o valor do coeficiente "a" da função. Na primeira atividade, apenas os grupos 1, 2, 8 e 9 fazem esse vínculo, porém o grupo 9 inverte a situação. Na atividade 3, nota-se que os grupos 3, 5, 7, 9 e 11 passam a argumentar utilizando corretamente esse fato em suas respostas, utilizando símbolos e linguagem escrita.

Identifica-se também que apenas os grupos 1 e 2 na primeira atividade identificam as raízes da função, já na atividade 2, além dos grupos citados, os grupos 4, 7, 8, 9, 11 e 13 identificam as raízes da função e associam a interseção entre o gráfico da parábola e o eixo x.

Também, observa-se que, na primeira atividade, os grupos utilizam poucos símbolos e linguagem popular. Nomeiam o gráfico da função como 'linhas' e os coeficientes e parâmetros como letras da função. Já no decorrer da segunda e terceira atividades, os alunos utilizam símbolos, nomeiam os objetos matemáticos corretamente como reta e parábola, além de abordarem linguagem apropriada para descrever os elementos da lei de formação da função quadrática. Nota-se que ainda há pouca rigorosidade na escrita, porém tendo em vista o curto período de tempo de contato entre os alunos e essa nova abordagem, são resultados positivos.

Verifica-se que ao longo das atividades os alunos passaram a utilizar a linguagem matemática e símbolos para representar tanto o que visualizavam no GeoGebra, quanto o que adquiriram sobre o conteúdo de funções quadráticas, a criação de situações, à luz da TSD mobilizou a turma a desenvolver práticas de escrita matemática.

A utilização do GeoGebra como *software* dinâmico proporciona aos alunos uma experiência concreta e interativa com o objeto matemático estudado, contribuindo para a troca de conhecimentos e saberes entre os alunos do grupo, ampliando a percepção dos alunos dos alunos sobre as funções quadráticas e o letramento matemático. Nesse contexto, a visualização instantânea e manipulação de elementos matemáticos auxilia não apenas na assimilação dos conceitos, mas também incentiva, através das atividades, a leitura de expressões matemáticas por meio da linguagem simbólica, cooperando para o aprimoramento do letramento matemático dos alunos.

Dito isso, é possível verificar que o primeiro objetivo específico que é: Propor ambiente pautado na Teoria das situações Didática para o desenvolvimento do letramento matemático, foi atingido, pois realizamos a construção de uma sequência didática, composta por 3 planos de aulas, cada um com 2 horas/aulas de duração, baseada na BNCC e na TSD, e que tinha como objetivo desenvolver o letramento matemático através da escrita de passos, do uso do *software* GeoGebra e do estudo das funções quadráticas.

Do mesmo modo, notamos que o segundo objetivo, que é analisar se o uso da escrita e do GeoGebra auxilia o letramento matemático, foi realizado a partir das respostas dos alunos às atividades propostas. Ao analisarmos o emprego do GeoGebra, constatamos, através da comparação das respostas do mesmo grupo nas 3 atividades, o aprimoramento da escrita matemática.

Temos ainda o terceiro objetivo específico que é: compor a prática docente de acordo com a BNCC e a Teoria das Situações Didáticas. Esse objetivo visa disponibilizar a sequência didática proposta como recurso didático para o professor, e foi atingido visto que o produto dessa dissertação, alinhado com a BNCC, a TSD, e o GeoGebra pode servir como modelo para estudos e práticas futuras sobre o letramento matemático.

Consequentemente, tem-se que o objetivo geral desta pesquisa: analisar, sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, como a integração da escrita e do GeoGebra, contribui para o aprimoramento do letramento matemático, foi alcançado em razão da prática exercida na construção dos planos de aula com base na TSD, pois os resultados evidenciaram a potencialidade da sequência didática para a inserção do letramento matemático através da escrita com o auxílio do GeoGebra.

Apesar disso, cabe ressaltar as dificuldades enfrentadas durante esta pesquisa. Durante as atividades, observamos que alguns grupos podem ter comprometido seu processo de aprendizagem, seja copiando tarefas de outros colegas ou realizando pesquisas na internet sem refletir ou questionar sobre as respostas obtidas. Além disso, é possível constatar como o horário de estudo impacta na proatividade dos alunos, evidenciado pelo fato de que, na terceira atividade, aplicada nos últimos horários, alguns grupos optaram por não a realizar. Somado a isso, enfrentamos a dificuldade do uso do celular em sala de aula, devido à distração dos alunos com outros aplicativos presentes no dispositivo. É crucial ressaltar que, embora tenham surgido obstáculos, a pesquisa não foi comprometida, e as dificuldades identificadas representam oportunidades para investigações futuras.

Portanto, este estudo forneceu uma visão de um conteúdo específico, mas tem potencialidade com outros objetos matemáticos e que podem ser utilizados pelos professores como estratégia em sala de aula. Os resultados produzidos apontam que o vínculo entre a TSD, a BNCC e o GeoGebra contribuíram para o aprimoramento do letramento matemático. Ao encerrar esta jornada de pesquisa, notamos que ainda há a necessidade da realização de pesquisas sobre esse tema, avaliando criticamente as diversas possibilidades.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fernando Emílio Leite. **O contrato didático na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução da equação na 7º série do ensino fundamental.** 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

ALMOULOUD, Saddo. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 11, n. 2, p. 109-141, 2016.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. Amazônia: **Revista de Educação em Ciências e Matemática**s, Belém, v. 13, n. 27, p. 5-35, set. 2017. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/5514>. Acesso em: 21 mar. 2023. doi:http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v13i27.5514.

AZEVEDO, Italândia Ferreira de; ALVES, Francisco Régis Vieira; OLIVEIRA, J. C de. Obmep e teoria das situações didáticas: uma proposta para o professor de matemática. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 12, n. 19, p. 82-92, 2018.

BARBOSA, G. S. **Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula.** In. XII Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas PISA 2012 - Relatório Nacional.** Brasília, DF, Brasil, 2013.

Brousseau, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: Conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

CAPES. **Brasil - Catálogo De Teses E Dissertações Da Capes, Dados Das Teses E Dissertações Da Pós-Graduação 2017 A 2020.** Disponível Em: <Https://Metadados.Capes.Gov.Br/Index.Php/Catalog/203/Study-Description>. Acesso Em: 29, Set. 2022.

CARVALHO, Larissa Ribeiro Viana De. **Por Dentro Da BNCC: Um Olhar Para O Letramento Matemático.** 2021. Dissertação (Universidade De São Paulo/ São Paulo) - Universidade De São Paulo

CESAR, Silvia Helena. **A Formação Docente Para O Letramento Matemático Com Números.** 2021. Dissertação (Mestrado Profissional Em PPED) - Universidade Estadual Do Norte Do Paraná, Centro De Ciências Humanas E Da Educação, Programa De Pós Graduação Em Educação, 2021.

DOURADO, Simone; Ribeiro, EDNALDO. Natureza da Pesquisa: Metodologia Qualitativa e Quantitativa. In: JÚNIOR, Carlos Alberto de Oliveira Magalhães; BATISTA, Michel Corci.

Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências. 1. ed. -- Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni, P.14-34, 2021.

FONSECA, J. J. S. Metodologia Da Pesquisa Científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila

FONTINELE, Marcela De Oliveira Abreu. **Formação Continuada E Prática Docente: Contribuições Da Alfabetização Matemática Para O Letramento Da Criança**. Orientadora:Neide Cavalcante Guedes. 2020. Dissertação (Programa De Pós-Graduação Em Educação Mestrado Em Educação) - Universidade Federal Do Piauí.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra.** Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 23 out. 2022

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. Editora Atlas SA, 2008.

GOMES, Maria Janiely de Siqueira ; MENEZES, Marcus Bessa de; ALMEIDA, Fernando Emílio Leite. **O contrato didático e as expectativas do professor e alunos frente ao conteúdo figuras planas.** ACTIO: Docência em Ciências, v. 4, n. 2, p. 48-70, 2019.

GONÇALVES, Emerson Nunes da Costa; COMPIANI, Carlos Alberto de Oliveira. PESQUISA-AÇÃO: CONSTRUCTOS FORMATIVOS PARA O FAZER DOCENTE. In **Metodologia da Pesquisa em Educação e Ensino de Ciências.** In: JÚNIOR, Carlos Alberto de Oliveira Magalhães; BATISTA, Michel Corci. **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências.** 1. ed. - Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni, P.87-99, 2021.

JOLANDEK, Emilly Gonzales. **Reforma Curricular, Avaliação Em Larga Escala E PISA: Um Olhar A Partir De Percepções Docentes.** 2020. Dissertação (Mestrado Em Ensino De Ciências E Educação Matemática) – Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.

JÚNIOR, Francisco Diniz. **Formulação E Resolução De Problemas Com Panfletos E Propagandas: Uma Proposta De Ensino Em Matemática Financeira Como Perspectiva Para O Letramento Matemático.** 2021. Dissertação (Programa De Pós-Graduação Em Ensino De Ciências E Educação Matemática) - Universidade Estadual Da Paraíba

JUNIOR, Edson Ribeiro de Britto de Almeida; OLIVEIRA, Camila Muniz de. ESTUDO DE CASO: DA ONTOLOGIA E EPISTEMOLOGIA AOS PROCEDIMENTOS PARA A PESQUISA. In: JÚNIOR, Carlos Alberto de Oliveira Magalhães; BATISTA, Michel Corci. **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências.** 1. ed. - Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni, P.171-185, 2021.

MACHADO, Antônio Pádua. **Do significado da escrita da matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores.** 2003. 284 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102169>.

MELO, Carlos Alberto Pongelupe De. P**rojeto De Letramento Matemático: O Ensino Da Geometria Com O Uso De Kits Criados Com Materiais Reaproveitáveis.** 2022. Dissertação (Mestrado Em Mestrado Em Ensino De Ciências E Matemática) - Pontifícia Universidade Católica De Minas Gerais.

MENEZES, Marcus Bessa de; Menezes, Anna Paula Avelar Brito; RAMOS, Maria Isabel. ALGUNS FENÔMENOS DIDÁTICOS EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA E SUAS RELAÇÕES COM A REPRESENTAÇÃO SOCIAL. **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2004.

MENEZES, Marcus Bessa de; SANTOS dos, Marcelo Câmara. Estabelecendo um contrato de avaliação: um olhar para a avaliação a partir dos fenômenos didáticos. **Educação Matemática em Revista,** v. 23, n. 57, p. 6-16, 2018.

MOROSINI, Marília. Costa.; FERNANDES, Cleoni. Maria. Barbosa. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação Por Escrito,** [S. l.], v. 5, n. 2, p. 154–164, 2014. DOI: 10.15448/2179-8435.2014.2.18875. Disponível em: https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/view/18875. Acesso em: 20 nov. 2022.

NASCIMENTO, Bianca Suelen Pantoja. **Letramento Matemático: A Formação E A Prática Dos Professores Dos Anos Iniciais.** 2021. Dissertação (Mestrado Em Mestrado Em Educação) - Universidade Do Estado Do Pará.

PARUTA, Anie Masquete. **Letramento Matemático: Dos Documentos Curriculares Aos Saberes E Práticas Dos Professores Dos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental.** 2020. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino E História Das Ciências E Matemática)- Universidade Federal Do ABC.

PASSOS, Claudio Manso; TEIXEIRA, Paulo Magalhaes. **Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau (CO)**. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2011.

PEREIRA, Luciana Zaidan. **Alfabetizadoras E Sua Participação No Pacto Nacional Alfabetização Na Idade Certa (Pnaic): Dizeres Sobre A Alfabetização Matemática Na Perspectiva Do Letramento.** 2019. Dissertação (Mestrado Em Educação Em Ciências E Em Matemática) - Universidade Federal Do Paraná

PROENÇA, Laís Isabele. **A Mobilização Dos Registros De Representação Semiótica Na Prática Pedagógica Do Processo De Ensino-Aprendizagem Dos Números Racionais.** 2021. Dissertação (Programa De Pós-Graduação Em Ensino De Ciências Exatas) - Universidade Federal De São Carlos

PUGAS, Seila Alves. **Entre Números E Letras Considerações De Professoras Alfabetizadoras Da Escola De Tempo Integral Padre Josimo Morais Tavares (Palmas-TO), Sobre As Contribuições Do PNAIC Para Suas Práticas De Ensino De Matemática**. 2018. 203f. Dissertação (Mestrado Em Educação) – Universidade Federal Do Tocantins, Programa De Pós-Graduação em Educação, Palmas, 2018.

SANTOS JUNIOR, Verissimo Barros Dos; MONTEIRO, Jean Carlos Da Silva. **Educação E Covid-19: As Tecnologias Digitais Mediando A Aprendizagem Em Tempos De Pandemia.** Revista Encantar-Educação, Cultura E Sociedade, V. 2, P. 01-15, 2020.

SILVA, Edna Alves Pereira Da; ALVES, Doralice Leite Ribeiro; FERNANDES, Marinalva Nunes. **O Papel Do Professor E O Uso Das Tecnologias Educacionais Em Tempos De Pandemia.** Cenas Educacionais, V. 4, P. E10740-E10740, 2021

SILVA, Mayckon Dimas Cardoso. **Letramento Informacional E Resolução De Problemas No Ensino De Matemática : Perspectivas Para O Letramento Matemático.** 2021. 157 F. Dissertação (Mestrado Profissional Em Ensino De Ciências) - Câmpus Central – Sede: Anápolis - CET, Universidade Estadual De Goiás, Anápolis-GO.

SILVA, Thayná Damasceno. **O Ensino De Análise Combinatória No Ensino Fundamental II: Uma Proposta Pedagógica Com Materiais Manipuláveis.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional Em Educação Em Ciências E Matemática) -Universidade Federal Rural Do Rio De Janeiro

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. **A Pesquisa Científica**. Métodos De Pesquisa. Porto Alegre: Editora Da UFRGS, 2009. P. 33-44, 2009.

SOUSA, José Alberto Rodrigues. **O Ensino Da Adição E Subtração Utilizando A Metodologia Sequência Fedathi Na Perspectiva Da Teoria Dos Campos Conceituais.** 2021. 49 F. Dissertação (Mestrado Profissional Em Ensino De Ciências E Matemática) - Pró-Reitoria De Pesquisa E Pós-Graduação, Universidade Federal Do Ceará, Fortaleza, 2021.

SOUSA, Rosângela Pimenta De. **Letramento Matemático: Ensino De Geometria Para Alunos Com Deficiência Intelectual Da Segunda Série Do Ensino Médio**. 2021.111f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática) – Universidade Federal Do Tocantins, Programa De Pós-Graduação em Matemática, Arraias, 2021.

SOUZA, Francislane Ávila de. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico Mediado Por Tecnologias Digitais Nos Primeiros Anos Da Educação Básica.** 2019. 111 P. Dissertação (Mestrado Em Educação) – Universidade Federal De Lavras, Lavras, 2019.

SOUZA, Gilvana Gomes Duarte. **Educação Do Campo No Município De Areia Branca/RN E Salas Multianuais: Limites E Possibilidades Do Letramento Matemático.** 2021. Dissertação (Mestrado Em PÓS ENSINO) - Instituto Federal De Educação, Ciência E Tecnologia Do Rio Grande Do Norte

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. **Um Pouco Da Teoria Das Situações Didáticas (Tsd) De Guy Brousseau.** Zetetiké, V. 21, N. 1, P. 155-168, 2013.

UBAGAI, Rute Baia Da Silva. **Reflexões Sobre A Própria Prática Em Experiências De Letramento E Letramento Matemático.** Orientadora: Elizabeth Cardoso Gerhardt Manfredo. 2021. 157 F. Dissertação (Mestrado Profissional Em Docência Em Educação Em Ciências E Matemáticas) - Programa De Pós-Graduação Em Educação Em Ciências E Matemáticas, Instituto De Educação Matemática E Científica, Universidade Federal Do Pará, Belém, 2021.

WEBER, Daniela Guse. **Pacto Nacional Pela Alfabetização Na Idade Certa: Contribuições À Prática Pedagógica De Professores Que Ensinam Matemática Em Classes De Alfabetização.** (2018) Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal De Santa Catarina, Programa De Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2018.

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - UFPE CAA
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas, que está sob a responsabilidade do (a) pesquisador (a) Débora da Silva Matos, email: debora.s.matos2@gmail.com, e está sob a orientação de Edelweis José Tavares Barbosa, e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br.

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

O (a) senhor (a) estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

- **Será feita uma aplicação de atividades sobre o conteúdo Funções Quadráticas em sala de aula com o objetivo de desenvolver o letramento matemático, isso acontecerá com o uso de um aplicativo chamado GeoGebra. O tempo estimado para a aplicação da sequência didática é de 6 horas/aula, cada aula com duração de 50 minutos. As aulas serão distribuídas em duas semanas e serão realizadas no período da aula de matemática da turma selecionada. Serão 2 aulas para cada plano de aula da sequência didática.**

- **Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldade, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.**

- **Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento do letramento matemático, desse modo desenvolvendo o raciocínio lógico matemático, como também, o produto dessa pesquisa servirá de apoio para a comunidade acadêmica.**

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa através de fichas de avaliação serão digitalizados e ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do do pesquisador, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**

____
(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, ____________________________________, CPF _________________, abaixo-assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo "GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas", como voluntário(a). Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo(a) pesquisador(a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data __________________

Assinatura do participante: __________________________

Impressão digital (opcional)

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE B

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - UFPE CAA
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a)________________________ {ou menor que está sob sua responsabilidade} para participar, como voluntário (a), da GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) Débora da Silva Matos, e-mail: debora.s.matos2@gmail.com, e está sob a orientação de Edelweis José Tavares Barbosa, e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br.

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois desistir que seu filho/a participe é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- **Será feita uma aplicação de atividades sobre o conteúdo Funções Quadráticas em sala de aula com o objetivo de desenvolver o letramento matemático, isso acontecerá com o uso de um aplicativo chamado GeoGebra. O tempo estimado para a aplicação da sequência didática é de 6 horas/aula, cada aula com duração de 50 minutos. As aulas serão distribuídas em duas semanas e serão realizadas no período da aula de matemática da turma selecionada. Serão 2 aulas para cada plano de aula da sequência didática.**

- **Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldade, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.**

- **Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento do letramento matemático, desse modo desenvolvendo o raciocínio lógico matemático, como também, o produto dessa pesquisa servirá de apoio para a comunidade acadêmica.**

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa através de fichas de avaliação serão digitalizados e ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**

____
Assinatura do pesquisador (a)

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ______________________________________, CPF_________________, abaixo assinado, responsável por ________________________________, autorizo a sua participação no estudo GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.
Local e data __________________
Assinatura do (da) responsável: ___________________________

Impres
são

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do. voluntário em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE C

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - UFPE CAA
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECM

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA MENORES DE 7 a 18 ANOS)

OBS: Este Termo de Assentimento para o menor de 7 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você ____________________________________, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais] para participar como voluntário (a) da pesquisa: GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) Débora da Silva Matos, e-mail: debora.s.matos2@gmail.com, e está sob a orientação de Edelweis José Tavares Barbosa, e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br.

Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via deste termo lhe será entregue para que seus pais ou responsável possam guardá-la e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Para participar deste estudo, um responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- **Será feita uma aplicação de atividades sobre o conteúdo Funções Quadráticas em sala de aula com o objetivo de desenvolver o letramento matemático, isso acontecerá com o uso de um aplicativo chamado GeoGebra. O tempo estimado para a aplicação da sequência didática é de 6 horas/aula, cada aula com duração de 50 minutos. As aulas serão distribuídas em duas semanas e serão realizadas no período da aula de matemática da turma selecionada. Serão 2 aulas para cada plano de aula da sequência didática.**

- **Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldade, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.**

- **Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento do letramento matemático, desse modo desenvolvendo o raciocínio lógico matemático, como também, o produto dessa pesquisa servirá de apoio para a comunidade acadêmica.**

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa através de fichas de avaliação serão digitalizados e ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**

____
Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO(DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO(A)

Eu, ____________________________________, portador (a) do documento de Identidade ____________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo GeoGebra e Letramento Matemático: Recursos Didáticos para o Ensino de Funções quadráticas a luz da BNCC e a Teoria das Situações Didáticas, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.
Local e data __________________
Assinatura do (da) menor : __________________________
Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura: