



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - UFPE
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - CAA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL -
PPGECAM

MATEUS NARCIZO DE ALMEIDA NUNES

**CONTROLE ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL**

Caruaru
2025

MATEUS NARCIZO DE ALMEIDA NUNES

**CONTROLE ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico Agreste, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima

Caruaru

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Nunes, Mateus Narcizo de Almeida.

Controle estrutural de vibrações em torres tubulares de aço para aerogeradores de eixo horizontal / Mateus Narcizo de Almeida Nunes. - Caruaru, 2025.

195f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2025.

Orientação: Douglas Mateus de Lima.

Inclui referências e apêndices.

1. Energia eólica; 2. Torres tubulares de aço; 3. Análise dinâmica; 4. Controle de vibração; 5. AMS. I. Lima, Douglas Mateus de. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

MATEUS NARCIZO DE ALMEIDA NUNES

**CONTROLE ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico Agreste, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.
Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovado em: 06/03/2025.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Douglas Mateus de Lima (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Profº. Dr. Rui Manuel de Menezes e Carneiro de Barros (Examinador Externo)
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - FEUP

Profº. Dr. Moacir Kripka (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

RESUMO

A energia eólica, uma fonte renovável obtida a partir do vento, tem apresentado um crescimento significativo na capacidade instalada tanto global quanto nacionalmente nos últimos anos. Com o aumento da demanda por eletricidade, turbinas eólicas de grande porte vêm sendo implantadas, exigindo torres mais altas para capturar ventos mais intensos e economicamente viáveis. No entanto, devido à elevada altura e à estrutura esbelta dessas torres, elas se tornam mais suscetíveis a vibrações, tornando essencial a adoção de técnicas de controle estrutural para mitigar esses efeitos. Nesse contexto, esta dissertação tem como objetivo elaborar o projeto de um Absorvedor de Massa Sintonizado (AMS) para mitigar vibrações excessivas em uma torre tubular de aço, projetada para suportar um aerogerador *NREL 5 MW OC3 (onshore)*. Foi elaborado um modelo numérico da torre, com 87,6 m de altura, diâmetro e espessura variáveis, utilizando elementos finitos de barra, considerando a não linearidade geométrica por meio da matriz de rigidez geométrica consistente para determinação de suas propriedades dinâmicas, cuja resposta foi validada pelo *software Bmodes*. A torre foi analisada sob quatro cenários de vento (3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s), correspondentes a diferentes estados operacionais da turbina. Para a definição das ações atuantes, adotou-se o método do "Vento Sintético" para a distribuição ao longo da torre, enquanto o *software FAST (Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence)* foi empregado para determinar as forças e momentos aplicados no topo da estrutura. Por fim, foi projetado um AMS para ser acoplado ao topo da torre, visando atenuar as vibrações causadas pela ação aleatória do vento. Os coeficientes do absorvedor foram determinados com base na teoria de Den Hartog, sintonizando o dispositivo à primeira frequência natural da torre. Os resultados da análise modal mostraram forte concordância entre o modelo numérico e o *software Bmodes*, enquanto o método do "Vento Sintético" se mostrou adequado para aplicação da ação do vento em aerogeradores. Foi constatado que a velocidade do vento influencia diretamente a razão de massa necessária para o controle de vibrações, sendo que ventos mais intensos exigem um aumento progressivo dessa razão. O cenário de 11,4 m/s mostrou eficácia até 5%, com limitação do controle passivo acima desse valor. Assim, a razão de massa de 4% foi adotada como a mais adequada para garantir a eficiência do sistema em todas as condições analisadas. A adoção do AMS na torre do aerogerador resultou em uma redução do deslocamento

eficaz (r.m.s.) do topo em 13,912%, 17,072%, 39,967% e 42,255% para os cenários de vento de 3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s, respectivamente, em comparação com a torre sem controle.

Palavras-chave: Energia eólica. Torres tubulares de aço. Análise dinâmica. Controle de vibração. AMS.

ABSTRACT

Wind energy, a renewable source derived from wind, has shown significant growth in installed capacity both globally and nationally in recent years. With the increasing demand for electricity, large-scale wind turbines are being deployed, necessitating taller towers to capture more intense and economically viable winds. However, due to the considerable height and slender structure of these towers, they become more susceptible to vibrations, making the adoption of structural control techniques essential to mitigate these effects. In this context, this dissertation aims to design a Tuned Mass Damper (TMD) to mitigate excessive vibrations in a steel tubular tower, designed to support a NREL 5 MW OC3 (onshore) wind turbine. A numerical model of the tower, with a height of 87.6 meters, variable diameter, and thickness, was developed using bar finite elements, considering geometric nonlinearity through the consistent geometric stiffness matrix for determining its dynamic properties, whose response was validated using the Bmodes software. The tower was analyzed under four wind scenarios (3 m/s, 11.4 m/s, 25 m/s, and 30 m/s), corresponding to different operational states of the turbine. To define the acting forces, the Synthetic Wind method was adopted for the distribution along the tower, while the FAST (Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence) software was used to determine the forces and moments applied at the top of the structure. Finally, a TMD was designed to be coupled to the top of the tower, aiming to attenuate vibrations caused by the random action of the wind. The absorber coefficients were determined based on Den Hartog's theory, tuning the device to the tower's first natural frequency. The results of the modal analysis showed strong agreement between the numerical model and the Bmodes software, while the Synthetic Wind method proved adequate for applying wind action on wind turbines. It was found that wind speed directly influences the mass ratio required for vibration control, with more intense winds requiring a progressive increase in this ratio. The 11.4 m/s scenario demonstrated effectiveness up to 5%, with passive control limitations beyond this value. Thus, a 4% mass ratio was adopted as the most suitable to ensure system efficiency under all analyzed conditions. The implementation of the TMD in the wind turbine tower resulted in a reduction of the effective top displacement (r.m.s.) by 13.912%, 17.072%, 39.967%, and 42.255% for wind scenarios of 3 m/s, 11.4 m/s, 25 m/s, and 30 m/s, respectively, compared to the tower without control.

Keywords: Wind energy. Steel tubular towers. Dynamic analysis. Vibration control. TMD.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Evolução do porte dos aerogeradores no decorrer dos anos.....	17
Figura 2 –	Desenvolvimento histórico das instalações totais.....	20
Figura 3 –	Capacidade eólica mundial gerada com aerogeradores <i>onshore</i> ...	21
Figura 4 –	Elementos constituintes de um aerogerador.....	27
Figura 5 –	Esquema das pressões incidentes nas pás da turbina eólica.....	28
Figura 6 –	Orientação do eixo de rotação em turbinas eólicas.....	29
Figura 7 –	Principais componentes de um <i>HAWT</i> com três pás.....	30
Figura 8 –	Torres de aço estaiadas.....	32
Figura 9 –	Torres treliçadas de aço de turbinas eólicas.....	33
Figura 10 –	Torres tubulares de aço de aerogeradores.....	35
Figura 11 –	Processo de fabricação da torre tubular de aço para turbinas eólicas.....	37
Figura 12 –	Componentes internos em torres tubulares de aço para aerogeradores.....	38
Figura 13 –	Torres modulares para <i>HAWT</i>	40
Figura 14 –	Amortecimento proporcional à rigidez e amortecimento proporcional à massa.....	46
Figura 15 –	Amortecimento de Rayleigh.....	47
Figura 16 –	Espectro de potência das velocidades do vento.....	52
Figura 17 –	Espectros reduzidos Davenport, Lumley e Panowsky, Harris e Kaimal.....	54
Figura 18 –	Decomposição espectral da pressão flutuante em 11 harmônicos.	57
Figura 19 –	Perfil de pressões apresentando o harmônico corresponde à ressonância.....	58
Figura 20 –	Rajadas equivalentes.....	60
Figura 21 –	Correlação espacial e centro de rajadas.....	62
Figura 22 –	Esquema dos módulos do <i>FAST</i>	67
Figura 23 –	Fotografias dos modelos de turbina eólica e do dispositivo de controle (AVE) estudado.....	68
Figura 24 –	Esquema do teste de mesa vibratória.....	70
Figura 25 –	Descrição esquemática dos itens estudados.....	71

Figura 26 –	Diferentes arranjos de AMS (sem escala, dimensões em m).....	75
Figura 27 –	Modelo da TEOF com um AMH instalado com curso limitado.....	75
Figura 28 –	Modelo do absorvedor de resposta dupla.....	76
Figura 29 –	Ilustração do flutuador e modelos do AMCLS estudados.....	77
Figura 30 –	Esquema do sistema de controle de vibração passivo fundamentado em inerte.....	79
Figura 31 –	Esquema do experimento do EC-AMS.....	80
Figura 32 –	Esquema de simulação híbrida em tempo para aerogeradores com dispositivo de controle (ALS).....	81
Figura 33 –	Esquema de disposição do sistema AMS-ACLS na nacela.....	83
Figura 34 –	Projeto construtivo do AVD (fora de escala).....	84
Figura 35 –	Ações ambientais sobre <i>HAWT</i>	86
Figura 36 –	Modelo esquemático da TEOF com AMSP-3D e AMS-2D acoplado.....	87
Figura 37 –	Aerogerador com ARD acoplado e gráficos de tempo de perda de rede e deflexão longitudinal no topo da torre.....	88
Figura 38 –	AFR incorporado na base de um aerogerador.....	89
Figura 39 –	Modelo de EF da <i>HAWT</i> do tipo jacket modelada no ANSYS® e disposição dos dispositivos de controle de vibração.....	90
Figura 40 –	Representação do AMS-PI disposto na <i>HAWT</i>	92
Figura 41 –	Fluxograma da metodologia do trabalho.....	95
Figura 42 –	Graus de liberdade do elemento finito de barra empregado.....	97
Figura 43 –	Reações elásticas no elemento finito de barra empregado.....	98
Figura 44 –	Representação das forças e momentos aplicados no topo e ao longo da torre.....	105
Figura 45 –	Fluxograma do procedimento do Método do “Vento Sintético”.....	106
Figura 46 –	Processo de cálculo do <i>FAST</i> em cada sub-rotina.....	111
Figura 47 –	Representação do absorvedor dinâmico de vibração passivo de dois graus de liberdade.....	119
Figura 48 –	Deslocamentos transversais da torre correspondentes aos seis primeiros modos de vibração.....	125
Figura 49 –	Velocidade do vento nas direções x e z.....	127
Figura 50 –	Forças e momentos exercidos no topo da torre.....	127

Figura 51 –	Deslocamento no topo da torre em cada cota definida como o centro da rajada.....	129
Figura 52 –	Espectro de resposta do deslocamento no topo da torre.....	130
Figura 53 –	Histórico de deslocamento no topo da torre da resposta característica.....	132
Figura 54 –	Deslocamentos transversais da torre controlada correspondente aos setes primeiros modos de vibração.....	134
Figura 55 –	Gráfico da relação entre massas modais (μ) e frequências angulares (f) em função da razão de massas (μ^*).....	136
Figura 56 –	Gráfico da rigidez (k_t) e do amortecimento (c_t) do absorvedor dinâmico de vibração em função da razão de massas (μ^*).....	137
Figura 57 –	Gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos controlado e sem controle do topo da torre em função da razão de massas (μ^*).....	138
Figura 58 –	Gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos do absorvedor e deslocamento controlado do topo da torre em função da razão de massas (μ^*).....	139
Figura 59 –	Histórico de deslocamentos no topo da torre sem controle para diferentes cenários de vento.....	142
Figura 60 –	Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento.....	144
Figura 61 –	Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento no intervalo de tempo de 0 a 150 s.....	146
Figura 62 –	Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento no intervalo de tempo de 150 s a 600 s.....	147
Figura 63 –	Histórico de deslocamentos totais do sistema torre + <i>TMD</i> e do topo da torre controlada para diferentes cenários de vento.....	149
Figura 64 –	Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada obtidos via modelo numérico e <i>FAST</i>	151

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Geração e representatividade da energia eólica.....	22
Tabela 2 –	Classificação do sistema de controle passivo.....	65
Tabela 3 –	Resumo do estado da arte sobre o controle de vibrações em torres de turbinas eólicas a partir de 2005.....	92
Tabela 4 –	Síntese dos cenários de operação do aerogerador analisado.....	105
Tabela 5 –	Configurações utilizadas no <i>FAST</i> para o modelo <i>NREL 5 MW OC3</i>	110
Tabela 6 –	Arquivos de entrada e saída do <i>FAST</i> e sub-rotinas.....	111
Tabela 7 –	Configurações utilizadas nos módulos <i>TurbSim</i> e <i>AeroDyn</i>	112
Tabela 8 –	Parâmetros adotados no módulo <i>ServoDyn</i>	113
Tabela 9 –	Configurações adotadas no módulo <i>ElastoDyn</i>	114
Tabela 10 –	Parâmetros adotados no módulo <i>Bmodes</i>	116
Tabela 11 –	Tempo médio de processamento das simulações em cinco diferentes computadores.....	120
Tabela 12 –	Parâmetros da vibração livre da torre.....	125
Tabela 13 –	Parâmetros do método do “Vento Sintético”.....	128
Tabela 14 –	Combinações de ângulos de fase.....	129
Tabela 15 –	Deslocamento no topo da torre correspondente a cada harmônico (limite superior da resposta).....	130
Tabela 16 –	Deslocamento no topo da torre das 20 séries temporais de carregamento.....	131
Tabela 17 –	Massa e rigidez modal referente ao 1º modo de vibração da torre	132
Tabela 18 –	Parâmetros do absorvedor de vibração para as direções x e y.....	133
Tabela 19 –	Parâmetros da vibração livre da torre com controle passivo.....	134
Tabela 20 –	Parâmetros usados na análise paramétrica do dispositivo de controle.....	135
Tabela 21 –	Valores dos deslocamentos no topo da torre não controlada e controlada.....	140

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	PROBLEMÁTICA ABORDADA.....	16
1.2	JUSTIFICATIVA E RELÊVANCIA.....	19
1.3	OBJETIVOS.....	24
1.3.1	Objetivo Geral.....	24
1.3.2	Objetivos Específicos.....	24
1.4	CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	25
2	AEROGERADORES.....	27
2.1	CARACTERÍSTICAS DOS AEROGERADORES.....	27
2.2	TORRES DE SUPORTE PARA AEROGERADORES.....	31
2.2.1	Torres estaiadas.....	32
2.2.2	Torres treliçadas.....	33
2.2.3	Torres tubulares.....	34
2.2.4	Torres modulares.....	37
3	DINÂMICA DAS ESTRUTURAS.....	41
3.1	EQUAÇÃO DE MOVIMENTO.....	41
3.2	MATRIZ DE AMORTECIMENTO.....	45
3.3	MÉTODO DO “VENTO SINTÉTICO”.....	48
3.3.1	Vento médio e flutuante.....	49
3.3.2	Espectro das velocidades flutuantes.....	51
3.3.3	Decomposição das pressões flutuantes.....	55
3.3.4	Correlação espacial de velocidades.....	58
3.3.5	Limite superior das respostas.....	61
3.3.6	Respostas característica.....	63
4	CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM <i>HAWT</i>.....	64
5	METODOLOGIA.....	94
5.1	PARÂMETROS DO ELEMENTO FINITO DA TORRE.....	94
5.1.1	Técnica de discretização em elementos finitos.....	95
5.1.2	Graus de liberdade do elemento finito.....	96
5.1.3	Matriz de rigidez do elemento finito.....	97
5.1.4	Matriz de rigidez global da torre.....	100

5.1.5	Matriz de massa do elemento finito.....	101
5.1.6	Equilíbrio dinâmico da torre.....	102
5.1.7	Resposta dinâmica do sistema pelo Método de Newmark.....	103
5.2	AÇÕES ATUANTES NA TURBINA EÓLICA.....	104
5.2.1	Ações aplicadas no rotor do aerogerador de eixo horizontal.....	104
5.2.2	Ações aplicadas na torre do aerogerador de eixo horizontal.....	106
5.3	PARÂMETROS ADOTADOS NO <i>FAST</i>	109
5.3.1	<i>Turbsim e Aerodyn</i>.....	111
5.3.2	<i>Servodyn</i>.....	112
5.3.3	<i>Elastodyn</i>.....	113
5.3.4	<i>Bmodes</i>.....	115
5.4	CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE.....	116
5.5	ANÁLISE PARAMÉTRICA DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE.....	119
5.6	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO DA TORRE NA RESPOSTA DINÂMICA.....	120
5.7	ASPECTOS COMPUTACIONAIS.....	120
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	123
6.1	DETERMINAÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA, AMORTECIMENTO E RIGIDEZ DA TORRE.....	123
6.2	ANÁLISE MODAL DA TORRE.....	124
6.3	AÇÕES ATUANTES NA TURBINA EÓLICA.....	126
6.3.1	Ações aplicadas no rotor do aerogerador de eixo horizontal.....	126
6.3.2	Ações aplicadas na torre do aerogerador de eixo horizontal.....	128
6.4	CONTROLE DE VIBRAÇÃO PASSIVO DA TORRE.....	132
6.5	ANÁLISE PARAMÉTRICA DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE.....	135
6.6	RESPOSTA DA TORRE CONTROLADA E NÃO CONTROLADA A UMA EXCITAÇÃO ALEATÓRIA.....	140
6.7	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO DA TORRE NA RESPOSTA DINÂMICA.....	148
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	152
	REFERÊNCIAS.....	155

APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO EM EF DE BARRA PARA ANÁLISE DINÂMICA E DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA TORRE.....	168
---	------------

1 INTRODUÇÃO

Na década de 1970, emergiu a inquietação quanto à limitação das fontes de combustíveis fósseis e seu impacto ambiental. Diante dessa crescente apreensão, despertou-se o interesse em desenvolver energias renováveis para atender à contínua expansão da demanda global por eletricidade. Além disso, a crise do petróleo em 1973 e 1979 acentuou a urgência desse problema. A confirmação dessa problemática ocorreu durante a Guerra do Golfo, entre 1990 e 1991 (Pinto, 2013).

Segundo Pinto (2013), as fontes de energia tradicionais, como óleo, gás natural, carvão e energia nuclear, são esgotáveis e causam poluição ambiental. Ao mesmo tempo, a energia nuclear enfrenta resistência significativa por parte da opinião pública em diversas partes do mundo. Dessa forma, diante da crescente preocupação com questões ambientais e o esgotamento dos combustíveis fósseis, surgiu a necessidade de buscar alternativas de energia. Nesse contexto, as energias renováveis surgem como solução, graças a sua natureza limpa, abundante e pela capacidade de atender à crescente demanda global por energia elétrica.

Entre as fontes renováveis, destaca-se a energia eólica, que consiste em aproveitar parte da energia cinética contida no vento, globalmente conhecida, especialmente em razão das experiências bem-sucedidas em países como Dinamarca, Alemanha e Estados Unidos da América (EUA). Na Dinamarca, no século XIX, o professor Poul La Cour desenvolveu uma turbina eólica experimental; na Alemanha, foram desenvolvidas as primeiras turbinas eólicas de grande porte; já os EUA, foi o país pioneiro na instalação dos parques eólicos. No entanto, os registros iniciais da energia eólica remontam à antiguidade, no qual a primeira documentação confiável sobre sua aplicação data de 644 d.C., quando moinhos de vento foram empregados (HAU, 2013).

A aplicação em larga escala da energia eólica teve seu início nos anos 1980; impulsionado pelo rápido avanço tecnológico e as melhorias técnicas nas turbinas eólicas, os níveis de potência atingiram prontamente a faixa dos megawatts, promovendo um considerável crescimento nos parques eólicos. Além disso, apresentou uma competitividade parcial em termos de preço, respaldada por legislações estaduais voltadas para o estímulo de sua participação no mercado (Pinto, 2013).

O considerável avanço na geração de eletricidade por meio da energia eólica desde os anos 1980 foi acompanhado por uma expressiva redução no custo por quilowatt-hora (kWh), resultado do progresso tecnológico e da economia de geração de energia em larga escala. Em alguns parques eólicos *onshore*, a energia é fornecida por apenas 4,00 centavos de dólar por kWh. Em comparação com outras fontes de energia, como a nuclear, por exemplo, o custo de produção nas Américas (Norte, Central e Sul) é três vezes superior ao da energia eólica. Além disso, a energia proveniente de novas usinas elétricas movidas a carvão/gás pode custar até 30% mais na Europa, Oriente Médio e África (Fitzgerald; Sarkar; Staino, 2018).

Para suprir à crescente necessidade global de energia elétrica, as indústrias de turbinas eólicas têm buscado aumentar a produção energética através da implementação de torres mais altas e pás de maior comprimento, em busca de ventos tecnicamente aproveitáveis e economicamente viáveis (Chen *et al.*, 2018). No entanto, as torres das turbinas eólicas de aço são componentes de uma estrutura típica com amortecimento leve e de baixa frequência, tornando-as suscetíveis a vibrações excessivas, causadas, por exemplo, pela ação do vento. Essas vibrações não apenas reduzem a eficiência na geração de energia, mas também encurtam a vida útil da estrutura devido à fadiga (Shah *et al.*, 2021).

Este trabalho insere-se na linha de pesquisa do Grupo de Pesquisa em Engenharia Estrutural (GPEE), que há alguns anos investiga essa temática. O estudo teve início com a pesquisa conduzida pelo Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima, na qual foi analisado o comportamento dinâmico de uma torre tubular de aço de aerogerador de eixo horizontal sob excitação harmônica, considerando diferentes estratégias de controle: passivo, ativo e híbrido. No presente trabalho, esse estudo é ampliado com a inclusão de um vento realístico (aleatório) e a consideração de distintos cenários operacionais do aerogerador. A perspectiva do GPEE é dar continuidade a essa pesquisa, explorando novas técnicas de controle ativo e híbrido para a condição de vento realístico e para um maior número de cenários operacionais da turbina eólica. Além disso, pretende-se investigar o efeito do uso de múltiplos absorvedores de vibração e considerar a interação solo-estrutura em torres com controle de vibração, uma vez que essa análise já foi realizada para torres sem controle, mas ainda carece de aprofundamento no contexto de estruturas controladas.

1.1 PROBLEMÁTICA ABORDADA

No início do século XXI, mais de 90% da produção de energia no Brasil era proveniente de usinas hidrelétricas, enquanto o restante advinha de geradores a carvão, com uma pequena parcela de gás importada de um país vizinho (Goldemberg; Coelho; Rei, 2002). Nesse mesmo período, entre 2001 e 2002, o país enfrentou secas prolongadas, abrangendo períodos de dois a três anos, resultando no fechamento de usinas hidrelétricas devido à escassez de água nos reservatórios. Isso desencadeou apagões, gerando reações sociais e políticas. Em resposta, o governo federal instituiu o programa de energia eólica denominado PROEOLICA (Brasil, 2001), com o propósito de instalar 1.050 MW de capacidade eólica, visando aliviar a escassez de eletricidade. Contudo, esse programa não obteve êxito devido à falta de incentivos fiscais para a indústria.

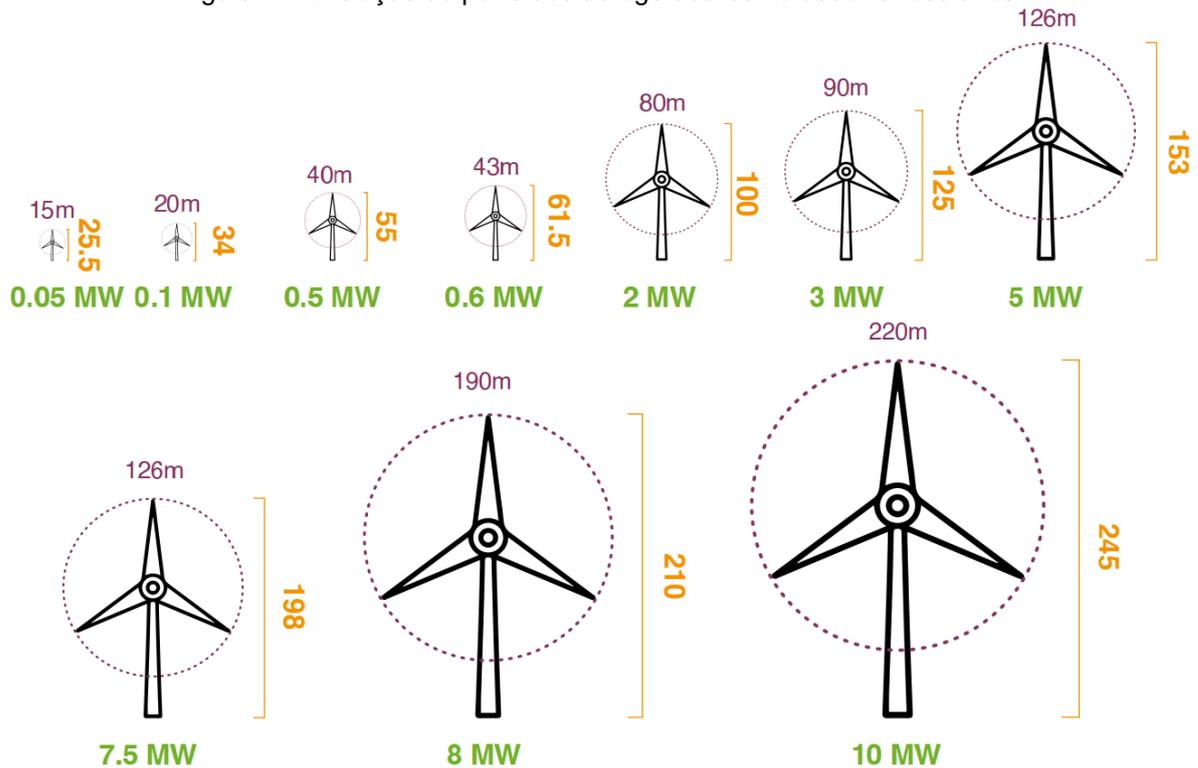
A opção pela energia eólica foi feita devido à sua notável disponibilidade, pela ausência de emissões de gases de efeito estufa durante a geração de energia e pelo seu reduzido impacto ambiental em comparação com outras fontes de produção de energia. Vale ressaltar que, especialmente no Nordeste do país, há uma boa complementaridade entre os recursos hídricos e eólicos. Em outras palavras, quando ocorre seca, o vento se torna mais forte e constante durante o mesmo período (Chen; Chen, 2011).

Em 2004, foi instituído um novo programa voltado para fontes de energia renovável, denominado PROINFA, no qual a energia eólica foi a principal beneficiária (Juárez *et al.*, 2014). Ao término de 2013, mais de 3.450 MW de potência eólica havia sido instalada e distribuída em 142 parques eólicos, correspondendo a 3% da matriz elétrica brasileira (ABEEólica, 2013). Após nove anos, em 2022, a capacidade eólica instalada atingiu 13,4%, apresentando um crescimento de 642% em relação ao ano de 2013 (ABEEólica, 2022).

Com o crescimento acelerado da energia eólica, tanto no Brasil quanto no cenário global, a tendência é que os aerogeradores do futuro sejam cada vez maiores (Figura 1), demandando sua instalação em locais com ventos mais intensos e contínuos. Isso, por sua vez, implica no constante incremento das dimensões das torres e fundações dos aerogeradores. Em particular, a altura da torre desempenha um papel crucial na captação de ventos estáveis em altitudes elevadas; no entanto, o custo associado, podendo ultrapassar 20% do custo total do gerador eólico (Hau,

2013), representa uma desvantagem ao aumento da altura. Além do mais, o transporte e a montagem da torre tornam-se mais dispendiosos. Portanto, a busca por projetar e instalar turbinas eólicas de maior porte implica em torres cada vez mais altas, demandando análises mais elaboradas e resultando em um projeto estrutural mais complexo (Lima, 2018).

Figura 1 – Evolução do porte dos aerogeradores no decorrer dos anos.



Fonte: GWEC (2024).

Essas estruturas altas e de paredes finas são suscetíveis a fontes externas de vibração, como os efeitos do vento, terremoto e ondas marítimas (esta última para o caso de aerogeradores *offshore*). Essas perturbações têm o potencial de provocar vibrações excessivas nas turbinas eólicas, o que, conseqüentemente, pode comprometer a eficiência na geração de energia eólica ou até mesmo resultar em danos por fadiga nos componentes estruturais (Lima; Lopez-Yanez, 2020). Dessa forma, é essencial implementar estratégias para mitigar as vibrações adversas nas turbinas eólicas, de modo a garantir a segurança e a eficácia durante suas operações (Zuo; Bi; Hao, 2019).

Para atingir um equilíbrio entre segurança e eficiência econômica no projeto de turbinas eólicas de grande porte, considera-se uma opção viável o controle estrutural,

capaz de atenuar as vibrações da estrutura. Nesse contexto, os sistemas de controle, sejam passivos, ativos, híbridos ou semiativos, são apontados como ferramentas valiosas para mitigar as respostas de vibração em torres de aerogeradores. Apesar dos estudos e das diversas aplicações práticas do controle estrutural em pontes, edifícios altos e torres de telecomunicações, a pesquisa e a aplicação de sistemas de controle para torres de aerogeradores de eixo horizontal é campo relativamente recente (Lima, 2018).

Nos últimos anos, vários autores têm estudado a aplicação de Absorvedores de Massa Sintonizados (AMS), em inglês *Tuned Mass Damper (TMD)*, em torres tubulares de aerogeradores de eixo horizontal (Murtagh; Basu; Broderick, 2005; Murtagh *et al.*, 2008; Lackner; Rotea, 2011a; Stewart, 2012; Stewart; Lackner, 2013; Guimarães *et al.*, 2013; Tong; Zhao; Zhao, 2015; Shzu *et al.*, 2015; Colherinhas *et al.*, 2015a; Shirzadeh; Kühn, 2016; Zhao *et al.*, 2018; Cross-Whiter *et al.*, 2018; Jin *et al.*, 2018; Ghassempour; Failla; Arena, 2019; Sun; Jahangiri, 2019; Hemmati; Oterkus; Khorasanchi, 2019; Yang; He, 2020; Xie; Aly, 2020; Guimarães *et al.*, 2021; Chen *et al.*, 2021; Lei *et al.*, 2023).

No entanto, mesmo com os avanços recentes no controle estrutural de vibrações, ainda existem lacunas na análise, especialmente no que se refere à concepção e projeto de dispositivos de controle passivo para torres de aerogeradores de eixo horizontal submetidas a ações de vento realistas. A necessidade de desenvolver soluções com desempenho mais robusto e viabilidade prática claramente demonstrada permanece um desafio a ser explorado.

É relevante salientar que as fabricantes de turbinas eólicas possuem dados técnicos significativos que poderiam contribuir para pesquisas acadêmicas. Entretanto, tais informações são resguardadas para evitar a divulgação de conteúdos acessíveis a concorrentes, mesmo quando protegidos por patente. Nesse contexto, os estudos provenientes da academia surgem como a única fonte pública disponível para promover contribuições amplamente compartilháveis (Lima, 2018). Diante desse cenário, a presente dissertação propõe o desenvolvimento de um dispositivo absorvedor de vibração passivo para o controle estrutural de uma torre tubular de aço com 87,6 m de altura e diâmetro e espessura variáveis. Na base, a seção transversal possui 6,0 m de diâmetro e 3,51 cm de espessura, enquanto no topo, essas dimensões reduzem-se para 3,87 m e 2,47 cm, respectivamente (Jonkman *et al.*,

2009). A torre foi projetada para suportar um aerogerador da *NREL (National Renewable Energy Laboratory)* de 5 MW *OC3 (onshore)*.

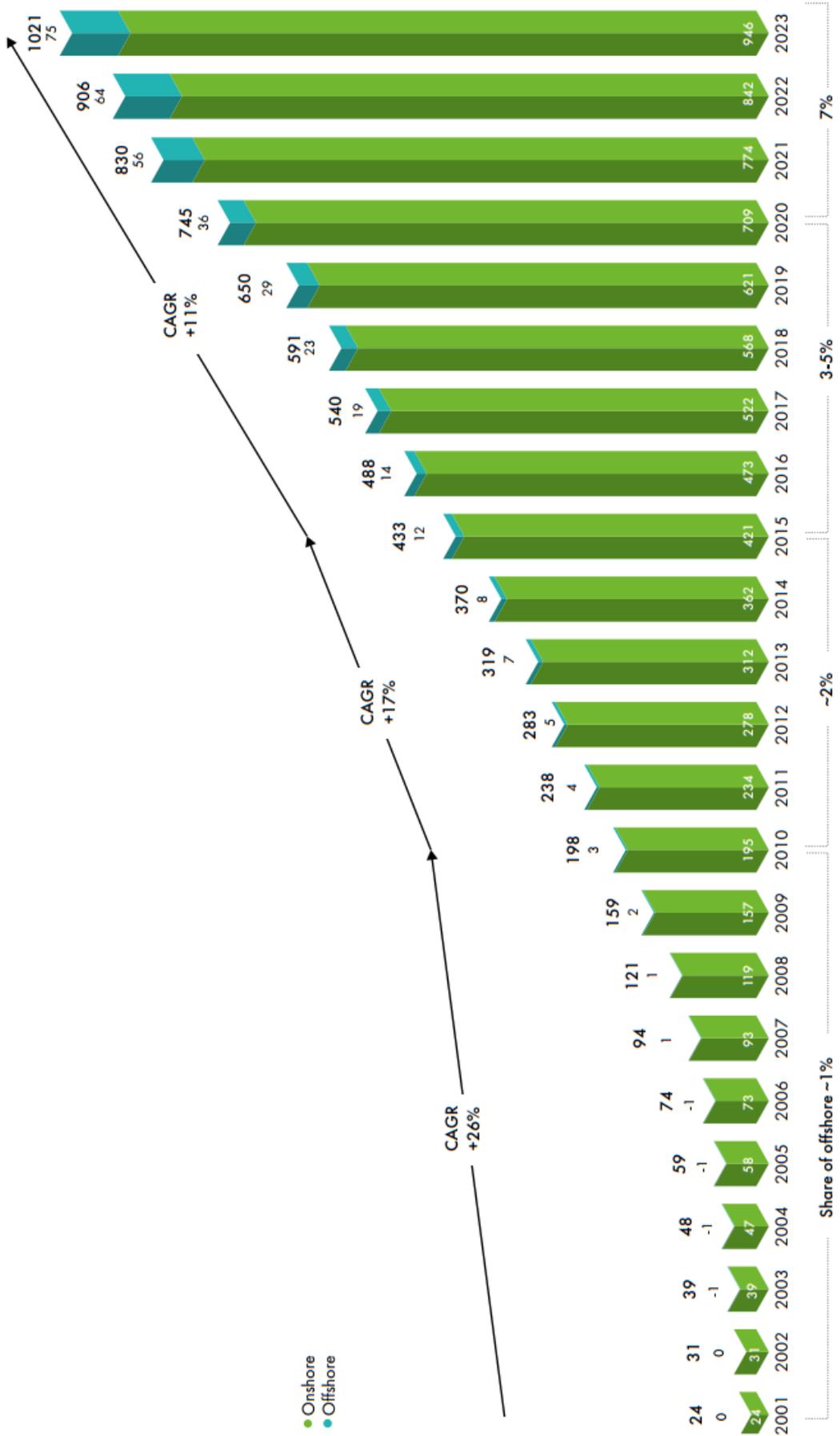
1.2 JUSTIFICATIVA E RELÊVANCIA

A expressiva expansão da capacidade instalada de energia eólica em escala global nos últimos anos justifica a relevância deste estudo. Entre 2001 e 2023, a potência instalada cresceu de 24 GW para 1021 GW, conforme ilustrado na Figura 2, representando um aumento de aproximadamente 4254%.

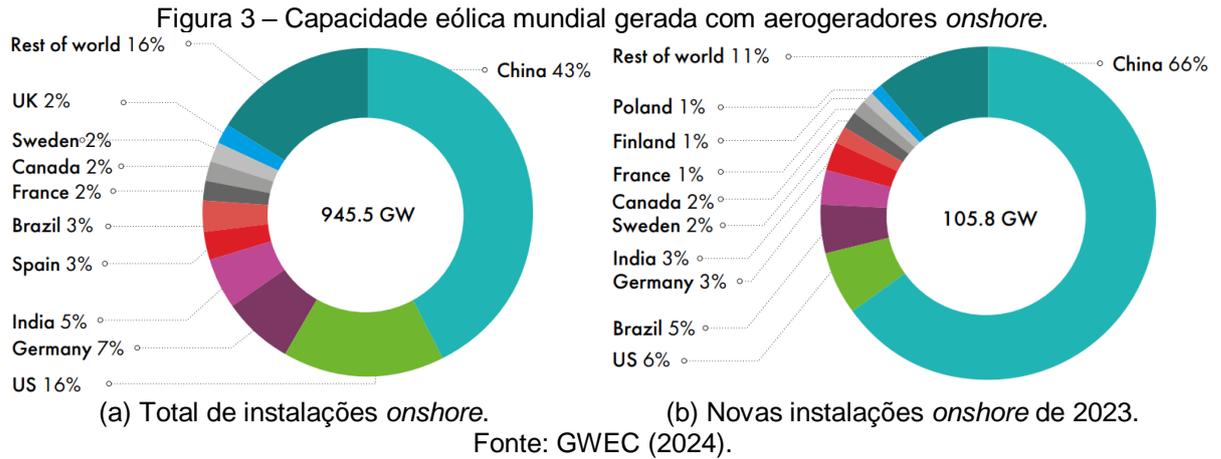
A taxa composta de crescimento anual (*Compound Annual Growth Rate, CAGR*) variou ao longo das décadas. No período de 2001 a 2010, a potência instalada total cresceu a uma taxa média de 26% ao ano, com destaque para o intervalo de 2003 a 2006, período em que, apesar do crescimento global, houve uma redução na geração eólica proveniente de aerogeradores *offshore*. Entre 2010 e 2015, o crescimento desacelerou para 17% ao ano, enquanto de 2015 a 2023 a taxa foi de 11%. Apesar dessa desaceleração, 2023 se destacou como um ano recorde, com uma adição de 116,6 GW à capacidade global de geração eólica. Vale destacar que a maior parte dessa potência instalada é gerada por aerogeradores *onshore*, embora a participação da energia eólica *offshore (share of offshore)* tenha crescido significativamente nos últimos anos (GWEC, 2024).

Entre os principais países produtores de energia eólica, o Brasil se destaca pelo crescimento expressivo em novas instalações, apesar de ainda possuir um total de capacidade *onshore* inferior a algumas nações líderes no setor. Em 2014, o país ocupava a 10ª posição no *ranking* global de instalações *onshore* do *Global Wind Energy Council (GWEC)*, com 5,96 GW. Até o final de 2017, subiu para a 8ª colocação, atingindo 12,76 GW, além de conquistar a 6ª posição em capacidade instalada anual (2,02 GW). Em 2022, o Brasil avançou para a 6ª posição em capacidade total instalada *onshore*, com 25 GW, e para a 3ª colocação em novas instalações anuais (4 GW). Na atualização mais recente do *ranking*, em 2023, o país subiu para a 5ª posição, igualando-se à Espanha, com aproximadamente 30 GW de capacidade total instalada *onshore* (Figura 3a), mantendo-se ainda na 3ª posição global em novas instalações anuais, com 5 GW (Figura 3b) (GWEC, 2015; GWEC, 2018; GWEC, 2023; GWEC, 2024).

Figura 2 – Desenvolvimento histórico das instalações totais.



Fonte: GWEC (2024).



Assim, a produção de energia elétrica através de aerogeradores representa uma opção viável para atender a variados níveis de demanda no Brasil. As pequenas centrais, por exemplo, têm a capacidade de fornecer eletricidade a áreas remotas, afastadas das redes de distribuição, desempenhando um papel crucial no processo de universalização do acesso à energia elétrica. Já as centrais de grande porte apresentam potencial para atender uma parcela expressiva do Sistema Interligado Nacional (SIN), trazendo consigo benefícios significativos. Esses incluem a redução das emissões de poluentes atmosféricos originadas por usinas térmicas, a diminuição da necessidade de construção de grandes reservatórios (no caso de hidrelétricas) e a mitigação do risco associado à sazonalidade hidrológica, graças à complementaridade sazonal entre as fontes hídrica e eólica.

Em 2023, a geração de energia eólica representou, em média, 15,3% de toda a eletricidade injetada no SIN. No entanto, essa participação variou ao longo do ano, atingindo seu pico no segundo semestre, quando os ventos são mais intensos. O maior valor registrado ocorreu em julho, quando a energia eólica foi responsável por 20,34% da geração total do SIN. No subsistema Nordeste, a relevância da fonte eólica foi ainda mais expressiva. Durante o ano, a energia gerada por aerogeradores superou a demanda da região, atingindo 138,10% do consumo local. Esse excedente (38,10%) foi exportado para outros subsistemas do SIN, como Sudeste, Sul Norte, contribuindo para o abastecimento energético do país. Além disso, o fator de capacidade das usinas eólicas nordestinas alcançou 50,68%, com uma geração média de 16.835 MWmed.

Em termos de participação na matriz energética, o Nordeste foi responsável por 92% da geração eólica nacional em 2023, registrando um crescimento de 19% em

relação ao ano anterior. Os valores detalhados da geração e representatividade da energia eólica nos anos de 2021, 2022 e 2023 estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Geração e representatividade da energia eólica.

Ano	Índice	Região				
		Sudeste	Sul	Nordeste	Norte	Total
2021	Geração (TWh)	0,06	6,20	63,20	1,76	71,22
	Representatividade (%)	0,10	8,70	88,70	2,50	100,00
2022	Geração (TWh)	0,06	5,95	70,48	1,59	78,08
	Representatividade (%)	0,10	7,60	90,30	2,00	100,00
2023	Geração (TWh)	0,06	5,50	83,52	1,72	90,80
	Representatividade (%)	0,1	6,1	92	1,9	100

Fonte: ABEEólica (2022); ABEEólica (2023).

Segundo a ANEEL (2024), a capacidade de geração de energia eólica atual no Brasil atinge 30 GW, representando, aproximadamente, 14,7% da capacidade total do país. Dentre as regiões brasileiras, o Nordeste contribui significativamente para esse cenário, sendo responsável por 92,8%. A Superintendência de Fiscalização dos Serviços de Geração (SFG) da ANEEL realiza um monitoramento (presencial e remoto) contínuo da expansão da oferta de energia elétrica. O objetivo desse monitoramento é fornecer informações atualizadas de maneira mensal sobre as fiscalizações da ANEEL relacionadas às usinas já outorgadas e em processo de implementação no país. Nesse cenário, há usinas eólicas já outorgadas espalhadas pelo território brasileiro, apresentando diferentes estágios de construção, inclusive aquelas cujas obras ainda não foram iniciadas. Essas usinas somam mais de 25 GW de potência, o que promoverá um impulso significativo para o desenvolvimento do setor de energia eólica nos próximos anos.

Esses dados apontam que o Brasil, especialmente a região Nordeste, destaca-se globalmente no avanço da geração de energia elétrica por meio de fontes renováveis, como a eólica. Tal fonte, devido às suas características, tem baixo impacto ambiental e permite uma instalação gradual e distribuída. Esses aspectos justificam a investigação da energia eólica na região mais propícia de um dos países mais promissores nessa área. Com o objetivo de contribuir para a exploração do potencial eólico nessa região, esta dissertação propõe o desenvolvimento de um AMS para o controle estrutural de uma torre tubular de aço de um aerogerador de eixo horizontal

onshore de grande porte (potência nominal de 5 MW), considerando a excitação aleatória do vento aplicada a diferentes cenários e condições operacionais do aerogerador.

Uma das justificativas pela opção de aerogerador de grande porte e alta potência nominal é a economia em escala, dado que, via de regra, um aerogerador de maior altura produz energia com custo reduzido, uma vez que o aumento na potência é compensado pelos custos relacionados a fundações, interligação à rede elétrica, obras de acesso, componentes da turbina e manutenção. Notavelmente, o incremento na potência não acarreta em um aumento desproporcional nos custos de implementação em áreas terrestres. Além disso, a limitação de espaço para instalação de aerogeradores contribui para a preferência por turbinas de grande porte, resultando em uma redução significativa na quantidade necessária em parques eólicos.

Ademais, o AMS que foi desenvolvido neste estudo apresentará uma abordagem distinta em relação a maioria dos estudos mencionados anteriormente. Diferentemente de estar localizado na nacele, o dispositivo passivo proposto deve ser concebido para ser instalado internamente à torre do aerogerador, próximo ao topo. Essa configuração preserva o espaço interno da nacele para a instalação dos componentes elétrico-mecânicos da turbina eólica (ZUO; BI; HAO, 2017). Tal abordagem proporciona a vantagem de simplificar o acesso ao equipamento de controle, contribuindo para condições de manutenção mais favoráveis. Além disso, a insensibilidade à orientação da nacele, combinada com o projeto do aparelho de controle para restringir os deslocamentos do AMS à parte interna da estrutura tubular da torre, permite a instalação do dispositivo no topo da torre independente do posicionamento na nacele (Lima, 2018).

Embora não sejam limitações abordadas nesta dissertação, elencam-se as desvantagens inerentes à utilização da energia eólica para a geração de energia. Estas incluem o impacto visual, visto que a instalação de parques eólicos pode modificar significativamente a paisagem; o impacto ambiental sobre aves migratórias, especialmente quando os parques eólicos são posicionados nas rotas de migração; o impacto sonoro originado pelos ruídos gerados pelo fluxo de ar ao redor das pás ou pela interação dos componentes mecânicos da turbina; o efeito de sombra durante o funcionamento da turbina eólica, que cria sombras oscilantes para os observadores; e a interferência eletromagnética em sinais de comunicação e transmissão de dados, como rádio e televisão.

Como exemplo disso, na zona rural de Caetés, no agreste de Pernambuco, um grupo de 120 famílias de pequenos agricultores, que residem em estreita proximidade de dois parques eólicos equipados com um total de 220 aerogeradores (alguns a uma distância de aproximadamente 150 m), relata enfrentar problemas como depressão, insônia e perda auditiva. Esses efeitos são atribuídos principalmente ao ruído constante e elevado produzido pelas turbinas eólicas, juntamente com a perturbação causada pelas sombras das pás. Ressalta-se que tais questões não deveriam ocorrer, uma vez que a instalação dessas máquinas a uma distância inferior a 400 m de propriedades residenciais não é permitida (Machado; Serrano, 2023).

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

- Elaborar o projeto de um Absorvedor de Massa Sintonizado (AMS) para mitigar vibrações excessivas em torres tubulares de aerogeradores *onshore*.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um modelo numérico (código autoral) para uma torre composto por elementos finitos de barras, permitindo a análise de seu comportamento dinâmico sob diferentes condições de carregamento;
- Identificar as frequências naturais e modos de vibração da torre por meio da análise modal;
- Caracterizar as ações atuantes na torre, considerando as forças e momentos transmitidos pelo aerogerador, conforme a norma ABNT NBR IEC 61400-1 (2023);
- Avaliar os efeitos da ação do vento na torre por meio da aplicação do Método do "Vento Sintético";
- Investigar a eficácia do controle passivo de vibrações na torre, analisando a influência dos coeficientes do dispositivo de controle definidos com base na teoria de Den Hartog;

- Contribuir com a formação de profissionais (engenheiros) e pesquisadores (alunos de graduação e de pós-graduação) na área de projeto e execução construtiva de torres para aerogeradores.

1.4 CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em sete seções, seguidos por uma lista de referências e um apêndice, conforme a ordem de conteúdo detalhada a seguir:

Nesta seção (INTRODUÇÃO), são discutidos a problemática relacionada ao tema e sua justificativa, além do objetivo geral do trabalho e de um resumo da metodologia usada, detalhada nos objetivos específicos.

Na seção seguinte (AEROGERADORES) são apresentados os principais componentes de um aerogerador, assim como as características das torres que os suportam.

Em seguida, na terceira seção (DINÂMICA DAS ESTRUTURAS), são apresentadas as equações de movimento, a matriz de amortecimento de Rayleigh e o método do Vento Sintético. Este último é analisado em detalhes, abrangendo o vento médio e flutuante, o espectro das velocidades flutuantes, a decomposição das pressões flutuantes, a correlação espacial das velocidades e as diferentes respostas obtidas pelo método.

Na quarta seção (CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM *HAWT*), são apresentados os princípios da técnica de controle passivo de vibração estrutural e são abordados, em uma sequência temporal, os estudos mais relevantes relacionados ao controle de vibrações em torres tubulares de aço para turbinas eólicas de eixo horizontal a partir de 2005.

Na quinta seção (METODOLOGIA), são apresentados os procedimentos adotados para a análise dinâmica computacional, incluindo o desenvolvimento do modelo numérico em elementos finitos de barra (código autoral). Além disso, são descritas as forças atuantes na turbina eólica, abrangendo tanto o rotor quanto a torre, os parâmetros utilizados no *software FAST* e as especificações do controle passivo de vibração instalado no topo da torre.

Na sexta seção (RESULTADOS E DISCUSSÕES), são expostos os resultados das matrizes de massa, amortecimento e rigidez da torre, bem como da análise modal da estrutura não controlada. Além disso, expõem-se os resultados das ações atuantes

no rotor e na torre do aerogerador, assim como aqueles referentes ao controle passivo de vibração, incluindo as matrizes do sistema torre-absorvedor e seus parâmetros dinâmicos. Também são discutidas as análises sobre a influência da razão de massa do *TMD* na resposta da torre. Por fim, compara-se o comportamento da torre controlada e não controlada sob diferentes cenários de vento, além da influência do amortecimento estrutural na resposta dinâmica.

Na sétima seção (CONSIDERAÇÕES FINAIS), são destacadas as principais conclusões e contribuições alcançadas nesta dissertação.

No pós-texto, o primeiro elemento é a lista de referências (REFERÊNCIAS), no qual é disposto, em ordem alfabética, o conjunto de materiais utilizados como base para o desenvolvimento da dissertação.

Por fim, no APÊNDICE A, apresenta-se o modelo numérico (código autoral) da torre, implementada em elementos finitos de barra, utilizado para a obtenção da resposta dinâmica e do controle de vibração da estrutura.

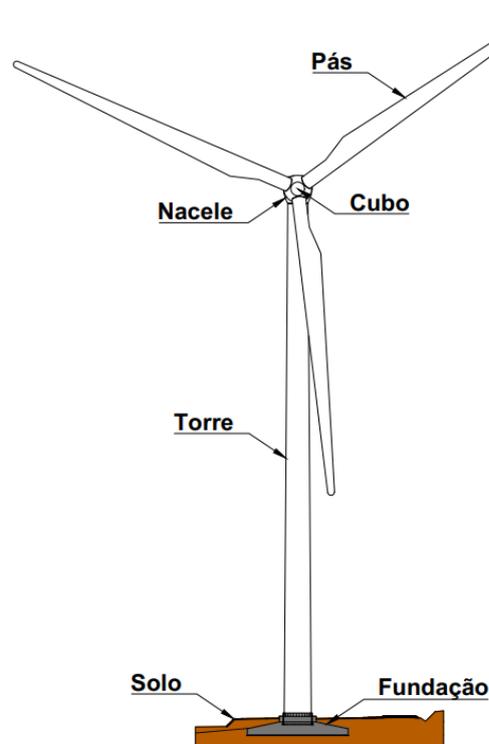
2 AEROGERADORES

Nesta seção, são apresentadas as principais características dos aerogeradores e de seus componentes, bem como os aspectos fundamentais das torres de suporte para turbinas eólicas. Em particular, discute-se a influência de fatores como custo, rigidez, esbeltez, logística de transporte e os diferentes tipos de torres utilizadas na indústria eólica.

2.1 CARACTERÍSTICAS DOS AEROGERADORES

Os aerogeradores são equipamentos que capturam a energia cinética do vento, convertendo-a em energia mecânica, que é posteriormente transformada em eletricidade por meio de um gerador elétrico incorporado (Pinto, 2013). Esses equipamentos consistem, fundamentalmente, em fundação, torre de suporte, cubo, pás e nacele, conforme esquematizado na Figura 4.

Figura 4 – Elementos constituintes de um aerogerador.

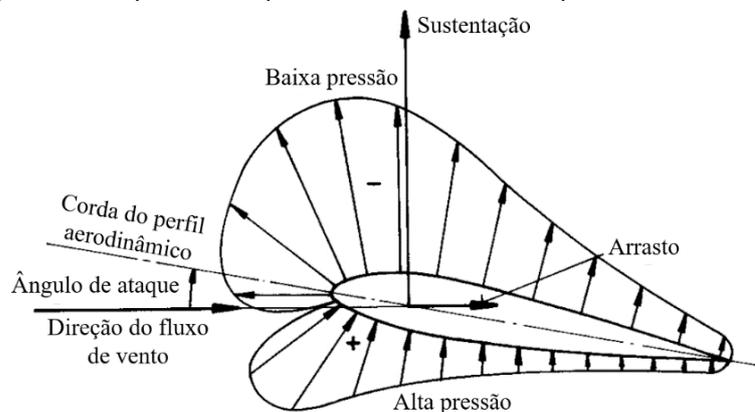


Fonte: Autor (2025).

Os aerogeradores podem ser classificados em dois grupos diferentes: aqueles que fazem uso do arrasto aerodinâmico e os que dependem da sustentação

aerodinâmica. Nos aerogeradores que dependem do arrasto aerodinâmico, as pás são impulsionadas pela força do vento que incide sobre elas, de maneira semelhante ao que acontece nos anemômetros. Já aqueles que fazem uso da sustentação aerodinâmica, as pás possuem uma configuração aerodinâmica análoga a um aerofólio, sendo impulsionadas pelo vento de maneira semelhante aos aerogeradores que dependem do arrasto. Contudo, o fluxo de ar através das pás também gera uma força de sustentação que contribui para aumentar a eficiência da turbina (Ackermann, 2002). Na Figura 5, estão representadas, de forma esquemática, as pressões que incidem sobre as pás da turbina eólica.

Figura 5 – Esquema das pressões incidentes nas pás da turbina eólica.

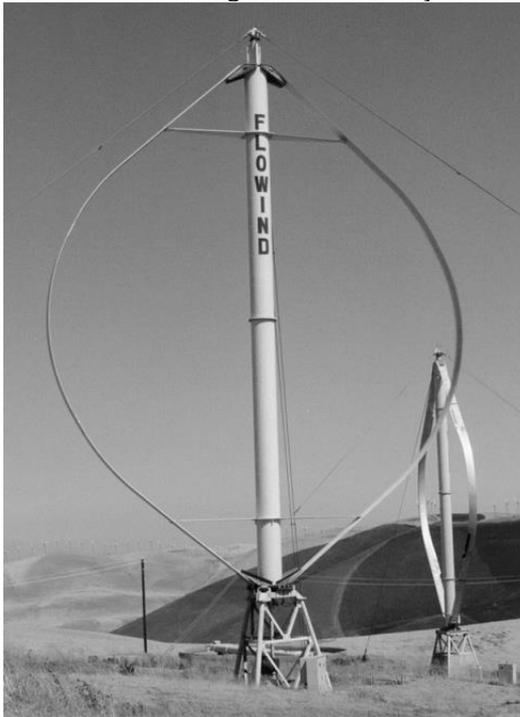


Fonte: Adaptado de Hau (2013).

As turbinas eólicas que empregam o princípio da sustentação aerodinâmica podem ser classificadas com base na orientação do eixo de rotação em turbinas de eixo vertical, *Vertical Axis Wind Turbine (VAWT)*, ou de eixo horizontal, *Horizontal Axis Wind Turbine (HAWT)* (Ackermann, 2002). Na Figura 6, são apresentados dois exemplos de turbina eólica de eixo vertical e eixo horizontal.

As VAWT (Figura 6a), também chamadas de Darrieus, possuem o eixo de rotação alinhado na direção da torre que sustenta a estrutura do rotor (perpendicular à direção do fluxo do vento) e empregam aerofólios verticais, geralmente simétrico e com uma leve curvatura (Ackermann, 2002). Segundo Pinto (2013), esse tipo de turbina possui a vantagem de funcionar independentemente da direção do vento e possibilita que o maquinário pesado integrado na nacelle seja instalado ao nível do solo, facilitando a manutenção. Em contrapartida, apresenta variações acentuadas de torque a cada rotação, ausência de capacidade de partida automática e opções limitadas para controlar a velocidade em situações de vento forte.

Figura 6 – Orientação do eixo de rotação em turbinas eólicas.



(a) VAWT Darrieus da antiga empresa americana *Flowind* (diâmetro do rotor 19 m, potência nominal 170 kW).



(b) HAWT: protótipo Bonus/Siemens Wind Power, (diâmetro do rotor 107 m, potência nominal 3,6 MW), 2005.

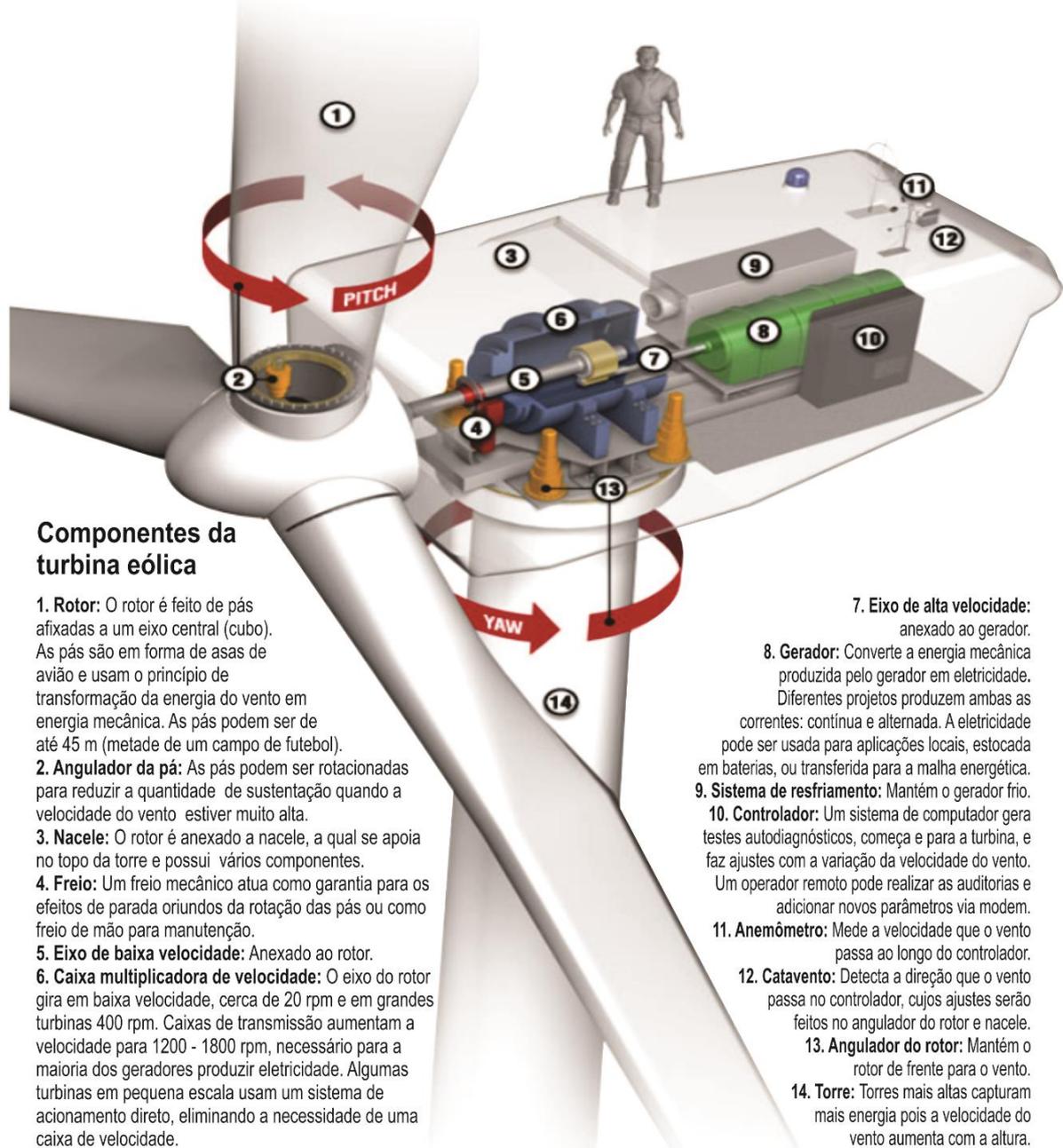
Fonte: Hau (2013).

Os conversores de energia eólica com o eixo de rotação horizontal estão praticamente todos fundamentados no conceito de hélices, presente nos moinhos de vento europeus tradicionais e nas modernas turbinas eólicas (Figura 6b). Esse conceito representa o princípio predominante na tecnologia eólica atual. Turbinas desse tipo têm a vantagem de acessar ventos de maiores velocidades, devido à grande altura da torre; apresentam controle aprimorado devido à alteração do ângulo de passo; e oferecem alta eficiência, uma vez que as pás estão posicionadas perpendicularmente ao vento. No entanto, desafios na instalação, dificuldades no transporte dos componentes, complexidade na construção da torre para suporte da nacela e pás, e a necessidade de um sistema de controle para orientar as pás na direção do vento são desvantagens a serem consideradas. Em conjunto, essas vantagens explicam por que quase todas as turbinas eólicas construídas até o momento para geração de eletricidade adotam rotores com eixo horizontal (Pinto, 2013).

De acordo com Ackermann (2002), turbinas comerciais do tipo HAWT podem ter um número diversificado de pás, variando de uma a quatro. Um maior número de pás resulta em uma velocidade de rotação mais baixa e um torque maior sobre o eixo

do rotor. Por essa razão, cata-ventos são particularmente eficazes no bombeamento de água de poços. Aerogeradores com três pás produzem menos ruído do que aqueles com duas, devido à menor velocidade de rotação do rotor. Essa característica é especialmente importante quando instaladas em áreas urbanas. Na Figura 7, estão representados os principais componentes de uma *HAWT* com três pás.

Figura 7– Principais componentes de um *HAWT* com três pás.



Componentes da turbina eólica

1. Rotor: O rotor é feito de pás afixadas a um eixo central (cubo). As pás são em forma de asas de avião e usam o princípio de transformação da energia do vento em energia mecânica. As pás podem ser de até 45 m (metade de um campo de futebol).

2. Angulador da pá: As pás podem ser rotacionadas para reduzir a quantidade de sustentação quando a velocidade do vento estiver muito alta.

3. Nacelle: O rotor é anexado a nacelle, a qual se apoia no topo da torre e possui vários componentes.

4. Freio: Um freio mecânico atua como garantia para os efeitos de parada oriundos da rotação das pás ou como freio de mão para manutenção.

5. Eixo de baixa velocidade: Anexado ao rotor.

6. Caixa multiplicadora de velocidade: O eixo do rotor gira em baixa velocidade, cerca de 20 rpm e em grandes turbinas 400 rpm. Caixas de transmissão aumentam a velocidade para 1200 - 1800 rpm, necessário para a maioria dos geradores produzir eletricidade. Algumas turbinas em pequena escala usam um sistema de acionamento direto, eliminando a necessidade de uma caixa de velocidade.

7. Eixo de alta velocidade: anexado ao gerador.

8. Gerador: Converte a energia mecânica produzida pelo gerador em eletricidade. Diferentes projetos produzem ambas as correntes: contínua e alternada. A eletricidade pode ser usada para aplicações locais, estocada em baterias, ou transferida para a malha energética.

9. Sistema de resfriamento: Mantém o gerador frio.

10. Controlador: Um sistema de computador gera testes autodiagnósticos, começa e para a turbina, e faz ajustes com a variação da velocidade do vento. Um operador remoto pode realizar as auditorias e adicionar novos parâmetros via modem.

11. Anemômetro: Mede a velocidade que o vento passa ao longo do controlador.

12. Catavento: Detecta a direção que o vento passa no controlador, cujos ajustes serão feitos no angulador do rotor e nacelle.

13. Angulador do rotor: Mantém o rotor de frente para o vento.

14. Torre: Torres mais altas capturam mais energia pois a velocidade do vento aumenta com a altura.

Fonte: Adaptado de Schubel e Crossley (2012).

As *HAWT* têm a capacidade de operar em uma ampla gama de velocidades do vento, variando de 3 a 4 m/s até 25 m/s (equivalente a 90 km/h), o que se assemelha a um vendaval. A maioria dos modelos contemporâneos de turbinas, otimiza o aproveitamento da variação constante na velocidade do vento ao ajustar o ângulo das pás por meio do controle de passo (*pitch control*) ou dar uma guinada (*yawing*) na pá, modificando sua orientação. Sistemas de controle sofisticados permitem um ajuste preciso do desempenho da turbina e da produção de eletricidade (Pinto, 2013).

2.2 TORRES DE SUPORTE PARA AEROGERADORES

A torre é um componente crucial da *HAWT*, sendo assim, uma característica que pode ser vista tanto como uma vantagem quanto como uma desvantagem. Os custos associados, que podem representar até 20% do custo total da turbina, claramente constituem uma desvantagem (Yoshida, 2006). Considerando a importância desse elemento nos custos das turbinas eólicas e sua característica como um componente de tecnologia simples, a torre se torna um alvo propício para potenciais economias de custos (DNV/Risø, 2002).

Conforme a altura da torre aumenta, os desafios e os custos associados ao transporte, montagem, içamento e manutenção dos componentes também aumentam gradativamente. No entanto, é importante destacar que o rendimento energético específico do rotor aumenta proporcionalmente à altura da torre. Sob uma perspectiva teórica, a altura ideal do elemento de suporte é atingida no ponto em que as curvas de crescimento do custo de construção e do rendimento energético se interceptam. No entanto, esse ponto de interseção não pode ser especificado de maneira universalmente aplicável (Hau, 2013).

Depois da altura, a rigidez se torna o segundo parâmetro de projeto mais importante para a torre. Esse parâmetro ganha relevância particular na determinação da primeira frequência natural de flexão, uma vez que a torre é uma estrutura esbelta e flexível, podendo entrar em ressonância quando próxima à frequência de excitação. Dessa forma, objetiva-se no projeto de torre, alcançar a altura desejada com a rigidez necessária, procurando ao mesmo tempo minimizar os custos de construção (Lima, 2018).

A variedade na tipologia estrutural e nos materiais empregados nos sistemas de suporte para aerogeradores tem aumentado. Isso inclui, torres estaiadas de aço,

torres treliçadas de aço, torres tubulares feitas de aço ou concreto (armado e/ou protendido), torres modulares de aço, torres híbridas que combinam aço e concreto, e até mesmo torres construídas com madeira.

2.2.1 Torres estaiadas

Torres estaiadas são comumente empregadas em turbinas eólicas de menor porte. Nesse tipo de torre, um poste tubular de aço é ancorado na base e se mantém vertical com o auxílio de cabos de estaiamento, geralmente de aço, que são fixados no topo e distribuídos até as fundações, garantindo, assim, a estabilidade da estrutura em todas as direções (Figura 8). A vantagem desse sistema é a economia de peso e, conseqüentemente, redução de custos. No entanto, enfrentam desafios como o acesso complicado ao redor das torres, tornando-as menos ideais em áreas agrícolas. Além disso, esse tipo de torre está mais suscetível a atos de vandalismo, o que compromete a segurança geral do sistema (DNV/Risø, 2002).

Figura 8 – Torres de aço estaiadas.



(a) Torre de aço estaiada de uma turbina eólica do projeto MAN-Kleinhenz (diâmetro do rotor 130 m, potência nominal 10 MW), 1942.



(b) Turbina eólica com torre de aço estaiada (diâmetro do rotor 100 m, potência nominal 3000 kW) do parque eólico Growian na Kaiser-Wilhelm-Koog, Alemanha, 1982.

Fonte: Hau (2013).

Segundo Hau (2013), a rigidez dessas torres em relação à sua primeira frequência natural de torção não é particularmente elevada, uma vez que os cabos não exercem um efeito de enrijecimento torcional.

2.2.2 Torres treliçadas

As torres treliçadas, em geral, são constituídas pela interligação de perfis de aço tipo cantoneira, unidos por meio de parafusos de alta resistência e/ou soldas executadas *in loco*. A combinação da elevada resistência da treliça com as dimensões ampliadas da base desse sistema, proporciona uma resistência mais eficaz às cargas aplicadas, resultando em um projeto mais leve. Além disso, a topologia em rede da torre (tipo teia de aranha) contribui para a redução das cargas de vento (Gencturk; Attar; Tort, 2012). Na Figura 9, é apresentada uma turbina eólica Vestas V80 e o parque eólico em Qingdao, na China, que contam com turbinas eólicas Nordex N62, todas com elementos de suporte compostos por torres treliçadas.

Figura 9 – Torres treliçadas de aço de turbinas eólicas.



(a) Torre treliçada de uma turbina eólica Vestas V80 (diâmetro do rotor 80 m, potência nominal 2000 kW).



(b) Parque eólico Qingdao na China com turbinas eólicas Nordex N62 (diâmetro do rotor 62 m, potência nominal 1300 kW).

Fonte: Hau (2013).

Segundo Pons *et al.* (2017), ao empregar perfis padronizados e conexões parafusadas, o custo de fabricação da torre treliçada torna-se inferior em comparação com as torres de seções tubulares, por exemplo. Além do mais, a facilidade de transporte da torre treliçada, segmentada em vários perfis, também contribui para a

economia nos custos de construção. No entanto, a vulnerabilidade ao fenômeno de fadiga, a estética menos agradável e os desafios de manutenção em regiões frias, são desvantagens.

Em razão da crescente demanda por turbinas eólicas com alturas cada vez mais elevadas, ultrapassando os 70 m, os limites de projeto foram alcançados. A necessidade de componentes treliçados maiores e mais robustos foi restrito pelos tamanhos padrão máximos práticos, como os formatos L8x8” nos EUA e as formas europeias L250x250 mm, resultando em limitações de desempenho em relação à esbeltez, resistência e facilidade de manutenção. O espaço disponível para os parafusos foi limitado à área de contato relativamente pequena entre as cantoneiras que se entrecruzam, estabelecendo um limite fundamental para a execução. A expansão da geometria das torres resultou em componentes treliçados mais extensos e finos, aumentando a susceptibilidade das torres treliçadas mais altas a problemas de vibração local (Agbayani; Vega, 2012), como *vortex shedding*.

É importante destacar que na Europa foram construídas algumas torres treliçadas muito altas, ultrapassando os 100 m, sendo uma delas o recorde de 160 m. No entanto, por motivos não completamente esclarecidos, essas torres treliçadas de grande altura nunca foram amplamente adotadas na indústria eólica em grande escala nos EUA. Vale destacar, também, que torres treliçadas altas demanda um aumento no número total de elementos e parafusos, tornando assim o processo de aparafusamento e montagem no campo longo e desafiador. Além disso, a manutenção constante das conexões parafusadas pode se tornar extremamente complexa (Agbayani; Vega, 2012).

2.2.3 Torres tubulares

Atualmente, o tipo de torre mais utilizado é a tubular de aço, que também foi adotada neste estudo. O domínio do comportamento vibracional, com propriedades dinâmicas e fadiga previsíveis, tem simplificado a adoção desse modelo, permitindo a implementação de torres tubulares de aço com baixa rigidez de projeto. Isso viabilizou uma redução significativa da massa estrutural e, conseqüentemente, dos custos das torres, por meio da adoção de projetos flexíveis (Hau, 2013).

Essa tipologia de torre possui uma geometria em superfície troncocônica, isto é, seu diâmetro e espessura cresce gradualmente do topo em direção à base. Esse

aumento contribui para enrijecer a torre em direção à sua base, onde a ação provocada pelo vento é mais expressiva. O formato troncocônico possibilita também a economia no consumo de material, visto que a espessura exigida para a estrutura é reduzida à medida que o diâmetro diminui (DNV/Risø, 2002; Lima; Lopez-Yanez; Silva, 2018; Lima *et al.*, 2024). Na Figura 10, é apresentado um exemplo de torre tubular de aço e o parque eólico em *Southwest Mesa* com vários aerogeradores que utilizam torres com essa tipologia.

Figura 10 – Torres tubulares de aço de aerogeradores.



(a) Turbina eólica com torre tubular de aço (diâmetro do rotor 64 m, potência nominal 1500 kW).

Fonte: Burton *et al.* (2001).



(b) Parque eólico em *Southwest Mesa*, próximo a McCamey, Texas (diâmetro do rotor 48,2 m, potência nominal 750 kW).

Fonte: Nelson e Starcher (2019).

De acordo com Hau (2013), as torres tubulares de aço de pequeno porte, com altura de até 20 m, podem ser produzidas como uma única peça e fixadas (parafusadas) à fundação no local. Entretanto, para torres de maior altura, alcançando mais de 100 m, é comum que a produção seja dividida em vários segmentos. Inicialmente, utilizando chapas de aço com espessura de 10 a 50 mm e cerca de 2 m de largura (Figura 11a), é realizado o processo de calandragem, no qual as chapas são enroladas em formato cilíndrico sobre um suporte de laminação (Figura 11b). Posteriormente, as chapas são soldadas, tanto longitudinal (Figura 11c) quanto transversalmente (Figura 11d), utilizando, na maioria dos casos, soldadores automáticos. Vale ressaltar que a soldagem requer cuidados especiais, especialmente

em situações específicas de carga na torre, sendo essencial verificar sua integridade por meio de métodos como ultrassom, raios-X e exame de fissuras superficiais.

Após a soldagem das chapas, prossegue-se com a soldagem dos flanges (Figura 11e) nas extremidades de cada segmento da torre, os quais são constituídos por aço de alta resistência. O processo de conformação e soldagem desses flanges exige habilidade e experiência, uma vez que os componentes podem sofrer distorções, dificultando a montagem e o aparafusamento entre flanges (Figura 11f). As aberturas e a falta de retilineidade que surgem entre as seções da torre representam defeitos de qualidade comuns em torres tubulares de aço. Após todas as etapas mencionadas, são formados os segmentos da torre, geralmente com comprimento entre 20 e 30 m (Figura 11h).

A conexão entre a torre e a fundação é efetuada por meio da seção de fundação, que, assim como os flanges, é tipicamente fabricada com um aço de resistência superior ao dos segmentos intermediários. A junção torre-fundação, estabelece-se uma conexão parafusada entre o flange da base e o concreto do elemento de fundação (Figura 11i) (Lima, 2018; Medeiros; Bello; Lima, 2024). Já a conexão entre a torre e a nacelle é estabelecida por meio do flange azimutal, que serve de suporte para o rolamento azimutal, caso seja utilizado um rolamento de rolos. Comumente, o flange azimutal é uma peça fundida (Hau, 2013).

Destaca-se a importância do tratamento superficial no contexto da qualidade das torres de aço, uma vez que a prevenção da corrosão é essencial ao longo da vida útil desse componente, mesmo quando exposto em ambientes agressivos, como zonas costeiras (Figura 11g). Observa-se também que a produção de torres tubulares de aço com diâmetro de até cerca de 4 m é uma prática convencional que não impõe grandes exigências aos equipamentos dos fabricantes. No entanto, em alturas superiores a 90 m, o diâmetro da base da torre ultrapassa os 4,5 m e a espessura necessária do aço excede 40 mm. Isso demanda o uso de máquinas especiais para a conformação da chapa de aço e, adicionalmente, praticamente inviabiliza o transporte por rodovias convencionais (Hau, 2013).

Na região interna de torres tubulares de aço de aerogeradores de grande porte, estão instalados uma série de equipamentos elétricos, como cabos para transmissão de energia elétrica, transformador, sistema de climatização, iluminação e controle, além de dispositivos de segurança, como a porta de acesso na base da torre, sistema de ascensão/escadas ou elevadores trepadores, e plataformas intermediárias

(Figura 12). Todos esses elementos são fundamentais para a manutenção do aerogerador.

Figura 11 – Processo de fabricação da torre tubular de aço para turbinas eólicas.



(a) Chapas de aço.

Fonte: Martini (2016).



(b) Conformação da chapa (calandragem).

Fonte: CNBM (2017).



(c) Soldagem longitudinal da chapa.

Fonte: DWIA (1999).



(d) Soldagem transversal da chapa.



(e) Flanges a serem soldados nos segmentos da torre.

Fonte: CNBM (2017).



(f) Ligação parafusada dos flanges.



(g) Tratamento anticorrosivo da torre.

Fonte: CNBM (2017).



(h) Segmentos da torre.

Fonte: Martini (2016).



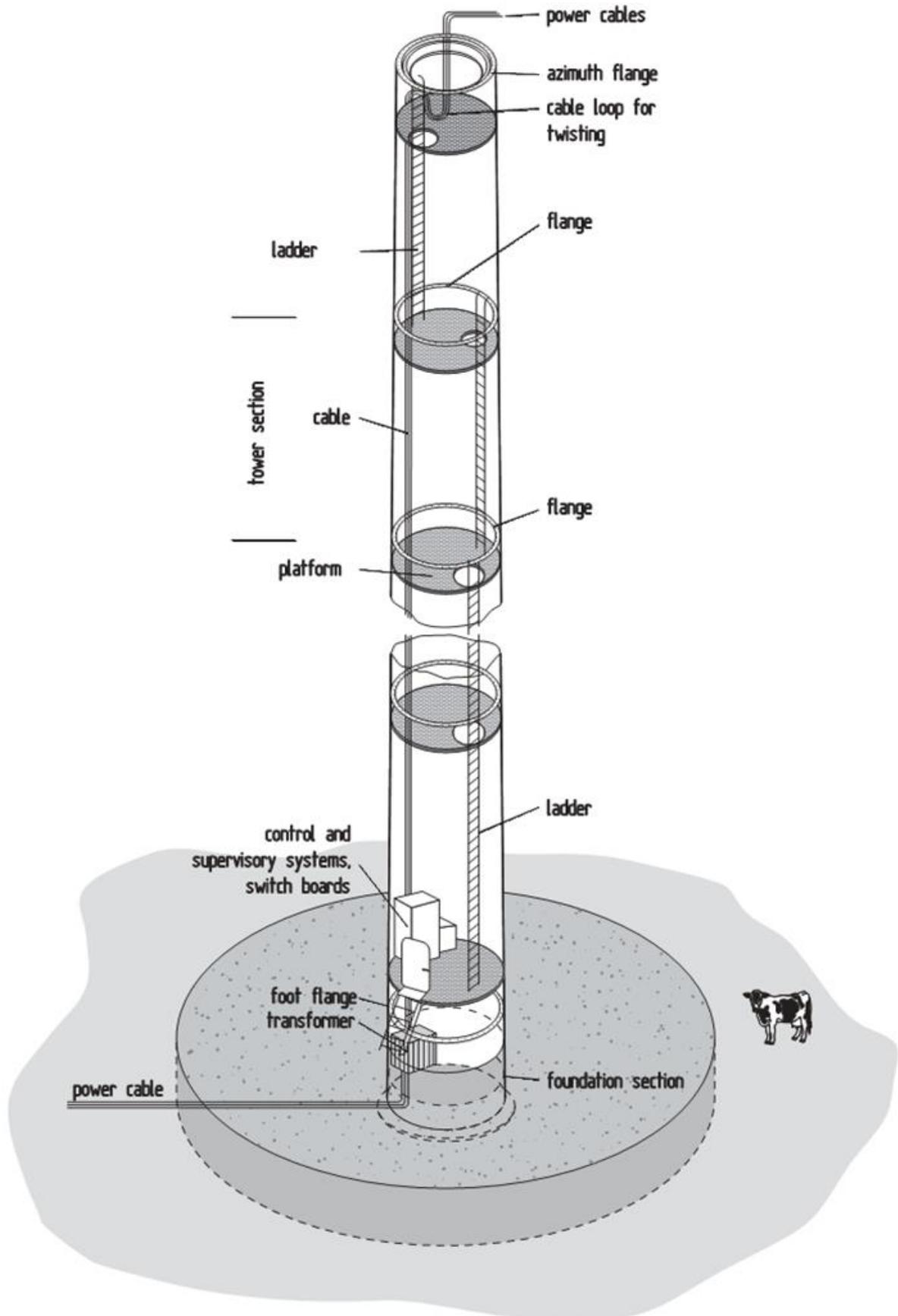
(i) Conexão parafusada do elemento de fundação.

Fonte: CNBM (2017).

2.2.4 Torres modulares

Conforme discutido na seção anterior, torres tubulares de aço convencionais exigem veículos de transporte de grande porte e o uso de guindastes para a instalação, devido à necessidade de içar segmentos que variam de 20 a 40 m pesando mais de 100 toneladas. Além dessas considerações, há também questões legais a serem levadas em conta. A Resolução 210 do CONTRAN estabelece restrições para o transporte de cargas por meio de veículos, com dimensões limitadas a 2,60 m de largura e 4,40 m de altura (BRASIL, 2006).

Figura 12 – Componentes internos em torres tubulares de aço para aerogeradores.



Fonte: Hau (2013).

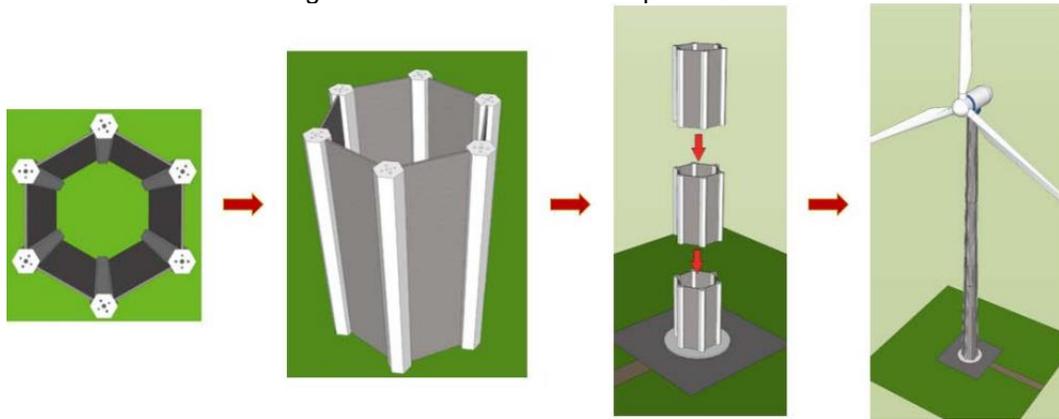
Para superar esses desafios, surgiram as torres modulares, caracterizadas por seções não circulares com segmentos de cerca 4 m de comprimento em média. A principal vantagem dessas torres é a capacidade de segmentação, o que facilita o transporte e a montagem. Dentre as opções de torres tubulares disponíveis, destacam-se: torre hexaédrica, torre tetradecagonal e torre modular, conforme demonstrado na Figura 13.

Segundo Sritharan (2015), a torre hexaédrica é formada por pilares hexagonais e painéis retangulares (ou cônicos) como elementos de contraventamento, utilizando concreto protendido de alto desempenho (ou ultra-alto desempenho) (Figura 13a). Essa torre é composta por várias colunas verticais, às quais os painéis são conectados por meio de conexões parafusadas, sendo unida por concreto e submetida a pós-tensão. Até o momento, este sistema permanece como um protótipo, não havendo aerogeradores em operação com esta tipologia de torre.

As torres tetradecagonais foram desenvolvidas e patenteadas pela empresa dinamarquesa *Andresen Tower* (ES2326010A1) e consistem em painéis curvilíneos interligados por parafusos (Figura 13b). A principal vantagem desse componente está na facilidade de transporte, devido ao baixo peso dos painéis e tamanhos reduzidos, bem como na aplicação de tratamentos superficiais. Em razão da vantagem desse sistema inovador, a renomada empresa alemã Siemens Wind Power implementou 300 torres na Suíça, Dinamarca e Finlândia (Sarmiento, 2023).

No contexto das estruturas modulares, destaca-se a patente da *Northstar*, identificada como 8136329EUA (Figura 13c), cujo projeto foi concebido com o intuito de minimizar a necessidade de manutenção. Esse sistema de torre é composto por painéis parafusados montados *in loco* e erguidos de maneira semelhante às estruturas convencionais, utilizando segmentos de 2 a 4 m (Sarmiento, 2023).

Salienta-se que torres com seção não circular (quadrada, retangular, triangular, poligonal, semicircular e cantoneiras) são suscetíveis ao fenômeno de instabilidade aerodinâmica, conhecido como galope estrutural. Isso ocorre devido à variação dos coeficientes aerodinâmicos com o ângulo de arrasto e a velocidade do vento. Quando essas estruturas se encontram em condições favoráveis ao galope, observam-se grandes amplitudes, uma vez que a incidência do vento ou sua velocidade podem posicionar a estrutura em regiões com maiores esforços aerodinâmicos, resultando em consideráveis incrementos nos deslocamentos (Sarmiento, 2023).

Figura 13 – Torres modulares para *HAWT*.(a) Torre hexaédrica.
Fonte: Sritharan (2017).(b) Torre tetradecagonal.
Fonte: SIEMENS (2024a).(c) Torre modular.
Fonte: WIND (2015).

Para essa tipologia de torre, a mudança no ângulo de ataque do vento gera diferenças nas pressões aplicadas na superfície estrutural, podendo levar à instabilidade transversal à direção do vento (Den Hartog, 1947). Além disso, é possível ocorrer um aumento na rotação estrutural em torno de seu eixo longitudinal, causando instabilidade torcional (Nigol; Clarke, 1974). O último tipo de galope, conhecido como crise do arrasto, ocorre devido à variação do coeficiente de arrasto em relação à velocidade do vento, causando o aumento dos deslocamentos na mesma direção do vento (Martin; Naudascher; Currie, 1981).

3 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

Nesta seção, são apresentadas a formulação da equação de movimento e os aspectos relacionados à matriz de amortecimento de Rayleigh. Também é descrito o método do “Vento Sintético”, abordando o vento médio e flutuante, o espectro das velocidades flutuantes, a decomposição das pressões flutuantes, a correlação espacial das velocidades, o limite superior das respostas e as respostas características.

3.1 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

A equação de movimento de um sistema estrutural pode ser formulada a partir da equação de Lagrange, a qual se baseia em princípios energéticos por meio do cálculo variacional. Para sua aplicação, assume-se que a estrutura foi discretizada, permitindo que seus deslocamentos sejam expressos em termos dos deslocamentos nodais associados aos elementos finitos (EF) que a constituem. Dessa forma, a equação de Lagrange, em sua forma indicial, é expressa por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\mathbf{D}}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \mathbf{D}_i} + \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial \mathbf{D}_i} = \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{NC_i} \quad (1)$$

na forma matricial, a equação é expressa como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \{\dot{\mathbf{D}}\}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \{\mathbf{D}\}} + \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial \{\mathbf{D}\}} = \{\mathbf{F}\} + \{\mathbf{F}_{NC}\} \quad (2)$$

em que: t representa a variável temporal; E_c é o escalar que define a energia cinética da estrutura; U é o escalar da energia potencial de deformação da estrutura; Ω é o escalar associado ao potencial das forças externas conservativas aplicadas fora dos nós da estrutura; o vetor $\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{D}(t)\}$ descreve as funções temporais dos deslocamentos dos graus de liberdade da estrutura no Sistema Global de Coordenadas (SGC); $\{\dot{\mathbf{D}}\} = \{\dot{\mathbf{D}}(t)\}$ corresponde ao vetor das funções temporais das velocidades dos graus de liberdade da estrutura no SGC; $\{\mathbf{F}\} = \{\mathbf{F}(t)\}$ é o vetor das funções temporais das forças aplicadas nos nós da estrutura no SGC; e

$\{\mathbf{F}_{NC}\} = \{\mathbf{F}_{NC}(t)\}$ representa o vetor das funções temporais das forças não conservativas no mesmo referencial.

No caso de uma estrutura com comportamento físico linear, a energia cinética E_c , a energia potencial de deformação U e o potencial das forças externas conservativas Ω , são expressos, respectivamente, por:

$$E_c = \frac{\{\dot{\mathbf{D}}\}^T [\mathbf{M}_E] \{\dot{\mathbf{D}}\}}{2} \quad (3)$$

$$U = \frac{\{\mathbf{D}\}^T [\mathbf{K}_E] \{\mathbf{D}\}}{2} \quad (4)$$

$$\Omega = \{\mathbf{D}\}^T \{\mathbf{R}_E^F\} \quad (5)$$

em que: $[\mathbf{M}_E]$ é a matriz de massa consistente da estrutura no SGC, recebendo essa denominação devido ao fato de que as matrizes de massa dos EF são obtidas a partir das mesmas funções de forma $[\mathbf{N}]$ (matriz das funções de forma do EF empregado) que são usadas para gerar a matriz de rigidez dos EF (Cook *et al.*, 2002; Huebner *et al.*, 2001; Humar, 2002; Soriano, 2014); $[\mathbf{K}_E]$ é a matriz de rigidez tangencial da estrutura no SGC; e, por fim, $\{\mathbf{R}_E^F\} = \{\mathbf{R}_E^F(t)\}$ é o vetor de funções temporais das reações de extremo fixo da estrutura no mesmo referencial.

Além disso, as forças não conservativas podem ser classificadas como internas ou externas, dependendo de sua origem. As forças internas são aquelas geradas pela deformação da estrutura, enquanto as externas são provenientes de forças diretamente aplicadas. Dessa forma, define-se:

$$\{\mathbf{F}_{NC}\} = \{\mathbf{F}_{NE}\} - [\mathbf{C}_E] \{\dot{\mathbf{D}}\} \quad (6)$$

na qual: $\{\mathbf{F}_{NE}\} = \{\mathbf{F}_{NE}(t)\}$ é o vetor das forças não conservativas externas como função do tempo no SGC; e, $[\mathbf{C}_E]$ é a matriz de amortecimento da estrutura no SGC, resultante das forças não conservativas internas à estrutura.

Ao substituir as Eqs. (3), (4), (5) e (6) em (2), chega-se à equação de movimento da estrutura:

$$[\mathbf{M}_E] \{\ddot{\mathbf{D}}\} + [\mathbf{C}_E] \{\dot{\mathbf{D}}\} + [\mathbf{K}_E] \{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{F}_E\} \quad (7)$$

em que: $\{\mathbf{F}_E\} = \{\mathbf{F}_E(t)\}$ corresponde ao vetor que descreve as funções temporais das forças aplicadas nos nós da estrutura, no SGC, expresso por:

$$\{\mathbf{F}_E\} = \{\mathbf{F}\} + \{\mathbf{F}_{NC}\} - \{\mathbf{R}_E^F\} \quad (8)$$

As matrizes de massa $[\mathbf{M}_e]$, de amortecimento $[\mathbf{C}_e]$ e de rigidez $[\mathbf{K}_e]$ dos elementos finitos, no Sistema Local de Coordenadas (SLC), podem ser expressas em termos da matriz das funções de forma dos EF empregadas na discretização da estrutura, conforme a seguir:

$$[\mathbf{M}_e] = \int_V [\mathbf{N}]^T \rho [\mathbf{N}] dV; \quad [\mathbf{C}_e] = \int_V [\mathbf{N}]^T c [\mathbf{N}] dV; \quad [\mathbf{K}_e] = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{E}] [\mathbf{B}] dV \quad (9)$$

na qual: V é o volume do EF em questão; ρ representa a massa específica do material da estrutura; c é a constante de amortecimento ou o coeficiente de amortecimento viscoso do material do EF em análise; $[\mathbf{E}]$ é a matriz que descreve a lei constitutiva do material do EF; e, $[\mathbf{B}]$ é a matriz de deformação-deslocamento do EF, conforme descrito a seguir:

$$[\mathbf{B}] = [\partial][\mathbf{N}] \quad (10)$$

em que, $[\partial]$ é a matriz de derivadas parciais em relação ao SLC, que estabelece a relação entre os deslocamentos e as deformações específicas do EF.

O vetor de reações de extremo fixo $\{\mathbf{R}_e^F\}$ de cada EF, expresso no SLC, pode ser obtido a partir da matriz de funções de forma dos EF adotados na discretização da estrutura, conforme indicado na seguinte expressão:

$$\{\mathbf{R}_e^F\} = - \sum [\mathbf{N}]_j^T \{\mathbf{P}\}_j - \int_S [\mathbf{N}]^T [\boldsymbol{\sigma}] \{\mathbf{n}\} dS - \int_V \rho [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} dV - \int_V [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{q}\} dV \quad (11)$$

sendo: $\{\mathbf{P}\}_j$ as forças concentradas; $[\boldsymbol{\sigma}]\{\mathbf{n}\}$ as forças de superfície; $\rho\{\mathbf{b}\}$ as forças gravitacionais de massa; e, $\{\mathbf{q}\}$ as forças de volume adicionais proveniente de outra origem.

As matrizes de massa $[\mathbf{M}_g]$, de amortecimento $[\mathbf{C}_g]$ e de rigidez $[\mathbf{K}_g]$ dos EF, bem como os vetores de reações de extremo fixo $\{\mathbf{R}^F\}$, forças aplicadas nos nós $\{\mathbf{R}\}$ e de forças não conservativas $\{\mathbf{F}_{NC,g}\}$, no SGC, podem ser expressos a partir da matriz de transformação de coordenadas $[\mathbf{T}_c]$:

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_g] &= [\mathbf{T}_c][\mathbf{M}_e][\mathbf{T}_c]^T; & [\mathbf{C}_g] &= [\mathbf{T}_c][\mathbf{C}_e][\mathbf{T}_c]^T; & [\mathbf{K}_g] &= [\mathbf{T}_c][\mathbf{K}_e][\mathbf{T}_c]^T \\ \{\mathbf{R}^F\} &= [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{R}_e^F\}; & \{\mathbf{R}\} &= [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{R}_e\}; & \{\mathbf{F}_{NC,g}\} &= [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{F}_{NC,e}\} \end{aligned} \quad (12)$$

em que: $\{\mathbf{R}_e\}$ representa o vetor de forças aplicadas nos nós do EF no SLC; e, $\{\mathbf{F}_{NC,e}\}$ é o vetor de forças não conservativas também no SLC. Adicionalmente, o vetor de forças do EF no SGC, $\{\mathbf{F}_{E,g}\}$, pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\{\mathbf{F}_{E,g}\} = [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{R}_e\} + [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{F}_{NC,e}\} - [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{R}_e^F\} = [\mathbf{T}_c]\{\mathbf{F}_{E,e}\} \quad (13)$$

sendo, $\{\mathbf{F}_{E,e}\}$ representa o vetor de forças do EF no SLC.

As matrizes e vetores que compõem a equação de movimento de cada EF são transformados por meio da matriz de incidência cinemática $[\mathbf{L}]$, a qual estabelece a relação entre os graus de liberdade locais e globais. Dessa forma, as matrizes de massa $[\mathbf{M}_p]$, de amortecimento $[\mathbf{C}_p]$ e de rigidez $[\mathbf{K}_g]$, juntamente com o vetor de forças $\{\mathbf{F}_{E,p}\}$, no SGC que abrange todos os graus de liberdade da estrutura, podem ser expressos como:

$$[\mathbf{M}_p] = [\mathbf{L}][\mathbf{M}_g][\mathbf{L}]^T; \quad [\mathbf{C}_p] = [\mathbf{L}][\mathbf{C}_g][\mathbf{L}]^T; \quad [\mathbf{K}_p] = [\mathbf{L}][\mathbf{K}_g][\mathbf{L}]^T; \quad \{\mathbf{F}_{E,p}\} = [\mathbf{L}]\{\mathbf{F}_{E,g}\} \quad (14)$$

Por último, a equação de movimento da estrutura é obtida pela soma das contribuições dos termos de cada EF, resultando na matriz global que descreve o comportamento dinâmico da estrutura como um todo:

$$[\mathbf{M}_E] = \sum_{jj=1}^{n_e} [\mathbf{M}_p]_{jj}; \quad [\mathbf{C}_E] = \sum_{jj=1}^{n_e} [\mathbf{C}_p]_{jj}; \quad [\mathbf{K}_E] = \sum_{jj=1}^{n_e} [\mathbf{K}_p]_{jj}; \quad \{\mathbf{F}_E\} = \sum_{jj=1}^{n_e} \{\mathbf{F}_{E,p}\}_{jj} \quad (15)$$

na qual, o elemento finito de índice jj da estrutura varia de 1 até n_e elementos.

3.2 MATRIZ DE AMORTECIMENTO

De modo geral, as forças de amortecimento têm magnitudes inferiores às forças de inércia e de rigidez. Contudo, determinar com precisão as forças de fricção nos componentes estruturais é uma tarefa complexa. Por isso, torna-se mais relevante especificar as razões de amortecimento modal, que são utilizadas para construir a matriz de amortecimento da estrutura (Humar, 2002; Clough; Penzien, 2003; Avelino, 2008; Chopra, 2012; Soriano, 2014).

Como ponto de partida, considera-se o amortecimento proporcional à massa e o amortecimento proporcional à rigidez individualmente:

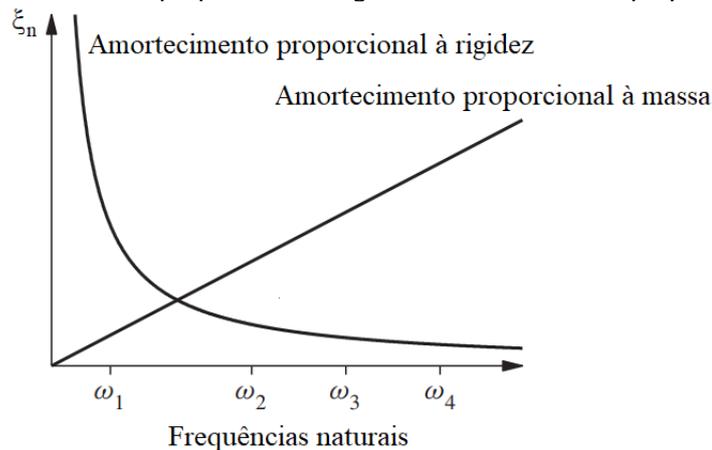
$$[\mathbf{C}_E] = a_0 [\mathbf{M}_E] \qquad [\mathbf{C}_E] = a_1 [\mathbf{M}_E] \quad (16)$$

as constantes a_0 e a_1 possuem unidades de s^{-1} e s no SI, respectivamente.

O modelo de amortecimento proporcional à rigidez é mais intuitivo, pois pode ser interpretado como a dissipação de energia associada às deformações dos graus de liberdade. Em contraste, o amortecimento proporcional à massa é mais difícil de justificar fisicamente, já que o amortecimento causado pelo ar, que ele pode representar, é insignificante para a maioria das estruturas (Chopra, 2012; Soriano, 2014).

Entretanto, nenhuma das matrizes de amortecimento definidas, é considerada adequada para análises práticas de sistemas com múltiplos graus de liberdade. Isso se deve às variações nas razões de amortecimento modais em relação às frequências naturais que elas representam (Figura 14), as quais não são compatíveis com dados experimentais. Tais dados indicam que, para diversos modos de vibração de uma estrutura, as razões de amortecimento tendem a ser aproximadamente constantes (Chopra, 2012).

Figura 14 – Amortecimento proporcional à rigidez e amortecimento proporcional à massa.



Como etapa inicial na construção de uma matriz de amortecimento, que seja razoavelmente compatível com dados experimentais, foi considerado o modelo de amortecimento de Rayleigh (amortecimento proporcional):

$$[\mathbf{C}_E] = a_0[\mathbf{M}_E] + a_1[\mathbf{K}_E] \quad (17)$$

em que, os coeficientes a_0 e a_1 são obtidos com base em duas razões de amortecimento (ξ_i e ξ_k) associadas a frequências angulares de vibração diferentes (ω_i e ω_k), formando assim o seguinte sistema (no referencial generalizado):

$$\begin{cases} \{\Phi\}_i^T [\mathbf{C}_E] \{\Phi\}_i = a_0 + a_1 \omega_i^2 = 2 \xi_i \omega_i \\ \{\Phi\}_k^T [\mathbf{C}_E] \{\Phi\}_k = a_0 + a_1 \omega_k^2 = 2 \xi_k \omega_k \end{cases} \quad (18)$$

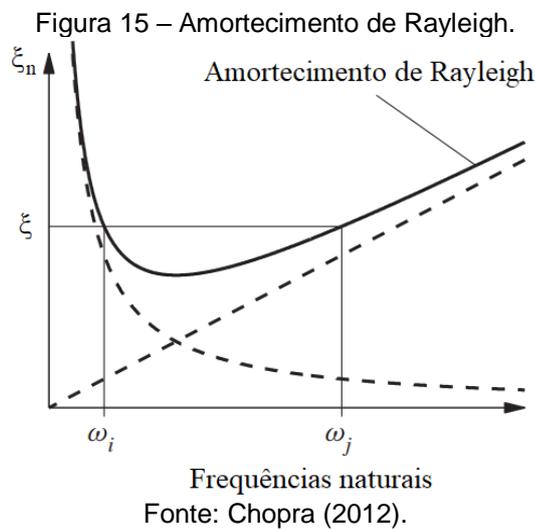
donde, tem-se:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \\ \omega_i & \omega_i \\ 1 & \omega_k \\ \omega_k & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_k \end{Bmatrix} \quad (19)$$

As duas equações algébricas podem ser resolvidas para determinar os coeficientes a_0 e a_1 . Caso seja considerado que ambos os modos possuem a mesma razão de amortecimento ξ , o que é consistente com dados experimentais, então:

$$a_0 = \xi \frac{2 \omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \qquad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \qquad (20)$$

Quando este procedimento for aplicado a um problema prático, os modos i e k com razão de amortecimento especificadas devem ser escolhidos para garantir valores razoáveis para as razões de amortecimento em todos os modos que contribuem consideravelmente para a resposta. Suponha, por exemplo, que seja necessário incluir cinco modos na análise de resposta e que se deseje uma razão de amortecimento ξ aproximadamente igual para todos os modos. O valor de ξ deve ser especificado para o primeiro modo e, possivelmente, para o quarto modo. A Figura 15 sugere que a taxa de amortecimento para o segundo e o terceiro modos é ligeiramente inferior a ξ , enquanto para o quinto modo é um pouco superior a ξ . Para modos de ordem superior ao quinto, a taxa de amortecimento aumentará de forma contínua com a frequência, resultando na eliminação essencial das respostas modais correspondentes devido ao alto amortecimento (Chopra, 2012).



Uma vez calculados os coeficientes a_0 e a_1 , a matriz de amortecimento $[C_E]$ é determinada, juntamente com as razões de amortecimento ξ_j para o j -ésimo modo de vibração da estrutura. Portanto, ao adicionar a contribuição do amortecimento à equação do movimento desacoplada do método da superposição modal, tem-se:

$$\ddot{q}_j + 2 \xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = \bar{F}_j \qquad (21)$$

A equação anterior pode ser resolvida para cada j-ésimo modo de vibração. Após resolver as equações diferenciais, retorna-se ao referencial original através da aplicação das transformações estabelecidas no princípio da superposição modal. De maneira semelhante ao tratamento das matrizes de massa e de rigidez modais, a matriz de amortecimento modal $[C^0]$ é uma matriz diagonal, obtida ao aplicar uma transformação ortogonal à matriz de amortecimento da estrutura $[C_E]$, utilizando a matriz modal normalizada:

$$[C^0] = [\Phi^0]^T [C_E] [\Phi^0] \quad (22)$$

em notação indicial, fica:

$$C^0_j = \{\Phi^0\}_j^T [C_E] \{\Phi^0\}_j \quad (23)$$

3.3 MÉTODO DO “VENTO SINTÉTICO”

O vento, resultado do movimento do ar na atmosfera, ocorre devido às diferenças de temperatura na superfície terrestre que geram gradientes de pressão, induzindo a aceleração do ar. Apesar de sua natureza aleatória e instável, é comum assumir que o vento possui características estacionárias para fins de análise. Com os avanços tecnológicos, tornou-se viável a geração de históricos e dados de vento que reproduzem com fidelidade as propriedades estatísticas observadas em condições reais (Brasil; Silva, 2015).

O método do 'Vento Sintético', desenvolvido por Franco (1993), consiste na geração de múltiplos históricos de carregamento, compostos pela combinação de componentes harmônicos com fases aleatórias, configurando uma técnica de simulação numérica que se assemelha aos métodos de Monte Carlo. O método de Monte Carlo é uma abordagem de solução aproximada para problemas físicos e matemáticos, baseada na simulação de valores aleatórios. Trata-se de uma alternativa eficiente, que aproveita o poder computacional disponível para resolver problemas complexos, uma vez que sua eficácia depende menos do modelo de resposta e dos dados estatísticos, e mais da quantidade de simulações (Obata, 2009).

Para gerar os históricos de carregamento, assume-se que o vento é unidirecional, estacionário e homogêneo. O método do "Vento Sintético" divide o carregamento em duas parcelas: uma média, aplicada de forma estática à estrutura, e uma flutuante. Essa última, é derivada de um espectro de vento, e decomposta em m harmônicos com fases aleatórias. Um desses harmônicos apresenta frequência ressonante com a da estrutura, enquanto as frequências dos demais são definidas como múltiplos ou submúltiplos dessa frequência de referência (Brasil; Silva, 2015).

Um modelo simplificado é utilizado para representar as correlações espaciais verticais e horizontais das pressões flutuantes em função da frequência de rajada, fundamentado no conceito de tamanho de rajada. Inicialmente, cada harmônico excita a estrutura de forma isolada, e calcula-se o valor máximo estacionário da resposta para cada caso. A soma das respostas individuais fornece o limite superior da resposta (Franco, 2011).

Na etapa seguinte, a estrutura é excitada simultaneamente por todas as funções harmônicas, cujos ângulos de fases são definidos aleatoriamente. Esse procedimento gera históricos de tempo sintéticos, dos quais se extrai o valor máximo da resposta em cada simulação. Por meio de análise estatística, baseada em distribuições como a de Gumbel ou Gauss, determina-se o valor característico da resposta com 95% de confiança. Por fim, utiliza-se o carregamento que melhor representa esse valor característico para obter os resultados finais e concluir com alta confiabilidade (Franco, 2014).

3.3.1 Vento médio e flutuante

Para relacionar as pressões flutuantes com as pressões médias do vento, o Método do "Vento Sintético" baseia-se na relação entre a velocidade média, calculada em um intervalo de 3600 s, e a velocidade de rajada, obtida em um intervalo de 3 s, considerando as cinco categorias de terreno e qualquer altitude (Franco, 2014). As Eqs. (24) e (25) descrevem como a velocidade média e a velocidade de rajada do vento variam em função da altitude e da categoria do terreno, tomando como referência uma cota de 10 m acima do solo.

$$V_{3600}(z) = 0,65 \cdot b \cdot V_0 \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^\alpha \quad (24)$$

$$V_3(z) = b \cdot V_0 \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^\alpha \quad (25)$$

em que, b representa o parâmetro de rugosidade do terreno, definido de acordo com sua classificação (I, II, III, IV ou V); V_0 representa a velocidade básica do vento, definida como a máxima velocidade média em um intervalo de 3 segundos, com uma probabilidade de ser excedida, em média, uma vez a cada 50 anos, medida a 10 metros acima do terreno em uma área aberta e plana; z é a altitude, posição vertical ao longo da torre; e α é o expoente da lei de potência do cisalhamento do vento, dependente tanto da rugosidade do terreno quanto do intervalo de tempo adotado para medir a velocidade da rajada (ABNT NBR 6123, 2023).

A pressão de pico do vento, ou de rajada, ou total, é expressa por:

$$p_3(z) = 0,613 V_3(z)^2 \quad (26)$$

E a pressão média do vento, ou estática, é dada por:

$$p_{3600}(z) = 0,613 V_{3600}(z)^2 \quad (27)$$

sendo, $p_3(z)$ e $p_{3600}(z)$ expressos em N/m^2 , enquanto $V_3(z)$ e $V_{3600}(z)$ estão em m/s .

Assim, conforme o Método do "Vento Sintético", a relação entre a pressão média e a pressão total pode ser expressa por:

$$\frac{p_{3600}}{p_3} = \left(\frac{V_{3600}}{V_3}\right)^2 = 0,65^2 = 0,42 \quad (28)$$

Portanto, para a categoria II de terreno, 42% da força total do vento refere-se ao valor médio, enquanto 58% corresponde ao valor flutuante das rajadas (Franco, 2014).

Dessa forma, obtém-se a parcela flutuante das pressões do vento, dado por:

$$p_f(z) = 0,58 p_3(z) \quad (29)$$

em que, $p_f(z)$ é a parcela de pressão flutuante do vento.

3.3.2 Espectro das velocidades flutuantes

A potência do vento, relacionada a um determinado intervalo de frequência e altitude, pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$dW = S(z, n)dn \quad (30)$$

sendo, z a altura e n a frequência da rajada.

A função $S(z, n)$, denominada espectro de potência das velocidades do vento, pode ser expressa, de forma reduzida em uma escala logarítmica, da seguinte forma:

$$S_r(z, n) = \frac{n S(z, n)}{u_*^2} \quad (31)$$

em que, u_*^2 é chamada de velocidade de fricção, a qual depende da rugosidade do terreno.

Segue-se que:

$$S_r(z, n) d(\log_e n) = \frac{n S(z, n)}{u_*^2} \frac{1}{n} dn = \frac{dW}{u_*^2} \quad (32)$$

O espectro reduzido segue a relação dada pela constante $1/u_*^2$ menos a Eq. (30). Esse comportamento é ilustrado na Figura 16, no qual pode-se verificar que ambas as funções possibilitam, por meio da integração, a potência correspondente a um intervalo de frequência selecionado.

Diversas funções empíricas foram desenvolvidas para descrever o espectro de potência reduzido em função da frequência de rajadas n e da velocidade média U_0 . Vale ressaltar que os primeiros estudos sobre medições dos espectros de potência do vento desconsideravam a influência da altura z . Apresentam-se, a seguir, as principais expressões utilizadas para descrever o espectro de potência da parcela flutuante da velocidade do vento.

Um dos espectros reduzidos mais amplamente reconhecidos é o desenvolvido por Davenport (*apud* Blessmann, 1995), e descrito pela seguinte expressão:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = 4 \frac{x^2}{(1 + x^2)^{\frac{4}{3}}} \quad (33)$$

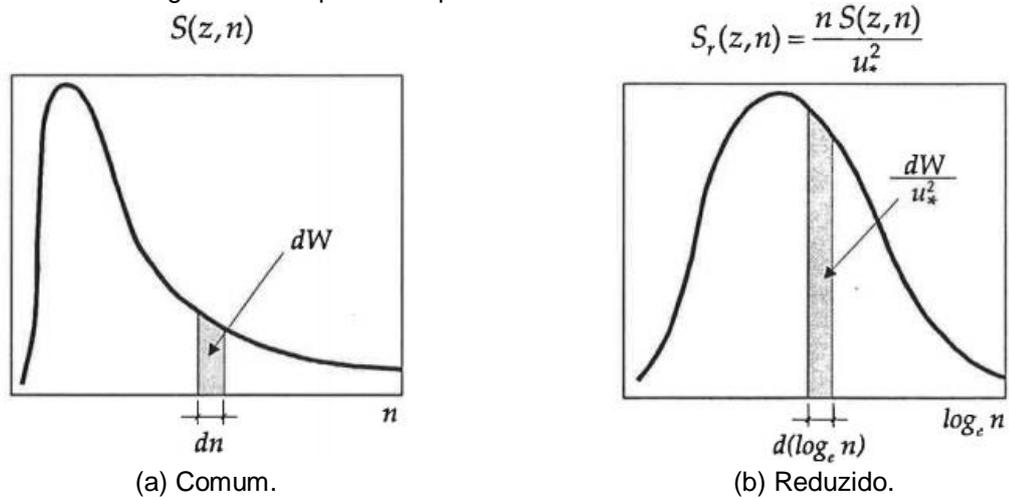
sendo a frequência adimensional expressa por:

$$x = \frac{1200 n}{U_0} \quad (34)$$

Para este estudo, foi empregada uma versão modificada da fórmula de Davenport, conforme sugerido por Franco (1993). Assim, a definição para a frequência adimensional é dada por:

$$x = \frac{1220 n}{U_0} \quad (35)$$

Figura 16 – Espectro de potência das velocidades do vento.



Fonte: Franco (1993).

O espectro de Lumley e Panowsky é dado por:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = 4 \frac{x}{1 + x^{\frac{5}{3}}} \quad (36)$$

em que, a frequência adimensional descrita pela expressão:

$$x = \frac{900 n}{U_0} \quad (37)$$

O espectro de Harris é expresso pela seguinte equação:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = 4 \frac{x}{(2 + x^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (38)$$

na qual, a frequência adimensional descrita por:

$$x = \frac{1800 n}{U_0} \quad (39)$$

As equações mencionadas fornecem aproximações consistentes para os dados experimentais disponíveis. No entanto, estudos posteriores revelaram que o espectro de velocidade varia em função da altura z . Nesse contexto, Kaimal propôs a seguinte formulação:

$$\frac{n S(z, n)}{u_*^2} = \frac{200 f}{(1 + 50 f)^{\frac{5}{3}}} \quad (40)$$

em que, a frequência adimensional é dada por:

$$f = \frac{n z}{U_z} \quad (41)$$

sendo, U_z a velocidade média a uma dada altura z .

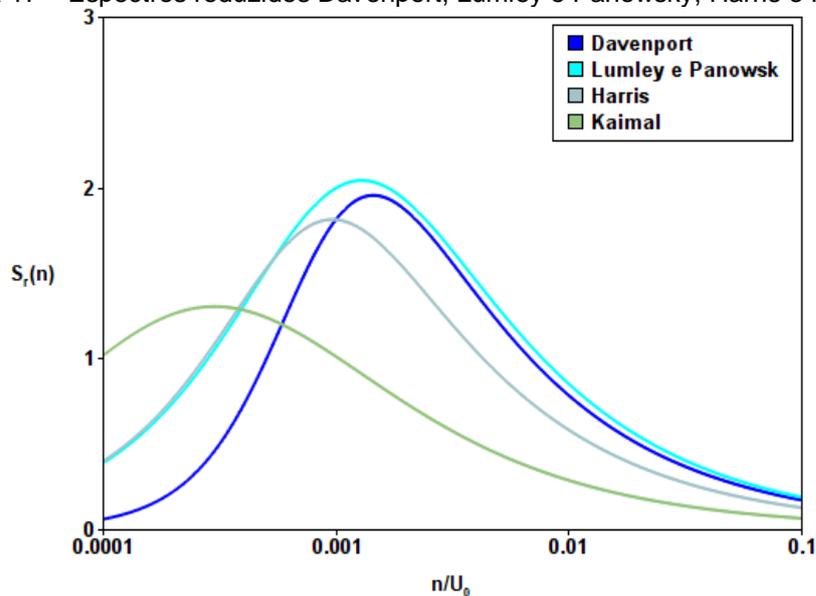
A Figura 17 apresenta as curvas dos espectros reduzidos propostos por Davenport, Lumley e Panowsky, Harris e Kaimal, sendo este último calculado para $z = 100$ m. O eixo das abscissas (eixo horizontal) utiliza uma escala logarítmica para a frequência (n), normalizada pela velocidade média do vento, assumida como 18,53 m/s (Eq. (42)), considerando as seguintes condições: $S_1 = 1,0$ (terreno plano ou fracamente acidentado); $S_3 = 0,95$ (grupo 2); e $V_0 = 30$ m/s (velocidade básica do vento para o estado de Pernambuco). Já no eixo das ordenadas (eixo vertical), são

exibidos os espectros reduzidos adimensionais calculados a partir das Eqs. (33), (36), (38) e (40).

$$U_0 = 0,65 V_0 S_1 S_3 \quad (42)$$

em que: S_1 é o fator que ajusta a velocidade do vento considerando as influências do relevo (fator topográfico); e S_3 é o fator relacionado ao nível de segurança exigido e à vida útil da estrutura (fator estatístico). Esses parâmetros estão em conformidade com as diretrizes da NBR 6123 (ABNT, 2023).

Figura 17 – Espectros reduzidos Davenport, Lumley e Panowsky, Harris e Kaimal.



Fonte: Autor (2025).

Franco (1993) comparou as expressões de Davenport e Kaimal para diversos valores de z , observando que, na faixa de frequência superior a 0,1 Hz (na qual as frequências naturais dos edifícios normalmente se encontram), a expressão de Davenport (Eq. (33)) fornece valores espectrais mais altos do que a de Kaimal (Eq. (40)), mesmo para altitudes mais baixas, em torno de 100 m.

Segundo Simiu e Scanlan (1996), o espectro de pressões $S_p(z, n)$ pode ser expresso em função do espectro de velocidades, conforme a Eq. (43):

$$S_p(z, n) = (\rho c U_z)^2 S(z, n) \quad (43)$$

em que, ρ é a densidade do ar e c é o coeficiente aerodinâmico da estrutura em um ponto considerado. Assim, em cada ponto da estrutura, o espectro de pressões $S_p(z, n)$ pode ser considerado diretamente proporcional ao espectro de velocidades $S(z, n)$.

3.3.3 Decomposição das pressões flutuantes

As pressões flutuantes (p_f), presentes em todos os pontos da estrutura e, que, conforme analisado, correspondem a 58% das respectivas pressões máximas (p_3), caracterizam-se como um processo aleatório estacionário, ergódico, gaussiano de média zero. Essas pressões podem ser representadas por meio de uma integral de Fourier:

$$p_f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(n) \cos[2 \pi n t - \theta(n)] dn \quad (44)$$

em que a amplitude $C(n)$ e o ângulo de fase $\theta(n)$ são expressos pelas Eqs. (45) e (46):

$$C(n) = \sqrt{A^2(n) + B^2(n)} \quad (45)$$

$$\theta(n) = \tan^{-1} \left[\frac{B(n)}{A(n)} \right] \quad (46)$$

sendo $A(n)$ e $B(n)$ expressos pelas Eqs. (47) e (48), respectivamente:

$$A(n) = \int_{-\infty}^{\infty} p_f(t) \cos(2 \pi n t) dt \quad (47)$$

$$B(n) = \int_{-\infty}^{\infty} p_f(t) \text{sen}(2 \pi n t) dt \quad (48)$$

O valor quadrático médio de $p_f(t)$, assumindo que está definido em um intervalo de tempo suficientemente longo T , é dado por:

$$\sigma^2(p_f) = \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} p_f^2(t) df = \frac{2}{T} \int_0^\infty C^2(n) dn \quad (49)$$

Quando consideramos o limite $T \rightarrow \infty$, a expressão pode ser reescrita assim:

$$\sigma^2(p_f) = \int_0^\infty S(n) dn \quad (50)$$

na qual, $S(n)$ representa a função de densidade espectral de $p_f(t)$, sendo $S(n) dn$ a contribuição elementar, correspondente ao intervalo de frequência dn , para o valor quadrático médio.

Para simplificar a representação de $p_f(t)$, pode-se aproximá-lo utilizando um número limitado de m funções harmônicas, selecionadas de maneira que seus períodos cubram uniformemente o intervalo que vai de 600 s ($1,67 \times 10^{-3}$ Hz) até valores iguais ou inferiores a 0,5 s (2 Hz), garantindo que os modos superiores sejam adequadamente considerados. De acordo com Franco (1993), utiliza-se um total de 11 funções harmônicas ($m = 11$), sendo uma delas associada ao período fundamental T da estrutura. Os períodos das outras 10 funções são múltiplos ou submúltiplos de T , ajustados por um fator de 2, conforme estabelecido por Franco (2014).

As expressões das Eq. (44) e (50) podem agora ser reescritas da seguinte forma:

$$p_f(t) = \sum_{k=1}^m C_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_r r_k} t - \theta_k\right) \quad (51)$$

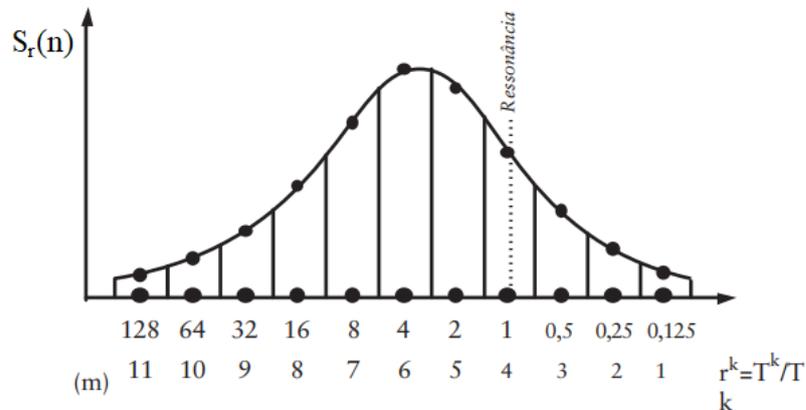
$$C_k = \sqrt{2 \int_{(k)} S(n) dn} \quad (52)$$

$$r_k = 2^{k-r} \quad (53)$$

em que: r representa o número do harmônico cuja frequência coincide com a frequência do primeiro modo de vibração livre da estrutura; T_r corresponde ao período associada ao harmônico ressonante; e os ângulos de fase θ_k de cada um dos 11 harmônicos são atribuídos de forma aleatória no intervalo entre 0 e 2π . Os valores de

C_k são determinados integrando a função de densidade espectral nos m intervalos de frequência selecionados. Esse cálculo pode ser realizado utilizando o espectro natural $S(n)$ em uma escala de frequência natural, conforme apresentado na Eq. (52). Alternativamente, o espectro reduzido $S_r(n)$, em uma escala logarítmica de frequências, fornecerá resultados equivalentes, mas com uma constante de integração ajustada, conforme ilustrado na Figura 18.

Figura 18 – Decomposição espectral da pressão flutuante em 11 harmônicos.



Fonte: Franco (1993).

No estudo de Franco (1993), as amplitudes dos componentes harmônicos de $p_f(t)$ foram expressas como:

$$p_{f_k} = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^m C_k} p_f = c_k p_f \quad (54)$$

Assim, a elaboração das séries de carregamento para a geração dos históricos de carga baseia-se na superposição dos componentes harmônicos, os quais possuem ângulos de fase indeterminados. Dessa forma, esses ângulos refletem a natureza aleatória do método do vento sintético.

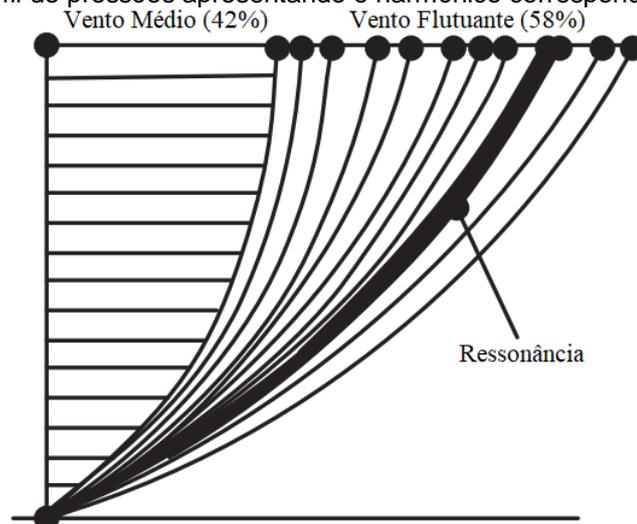
Em Franco (2014), uma versão revisada do artigo anterior, o autor explica que, com o avanço dos computadores, o método descrito foi implementado no programa TQS, o qual possibilita a análise dinâmica no domínio do tempo de grandes e complexas estruturas sujeitas a cargas harmônicas. Com isso, tornou-se viável aumentar consideravelmente o número de divisões do espectro, originalmente limitado a 11 por questões práticas, permitindo alcançar até 80 ou mais harmônicos e 200 combinações aleatórias das respectivas fases.

No entanto, foi observado que, ao contrário do esperado, a resposta dinâmica diminuía à medida que o número m de funções harmônicas aumentava, tendendo a zero. Ao investigar as causas dessa redução inesperada, buscou-se um novo critério para o cálculo dos coeficientes c_k , que, mantendo a proporcionalidade com os valores C_k definidos por (52), garantisse que, com o aumento de m , a potência média permanecesse constante. Assim, o coeficiente c_k assume uma nova forma:

$$c_k = \frac{C_k}{\sqrt{6,125 \sum_{k=1}^m C_k}} \quad (55)$$

Para determinar os valores de C_k , Franco (1993) definiu que o quarto harmônico corresponde à ressonância da estrutura, conforme ilustrado na Figura 19.

Figura 19 – Perfil de pressões apresentando o harmônico corresponde à ressonância.



Fonte: Adaptado de Franco (1993).

3.3.4 Correlação espacial de velocidades

Considerando os pontos 1 e 2 localizados na superfície exposta da estrutura, com coordenadas verticais z_1 e z_2 e coordenadas horizontais y_1 e y_2 . A distância entre esses pontos é expressa por:

$$r = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (56)$$

À medida que o valor de r aumenta, a correlação das flutuações de velocidade entre os pontos 1 e 2 diminui. Para quantificar essa correlação em função da frequência da flutuação considerada e da distância entre os pontos, utiliza-se o coeficiente de correlação cruzada de banda estreita, $\text{Coh}(r, n_k)$:

$$\text{Coh}(r, n_k) = e^{-\hat{f}} \quad (57)$$

com,

$$\hat{f} = \frac{n_k \sqrt{C_z^2 (z_2 - z_1)^2 + C_y^2 (y_2 - y_1)^2}}{U_0} \quad (58)$$

Para aplicações práticas, é possível adotar $7 \leq C_z \leq 10$ e $12 \leq C_y \leq 16$. No entanto, seguindo a recomendação de Franco (1993) e priorizando a segurança, os valores que devem ser adotados são $C_z = 7$ e $C_y = 12$. Em estruturas majoritariamente verticais, como chaminés, torres e edifícios esbeltos, é suficiente levar em conta somente a correlação vertical, o que conduz à seguinte expressão:

$$\text{Coh}(\Delta z, n_k) = e^{-\frac{7 \Delta z n_k}{U_0}} \quad (59)$$

Observa-se que o coeficiente de correlação varia de 1 ($\Delta z = 0$) a 0 ($\Delta z \rightarrow \infty$). O formato dessa função introduz o conceito de tamanho de rajada, que representa a dimensão de uma rajada perfeitamente correlacionada, capaz de produzir o mesmo efeito na estrutura, conforme ilustrado na Figura 20.

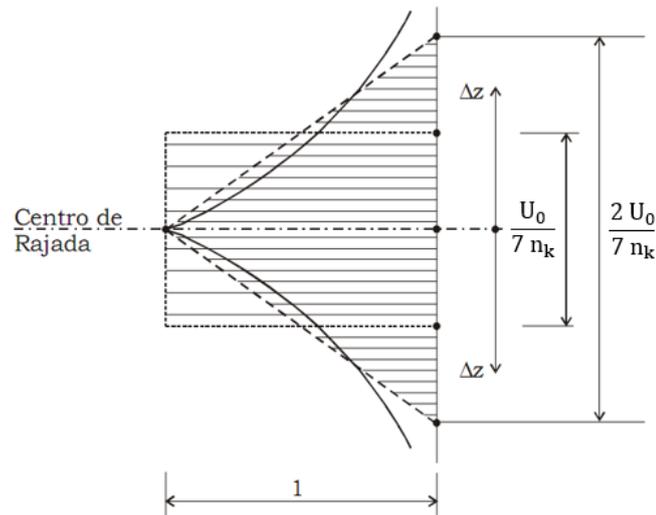
Essa equivalência pode ser aproximada de forma satisfatória ao igualar as resultantes das pressões p_f , cujo coeficiente de correlação das pressões é dado por:

$$\text{Coh}(p_f)(\Delta z, n_k) = \left(e^{-\frac{7 \Delta z n_k}{U_0}} \right)^2 = e^{-\frac{14 \Delta z n_k}{U_0}} \quad (60)$$

Dessa forma, a altura equivalente da rajada pode ser calculada como:

$$\Delta z_{0k} = 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{14 \Delta z n_k}{U_0}} d(\Delta z) = \frac{U_0}{7 n_k} \quad (61)$$

Figura 20 – Rajadas equivalentes.



Fonte: Franco (1993).

As observações feitas demonstram que a rajada de frequência n_k , cuja correlação é descrita pela curva exponencial dupla apresentada na Figura 20, pode ser substituída, de forma aproximada, por uma rajada perfeitamente correlacionada de altura $\Delta z_{0k} = U_0/7 n_k$. Entretanto, segundo Franco (1993), recomenda-se adotar uma rajada composta por dois triângulos, cuja correlação decresce linearmente de 1 a 0 em uma região com altura total $2\Delta z_{0k} = 2U_0/7 n_k$. Ressalta-se que, à medida que a frequência n_k do componente flutuante diminui, a altura dessa região aumenta proporcionalmente.

Para aplicar o conceito de rajadas equivalentes de forma eficiente, é necessário estabelecer deterministicamente o centro dessa rajada. Isso pode ser feito assumindo que as rajadas são estacionárias e, para cada função m , calculando a posição que resulta na maior resposta da estrutura, como deslocamento, velocidade, aceleração ou força. Na prática, entretanto, pode-se simplificar o processo assumindo que todas as rajadas elementares têm o mesmo centro e determinar a posição mais desfavorável do centro da rajada ressonante. Uma abordagem alternativa, proposta por Carril Jr. (2000), para calcular o centro de rajada é utilizar a Eq. 62.

$$G_c = z_1 - \Delta z_{0k} \quad (62)$$

em que: z_1 é a cota mais alta da torre.

$$\eta = \left(\frac{1}{\Delta z_{0k}} \right) (G_c - z_i) + 1 \quad (63)$$

se, $G_c \leq z_i \leq G_c + \Delta z_{0k}$. Ou,

$$\eta = \left(\frac{-1}{\Delta z_{0k}} \right) (G_c - z_i) + 1 \quad (64)$$

se, $G_c - \Delta z_{0k} \leq z_i \leq G_c$.

Dessa forma, ao realizar o somatório dos coeficientes de influência correspondentes às funções harmônicas atribuídas, obtêm-se os coeficientes apresentados na Figura 21, que representa a correlação espacial e o centro de rajada no método do Vento Sintético. A figura ilustra a distribuição do vento turbulento ao longo da altura de uma estrutura, como, por exemplo, uma torre de turbina eólica. As linhas inclinadas e hachuradas indicam a variação espacial das rajadas de vento, demonstrando como diferentes pontos da torre experimentam intensidades e fases distintas do vento simultaneamente.

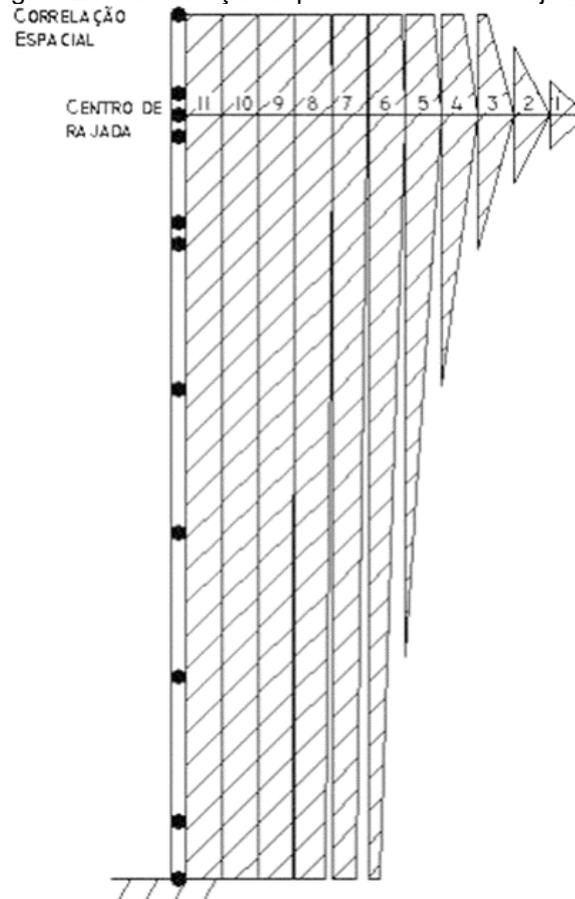
As pressões flutuantes mostradas na Figura 19 devem ser então multiplicadas pelos coeficientes de influência somados (Figura 21), que variam de 1 a 0. Embora essa abordagem determinística simplificada da rajada possa parecer imprecisa e irrealista, ela resulta em valores conservadores.

3.3.5 Limite superior das respostas

Uma vez definida uma coordenada generalizada relevante (grau de liberdade a ser avaliado), seu limite superior pode ser determinado excitando a estrutura individualmente com as m funções harmônicas e calculando, para cada uma, o valor máximo estacionário da resposta durante alguns minutos, correspondente à duração da rajada. O limite superior da resposta é obtido somando as m respostas individuais, e o conjunto dessas respostas, representado em escala logarítmica de períodos,

constitui o espectro de resposta da estrutura para a coordenada generalizada escolhida.

Figura 21 – Correlação espacial e centro de rajadas.



Fonte: Franco (1993).

Franco (1993), em diversos estudos numéricos sobre estruturas de aço e concreto, observou que, ao aumentar significativamente o número de funções nas proximidades da ressonância, o espectro de resposta tende a se aproximar de uma curva contínua, exibindo um pico acentuado na ressonância. Entretanto, para $m = 11$, a contribuição do componente ressonante é superestimada em aproximadamente duas vezes.

Para corrigir essa discrepância, recomenda-se aplicar uma redução de fator 2 na amplitude ressonante (Eq. (65)). Além disso, para manter a soma dos coeficientes unitária ($\sum_{k=1}^m c_k = 1$), ajustes também devem ser realizados nos coeficientes imediatamente superior e inferior, conforme descrito nas Eqs. (66) e (67).

$$c_{*r} = \frac{c_r}{2} \quad (65)$$

$$c_{*(r-1)} = c_{(r-1)} + \frac{c_r}{4} \quad (66)$$

$$c_{*(r+1)} = c_{(r+1)} + \frac{c_r}{4} \quad (67)$$

em que, c_{*k} refere-se ao coeficiente corrigido da função harmônica k , correspondente a ressonante e suas funções adjacentes, imediatamente superior e inferior.

3.3.6 Resposta característica

A estrutura pode ser excitada simultaneamente pelas m funções harmônicas, considerando ângulos de fase aleatórios no intervalo de $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$. Cada combinação dos valores de θ_k gerará um histórico de tempo sintético, com duração aproximada entre 400 e 3600 s, correspondente ao período da rajada (Franco, 1993; Franco, 2014; Brasil; Silva, 2015). Para cada histórico, calcula-se o valor máximo da coordenada generalizada de interesse. O valor característico dessa resposta é estimado por meio de uma análise estatística, utilizando a distribuição de extremos do tipo I (Gumbel) ou a distribuição normal de Gauss, com nível de confiança de 95%. Recomenda-se a geração de, no mínimo, 20 históricos de tempo para garantir a confiabilidade da análise.

Após essa etapa, é necessário determinar os valores característicos da estrutura (como deslocamentos, velocidades, acelerações, forças etc.). Para isso, seleciona-se entre as combinações de carregamento aleatórias aquela que apresenta a resposta mais próxima do valor característico obtido na análise estatística. Ao excitar a estrutura com esse carregamento característico, os resultados obtidos corresponderão aos valores característicos das coordenadas generalizadas. A análise dinâmica da estrutura é, assim, concluída com uma excelente aproximação (Franco, 1993).

4 CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM HAWT

O controle estrutural foi desenvolvido na engenharia aeroespacial e expandido para solucionar problemas na engenharia civil (vibrações excessivas em pontes e construções esbeltas). Neste contexto, um sistema de controle desempenha a função de regular outros sistemas, garantindo que o sistema controlado, sob a influência do controlador, atenda aos critérios predefinidos de desempenho, estabilidade etc. Portanto, o controle estrutural representa uma vertente da engenharia estrutural cujo propósito é mitigar níveis elevados de vibração através da implementação de dispositivos de controle ou da aplicação de forças externas de controle que promovam alterações nas propriedades dinâmicas (rigidez, amortecimento, massa etc.) da estrutura controlada (Moutinho, 2007). Para essa finalidade, podem ser utilizadas técnicas de controle passivo, ativo, híbrido e semiativo. No entanto, neste trabalho, foi abordado apenas o controle passivo.

As técnicas de controle passivo fundamentam-se no emprego de dispositivos que dispensam qualquer fonte externa de energia para exercer o controle, destacando-se principalmente na Engenharia Civil, com ênfase especial na Engenharia Sísmica. Muitos desses dispositivos são projetados para lidar com forças de alta amplitude, apresentando notável capacidade de dissipação de energia. Além disso, em comparação com outras técnicas, destacam-se como uma solução mais atraente em termos de confiabilidade, custo e manutenção (Moutinho, 2007). As forças transmitidas pelos dispositivos de controle passivo são geradas em resposta ao movimento da estrutura. Em um sistema estrutural controlado passivamente não é possível aumentar a energia por meio dos dispositivos (Housner *et al.*, 1997).

De acordo com Moutinho (2007), ao implementar um sistema de controle de vibração é aconselhável primeiro considerar a adoção de um sistema passivo e, caso essa abordagem não demonstrar eficácia suficiente, considerar a exploração de técnicas mais avançadas. Como desvantagem principal, os sistemas passivos tendem a ser relativamente menos eficientes que os sistemas ativos ou semiativos, especialmente em situações que demandam alguma adaptabilidade na ação de controle em resposta à condição estrutural (Braz-César, 2015).

O controle passivo é subdividido de acordo com seu princípio de funcionamento, sendo eles absorvedores, dissipadores e isoladores, cada um com

diferentes tipos de dispositivos. O esquema de classificação do sistema de controle passivo é apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Classificação do sistema de controle passivo.

Princípio de funcionamento	Nomenclatura
Absorvedores	Absorvedores de Massa Sintonizado (AMS) / <i>Tuned Mass Damper (TMD)</i>
	Absorvedores de Líquido Sintonizado (ALS) / <i>Tuned Liquid Dampers (TLD)</i>
	Absorvedor de Rotor Duplo (ARD) / <i>Twin rotor Damper (TRD)</i>
Dissipadores	Amortecedores metálicos ou histeréticos / <i>Metallic or hysteretic dampers</i>
	Amortecedores viscofluidos / <i>Viscous fluid dampers</i>
	Amortecedores viscoelásticos / <i>Viscoelastic dampers</i>
	Amortecedores de fricção / <i>Friction dampers</i>
Isoladores	Isolamento de base / <i>Base isolation</i>

Fonte: Soong e Dargush (1997); Spencer e Nagarajaiah (2003); Bai *et al.* (2021).

A seguir, são abordados, em ordem cronológica, os principais estudos associados ao controle de vibrações de torres tubulares de aço para *HAWT* a partir de 2005, visto que se objetiva, nesta dissertação, projetar um dispositivo de controle de vibração.

Murtagh *et al.* (2008) estudaram o uso de um AMS para atenuar as vibrações devido à resposta de vibração forçada na direção do vento de uma turbina eólica de modelo simplificado. Neste estudo, foi usado um modelo analítico desenvolvido pelo mesmo autor (Murtagh; Basu; Broderick, 2005), no qual é modelado analiticamente a interação dinâmica entre três pás de turbinas eólicas e sua torre de suporte com formulação estendida para incluir um AMS no topo da torre. A partir dessa formulação teórica, as respostas de vibração forçada do modelo acoplado torre-pá, considerando duas frequências rotacionais do sistema rotor, incluindo e excluindo o AMS foram calculadas e comparadas. Além disso, foi analisado a influência da interação da rotação das pás no sistema torre-nacele pela combinação das respectivas equações de movimento. Com a obtenção dos resultados numéricos, os autores notaram que a não consideração da interação entre a torre e as pás pode resultar em uma subestimação da resposta na parte superior da torre, especialmente se as frequências naturais da pá e da torre estiverem próximas, embora o impacto na torre seja relativamente menor do que nas próprias pás.

Colwell e Basu (2009) realizaram simulações das respostas estruturais de *HAWT* com absorvedores de coluna líquida sintonizado (ACLS) acoplado para atenuar

as vibrações induzidas pelas cargas do vento e das ondas correlacionas. Para correlacionar as ações de vento e ondas foi combinado o espectro Kaimal com o espectro de ondas (*Joint North Sea Wave Project - JONSWAP*). A torre do *HAWT* foi modelada considerando um sistema com múltiplos graus de liberdade (*Multi-degree-of-freedom systems - MDoF*) e, posteriormente, simulada sob cargas de vento e ondas (moderadas e fortes). Além disso, simulações foram realizadas considerando casos de condições de mar calmo, permitindo estabelecer paralelos com turbinas eólicas *onshore*. Realizadas as simulações, foram investigados os efeitos da implementação do ACLS nos deslocamentos e momentos fletores na torre. Adicionalmente, realizou-se uma análise levando em conta a extensão da vida útil devido à fadiga e a redução dos momentos fletores no sistema estrutura-ACLS. Os resultados das análises indicaram que a implementação do ACLS em *HAWT* aumenta consideravelmente a vida útil do sistema à fadiga.

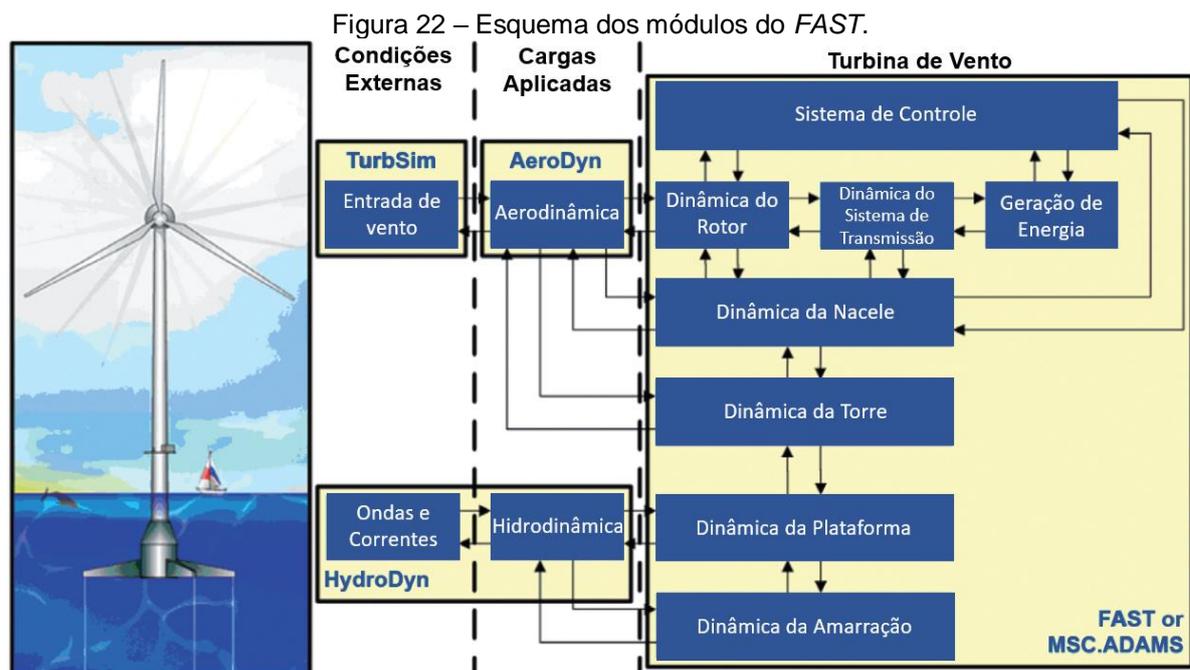
Karimi, Zapateiro e Luo (2010) incorporaram um ACLS (controlável) no topo de uma torre de *HAWT* para atenuar suas vibrações. Os autores propuseram a aplicação de técnicas de controle H_∞ para desenvolver uma lei de controle eficaz. Adicionalmente, o controlador emprega realimentação de saída, minimizando a dependência do conhecimento dos estados do sistema. Os resultados das simulações demonstraram boa eficácia do procedimento de projeto apresentado neste artigo.

Stewart e Lackner (2011) investigaram as causas e efeitos da interação controle-estrutura (ICE) em relação a um dispositivo de controle ativo implantado em uma turbina eólica *offshore* flutuante (TEOF). Os autores adotaram, para investigar a resposta da frequência da estrutura e do atuador, um modelo de ordem reduzida com *MDoF* de uma TEOF com um AMA. Foi constatado que, apesar da carga ser reduzida para casos que abrangem um modelo mais realista de atuador, o aumento excessivo do consumo de energia do atuador torna indesejável desconsiderar a ICE no projeto do controlador. Foi constatado também, no projeto mecânico do atuador, que, modificando a relação de transmissão do atuador, podem ser minimizados os efeitos da interação entre estrutura e o controle.

Lackner e Rotea (2011a) estudaram o uso do controle estrutural passivo em uma turbina eólica *offshore* flutuante e de base fixa, do tipo barcaça, para diminuir a vibração e as cargas. Neste estudo, foi criada uma ferramenta computacional de modelagem avançada chamada *FAST*, possibilitando a aplicação de técnicas de controle estruturais nos aerogeradores. O *FAST* é um código de análise acoplada

(aero-hidro-servo-elástica) desenvolvido no *NREL*, que simula as cargas e o desempenho de aerogeradores atuais (Figura 22). Através desta ferramenta foram determinados os parâmetros ótimos do absorvedor de massa sintonizado, instalado na nacele, transladando na direção longitudinal e na direção lateral. Rotea, Lackner e Saheba (2010) analisaram o controle ativo e compararam com o controle passivo abordado no artigo anterior. O desempenho dos controladores foi avaliado usando a redução das cargas de fadiga do momento fletor na base da torre e em função do consumo de potência ativa e do deslocamento do AMA.

Lackner e Rotea (2011b) investigaram o desempenho de controles de vibração ativo e passivo instalados em uma (TEOF) do tipo plataforma sobre barcaça. Os parâmetros do dispositivo passivo ótimo foram determinados utilizando uma investigação paramétrica para um sistema de AMS. Além disso, um modelo com graus de liberdade (*Degree of freedom - DoF*) finito foi identificado com dados sintéticos e utilizado no projeto de uma família de dispositivos de controle através de uma modelagem de loop multivariável (H_∞). Estes dispositivos também foram implementados em simulações no domínio do tempo com *DoF* total. Nos resultados apresentados, alcançaram-se reduções de 10% das cargas de fadiga na torre com controle passivo otimizado, enquanto que o controle ativo resultou em reduções de, pelo menos, 30% à custo da potência ativa e de grandes deslocamentos.

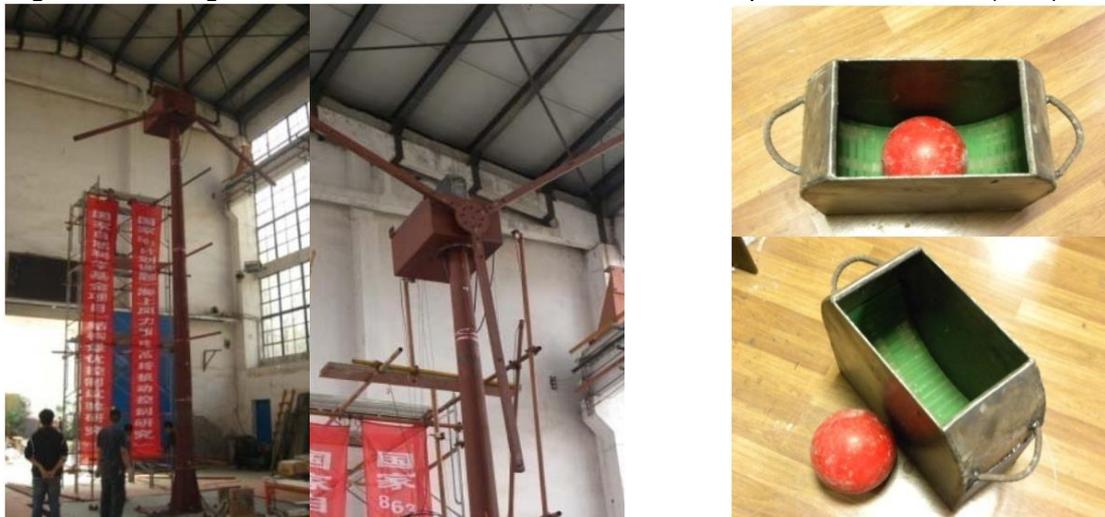


Fonte: Adaptado de Lackner e Rotea (2011a) e Rotea, Lackner e Saheba (2010).

Stewart (2012) desenvolveu um conjunto de AMS passivos de maneira otimizada, através da criação de um modelo de grau de liberdade limitado para quatro plataformas de turbinas eólicas *offshore*. Esses modelos foram integrados em uma função de otimização usando um algoritmo genético (AG) para encontrar um projeto global ótimo para o AMS. Utilizando o *FAST*, os parâmetros do AMS, determinado através da otimização, foram, então, integrados em uma série de simulações de código de projeto de turbinas eólicas. A partir dessas simulações, foram obtidas reduções de danos por fadiga da torre de até 20% para as várias configurações do AMS.

Li, Zhang e Chen (2012) conduziram um experimento no qual avaliaram o desempenho de um absorvedor vibracional esférico (AVE) em um modelo de aerogerador em escala 1/13 (Figura 23). Esse experimento foi realizado por meio de uma série de testes em uma mesa vibratória. Foram examinados, utilizando um AVE, as reduções no deslocamento e aceleração na extremidade superior e tensão na extremidade inferior e na plataforma do sistema da torre de aerogerador quando submetida à carga sísmica e carga equivalente de onda e vento. Além disso, também foram investigados os casos da torre com pás rotativas para validar a eficiência do dispositivo na atenuação da vibração de um aerogerador em operação. Os resultados experimentais obtidos neste estudo, indicaram que o desempenho dinâmico do aerogerador testado com AVE é significativamente melhorado em comparação com o aerogerador não controlada em termos de redução da resposta de pico.

Figura 23 – Fotografias dos modelos de turbina eólica e do dispositivo de controle (AVE) estudado.



(a) Turbina eólica.

(b) AVE.

Fonte: Adaptado de Li, Zhang e Chen (2012).

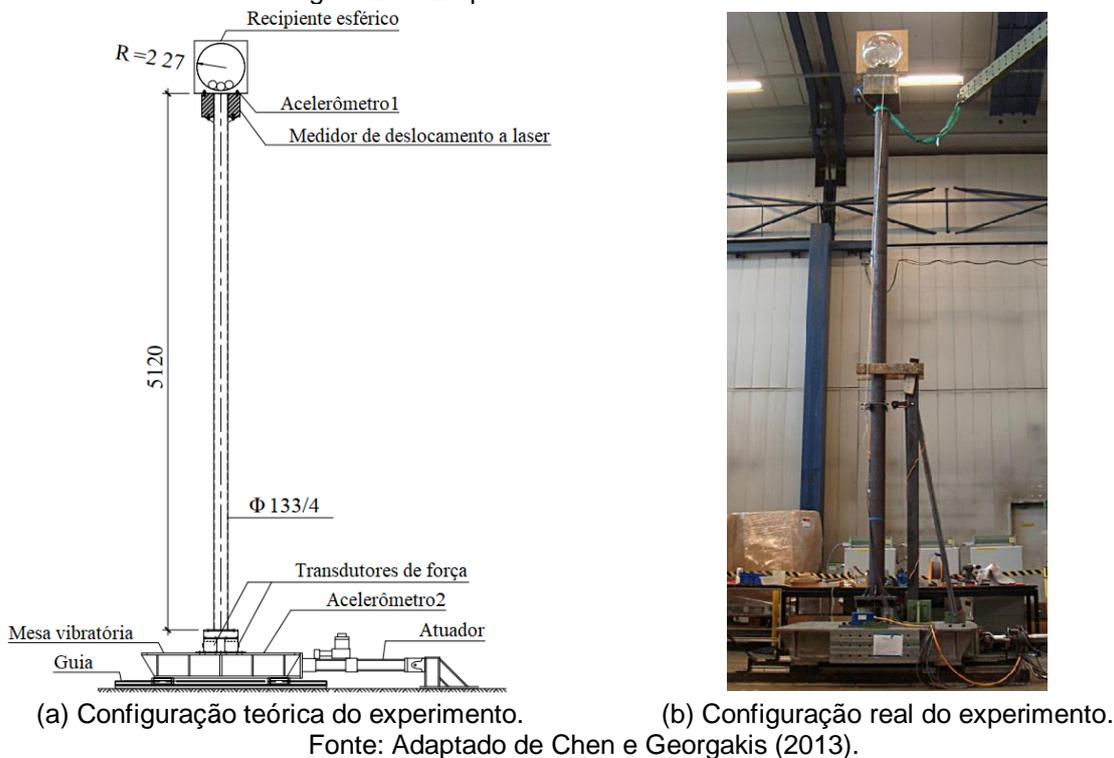
Guimarães *et al.* (2013) estudaram um modelo de pêndulo invertido para caracterizar o comportamento dinâmico e a estabilidade de uma TEOF. Foi conectado à torre de um aerogerador um sistema de controle passivo (AMS pendular simples) objetivando reduzir a amplitude angular da estrutura principal. De modo a melhorar o desempenho do sistema de controle, os autores realizaram um estudo paramétrico modificando o amortecimento e a rigidez do AMS. No entanto, os resultados alcançados nesta pesquisa mostraram, que, para atingir boa eficiência do sistema de controle, seria necessário adotar valores elevados de comprimento do pêndulo, o que tornaria inviável do ponto de vista construtivo. Guimarães, Morais e Avila (2015) continuaram o estudo, desta vez utilizando um AMS pendular invertido. O sistema de controle mostrou-se muito eficiente usando um pêndulo de comprimento pequeno, reduzindo significativamente a amplitude de vibração do sistema principal.

Stewart e Lackner (2013) desenvolveram um conjunto de AMS ideais através da criação de um modelo de *DoF* limitado para várias estruturas, incluindo uma *monopile*, a *ITI Energy Barge*, a bóia *OC3-Hywind Spar* e o *NREL/MIT TLP*. Utilizando esses modelos simplificados, um AMS foi otimizado em diversas configurações usando um AG para encontrar um projeto globalmente ideal. Em seguida, essas configurações ideais foram simuladas no *software FAST* para avaliar a redução de carga em cada uma das plataformas. Além disso, foi realizada uma análise de sensibilidade dos parâmetros do dispositivo analisado e um estudo sobre o efeito de ventos e ondas desalinhados nas reduções de carga. Os resultados obtidos nas simulações, indicaram reduções de até 20% nos danos por fadiga da torre para diferentes configurações de AMS.

Chen e Georgakis (2013) propuseram a instalação de um absorvedor de esferas rolantes sintonizado (AERS) no topo de aerogeradores, caracterizado pelo uso de esferas de aço, sejam únicas ou múltiplas, movendo-se em um recipiente esférico para mitigar as vibrações provocadas pelo vento. Foi desenvolvido um modelo de mesa vibratória em escala 1/20 para avaliar a eficiência do dispositivo de controle (Figura 24). As respostas dinâmicas provocadas pelo vento no modelo de teste, com e sem o AERS, foram registradas nos testes da mesa vibratória. Os resultados demonstraram que os AERS conseguiram suprimir, de forma eficaz, as vibrações provocadas pelo vento no aerogerador. Foi mostrado também que o dispositivo de controle com três esferas apresentou maior eficiência de controle em comparação com aquele com apenas uma esfera, em razão dos efeitos de impacto e

atrito de rolamento. No entanto, foi observado que a eficácia de controle do AERS não apresentou melhorias adicionais além de um determinado número de esferas.

Figura 24 – Esquema do teste de mesa vibratória.

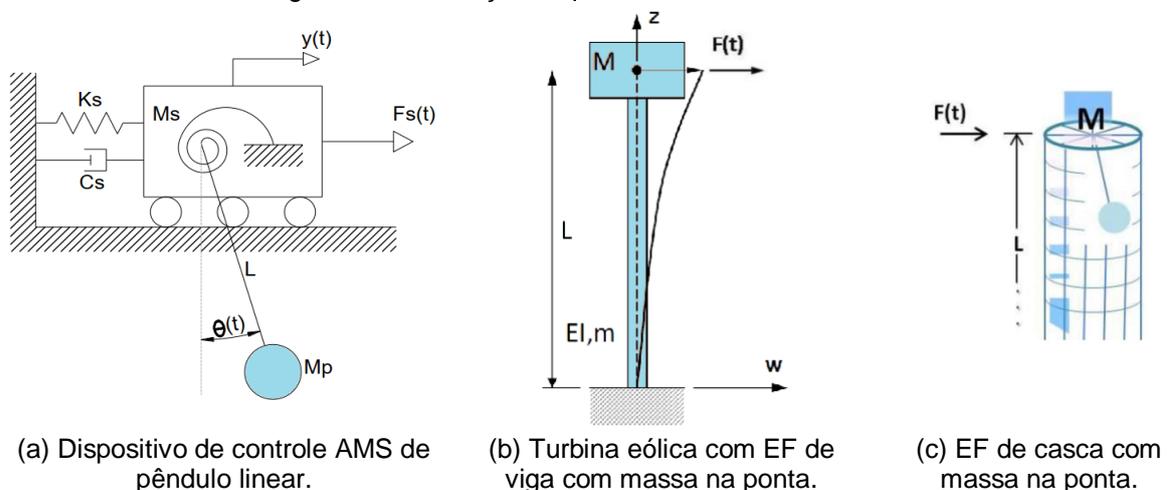


Mensah e Dueñas-Osorio (2014) desenvolveram uma estrutura que integra modelos eficientes de resposta dinâmica e ferramentas de avaliação probabilística, objetivando demonstrar a possibilidade de aprimorar a resposta estrutural e aumentar a confiabilidade em aerogeradores ao incorporar ACLS. Além disso, os autores aprimoraram um modelo dinâmico de um aerogerador para incluir ACLS únicos ou múltiplos, com o intuito de atenuar as vibrações excessivas. O modelo foi submetido a cargas de vento estocásticas com diferentes velocidades, resultando na elaboração de modelos de demanda probabilística induzido pelo vento para os aerogeradores diante da incerteza estrutural. Os resultados mostraram que um ACLS, representando 1% da massa total do aerogerador, pode alcançar uma redução de até 47% nos deslocamentos máximos. Adicionalmente, também foi demonstrado que as probabilidades anuais de falha, derivadas das probabilidades associadas à ocorrência de velocidades do vento no oeste do Texas e da Califórnia, EUA, revelaram melhorias na confiabilidade de até 8% com a implementação do ACLS.

Zhang *et al.* (2014) abordaram uma investigação extensiva sobre a modelagem e controle de vibrações laterais de *HAWT* utilizando torque de gerador ativo (TGA). Foi desenvolvido um modelo de aerogerador com 13 *DoF*, utilizando uma abordagem Euler-Lagrangiana e considerando a aeroelasticidade não linear quase estática. Um controlador de realimentação simples foi empregado para tratar as vibrações laterais da torre, utilizando o TGA. Além disso, um modelo de gerador foi introduzido como uma solução eletrônica de potência para fornecer o torque aditivo do gerador em tempo real. Simulações numéricas foram realizadas com dados ajustados para a *HAWT* de 5 MW do *NREL*. Os resultados indicaram que ao utilizar o controle ativo através do TGA, é possível reduzir significativamente as vibrações laterais da torre, tanto em *HAWT* com acionamento por engrenagem quanto em acionamento direto, com uma influência moderada na estabilidade da saída de energia do gerador.

Shzu *et al.* (2015) analisaram o comportamento dinâmico de uma torre de aerogerador, com e sem controle de AMS pendular, através de um modelo simplificado com dois *DoF* (Figura 25a), um modelo de torre em elementos finitos (EF) de viga (Figura 25b) e um modelo de torre em EF de casca (Figura 25c). Foram determinados as frequências naturais e os modos de vibração dos modelos em EF, juntamente com os resultados das análises harmônicas e transientes, a fim de avaliar a resposta dinâmica da torre no domínio do tempo. Os resultados obtidos mostraram que uma regulagem efetiva no pêndulo leva a boas reduções na resposta vibratória da torre.

Figura 25 – Descrição esquemática dos itens estudados.



Fonte: Shzu *et al.* (2015).

Colherinhas *et al.* (2015a) apresentaram uma aplicação de AG, desenvolvido em outra pesquisa (Colherinhas *et al.*, 2015b), usando o *software ANSYS®* via programação implementada no *MATLAB* para otimizar o desempenho vibratório de um AMS pendular. Por meio do AG foi otimizada a função de resposta de um modelo com dois *DoF* reduzidos (obtido através de uma formulação matemática) e a resposta obtida pelo o *ANSYS®*. Em seguida, compararam os resultados com uma torre sem AMS pendular. As frequências naturais, modos de vibração dos modelos e resultados das análises harmônicas e transitórias foram obtidas para avaliar a resposta dinâmica da torre ao longo do tempo, levando em consideração as cargas de vento. Colherinhas *et al.* (2016) incluíram no trabalho anterior uma análise de sensibilidade (*response maps*) e refinaram o processo de otimização.

Tong, Zhao e Zhao (2015) estudaram a aplicação de um AMS (na direção do fluxo de vento e direção transversal ao vento) para mitigar as vibrações oriundas do vento de uma torre de um aerogerador *offshore* de fundação do tipo base fixa em *monopile*. Através do método dos elementos espectrais foi obtido um modelo de espaço de estados de dimensão finita (Σ_d) fundamentado em um modelo de dimensão infinita (Σ) de uma torre de aerogerador estabilizada por um AMS situado na nacela. O modelo Σ traduz-se em uma equação de viga de Euler-Bernoulli que representa a dinâmica da torre flexível, e as equações de corpo rígido de Newton-Euler, descrevem a dinâmica do conjunto rotor-nacela, negligenciando qualquer efeito dos movimentos das pás do aerogerador. Já o modelo Σ_d pode ser aplicado em simulações rápidas e precisas da dinâmica da torre de aerogeradores, tal como em projetos otimizados de AMS, através da norma H_2 . Por meio do *FAST* foram testados os desempenhos dos AMS otimizados, na direção do vento e perpendicular a este, nas quais obtiveram consideráveis reduções de carga de fadiga. Neste estudo, também foi demonstrado como ajustar os AMS de maneira ótima para diminuir as vibrações em estruturas flexíveis descritas matematicamente por equações diferenciais parciais.

Fitzgerald e Basu (2016) investigaram a importância de considerar a interação solo-estrutura (ISE) no controle estrutural de aerogeradores. Para essa finalidade, os autores desenvolveram um modelo matemático de aerogeradores Euler-Lagrangeano fundamentado em uma formulação energética que considera a dinâmica estrutural do sistema e a interação entre as vibrações das pás, no plano e fora do plano. Também foi considerada a interação entre a torre e as pás do aerogerador, incluindo um AMS. O aerogerador foi submetido a um carregamento aerodinâmico turbulento simulado

utilizando uma modificação da teoria *Blade Element Momentum (BEM)* com turbulência estabelecida através de espectros amostrados rotacionalmente, e carga gravitacional. Foram elaborados e examinados modelos tridimensionais da fundação do aerogerador por meio do código geotécnico Plaxis de elementos finitos. As rotações biaxiais da fundação, derivadas de análises dinâmicas de elementos finitos, foram empregadas para calcular as constantes rotacionais da mola. Essas constantes foram então incorporadas ao modelo para caracterizar a ISE entre a base do aerogerador e o meio do solo subjacente. Esta pesquisa demonstrou que onde existem incertezas quanto à rigidez do solo, os sistemas de controle passivos de vibração podem se tornar ineficazes.

Guimarães (2016) estudou os parâmetros de um AMS projetado através de três estratégias diferentes (estudo paramétrico, método de gradiente e AG) e analisou o efeito das pás de um aerogerador *offshore* na resposta dinâmica do sistema. Além disso, o autor propôs e avaliou, numericamente, duas estratégias de funcionamento de um AMS pendular invertido semiativo: variação contínua e dispositivo *ON/OFF*. Foi constatado que o controle passivo e ativo se mostraram eficientes na atenuação das vibrações do sistema. No entanto, o dispositivo de controle misto (AMS semiativo) se mostrou mais eficaz para uma faixa de frequência mais ampla.

Shirzadeh e Kühn (2016) apresentaram os resultados numéricos de uma análise envolvendo dois tipos de dispositivos de controle passivo implementados na torre de um *HAWT* para mitigar suas vibrações. Primeiramente, foi projetado e instalado no topo da torre um AMS (unidirecional). Segundamente, um modelo de amortecedor viscofluido foi desenvolvido e implementado em dois pontos diagonais à torre. Com isso, foram realizadas simulações aeroelásticas para um *HAWT* de 10 MW, referência do projeto INNWIND.EU, instalada em uma estrutura do tipo *jacket*. As cargas equivalentes aos danos ao longo da vida útil da estrutura de suporte foram avaliadas em sua base e comparadas com as do *HAWT* de referência. Os resultados do estudo mostraram que o projeto integrado dos dois dispositivos de controle pode estender a vida útil da torre.

Brodersen, Bjørke e Høgsberg (2016) utilizaram um AMS ativo para reduzir as vibrações nos *HAWT* fundado em *monopile*. Nesse sistema, a força adicional do atuador foi ajustada com base na retroalimentação proveniente do deslocamento da torre e da velocidade relativa da massa do absorvedor. Foi empregado um método de ajuste ótimo, semelhante ao procedimento de ajuste do AMS ativo, combinado a uma

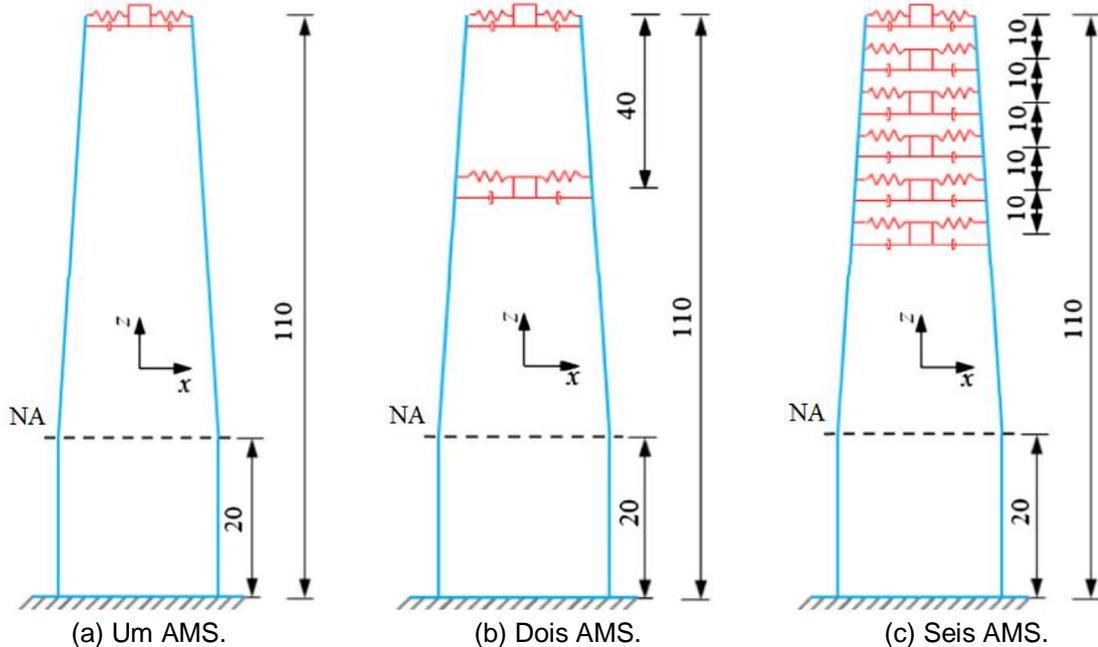
abordagem simples para diminuir a força de controle para determinar os parâmetros ideais do dispositivo e os valores de ganho de retroalimentação. Mediante simulações no domínio do tempo, conduzidas em um código aeroelástico, foi demonstrado que o AMS ativo pode reduzir as vibrações do *HAWT* de forma mais eficaz do que AMS passivo, sem a necessidade de aumentar a massa do absorvedor.

Zuo, Bi e Hao (2017) sugeriram a utilização de múltiplos absorvedores de massa sintonizados (MAMS) para o controle de vibração do modo fundamental e superior da torre de um aerogerador *offshore* submetido a excitações combinadas de vento, ondas marítimas e terremotos (Figura 26). Os autores explicaram que a instalação de dispositivos de controle no topo das torres de aerogeradores são eficazes quando as fontes excitadoras são o vento e/ou ondas marítimas, visto que a energia dessas cargas está limitada à faixa de baixa frequência (modo de vibração fundamental). No entanto, quando os aerogeradores estão situados em regiões propensas a terremotos, os modos de vibração superiores da torre também podem ser excitados. Portanto, instalar dispositivos de controle no topo não é necessariamente eficaz para controlar as vibrações advindas de eventos sísmicos. Para controlar os modos de vibração fundamental e superior da torre, são necessários múltiplos AMS. Foi investigada numericamente a eficácia do método proposto com o apoio do *software* de EF ABAQUS. Além disso, foram comparadas as respostas dinâmicas da torre sem controle de vibração com aquelas controladas por AMS e MAMS. Por último, uma discussão foi realizada analisando a robustez do método proposto, assumindo que alguns dos AMS não funcionassem corretamente.

Hu e He (2017) analisaram uma estratégia de controle de vibração ativo para uma TEOF do tipo barcaça utilizando um AMH, instalado na nacele (Figura 27). Os autores apresentaram um método de modelagem não linear para a TEOF e limitadores de deslocamento com base nas equações de Euler-Lagrange e um modelo de controle ativo de todo o sistema foi estabelecido. Ainda, um projeto de um dispositivo de controle do tipo regulador linear quadrático, com realimentação de estados, foi criado para diminuir as vibrações e as cargas do sistema; e dois métodos de otimização foram combinados com a finalidade de otimizar os coeficientes de ponderação quando consideradas as restrições de movimentação do AMH na nacele e o consumo de energia do controle ativo. No fim, os dispositivos projetados foram simulados sob cinco condições comuns de carregamentos eólicos e marítimos. Dessa forma, esta pesquisa mostrou que a utilização do controle ativo do AMH é viável e que

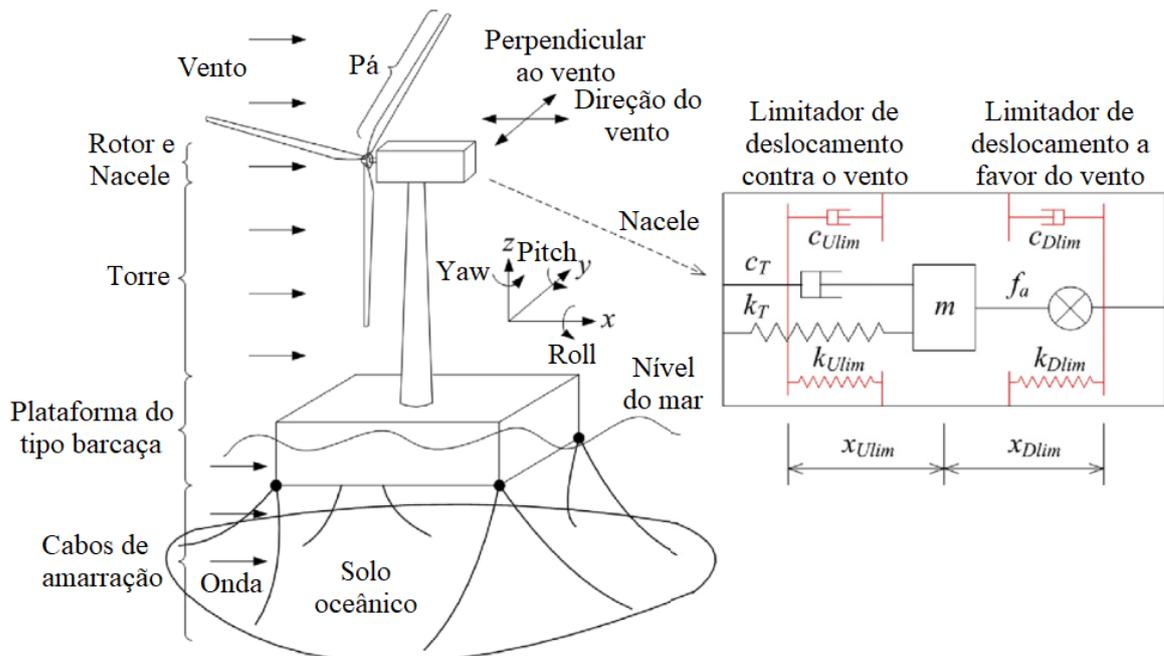
os dispositivos projetados conseguem diminuir ainda mais a vibração e as cargas do aerogerador diante da limitação de espaço da nacele e da restrição de consumo de energia.

Figura 26 – Diferentes arranjos de AMS (sem escala, dimensões em m).



Fonte: Zuo, Bi e Hao (2017).

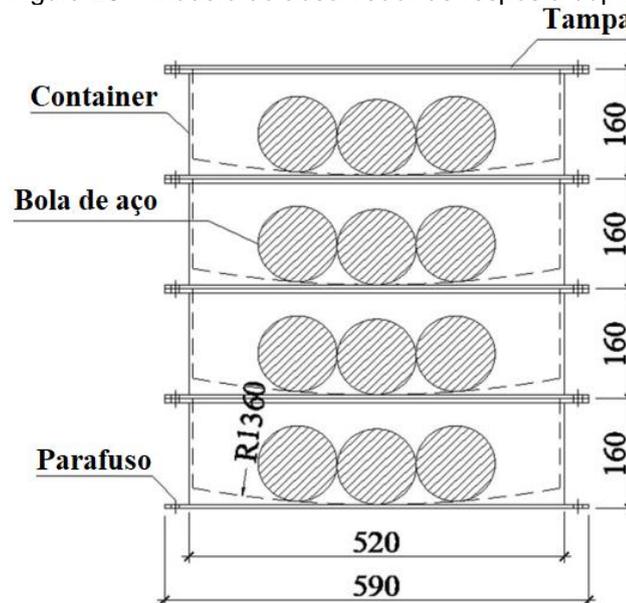
Figura 27 – Modelo da TEOF com um AMH instalado com curso limitado.



Fonte: Adaptado de Hu e He (2017).

Chen *et al.* (2018) propuseram o uso de um ARD, oriundo da combinação de um AMS com absorvedor de partículas, para mitigar as respostas dinâmicas e suprimir a vibração induzida pelo vento de um aerogerador (Figura 28). A eficiência deste controle, sob diferentes casos de carga, foi analisada através de medição curta (desligamento de emergência) e medição longa (operação normal) em um aerogerador *onshore* de 1,5 MW com eixo de transmissão de potência horizontal. Os resultados da medição indicaram que o controle de vibração estudado poderia, não somente, aumentar significativamente a taxa de amortecimento modal de primeira ordem do aerogerador no caso de desligamento de emergência, mas também diminuir efetivamente a vibração estimulada pelo vento no caso de operação normal.

Figura 28 – Modelo do absorvedor de resposta dupla.



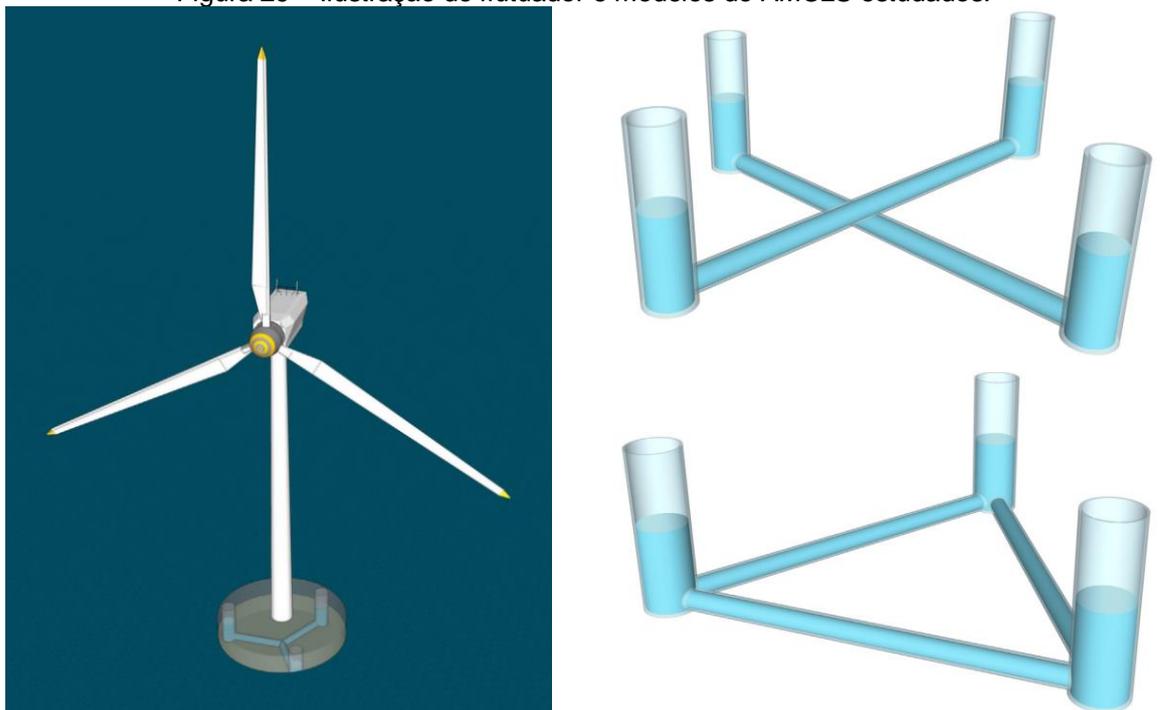
Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2018).

Zhao *et al.* (2018) realizaram experimentos em uma mesa vibratória utilizando um modelo em escala 1/13 de uma torre de *HAWT*, com fundação do tipo *monopile*, equipada alternadamente com e sem AMS. Esses testes foram submetidos a excitações provenientes de ondas de vento e atividades sísmicas, com o objetivo de analisar os efeitos do controle de vibração proporcionado pelo AMS. Para tal análise, foi adotado um AMS bidirecional com relação de massa e frequência devidamente ajustada. Dessa maneira, foi analisado o efeito do amortecimento aerodinâmico gerado pela rotação das pás nas respostas dinâmicas. Além disso, foram extensivamente estudados os efeitos do controle de vibração do AMS em condições

de diferentes velocidades de rotação das pás e diversas fontes de excitações externa. A partir dos dados obtidos nos testes, o *software* de elementos finitos ANSYS® foi utilizado para examinar as respostas sísmicas do *HAWT* com e sem AMS. Os resultados da simulação numérica se alinham bem com os dados dos testes experimentais, indicando a eficácia do método proposto.

Coudurier, Lepreux e Petit (2018) realizaram uma modelagem do acoplamento entre um flutuador e um absorvedor de múltiplas colunas líquida sintonizado (AMCLS) por meio da mecânica Lagrangiana (Figura 29). Os autores apresentaram uma análise detalhada do ajuste dos parâmetros de projeto para cada variante do AMCLS considerada, comparando-as com um arranjo de múltiplos ACLS clássico. Os resultados indicaram que o AMCLS proposto supera os múltiplos ACLS para essa aplicação específica, destacando-se por sua maior robustez contra as ondas e pela significativa redução de oscilações parasitas.

Figura 29 – Ilustração do flutuador e modelos do AMCLS estudados.



(a) Turbina eólica com controlador instalado no flutuador.

(b) Outros dois modelos de AMCLS analisados.

Fonte: Adaptado de Coudurier, Lepreux e Petit (2018).

Cross-Whiter *et al.* (2018) estudaram tecnologias para reduzir as cargas em TEOF por meio do uso de controles avançados de turbinas eólicas e AMS. Neste estudo, foram realizadas simulações em condições de marcha lenta em uma turbina

GE Haliade 150 com plataforma de perna de tensão *Glosten PelaStar*, utilizando o simulador *OrcaFlex*, e em condições operacionais, com uso do *software FAST*. Essas simulações foram conduzidas com um controlador de turbina de linha de base e um controle avançado desenvolvido pelo *NREL*, a fim de utilizar o controle individual e coletivo do passo das pás, visando manter a velocidade do rotor e reduzir as cargas na torre. As cargas analisadas nestas simulações foram registradas no domínio do tempo em quatro condições de estado de carga final com um período de retorno de 50 anos e em 77 condições ambientais de estado de carga de fadiga. Para investigar a sensibilidade do aerogerador à profundidade da água, as cargas foram estudadas em profundidades de 59 m e 100 m (profundidade mais realista do ponto de vista comercial para o tipo de fundação estudado). Os resultados deste estudo mostraram que a combinação de controles avançados com AMS é a estratégia de mitigação mais eficaz, resultando em uma redução de 71% nos danos por fadiga.

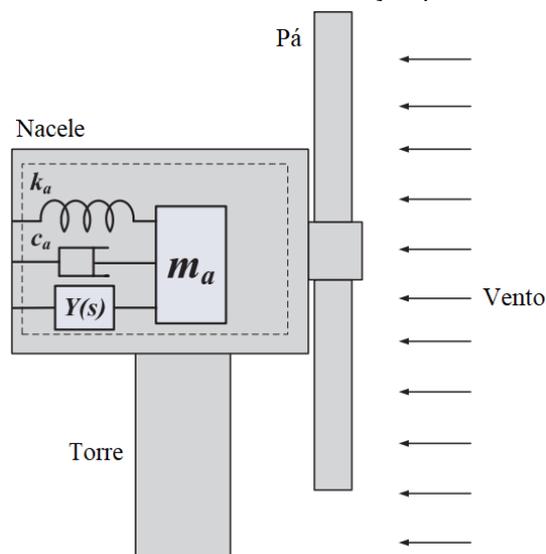
Fitzgerald, Sarkar e Staino (2018) propuseram o uso de um AMS ativo para reduzir as vibrações estruturais em *HAWT* e conduziram uma análise de fragilidade para fornecer estimativas de melhoria na confiabilidade do sistema. Um modelo numérico que descreve o comportamento da interação pá-torre foi desenvolvido e usado no controle e análise de fragilidade. Este modelo foi submetido a cargas de vento aleatórias para desenvolver modelos de demanda probabilística governada pelo vento para torres de turbinas eólicas atuais de grande porte sob incerteza estrutural. Os resultados indicaram que o AMS ativo reduz a probabilidade de a torre exceder um determinado limite de deslocamento em várias velocidades do vento, melhorando assim, a confiabilidade da resposta da torre.

Gambier e Nazaruddin (2018) descreveram os resultados alcançados a partir de uma abordagem de controle PID não linear (NPID) para um controle de passo com dispositivo de controle ativo no topo de uma torre de um aerogerador. Um algoritmo de controle foi aplicado por meio de uma metodologia bem conhecida, que se baseia em funções secantes hiperbólicas. Os resultados obtidos neste estudo, revelaram que a abordagem NPID demonstrou melhorias significativas no desempenho de controle em comparação com a abordagem de controle clássica, especialmente quando a velocidade do vento se afastou consideravelmente do seu valor nominal.

Hu *et al.* (2018) investigaram a implementação de inertores em uma TEOF, fundada em barcaça, com o objetivo de diminuir as cargas na estrutura da turbina eólica, geradas pela combinação de cargas de vento e ondas marítimas. Os autores

utilizaram um sistema de controle fundamentado em inerciores, que inclui uma massa auxiliar, uma conexão em paralelo com uma mola, um absorvedor e uma rede baseada em inerciores (Figura 30). Foram empregadas três configurações diferentes de mola, absorvedor e inercior para formar uma rede passiva baseada em inerciores. Também foi utilizado o *software* de alta fidelidade *FAST-SC* e um método de ajuste de parâmetros baseado em um modelo de projeto linear. Através desse modelo de projeto, um problema de otimização foi formulado para aperfeiçoar os coeficientes das configurações baseadas em inerciores, levando em consideração tanto o deslocamento longitudinal do topo da torre quanto o espaço de movimentação do MAS na nacele. Os resultados das simulações, realizadas com o *software* *FAST-SC*, revelaram que a implementação de inerciores pode aprimorar o desempenho global do sistema, com exceção da carga longitudinal no topo da torre e do espaço de trabalho do AMS, uma vez que as configurações baseadas em inerciores tendem a demandar um espaço de movimentação maior.

Figura 30 – Esquema do sistema de controle de vibração passivo fundamentado em inerte.

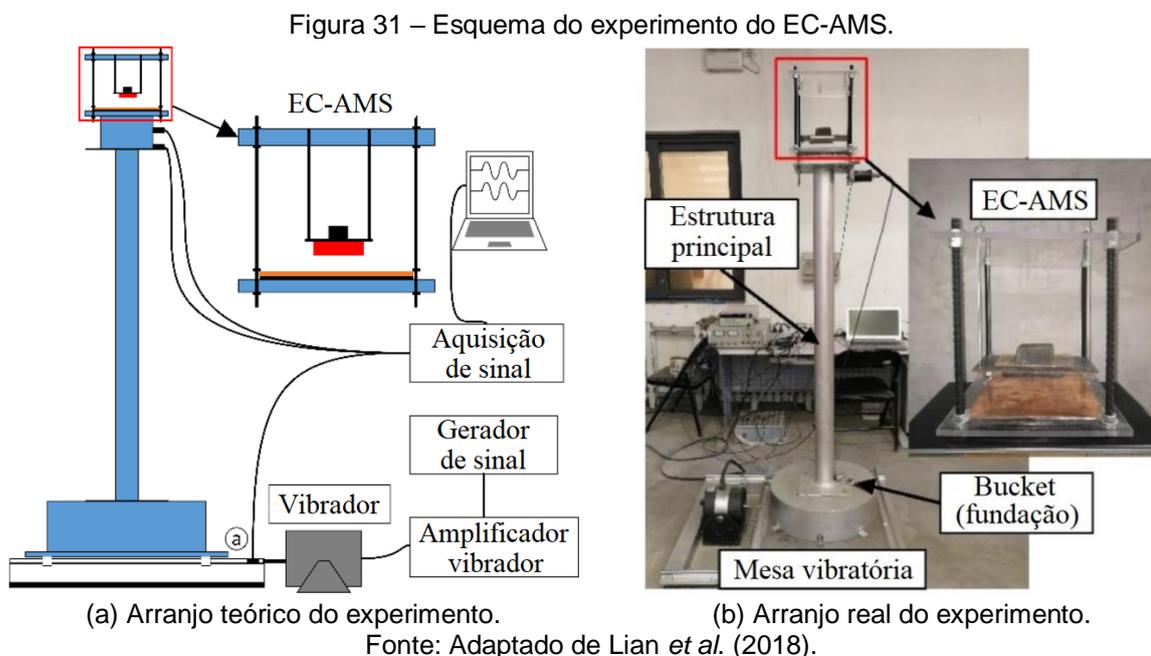


Fonte: Adaptado de Hu *et al.* (2018).

Jin *et al.* (2018) investigaram o controle de vibração, através de um AMS, e a influência do seu local de instalação nos deslocamentos e cargas de uma TEOF de 5 MW, com fundação do tipo barcaça. Os autores modelaram uma turbina eólica, via *software* SIMPACK, validaram e criaram um modelo dinâmico com seis *DoF*, estabelecido conforme a equação de Lagrange, para otimizar os parâmetros do AMS. Os resultados da otimização foram comparados com os resultados obtidos pelo

método Den Hartog. Por último, simulações foram realizadas com diferentes locais de instalação do dispositivo de controle na TEOF, sob cinco casos de carga. A partir dos resultados da simulação obtidos, os autores concluíram que a mitigação ideal da vibração é obtida quando os AMS são colocados simultaneamente na plataforma e na nacele.

Lian *et al.* (2018) propuseram o uso de um novo sistema de controle de vibração, denominado *eddy current* com absorvedor de massa sintonizado (EC-AMS), para a mitigação de vibrações em turbinas eólicas *offshore* em condições de tempestade de vento ou tufão. Para este estudo, os autores utilizaram a teoria eletromagnética para estimar as características de amortecimento da *eddy current* dentro do sistema de controle e demonstraram sua eficácia na atenuação de vibrações por meio de testes em escala reduzida (Figura 31). Além disso, o sistema de controle EC-AMS foi empregado para minimizar as vibrações de turbinas eólicas com fundação do tipo *bucket*, sob ventos extremos no Parque Eólico Xiangshui, na China. Verificou-se que o valor quadrático médio (*Root Mean Square* - RMS) dos deslocamentos no topo da torre podem ser reduzidos de 16% a 28%, confirmando a excelência no desempenho do EC-AMS em reduzir vibrações.

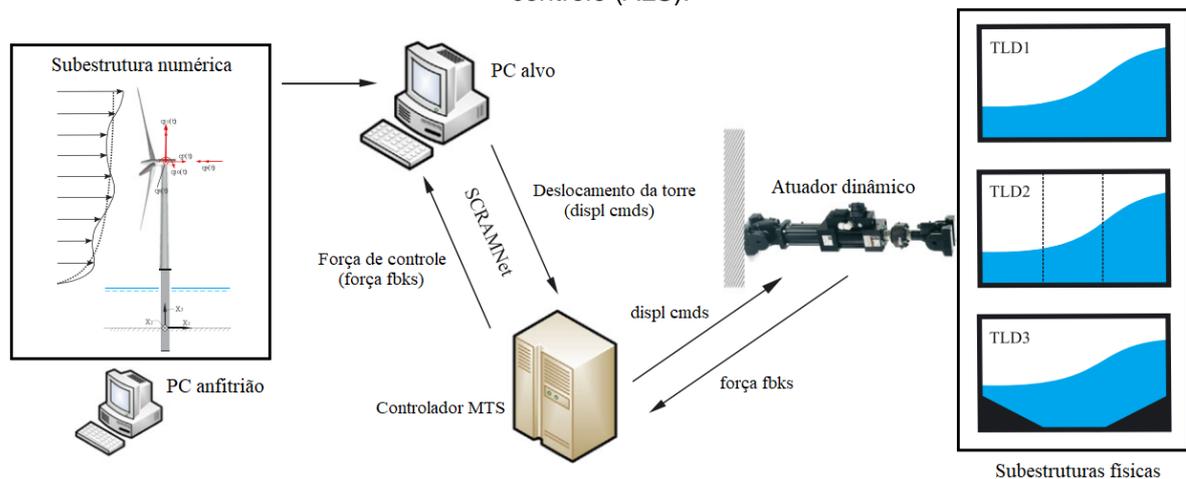


Mohammadi, Fadaeinedjad e Moschopoulos (2018) implementaram um método de controle de modelo interno (CMI) com um algoritmo adaptativo para identificar, primeiramente, a frequência de vibração da torre de um aerogerador e,

posteriormente, mitigar as vibrações. Além disso, os autores também implementaram um controle de passo individual padrão (CPIP) para comparar com o desempenho do CMI em termos de redução de cargas de fadiga. Por fim, foi investigado o desempenho do sistema quando ambos os métodos de controle trabalharem simultaneamente. Os resultados das simulações indicaram que a utilização exclusiva do CMI ou CPIP apresenta vantagens significativas, resultando na redução das cargas de fadiga em componentes específicos.

Zhang, Basu e Nielsen (2018) apresentaram uma técnica de simulação híbrida em tempo real (SHTR) para aerogeradores, que inclui diversos tipos de ALS em escala real. A técnica de SHTR foi utilizada para extrair resultados precisos da interação entre o sistema aeroelástico do aerogerador e o ALS não linear. Uma subestrutura numérica (aerogerador aeroelástico com 13 *DoF*) e uma subestrutura física (ALS em escala real) foram sincronizadas mutuamente por dispositivos de vibração em tempo real, com compensadores de atraso (Figura 32). Extensas análises paramétricas nos ALS foram realizadas, incluindo comparações de desempenho, com três diferentes condições de carga de vento. Os resultados deste estudo destacaram a eficiência significativa de um ALS adequadamente projetado no amortecimento de vibrações laterais em torres de aerogeradores.

Figura 32 – Esquema de simulação híbrida em tempo para aerogeradores com dispositivo de controle (ALS).



Fonte: Adaptado de Zhang, Basu e Nielsen (2018).

Novaes Menezes *et al.* (2018) demonstraram o desenvolvimento de um controle ativo de carga de torres de aerogeradores usando um sistema de controle de passo. Uma abordagem de controle em espaço de estados foi implementada para

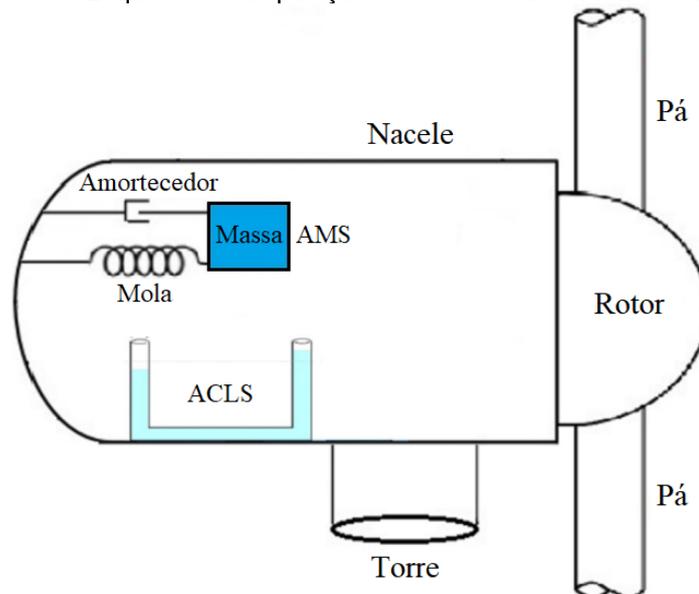
levar em consideração a dinâmica do aerogerador, enquanto um controle de acomodação de perturbações foi aplicado para neutralizar os efeitos das excitações do vento na dinâmica global do sistema. Foi observado que a implementação de controladores em espaço de estados exerce um impacto eficaz na dinâmica aerogerador, proporcionando uma aplicação prática ao controle ativo de carga. Adicionalmente, verificou-se que a amplitude das vibrações na torre analisada foi significativamente controlada, resultando em reduções nas cargas de fadiga e, conseqüentemente, em um aumento na vida útil.

Ghassempour, Failla e Arena (2019) estudaram a atenuação de vibrações em *HAWT*. O estudo abordou a implementação de um sistema de controle passivo (AMS) instalado na nacela de um *HAWT NREL* de linha de base de 5 MW, fundada em *monopile* em águas rasas. A partir de uma análise preliminar da dinâmica do sistema sem AMS, foram escolhidas diversas frequências de sintonia, relações de massa e amortecimento para o AMS com base em diferentes velocidades de vento nos estados operacionais e de rotor estacionado. Foi verificado que a frequência de sintonia necessária para alcançar uma redução ideal das vibrações estruturais deve ser ajustada conforme a velocidade do vento nas condições operacionais. Em contrapartida, em situações estacionadas, essa frequência geralmente coincide com a frequência natural dos primeiros modos da estrutura de suporte. Dessa forma, este resultado, causado pela não linearidade intrínseca na dinâmica do rotor, evidenciou que um projeto convencional de AMS nas frequências naturais dos modos de vibração da torre pode não ser apropriado para aerogeradores em ambientes *offshore*.

Sun e Jahangiri (2019) estudaram a mitigação dos danos por fadiga de *HAWT monopile*, construídas em um parque eólico nos EUA, usando um AMS pendular tridimensional (AMSP-3D) sob condições meteoceânicas realísticas. Foi usado, através da equação Euler-Lagrangiana, um modelo analítico tridimensional fixado a *HAWT* com um AMSP-3D. Foi conduzida uma avaliação estatística dos dados registrados de vento e ondas com o objetivo de extrair os principais valores dos parâmetros de distribuição probabilístico utilizados na geração da carga proveniente das ondas de vento, bem como para estimar os danos resultantes de fadiga de longo prazo. À vista disso, utilizando o método *rain-flow*, o dano por fadiga da torre foi estimado e comparado entre o AMSP-3D e o AMS bidimensional (AMS-2D). Os resultados apontaram que o AMSP-3D pode estender a vida útil em fadiga da torre da *HAWT* em mais de 50% quando comparado aos AMS-2D.

Hemmati, Oterkus e Khorasanchi (2019) utilizaram o AMS e o ACLS, de modo isolados e combinados, para mitigar as vibrações excessivas de *HAWT* sob carregamentos de vento (Figura 33). Um estudo paramétrico foi realizado para destacar a sensibilidade dos controladores. Para análise do desempenho dos dispositivos de controle, os autores consideraram um carregamento de vento gerado de forma estocástica com *HAWT* em condições operacionais, desenergizado e no instante de ativação e desativação. Os resultados deste estudo indicaram que o AMS demonstrou maior eficiência em condições operacionais, ao passo que o ACLS apresentou um desempenho superior quando o aerogerador encontra-se desenergizado. Isso ressalta a viabilidade e eficácia de um sistema combinado AMS-ACLS, no qual as respostas dinâmicas são eficientemente minimizadas em diversas condições de carregamento.

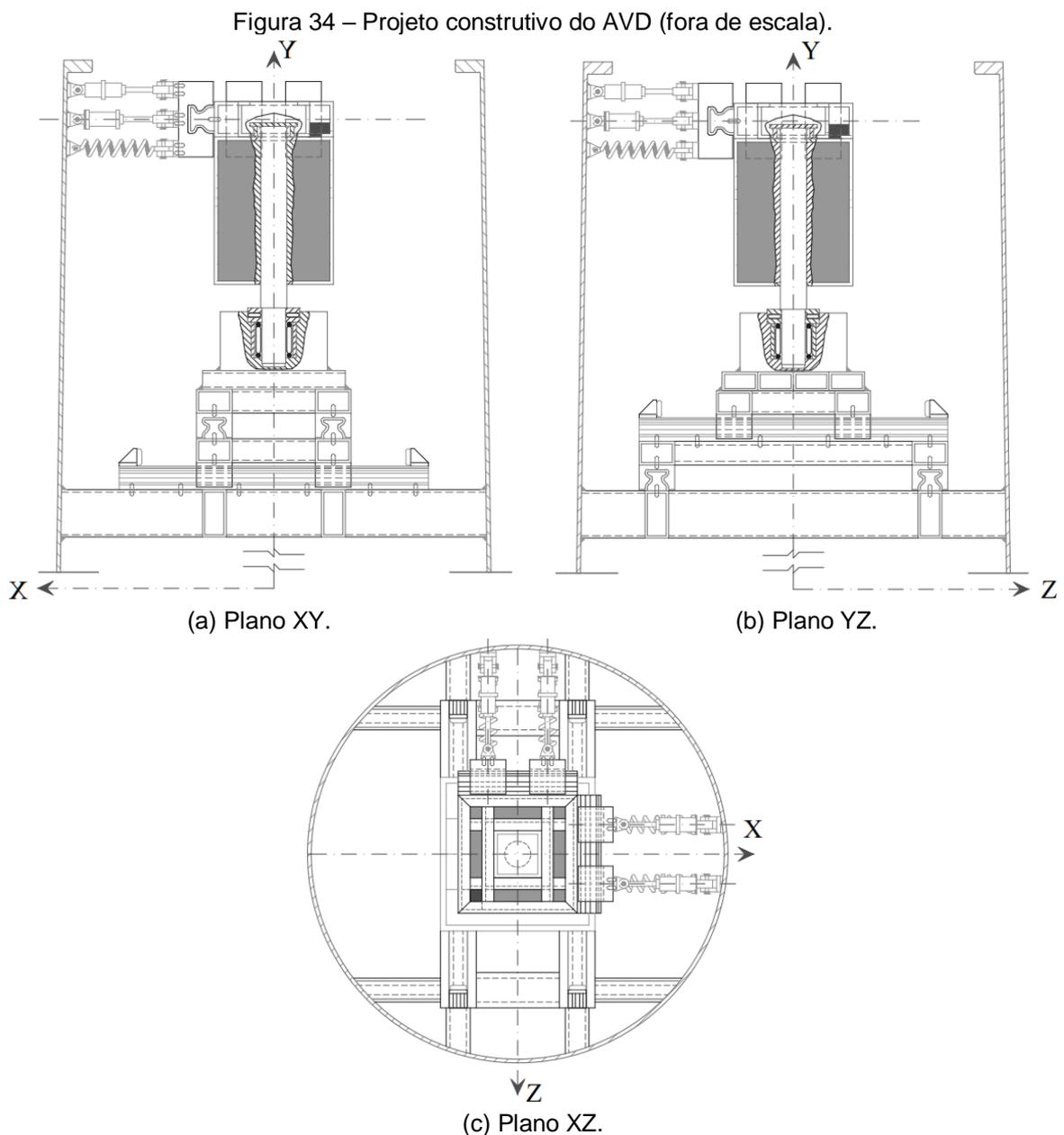
Figura 33 – Esquema de disposição do sistema AMS-ACLS na nacela.



Fonte: Adaptado de Hemmati, Oterkus e Khorasanchi (2019).

Lima, López-Yáñez e Pereira (2019) apresentaram e discutiram sobre um projeto de dispositivo de controle de vibração para uma torre tubular de aço de *HAWT* com 120 m de altura (Figura 34). A estrutura de suporte da *HAWT* foi modelada usando o método dos elementos finitos, levando em consideração o comportamento elástico geométrico não linear. Um absorvedor de vibração dinâmico (AVD) foi projetado e instalado no topo da torre para avaliar um AMS, AMA e um AMH. A teoria proposta por Den Hartog foi aplicada para determinar os coeficientes do absorvedor,

enquanto o regulador linear quadrático, foi utilizado para obter as variáveis de controle ideais, implementadas pelos atuadores hidráulicos. Os resultados obtidos neste estudo indicaram que o AMH, ponto central deste artigo, alcançou notáveis níveis de redução de vibrações da torre sob a influência de forças harmônicas, tanto em condições transitórias quanto em estado estacionário (permanente), especialmente em ressonância com o primeiro modo de vibração não controlado da estrutura.



Fonte: Adaptado de Lima, López-Yáñez e Pereira (2019).

Jahangiri e Sun (2019) utilizaram um AMSP-3D e *harvester* de energia para mitigar a vibração bidirecional de *HAWT* por meio da transformação da energia

cinética em energia elétrica. Um modelo de turbina eólica *NREL 5 MW OC3 (monopile)*, com AMSP-3D e coletor de energia conectado, foi estabelecido para avaliação da redução da resposta e da coleta da energia cinética. Os resultados mostraram que o AMSP-3D pode atenuar as vibrações bidirecionais provocadas por cargas de ondas e ventos desalinhados. Além disso, a energia elétrica (da ordem de KW) pode ser aproveitada, através do *harvester*, para alimentar sensores e atuadores destinados ao monitoramento do sistema.

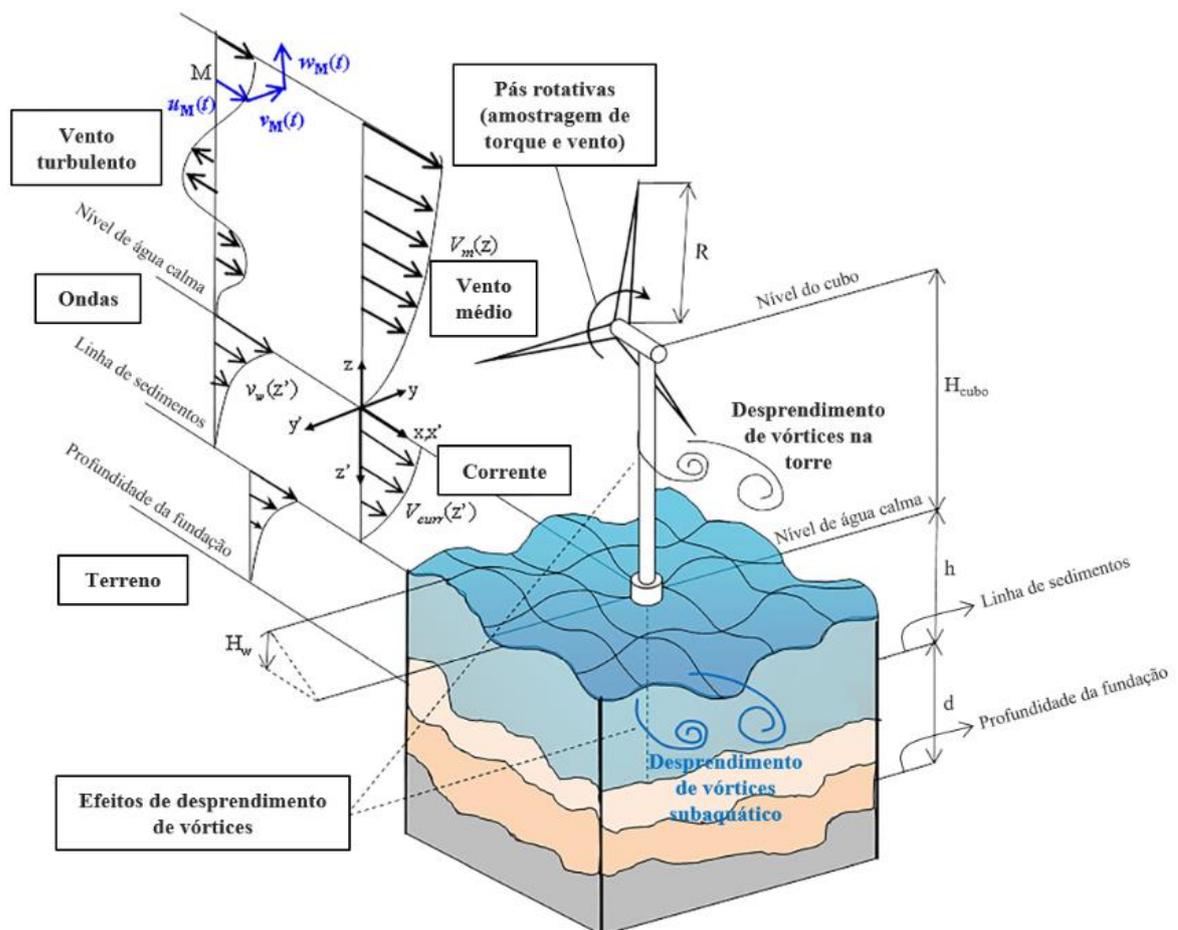
Zuo, Bi e Hao (2019) investigaram sistematicamente a eficácia de mitigação de vibração de MAMS, instalados ao longo da torre e das pás de uma *HAWT 5MW NREL*, quando submetido às cargas combinadas de vento e ondas. A torre e as pás foram explicitamente modeladas, considerando a rotação das pás. Os resultados numéricos mostraram que os MAMS podem efetivamente mitigar as vibrações fora do plano da torre e das pás, quando a *HAWT* está em condições operacionais ou desenergizado.

Yang e He (2020) investigaram o controle de vibração de um TEOF (fundada em longarina) por meio da instalação de dois AMS, posicionados na plataforma e na nacela, diante de excitações provenientes de ondas de vento. Para isso, foi estabelecido um modelo cinético de acoplamento aero-hidro-servo-estrutura-AMS, com 16 *DoF*, validado por meio do projeto *OC3* do *FAST* (desenvolvido por *NREL*). Um estudo de otimização da rigidez e dos coeficientes de amortecimento dos AMS, com restrições nos valores de massa e deslocamento, foi conduzido. Além disso, foram analisados os impactos da mitigação das vibrações da TEOF, com atribuição de um AMS, tanto no cenário de decaimento livre quanto nos casos de exposição a cargas provenientes de ondas de vento. Os resultados deste estudo demonstram que o AMS instalado na plataforma pode, efetivamente, diminuir o movimento de inclinação e as vibrações de baixa frequência da deflexão no topo da torre, enquanto o AMS implantado na nacela é eficiente para as vibrações de alta frequência.

Colherinhas *et al.* (2020) apresentaram um procedimento de projeto ótimo para um AMS pendular, destinado a atenuar as vibrações estruturais de *HAWT* situado em um ambiente complexo e altamente exigente (Figura 35). A determinação dos espectros de vento e ondas, assim como a avaliação das cargas hidrodinâmicas e aerodinâmicas, foi realizada por meio de um procedimento interno desenvolvido em *MATLAB®* que opera em conjunto com um modelo de elementos finitos (EF) tridimensional via *software ANSYS®*. Esse método foi empregado para analisar a resposta de deslocamento do topo da torre do *HAWT* através de uma análise de

densidade espectral de potência. Utilizando uma caixa de ferramentas de AG, foram projetados, de forma otimizada, os parâmetros de um AMS pendular (rigidez à flexão, amortecimento, relação de massa e comprimento do pêndulo) com um modelo simplificado de 2 *DoF*. Posteriormente, o desempenho do AMS pendular foi avaliado em um modelo de EF tridimensional do *HAWT* via *ANSYS®*. Nos resultados apresentados, observaram-se reduções superiores a 20% nos picos de resposta para altas velocidades de vento na direção longitudinal, o que é caracterizado consistente em relação a redução de resposta fornecida por outros dispositivos de controle encontrados na literatura.

Figura 35 – Ações ambientais sobre *HAWT*.

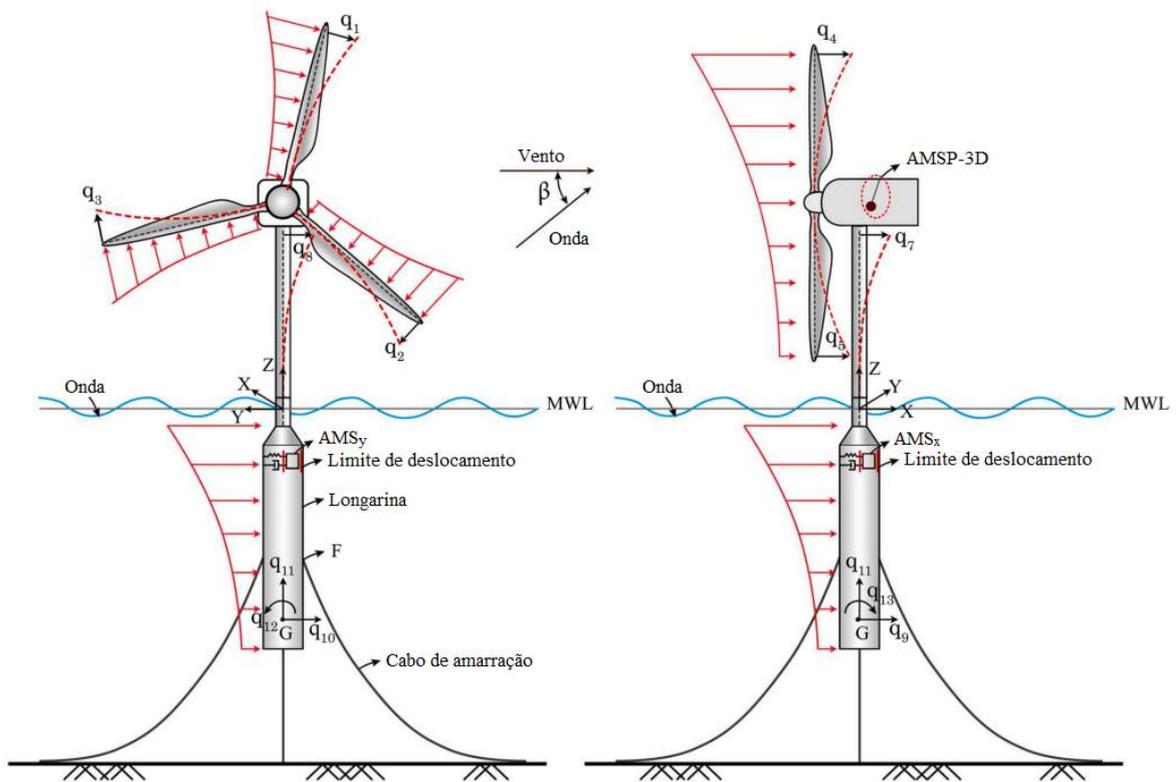


Fonte: Adaptado de Colherinhas *et al.* (2020).

Jahangiri e Sun (2020) conduziram um estudo sobre um AMSP-3D acoplado à nacele e AMS-2D instalado no flutuador para mitigar as vibrações dimensionais de uma TEOF, com fundação do tipo longarina, sujeita a cargas de vento e ondas (Figura 36). Um modelo analítico da TEOF, com AMSP-3D e AMS-2D acoplado, foi

desenvolvido utilizando a equação de Euler-Lagrangiana. Além disso, o método BEM e a equação de Morison foram empregados para determinar a carga aerodinâmica e calcular o carregamento hidrodinâmico atribuído à turbina, respectivamente. Os resultados indicaram que um AMSP-3D e o AMS-2D, bem projetados, conseguem reduzir de maneira eficaz as vibrações tridimensionais na torre e na plataforma. Além disso, foi identificado que o AMS-2D proposto apresentou um deslocamento 50% menor em comparação com os AMS lineares tradicionais, o que é de relevância significativa para aplicações práticas.

Figura 36 – Modelo esquemático da TEOF com AMSP-3D e AMS-2D acoplado.

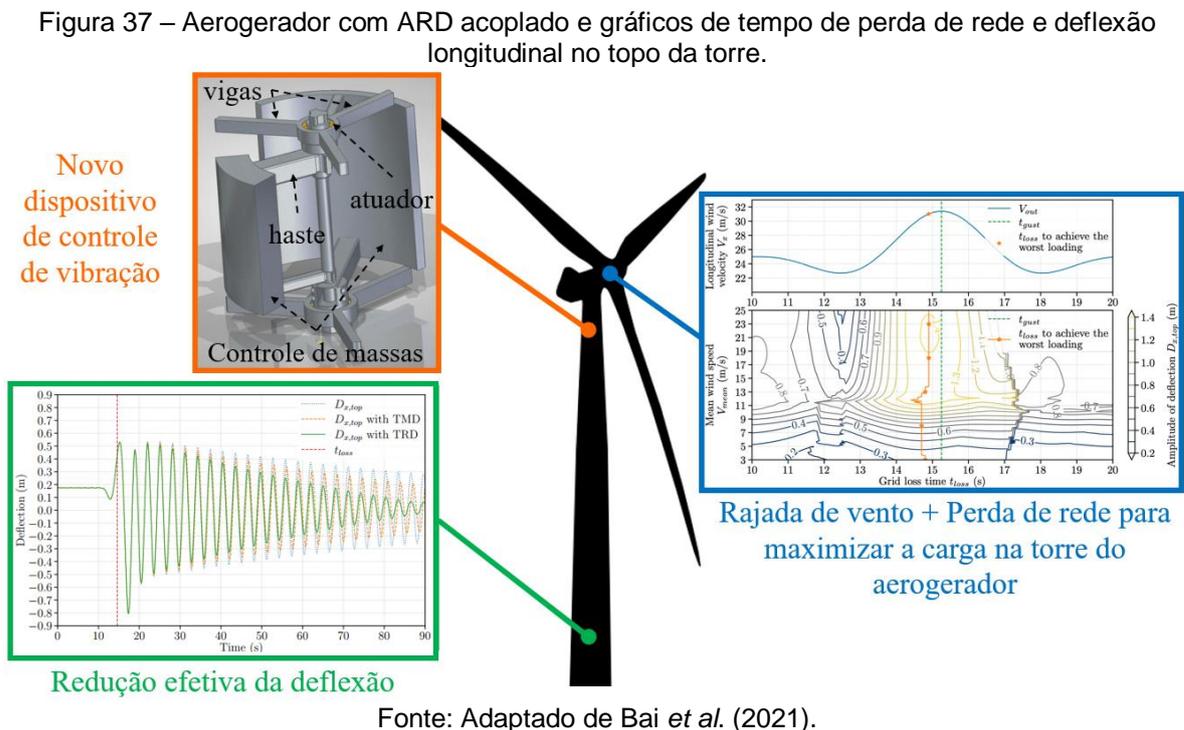


Fonte: Adaptado de Jahangiri e Sun (2020).

Zhang e Hoeg (2020) conduziram um estudo sobre o desempenho dos ACLS na mitigação das vibrações lateral da torre e o movimento de rotação da longarina de uma TEOF. Foram estabelecidos um modelo acoplado da turbina eólica aero-hidro-servo-elástico de 17 *DoF* e um modelo ACLS de uma torre de ordem reduzida (com fundação do tipo longarina) de 5 *DoF*. O primeiro modelo foi empregue para analisar o desempenho do ACLS acoplado à TEOF por meio de simulações não lineares no domínio do tempo. Já o segundo modelo, foi utilizado para elucidar o mecanismo fundamental do sistema acoplado longarina-torre-ACLS e para desenvolver um

método eficaz de projeto ótimo do dispositivo de controle no domínio da frequência. Os resultados das análises no domínio da frequência e do tempo demonstram que a implementação cuidadosa de um ACLS diminui efetivamente tanto a vibração lateral da torre quanto o movimento rotacional da longarina.

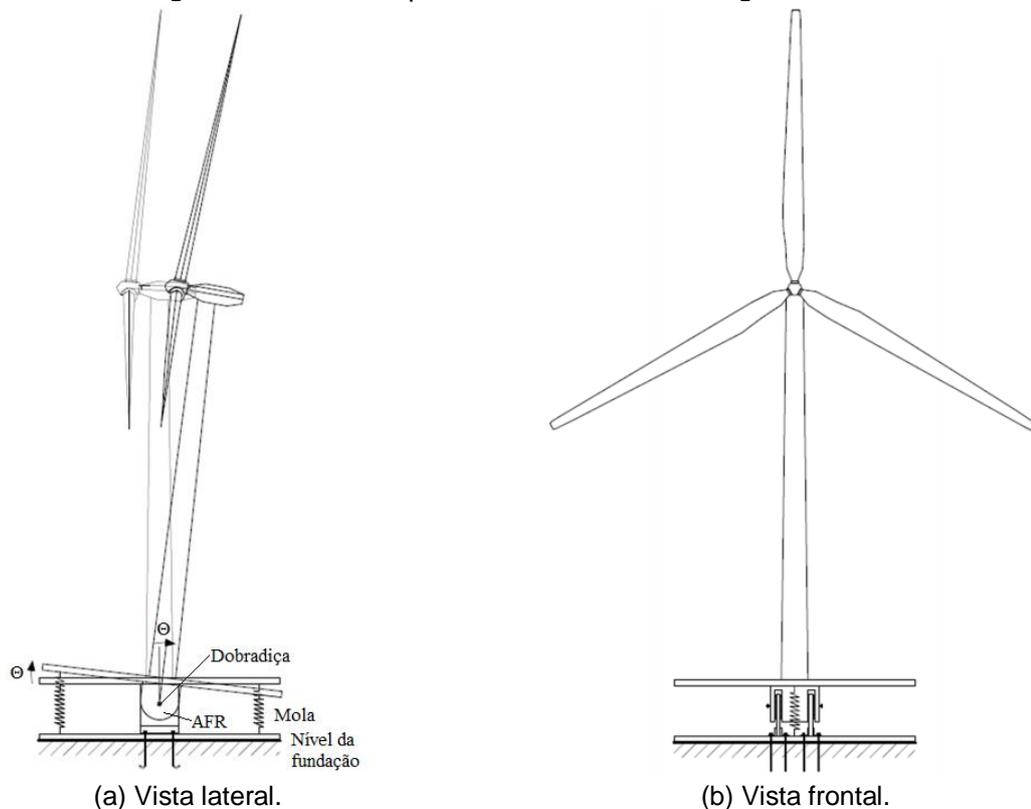
Bai *et al.* (2021) estudaram um novo dispositivo de controle de vibração ativo (ARD) para mitigar as vibrações de aerogeradores (Figura 37). Um oscilador de grau único de liberdade (*Single Degree of Freedom - SDoF*) com o ARD foi utilizado para aproximar a resposta dos aerogeradores submetidos a rajadas de vento unidirecionais com perda de rede elétrica. Para analisar o desempenho do sistema de controle proposto sob máxima carga, foi estudada a semelhança entre a rajada de vento e a perda da rede. Além disso, foi realizado um estudo comparativo entre o ARD e um AMS passivo projetado com requisitos semelhantes. Os resultados da análise mostraram que, no primeiro modo natural, o ARD apresentou uma superioridade de três a seis vezes em relação ao AMS passivo.



Di Paolo *et al.* (2021) propuseram uma nova técnica de controle estrutural passivo, fundamentada na incorporação de um absorvedor de fricção rotacional (AFR), posicionado na base da torre em paralelo com molas rotacionais (Figura 38). O AFR foi utilizado com o objetivo de dissipar energia do sistema, enquanto as molas

com a função de centralizar a torre. Desta forma, foram identificados os parâmetros de projeto para esse sistema, e um procedimento de calibração foi proposto e testado em relação a uma estrutura utilizada como estudo de caso. O aerogerador de 5 MW do *NREL* foi analisado sob três condições distintas de carga eólica, e os resultados indicaram que a técnica proposta pode ser uma solução apropriada, econômica e viável para aplicação em aerogeradores, particularmente em situações de ventos extremos.

Figura 38 – AFR incorporado na base de um aerogerador.

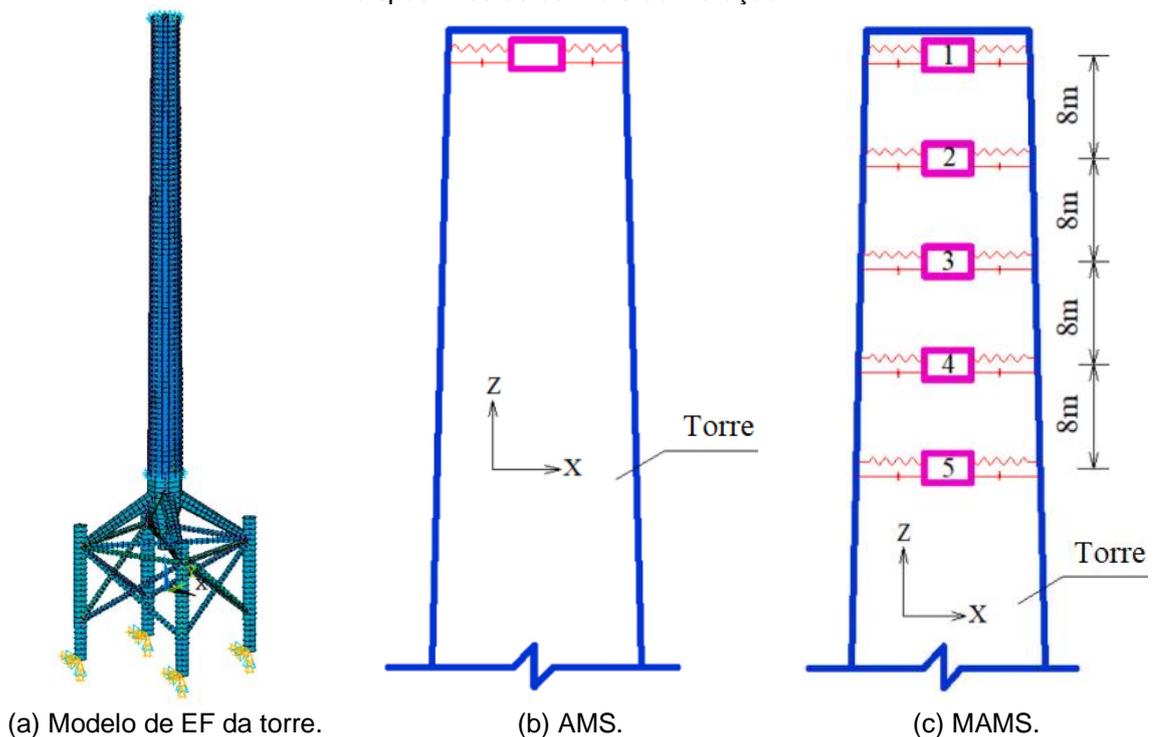


Fonte: Adaptado de Di Paolo *et al.* (2021).

Chen *et al.* (2021) abordaram o desempenho de AMS e MAMS no controle das vibrações da torre de uma *HAWT* do tipo *jacket* sob carregamentos combinados de vento, ondas e correntes marítimas (Figura 39). A eficiência dos dispositivos de controle foi analisada numericamente, através do *software ANSYS®*, e investigada através da redução do deslocamento do desvio padrão ($\sigma(d)$) e da aceleração do desvio padrão ($\sigma(a)$) no topo da torre. Com a implementação do AMS, foi observada uma redução de 32% no $\sigma(d)$ e 29% na $\sigma(a)$. Além disso, foi constatado que o aumento nas razões de massa do AMS resulta em um aprimoramento da eficácia de controle, embora essa melhoria torne-se menos evidente à medida que as proporções de

massa continuam a crescer. Já com a instalação do MAMS, o sistema apresentou uma ligeira diminuição na eficácia do controle em comparação com um único AMS grande. No entanto, a robustez dos MAMS é superior, pois as vibrações do HAWT podem ser gerenciadas de maneira eficaz, mesmo na ausência de funcionamento de alguns dispositivos.

Figura 39 – Modelo de EF da HAWT do tipo *jacket* modelada no ANSYS® e disposição dos dispositivos de controle de vibração.



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2021).

Wang *et al.* (2022) propuseram um método de otimização para um AMS e MAMS, instalado em uma TEOF do tipo barcaça, para atenuar, efetivamente, as vibrações. Uma análise comparativa entre um AMS otimizado (instalado na nacele) e a instalação simultânea de um AMS otimizado (implantado na plataforma) e MAMS, foi realizada considerando carregamentos ambientais complexos. Os resultados da otimização mostraram que a instalação simultânea do AMS otimizado na plataforma e do MAMS é mais eficaz na mitigação das vibrações.

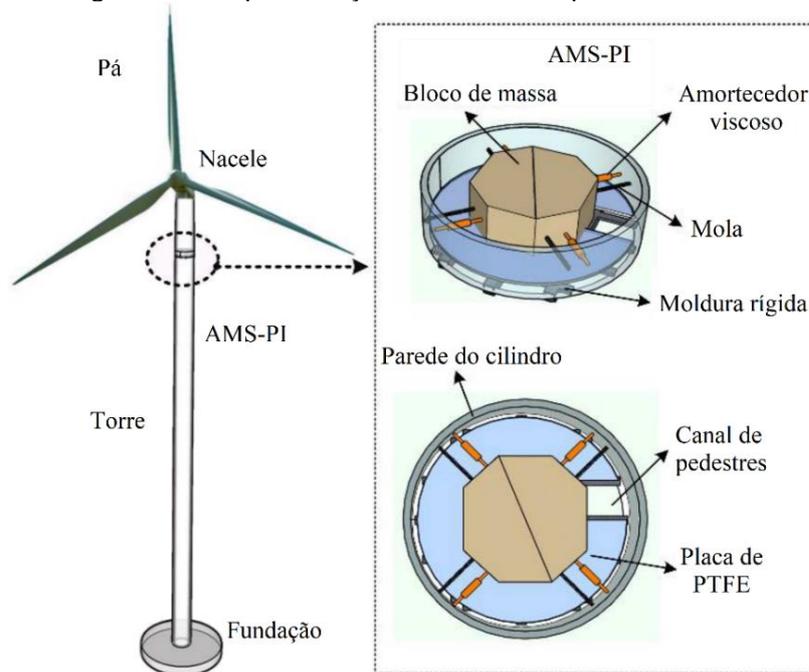
Zhang (2022) investigou a mitigação de vibração no plano de um TEOF, com foco na vibração lateral, utilizando um AMS com Derivação Eletromagnética (AMSDE), levando em conta o desalinhamento das ondas de vento. O painel de controle (mecanismo convencional do AMS) foi trocado por um transdutor eletromagnético (TE)

desviado para melhorar o desempenho e a durabilidade do dispositivo. Foi projetada, como uma derivação suplementar para o TE, uma rede resistiva-capacitativa-indutiva em série, que, acoplada com as propriedades inerentes da bobina do TE, resulta em um sistema mecânico equivalente (absorvedor de ressonância). Em razão da avaliação do desempenho e projeto ideal do AMSDE, instalado no TEOF, ser realizado utilizando um modelo de sistema acoplado, um modelo de 6 *DoF* de ordem reduzida (considerando a massa hidrodinâmica adicionada, o momento de inércia da massa do rotor e a rigidez da flutuabilidade hidrostática da plataforma e dos cabos de amarração) foi desenvolvido. Com isso, o desempenho do AMSDE otimizado foi comparado com o do AMS usual nos domínios de frequência e tempo. O autor observou que tanto o AMSDE quanto o AMS conseguem eficazmente reduzir as vibrações laterais da torre.

Feng *et al.* (2023) investigaram um novo sistema de amarração de cabo duplo e o desempenho de um AMS, instalado na nacela de uma TEOF, levando em consideração as limitações de espaço. Um novo método de projeto de otimização foi proposto, considerando as restrições impostas ao curso do AMS, com o objetivo de tornar o controle de vibração baseado em um dispositivo mais prático. Verificou-se que o desempenho do controle do AMS, com limitação de deslocamento, foi ligeiramente enfraquecido; no entanto, isso resultou em uma maior conformidade com as exigências práticas da engenharia.

Lei *et al.* (2023) propuseram a implementação de um AMS, reformado via Plataforma Interna (AMS-PI), para controlar as vibrações excessivas de uma torre de *HAWT* (Figura 40). Uma equação que representa o comportamento dinâmico do *HAWT* controlada por o AMS-PI foi estabelecida com base no princípio do trabalho virtual, e a dedução do coeficiente dinâmico e da razão de frequência, em pontos específicos correspondentes, foi realizada. Através da otimização do sistema, foram obtidos a relação de frequência ideal e os coeficientes ideais de rigidez e amortecimento. Além disso, simulações numéricas foram realizadas para examinar as curvas de resposta em frequência e o efeito de atenuação de ressonância do AMS-PI sob excitação harmônica. Por fim, a eficácia de controle de vibração do AMS-PI foi determinada, mediante aplicação do método Wilson- θ , sob as influências das cargas do vento. Os resultados revelaram que o AMS-PI tem capacidade de diminuir a resposta dinâmica do *HAWT* em mais de 45% quando comparado com os casos em que o sistema não é controlado.

Figura 40 – Representação do AMS-PI disposto na HAWT.



Fonte: Adaptado de Lei *et al.* (2023).

A apresentação desses trabalhos tem como objetivo contextualizar os avanços no controle de vibração em torres de turbinas eólicas, destacando os métodos empregados e os desafios ainda existentes. Este estudo se insere nesse contexto ao propor um sistema passivo para mitigar vibrações excessivas em aerogeradores de grande porte. Embora a literatura já explore amplamente dispositivos passivos, ainda há lacunas relacionadas à sua otimização e aplicação considerando condições realistas de vento e diferentes cenários operacionais do aerogerador. Dessa forma, esta pesquisa contribui para o aprimoramento da estabilidade estrutural das torres eólicas, oferecendo uma solução eficiente e viável para a redução de esforços dinâmicos. Visando facilitar a comparação entre os estudos abordados nesta seção, a Tabela 3 fornece um resumo do estado da arte.

Tabela 3 – Resumo do estado da arte sobre o controle de vibrações em torres de turbinas eólicas a partir de 2005.

Ano	Autores	Turbina eólica	Tipo de controle	Dispositivo	Simulação
2005	Murtagh, Basu e Broderick	–	P	AMS	N
2008	Murtagh <i>et al.</i>	–	P	AMS	N
2009	Colwell e Basu	–	P	ACLS	N
2010	Karimi, Zapateiro e Luo	–	P	ACLS	N
2010	Rotea, Lackner e Saheba	–	P e A	AMS/AMA	N
2011	Stewart e Lackner	Y	A	AMA	N

Fonte: Autor (2025).

Tabela 3 (Continuação) – Resumo do estado da arte sobre o controle de vibrações em torres de turbinas eólicas a partir de 2005.

Ano	Autores	Turbina eólica	Tipo de controle	Dispositivo	Simulação
2011a	Lackner e Rotea	Y	P	AMS	N
2011b	Lackner e Rotea	Y	P e A	AMS/AMA	N
2012	Stewart	Y	P	AMS	N
2012	Li, Zhang e Chen	–	P	AVE	N e E
2013	Guimarães <i>et al.</i>	–	P	AMS pendular simples	N
2013	Chen e Georgakis	–	P	AERS	E
2013	Stewart e Lackner	Y	P	AMS	N
2014	Mensah e Dueñas-Osorio	–	P	ACLS	N
2014	Zhang <i>et al.</i>	Y	A	TGA	N
2015	Guimarães, Morais e Avila	–	P	AMS pendular invertido	N
2015	Shzu <i>et al.</i>	–	P	AMS pendular simples	N
2017	Hu e He	Y	P e A	AMH	N
2018	Chen <i>et al.</i>	–	A	ARD	N
2018	Zhao <i>et al.</i>	–	P	AMS	E
2018	Coudurier, Lepreux e Petit	Y	P	AMCLS	N
2018	Cross-Whiter <i>et al.</i>	Y	P	AMS	N
2018	Fitzgerald, Sarkar e Staino	Y	A	AMA	N
2018	Gambier e Nazaruddin	Y	A	NPID	N
2018	Hu <i>et al.</i>	Y	A	inertores	N
2018	Jin <i>et al.</i>	–	P	AMS	N
2018	Lian <i>et al.</i>	–	P e A	EC-AMS	E
2018	Mohammadi, Fadaeinedjad e Moschopoulos	–	A	CMI - CPIP	N
2018	Novaes Menezes <i>et al.</i>	Y	A	controle de passo	N
2018	Zhang, Basu e Nielsen	Y	P	ALS	N
2019	Ghassempour, Failla e Arena	Y	P	AMS	N
2019	Sun e Jahangiri	Y	P	AMSP-3D	N
2019	Hemmati, Oterkus e Khorasanchi	Y	P	AMS - ACLS	N
2019	Jahangiri e Sun	Y	P	AMSP-3D	N
2019	Lima, López-Yáñez e Pereira	–	P, A e H	AMS - AMA - AMH	N
2019	Zuo, Bi e Hao	Y	P	MAMS	N
2020	Yang e He	Y	P	AMS	N
2020	Colherinhas <i>et al.</i>	Y	P	AMS pendular simples	N
2020	Zhang e Hoeg	Y	P	ACLS	N
2020	Jahangiri e Sun	Y	P	AMSP-3D - AMS-2D	N
2021	Bai <i>et al.</i>	Y	A	ARD	N
2021	Di Paolo <i>et al.</i>	Y	P	AFR	N
2021	Chen <i>et al.</i>	–	P	MAMS	N
2022	Wang <i>et al.</i>	Y	P	MAMS	N
2022	Zhang	Y	P	AMSDE	N
2023	Lei <i>et al.</i>	Y	P	AMS-PI	N
2023	Feng <i>et al.</i>	Y	P	AMS	N

Legenda:P = Passivo; A = Ativo; H = Híbrido; N = Numérico; E = Experimental; Y = *NREL* 5 MW; – = outro

Fonte: Autor (2025).

5 METODOLOGIA

Nesta dissertação, foi desenvolvido um modelo numérico para uma torre de 87,6 m de altura, com variação em seu diâmetro e espessura, utilizando elementos finitos do tipo barra, no qual a análise considerou a não linearidade geométrica por meio de uma matriz de rigidez geométrica consistente. As propriedades dinâmicas da torre, determinadas pelo modelo numérico, foram validadas por meio do programada *Bmodes*.

A torre foi submetida a quatro cenários de vento (3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s), representando diferentes condições operacionais da turbina. Para a definição das cargas atuantes, utilizou-se o método do "Vento Sintético" para modelar a distribuição do vento ao longo da torre, enquanto o *software FAST* foi empregado para calcular as forças e momentos aplicados no topo da estrutura. Finalmente, foi projetado um Absorvedor de Massa Sintonizado (AMS) para ser acoplado ao topo da torre, com o objetivo de reduzir as vibrações induzidas pelo vento aleatório. Os coeficientes do absorvedor foram determinados com base na teoria de Den Hartog, sintonizando o dispositivo à primeira frequência natural da torre.

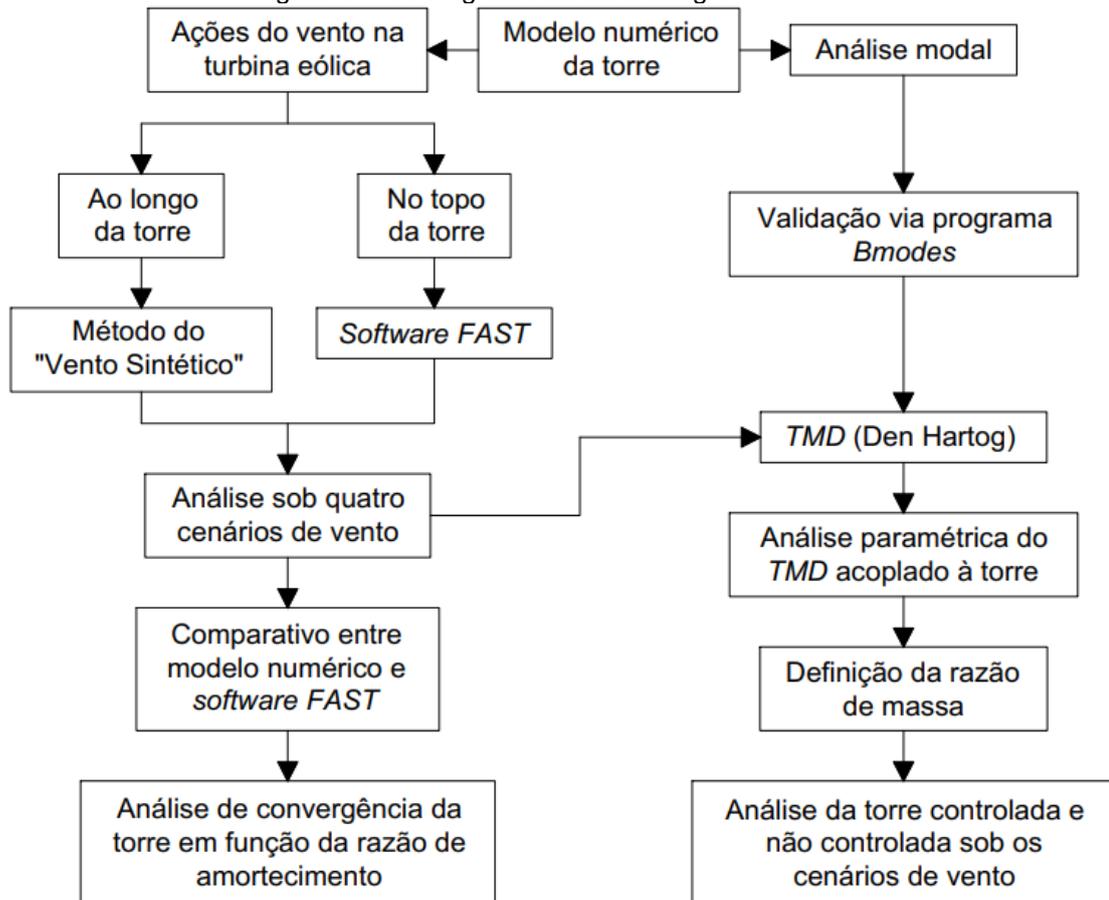
Adicionalmente, foi realizado um comparativo entre as respostas da torre sem controle, obtidas com o modelo numérico e com o *software FAST*. Também foi realizada uma análise de convergência da torre não controlada em função da razão de amortecimento.

Na Figura 41 é apresentado um fluxograma, no qual é descrito de maneira detalhada, a metodologia geral deste trabalho.

5.1 PARÂMETROS DO ELEMENTO FINITO DA TORRE

A torre utilizada neste estudo, que sustenta um aerogerador de eixo horizontal *onshore* da *NREL* de 5 MW OC3, é do tipo tubular, com altura de 87,6 m, apresentando variação linear cônica nas propriedades geométricas ao longo de sua extensão, incluindo diâmetro, espessura e momento de inércia. Na base, a seção transversal possui diâmetro de 6,0 m e espessura de 35,1 mm, enquanto no topo o diâmetro reduz para 3,87 m e a espessura para 24,7 mm. Essas características resultam em um peso total da torre de 349.837,76 kg (Jonkman *et al.*, 2009).

Figura 41 – Fluxograma da metodologia do trabalho.



Fonte: Autor (2025).

O material utilizado na torre é o aço, caracterizado por um módulo de elasticidade longitudinal de 210 GPa, módulo de elasticidade transversal de 80,8 GPa, coeficiente de Poisson de 0,3 e massa específica de 8.500 kg/m³ (Jonkman *et al.*, 2009; ABNT NBR 8800, 2024). A massa específica foi ajustada para um valor superior ao típico do aço (7.850 kg/m³) para considerar o peso adicional de componentes como o sistema de proteção superficial, parafusos, soldas e flanges, que não estão incluídos nos valores de espessura da torre. Essa abordagem foi adotada com base na experiência de Kooijman *et al.* (2003) em projetos de torres de turbinas eólicas, que consideram esse valor adequado.

5.1.1 Técnica de discretização em elementos finitos

A discretização da torre foi conduzida por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), uma técnica numérica que teve origem na segunda metade da década de 50, impulsionada pela evolução da análise matricial de estruturas e pelo advento

dos computadores. Inicialmente desenvolvido para enfrentar desafios complexos da análise estrutural na indústria aeroespacial, o MEF rapidamente se consolidou como uma das ferramentas mais robustas, amplamente aplicadas e validadas na resolução de problemas em diversas áreas da engenharia (Bathe, 1996; Zienkiewicz; Taylor, 2000; Cook *et al.*, 2002, Soriano, 2009).

Esse método baseia-se na subdivisão do domínio de interesse em pequenas regiões chamadas elementos finitos (EF), cujos vértices correspondem a pontos nodais. A resposta estrutural é inicialmente calculada nesses pontos nodais, e as respostas internas dos elementos são determinadas por meio de uma superposição de funções matemáticas, conhecidas como funções de forma, que são cuidadosamente escolhidas para descrever o comportamento específico de cada elemento (Cook, 1995). Em termos práticos, o MEF divide uma estrutura em vários elementos menores, analisa o comportamento de cada uma de maneira isolada e, em seguida, conecta esses elementos nos nós, que funcionam como pontos de união, assegurando a continuidade e o comportamento integrado da estrutura (Cook, 1995).

A aproximação no MEF é obtida pela aplicação de princípios físicos e métodos matemáticos, como o Princípio dos Deslocamentos Virtuais (PDV), o método de Rayleigh-Ritz, as equações de Lagrange e o método dos resíduos ponderados. Este último envolve a seleção de funções de ponderação com base em estratégias de minimização dos resíduos, incluindo o método da colocação, o método da colocação por sub-regiões, o método dos momentos, o método das diferenças finitas, o método dos mínimos quadrados e o método de Galerkin (Zienkiewicz; Taylor, 2000; Huebner *et al.*, 2001).

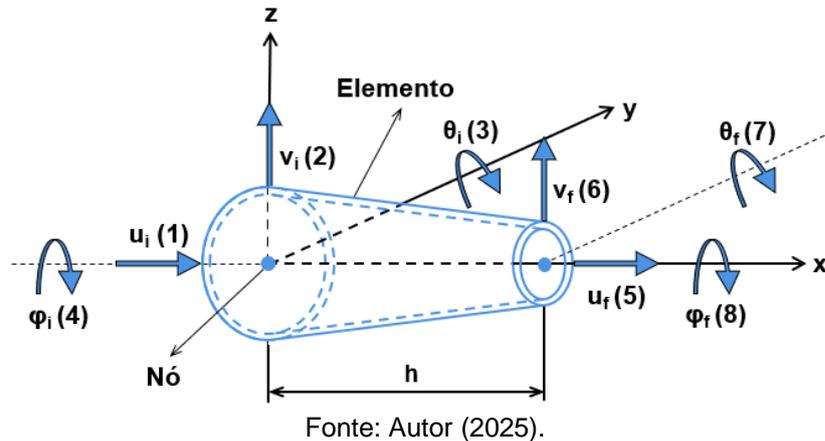
Para a resolução do problema utilizando o MEF, a torre em estudo foi modelada como um sistema composto por 24 elementos e 25 nós, representados por elementos finitos do tipo barra. Essa configuração foi escolhida com base em uma análise de malha, considerando o equilíbrio entre a precisão dos resultados e os recursos computacionais disponíveis, que impediram a adoção de uma discretização maior.

5.1.2 Graus de liberdade do elemento finito

A modelagem dinâmica da torre, considerando os efeitos de não linearidade geométrica com uma matriz correspondente, foi desenvolvida por meio de um código autoral implementado no *software PTC Mathcad Prime 7.0*, conforme apresentado no

APÊNDICE A. Nesse contexto, a torre foi discretizada utilizando EF de barra (Figura 42), cada um com 8 graus de liberdade, distribuídos em 4 por nó: translação axial, transversal, e rotação flexional e torcional.

Figura 42 – Graus de liberdade do elemento finito de barra empregado.



5.1.3 Matriz de rigidez do elemento finito

Admite-se que a torre possa ser modelada como uma estrutura plana composta por barras retas, em que cada barra é considerada elasticamente sustentada, permitindo que os esforços sejam determinados a partir dos deslocamentos em seus extremos. Para cada barra, define-se um sistema de coordenadas ortogonais orientado de forma que um de seus eixos coincida com o eixo longitudinal da barra, configurando um Sistema Local de Coordenadas (SLC). Nesse contexto, para o EF de barra descrito no item anterior, podem ser definidos 8 graus de liberdade (Figura 42), associados a 8 reações elásticas (Figura 43) no SLC, de acordo com:

$$\{\mathbf{R}_e\} = [\mathbf{K}_e]\{\mathbf{d}\} + \{\mathbf{R}_e^F\} \quad (68)$$

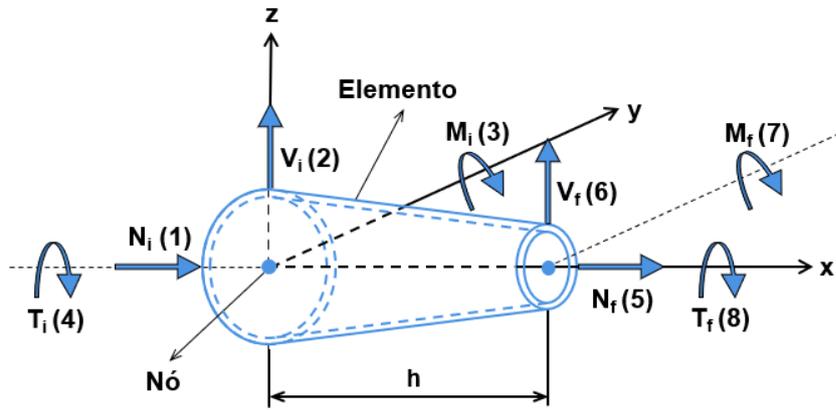
sendo: $\{\mathbf{R}_e\}$ o vetor de reações elásticas, $[\mathbf{K}_e]$ a matriz de rigidez linear, $\{\mathbf{d}\}$ o vetor de deslocamentos nodais e $\{\mathbf{R}_e^F\}$ o vetor de reações de engaste.

Na forma expandida, a Eq. (68), é expressa como:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ V_i \\ M_i \\ T_i \\ N_f \\ V_f \\ M_f \\ T_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & -r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t & -b_i & 0 & 0 & -t & -b_f & 0 \\ 0 & -b_i & k_i & 0 & 0 & b_i & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{s} & 0 & 0 & 0 & -\hat{s} \\ -r & 0 & 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t & b_i & 0 & 0 & t & b_f & 0 \\ 0 & -b_f & a & 0 & 0 & b_f & k_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{s} & 0 & 0 & 0 & \hat{s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ \varphi_i \\ u_f \\ v_f \\ \theta_f \\ \varphi_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_i^F \\ V_i^F \\ M_i^F \\ T_i^F \\ N_f^F \\ V_f^F \\ M_f^F \\ T_f^F \end{Bmatrix} \quad (69)$$

Os termos da matriz de rigidez linear podem ser obtidos a partir das flexibilidades estruturais, as quais consideram as contribuições de energia de deformação por flexão, cisalhamento, esforço axial e torção. O cálculo dessas flexibilidades é fundamentado no princípio dos trabalhos virtuais, conforme apresentado por Timoshenko e Gere (1984).

Figura 43 – Reações elásticas no elemento finito de barra empregado.



Fonte: Autor (2025).

A matriz de rigidez geométrica do EF de barra é formulada para considerar os efeitos das forças axiais nas deformações transversais à torre. A inclusão desse termo é fundamental, dado que a consideração das forças axiais é feita pela indução de uma redução na rigidez global da estrutura, promovendo um incremento nas deformações elásticas. Com base no princípio dos trabalhos virtuais, aplicado rigorosamente à formulação do MEF, a matriz de rigidez geométrica $[K_{e,g}]$ é definida, na forma indicial, pela seguinte expressão:

$$[\mathbf{K}_{e,g}]_{i,j} = \int_0^h NN(x) \psi_i'(x) \psi_j'(x) dx \quad (70)$$

em que: $NN(x)$ é a função que descreve o esforço normal no EF da torre em análise e $\psi_i(x)$ é a i -ésima função de forma, definida por:

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= 1 - \frac{x}{h} & \psi_3(x) &= 1 - 3\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{h}\right)^3 & \psi_4(x) &= -x + 2\frac{x^2}{h} - \frac{x^3}{h^2} \\ \psi_5(x) &= \frac{x}{h} & \psi_7(x) &= 3\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{h}\right)^3 & \psi_8(x) &= \frac{x^2}{h} - \frac{x^3}{h^2} \end{aligned} \quad (71)$$

assim, os termos $[\mathbf{K}_{e,g}]_{1,3}$, $[\mathbf{K}_{e,g}]_{1,4}$, $[\mathbf{K}_{e,g}]_{1,7}$, $[\mathbf{K}_{e,g}]_{1,8}$ e seus simétricos são considerados nulos, uma vez que não há interação entre os graus de liberdade axiais e flexionais. Adicionalmente, neste cenário, são empregadas seis funções de forma associadas aos graus de liberdade de translações axial e transversal, bem como à rotação flexional (EF de pórtico plano). Considera-se ainda que os graus de liberdade torcionais da matriz de rigidez linear permanecem inalterados pela não linearidade geométrica; assim, os termos $[\mathbf{K}_{e,g}]_{4j}$ e $[\mathbf{K}_{e,g}]_{8j}$ juntamente com seus simétricos, também são assumidos como nulos.

Na forma expandida, a matriz de rigidez geométrica, incluindo os graus de liberdade torcionais representados por linhas e colunas nulas, assume a seguinte configuração:

$$[\mathbf{K}_{e,g}] = \begin{bmatrix} r_g & 0 & 0 & 0 & -r_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_g & -b_{i,g} & 0 & 0 & -t_g & -b_{f,g} & 0 \\ 0 & -b_{i,g} & k_{i,g} & 0 & 0 & b_{i,g} & a_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_g & 0 & 0 & 0 & r_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t_g & b_{i,g} & 0 & 0 & t_g & b_{f,g} & 0 \\ 0 & -b_{f,g} & a_g & 0 & 0 & b_{f,g} & k_{f,g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (72)$$

De forma genérica, a matriz de rigidez total $[\mathbf{K}_{e,T}]$ do EF de barra adotado, é definida por:

$$[\mathbf{K}_{e,T}] = [\mathbf{K}_e] - [\mathbf{K}_{e,g}] \quad (73)$$

Tal matriz, em sua forma expandida, é expressa como a diferença entre os elementos da matriz de rigidez linear e aqueles da matriz de rigidez geométrica:

$$[\mathbf{K}_{e,g}] = \begin{bmatrix} r_T & 0 & 0 & 0 & -r_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_T & -b_{i,T} & 0 & 0 & -t_T & -b_{f,T} & 0 \\ 0 & -b_{i,T} & k_{i,T} & 0 & 0 & b_{i,T} & a_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{s} & 0 & 0 & 0 & -\hat{s} \\ -r_g & 0 & 0 & 0 & r_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t_T & b_{i,T} & 0 & 0 & t_T & b_{f,T} & 0 \\ 0 & -b_{f,T} & a_T & 0 & 0 & b_{f,T} & k_{f,T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{s} & 0 & 0 & 0 & \hat{s} \end{bmatrix} \quad (74)$$

5.1.4 Matriz de rigidez global da torre

A matriz de rigidez global da torre é montada utilizando uma matriz de transformação (matriz de rotação) e um procedimento sistemático que faz uso de uma matriz de mapeamento. Este procedimento integra, de forma adequada, as contribuições de rigidez de cada elemento de barra que compõe a estrutura. A matriz de rotação tem como função transformar os elementos da matriz de rigidez do SLC para o Sistema Global de Coordenadas (SGC). Nesse contexto, a matriz de transformação $[\mathbf{T}]$ é dada por:

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (75)$$

em que, α é o ângulo formado entre o SLC e o SGC.

Com a matriz de transformação e a matriz de rigidez total no referencial local $[\mathbf{K}_{e,g}]$, obtém-se a matriz de rigidez no SGC $[\mathbf{K}_g]$ (de um EF isolado), dado por:

$$[\mathbf{K}_g] = [\mathbf{T}]^T [\mathbf{K}_{e,g}] [\mathbf{T}] \quad (76)$$

A partir da matriz de rigidez no SGC, as contribuições de cada EF são somadas adequadamente aos componentes do próximo elemento, e assim sucessivamente até o último EF, obtendo, dessa forma, a matriz de rigidez global $[\mathbf{K}_E]$. Como cada linha da matriz de rigidez global corresponde a um grau de liberdade da torre, os deslocamentos e rotações restritos pelos apoios são automaticamente excluídos da matriz. Dessa forma, a modelagem considera a torre com um engaste na base, aproximando seu comportamento ao de uma viga em balanço

5.1.5 Matriz de massa do elemento finito

O equilíbrio dinâmico do elemento finito de barra considerado, caracterizado por 8 graus de liberdade $\{\mathbf{d}\}$, associados a 8 reações elásticas $\{\mathbf{R}_e\}$ no SLC, como detalhado anteriormente, pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\{\mathbf{R}_e\} = [\mathbf{M}_e]\{\ddot{\mathbf{d}}\} + [\mathbf{K}_e]\{\mathbf{d}\} + \{\mathbf{R}_e^F\} \quad (77)$$

A matriz de massa associada ao EF proposto, representada por $[\mathbf{M}_e]$, pode ser definida de maneira genérica pela seguinte expressão:

$$[\mathbf{M}_e] = \begin{bmatrix} v_i & 0 & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_i & -\gamma_i & 0 & 0 & \sigma & \tau_i & 0 \\ 0 & -\gamma_i & \beta_i & 0 & 0 & -\tau_f & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_i & 0 & 0 & 0 & \delta \\ \eta & 0 & 0 & 0 & v_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & -\tau_f & 0 & 0 & \alpha_f & \gamma_f & 0 \\ 0 & \tau_i & \lambda & 0 & 0 & \gamma_f & \beta_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta & 0 & 0 & 0 & \mu_f \end{bmatrix} \quad (78)$$

Os componentes associados aos graus de liberdade axiais e flexionais, expressos em notação indicial, são determinados por:

$$[\mathbf{M}_e]_{i,j} = \int_0^h \rho A(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (79)$$

em que, $i = 1$ ou 5 e $j = 1$ ou 5 , correspondem aos graus de liberdade axiais; $i = 2, 3, 6$ ou 7 e $j = 2, 3, 6$ ou 7 , referem-se aos graus de liberdade flexionais; ρ representa

a massa específica do material; $A(x)$ é a função que descreve a área da seção transversal do EF da torre em análise; $\psi_i(x)$ é a i -ésima função de forma, conforme definido na seção 5.1.3; e h é o comprimento do EF (segmento da torre).

Por fim, os componentes relacionados aos graus de liberdade torcionais, representados em notação indicial, são definidos por:

$$[\mathbf{M}_e]_{i,j} = \int_0^h \rho J_0(x) \psi_{i-1}(x) \psi_{j-1}(x) dx \quad (80)$$

em que, $i = 4$ ou 8 e $j = 4$ ou 8 ; e, $J_0(x)$ representa o momento de inércia polar da seção transversal tubular do EF da torre em análise.

5.1.6 Equilíbrio dinâmico da torre

De forma análoga ao processo descrito na seção 5.1.4, a construção da matriz de massa no SGC é realizada utilizando uma matriz de rotação em conjunto com um procedimento sistemático que emprega uma matriz de mapeamento. Esse método permite a integração apropriada das contribuições individuais de massa de cada elemento de barra que compõe a estrutura. Assim, chega-se à matriz de massa no SGC $[\mathbf{M}_E]$. Visto que cada linha da matriz de massa no SGC corresponde a um grau de liberdade, os deslocamentos e rotações restritos pelos apoios são automaticamente eliminados, semelhante ao realizado com a matriz de rigidez global.

Além disso, no último nó da torre, os graus de liberdade translacional e axial recebem uma parcela de massa adicional, M_{nac} , referente à massa correspondente à nacele, ao rotor e às pás, localizados no topo da estrutura. Essa massa adicional é considerada, neste trabalho, igual a 350.000 kg, conforme apresentado na Tabela 5 (massa da nacele + massa do rotor). Para os graus de liberdade flexionais e torcionais, adiciona-se um valor correspondente de momento de inércia. Para o grau de liberdade flexional, considera-se o momento de inércia da nacele em relação ao eixo paralelo ao diâmetro da seção transversal no topo da torre, I_{nac}^{fl} , cujo valor adotado, neste trabalho, é de $2,35 \cdot 10^7$ kg m². Já para o grau de liberdade torcional, o momento de inércia da nacele atribuído é em relação ao eixo longitudinal da torre, I_{nac}^{tr} , com valor fixado em $2,54 \cdot 10^7$ kg m² (Jonkman *et al.*, 2009; Sina; Balanian, 2023).

As matrizes de rigidez $[K_E]$ e de massa $[M_E]$ podem ser combinadas em uma expressão matricial no SGC da estrutura, incorporando o efeito das forças de amortecimento. Para isso, foi utilizado o conceito de amortecimento proporcional (amortecimento de Rayleigh), obtido a partir das matrizes de rigidez e de massa, conforme detalhado na seção 3.2. A formulação resultante é expressa por:

$$[M_E]\{\ddot{D}\} + [C_E]\{\dot{D}\} + [K_E]\{D\} = \{F_E\} \quad (81)$$

Vale destacar que a matriz de amortecimento foi elaborada considerando uma razão de amortecimento 1% ($\xi = 0,01$), conforme recomendado por Jonkman *et al.* (2009). Esse valor foi aplicado ao modo fundamental e ao quinto modo de vibração da torre, sendo este último o mais elevado com contribuição significativa para a resposta dinâmica.

5.1.7 Resposta dinâmica do sistema pelo Método de Newmark

Devido à natureza aleatória do carregamento aplicado à estrutura, resultante da ação do vento, a obtenção da resposta dinâmica exigiu o uso de um método de integração numérica. Para esse fim, foi adotado o método de Newmark, um método implícito no qual a condição de equilíbrio em cada instante fornece a solução correspondente ao mesmo instante e, em vista disso, sua resolução requer valores adicionais desse mesmo instante (Chopra, 2012; Soriano, 2014).

No método de Newmark, os parâmetros γ e β influenciam tanto a estabilidade numérica quanto a precisão da solução. Quando $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$, obtém-se o método da aceleração linear, que é condicionalmente estável para $\Delta t \leq T/\pi$. Esse método apresenta uma melhor precisão para sistemas lineares, pois, desde que o passo de tempo (Δt) seja suficientemente pequeno em relação ao limite de estabilidade, ele oferece maior precisão na resposta dos modos mais altos.

Por outro lado, ao adotar $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$, obtém-se o método da aceleração média constante, caracterizado por estabilidade incondicional. No caso da torre estudada, os períodos dos modos superiores são extremamente reduzidos, da ordem de milésimos e dezmilésimos de segundo, o que resultaria em um valor de Δt muito pequeno. Assim, a escolha do método da aceleração média constante foi motivada

por sua menor dependência do tamanho do passo de tempo, o que é essencial diante das limitações computacionais e do *software* utilizado (*PTC Mathcad Prime 7.0*), que não suportaria passos de tempo tão pequenos.

Dessa forma, foi adotado um passo de tempo de 0,1 s, a partir de uma análise de convergência, garantindo precisão adequada para o primeiro modo de vibração da estrutura. Essa escolha se justifica pelo fato de que a resposta da torre é mais influenciada por períodos mais longos (e frequências mais baixas), uma vez que a estrutura é esbelta e possui uma massa significativa no topo.

5.2 AÇÕES ATUANTES NA TURBINA EÓLICA

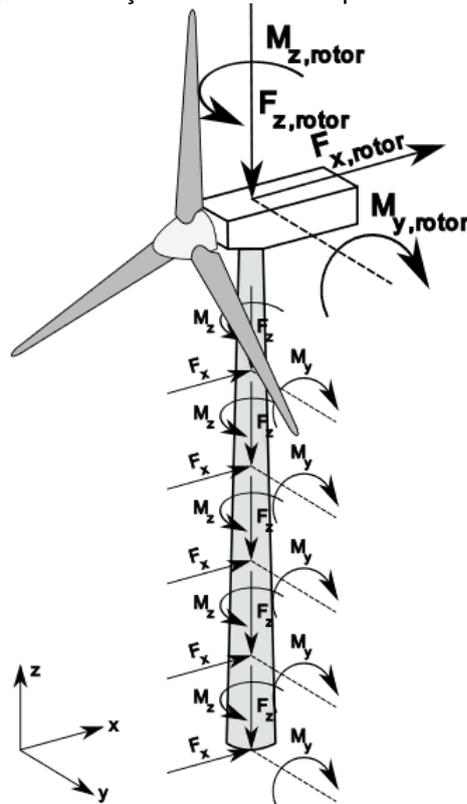
Os carregamentos aplicados à turbina eólica de eixo horizontal foram considerados de duas formas distintas. A primeira, refere-se as ações atuantes no topo da torre (rotor), abrangendo cargas gravitacionais e inerciais, compostas por forças estáticas e dinâmicas resultantes da gravidade, vibrações e efeitos da rotação; as cargas aerodinâmicas, originadas das forças estáticas e dinâmicas geradas pela interação do fluxo de ar com as partes fixas e móveis das turbinas; e as cargas associadas ao funcionamento e controle das turbinas, como o controle de torque do gerador e/ou conversor, ajuste do ângulo de *pitch* das pás, ações de orientação e forças geradas pelo freio mecânico. A segunda, corresponde as ações aplicadas diretamente à torre, consistindo em cargas aerodinâmicas provenientes das forças estáticas e dinâmicas criadas pela interação do fluxo de ar com a torre.

Ressalta-se que as ações aplicadas no topo e ao longo da torre são representadas na forma de forças, direcionadas aos eixos x e z, e momentos, em torno dos eixos y e z, conforme ilustrado na Figura 44. Essas ações são definidas nas referidas coordenadas, devido às restrições de graus de liberdade impostas pelo código autoral.

5.2.1 Ações aplicadas no rotor do aerogerador de eixo horizontal

As ações aleatórias aplicadas no rotor do aerogerador de eixo horizontal foram obtidas através do *software FAST*, para a turbina *NREL 5 MW OC3 (onshore)*, considerando quatro cenários de vento, conforme detalhado na Tabela 4.

Figura 44 – Representação das forças e momentos aplicados no topo e ao longo da torre.



Fonte: Autor (2025).

Tabela 4 – Síntese dos cenários de operação do aerogerador analisado.

Caso	Velocidade	Cenário simulado	Condição do rotor
1	3 m/s	Partida (<i>cut-in</i>)	Iniciando
2	11,4 m/s	Nominal (<i>rated</i>)	Operando
3	25 m/s	Produção (<i>cut-Out</i>)	Operando
4	30 m/s	Falha (<i>fault</i>)	Operando

Fonte: ABNT NBR IEC 61400-1 (2023).

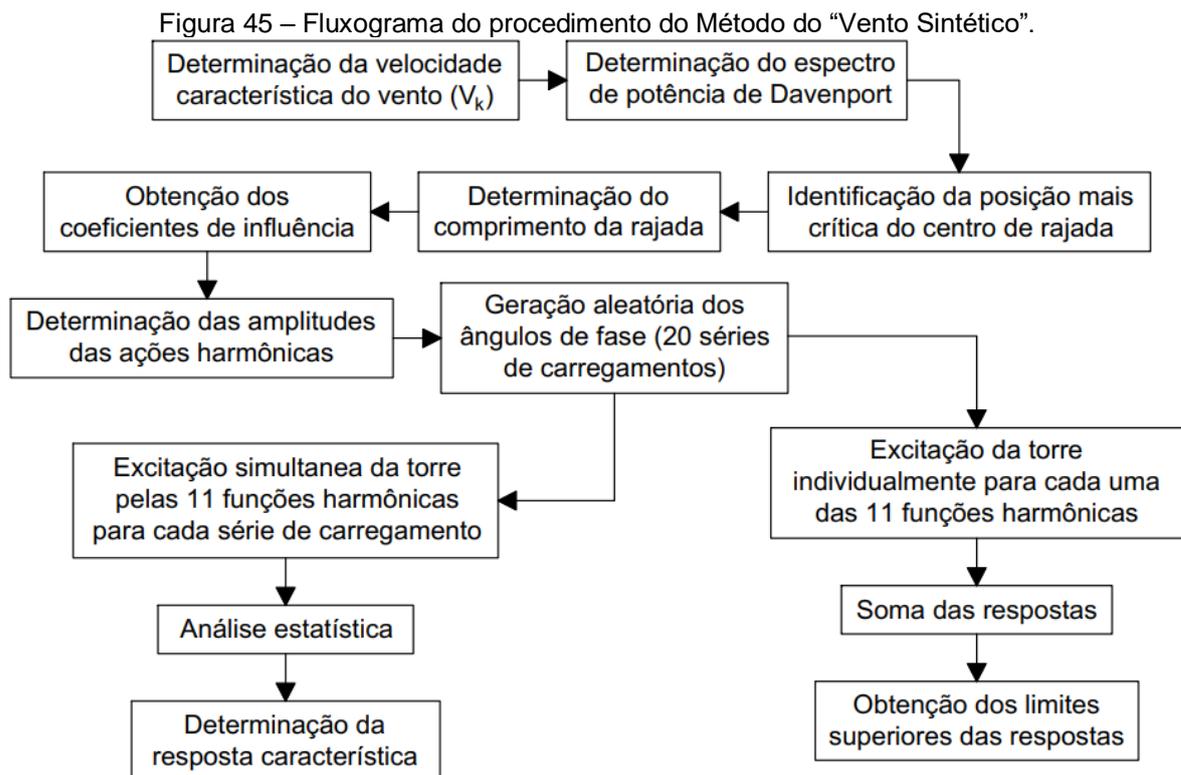
Para obtenção dessas ações, as simulações iniciaram com um vento constante de 3 m/s (caso 01), representando o início de operação do aerogerador na velocidade de entrada (*cut-in*). Na sequência, foi simulada a operação em condições normais de geração de energia (*rated*), com vento a 11,4 m/s, equivalente à velocidade nominal da turbina (caso 02). Posteriormente, realizou-se a simulação do sistema para a condição de produção de energia na velocidade de corte (*cut-out*), com vento de 25 m/s (caso 03). Por último, foi simulado uma condição extrema, na qual o aerogerador opera sob o vento intenso de 30 m/s (caso 04). Esse último cenário de vento foi considerado para simular o comportamento da torre momentos antes do desligamento da turbina eólica, devido à ultrapassagem da velocidade limite de

25 m/s, o que resulta em uma rotação superior à máxima permitida de 12,1 rpm do rotor.

É importante frisar que a definição das velocidades do vento seguiu rigorosamente as orientações estabelecidas pela ABNT NBR IEC 61400-1 (2023), garantindo assim a conformidade com os padrões técnicos e de segurança recomendados para projetos de aerogeradores.

5.2.2 Ações aplicadas na torre do aerogerador de eixo horizontal

As ações atuantes ao longo da torre foram determinadas com base nos critérios do Método do "Vento Sintético", conforme descrito na seção 3.3 e no fluxograma da Figura 45. A rotina de cálculo é detalhada no Apêndice A. Vale ressaltar que tais ações representam o comportamento aleatório do vento.



Fonte: Autor (2025).

A determinação das ações do vento por meio do Método do "Vento Sintético" foi realizada para todos os casos de vento. No entanto, os resultados individuais do método serão apresentados apenas os do cenário de vento 4 (Tabela 4), que representa a condição em que a turbina eólica opera além do seu limite de

funcionamento, embora qualquer outro cenário de carga pudesse ter sido escolhido. Isso foi feito em razão da repetitividade do método nos demais cenários de carga. É importante destacar que a versão modificada do método, segundo Franco (2014), sugere uma análise com duração de 3600 s (1 hora), o que proporciona um aprimoramento dos resultados. Contudo, neste estudo, serão adotados os parâmetros do Método do "Vento Sintético" modificado, mas com uma duração reduzida para 600 s, devido a limitações computacionais e do *software* utilizado.

Para determinar a velocidade característica do vento (V_k), de acordo com a NBR 6123 (ABNT, 2023), considerou-se uma velocidade básica do vento (V_0) de 30 m/s, um terreno plano ou fracamente acidentado ($S_1 = 1,0$), um fator estatístico do grupo 4 ($S_3 = 0,95$) e o fator S_2 , que leva em conta a rugosidade do terreno, as dimensões da estrutura e a altura em relação ao solo, conforme descrito pela Eq. (82).

$$S_2(z) = b_m F_r \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (82)$$

em que, $b_m = 1,00$ (parâmetro meteorológico usado na determinação de S_2), $F_r = 1,00$ (fator de rajada), $\alpha = 0,2$ (expoente da lei de potência do cisalhamento do vento) e z (cota acima do terreno) variável com a altura da torre (ABNT NBR 6123, 2023).

A frequência adimensional e o espectro de potência de Davenport foram determinados a partir das Eqs. (33) e (35), utilizando a velocidade média do vento (U_0), que corresponde a 65% da velocidade básica (V_0), resultando em 19,5 m/s. As frequências das rajadas (n) variam entre 0,0017 e 2,499 Hz. A frequência fundamental da torre estudada, de 0,326 Hz (Tabela 12), é associada à quarta função entre as 11 funções harmônicas (k) escolhidas no intervalo de 600 a 0,5 s para representação da carga flutuante do vento. Destaca-se que foram aplicados múltiplos e submúltiplos do período fundamental da torre (T), multiplicados por um fator de 2, abrangendo o intervalo mencionado, conforme a regra de recorrência ($r_k = T_k/T_r$).

O espectro de Davenport é dividido em 11 segmentos de igual largura, cujas áreas são calculadas usando a regra de Simpson para determinar os coeficientes C_k . Esses coeficientes são normalizados para obter c_k , e uma correção é feita no coeficiente da função 4 (ressonante) e das adjacentes (3 e 5), resultando nos valores ajustados c_k^* .

Para identificar a posição mais crítica do centro de rajada, assumiu-se que todas as rajadas elementares compartilham o mesmo centro e são não estacionárias. Assim, determina-se a posição mais desfavorável (posição mais alta possível) da componente harmônica ressonante relativo aos deslocamentos no topo da torre. Após definir o ponto de aplicação da carga que resulta no deslocamento máximo, essa posição é considerada como o centro da rajada.

Conforme estabelecido na seção 3.3.4, uma vez determinada a posição do centro da rajada, utiliza-se o conceito de rajadas equivalentes para calcular o comprimento da rajada (Δ_{z0k}) para cada harmônico (Eq. (61)). Em cada frequência, foi considerada uma variação triangular que gera uma correlação vertical linear decrescente de 1 a 0, com um comprimento total equivalente ao dobro do comprimento da rajada.

Com o centro da rajada estabelecido, calcula-se os coeficientes de influência através das Eqs. (63) e (64). A amplitude de cada ação harmônica (de 1 a 11) é calculada, em cada nó da estrutura, multiplicando o valor da força flutuante correspondente (58% da pressão total) pelo coeficiente de influência respectivo, que considera a correlação espacial das rajadas, e pelo coeficiente c^*_k . Vale ressaltar que a ação harmônica distribuída obtida pelo método é convertida em forças e momentos aplicados ao nó da estrutura. A geração aleatória dos ângulos de fase (θ_k) é realizada no próprio *software PTC Mathcad Prime 7.0*, visando a obtenção da resposta característica da torre, para cada uma das 11 funções harmônicas, referentes aos 20 históricos de carga no intervalo entre 0 e 2π .

Para determinar os limites superiores das respostas, a torre foi excitada individualmente para cada uma das 11 funções harmônicas, e as respostas somadas, conforme descrito na seção 3.3.5. Por outro lado, para obter as respostas características, a torre foi excitada simultaneamente pelas 11 funções harmônicas em cada uma das 20 séries de carregamentos. Os resultados obtidos devem ser analisados estatisticamente, assumindo uma distribuição normal de Gauss. Para determinar o valor característico de cada grandeza analisada, é considerada uma probabilidade de 95% de ocorrência, o que limita a 5% a probabilidade desse valor ser excedido, conforme detalhado na seção 3.3.6.

É importante ressaltar que a composição final da resposta é realizada considerando o resultado da análise estática, com 42% da pressão total do vento, somado ao valor da resposta característica obtido pelo Método do “Vento Sintético”.

Da mesma forma, a resposta total para os limites superiores das respostas é obtida pela soma dos deslocamentos dinâmicos com o deslocamento estático causado pelo carregamento do vento médio. Contudo, neste trabalho, esse procedimento não foi realizado, uma vez que foi utilizada apenas a parcela dinâmica do método para o controle de vibração da torre.

5.3 PARÂMETROS ADOTADOS NO *FAST*

Os efeitos aerodinâmicos na turbina eólica, do modelo *NREL 5 MW OC3* usado neste trabalho, foram considerados utilizando o código aeroelástico *FAST*, em sua versão V8, desenvolvido pelo *NREL* (*FAST*, 2008). Este programa é amplamente reconhecido e utilizado para análises de turbinas eólicas, tendo suas bases estabelecidas nos trabalhos de Jonkman (2003), Jonkman e Buhl (2004), e Bir e Jonkman (2007).

O *FAST* é aplicado em diversas áreas relacionadas à análise estrutural e operacional de turbinas eólicas. Estudos como os de Mardfekri e Gardoni (2013), Abhinav e Saha (2015), Carswell *et al.* (2015), Jung, Kim e Patil (2015), e Abhinav e Saha (2017) destacam sua aplicação em análises de fundações e torres. Além disso, o programa é frequentemente utilizado em investigações de carregamentos de vento e hidrodinâmicos, como demonstrado nos trabalhos de Philippe, Babarit e Ferrant (2013), Rosenlund (2013), Valamanesh, Myers e Arwade (2015), Zhang, Tan e Xu (2015), Schløer, Bredmose e Bingham (2016), Marino, Giusti e Manuel (2017), Morató *et al.* (2017), Zhang, Yang e Xu (2017) e Schaffer (2017).

Adicionalmente, o *software* tem sido empregado em estudos específicos sobre *TMD*, como nos trabalhos de Rotea, Lackner e Saheba (2010), Lackner e Rotea (2011a), Lackner e Rotea (2011b), Stewart (2012), Stewart e Lackner (2013), Tong, Zhao e Zhao (2015), Cross-Whiter *et al.* (2018), Hu *et al.* (2018), Ghassempour, Failla e Arena (2019), Jahangiri e Sun (2019), Yang e He (2020) e Di Paolo *et al.* (2021). Esses estudos ilustram como o *FAST* pode ser usado para investigar cenários inovadores e condições operacionais não usuais, sendo uma ferramenta indispensável para o avanço no desenvolvimento e otimização de turbinas eólicas.

O *software FAST* fornece uma série de casos pré-configurados, identificados como Test01 até Test26, que simulam aerogeradores a uma ampla variedade de configurações e cenários, incluindo: tipo de instalação (*onshore* ou *offshore*); tipo de

fundação (monopilar, treliça, flutuante ou tripilar); número de pás (2 ou 3); características do vento (constante, variável ou turbulento/aleatório); flexibilidades dos elementos estruturais (torre e pás); condições operacionais (parado, em velocidade nominal, em parada de emergência ou sob condições de vento severo); além de permitir a consideração de efeitos adicionais. Neste estudo, foi adotado o caso Test18, que representa um aerogerador *onshore*, cujos parâmetros adotados no *software* são apresentados na Tabela 5. A utilização de um caso padrão fornecido pelo *FAST* busca facilitar a replicação por leitores futuros e permitir a validação dos resultados com base em dados disponíveis na literatura.

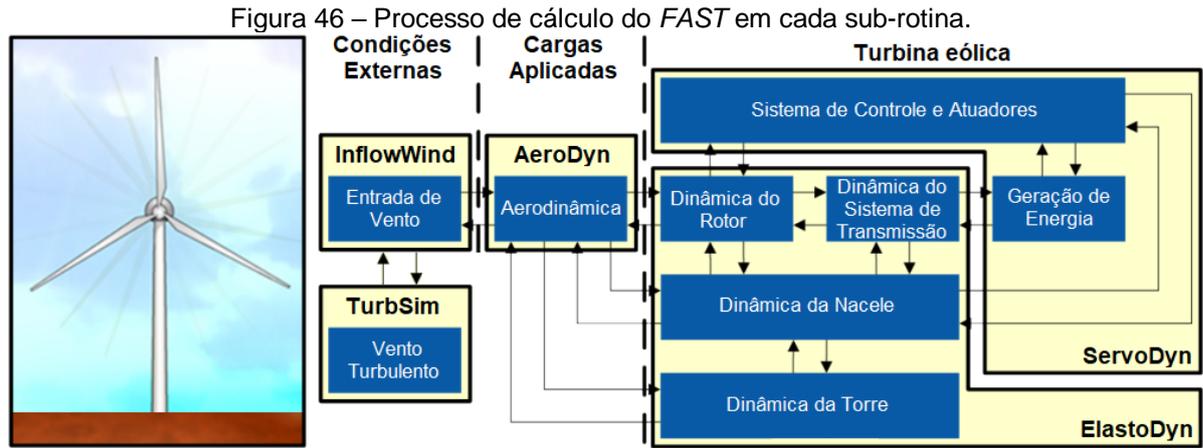
Tabela 5 – Configurações utilizadas no *FAST* para o modelo *NREL 5 MW OC3*.

Parâmetro	Parâmetro (ou valor) adotado
Referência da turbina	<i>NREL 5.0 MW Baseline Wind Turbine (onshore)</i>
Número de pás	3
Diâmetro do rotor	126 m
Comprimento da pá	62,6 m
Área varrida pelo rotor	12.468,98 m ²
Potência nominal	5000 W
Controle de potência	Velocidade variável e passo (<i>pitch</i>) coletivo
Massa da nacele	240.000 kg
Massa do cubo	110.000 kg
Tempo total da análise, passo de tempo e intervalo de saída de dados (T _{max} , DT e DT _{Out})	600 s, 0,001 s e 0,1 s

Fonte: Autor (2025).

O *software* emprega diversas sub-rotinas, das quais, neste estudo, foram utilizadas apenas as aplicáveis ao problema abordado, conforme ilustrado na Figura 46: simulador de vento turbulento (*TurbSim*), módulo aerodinâmico (*AeroDyn*), módulo servodinâmico (*ServoDyn*) e módulo elástico-estrutural (*ElastoDyn*). Além disso, utilizou-se, separadamente, o módulo de modos de vibração (*Bmodes*) para a obtenção dos modos de vibração da torre.

O *FAST* e suas sub-rotinas são executados no Prompt de Comando (CMD) do *Windows Pro* (versão 22H2), uma interface de linha de comando que permite interagir com o sistema operacional através de comandos textuais. Baseado no interpretador *cmd.exe*, o CMD facilita a realização de tarefas administrativas, solução de problemas e automação de processos. Esses módulos requerem a entrada de parâmetros estruturais, como geometria, massa e rigidez, fornecidos por meio de arquivos com extensões *.inp*, *.bts*, *.fst* e *.dat*, conforme Tabela 6.



Fonte: Adaptado de Jonkman e Jonkman (2016).

Tabela 6 – Arquivos de entrada e saída do FAST e sub-rotinas.

FAST (.fst e .dat)	
Entrada do FAST (Software principal)	Test18.fst
<i>Elastodyn</i>	NRELOffshrBslime5MW_Onshore_ElastoDyn.dat
<i>BeamDyn</i>	NRELOffshrBslime5MW_BeamDyn.dat
<i>Inflow</i>	NRELOffshrBslime5MW_InflowWind_12mps.dat
<i>Aerodyn 15</i>	NRELOffshrBslime5MW_Onshore_AeroDyn15.dat
<i>ServoDyn</i>	NRELOffshrBslime5MW_Onshore_ServoDyn.dat
Saída do FAST	Test18.out
TurbSim (.inp)	
Entrada do <i>TurbSim</i>	Vento3.inp, Vento11_4.inp, Vento25.inp e Vento28.inp
Saída do <i>TurbSim</i>	Vento3.bts, Vento11_4.bts, Vento25.bts e Vento28.bts
Bmodes (.bmi e .dat)	
Entrada do <i>Bmodes</i>	Test03_tower.bmi
Entrada do arquivo de propriedades da torre	tower_sec_props_87.6.dat
Saída do <i>Bmodes</i>	Test03_tower.out

Fonte: Autor (2025).

5.3.1 Turbsim e Aerodyn

A sub-rotina aerodinâmica (*AeroDyn*) foi responsável pelo cálculo das ações de vento que atuam no rotor. As cargas aerodinâmicas da torre (*TwrAero*) não foram determinadas juntamente com as ações no rotor da turbina eólica, pois o código autoral já incorpora os efeitos do vento na torre por meio do método do "Vento Sintético". O *AeroDyn* realizou esses cálculos utilizando a teoria clássica do momento do elemento de pá (*Blade Element Momentum, BEM*) e o modelo de esteira dinâmica generalizada (*Generalized Dynamic Wake Model, GDWM*).

O *AeroDyn* requer um arquivo de vento, que é fornecido por meio do módulo *InflowWind*. Esse módulo permite a entrada de vento de três formas distintas: vento constante e estacionário (na direção x), vento variável no tempo (também na direção

x) e vento turbulento/aleatório, variável no tempo (nas direções x, y e z). Neste trabalho, foi adotada a última configuração, que é gerada previamente pelo módulo *TurbSim*. O *TurbSim* utiliza um modelo estatístico, ao invés de um modelo físico, para simular numericamente séries temporais dos vetores de velocidade do vento em uma grade retangular vertical bidimensional fixa no espaço.

O *AeroDyn* emprega a hipótese de turbulência congelada de Taylor para determinar as velocidades locais do vento, realizando interpolações dos campos de vento gerados pelo *TurbSim* tanto no tempo quanto no espaço. O *FAST* permite a utilização das versões *AeroDyn* 14 ou *AeroDyn* 15, sendo esta última a versão utilizada nesta pesquisa devido às suas melhorias e maior capacidade de modelagem. Os parâmetros adotados no *TurbSim* e no *AeroDyn* são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Configurações utilizadas nos módulos *TurbSim* e *AeroDyn*.

Parâmetro	Nomenclatura no <i>FAST</i>	Parâmetro (ou Valor) adotado
Simulador de vento turbulento (<i>TurbSim</i>)		
Discretização (z e y) e dimensões	NumGrid _y , NumGrid _z , GridHeight e GridWidth	31 x 31 nós e 145 x 145 m
Tempo da análise e passo de tempo do vento	TimeStep e UsableTime (igual ao AnalysisTime)	600 s e 0,05 s
Altura do Hub	HubHt	90 m
Parâmetros do vento e turbulência	TurbModel, IECstandard e IEC_WindType	Kaimal, IEC 61400-1 Ed3 Classe B e Vento Normal (NTM)
Altura de referência (ponto de aplicação do vento)	RefHt	90 m
Velocidade de referência	Uref	V _r (11.4 m/s) e V _{e50}
Expoente da lei de potência, rugosidade da superfície e número do gradiente de Richardson	PLExp, Z0 e RICH_NO	0,2, 0,03 m e 0,05
Aerodinâmico (<i>AeroDyn</i>)		
Modelo de esteira e modelo aerodinâmico do aerofólio	WakeMod e AFAeroMod	BEMT e Beddoes-Leishman unsteady model
Influência da torre, sombra de pá e aerodinâmica da torre	TwrPotent, TwrShadow e TwrAero	Escoamento potencial, não e não
Densidade, viscosidade do ar e velocidade do som no ar	AirDens, KinVisc e SpdSound	1,225 kg/m ³ , 1,464e-5 m ² /s e 335 m/s
Consideração das perdas	TipLoss, HubLoss e TanInd	Sim
Modelo aerodinâmico transiente	UAMod	Minemma/Pierce variant

Fonte: Autor (2025).

5.3.2 Servodyn

O servodinâmico (*ServoDyn*) foi usado na modelagem e simulação dos sistemas de controle e atuadores dos aerogeradores. Nesse módulo foram implementadas as técnicas de controle de torque do gerador e de *pitch* das pás,

essenciais para regular a potência, otimizar a eficiência energética e garantir a proteção do aerogerador em condições adversas. Além disso, nesse módulo é possível representar a dinâmica dos atuadores, levando em conta atrasos, limitações e não linearidades, o que permite uma simulação mais fiel dos sistemas hidráulicos ou elétricos responsáveis pelo ajuste do ângulo de *pitch* das pás.

O *ServoDyn* também inclui a modelagem de dispositivos passivos de controle (*TMDs*), instalados na torre para mitigar as vibrações dinâmicas causadas por cargas aerodinâmicas, forças de vento ou excitações sísmicas. No entanto, optou-se por não utilizar o *TMD* para as análises relacionadas ao controle de vibração, considerando que o foco desta pesquisa está na aplicação de parâmetros personalizados, os quais podem não ser compatíveis ou facilmente configuráveis nesse módulo. Dessa forma, o *TMD* foi implementado diretamente no código autoral, possibilitando maior controle sobre suas características e a personalização do modelo às condições específicas da torre. Os principais parâmetros do *ServoDyn* estão detalhados na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros adotados no módulo *ServoDyn*.

Parâmetro	Nomenclatura no <i>FAST</i>	Parâmetro (ou Valor) adotado
Controle de <i>pitch</i>	PCMode	Definido via arquivo DLL (ServoData/ DISCONwin32.dll)
Tempo para anular a manobra de <i>pitch</i>	TPitManS	9.999,9 s
Razão de mudança do <i>pitch</i> em cada manobra até o ângulo final	PitManRat	2%/s
<i>Pitch</i> final para o <i>pitch</i> de manobra	BIPitchF	0°
Eficiência do gerador	GenEff	94,40%
Partida e parada do gerador	GenTiStr e GenTiStp	Por tempo: TimGenOn(0 s) e TimGenOf(9999,9s)
Rigidez e amortecimento da nacele	YawSpr e YawDamp	9.028.320.000 e 19.160.000

Fonte: Autor (2025).

5.3.3 *Elastodyn*

O módulo elástico-estrutural (*ElastoDyn*) foi utilizado para simular a dinâmica estrutural dos aerogeradores, modelando os comportamentos elásticos e os movimentos interligados de suas principais partes (pás do rotor, torre e sistema de transmissão). Nesse módulo, foi realizada a análise dos deslocamentos, considerando as interações estruturais sob diferentes condições de carga. Também foi realizada uma análise dinâmica estrutural não linear geométrica do conjunto RNA (Rotor-

Nacelle Assembly) aplicando a formulação Multi-Corpo (Jonkman, 2013; Struve, 2021).

A modelagem do conjunto RNA foi realizada com base em massas concentradas e momentos de inércia aplicados no topo da torre. As equações não lineares que governam o sistema são resolvidas utilizando métodos de integração numérica, especificamente o esquema Adams-Bashforth-Adams-Moulton para correção iterativa (Jonkman, 2003, Jonkman & Buhl, 2004; Jonkman, 2007). As equações que representam as rigidezes da torre nas direções frente e para trás (*fore-aft*, direção do eixo x) e lado a lado (*side-to-side*, direção do eixo y), são inseridas via arquivo de entrada *Tower.dat* na sub-rotina *ElastoDyn* (Tabela 6). Os parâmetros adotados no módulo *ElastoDyn* são apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Configurações adotadas no módulo ElastoDyn.

Parâmetro	Nomenclatura no FAST	Parâmetro (ou Valor) adotado
Método de integração	Method	ABM4
Gravidade	Gravity	9,80665 m/s ²
Condições iniciais	RotSpeed	12,1 rpm
Demais condições	<i>Pitch</i> , def, Ptfm etc.	0
Distância do hub ao extremo da pá	TipRad	63 m
Distância do hub ao acoplamento da pá	HubRad	1,5 m
Curvatura inicial da pá (cone)	Precone	-2,5 °
Distância do eixo vertical ao rotor	OverHang	-5,0191 m
Distância do topo do rotor até os medidores de tensão do eixo	ShftGagL	1,912 m
Ângulo do rotor a caixa de geração	ShftTilt	5°
Altura da torre acima do nível do solo	TowerHt	87,6 m
Massas: Hub e Nacele	HubMass e NacMass	56.780 kg e 240.000 kg
Inércia: Hub, Gerador e Nacele	HubIner, GenIner e NacYiner	115.926 kg m ² , 534.116 kg m ² e 2,60789x10 ⁶ kg m ²
Eficiência e razão da caixa de engrenagem	GBoxEff e GBRation	100% e 97%
Rigidez e amortecimento torcionais do sistema de transmissão	DTTorSpr e DTTorDmp	8,67637x10 ⁸ N m/rad e 6,215x10 ⁶ N m/(rad/s)

Fonte: Autor (2025).

Nas simulações realizadas desconsideram os efeitos de módulos adicionais, como sismos e ações de gelo, devido ao objetivo principal deste estudo estar focado na avaliação do comportamento dinâmico estrutural sob condições específicas de carregamento aerodinâmico. Além disso, em quase todo o Brasil alguns efeitos não

precisam ser considerados. A inclusão desses fatores, embora relevante em outras análises, poderia introduzir complexidades desnecessárias ao escopo atual, desviando a atenção dos efeitos que estão sendo investigados.

Os dados de saída previstos nas simulações incluem: deslocamentos no topo da torre na direção x ($YawBrTDxp$); forças atuantes no topo da torre, sendo cisalhamento ($YawBrFxp$) e força axial ($YawBrFzp$); torção da torre (momento em torno do eixo z , $YawBrMzn$); momento fletor (em torno do eixo y , $YawBrMy$); além da velocidade do vento nas direções x ($Wind1VelX$) e z ($Wind1VelZ$). É importante destacar que, devido à limitação do código autoral desenvolvido neste trabalho, o qual considera apenas 4 graus de liberdade por nó, as demais variáveis foram desconsideradas.

5.3.4 *Bmodes*

O módulo *BModes* é um código de EF projetado para fornecer modos acoplados de vibração para pás de turbinas eólicas e torres. Um modo acoplado envolve a interação simultânea de movimentos de flexão, axial e torção em um único modo natural de vibração. O *BModes* utiliza uma abordagem de EF combinada com a linearização analítica e uma montagem especial de elementos, adequada para a dinâmica de corpos em movimento em sistemas de referência rotativos, capturando os efeitos de Coriolis e forças centrífugas. O MEF aplicado pelo *BModes* se baseia em um elemento com 15 graus de liberdade, composto por três nós internos e dois de contorno.

O *BModes* exige a especificação das propriedades estruturais ao longo do comprimento da torre, sendo adotadas conforme especificado por Jonkman *et al.* (2009) e apresentado na Tabela 10. Com essas entradas definidas, o código aplica o MEF seguido de uma análise modal para calcular as formas modais e as frequências nas direções frente e para trás (*fore-aft*, eixo x), lado a lado (*side-to-side*, eixo y) e torcional (*torsion*, em torno do eixo z). No entanto, neste estudo, apenas os modos e frequências nas direções *fore-aft* e torcional são determinados, devido às restrições de graus de liberdade impostas pelo código autoral.

Tabela 10 – Parâmetros adotados no módulo *Bmodes*.

Parâmetro	Nomenclatura no <i>Bmodes</i>	Parâmetro (ou Valor) adotado
Altura da torre	radius	87,6 m
número de modos a serem impressos	modepr	20
Massa do topo da torre	tip_mass	350.000 kg
Momento de inércia da nacele em relação ao eixo y no topo da torre	iyy_tip	23.500.000 kg m ²
Momento de inércia da nacele em relação ao eixo z no topo da torre	izz_tip	25.400.000 kg m ²
Número de elementos finitos da torre	nselt	24
Distância dos nós do elemento finito da torre (normalizada em relação ao comprimento da torre),	el_loc	0,0; 0,041; 0,082; 0,123; 0,164; 0,205; 0,246; 0,287; 0,328; 0,369; 0,41; 0,451; 0,492; 0,533; 0,574; 0,615; 0,656; 0,697; 0,738; 0,779; 0,82; 0,861; 0,902; 0,943; 1,0

Fonte: Autor (2025).

5.4 CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE

Com base na matriz de rigidez global da torre $[K_E]$, a matriz de rigidez do sistema combinado torre-absorvedor dinâmico de vibração, denotada por $[\tilde{K}]$, é dado por:

$$[\tilde{K}] = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{1,1} & \tilde{K}_{1,2} & \cdots & \tilde{K}_{1,n-1} & \tilde{K}_{1,n} & \tilde{K}_{1,n+1} & \tilde{K}_{1,n+2} & 0 \\ \tilde{K}_{2,1} & \tilde{K}_{2,2} & \cdots & \tilde{K}_{2,n-1} & \tilde{K}_{2,n} & \tilde{K}_{2,n+1} & \tilde{K}_{2,n+2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{K}_{n-1,1} & \tilde{K}_{n-1,2} & \cdots & \tilde{K}_{n-1,n-1} + k_t & \tilde{K}_{n-1,n} & \tilde{K}_{n-1,n+1} & \tilde{K}_{n-1,n+2} & -k_t \\ \tilde{K}_{n,1} & \tilde{K}_{n,2} & \cdots & \tilde{K}_{n,n-1} & \tilde{K}_{n,n} & \tilde{K}_{n,n+1} & \tilde{K}_{n,n+2} & 0 \\ \tilde{K}_{n+1,1} & \tilde{K}_{n+1,2} & \cdots & \tilde{K}_{n+1,n-1} & \tilde{K}_{n+1,n} & \tilde{K}_{n+1,n+1} & \tilde{K}_{n+1,n+2} & 0 \\ \tilde{K}_{n+2,1} & \tilde{K}_{n+2,2} & \cdots & \tilde{K}_{n+2,n-1} & \tilde{K}_{n+2,n} & \tilde{K}_{n+2,n+1} & \tilde{K}_{n+2,n+2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -k_t & 0 & 0 & 0 & k_t \end{bmatrix} \quad (83)$$

Adiciona-se um grau de liberdade à estrutura original da torre, correspondente ao movimento de translação do absorvedor de vibração. Esse dispositivo é geralmente posicionado nas regiões onde as deflexões da estrutura, neste caso da torre, são mais acentuadas. Assim, o movimento do AMS está relacionado a um grau de liberdade translacional incorporado ao topo da torre.

A matriz de massa do sistema combinado torre-absorvedor de vibração $[\tilde{\mathbf{M}}]$ é determinada ao integrar a massa do absorvedor à matriz de massa da estrutura da torre $[\mathbf{M}_E]$, conforme descrito na Eq. (84):

$$[\tilde{\mathbf{M}}] = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{1,1} & \tilde{M}_{1,2} & \cdots & \tilde{M}_{1,n-1} & \tilde{M}_{1,n} & \tilde{M}_{1,n+1} & \tilde{M}_{1,n+2} & 0 \\ \tilde{M}_{2,1} & \tilde{M}_{2,2} & \cdots & \tilde{M}_{2,n-1} & \tilde{M}_{2,n} & \tilde{M}_{2,n+1} & \tilde{M}_{2,n+2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{M}_{n-1,1} & \tilde{M}_{n-1,2} & \cdots & \tilde{M}_{n-1,n-1} & \tilde{M}_{n-1,n} & \tilde{M}_{n-1,n+1} & \tilde{M}_{n-1,n+2} & 0 \\ \tilde{M}_{n,1} & \tilde{M}_{n,2} & \cdots & \tilde{M}_{n,n-1} & \tilde{M}_{n,n} & \tilde{M}_{n,n+1} & \tilde{M}_{n,n+2} & 0 \\ \tilde{M}_{n+1,1} & \tilde{M}_{n+1,2} & \cdots & \tilde{M}_{n+1,n-1} & \tilde{M}_{n+1,n} & \tilde{M}_{n+1,n+1} & \tilde{M}_{n+1,n+2} & 0 \\ \tilde{M}_{n+2,1} & \tilde{M}_{n+2,2} & \cdots & \tilde{M}_{n+2,n-1} & \tilde{M}_{n+2,n} & \tilde{M}_{n+2,n+1} & \tilde{M}_{n+2,n+2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & m_t \end{bmatrix} \quad (84)$$

De maneira similar, a matriz de amortecimento do conjunto torre-absorvedor $[\tilde{\mathbf{C}}]$ é definida pela adição do amortecimento do absorvedor à matriz de amortecimento da torre $[\mathbf{C}_E]$, conforme expresso na Eq. (85):

$$[\tilde{\mathbf{C}}] = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{1,1} & \tilde{C}_{1,2} & \cdots & \tilde{C}_{1,n-1} & \tilde{C}_{1,n} & \tilde{C}_{1,n+1} & \tilde{C}_{1,n+2} & 0 \\ \tilde{C}_{2,1} & \tilde{C}_{2,2} & \cdots & \tilde{C}_{2,n-1} & \tilde{C}_{2,n} & \tilde{C}_{2,n+1} & \tilde{C}_{2,n+2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_{n-1,1} & \tilde{C}_{n-1,2} & \cdots & \tilde{C}_{n-1,n-1} + c_t & \tilde{C}_{n-1,n} & \tilde{C}_{n-1,n+1} & \tilde{C}_{n-1,n+2} & -c_t \\ \tilde{C}_{n,1} & \tilde{C}_{n,2} & \cdots & \tilde{C}_{n,n-1} & \tilde{C}_{n,n} & \tilde{C}_{n,n+1} & \tilde{C}_{n,n+2} & 0 \\ \tilde{C}_{n+1,1} & \tilde{C}_{n+1,2} & \cdots & \tilde{C}_{n+1,n-1} & \tilde{C}_{n+1,n} & \tilde{C}_{n+1,n+1} & \tilde{C}_{n+1,n+2} & 0 \\ \tilde{C}_{n+2,1} & \tilde{C}_{n+2,2} & \cdots & \tilde{C}_{n+2,n-1} & \tilde{C}_{n+2,n} & \tilde{C}_{n+2,n+1} & \tilde{C}_{n+2,n+2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -c_t & 0 & 0 & 0 & c_t \end{bmatrix} \quad (85)$$

Os valores de projeto dos coeficientes de rigidez (k_t), de massa (m_t) e de amortecimento (c_t) do absorvedor de vibração são determinados assumindo que o movimento da torre é regido, maioritariamente, mas de forma individual, pelos dois primeiros modos naturais de vibração, sendo ambos os modos flexionais com frequências de vibração semelhantes. Esses modos correspondem, respectivamente, a uma frequência natural da torre associada ao movimento na direção *fore-aft* e outra na direção *side-to-side*. No entanto, devido a limitação do código autoral, assume-se neste trabalho que as direções *fore-aft* e *side-to-side* da estrutura possuem parâmetros dinâmicos idênticos.

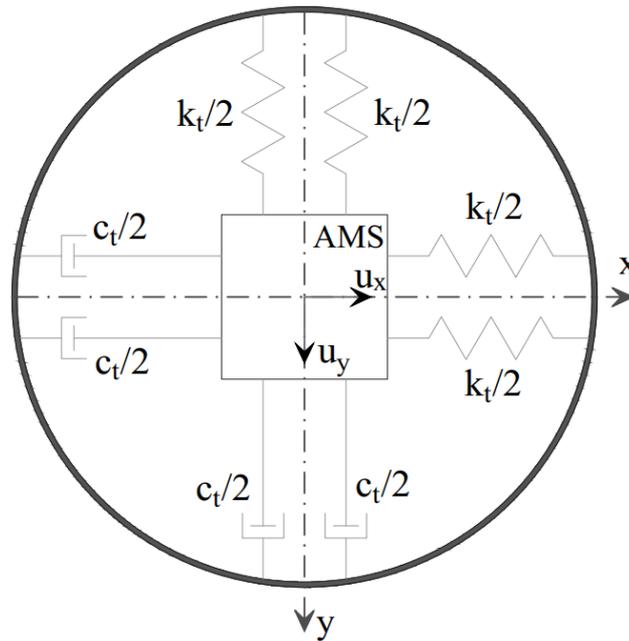
Dessa forma, o absorvedor é ajustado para a frequência natural da torre na direção principal (*fore-aft*) e depois replicado para a outra direção (*side-to-side*). Os valores ótimos dos coeficientes do absorvedor são, então, determinados considerando que esses dois modos de vibração da torre se comportam como dois sistemas independentes de um grau de liberdade cada, permitindo a aplicação da teoria de Den Hartog (1972).

A partir da teoria de Den Hartog (1972), aplicada por Lima (2018) e Lima, López-Yáñez e Pereira (2019), determinam-se os valores da rigidez e massa modal, correspondente ao primeiro modo de vibração da torre. Em seguida, estabelece-se a razão (μ^*) entre massa do absorvedor e a massa total da estrutura ($6,998 \cdot 10^5$ kg). É importante destacar que (μ^*) deve ser cuidadosamente definido para atender à necessidade de mitigar as vibrações da torre sem causar deslocamentos excessivos no dispositivo, especialmente considerando a limitação de espaço disponível no topo da estrutura, que possui um diâmetro de apenas 3,82 m. Dessa forma, o valor da massa do dispositivo de controle precisa ser ajustado para limitar a amplitude de vibração do absorvedor, garantindo que esta permaneça dentro dos limites físicos da estrutura tubular da torre. Embora Housner *et al.* (1997) recomendem uma faixa de 0,5% a 1%, as características de grande porte da estrutura podem demandar um percentual maior para alcançar um controle efetivo das vibrações.

Posteriormente, define-se os parâmetros μ (razão entre a massa do absorvedor e a massa modal do primeiro modo da torre) e f (razão entre as frequências angulares do absorvedor e do primeiro modo da torre) para calcular as rigidezes (k_t) e os amortecimentos (c_t) do absorvedor nas duas direções transversais à torre, que são mutuamente perpendiculares (Figura 47). Com os parâmetros ótimos do absorvedor estabelecidos, este é integrado à estrutura da torre para avaliar o desempenho do sistema de controle.

Vale destacar que, caso o carregamento incidente não esteja alinhado com os eixos correspondentes às direções de rigidez e amortecimento do absorvedor, os valores resultantes serão determinados pela combinação vetorial dessas propriedades, considerando qualquer direção no plano da seção transversal da torre. Para o material de preenchimento do dispositivo de controle, foi escolhido o chumbo devido à sua alta massa específica (11.340 kg/m^3), permitindo uma redução significativa do volume necessário para a massa do dispositivo.

Figura 47 – Representação do absorvedor dinâmico de vibração passivo de dois graus de liberdade.



Fonte: Lima (2018).

5.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE

Para a obtenção dos resultados da análise paramétrica, a estrutura da torre foi excitada de maneira aleatória, de forma a representar realisticamente a ação do vento, nas direções x e y (ambas as direções foram consideradas idênticas, conforme descrito na seção 5.4). Com o objetivo de analisar o desempenho do sistema do controle passivo, foram realizadas simulações para avaliar a resposta da torre controlada e a saída do absorvedor de vibração em função da razão (μ^*) entre massa do absorvedor e a massa total da torre.

Para a construção dos resultados desta análise, a razão (μ^*) foi modificada, enquanto os demais parâmetros do absorvedor (razão entre frequências angulares, rigidez e o amortecimento) foram recalculados para cada valor de (μ^*), assegurando que a frequência do absorvedor permanecesse sintonizada com a frequência fundamental da torre.

Destaca-se que, para a definição da razão de massa do *TMD*, é fundamental considerar tanto a eficiência do dispositivo quanto seu deslocamento máximo, além das restrições espaciais para instalação. O diâmetro externo do topo da torre é de 3,87 m, com uma espessura de 24,7 mm, resultando em um diâmetro interno de 3,8453 m, conforme descrito na Seção 5.1. Considerando que as dimensões em

planta do *TMD* são de 1 m (comprimento e largura), conclui-se que o deslocamento máximo permitido para o dispositivo é de 1,4226 m, obtido pela subtração da dimensão do absorvedor do diâmetro interno da torre e posterior divisão por dois.

5.6 INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO DA TORRE NA RESPOSTA DINÂMICA

Uma análise de convergência foi realizada para investigar a discrepância entre os resultados obtidos pelo modelo numérico e pelo *software FAST*, principalmente devido à não consideração do amortecimento aerodinâmico no modelo numérico. Para isso, a razão de amortecimento da torre foi progressivamente aumentada, enquanto os resultados foram avaliados.

Essa análise foi conduzida especificamente para o cenário de vento de 11,4 m/s, correspondente ao estado de operação de máximo desempenho da turbina eólica. A escolha desse caso se justifica pela sua representatividade nas condições operacionais da turbina. Além disso, não se faz necessária a repetição dessa análise para os demais cenários, pois os resultados tendem a seguir um padrão semelhante, sem implicações adicionais significativas.

5.7 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Cada execução da simulação do modelo numérico da torre, abrangendo, no geral, a análise modal, o método do “Vento Sintético” e a análise do TMD, teve um tempo médio de processamento de 5 horas. Em contraste, as simulações no *software FAST* levaram aproximadamente 10 minutos, enquanto as realizadas nos programas *Bmodes* e *TurbSim* foram concluídas em menos de 5 minutos, conforme apresentado na Tabela 11.

Tabela 11 – Tempo médio de processamento das simulações em cinco diferentes computadores

Análise	Software utilizado	Tempo médio de simulação para cada análise
Dinâmica estrutural com amortecimento e formulação proposta nesta tese	PTC Mathcad Prime 7.0	5 horas
Dinâmica estrutural sem amortecimento	FAST	10 minutos
Modal	Bmodes	4,5 minutos
Simulação do vento turbulento	TurbSim	4 minutos

Fonte: Autor (2025).

As simulações foram conduzidas de forma independente, com cada computador processando um caso específico, variando os cenários de vento, a razão de massa ou a razão de amortecimento. Os resultados foram armazenados individualmente, sem depender dos cálculos realizados por outras máquinas em processamento simultâneo. No total, foram utilizados cinco computadores: um *WorkStation*, instalado no Laboratório Multiusuário de Água e Energia (LAMAEE) da UFPE, e quatro *Desktop*. Essa abordagem permitiu a distribuição eficiente das simulações, reduzindo o tempo total de processamento e garantindo a integridade dos resultados. A seguir, são apresentadas as especificações dos equipamentos utilizados:

1. *Notebook DESKTOP-EH36JNL*

- Processador Intel® Core™i5-7200U 2.50 GHz - 2.70 GHz
- 2 núcleos e 4 *Thread*
- Memória RAM 8 GB
- Intel® HD *Graphics* 620

2. *Notebook DESKTOP-5297DHE*

- Processador Intel® Core™i7-9750H 2.60 GHz - 2.59 GHz
- 6 núcleos e 12 *Thread*
- Memória RAM 16 GB
- Intel® UHD *Graphics* 630/NVIDIA GeForce GTX 1660 Ti

3. *WorkStation*

- Processador 12th Gen Intel® Core™i7-12700 2.10 GHz
- 12 núcleos e 20 *Thread*
- Memória RAM 64 GB
- Intel® UHD *Graphics* 770/NVIDIA GeForce RTX 3060

4. *Notebook DESKTOP-N0DK8KS*

- Processador Intel® Core™i7-8565U 1.80GHz - 1.99 GHz
- 4 núcleos e 8 *Thread*
- Memória RAM 16 GB

- Intel® UHD *Graphics* 620/NVIDIA GeForce MX110

5. Notebook DESKTOP-87SIUBU

- Processador 11th Gen Intel® Core™ i5-1135G7 2.40 GHz - 2.42 GHz
- 4 núcleos e 8 Thread
- Memória RAM 8 GB
- Intel® Iris® Xe Graphics

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados desta dissertação. Inicialmente, são exibidas as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da torre. Em seguida, apresentam-se os resultados da análise modal da torre não controlada. Posteriormente, são apresentados os valores das ações aplicadas ao rotor do aerogerador de eixo horizontal, obtidos por meio do *software FAST*, bem como as ações atuantes na torre, determinadas pelo método do "Vento Sintético" implementado no código autoral. Também são mostrados os resultados relacionados ao controle passivo de vibrações da torre, incluindo as matrizes de rigidez, massa e amortecimento do sistema acoplado torre-absorvedor, além dos parâmetros dinâmicos do sistema torre-absorvedor de vibração. Na sequência, são apresentados os resultados da análise paramétrica do controle passivo de vibração da torre, destacando-se a influência dos diferentes valores de razão de massa atribuídos ao *TMD*. Além disso, são comparadas as respostas da torre controlada e não controlada quando submetidas a uma excitação aleatória, correspondente a diferentes cenários de vento e condições operacionais do aerogerador. Por fim, analisa-se a influência da razão de amortecimento da torre na resposta dinâmica do sistema.

6.1 DETERMINAÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA, AMORTECIMENTO E RIGIDEZ DA TORRE

As matrizes de rigidez e massa do modelo da torre, desenvolvido anteriormente, são apresentadas nas Eqs. (86) e (87), respectivamente. Para fins de simplificação, essas matrizes aqui expostas foram calculadas considerando uma discretização com apenas três elementos finitos ($n = 3$), uma vez que o uso do número total de elementos resultaria em matrizes de dimensões significativamente grandes, o que dificultaria a visualização.

A matriz de amortecimento (Eq. (88)) foi obtida com base no modelo de amortecimento de Rayleigh, no qual os coeficientes a_0 (Eq. (20a)) e a_1 (Eq. (20b)) foram determinados como $3,997 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ e $3,779 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, respectivamente. Esses coeficientes foram aplicados às matrizes de massa $[\mathbf{M}_E]$ e de rigidez $[\mathbf{K}_E]$, de acordo com a formulação adotada (Eq. (17)), assegurando uma representação adequada do amortecimento estrutural.

$$[\mathbf{K}_E] = \begin{bmatrix} 0,31 & 0 & 0 & -0,71 & -0,12 & 0 & 0 & 1,64 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,94 & 0 & 0 & 0 & -3,50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21,37 & 0 & 0 & 0 & -8,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,71 & 0 & 0 & 93,14 & -1,90 & 0 & 0 & 15,27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,12 & 0 & 0 & -1,90 & 0,19 & 0 & 0 & -0,52 & -0,07 & 0 & 0 & 0,95 \\ 0 & -3,50 & 0 & 0 & 0 & 6,16 & 0 & 0 & 0 & -2,66 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8,02 & 0 & 0 & 0 & 12,48 & 0 & 0 & 0 & -4,46 & 0 \\ 1,64 & 0 & 0 & 15,27 & -0,52 & 0 & 0 & 56,21 & -1,12 & 0 & 0 & 9,23 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,07 & 0 & 0 & -1,12 & 0,07 & 0 & 0 & -0,95 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,66 & 0 & 0 & 0 & 2,66 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4,46 & 0 & 0 & 0 & 4,46 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,95 & 0 & 0 & 9,23 & -0,95 & 0 & 0 & 18,46 \end{bmatrix} 10^9 \quad (86)$$

$$[\mathbf{M}_E] = \begin{bmatrix} 0,10 & 0 & 0 & -0,04 & 0,02 & 0 & 0 & -0,11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,09 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,64 & 0 & 0 & 0 & 0,12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,04 & 0 & 0 & 2,23 & 0,11 & 0 & 0 & -0,74 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 0 & 0,11 & 0,08 & 0 & 0 & -0,03 & 0,01 & 0 & 0 & -0,08 \\ 0 & 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0,07 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,12 & 0 & 0 & 0 & 0,37 & 0 & 0 & 0 & 0,07 & 0 \\ -0,11 & 0 & 0 & -0,74 & -0,03 & 0 & 0 & 1,73 & 0,08 & 0 & 0 & -0,56 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0,08 & 0,38 & 0 & 0 & -0,14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0,38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,07 & 0 & 0 & 0 & 25,52 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,08 & 0 & 0 & -0,56 & -0,14 & 0 & 0 & 24,23 \end{bmatrix} 10^6 \quad (87)$$

$$[\mathbf{C}_E] = \begin{bmatrix} 0,12 & 0 & 0 & -0,27 & -0,05 & 0 & 0 & 0,62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,00 & 0 & 0 & 0 & -1,32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8,10 & 0 & 0 & 0 & -3,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,27 & 0 & 0 & 35,29 & -0,71 & 0 & 0 & 5,74 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,05 & 0 & 0 & -0,71 & 0,08 & 0 & 0 & -0,20 & -0,03 & 0 & 0 & 0,36 \\ 0 & -1,32 & 0 & 0 & 0 & 2,33 & 0 & 0 & 0 & -1,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3,02 & 0 & 0 & 0 & 4,73 & 0 & 0 & 0 & -1,68 & 0 \\ 0,62 & 0 & 0 & 5,74 & -0,20 & 0 & 0 & 21,31 & -0,42 & 0 & 0 & 3,47 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,03 & 0 & 0 & -0,42 & 0,04 & 0 & 0 & -0,36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,01 & 0 & 0 & 0 & 1,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,68 & 0 & 0 & 0 & 2,70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,36 & 0 & 0 & 3,47 & -0,36 & 0 & 0 & 7,94 \end{bmatrix} 10^6 \quad (88)$$

em que, todas as matrizes estão expressas no Sistema Internacional de Unidades (SI).

6.2 ANÁLISE MODAL DA TORRE

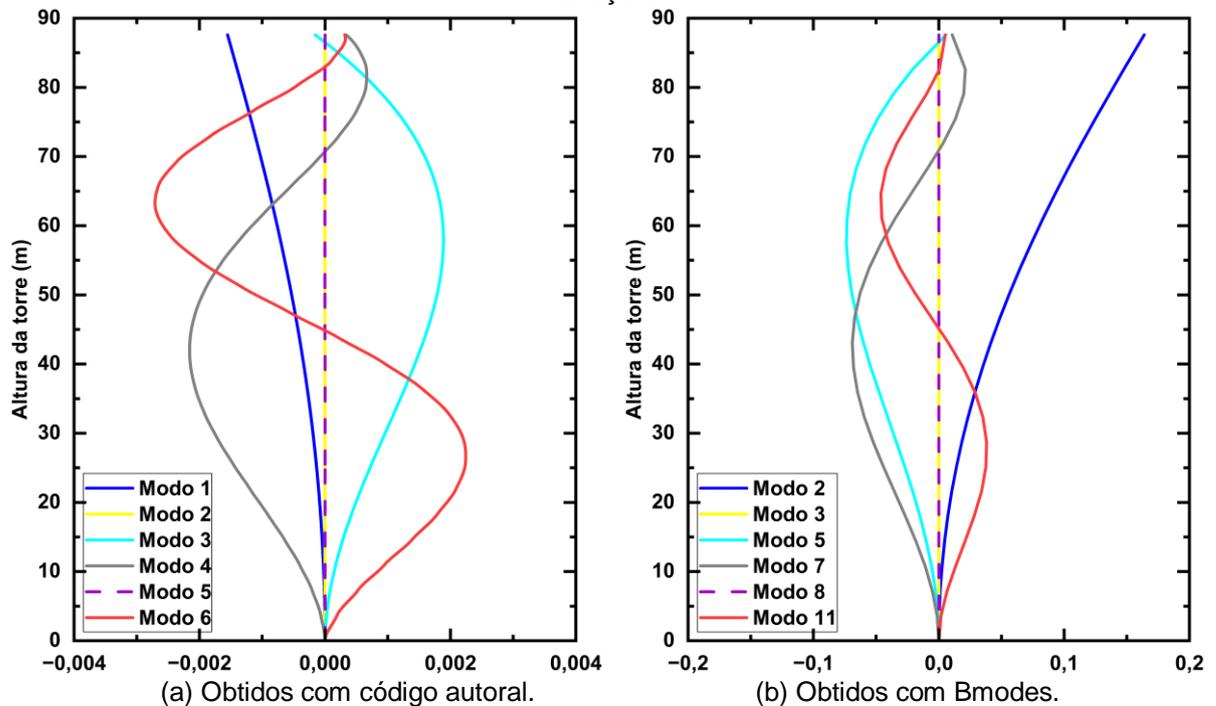
A partir da matriz de rigidez $[\mathbf{K}_E]$ e de massa $[\mathbf{M}_E]$ foi resolvido o problema de autovalores e autovetores associado à vibração livre da torre. Esse processo permitiu determinar a frequência natural de oscilação, frequência natural angular, período e os modos de vibração não amortecidos (Apêndice A). Adicionalmente, foi realizada a análise modal da torre utilizando o programa *Bmodes*, conforme descrito na seção 5.3.4. Os resultados de ambas as análises estão organizados na Tabela 12 e ilustrados na Figura 48.

Tabela 12 – Parâmetros da vibração livre da torre.

Código autoral						
Modo	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Natureza	Flexão	Torção	Flexão	Flexão	Torção	Flexão
Frequência (Hz)	0,326	1,484	2,248	4,857	7,950	10,371
Frequência angular (rad/s)	2,050	9,322	14,127	30,516	49,951	65,160
Período (s)	3,065	0,674	0,445	0,206	0,126	0,096
Bmodes						
Modo	2º	3º	5º	7º	8º	11º
Natureza	Flexão	Torção	Flexão	Flexão	Torção	Flexão
Frequência (Hz)	0,333	1,479	2,281	5,066	7,928	11,458
Frequência angular (rad/s)	2,09	9,29	14,33	31,83	49,81	71,99
Período (s)	3,007	0,676	0,438	0,197	0,126	0,087

Fonte: Autor (2025).

Figura 48 – Deslocamentos transversais da torre correspondentes aos seis primeiros modos de vibração.



Fonte: Autor (2025).

Observa-se que a frequência natural de oscilação do primeiro modo (frequência fundamental da torre), obtida com o modelo numérico, foi de 0,326 Hz, valor muito próximo à frequência de 0,324 Hz reportada por Jonkman *et al.* (2009) e à frequência de 0,333 Hz calculada pelo programa *Bmodes*. Além disso, nota-se que os parâmetros dinâmicos dos modos 2 a 6 também apresentam grande similaridade. Essa concordância reforça a precisão do modelo numérico desenvolvido e sua capacidade de representar adequadamente o comportamento dinâmico da estrutura.

Verifica-se que os formatos dos modos de vibração apresentados na Figura 48 são semelhantes, evidenciando a coerência da resposta modal obtida pelo modelo numérico. No entanto, é importante destacar que os deslocamentos transversais da torre associados a cada modo de vibração, obtidos pelo código autoral e pelo *Bmodes*, apresentam diferenças devido aos parâmetros de normalização dos modos. Esses parâmetros não comprometem a validade da comparação, uma vez que a frequência natural e o período são os parâmetros mais relevantes para a avaliação da modelagem estrutural e da consistência dos resultados.

Adicionalmente, observa-se que o modo fundamental apresenta maior probabilidade de ser excitado. Isso ocorre porque, assim como a velocidade do vento aumenta com a altura em relação ao nível do solo, os deslocamentos horizontais na torre também se intensificam com a altura no primeiro modo de vibração. Outro fator relevante é a presença de uma massa concentrada no topo da torre (nacele+rotor), cuja magnitude é cerca de 10 vezes à massa da própria torre, contribuindo significativamente para a flexibilidade da torre.

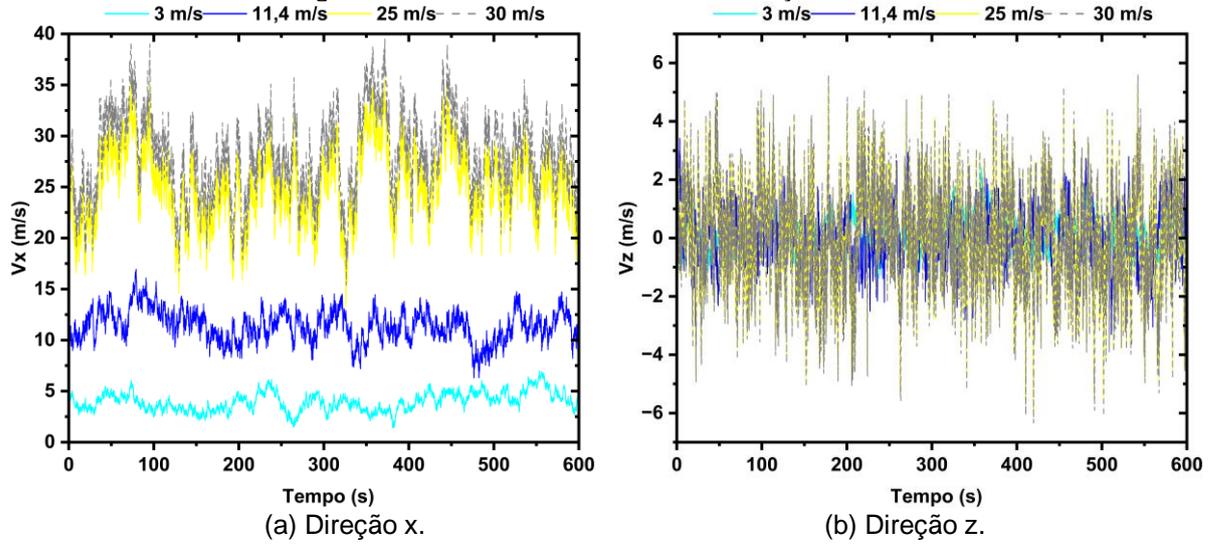
6.3 AÇÕES ATUANTES NA TURBINA EÓLICA

6.3.1 Ações aplicadas no rotor do aerogerador de eixo horizontal

As velocidades do vento nas direções x e z, para os quatro cenários de vento considerados neste estudo e obtidas com o *software FAST*, são apresentadas na Figura 49. A partir dessas velocidades, determinam-se as forças e os momentos atuantes no topo da torre (rotor do aerogerador), conforme ilustrado na Figura 49.

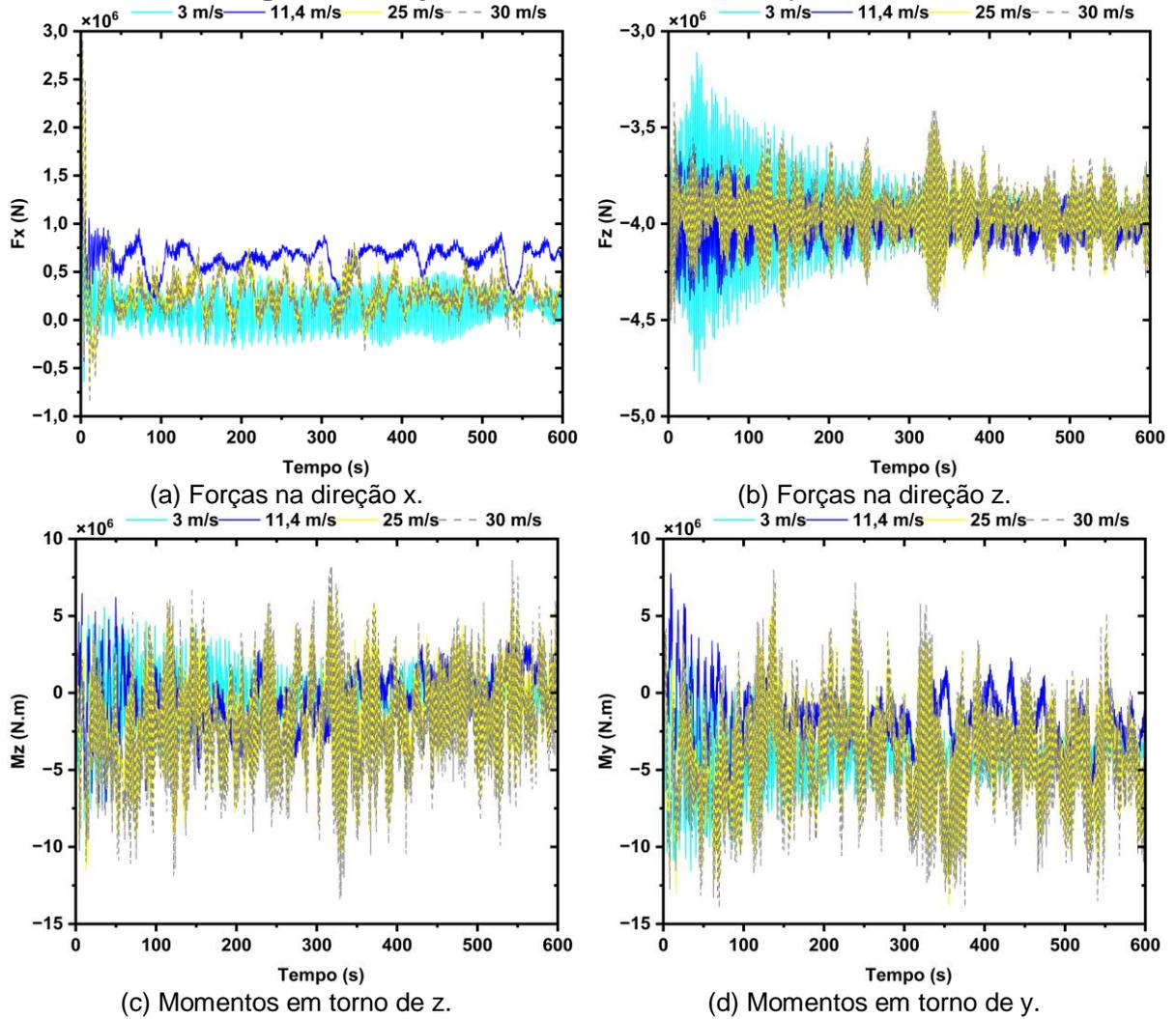
Observa-se na Figura 50 que, nos casos de vento 2, 3 e 4 (11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s, respectivamente), as forças e momentos apresentam oscilações em torno de um valor médio. Esse comportamento é resultado do controle de *pitch* das pás, que atua como um estabilizador da velocidade rotacional, funcionando como um freio aerodinâmico natural para manter o rotor em uma rotação máxima de 12,1 rpm. Já no caso 1 (3 m/s), o ângulo de *pitch* permanece inalterado, pois a velocidade do vento está abaixo do limite de operação nominal (*rated*).

Figura 49 – Velocidade do vento nas direções x e z.



Fonte: Autor (2025).

Figura 50 – Forças e momentos exercidos no topo da torre.



Fonte: Autor (2025).

6.3.2 Ações aplicadas na torre do aerogerador de eixo horizontal

Nesta seção são apresentados os resultados correspondentes ao método do “Vento Sintético”, conforme detalhado na seção 5.2.2. Tais resultados incluem, para cada harmônico, os valores de r_k , frequências (f), períodos (T), coeficientes C_k e c_k , coeficiente ajustado c_k^* e os comprimentos de rajada (Δ_{z0k}), conforme descritos na Tabela 13. Vale ressaltar que os números em negritos representam os valores ressonantes do método.

Tabela 13 – Parâmetros do método do “Vento Sintético”.

k	r_k	f (Hz)	T (s)	C_k	c_k	c_k^*	Δ_{z0k} (m)
1	0,125	2,6097	0,3832	0,4327	0,0513	0,0513	1,0675
2	0,25	1,3048	0,7664	0,5452	0,0646	0,0646	2,1349
3	0,5	0,6524	1,5327	0,6867	0,0814	0,1069	4,2698
4	1	0,3262	3,0655	0,8639	0,1024	0,0512	8,5396
5	2	0,1631	6,1310	1,0826	0,1283	0,1539	17,0792
6	4	0,0816	12,2620	1,3355	0,1582	0,1582	34,1584
7	8	0,0408	24,5240	1,5585	0,1846	0,1846	68,3168
8	16	0,0204	49,0480	1,5602	0,1849	0,1849	136,6336
9	32	0,0102	98,0959	1,2007	0,1423	0,1423	273,2672
10	64	0,0051	196,1918	0,7221	0,0856	0,0856	546,5344
11	128	0,0025	392,3837	0,3825	0,0453	0,0453	1093,0688

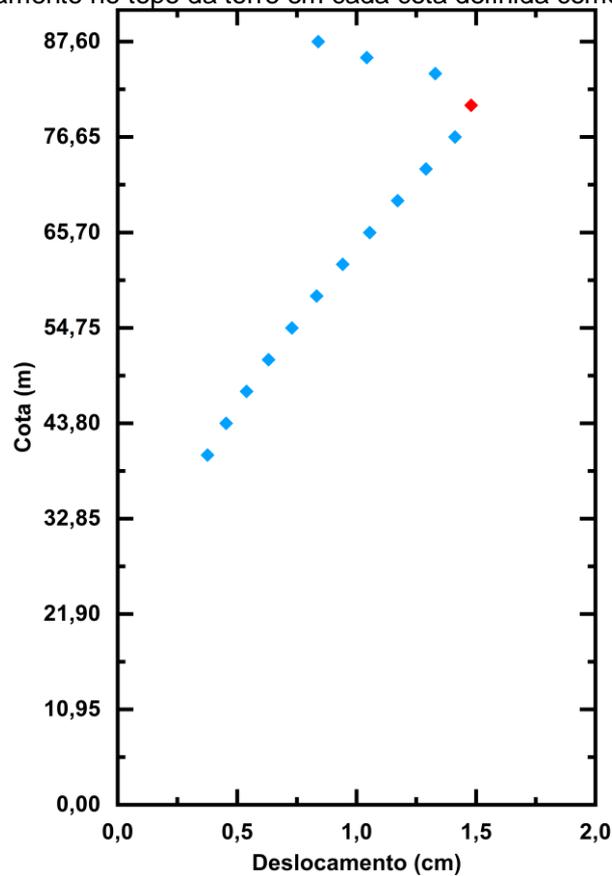
Fonte: Autor (2024).

Na Figura 51 é exibido o deslocamento no topo da torre em função de cada cota definida como centro da rajada. Nota-se que o deslocamento máximo, de 1,636 cm, ocorre na cota de 80,30 m, indicando essa como a posição do centro da rajada (ponto de aplicação da parcela flutuante do vento). Embora o método alternativo proposto por Carril Jr. (2000), descrito na seção 3.3.4, resulte na cota de 79,06 m como centro da rajada, essa posição não representa a condição mais crítica observada, embora forneça uma estimativa razoável.

A Tabela 14 apresenta os valores dos ângulos de fase, obtidos através do *software PTC Mathcad Prime 7.0*, correspondentes aos 20 históricos de carregamento utilizados para determinar a resposta característica. Na Tabela 15, são exibidos os deslocamentos máximos no topo da torre associados a cada harmônico.

É ilustrado na Figura 52 o espectro de resposta do deslocamento no topo da torre, no qual o deslocamento total é calculado a partir da área sob a curva (soma dos valores da Tabela 15), resultando em um valor de 4,8712 cm, correspondente ao limite superior da resposta.

Figura 51 – Deslocamento no topo da torre em cada cota definida como o centro da rajada.



Fonte: Autor (2025).

Tabela 14 – Combinações de ângulos de fase.

	Ângulos										
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}	θ_{11}
1	0,008	1,215	3,676	2,201	5,170	1,094	4,464	1,910	0,574	0,926	6,211
2	0,009	4,640	5,654	2,798	2,053	1,066	2,426	6,165	5,717	1,277	2,117
3	0,009	1,782	1,348	3,394	5,219	1,037	0,388	4,138	4,576	1,628	4,306
4	0,010	5,208	3,326	3,991	2,102	1,009	4,633	2,110	3,435	1,979	0,211
5	0,011	2,350	5,304	4,588	5,268	0,981	2,595	0,082	2,294	2,330	2,400
6	0,011	5,775	0,998	5,185	2,151	0,952	0,557	4,337	1,153	2,681	4,589
7	0,012	2,917	2,976	5,782	5,317	0,924	4,802	2,309	0,012	3,032	0,495
8	0,012	0,060	4,954	0,095	2,200	0,896	2,764	0,281	5,154	3,383	2,684
9	0,013	3,485	0,649	0,692	5,366	0,867	0,726	4,537	4,014	3,734	4,873
10	0,014	0,627	2,626	1,289	2,248	0,839	4,971	2,509	2,873	4,085	0,778
11	0,014	4,053	4,604	1,886	5,415	0,810	2,933	0,481	1,732	4,436	2,967
12	0,015	1,195	0,299	2,483	2,297	0,782	0,895	4,736	0,591	4,787	5,156
13	0,016	4,620	2,277	3,079	5,464	0,754	5,140	2,708	5,733	5,138	1,062
14	0,016	1,763	4,254	3,676	2,346	0,725	3,102	0,680	4,592	5,489	3,251
15	0,017	5,188	6,232	4,273	5,512	0,697	1,063	4,936	3,451	5,840	5,440
16	0,017	2,330	1,927	4,870	2,395	0,669	5,308	2,908	2,310	6,191	1,345
17	0,018	5,756	3,905	5,467	5,561	0,640	3,270	0,880	1,169	0,259	3,534
18	0,019	2,898	5,882	6,063	2,444	0,612	1,232	5,135	0,029	0,610	5,723
19	0,019	0,040	1,577	0,377	5,610	0,584	5,477	3,107	5,171	0,961	1,629
20	0,020	3,466	3,555	0,974	2,493	0,555	3,439	1,079	4,030	1,312	3,818

Fonte: Autor (2025).

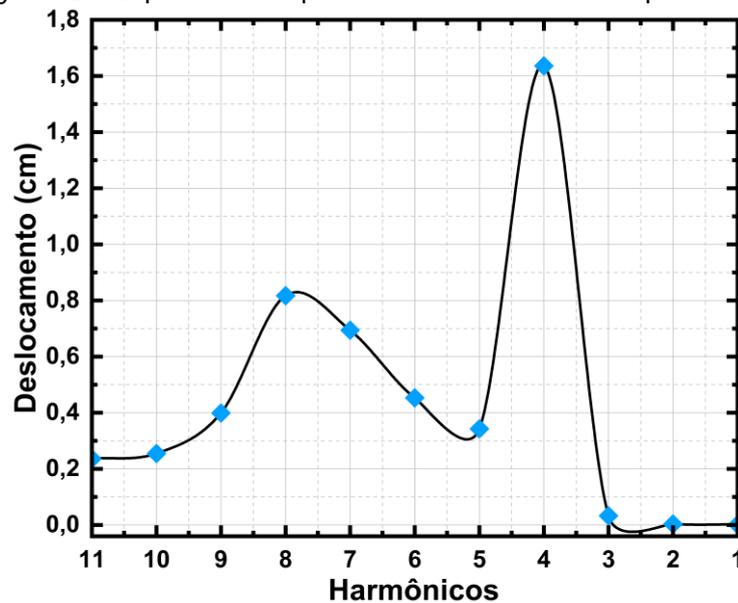
Tabela 15 – Deslocamento no topo da torre correspondente a cada harmônico (limite superior da resposta).

k	f (Hz)	Deslocamento (cm)
1	2,6097	0,0015
2	1,3048	0,0037
3	0,6524	0,0327
4	0,3262	1,6360
5	0,1631	0,3430
6	0,0816	0,4533
7	0,0408	0,6941
8	0,0204	0,8173
9	0,0102	0,3989
10	0,0051	0,2546
11	0,0025	0,2361
Somatório (Σ)		4,8712

Fonte: Autor (2025).

O gráfico da Figura 52 segue o formato dos gráficos de espectro de resposta apresentados por Chávez (2006), Franco (2011) e Franco (2014), que aplicam a abordagem do método para avaliar os efeitos dinâmicos em sistemas sujeitos a carregamentos variáveis no tempo. A curva permite observar a distribuição dos deslocamentos ao longo dos diferentes harmônicos, destacando a contribuição de cada um para o deslocamento total da torre. Nota-se que o harmônico 4 registra o maior valor de deslocamento, resultado da igualdade entre a frequência de excitação e a frequência natural da torre, potencializando os efeitos de ressonância.

Figura 52 – Espectro de resposta do deslocamento no topo da torre.



Fonte: Autor (2025).

A Tabela 16 apresenta os valores do deslocamento no topo da torre para as 20 séries temporais de carregamento (Tabela 14). A combinação 17 (3,3512 cm) foi selecionada como o carregamento característico do método do “Vento Sintético”, por ser o mais próximo do valor obtido pela análise estatística de Gauss (3,2780 cm) para o deslocamento do topo da torre, uma grandeza relevante nesta pesquisa.

Tabela 16 – Deslocamento no topo da torre das 20 séries temporais de carregamento.

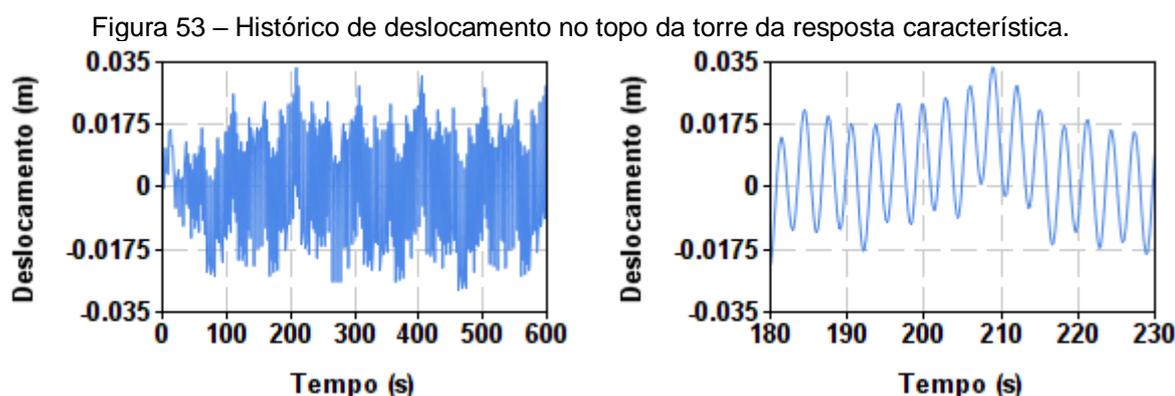
Combinação	Deslocamento (cm)
1	3,1182
2	2,8589
3	3,1313
4	3,1801
5	3,0603
6	3,0677
7	3,0090
8	2,9909
9	3,0320
10	2,9329
11	2,9603
12	3,0186
13	2,9912
14	3,0557
15	2,9413
16	2,9133
17	3,3512
18	3,0496
19	2,8276
20	3,4124
Média	3,0451
Desvio padrão	0,1411
Resposta característica (Gauss)	3,2780

Fonte: Autor (2025).

Destaca-se que a resposta característica selecionada representa 67,29% do limite superior da resposta, um valor superior aos 60,98% obtidos por Chávez (2006), evidenciando a eficácia da aplicação do método. Além disso, o desvio padrão das 20 séries foi de 0,1411 cm, indicando que, em média, os valores diferem da média em aproximadamente 0,14 cm. Esse valor é consideravelmente inferior ao desvio padrão de 0,39 cm obtido por Chávez (2006), o que reforça a adequação dos resultados encontrados.

A Figura 53a apresenta o histórico de deslocamento no topo da torre ao longo do tempo para a resposta característica (combinação 17), evidenciando um pico máximo no intervalo entre 180 s e 230 s. Já a Figura 53b exibe uma ampliação do

gráfico, proporcionando uma visualização mais detalhada do deslocamento máximo de 3,35 cm, ocorrido em 209 s. É importante destacar que o gráfico correspondente à resposta característica do método do “Vento Sintético” apresenta uma aparência semelhante aos obtidos por Chávez (2006), Franco (2014) e Leite (2015). Essa similaridade reforça ainda mais a consistência dos resultados desta pesquisa e a adequação do método empregado para a análise das respostas dinâmicas da estrutura.



Fonte: Autor (2025).

6.4 CONTROLE DE VIBRAÇÃO PASSIVO DA TORRE

Os valores de massa e rigidez modal correspondentes ao primeiro modo de vibração da torre, conforme descrito na seção 5.4, estão apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Massa e rigidez modal referente ao 1º modo de vibração da torre.

Parâmetros	Valores
Massa (kg)	7,441 10 ⁴
Rigidez (N/m)	3,126 10 ⁵

Fonte: Autor (2025).

Para o projeto do absorvedor, foi atribuído um valor à massa secundária, definido pela razão (μ^*) entre a massa do absorvedor e a massa total da estrutura, correspondente a 4%. Adotou-se esse percentual com base na análise paramétrica, na qual constatou-se que é o mais adequado para garantir a eficiência do sistema e atender aos limites de deslocamento em todos os cenários de vento analisados.

O absorvedor utilizado consiste em uma estrutura de aço em formato de caixa, preenchida com chumbo, com dimensões de 1,00 m de largura, 1,00 m de comprimento e 2,47 m de altura. Esses parâmetros foram cuidadosamente definidos para atender à necessidade de mitigar as vibrações da torre sem causar deslocamentos excessivos no dispositivo, considerando a limitação de espaço disponível no topo da estrutura. Com base nesses dados, foram determinados os parâmetros μ (37,618%) e f (0,727) e, posteriormente, os valores de massa, rigidez e amortecimento do absorvedor de vibração. Esses parâmetros são idênticos para ambas as direções x e y e estão apresentados na Tabela 18.

Tabela 18 – Parâmetros do absorvedor de vibração para as direções x e y .

Parâmetros	Valores
Massa (kg)	$2,799 \cdot 10^4$
Rigidez (N/m)	$6,209 \cdot 10^4$
Amortecimento (kg/s)	$2,670 \cdot 10^4$

Fonte: Autor (2025).

Nas Eqs. (90), (91) e (92) são apresentadas as matrizes de rigidez, massa e amortecimento, respectivamente, do sistema acoplado torre-absorvedor, conforme demonstrado na seção 4.4. Novamente, devido à extensão das matrizes, serão apresentadas apenas as matrizes correspondentes à torre discretizada em três elementos finitos ($n = 3$).

$$[\tilde{K}] = \begin{bmatrix} 0,31 & 0 & 0 & -0,71 & -0,12 & 0 & 0 & 1,64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,94 & 0 & 0 & 0 & -3,50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21,37 & 0 & 0 & 0 & -8,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,71 & 0 & 0 & 93,14 & -1,90 & 0 & 0 & 15,27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,12 & 0 & 0 & -1,90 & 0,19 & 0 & 0 & -0,52 & -0,07 & 0 & 0 & 0,95 & 0 \\ 0 & -3,50 & 0 & 0 & 0 & 6,16 & 0 & 0 & 0 & -2,66 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8,02 & 0 & 0 & 0 & 12,48 & 0 & 0 & 0 & -4,46 & 0 & 0 \\ 1,64 & 0 & 0 & 15,27 & -0,52 & 0 & 0 & 52,21 & -1,12 & 0 & 0 & 9,23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,07 & 0 & 0 & -1,12 & 0,07 & 0 & 0 & -0,95 & -6,2 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,66 & 0 & 0 & 0 & 2,66 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4,46 & 0 & 0 & 0 & 4,46 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,95 & 0 & 0 & 9,23 & -0,95 & 0 & 0 & 18,46 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6,2 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 6,2 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \cdot 10^9 \quad (90)$$

$$[\tilde{M}] = \begin{bmatrix} 1,02 & 0 & 0 & 0,40 & 0,16 & 0 & 0 & -1,10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,91 & 0 & 0 & 0 & 0,20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6,37 & 0 & 0 & 0 & 1,22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,40 & 0 & 0 & 22,27 & 1,09 & 0 & 0 & -7,37 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,16 & 0 & 0 & 1,09 & 0,79 & 0 & 0 & -0,35 & 0,12 & 0 & 0 & -0,84 & 0 \\ 0 & 0,20 & 0 & 0 & 0 & 0,71 & 0 & 0 & 0 & 0,15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,22 & 0 & 0 & 0 & 3,71 & 0 & 0 & 0 & 0,68 & 0 & 0 \\ -1,10 & 0 & 0 & -7,37 & -0,35 & 0 & 0 & 17,29 & 0,83 & 0 & 0 & -5,61 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12 & 0 & 0 & 0,83 & 3,83 & 0 & 0 & -1,37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 3,79 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,68 & 0 & 0 & 0 & 255,19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,84 & 0 & 0 & -5,61 & -1,37 & 0 & 0 & 242,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,29 \end{bmatrix} \cdot 10^5 \quad (91)$$

$$[\tilde{c}] = \begin{bmatrix} 1,22 & 0 & 0 & -2,71 & -0,45 & 0 & 0 & 6,16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30,05 & 0 & 0 & 0 & -13,21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 81,02 & 0 & 0 & 0 & -30,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,71 & 0 & 0 & 352,85 & -7,12 & 0 & 0 & 57,42 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,45 & 0 & 0 & -7,12 & 0,76 & 0 & 0 & -1,97 & -0,26 & 0 & 0 & 3,55 & 0 \\ 0 & -13,21 & 0 & 0 & 0 & 23,32 & 0 & 0 & 0 & -10,06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -30,25 & 0 & 0 & 0 & 47,30 & 0 & 0 & 0 & -16,82 & 0 & 0 \\ 6,16 & 0 & 0 & 57,42 & -1,97 & 0 & 0 & 213,10 & -4,21 & 0 & 0 & 34,66 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,26 & 0 & 0 & -4,21 & 0,69 & 0 & 0 & -3,64 & -0,27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10,06 & 0 & 0 & 0 & 10,22 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16,82 & 0 & 0 & 0 & 27,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,55 & 0 & 0 & 34,66 & -3,64 & 0 & 0 & 79,45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,27 & 0 & 0 & 0 & 0,27 \end{bmatrix} 10^5 \quad (92)$$

nas quais, todas as matrizes são expressas no Sistema Internacional de Unidades (SI).

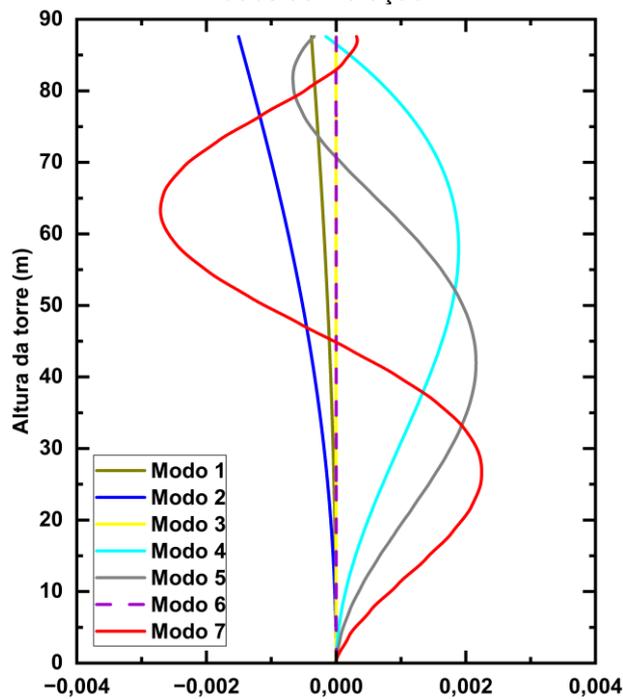
Os parâmetros dinâmicos do sistema torre-absorvedor de vibração (frequência natural de oscilação, frequência natural angular e período, referentes a cada modo de vibração) estão detalhados na Tabela 19. Na Figura 54 estão expostos os modos de vibração do sistema torre-absorvedor de vibração.

Tabela 19 – Parâmetros da vibração livre da torre com controle passivo.

Modo	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
Natureza	Flexão	Flexão	Torção	Flexão	Flexão	Torção	Flexão
Frequência (Hz)	0,229	0,337	1,484	2,248	4,857	7,950	10,371
Frequência angular (rad/s)	1,440	2,120	9,322	14,127	30,516	49,951	65,160
Período (s)	4,365	2,963	0,674	0,445	0,206	0,126	0,096

Fonte: Autor (2025).

Figura 54 – Deslocamentos transversais da torre controlada correspondente aos setes primeiros modos de vibração.



Fonte: Autor (2025).

Observa-se que a função do absorvedor de vibração passivo é alterar a frequência natural da torre, neste caso, a frequência fundamental, de forma a afastá-la da frequência de excitação considerada. Inicialmente, a frequência fundamental da torre sem o absorvedor, de 0,326 Hz (Tabela 13), é reduzida para 0,229 Hz ao considerar o sistema torre-absorvedor. Além disso, a segunda frequência de vibração (0,337 Hz) torna-se ligeiramente superior à frequência fundamental original da torre não controlada. Contudo, essa alteração é alcançada à custa de uma redução na frequência natural da estrutura, resultando em uma torre ainda mais flexível.

6.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO DA TORRE

Nesta seção, são expostos os resultados da análise paramétrica do controle de vibração da torre em estudo. Na Tabela 20 são apresentados os valores da razão entre frequências angulares, rigidez e amortecimento do absorvedor.

Tabela 20 – Parâmetros usados na análise paramétrica do dispositivo de controle.

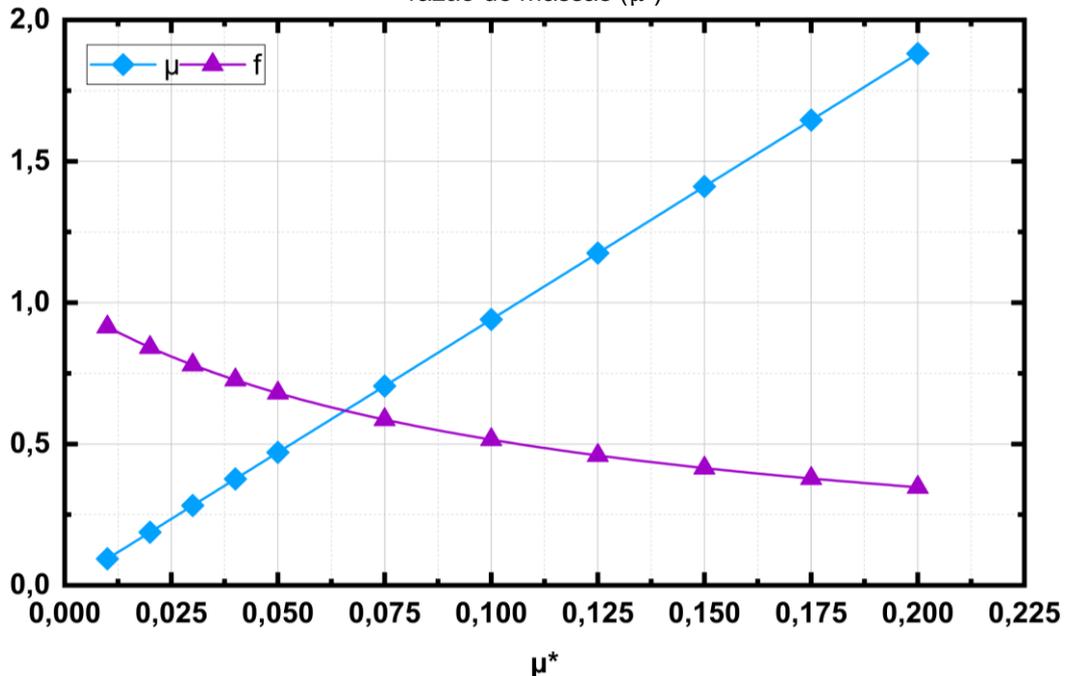
Razão entre massas μ^* (%)	Razão entre massas modais μ (%)	Razão entre frequências angulares f	Rigidez do absorvedor k_r (N/m)	Amortecimento do absorvedor c_r (kg/s)
1,0	9,405	0,91404	$2,456 \cdot 10^4$	$4,708 \cdot 10^3$
2,0	18,809	0,84169	$4,166 \cdot 10^4$	$1,177 \cdot 10^4$
3,0	28,214	0,77995	$5,365 \cdot 10^4$	$1,928 \cdot 10^4$
4,0	37,618	0,72665	$6,209 \cdot 10^4$	$2,670 \cdot 10^4$
5,0	47,023	0,68017	$6,801 \cdot 10^4$	$3,379 \cdot 10^4$
7,5	70,534	0,58639	$7,582 \cdot 10^4$	$4,969 \cdot 10^4$
10,0	94,045	0,51534	$7,808 \cdot 10^4$	$6,303 \cdot 10^4$
12,5	117,557	0,45965	$7,764 \cdot 10^4$	$7,420 \cdot 10^4$
15,0	141,068	0,41482	$7,589 \cdot 10^4$	$8,362 \cdot 10^4$
17,5	164,579	0,37796	$7,350 \cdot 10^4$	$9,164 \cdot 10^4$
20,0	188,090	0,34711	$7,085 \cdot 10^4$	$9,854 \cdot 10^4$

Fonte: Autor (2025).

A Figura 55 apresenta o gráfico da relação entre as massas modais (μ) e as frequências angulares (f) em função da razão de massas (μ^*). No eixo das abscissas (eixo horizontal), está representada a razão entre a massa do absorvedor e a massa total da estrutura (μ^*). Já no eixo das ordenadas (eixo vertical), foram plotadas duas grandezas: a razão entre as massas do absorvedor de vibração e a massa modal correspondente ao modo fundamental da torre (μ), e a razão entre as frequências angulares do absorvedor e as do sistema principal (f). Nota-se que a razão de massas

μ cresce linearmente com μ^* , enquanto a razão entre as frequências angulares f , inversamente proporcional a μ , apresenta uma tendência decrescente aproximadamente linear com μ^* .

Figura 55 – Gráfico da relação entre massas modais (μ) e frequências angulares (f) em função da razão de massas (μ^*)

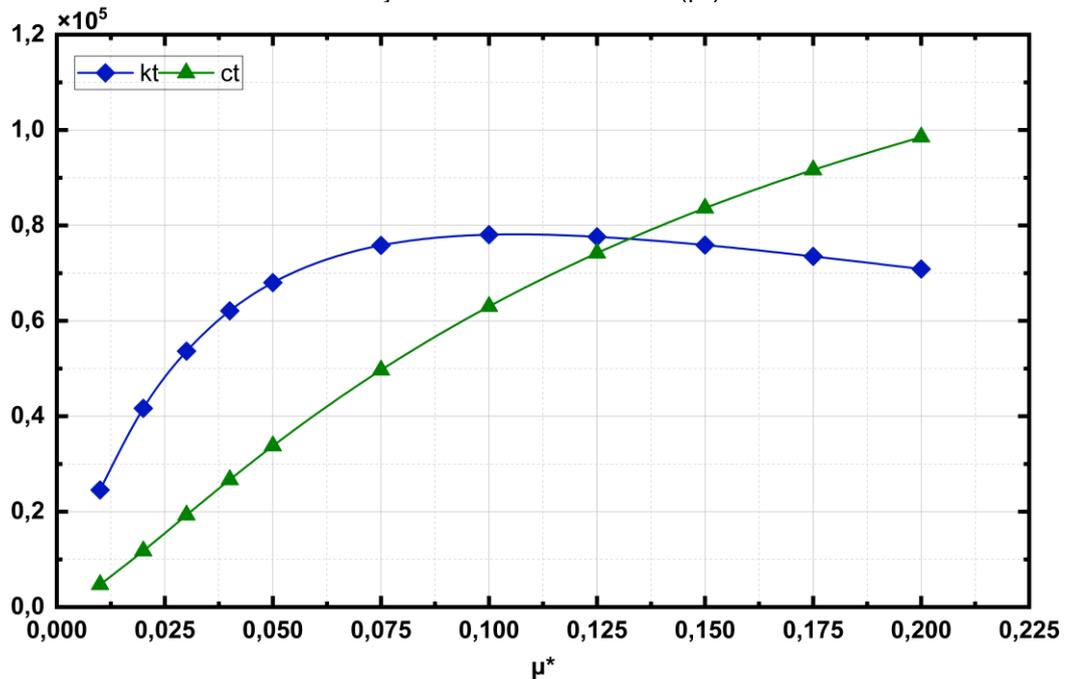


Fonte: Autor (2025).

No gráfico da Figura 56, apresentam-se a rigidez (k_t) e o amortecimento (c_t) do absorvedor de vibração em função da razão de massas μ^* . Observa-se que k_t apresenta um comportamento crescente até alcançar um valor máximo de $7,8080 \cdot 10^4$ N/m na proximidade de 10% da razão de massas. A partir desse ponto, a rigidez sofre uma leve redução, atingindo $7,085 \cdot 10^4$ N/m para 20% da μ^* .

Por sua vez, o amortecimento (c_t) exibe um comportamento praticamente linear crescente, indicando que, à medida que a razão de massas aumenta, a dissipação de energia do sistema se intensifica. Esse comportamento sugere que a escolha da razão de massas deve equilibrar a rigidez e o amortecimento para garantir um desempenho eficiente do absorvedor, evitando tanto rigidez excessiva, que poderia comprometer a adaptação do sistema às excitações dinâmicas, quanto amortecimento insuficiente, que reduziria a eficácia na mitigação das vibrações.

Figura 56 – Gráfico da rigidez (k_t) e do amortecimento (c_t) do absorvedor dinâmico de vibração em função da razão de massas (μ^*).



Fonte: Autor (2025).

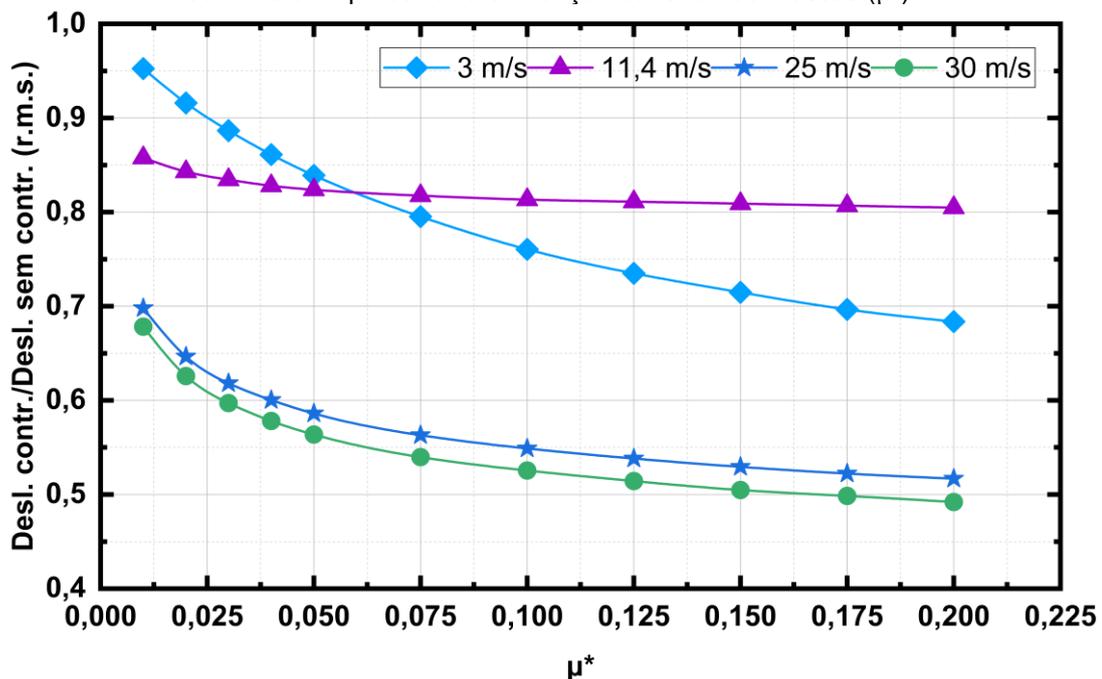
Na Figura 57 é ilustrada a relação entre os valores eficazes dos deslocamentos no topo da torre, comparando as condições com e sem controle passivo, para os quatro cenários de vento considerados (caso 1, 2, 3 e 4 da Tabela 4), em função da razão de massas μ^* . O valor eficaz, também denominado raiz do valor quadrático médio (*r.m.s. – root mean square*), representa uma métrica estatística que quantifica a magnitude de uma grandeza variável no tempo, permitindo a obtenção de um valor representativo para a resposta estrutural.

Constatou-se que os cenários de vento de 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s (casos 2, 3 e 4, respectivamente) demandam, nessa ordem, uma maior quantidade de massa para reduzir o deslocamento no topo da torre. Considerando uma razão de massa de 1%, por exemplo, o caso 4 apresenta uma redução de 32,2% no valor eficaz do deslocamento do topo da torre em relação à condição sem controle, enquanto os casos 3 e 2 resultam em reduções de 30,1% e 14,1%, respectivamente. O caso 1, por sua vez, exibe um comportamento diferente, com redução do deslocamento superior ao do caso 2 a partir de uma razão de massa de aproximadamente 6,5%, indicando a necessidade de menor quantidade de massa do observador para mitigar os deslocamentos do topo da torre.

Além disso, nota-se que, no caso de vento 2, a eficiência do controle passivo na mitigação dos deslocamentos do topo da torre cresce com o aumento da razão de

massas, até estabilizar em um patamar assintótico por volta de 5%. Isso indica que o controle passivo é eficaz apenas até uma massa do absorvedor de $3,4991 \cdot 10^4$ kg, uma vez que esse cenário de vento corresponde ao estado de operação de máximo desempenho da turbina eólica, condição desejável em projeto. De qualquer maneira, para razões de massa iguais ou superiores a esse limite, a viabilidade do uso do absorvedor de vibração torna-se significativamente reduzida ou até inviável.

Figura 57 – Gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos controlado e sem controle do topo da torre em função da razão de massas (μ^*).



Fonte: Autor (2025).

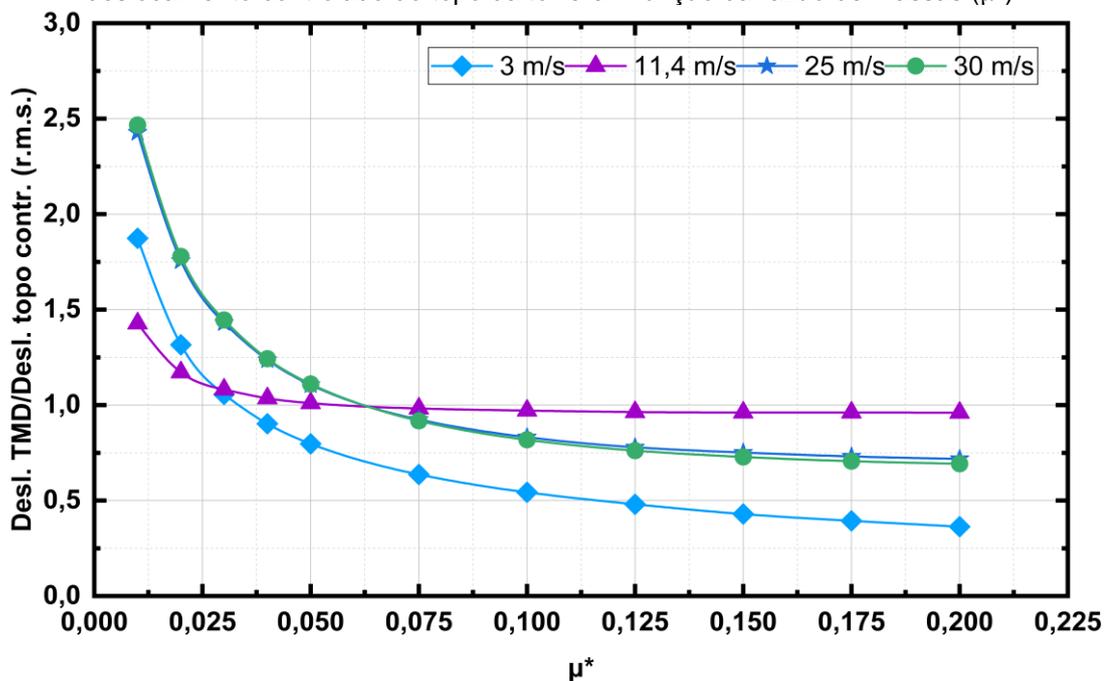
A Figura 58 apresenta a relação entre o deslocamento eficaz do absorvedor de vibração passivo e o deslocamento do topo da torre controlada para diferentes razões de massa e velocidades de vento (3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s). Observa-se que, para baixas razões de massa (inferiores a 5%), o deslocamento eficaz do TMD é significativamente maior do que o deslocamento do topo da torre controlada nos casos de vento de 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s (casos 2, 3 e 4). Isso significa que, quando o *TMD* possui pouca massa, ele precisa se mover muito mais do que a torre para dissipar a energia vibratória de forma eficiente.

À medida que a razão de massa aumenta, essa relação dos deslocamentos diminui progressivamente em todas as velocidades do vento, indicando que um *TMD* de maior massa requer menor deslocamento. Observa-se também que, no caso do vento de 3 m/s (caso 1), o deslocamento eficaz do *TMD* é significativamente maior

que o deslocamento do topo da torre controlada para razões de massa inferiores a 3%, sendo esses valores superiores aos do caso 2. Além disso, nos casos 1, 3 e 4, a relação entre os deslocamentos eficazes decai rapidamente com o aumento da razão de massa, o que indica que, para valores elevados de razão de massa, o *TMD* não precisa de grandes deslocamentos para ser eficiente.

Por outro lado, o caso 2 (vento de 11,4 m/s) apresenta um comportamento peculiar, pois a relação entre os deslocamentos eficazes permanece praticamente constante e próxima de 1 após a razão de massa de 5%. Esse resultado indica que, nessa velocidade específica, o *TMD* se movimenta quase na mesma magnitude que o topo da torre controlada, independentemente de sua massa. Para exemplificar, no cenário de vento de 3 m/s e uma razão de massa de 2%, o deslocamento do *TMD* é 60,33% maior do que o do topo da torre. No entanto, para uma razão de massa de 10%, o deslocamento do *TMD* corresponde a apenas 62,74% do deslocamento do topo da torre, evidenciando a redução progressiva da movimentação do absorvedor à medida que a razão de massa aumenta.

Figura 58 – Gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos do absorvedor e deslocamento controlado do topo da torre em função da razão de massas (μ^*).



Fonte: Autor (2025).

Com base nas restrições de deslocamento do dispositivo de controle, verificou-se que, para os cenários de vento 1 e 2, a razão de massa que atende a esse limite é de 3%. Por outro lado, para os cenários 3 e 4, a razão de massa compatível com a

restrição de deslocamento é de 4%. No entanto, não é viável atribuir diferentes razões de massa para o *TMD*, visto que o sistema deve operar com um único valor para todos os cenários analisados. Dessa forma, adota-se a razão de massa mais restritiva, correspondente ao pior caso, ou seja, 4% da massa total da torre.

6.6 RESPOSTA DA TORRE CONTROLADA E NÃO CONTROLADA A UMA EXCITAÇÃO ALEATÓRIA

Nesta seção, analisa-se a estrutura do conjunto torre-absorvedor de vibração submetida a uma excitação aleatória, considerando quatro cenários de vento, conforme descrito nas seções 5.2.1 e 5.2.2. A avaliação é realizada ao longo de um período de 600 s para o cálculo dos valores eficazes e máximos através de um modelo numérico de autoria própria. Adicionalmente, são apresentados os deslocamentos do topo da torre sem controle obtidos por meio do *software FAST*, para comparação.

Na Tabela 21, apresentam-se os valores máximos e eficazes dos deslocamentos do topo da torre, tanto na condição não controlada quanto controlada, para três diferentes situações. A primeira situação considera o tempo total de análise de 600 s, enquanto as demais correspondem a intervalos parciais de 0 a 150 s e de 150 s a 600 s. Além disso, a tabela inclui os percentuais de redução desses deslocamentos eficazes, resultantes da aplicação do dispositivo de controle com razão de massa de 4%, conforme definido a partir da análise paramétrica.

Tabela 21 – Valores dos deslocamentos no topo da torre não controlada e controlada.

	Situação	Cenários de vento							
		3 m/s		11,4 m/s		25 m/s		30 m/s	
		Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)
Sem TMD	1	2,107	0,547	2,706	0,471	4,293	0,563	4,628	0,628
	2	2,107	1,065	2,706	1,300	4,293	2,298	4,628	2,525
	3	1,580	0,551	0,553	0,827	0,665	1,295	0,837	1,456
Com TMD	1	1,691	0,471	2,320	0,390	3,812	0,338	4,123	0,363
	2	1,691	0,791	2,320	0,990	3,812	1,766	4,123	1,941
	3	1,188	0,269	0,520	0,410	0,503	0,321	0,614	0,359
Redução do valor eficaz (%)	1	13,912		17,072		39,967		42,255	
	2	25,738		23,843		23,136		23,105	
	3	51,173		50,374		75,222		75,326	

Fonte: Autor (2025).

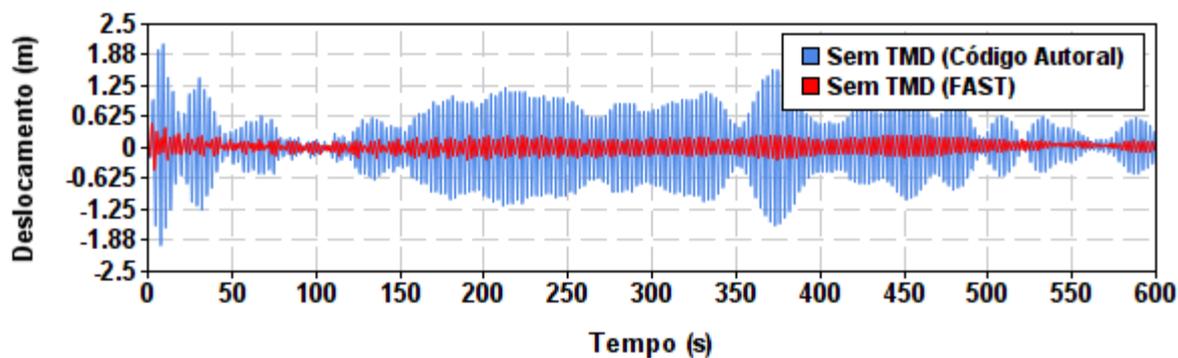
Na Figura 59 são exibidos os históricos temporais dos deslocamentos no topo da torre nas condições sem controle, calculadas por meio do modelo numérico e do *software FAST*. As análises foram realizadas para velocidades do vento no rotor de 3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s, correspondentes aos casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Observa-se que os deslocamentos obtidos com o modelo numérico são superiores aos gerados pelo *FAST*, o que pode ser atribuído à ausência da consideração do amortecimento aerodinâmico na torre. Esse amortecimento deveria ser somado ao amortecimento estrutural da torre, que, na direção longitudinal, tende a ser significativo (Jonkman *et al.*, 2009; Sarmiento, 2023).

Além disso, no modelo numérico, a taxa de amortecimento de 1% foi aplicada à torre considerando o efeito do conjunto rotor-nacele (*Rotor-Nacelle Assembly, RNA*). No entanto, no *FAST*, essa taxa de amortecimento é aplicada apenas à torre isolada, sem levar em conta os efeitos do *RNA*. Ou seja, no módulo *ElastoDyn* do *FAST*, o amortecimento proporcional à rigidez e à massa (amortecimento de Rayleigh) é considerado exclusivamente para uma torre com base fixa, sem a inclusão da massa e da inércia do topo. A presença do *RNA* no topo da torre altera a massa generalizada do modo de flexão da torre, reduzindo sua frequência natural e exigindo um nível de amortecimento maior para que se alcance uma taxa equivalente à de uma torre isolada. Além disso, o *RNA* influencia a redução da rigidez estrutural devido às cargas gravitacionais (*destiffening* gravitacional). Embora esse efeito seja, em geral, pequeno, sua importância cresce à medida que a massa do *RNA* aumenta (Jonkman *et al.*, 2009).

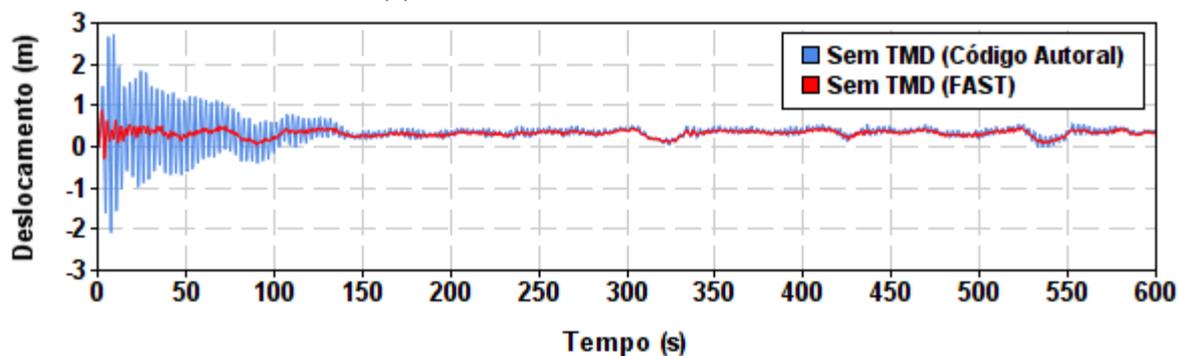
A diferença observada nos deslocamentos no topo da torre deve-se, em parte, à não inclusão do amortecimento aerodinâmico no modelo adotado, devido à complexidade inerente ao seu tratamento, o que constitui uma das limitações deste estudo. Além disso, as análises não consideraram a interação fluido-estrutura de forma acoplada, ao contrário do código-fonte do *FAST*, que adota uma abordagem aero-hidro-servo-elástica para modelagem integrada. Esse fator também influencia as discrepâncias nos resultados.

Observa-se, ainda na Figura 59, que nos primeiros 150 s, as amplitudes de deslocamento nos casos de vento 2, 3 e 4 são superiores às observadas após esse período, atingindo seus valores máximos (Tabela 21) nos instantes de 9 s, 6 s e 6 s, respectivamente. Esse comportamento ocorre porque a torre inicia sua vibração imediatamente a partir do tempo zero, encontrando-se dispersa durante esse intervalo

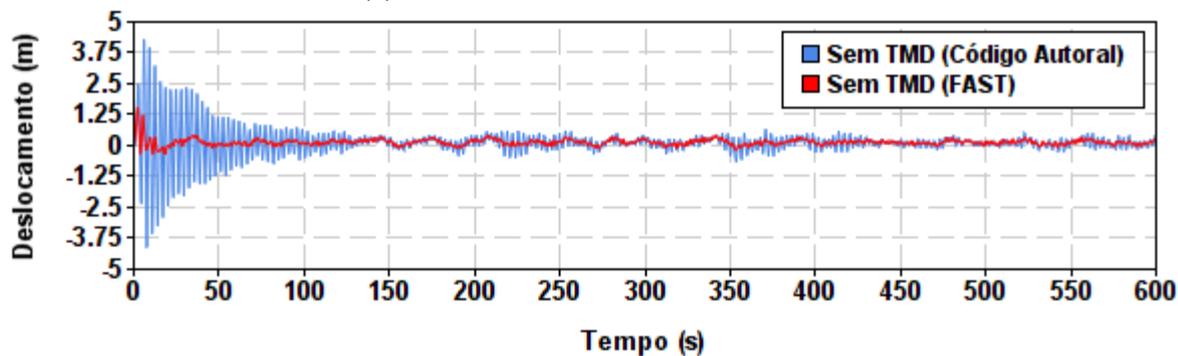
Figura 59 – Histórico de deslocamentos no topo da torre sem controle para diferentes cenários de vento.



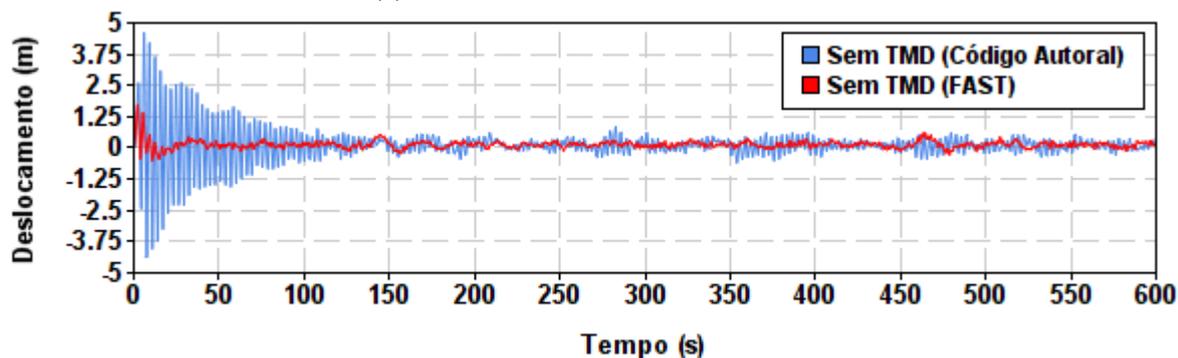
(a) Velocidade do vento de 3 m/s.



(b) Velocidade do vento de 11,4 m/s.



(c) Velocidade do vento de 25 m/s.



(d) Velocidade do vento de 30 m/s.

Fonte: Autor (2025).

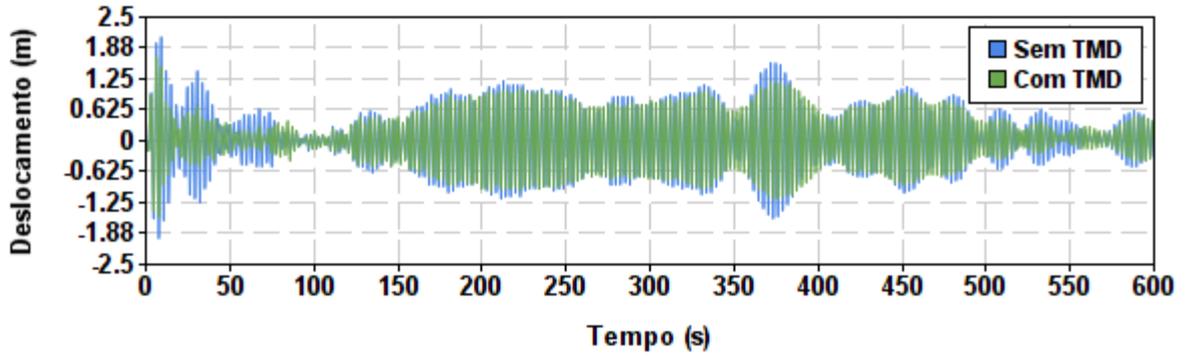
inicial. Com o efeito do amortecimento estrutural, os deslocamentos são gradativamente reduzidos, estabilizando-se em uma faixa de valores significativamente menor após 150 s. Esse fenômeno também foi observado em estudos anteriores, como os de Murtagh *et al.*, 2008; Sun; Jahangiri, 2019; Jahangiri; Sun, 2019; Chen *et al.*, 2021.

O caso 1, inicialmente, apresenta um comportamento semelhante aos demais até aproximadamente 100 s. No entanto, a partir desse instante, seu comportamento se distingue, caracterizando-se por uma dispersão persistente ao longo dos 600 s de análise, com múltiplos picos de amplificação dos deslocamentos. Essa dispersão pode ser atribuída ao fato de que, nesse cenário, a turbina encontra-se em fase de partida (*cut-in*), o que provoca flutuações contínuas nos deslocamentos durante toda a análise. O valor máximo observado nesse cenário de vento ocorreu no instante de aproximadamente 1 s (Tabela 21).

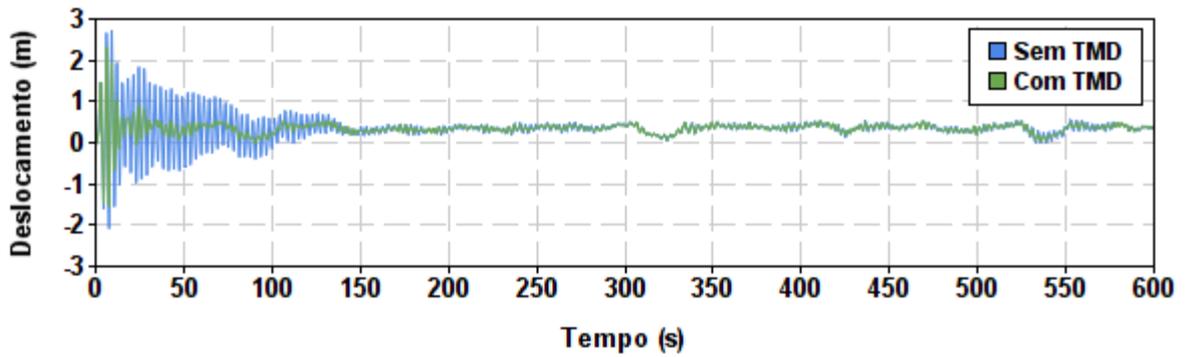
Na Figura 60, tem-se os registros históricos de deslocamentos no topo da torre com e sem a presença do *TMD*, considerando quatro diferentes cenários de vento. A análise da eficácia do controle baseia-se na redução do valor eficaz (*r.m.s.*) dos deslocamentos no topo da torre ao comparar a estrutura controlada e não controlada. Para os cenários de vento 1, 2, 3 e 4, em todo o tempo de análise (600 s), observaram-se reduções de deslocamento do topo da torre controlada de 13,912% (Figura 60a), 17,072% (Figura 60b), 39,967% (Figura 60c) e 42,255% (Figura 60d), respectivamente, em relação à estrutura sem controle. Observa-se que a eficácia do *TMD* se torna mais pronunciada em velocidades de vento mais elevadas, o que pode ser atribuído ao aumento da energia vibratória disponível para dissipação, favorecendo a atuação do dispositivo na atenuação das oscilações estruturais.

Além disso, nos casos de vento com velocidades de 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s, a instalação do *TMD* possibilita uma diminuição mais rápida dos deslocamentos do topo da torre, ocorrendo em aproximadamente 15 s, 40 s e 40 s, respectivamente. Sem o controle, esse tempo aumenta para 145 s, 140 s e 150 s nesses mesmos cenários, respectivamente. A partir de aproximadamente 150 s, verifica-se que, para os casos de vento 2, 3 e 4, as oscilações de deslocamento tornam-se significativamente menores e estabilizam-se, com variações reduzidas em torno de um valor médio. Evidências semelhantes foram reportadas em investigações anteriores, como nos trabalhos de Sun; Jahangiri, 2019; Jahangiri; Sun, 2019; Chen *et al.*, 2021.

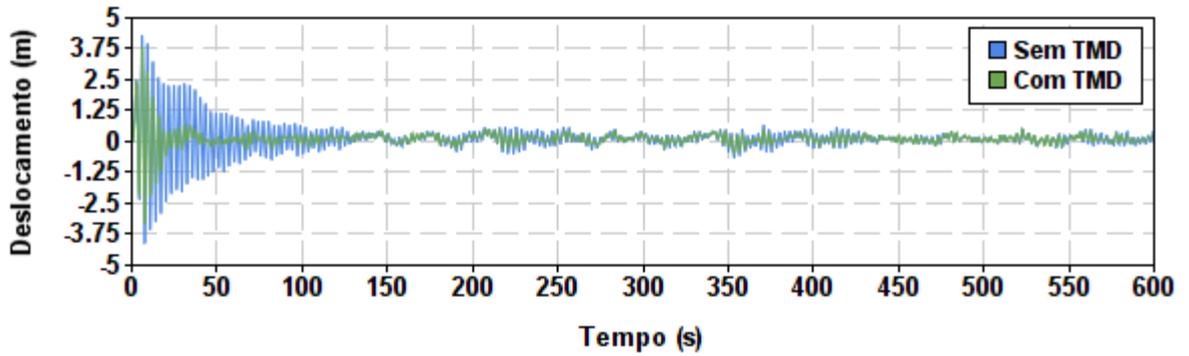
Figura 60 – Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento.



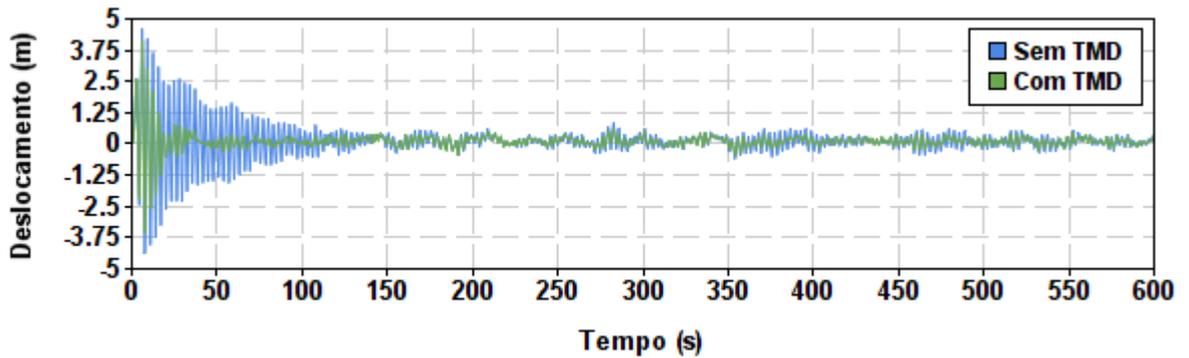
(a) Velocidade do vento de 3 m/s.



(b) Velocidade do vento de 11,4 m/s.



(c) Velocidade do vento de 25 m/s.



(d) Velocidade do vento de 30 m/s.

Fonte: Autor (2025).

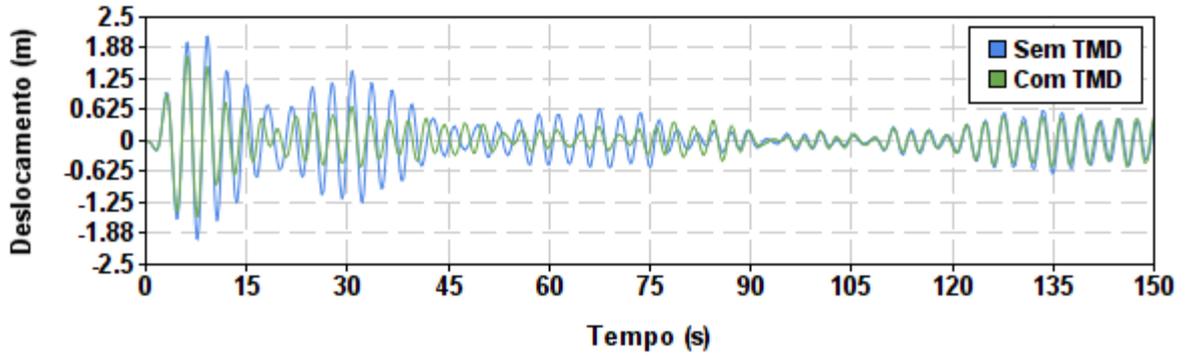
Por outro lado, o comportamento observado para o vento de 3 m/s (Figura 60a) difere dos demais cenários, apresentando amplificação dos deslocamentos durante toda a análise. Esse efeito pode ser atribuído à simulação do acionamento do aerogerador que altera a dinâmica estrutural. A partida do aerogerador, que ocorre em uma faixa de velocidade de vento mais baixa, pode gerar uma interação não linear entre as forças aerodinâmicas e a estrutura da torre, resultando em vibrações amplificadas. Esse fenômeno é característico de sistemas em que a excitação de baixa frequência pode coincidir com as frequências naturais da torre, o que pode resultar em uma resposta ressonante.

Para uma melhor compreensão, é apresentada na Figura 61, apenas a janela inicial de 150 s da simulação total. Durante esse período, foram registradas reduções no deslocamento do topo da torre controlada de 25,738% (Figura 61a), 23,843% (Figura 61b), 23,136% (Figura 61c) e 23,105% (Figura 61d), respectivamente, em comparação com a estrutura sem controle. Verifica-se que, de maneira geral, as reduções nos deslocamentos apresentaram valores semelhantes entre os diferentes cenários de vento, indicando que o *TMD* exerce uma atuação consistente na mitigação das oscilações no instante inicial da simulação, independentemente das variações na intensidade do vento.

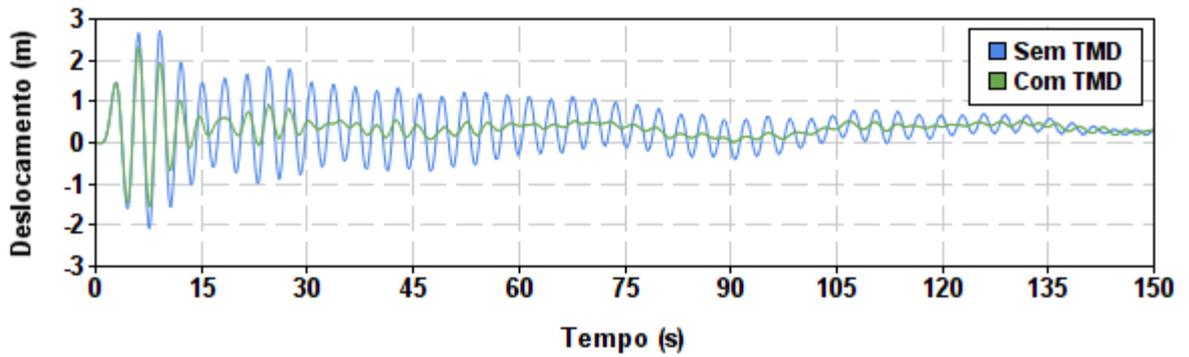
Entretanto, nos primeiros 3 s, a instalação do *TMD* não apresenta resultados significativos, e a resposta de pico do topo da torre não é reduzida. Isso ocorre porque o *TMD* começa a atuar somente quando há um deslocamento relativo entre a estrutura principal e o dispositivo. Inicialmente, o *TMD* não se move, levando um tempo até que esse deslocamento relativo se desenvolva. Fenômenos semelhantes foram observados em estudos de Chen e Georgakis (2013) e Zuo *et al.* (2017). Contudo, após esse período, o *TMD* entra em operação e a resposta do topo da torre começa a ser rapidamente atenuada.

Para proporcionar uma visualização mais clara do comportamento da torre após os 150 s, na Figura 62 é apresentada exclusivamente o intervalo de 150 s a 600 s para os quatro cenários de vento. Os resultados indicam que, embora os deslocamentos sejam menores em comparação à fase inicial (0 a 150 s), a atenuação proporcionada pelo *TMD* torna-se ainda mais expressiva nesse período. Foram registradas reduções nos deslocamentos eficazes do topo da torre de 51,173% (Figura 62a), 50,374% (Figura 62b), 75,222% (Figura 62c) e 75,326% (Figura 62d) pa-

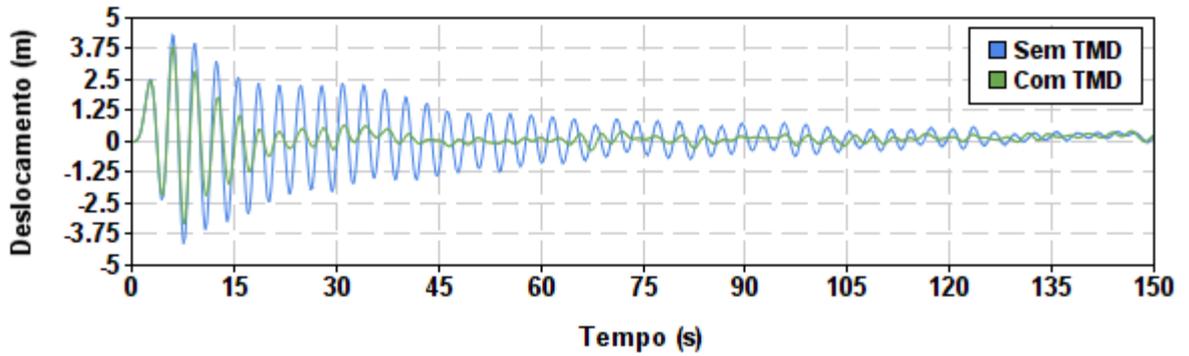
Figura 61 – Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento no intervalo de tempo de 0 a 150 s.



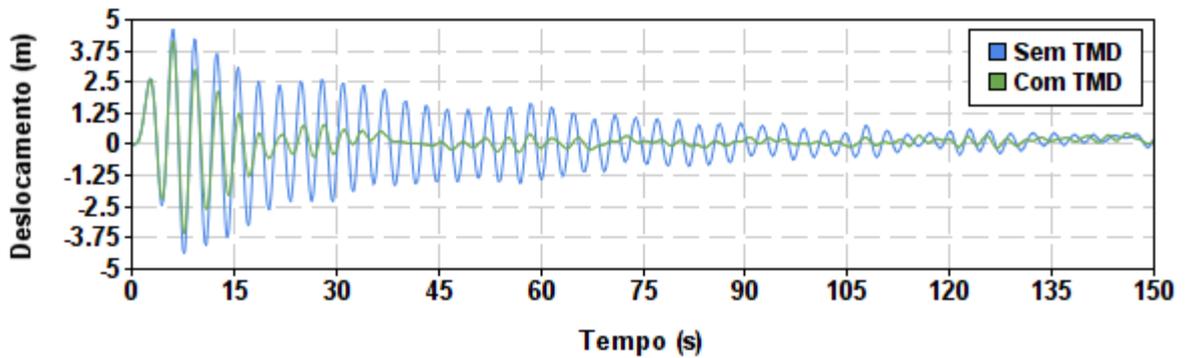
(a) Velocidade do vento de 3 m/s.



(b) Velocidade do vento de 11,4 m/s.



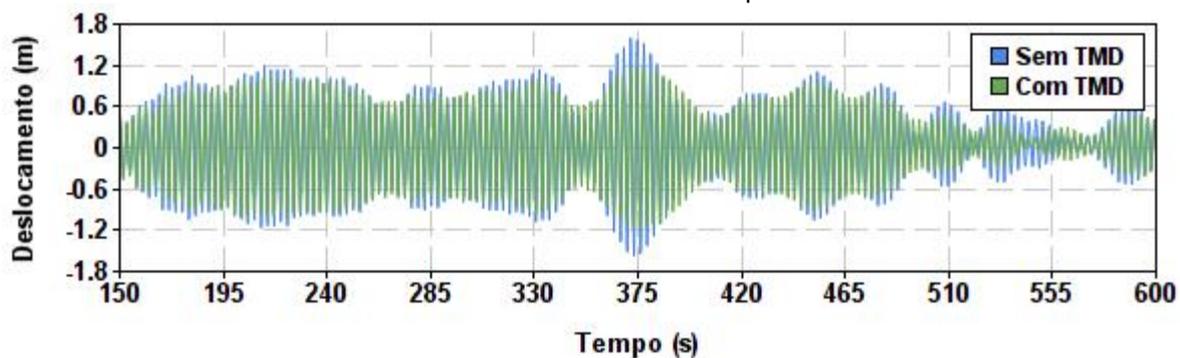
(c) Velocidade do vento de 25 m/s.



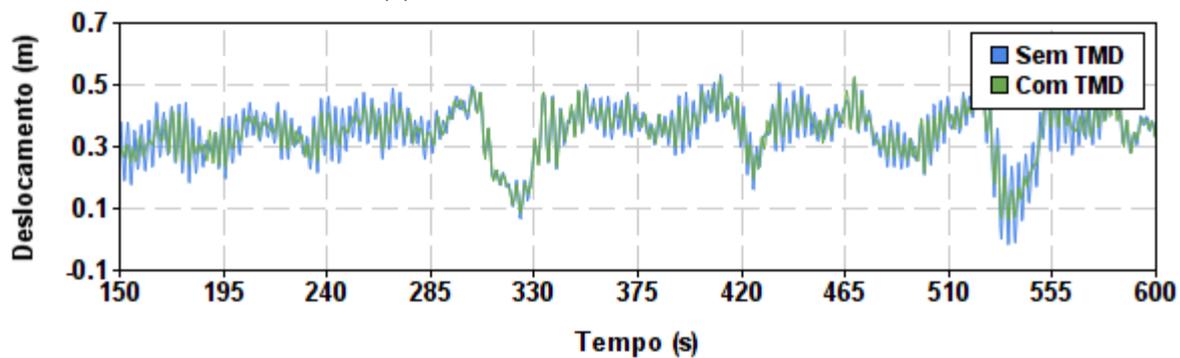
(d) Velocidade do vento de 30 m/s.

Fonte: Autor (2025).

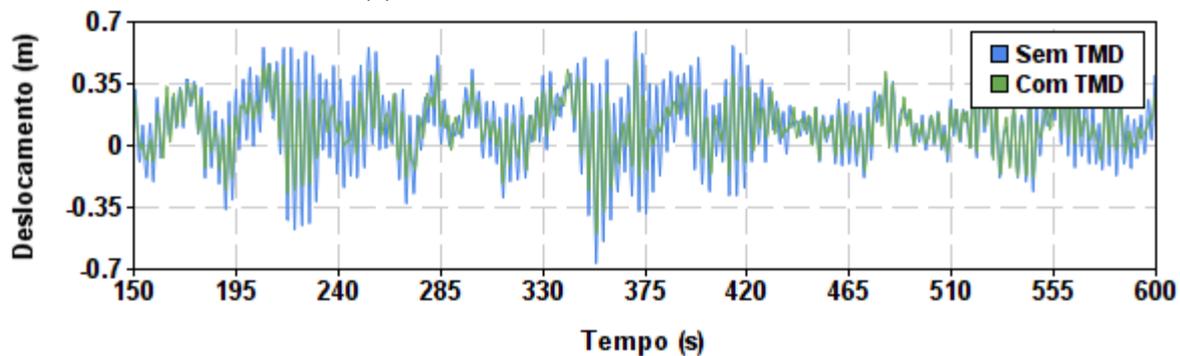
Figura 62 – Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada e controlada para diferentes cenários de vento no intervalo de tempo de 150 s a 600 s.



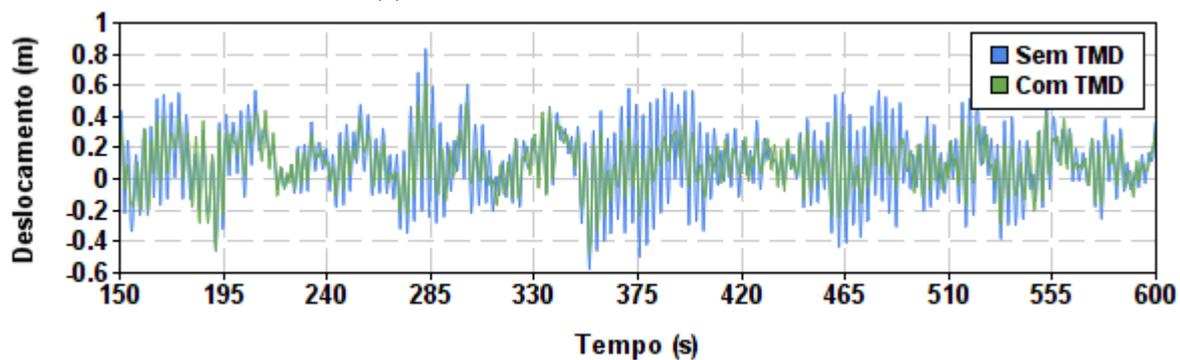
(a) Velocidade do vento de 3 m/s.



(b) Velocidade do vento de 11,4 m/s.



(c) Velocidade do vento de 25 m/s.



(d) Velocidade do vento de 30 m/s.

Fonte: Autor (2025).

ra os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, evidenciando que o *TMD* continua eficaz até o final da análise, contribuindo para a mitigação das vibrações.

Esse achado contraria as conclusões de Chen *et al.* (2021a), que afirmam uma perda de eficiência do *TMD* após a estabilização dos deslocamentos. Além disso, fenômenos semelhantes foram relatados por Robinson e Wang (2021), Guimarães *et al.* (2021) e Chen *et al.* (2021b). Destaca-se ainda que, dentro desse intervalo de tempo, a atuação do *TMD* é mais eficiente em cenários de vento com velocidades mais elevadas, reforçando sua aplicação no controle de vibrações em estruturas sujeitas a cargas dinâmicas intensas.

Além de avaliar a eficácia do controle, é fundamental considerar sua viabilidade, o que pode ser analisado por meio do deslocamento do *TMD*. Na Figura 63 é ilustrada a variação do deslocamento do *TMD* para todos os cenários de vento. Nessa representação, a linha tracejada indica o deslocamento do *TMD* acoplado à torre, refletindo o deslocamento total do sistema (torre + *TMD*). Além disso, o deslocamento do topo da torre controlada é mostrado exclusivamente para fornecer uma referência visual da ordem de grandeza do deslocamento do *TMD*.

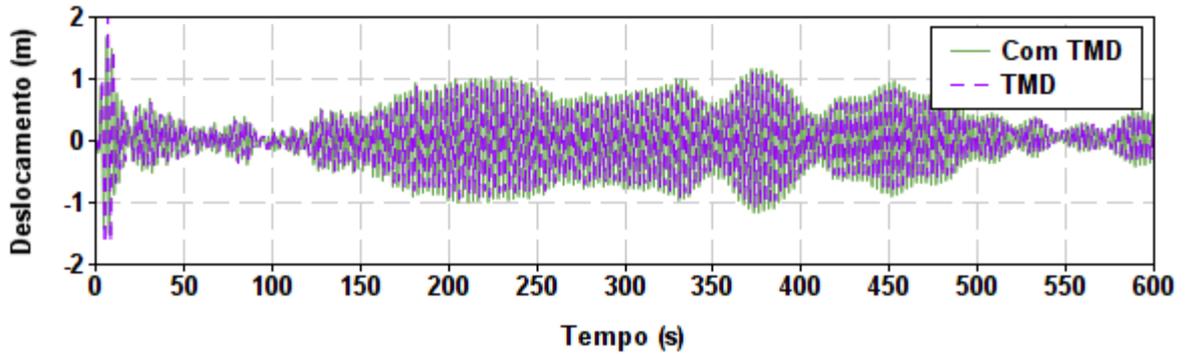
Os resultados indicam que o deslocamento máximo do *TMD* nos cenários de vento de 3 m/s, 11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s é de 0,295 m (Figura 63a), 0,519 m (Figura 63b), 1,113 m (Figura 63c) e 1,281 m (Figura 63d), respectivamente. Considerando que o diâmetro do topo da torre no presente estudo é de 1,4226 m, conforme detalhado na seção anterior, conclui-se que o deslocamento do *TMD* permanece dentro de uma faixa viável para operação.

Observa-se ainda que, à medida que a intensidade do vento aumenta, o deslocamento do *TMD* também cresce. Esse comportamento está diretamente relacionado ao aumento da energia transferida para a estrutura, exigindo uma maior amplitude de movimento do dispositivo para dissipar a energia vibratória de forma eficiente.

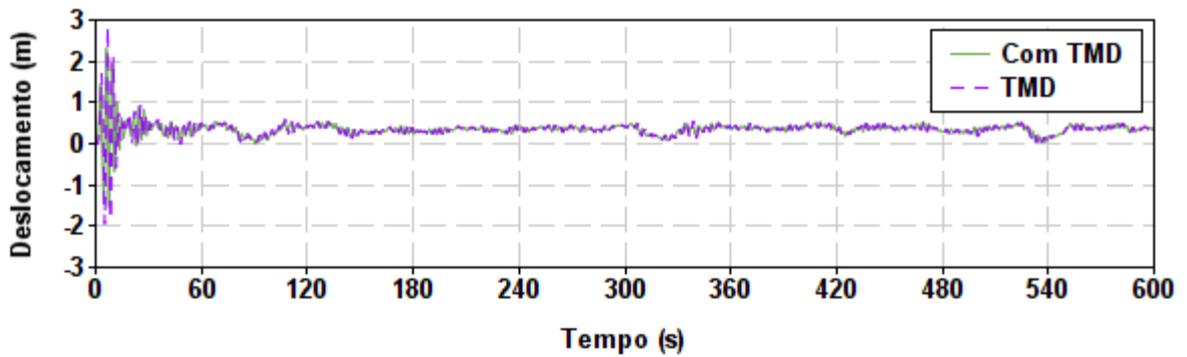
5.7 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO DA TORRE NA RESPOSTA DINÂMICA

Nesta seção, são exibidos os resultados correspondentes a análise da influência do amortecimento da torre na resposta dinâmica. Na Figura 64 é expresso a comparação dos deslocamentos do topo da torre sem controle, obtidos pelo modelo

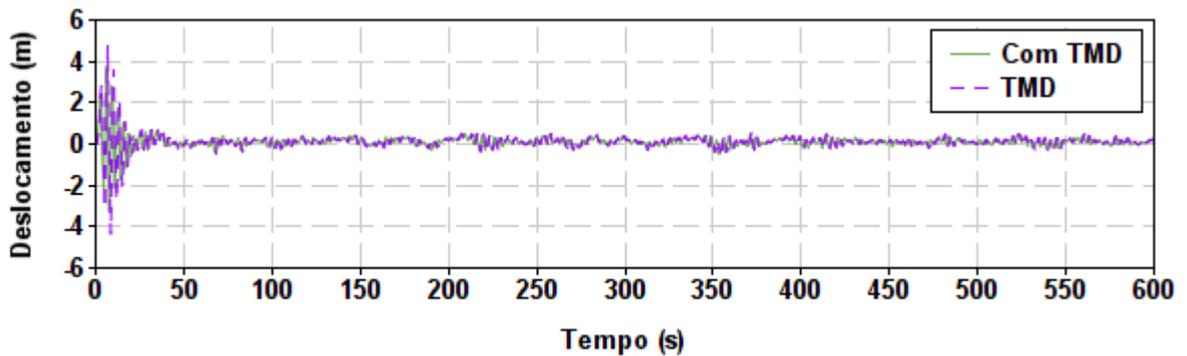
Figura 63– Histórico de deslocamentos totais do sistema torre + *TMD* e do topo da torre controlada para diferentes cenários de vento.



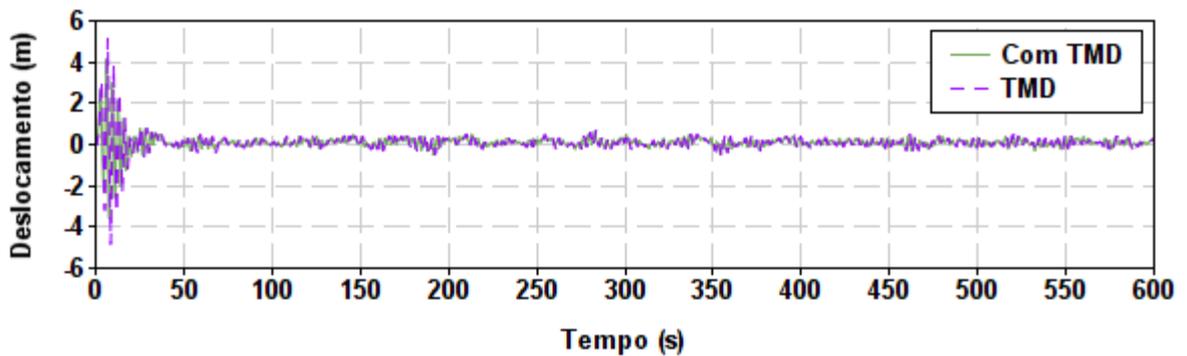
(a) Velocidade do vento de 3 m/s.



(b) Velocidade do vento de 11,4 m/s.



(c) Velocidade do vento de 25 m/s.



(d) Velocidade do vento de 30 m/s.

Fonte: Autor (2025).

numérico e pelo *software FAST*, considerando razões de amortecimento de 1%, 5%, 10%, 15%, 20% e 25%.

Observa-se que, com o aumento da razão de amortecimento da torre, a discrepância entre os deslocamentos obtidos pelo modelo numérico e pelo *softwareFAST* diminui progressivamente, evidenciando uma tendência de convergência dos resultados. Destaca-se que a maior divergência ocorre no início da resposta dinâmica, especialmente no pico de deslocamento. No entanto, após essa fase inicial, os deslocamentos simulados pelos dois modelos tornam-se bem próximos.

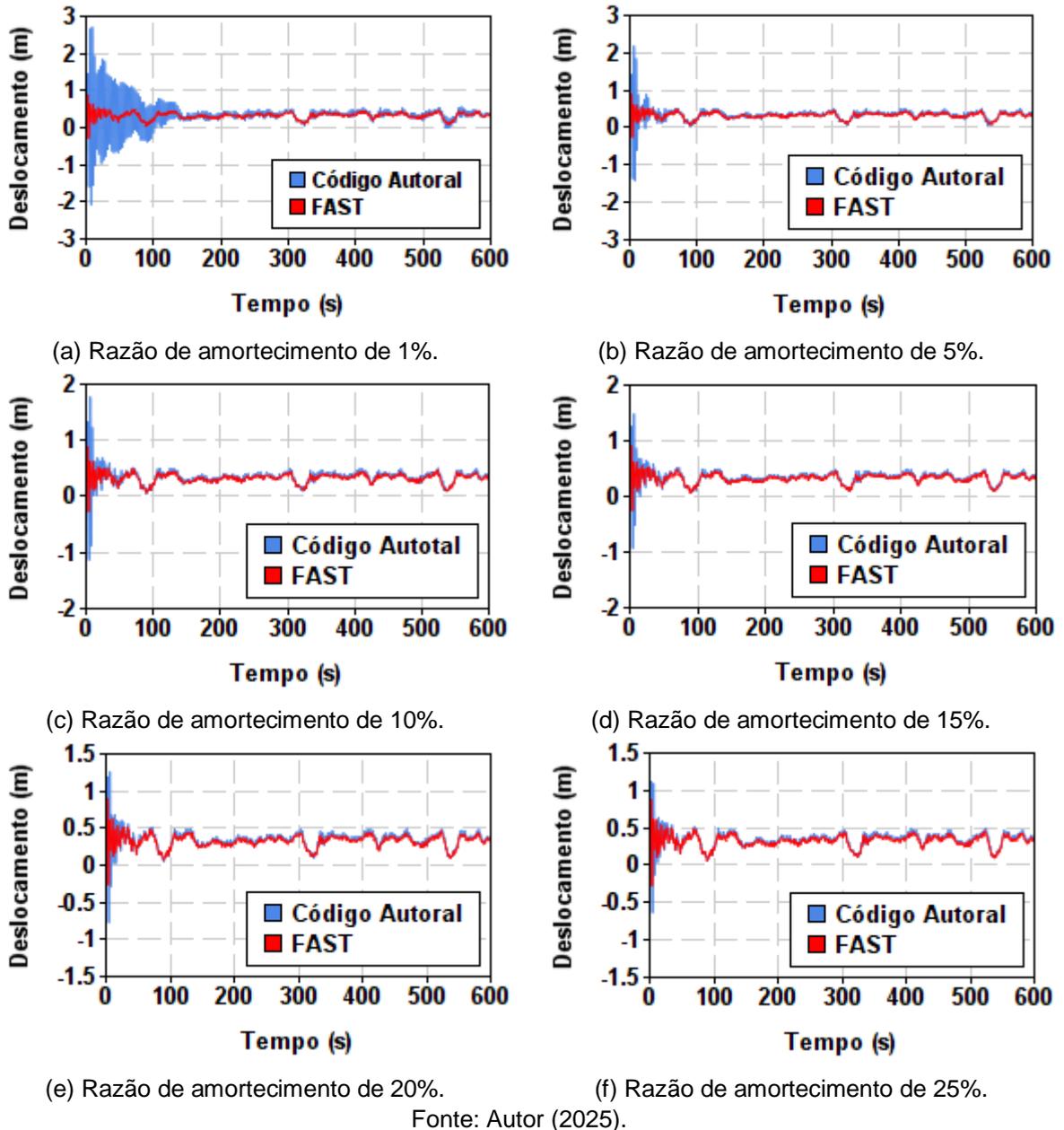
Esses resultados demonstram que a inclusão de um amortecimento estrutural equivalente pode, em certa medida, compensar a ausência do amortecimento aerodinâmico da torre. Além disso, o aumento na razão de amortecimento pode mitigar os efeitos da consideração do conjunto rotor-nacele, que foi incluído no modelo numérico, mas não no *FAST*, conforme discutido na seção anterior. Esse efeito é mais evidente para razões de amortecimento a partir de 5%, em que a resposta dinâmica apresenta uma convergência mais acentuada.

É importante ressaltar que os amortecimentos estruturais equivalentes superiores a 10% ou 15% aqui analisados são, na prática, alcançados por meio de dispositivos de amortecimento externos, uma vez que o amortecimento aerodinâmico, por si só, não atinge valores tão elevados. Dessa forma, as simulações foram conduzidas considerando esses níveis de amortecimento para avaliar seu impacto na resposta dinâmica da estrutura.

Salienta-se que o amortecimento é um fenômeno de natureza complexa e, muitas vezes, pouco compreendido, pois não pode ser modelado diretamente, apenas medido experimentalmente. Por esse motivo, a abordagem mais comum em *softwares* de simulação é a utilização do amortecimento de Rayleigh. Esse método consiste em definir valores de razão de amortecimento para duas frequências específicas e, a partir delas, calcular os valores correspondentes para as demais frequências.

No caso da torre em estudo, que foi discretizada em múltiplos elementos, aumentando o número de graus de liberdade, adotou-se uma razão de amortecimento de 1% para a primeira e a quinta frequência. Como consequência, as frequências intermediárias apresentaram razões de amortecimento inferiores a 1%, enquanto as frequências mais altas exibiram valores progressivamente maiores, ultrapassando esse limite.

Figura 64 – Histórico de deslocamentos do topo da torre não controlada obtidos via modelo numérico e FAST.



Quando a razão de amortecimento supera 1%, o sistema transita do regime crítico para o regime supercrítico, modificando significativamente seu comportamento dinâmico. No regime crítico, o sistema retorna à posição de equilíbrio no menor tempo possível, sem oscilar, mas ainda absorvendo energia vibratória de forma eficiente. Já no regime supercrítico, o amortecimento é tão elevado que o sistema apresenta uma resposta mais lenta, podendo demorar mais para atingir o equilíbrio. Esse aumento excessivo do amortecimento pode comprometer a eficiência da dissipação de energia e alterar as características vibratórias da estrutura, influenciando seu desempenho dinâmico.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A energia eólica representa uma forma renovável de geração de eletricidade derivada da força do vento. Nos últimos anos, observou-se um notável aumento na capacidade instalada em escala global. Diante do crescimento da demanda global por eletricidade, busca-se ampliar a potência gerada através da instalação de turbinas eólicas de maior porte, o que implica na construção de torres mais altas, visando aproveitar ventos intensos. Devido à considerável altura dessas torres e suas paredes de espessura fina, tornam-se suscetíveis a vibrações, sendo assim indispensável o emprego de técnicas de controle estrutural para atenuar tais efeitos.

Dessa forma, visando contribuir e explorar o potencial eólico, nesta dissertação, foi proposto o desenvolvimento de um *TMD* para o controle estrutural de uma torre tubular de aço de um aerogerador de eixo horizontal *onshore* de grande porte (potência nominal de 5 MW), considerando a excitação aleatória do vento devidamente aplicada para diferentes cenários e condições operacionais da turbina eólica. Análises numéricas foram realizadas para avaliar a eficácia do controle.

Os resultados da análise modal da torre, obtidos por meio do modelo numérico em elementos finitos de barra e do *software Bmodes*, apresentaram excelente concordância. O modelo numérico, em particular, indicou uma frequência natural de oscilação do primeiro modo próxima à reportada por Jonkman *et al.* (2009), o que valida sua capacidade de representar adequadamente o comportamento dinâmico modal da torre. A consistência entre os resultados reforça a confiabilidade da metodologia adotada, tornando o modelo mais robusto para futuras aplicações.

Com base nos resultados obtidos, o método do "Vento Sintético" aplicado à torre tubular de aço do aerogerador mostrou-se adequado, com resultados consistentes com as aplicações descritas na literatura, particularmente em estudos de autores renomados e experientes na área. A similaridade dos resultados obtidos com os encontrados em pesquisas anteriores comprova a eficácia do método na simulação da componente flutuante do vento e assegura sua aplicabilidade no contexto da análise dinâmica de aerogeradores.

Constatou-se que a velocidade do vento influencia diretamente a quantidade de massa necessária para controlar os deslocamentos no topo da torre. Ventos mais intensos (11,4 m/s, 25 m/s e 30 m/s) exigem aumento progressivo da razão de massa, enquanto o vento menos intenso (3 m/s) apresenta um comportamento diferente,

necessitando de uma razão de massa maior inicialmente, mas tornando-se mais eficaz com valores menores após certo ponto. Além disso, o cenário de vento de 11,4 m/s, que corresponde ao estado de operação de máximo desempenho da turbina eólica, é eficaz até uma razão de massa de 5%.

Ademais, verificou que, de modo geral, quanto maior o valor da massa do *TMD*, menor é seu deslocamento. No entanto, no cenário de vento de 11,4 m/s, isso não ocorre, pois, a partir de uma razão de massa de 5%, o movimento do dispositivo mantém-se praticamente constante, evidenciando uma limitação na eficácia do controle passivo nesse caso específico. Diante disso, concluiu-se que a razão de massa de 4% é a mais adequada para garantir a eficiência do sistema e atender aos limites de deslocamento em todos os cenários analisados. Embora os cenários de vento 1 e 2 demandem uma razão de massa de 3%, a necessidade de um único valor para todo o sistema levou à adoção de 4%, assegurando o desempenho ideal do *TMD* nas condições mais exigentes.

Em comparação com a turbina eólica não controlada, o *TMD* reduziu o deslocamento eficaz do topo da torre controlada em 13,912%, 17,072%, 39,967% e 42,255% nos cenários de vento 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Além disso, a instalação do *TMD* acelerou a redução do deslocamento do topo da torre para uma faixa menor de valores. Nos instantes iniciais (0 a 150 s), quando os deslocamentos foram mais elevados, o *TMD* apresentou menor eficácia, com reduções de 25,738%, 23,843%, 23,136% e 23,105% para os cenários de vento 1, 2, 3 e 4, respectivamente, em relação à estrutura sem controle. No entanto, ao longo do restante da análise (150 s a 600 s), o *TMD* demonstrou alta eficiência, proporcionando reduções de 51,173%, 50,374%, 75,222% e 75,326% para os mesmos cenários.

A análise realizada demonstra que a discrepância entre os deslocamentos obtidos pelo modelo numérico e pelo *software FAST* é progressivamente reduzida com o aumento da razão de amortecimento estrutural, evidenciando a influência do amortecimento aerodinâmico na resposta dinâmica da torre. A convergência dos resultados é mais acentuada para razões de amortecimento a partir de 5%, indicando que a inclusão de um amortecimento estrutural equivalente pode, em parte, compensar sua ausência no modelo numérico. Além disso, observa-se que a escolha da razão de amortecimento afeta significativamente o comportamento dinâmico da estrutura, podendo transitar do regime crítico para o supercrítico, o que impacta a eficiência da dissipação de energia e a resposta vibratória da torre.

Portanto, de maneira geral, esta dissertação busca apresentar contribuições de relevância prática imediata, pois visa desenvolver subsídios para análises dinâmicas e controle de vibrações em aerogeradores de eixo horizontal de grande porte.

Por outro lado, pesquisas futuras têm o potencial de aprimorar e expandir as análises realizadas neste estudo, com o objetivo de complementá-las e possibilitar a modelagem de cenários mais complexos. Nesse sentido, a seguir, são apresentadas algumas sugestões para o desenvolvimento de investigações subsequentes:

i. Aprimorar a consideração dos carregamentos originados pelo gerador sobre a torre (testando outros casos de carga de projeto de aerogeradores), especialmente no que tange aos efeitos dinâmicos decorrentes do funcionamento do gerador. Além disso, modelar a influência das pás do aerogerador na resposta da torre, ou seja, quantificar o impacto da interação entre a rotação das pás (com o rotor em operação) e o sistema torre-nacele, por meio da combinação das equações de movimento correspondentes.

ii. Considerar o efeito sísmico sobre a torre, em função da ocorrência de sismos no estado de Pernambuco, decorrentes de uma falha geológica que atravessa o estado de leste a oeste.

iii. Investigar os efeitos da interação solo-estrutura na resposta dinâmica da torre por meio de uma modelagem detalhada do solo, considerando suas propriedades geotécnicas específicas e a inclusão das armaduras da base e de ancoragem.

iv. Implementar amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM), *multiple tuned mass damper (MTMD)*, visando um controle mais eficiente e robusto de modos de vibração superiores da torre.

v. Avaliar a eficácia do absorvedor dinâmico de vibração no controle da fadiga dos materiais que compõem a torre.

vi. Aplicar as análises desse trabalho em um modelo de torre com projeto executivo mais completo da torre (modelado com elementos finitos de casca e sólidos), incluindo o detalhamento: das ligações soldadas necessárias; das aberturas da torre; das plataformas e dos elementos de ascensão à torre.

vii. Desenvolver análises semelhantes às apresentadas neste estudo, aplicadas às torres de aerogeradores *offshore*, considerando o promissor potencial eólico da costa brasileira para a geração de energia elétrica.

REFERÊNCIAS

ABEEólica. **Associação Brasileira de Energia Eólica**, 2013. Disponível em: <https://abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2022/03/BoletimdeGeracaoEolica-2013.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2024.

ABEEólica. **Associação Brasileira de Energia Eólica**, 2022. Disponível em: <https://abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2023/06/Boletim-de-Geracao-Eolica-2022.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2024.

ABEEólica. **Associação Brasileira de Energia Eólica**, 2023. Disponível em: https://abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2024/07/424_ABEEOLICA_BOLETIM-ANUAL-2024_DIGITAL_PT_V3.pdf. Acesso em: 11 fev. 2025.

ABHINAV, K.; SAHA, N. Dynamic analysis of an offshore wind turbine including soil effects. **Procedia Engineering**, Elsevier, v. 116, p. 32–39, 2015.

ABHINAV, K.; SAHA, N. Dynamic analysis of monopile supported offshore wind turbines. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering**, Thomas Telford Ltd, v. 170, n. 5, p. 428–444, 2017.

ACKERMANN, T.; SÖDER, L. An overview of wind energy-status 2002. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 6, p. 67-128, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1364-0321\(02\)00008-4](https://doi.org/10.1016/S1364-0321(02)00008-4).

AGBAYANI, N. A.; VEGA, R. E. The rapid evolution of wind turbine tower structural systems: a historical and technical overview. In: Structures Congress, 1., 2012, Chicago. **Anais [...]**. Chicago: ASCE, 2012.

Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). **Sistemas de Informações de Geração da ANEEL (SIGA)**: Capacidade de Geração do Brasil. 2024. Disponível em: <https://app.powerbi.com/view?r=eyJrljoiNjc4OGYyYjQtYWM2ZC00YjIILWJlYmEtYzdkNTQ1MTc1NjM2IiwidCI6IjQwZDZmOWI4LWVjYTctNDZhMi05MmQ0LWVhNGU5YzAxNzBIMSIsImMiOiR9>. Acesso em: 15 fev. 2024.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos a base da tecnologia CAE análise dinâmica**. 2 ed. São Paulo Érica, 2008.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos**: a base da tecnologia CAE. 2 ed. São Paulo: Érica, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2024.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR IEC 61400-1**: Sistemas de geração de energia eólica Parte 1: Requisitos de projeto. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

BAI, H.; AOUES, Y.; CHERFILS, J. M.; LEMOSSE, D. Design of an Active Damping System for Vibration Control of Wind Turbine Towers. **Infrastructures**, v. 6, ed. 11, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/infrastructures6110162>.

BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. ISBN 0-13-301458-4.

BIR, G.; JONKMAN, J. **Aeroelastic instabilities of large offshore and onshore wind turbines**. In: IOP PUBLISHING. Journal of Physics: Conference Series. [S.l.], 2007. v. 75, n. 1, p. 012069.

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 1995. ISBN 85-7025-362-1.

BLESSMANN, Joaquim. **O vento na engenharia estrutural**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 1995. 166 p. ISBN 85-7025-362-1.

BRASIL, R. M. L. R. F.; DA SILVA, M. A. **Introdução à Dinâmica das Estruturas**. ed. 2. São Paulo: Blucher, 2015.

BRASIL. Resolução nº 210 de 13 de novembro de 2006. Estabelece os limites de peso e dimensões para veículos que transitem por vias terrestres e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**: Brasília, DF, 2006. Disponível em: https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/prop_mostrarintegra?codteor=1608786. Acesso em: 25 jan. 2024.

BRASIL. Resolução nº 24 de 5 de julho de 2001, Programa Emergencial de Energia Eólica - PROEÓLICA. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**: Brasília, DF, 2001. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Resolu%C3%A7%C3%A3o/RES24-01.htm. Acesso em: 02 fev. 2024.

BRAZ-CÉSAR, M. T. **Vibration Control of Building Structures using MagnetoRheological Dampers**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Estruturas) – Departamento de Mecânica Aplicada, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Porto, 2015.

BRODERSEN, M. L.; BJØRKE, A.; HØGSBERG, J. Active tuned mass damper for damping of offshore wind turbine vibrations. **Wind Energy**, v. 20, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.2063>.

BURTON, T.; SHARPE, D.; JENKINS, N.; BOSSANYI, E. **Wind energy handbook**. 1 ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.

CARRIL JR, C. F. **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. 2000. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, São Paulo, 2000.

CARSWELL, W.; JOHANSSON, J.; LØVHOLT, F.; ARWADE, S.; MADSHUS, C.; DEGROOT, D.; MYERS, A. Foundation damping and the dynamics of offshore wind turbine monopiles. **Renewable energy**, Elsevier, v. 80, p. 724–736, 2015.

CHÁVEZ, E. S. **Análise estrutural de edifício alto submetido às pressões flutuantes induzidas pela ação do vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

CHEN J, GEORGAKIS CT. Tuned rolling–ball dampers for vibration control in wind turbines. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, 2013, p. 5271-5282, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.05.019>.

CHEN, D.; HUANG, S.; HUANG, C.; LIU, R. OUYANG, F. Passive control of jacket–type offshore wind turbine vibrations by single and multiple tuned mass dampers. **Marine Structures**, v. 77, 2021a. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.102938>.

CHEN, J.; GEORGAKIS, C. T. Tuned rolling-ball dampers for vibration control in wind turbines. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, p. 5271-5282, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.05.019>.

CHEN, J.; ZHAO, Y.; CONG, O.; HE, M. Vibration control using double-response damper and site measurements on wind turbine. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 25, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/stc.2200>.

Chen, X.; Kareem, A.; Xu, G.; Wang, H.; Sun, Y.; Hu, L. Optimal tuned mass dampers for wind turbines using a Sigmoid satisfaction function-based multiobjective optimization during earthquakes. **Wind Energy**, v. 24, p. 1140-1155. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.2623>.

CHEN, Z. M.; CHEN, G. Q. An overview of energy consumption of the globalized world economy. **Energy Policy**, v. 39, p. 5920-5928, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2011.06.046>.

China National Building Material Group Co., Group (CNBM). **Wind Turbine Tower Manufacturing Process**. CNBM International - Wind Power, 2017. Disponível em: <http://www.steelwindtower.com/>. Acesso em: 06 mar. 2024.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**: Theory and applications to earthquake engineering. 4. ed. Practice Hall, 2012.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3. ed. Berkeley: Computers and Structures, 2003.

COLHERINHAS, G. B.; MORAIS, M. V. G.; SHZU, M. A. M.; AVILA, S. M. Genetic optimization of tower vibrations with pendulum TMD. In: Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 36., 2015, Rio de Janeiro. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: CILAMCE, 2015a.

COLHERINHAS, G. B.; MORAIS, M. V. G.; SHZU, M. A. M.; AVILA, S. M. Genetic optimization analysis of wind tower vibrations controlled by a pendulum TMD. In:

Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 37., 2016, Brasília. **Anais** [...]. Brasília: CILAMCE, 2016.

COLHERINHAS, G. B.; PETRINI, F.; MORAIS, M. V. G.; BONTEMPI, F. Optimal design of passive-adaptive pendulum tuned mass damper for the global vibration control of offshore wind turbines. **Wind Energy**, v. 24, p. 573-595, 2020.

COLHERINHAS, G. B.; SHZU, M. A. M.; AVILA, S. M.; MORAIS, M. V. G. Genetic optimization of tower vibrations with pendulum TMD. In: ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 5., 2015b, Crete Island. **Anais** [...]. Crete Island: COMPDYN, 2015b.

COLWELL, S.; BASU, B. Tuned liquid column dampers in offshore wind turbines for structural control. **Engineering Structures**, v. 31, p. 358-368, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.09.001>.

COOK, R. D. **Finite element modeling for stress analysis**. Canada: John Wiley & Sons, 1995. ISBN 0-471-10774-3.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. 4. ed. Madison: John Wiley & Sons, 2002. ISBN 978-0-471-35605-9.

COUDURIER, C.; LEPREUX, O.; PETIT, N. Modelling of a tuned liquid multi-column damper. Application to floating wind turbine for improved robustness against wave incidence. **Ocean Engineering**, v. 165, p. 277-292, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.03.033>.

CROSS-WHITER, J.; ACKERS, B. B.; ARORA, D.; WRIGHT, A.; FLEMING, P.; LACKNER, M.; PARK, S. Load mitigation on floating offshore wind turbines with advanced controls and tuned mass dampers. In: International Offshore Wind Technical Conference, 1., 2018, San Francisco. **Anais** [...]. San Francisco: ASME, 2018.

Danish Wind Industry Association (DWIA). **Manufacturing Wind Turbine Towers**. Guided Tour on Wind Energy, 1999. Disponível em: <http://ele.aut.ac.ir/~wind/en/tour/index.htm>. Acesso em: 07 mar. 2024.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1947.

DEN HARTOG, J. P. **Vibrações nos sistemas mecânicos**. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1972.

DI PAOLO, M.; NUZZO, I.; CATERINO, N.; GEORGAKIS, C. T. A friction-based passive control technique to mitigate wind induced structural demand to wind turbines. **Engineering Structures**, v. 232, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111744>.

DNV/Risø. **Guidelines for design of wind turbines**. 2 ed. Denmark: Jydsk Centraltrykkeri, 2002.

FAST. 2008. Disponível em: <https://www.nrel.gov/wind/nwtc/fast.html>. Acesso em: 11 fev. 2025.

FENG, Z.; HUANG, Y.; HUA, X.; DAI, J.; JING, H. Vibration-Resistant Performance Study of a Novel Floating Wind Turbine with Double-Rope Mooring System and Stroke-Limited TMD. **Journal of Marine Science and Engineering**, v. 11, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/jmse11010058>.

FITZGERALD, B.; BASU, B. Structural control of wind turbines with soil structure interaction included. **Engineering Structures**, v. 111, p. 131–151, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.019>.

FITZGERALD, B.; SARKAR, S.; STAINO, A. Improved reliability of wind turbine towers with active tuned mass dampers (ATMDs). **Journal of Sound and Vibration**, v. 419, p. 103-122, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.12.026>.

FRANCO, M. Direct Along-wind Dynamic Analysis of Tall Structures. **Boletim Técnico da Escola Politécnica**, Universidade de São Paulo. São Paulo: EPUSP,

FRANCO, M.; MEDEIROS, S. R. P. Método do “Vento sintético”: novas considerações. **Concreto & Construções**, p. 38-46, 2014.

FRANCO, M.; MEDEIROS, S. R. P. O método do “vento sintético” - Novas considerações. **TQS News**, n. 33, p. 38-46, 2011.

GAMBIER, A.; NAZARUDDIN, Y. Y. Collective Pitch Control with Active Tower Damping of a Wind Turbine by Using a Nonlinear PID Approach. **IFAC-PapersOnLine**, v.51, p. 238-243, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.06.072>.

GENCTURK, B.; ATTAR, A.; TORT, C. Optimal design of lattice wind turbine towers. In: World conference on earthquake engineering, 15., 2012, Lisboa. **Anais [...]**. Lisboa: 2012.

GHASSEMPOUR, M.; FAILLA, G.; ARENA, F. Vibration mitigation in offshore wind turbines via tuned mass damper. **Engineering Structures**, v. 183, p. 610-636, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.092>.

GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL (GWEC). **Global statistics**. Brussels, 2015. Disponível em: <https://gwec.net>. Acesso em: 15 fev. 2024.

GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL (GWEC). **Global statistics**. Brussels, 2018. Disponível em: <https://gwec.net>. Acesso em: 15 fev. 2024.

GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL (GWEC). **Global Wind Report**. Brussels, 2023. Disponível em: <https://gwec.net/globalwindreport2023/>. Acesso em: 15 fev. 2024.

GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL (GWEC). **Global Wind Report**. Brussels, 2024. Disponível em: <https://gwec.net/global-wind-report-2024/>. Acesso em: 28 jan. 2024.

- GOLDEMBERG, J.; COELHO, S. T.; REI, F. Brazilian energy matrix and sustainable development. **Energy for Sustainable Development**, v. 6, p. 55-59, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0973-0826\(08\)60447-0](https://doi.org/10.1016/S0973-0826(08)60447-0).
- GUIMARÃES, J. A.; FARIAS, M. R.; BRAZ CÉSAR, M. T.; BARROS, R. M. C. Dynamic Analysis of Wind Tower and Dimensioning of Tuned Mass Damper. **Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada**, v. 6, p. 55-64, 2021. DOI: <https://doi.org/10.25286/repa.v6i2.1465>.
- GUIMARÃES, P. V. B. **Controle semiativo de modelo de pêndulo invertido para aerogeradores offshore**. 2016. Dissertação (Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia) – Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, 2016.
- GUIMARÃES, P. V. B.; AVILA, S. M.; SHZU, M. A. M.; PRADO, Z. J. G.; MORAIS, M. V. G. Vibration control of an offshore wind turbine modeled as an inverted pendulum. In: Proceedings of International Conference on Vibration Problems, 11., 2013, Lisboa. **Anais [...]**. Lisboa: ICOVP, 2013.
- GUIMARÃES, P. V. B.; MORAIS, M. V. G.; AVILA, S. M. Tuned mass damper inverted pendulum to reduce offshore wind turbine vibrations. In: SINHA, J. K. (Org.). **Vibration Engineering and Technology of Machinery**: Proceedings of VETOMAC X 2014, held at the University of Manchester, UK, September 9-11, 2014. Mechanisms and Machine Science, v. 23, p. 379-388, Springer, 2015. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-09918-7_34.
- HAU, E. **Wind Turbines**: Fundamentals, Technologies, Application, Economics. 2 ed. Munich (Germany): Springer, 2013.
- HEMMATI, H.; OTERKUS, E.; KHORASANCHI, M. Vibration suppression of offshore wind turbine foundations using tuned liquid column dampers and tuned mass dampers. **Ocean Engineering**, v. 172, p. 286-295, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.11.055>.
- HOUSNER, G. W.; BERGMAN, L. A.; CAUGHEY, T. K.; CHASSIAKOS, A. G.; CLAUS, R. O.; MASRI, S. F.; SKELTON, R. E.; SOONG, T. T.; SPENCER, B. F.; YAO, J. T. P. Structural Control: Past, Present, and Future. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 123, p. 897-971, 1997. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1997\)123:9\(897\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:9(897)).
- HU, Y.; HE, E. Active structural control of a floating wind turbine with a stroke-limited hybrid mass damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 410, p. 447-472, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.08.050>.
- HU, Y.; WANG, J.; CHEN, M. Z. Q.; LI, Z.; SUN, Y. Load mitigation for a barge-type floating offshore wind turbine via inerter-based passive structural control. **Engineering Structures**, v. 177, p. 198-209, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.09.063>.
- HUEBNER, K. H.; DEWHIRST, D. L.; SMITH, D. E.; BYROM, T. G. **The finite element method for engineers**. 4 ed. John Wiley & Sons, 2001. ISBN 0-471-37078-9.

HUMAR, J. L. **Dynamics of Structures**. 2 ed. Ottawa (Canada): A.A. Balkema Publishers, Lisse, 2002.

JAHANGIRI, V.; SUN, C. Integrated bi-directional vibration control and energy harvesting of monopile offshore wind turbines. **Ocean Engineering**, v. 178, p. 260-269, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.02.015>.

JAHANGIRI, V.; SUN, C. Three-dimensional vibration control of offshore floating wind turbines using multiple tuned mass dampers. **Ocean Engineering**, v. 206, p. 107-196, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107196>.

JIN, X.; XIE, S.; HE, J.; LIN, Y.; WANG, Y.; WANG, N. Optimization of tuned mass damper parameters for floating wind turbines by using the artificial fish swarm algorithm. **Ocean Engineering**, v. 167, p. 130-141, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.08.031>.

JONKMAN, B.; JONKMAN, J. **Fast v8. 16.00 a-bjj**. National Renewable Energy Laboratory, v. 1355, 2016.

JONKMAN, J. M. **Modeling of the UAE Wind Turbine for Refinement of FAST { } AD**. [S.I.], 2003.

JONKMAN, J. **Overview of the fast servo-elastic module**. In: NREL Wind Turbine Modeling Workshop, Tokyo, Japan. [S.I.: s.n.], 2013.

JONKMAN, J.; BUHL, M. **New developments for the nwtc's fast aeroelastic hawt simulator**. In: 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. [S.I.: s.n.], 2004. p. 504.

JONKMAN, J.; BUTTERFIELD, S.; MUSIAL, W.; SCOTT, G. **Definition of a 5-mw reference wind turbine for offshore system development**. National Renewable Energy Laboratory, Golden, CO, Technical Report No. NREL/TP-500-38060, 2009.

JUÁREZ, A. A.; ARAÚJO, A. M.; ROHATGI, J. S. OLIVEIRA FILHO, O. D. Q. Development of the wind power in Brazil: Political, social and technical issues. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 39, p. 828-834, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.07.086>.

JUNG, S.; KIM, S.-R.; PATIL, A. Effect of monopile foundation modeling on the structural response of a 5-mw offshore wind turbine tower. **Ocean Engineering**, Elsevier, v. 109, p. 479–488, 2015.

KARIMI, H. R.; ZAPATEIRO, M.; LUO, N. Semiactive vibration control of offshore wind turbine towers with tuned liquid column dampers using H_∞ output feedback control. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, 2010, Yokohama. **Anais [...]**. Yokohama: IEEE, 2010.

KOOIJMAN, H. J. T.; LINDENBURG, C.; WINKELAAR, D.; VAN DER HOOFT, E. L. **DOWEC 6 MW Pre-Design**: Aero-elastic modeling of the DOWEC 6 MW pre-design in PHATAS, DOWEC Dutch Offshore Wind Energy Converter 1997–2003 Public

Reports [CD-ROM], DOWEC 10046_009, ECN-CX--01-135, Petten, the Netherlands: Energy Research Center of the Netherlands, 2003.

LACKNER, M. A.; ROTEVA, M. A. Passive structural control of offshore wind turbines. **Wind Energy**, v. 14, p. 373–388, 2011a. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.426>.

LACKNER, M. A.; ROTEVA, M. A. Structural control of floating wind turbines. **Mechatronics**, v. 21, p. 704–719, 2011b. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2010.11.007>.

LEI, Z.; WANG, J.; PENG, T.; AN, H.; SHEN, L. WANG, T. Vibration Control of Steel Wind Turbine Tower Using a Novel Tuned Mass Damper Refitted via Inner Platform. **Shock and Vibration**, v. 2023, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1155/2023/9119331>.

LEITE, E. B. **Análise comparativa entre respostas de torre de transmissão sujeita a carregamentos obtidos através do método do vento sintético e da norma NBR 6123/88**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

LI, J.; ZHANG, Z.; CHEN, J. Experimental study on vibration control of offshore wind turbines using a ball vibration absorber. **Energy and Power Engineering**, v. 4, n. 3, p. 153-157, 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/epe.2012.43021>.

LIAN, J.; ZHAO, Y.; LIAN, C.; WANG, H.; DONG, X.; JIANG, Q.; ZHOU, H.; JIANG, J. Application of an eddy current-tuned mass damper to vibration mitigation of offshore wind turbines. **Energias**, v. 11, 2018. DOI: <https://doi.org/10.3390/en11123319>.

LIMA, D. M. **Análise da estabilidade elástica, análise dinâmica e controle de vibração em torres tubulares de aço para aerogeradores de eixo horizontal**. 2018. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia e Geociência, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, D. M.; LOPEZ-YANEZ, P. A. Elastic dynamics analysis in steel tubular towers for horizontal axis wind turbines. **Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria**, v. 36, p. 2, 2020. DOI: [10.23967/j.rimni.2019.12.005](https://doi.org/10.23967/j.rimni.2019.12.005).

LIMA, D. M.; LÓPEZ-YÁNEZ, P. A.; PEREIRA, M. A. Vibration control device for steel tubular towers of Horizontal Axis Wind Turbines. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 16, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1679-78255436>.

LIMA, D. M.; LOPEZ-YANEZ, P. A.; SILVA, J. W. Análise da estabilidade elástica em torres tubulares de aço para aerogeradores de eixo horizontal. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 7, p. 100-119, 2018. DOI: [10.17648/aco-2238-9377-7-2-2](https://doi.org/10.17648/aco-2238-9377-7-2-2).

LIMA, D. M.; MEDEIROS, I.S.; SANTOS, R. B.; MEDEIROS ALAS, L. E.; LÓPEZ-YÁNEZ, P. A. Considerations for the structural design of wind turbine towers: A practical application. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. e2158, p. 1-20, 2024. DOI: [10.1002/tal.2158](https://doi.org/10.1002/tal.2158).

MACHADO, L.; SERRANO, V. **Depressão, insônia, surdez: o drama dos agricultores que vivem embaixo de parque eólico em cidade de Lula.** BBC News Brasil, São Paulo, 2023. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cglyg8np3mno>. Acesso em: 04 mar. 2024.

MARDFEKRI, M.; GARDONI, P. Probabilistic demand models and fragility estimates for offshore wind turbine support structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 52, p. 478–487, 2013.

MARINO, E.; GIUSTI, A.; MANUEL, L. Offshore wind turbine fatigue loads: The influence of alternative wave modeling for different turbulent and mean winds. **Renewable Energy**, Elsevier, v. 102, p. 157–169, 2017.

MARTIN, W. W.; NAUDASCHER, E.; CURRIE, I. Streamwise oscillations of cylinders. Journal of the Engineering Mechanics Division, **American Society of Civil Engineers**, v. 107, p. 589–607, 1981.

MARTINI, G. D. **Building wind steel towers, building a better future**, 2016. Disponível em: <https://silo.tips/download/buildingwind-steel-towers-building-a-better-future>. Acesso em: 10 mar. 2024.

MEDEIROS, I. S.; BELLO, M. I. M. C. V.; LIMA, D. M. Influence of soil-structure interaction on the behavior of the tower-foundation system of a horizontal-axis wind turbine. **Structural Design of Tall and Special Buildings**, p. 1-18, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1002/tal.2163>.

MENSAH, A. F.; DUEÑAS-OSORIO, L. Improved reliability of wind turbine towers with tuned liquid column dampers (TLCDs). **Structural Safety**, v. 47, p. 78-86, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2013.08.004>.

MOHAMMADI, E.; FADAEINEDJAD, R.; MOSCHOPOULOS, G. Implementation of internal model based control and individual pitch control to reduce fatigue loads and tower vibrations in wind turbines. **Journal of Sound and Vibration**, v. 421, p. 132-152, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.02.004>.

MORATÓ, A.; SRIRAMULA, S.; KRISHNAN, N.; NICHOLS, J. Ultimate loads and response analysis of a monopile supported offshore wind turbine using fully coupled simulation. **Renewable Energy**, Elsevier, v. 101, p. 126–143, 2017.

MOUTINHO, C. M. R. **Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil**. 2007. Dissertação (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Porto, 2007.

MURTAGH, P. J.; BASU, B.; BRODERICK, B. M. Along-wind response of a wind turbine tower with blade coupling subjected to rotationally sampled wind loading. **Engineering Structures**, v. 27, p. 1209-1219, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.03.004>.

MURTAGH, P. J.; GHOSH, A.; BASU, B.; BRODERICK, B. M. Passive control of wind turbine vibrations including blade/tower interaction and rotationally sampled turbulence. **Wind Energy**, v. 11, p. 305-317, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.249>.

NELSON, V.; STARCHER, K. **Wind energy: renewable energy and the environment**. 3 ed. Boca Raton: Taylor & Francis, 2019.

NIGOL, O.; CLARKE, G. Conductor galloping and control based on torsional mechanism. In: IEEE-INST Electrical Electronics Engineers inc 345, 47, 1974, New York. **Anais** [...]. New York: IEEE, 1974.

NOVAES MENEZES, E. J.; ARAÚJO, A. M.; ROHATGI, J. S.; FOYO, P. M. G. D. Active load control of large wind turbines using state-space methods and disturbance accommodating control. **Energy**, v. 150, p. 310-319, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.02.143>.

OBATA, S. H. Vento sintético e a simulação de Monte Carlo – uma forma de considerar a característica aleatória e instável do carregamento dos ventos em estruturas. **Exacta**, v. 7, n. 1, p. 77-85, 2009.

PHILIPPE, M.; BABARIT, A.; FERRANT, P. Modes of response of an offshore wind turbine with directional wind and waves. **Renewable energy**, Elsevier, v. 49, p. 151–155, 2013.

PINTO, M. O. **Fundamentos de energia eólica**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

PONS, O.; FUENTE, A. L.; ARMENGOU, J.; AGUADO, A. Towards the sustainability in the design of wind towers. **Energy Procedia**, v. 115, p. 41-49, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.05.005>.

ROBINSON, M. T. A.; WANG, Z. The effect of the TMD on the vibration of an offshore wind turbine considering three soil-pile-interaction models. **Advances in Structural Engineering**, v. 24, p. 2652-2668, 2021. DOI: [10.1177/13694332211008316](https://doi.org/10.1177/13694332211008316).

ROSENBLUND, E. **Nonlinear hydrodynamic effects for bottom-fixed wind turbines**. Dissertação (Mestrado) — Institutt for marin teknikk, 2013.

ROTEA, M. A.; LACKNER, M. A.; SAHEBA, R. Active structural control of offshore wind turbines. In: AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 48., 2010, Orlando. **Anais** [...]. Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010.

SARMENTO, C. V. S. **Formulação para o galope estrutural em três graus de liberdade via método dos elementos finitos: aplicação na análise dinâmica de aerogeradores com torre de seção não circular**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia e Geociência, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.

SCHAFFER, W. A. Monopile foundation offshore wind turbine simulation and retrofitting. **South Dakota State University**, 2017.

SCHLØER, S.; BREDMOSE, H.; BINGHAM, H. B. The influence of fully nonlinear wave forces on aero-hydro-elastic calculations of monopile wind turbines. **Marine Structures**, Elsevier, v. 50, p. 162–188, 2016.

SCHUBEL, P. J.; CROSSLEY, R. J. Wind Turbine Blade Design. **Energies**, v. 5, p. 3425-3449, 2012. DOI: <https://doi.org/10.3390/en5093425>.

SHAH, K. A.; MENG, F.; Li, Y.; NAGAMUNE, R.; ZHOU, Y.; Ren, Z.; JIANG, Z. A synthesis of feasible control methods for floating offshore wind turbine system dynamics. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 151, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111525>.

SHIRZADEH, R.; KÜHN, M. Application of two passive strategies on the load mitigation of large offshore wind turbines. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 749, 2016. DOI: [10.1088/1742-6596/749/1/012011](https://doi.org/10.1088/1742-6596/749/1/012011).

SHZU, M. A. M.; MORAIS, M. V. G.; DEL PRADO, Z. J. G.; AVILA, S. M. Finite elemento analysis of a wind turbine tower with a pendulum tuned mass damper. In: International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 17., 2015, Natal. **Anais [...]**. Natal: DINAME, 2015.

SIEMENS. Siemens Gamesa - **Torre de Casco de Aço Aparafusado**. 2024. Disponível em: <https://www.tcbolts.com/pt/projectos/energia-eolica/652-siemens-gamesa-torre-de-casco-de-aco-aparafusado>. Acesso em: 24 jan. 2024.

SINA, S. A.; BALANIAN, B. Modal Dynamics of NREL 5MW Wind Turbine During Normal and Parked Conditions. **Renewable Energy Research and Applications**, v. 4, p. 31-39, 2023. DOI: <https://doi.org/10.22044/rera.2022.11985.1129>.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. **Passive energy dissipation systems in structural engineering**. 1 ed. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1997.

SORIANO, H. L. **Elementos Finitos: Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

SPENCER Jr., B. F.; NAGARAJIAH, S. State of the art of structural control. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, p. 845-856, 2003. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2003\)129:7\(845\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:7(845)).

SRITHARAN, S. Hexcrete tower for harvesting wind energy at taller hub heights– budget period2. 2017.

SRITHARAN, S. Wind turbine towers: precast concrete hexcrete may help increase renewable energy capacity with taller hub height. **PCI Journal**, v. 60, p. 33-38, 2015. DOI: <https://doi.org/10.15554/pcij60.6-01>.

STEWART, G. M. **Load reduction of floating wind turbines using tuned mass dampers**. 2012. 83 f. Masters Teses (Master of Science in Mechanical Engineering) – University of Massachusetts Amherst, Amherst, 2012.

STEWART, G. M.; LACKNER, M. A. Offshore wind turbine load reduction employing optimal passive tuned mass damping systems. **IEEE Transactions on Control**

Systems Technology, v. 21, n. 4, p. 1090-1104, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCST.2013.2260825>.

STEWART, G. M.; LACKNER, M. A. The effect of actuator dynamics on active structural control of offshore wind turbines. **Engineering Structures**, v. 33, p. 1807-1816, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.02.020>.

STRUVE, A. Analysis of a Rotatable Wind Turbine Tower by means of Aero-Servo-Elastic Load Simulations. **[S.I.]: KIT Scientific Publishing**, 2021.

SUN, C.; JAHANGIRI, V. Fatigue damage mitigation of offshore wind turbines under real wind and wave conditions. **Engineering Structures**, v. 178, p. 472-483, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.10.053>.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984. ISBN 85-216-0246-4.

TONG, X. ZHAO, X.; ZHAO, S. Load reduction of a monopole wind turbine tower using optimal tuned mass dampers. **International Journal of Control**, v. 90, p. 1283-1298, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207179.2015.1124143>.

VALAMANESH, V.; MYERS, A.; ARWADE, S. Multivariate analysis of extreme metocean conditions for offshore wind turbines. **Structural Safety**, Elsevier, v. 55, p. 60–69, 2015.

Wang, B.; Han, D.; Wang, W.; Li, X.; Shen, K.; Lis, Y. Modeling and optimization of multiple tuned mass dampers for a barge-type floating offshore wind turbine. **Front. Mar. Sci.**, v. 9, 2022. DOI: 10.3389/fmars.2022.994848

WIND, N. **Assembly and Installation**. 2015. Disponível em: <http://www.northstarwind.com/installation.php>. Acesso em: 24 jan. 2024.

XIE, F.; ALY, A.-M. Structural control and vibration issues in wind turbines: A review. **Engineering Structures**, v. 210, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.110087>.

YANG, J. J.; HE, E. M. Coupled modeling and structural vibration control for floating offshore wind turbine. **Renewable Energy**, v. 157, p. 678-694, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.05.075>.

YOSHIDA, P. E. Wind turbine tower optimization method using a genetic algorithm. **Wind Engineering**, v. 30, p. 453-470, 2006.

ZHANG, M.; TAN, B.; XU, J. Smart load control of the large-scale offshore wind turbine blades subject to wake effect. **Science Bulletin**, Springer, v. 60, n. 19, p. 1680–1687, 2015.

ZHANG, M.; YANG, H.; XU, J. Numerical investigation of azimuth dependent smart rotor control on a large-scale offshore wind turbine. **Renewable Energy**, Elsevier, v. 105, p. 248–256, 2017.

ZHANG, Z. Vibration suppression of floating offshore wind turbines using electromagnetic shunt tuned mass damper. **Renewable Energy**, v. 198, p. 1279-1295, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.08.121>.

ZHANG, Z.; BASU, B.; NIELSEN, S. R. K. Real-time hybrid aeroelastic simulation of wind turbines with various types of full-scale tuned liquid dampers. **Wind Energy**, v. 22, p. 239–256, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.2281>.

ZHANG, Z.; HOEG, C. Dynamics and control of spar-type floating offshore wind turbines with tuned liquid column dampers. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 27, ed. 6, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1002/stc.2532>.

ZHANG, Z.; NIELSEN, S.R.K.; BLAABJERG, F.; ZHOU, D. Dynamics and Control of Lateral Tower Vibrations in Offshore Wind Turbines by Means of Active Generator Torque. **Energies**, v. 7, 2014. DOI: <https://doi.org/10.3390/en7117746>.

ZHAO, B.; GAO, H.; WANG, Z.; LU, Z. Shaking table test on vibration control effects of a monopile offshore wind turbine with a tuned mass damper. **Wind Energy**, v.21, p. 1239-1449, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/we.2256>.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite element method**. 5 ed. British: Butterworth-Heinemann, 2000. ISBN 0-7506-5049-4.

ZUO, H.; BI, K.; HAO, H. Mitigation of tower and out-of-plane blade vibrations of offshore monopile wind turbines by using multiple tuned mass dampers. **Structure and Infrastructure Engineering**, v. 15, p. 269-284, 2019. DOI: [10.1080/15732479.2018.1550096](https://doi.org/10.1080/15732479.2018.1550096).

ZUO, H.; BI, K.; HAO, H. Using multiple tuned mass dampers to control offshore wind turbine vibrations under multiple hazards. **Engineering Structures**, v. 141, p. 303-315, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.03.006>.

APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO EM EF DE BARRA PARA ANÁLISE DINÂMICA E DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA TORRE

1) Dados iniciais

1.1) Características da nacele

Massa da nacele:	$M_{nac} := 240000$
Massa do hub:	$M_{rotor} := 110000$
Massa da nacele + hub:	$M_{nac_hub} := M_{nac} + M_{rotor} = 350000$
Momento de inércia do conjunto rotor-nacele em relação a um eixo diametral do topo da torre (em torno de y):	$I_{nac} := 2.35 \cdot 10^7$
Momento de inércia do conjunto rotor-nacele em relação a um eixo central da torre (em torno de z):	$I_{tor} := 2.54 \cdot 10^7$

1.2) Propriedades geométricas da torre

Altura da torre acima do nível do solo:	$L := 87.6$
Número de subdivisões da malha:	$n := 3$
Comprimento dos trechos da malha:	$h := \frac{L}{n} = 29.2$
Altura do hub:	$H_{hub} := 90$
Diferença de nível entre o topo da torre e o centro do hub:	$\Delta L := H_{hub} - L = 2.4$

1.3) Propriedades elastomecânica do aço da torre

Propriedades do aço S355J2 (EN 10025-2, 2019):	
Coefficiente de Poisson:	$\nu := 0.3$
Módulo de elasticidade longitudinal:	$E := 210 \cdot 10^9$
Módulo de elasticidade transversal:	$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 8.08 \cdot 10^{10}$
Massa específica:	$\rho_a := 8500$
Fator de cisalhamento:	$f_c := 2$

1.4) Propriedades geométricas da seção transversal da torre

Diâmetro externo da base da torre:

$$d_{base} := 6.0$$

Diâmetro externo do topo da torre:

$$d_{topo} := 3.87$$

Espessura da parede da base da torre:

$$e_{base} := 35.1 \cdot 10^{-3}$$

Espessura da parede do topo da torre:

$$e_{topo} := 24.7 \cdot 10^{-3}$$

Função de variação do diâmetro:

$$d(z) := \frac{L-z}{L} \cdot (d_{base} - d_{topo}) + d_{topo}$$

Função de variação da espessura:

$$e_s(z) := \frac{L-z}{L} \cdot (e_{base} - e_{topo}) + e_{topo}$$

Função de variação da área:

$$A(z) := \pi \cdot \left(\frac{d(z)^2}{4} - \frac{(d(z) - 2 \cdot e_s(z))^2}{4} \right)$$

Função de variação do momento de inércia:

$$I(z) := \frac{\pi}{64} \cdot (d(z)^4 - (d(z) - 2 \cdot e_s(z))^4)$$

1.5) Ações atuantes na torre

Aceleração da gravidade:

$$g := 9.80665$$

Peso da nacelle:

$$P_{nac} := M_{nac} \cdot g = 2353596$$

Peso do rotor:

$$P_{rotor} := M_{rotor} \cdot g = 1078731.5$$

Força vertical transmitida à torre:

$$P_n := P_{nac} + P_{rotor} = 3432327.5$$

Momento torsor distribuído ao longo da torre:

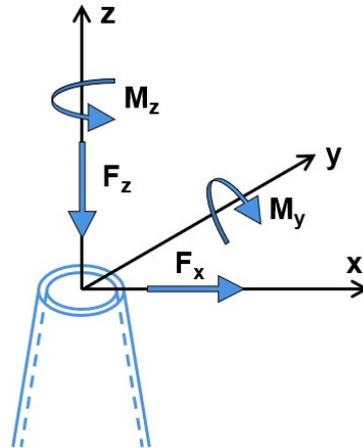
$$tt := 0$$

1.5.1) Ações aplicado no topo da torre obtido com o software FAST

F_x	F_z	M_z	M_y
(N)	(N)	(N·m)	(N·m)
41980	-3564000	0,8883	-1411000
-34400	-3604000	-159200	-1928000
-60160	-3679000	-317500	-2626000
21910	-3729000	-210500	-2603000
-22340	-3804000	-697100	-2865000
-145700	-3902000	-258500	-3745000
-113700	-3983000	-28360	-4489000

F_x : Força transversal ao hub do rotor transmitida à torre;
 F_z : Força axial ao hub do rotor transmitida à torre;
 M_y : Momento fletor que gera deflexão da torre para fora do plano do rotor - fore-aft;
 M_z : Momento torsor no topo da torre - yaw.

Representação das forças e momentos aplicados ao topo da torre



2) Vetor das coordenadas nodais

$$Niveis := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad \begin{array}{|l} Niveis_i \leftarrow i \cdot h \end{array} \\ Niveis \end{array}$$

3) Vetor da Incidência nodal

$$Inc_nodal := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..1 \\ \quad \begin{array}{|l} \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad \begin{array}{|l} Inc_nodal_{i,j} \leftarrow i+j \end{array} \end{array} \\ Inc_nodal \end{array}$$

4) Condição de Contorno

$$Cond_con := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..3 \\ \quad \begin{array}{|l} \text{for } j \in 0..n \\ \quad \begin{array}{|l} Cond_con_{i,j} \leftarrow 0 \\ Cond_con_{i,0} \leftarrow 1 \end{array} \end{array} \\ Cond_con \end{array}$$

5) Vetor das espessuras nos níveis estabelecidos

$$esp_1 := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} esp_{1_i} \leftarrow e_s(i \cdot h) \\ esp_1 \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\|$$

6) Vetor de diâmetros, áreas, momentos de inércia e momento polar de inércia nos níveis estabelecidos

$$\phi := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} \phi_i \leftarrow d(i \cdot h) \\ \phi \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\| \quad D_{ext} := \phi$$

$$A := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} A_i \leftarrow \pi \cdot \left(\frac{\phi_i^2}{4} - \frac{(\phi_i - 2 \cdot esp_{1_i})^2}{4} \right) \\ A \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\|$$

$$D_{int} := \phi - 2 \cdot esp_1$$

$$I := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} I_i \leftarrow \frac{\pi}{64} \cdot \left(\phi_i^4 - (\phi_i - 2 \cdot esp_{1_i})^4 \right) \\ I \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\| \quad J := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} J_i \leftarrow 2 \cdot I_i \\ J \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\|$$

7) Vetor de forças verticais nos níveis estabelecidos

$$P := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} A_e(z) \leftarrow \pi \cdot \left(\frac{d(z)^2}{4} - \frac{(d(z) - 2 \cdot esp_{1_i})^2}{4} \right) \\ pp_e(z) \leftarrow A_e(z) \cdot \rho_a \cdot g \\ P_i \leftarrow \int_{i \cdot h}^{(i+1) \cdot h} pp_e(z) dz \\ P_n \leftarrow P_n \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\|$$

$$P$$

8) Vetor de esforços normais nos níveis estabelecidos

$$NN := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} NN_j \leftarrow \sum_{i=j}^n P_i \\ NN \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\| \quad NN_{pp} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} NN_{pp_j} \leftarrow \sum_{i=j}^n P_i - P_n \\ NN_{pp} \end{array} \right\| \end{array} \right\| \right\|$$

Peso próprio da torre:

$$PP_{torre} := \frac{NN_{pp_0}}{g}$$

9) Propriedades do TMD

Massa total da estrutura (torre + nacele):	$M_{total} := M_{nac_hub} + \frac{\sum_{i=0}^{n-1} P_i}{9.807}$
Razão entre a massa do absorvedor e a massa total da estrutura:	$\mu_u := 4\%$
Massa do absorvedor de vibração:	$m_{TMD} := \mu_u \cdot M_{total}$
Massa específica do chumbo:	$\rho_{Pb} := 11340$
Dimensões em planta da caixa de chumbo do absorvedor de vibração:	$D_{TMD} := 1$
Altura da caixa de chumbo do absorvedor de vibração:	$e_{TMD} := \frac{m_{TMD}}{\rho_{Pb} \cdot D_{TMD}^2}$ $V_{TMD} := \frac{m_{TMD}}{\rho_{Pb}}$
Rigidez do absorvedor de vibração:	$k_{TMD} := 6.209 \cdot 10^4$
Amortecimento do absorvedor de vibração:	$c_{TMD} := 2.670 \cdot 10^4$

10) Cálculo dos comprimentos e inclinação das barras

$$Angulo := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad L \leftarrow Niveis_{i+1} - Niveis_i \\ \quad \text{if } L > 0 \\ \quad \quad \alpha_i \leftarrow \frac{\pi}{2} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad \alpha_i \leftarrow \frac{3 \cdot \pi}{2} \\ \alpha \end{array} \right\|$$

11) Coeficientes da matriz de rigidez

Não linearidade geométrica:

Sim: $k_G = 1$;

Não: $k_G = 0$;

$$k_G := 1$$

$$K := \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad d_e(z) \leftarrow \frac{h-z}{h} \cdot (\phi_j - \phi_{j+1}) + \phi_{j+1} \\ \quad A_e(z) \leftarrow \pi \cdot \left(\frac{d_e(z)^2}{4} - \frac{(d_e(z) - 2 \cdot esp_{1j})^2}{4} \right) \end{array} \right\|$$

$$I_e(z) \leftarrow \frac{\pi}{64} \cdot \left(d_e(z)^4 - (d_e(z) - 2 \cdot esp_{1j})^4 \right)$$

$$J_e(z) \leftarrow 2 \cdot I_e(z)$$

$$flex \leftarrow \text{identity}(2) - \text{identity}(2)$$

$$flex_{0,0} \leftarrow \int_0^h \left(1 - \frac{z}{h}\right)^2 \cdot \frac{1}{E \cdot I_e(z)} dz + \int_0^h \left(\frac{1}{h}\right)^2 \cdot \frac{f_c}{G \cdot A_e(z)} dz$$

$$flex_{1,1} \leftarrow \int_0^h \left(\frac{-z}{h}\right)^2 \cdot \frac{1}{E \cdot I_e(z)} dz + \int_0^h \left(\frac{-1}{h}\right)^2 \cdot \frac{f_c}{G \cdot A_e(z)} dz$$

$$flex_{0,1} \leftarrow \int_0^h \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot \left(\frac{-z}{h}\right) \cdot \frac{1}{E \cdot I_e(z)} dz + \int_0^h \left(\frac{-1}{h}\right)^2 \cdot \frac{f_c}{G \cdot A_e(z)} dz$$

$$flex_{1,0} \leftarrow flex_{0,1}$$

$$k_e \leftarrow flex^{-1}$$

$$K_{j,0} \leftarrow k_{e_{0,0}}$$

$$K_{j,1} \leftarrow k_{e_{1,1}}$$

$$K_{j,2} \leftarrow k_{e_{0,1}}$$

$$K_{j,3} \leftarrow \frac{k_{e_{0,0}} + k_{e_{0,1}}}{h}$$

$$K_{j,4} \leftarrow \frac{k_{e_{1,1}} + k_{e_{0,1}}}{h}$$

$$K_{j,5} \leftarrow \frac{K_{j,3} + K_{j,4}}{h}$$

$$f_{axial} \leftarrow \int_0^h \frac{(-1)^2}{E \cdot A_e(z)} dz$$

$$K_{j,6} \leftarrow f_{axial}^{-1}$$

$$f_{1tor} \leftarrow \int_0^h \frac{(-1)^2}{G \cdot J_e(z)} dz$$

$$K_{j,7} \leftarrow f_{1tor}^{-1}$$

$$NN_e(z) \leftarrow \left(\frac{NN_j - NN_{j+1}}{h} \right) \cdot z + NN_{j+1}$$

$$K_{j,8} \leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(\frac{1}{h}\right)^2 dz$$

$$\begin{aligned}
K_{j,9} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(-\frac{6 \cdot z \cdot (h-z)}{h^3} \right)^2 dz \\
K_{j,10} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(-\frac{(h-z) \cdot (h-3 \cdot z)}{h^2} \right) \cdot \left(\frac{6 \cdot z \cdot (h-z)}{h^3} \right) dz \\
K_{j,11} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(-\frac{(h-z) \cdot (h-3 \cdot z)}{h^2} \right) \cdot \left(\frac{z \cdot (2 \cdot h-3 \cdot z)}{h^2} \right) dz \\
K_{j,12} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(\frac{6 \cdot z \cdot (h-z)}{h^3} \right) \cdot \left(\frac{z \cdot (2 \cdot h-3 \cdot z)}{h^2} \right) dz \\
K_{j,13} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(-\frac{(h-z) \cdot (h-3 \cdot z)}{h^2} \right)^2 dz \\
K_{j,14} &\leftarrow k_G \cdot \int_0^h NN_e(z) \cdot \left(\frac{z \cdot (2 \cdot h-3 \cdot z)}{h^2} \right)^2 dz
\end{aligned}$$

K

12) Coeficientes da matriz de massa

$$\begin{aligned}
KM := & \text{for } j \in 0 \dots n-1 \\
& d_e(z) \leftarrow \frac{h-z}{h} \cdot (\phi_j - \phi_{j+1}) + \phi_{j+1} \\
& A_e(z) \leftarrow \pi \cdot \left(\frac{d_e(z)^2}{4} - \frac{(d_e(z) - 2 \cdot esp_{1j})^2}{4} \right) \\
& I_e(z) \leftarrow \frac{\pi}{64} \cdot \left(d_e(z)^4 - (d_e(z) - 2 \cdot esp_{1j})^4 \right) \\
& J_e(z) \leftarrow 2 \cdot I_e(z) \\
& KM_{j,0} \leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - \frac{z}{h} \right)^2 dz \\
& KM_{j,1} \leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - \frac{z}{h} \right) \cdot \frac{z}{h} dz \\
& KM_{j,2} \leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^2 dz
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
KM_{j,3} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot J_e(z) \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right)^2 dz \\
KM_{j,4} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot J_e(z) \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot \frac{z}{h} dz \\
KM_{j,5} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot J_e(z) \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 dz \\
KM_{j,6} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - 3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right)^2 dz \\
KM_{j,7} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - 3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot \left(-\frac{z}{h} + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h dz \\
KM_{j,8} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - 3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) dz \\
KM_{j,9} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(1 - 3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot \left(\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h dz \\
KM_{j,10} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(\left(-\frac{z}{h} + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h\right)^2 dz \\
KM_{j,11} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(-\frac{z}{h} + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) dz \\
KM_{j,12} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(-\frac{z}{h} + 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h \cdot \left(\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h dz \\
KM_{j,13} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right)^2 dz \\
KM_{j,14} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot \left(\left(\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h\right) dz \\
KM_{j,15} &\leftarrow \int_0^h \rho_a \cdot A_e(z) \cdot \left(\left(\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)^3\right) \cdot h\right)^2 dz
\end{aligned}$$

|| KM

13) Matriz de mapeamento

$$Map := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \text{for } j \in 0..3 \\ \quad \quad Map_{i,j} \leftarrow 4 \cdot Inc_nodal_{0,i} + j \\ \quad \quad Map_{i,j+4} \leftarrow 4 \cdot Inc_nodal_{1,i} + j \\ \quad Map \end{array}$$

14) Matriz de rigidez [K]

$$K_u := \begin{array}{l} K_u \leftarrow identity(\max(Map+1)) - identity(\max(Map+1)) \\ \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \left[\begin{array}{cccccccc} K_{i,6} & 0 & 0 & 0 & -K_{i,6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{i,5} & -K_{i,3} & 0 & 0 & -K_{i,5} & -K_{i,4} & 0 \\ 0 & -K_{i,3} & K_{i,0} & 0 & 0 & K_{i,3} & K_{i,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{i,7} & 0 & 0 & 0 & -K_{i,7} \\ -K_{i,6} & 0 & 0 & 0 & K_{i,6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{i,5} & K_{i,3} & 0 & 0 & K_{i,5} & K_{i,4} & 0 \\ 0 & -K_{i,4} & K_{i,2} & 0 & 0 & K_{i,4} & K_{i,1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{i,7} & 0 & 0 & 0 & K_{i,7} \end{array} \right] \\ \quad - \left[\begin{array}{cccccccc} K_{i,8} & 0 & 0 & 0 & -K_{i,8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{i,9} & -K_{i,10} & 0 & 0 & -K_{i,9} & -K_{i,12} & 0 \\ 0 & -K_{i,10} & K_{i,13} & 0 & 0 & K_{i,10} & K_{i,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{i,8} & 0 & 0 & 0 & K_{i,8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{i,9} & K_{i,10} & 0 & 0 & K_{i,9} & K_{i,12} & 0 \\ 0 & -K_{i,12} & K_{i,11} & 0 & 0 & K_{i,12} & K_{i,14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \quad \text{if } Angulo_i \neq 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{cccc} \cos(\text{Angulo}_i) & \sin(\text{Angulo}_i) & 0 & 0 \\ -\sin(\text{Angulo}_i) & \cos(\text{Angulo}_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\text{Angulo}_i) & \sin(\text{Angulo}_i) \\ 0 & 0 & -\sin(\text{Angulo}_i) & \cos(\text{Angulo}_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\
& T \leftarrow \\
& k_T \leftarrow T^T \cdot k \cdot T \\
& \text{for } o \in 0..7 \\
& \quad \text{for } p \in 0..7 \\
& \quad \quad K_{u_{\text{Map}_{i,o}, \text{Map}_{i,p}}} \leftarrow K_{u_{\text{Map}_{i,o}, \text{Map}_{i,p}}} + k_{T_{o,p}} \\
& K_u
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& M_{u.TMD} := \\
& \quad M_{u1.TMD} \leftarrow \text{identity}(4 \cdot (n+1)) - \text{identity}(4 \cdot (n+1)) \\
& \quad \text{for } i \in 0..4 \cdot (n+1) - 1 \\
& \quad \quad \text{for } j \in 0..4 \cdot (n+1) - 1 \\
& \quad \quad \quad K_{u.TMD_{i,j}} \leftarrow K_{u_{i,j}} \\
& \quad \quad \quad K_{u.TMD_{(4 \cdot (n+1) - 4), (4 \cdot (n+1) - 4)}} \leftarrow K_{u_{(4 \cdot (n+1) - 4), (4 \cdot (n+1) - 4)}} + k_{TMD} \\
& \quad \quad \quad K_{u.TMD_{(4 \cdot (n+1) - 1) + 1, (4 \cdot (n+1) - 1) + 1}} \leftarrow k_{TMD} \\
& \quad \quad \quad K_{u.TMD_{(4 \cdot (n+1) - 4), (4 \cdot (n+1) - 1) + 1}} \leftarrow -k_{TMD} \\
& \quad \quad \quad K_{u.TMD_{(4 \cdot (n+1) - 1) + 1, (4 \cdot (n+1) - 4)}} \leftarrow -k_{TMD} \\
& \quad \quad K_{u.TMD}
\end{aligned}$$

15) Matriz de massa [M]

$$\begin{aligned}
& M_u := \\
& \quad M_u \leftarrow \text{identity}(\max(\text{Map} + 1)) - \text{identity}(\max(\text{Map} + 1)) \\
& \quad \text{for } i \in 0..n-1 \\
& \quad \quad \left[\begin{array}{cccccccc} KM_{i,0} & 0 & 0 & 0 & KM_{i,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & KM_{i,6} & KM_{i,7} & 0 & 0 & KM_{i,8} & KM_{i,9} & 0 \\ 0 & KM_{i,7} & KM_{i,10} & 0 & 0 & KM_{i,11} & KM_{i,12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & KM_{i,3} & 0 & 0 & 0 & KM_{i,4} \\ KM_{i,1} & 0 & 0 & 0 & KM_{i,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & KM_{i,8} & KM_{i,11} & 0 & 0 & KM_{i,13} & KM_{i,14} & 0 \\ 0 & KM_{i,9} & KM_{i,12} & 0 & 0 & KM_{i,14} & KM_{i,15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & KM_{i,4} & 0 & 0 & 0 & KM_{i,5} \end{array} \right] \\
& \quad \quad m \leftarrow
\end{aligned}$$

```

if Anguloi ≠ 0
    T ←
    [
        cos(Anguloi)  sin(Anguloi)  0  0
        -sin(Anguloi) cos(Anguloi)  0  0
        0  0  cos(Anguloi)  sin(Anguloi)
        0  0  -sin(Anguloi) cos(Anguloi)
        0  0  0  0
        0  0  0  0
        0  0  0  0
        0  0  0  0  ...
    ]
    mT ← TT · m · T
    for o ∈ 0..7
        for p ∈ 0..7
            MuMapi,o,Mapi,p ← MuMapi,o,Mapi,p + mTo,p
Mu

```

```

Mu1 :=
    for i ∈ 0..4·(n+1)-1
        for j ∈ 0..4·(n+1)-1
            Mu1i,j ← Mui,j
            Mu1(4·(n+1)-1)-3,(4·(n+1)-1)-3 ← Mu(4·(n+1)-1)-3,(4·(n+1)-1)-3 + Mnac_hub
            Mu1(4·(n+1)-1)-2,(4·(n+1)-1)-2 ← Mu(4·(n+1)-1)-2,(4·(n+1)-1)-2 + Mnac_hub
            Mu1(4·(n+1)-1)-1,(4·(n+1)-1)-1 ← Mu(4·(n+1)-1)-1,(4·(n+1)-1)-1 + Itor
            Mu1(4·(n+1)-1),(4·(n+1)-1) ← Mu(4·(n+1)-1),(4·(n+1)-1) + Inac
Mu1

```

```

Mu1.TMD :=
    Mu1.TMD ← identity(4·(n+1)) - identity(4·(n+1))
    for i ∈ 0..4·(n+1)-1
        for j ∈ 0..4·(n+1)-1
            Mu1.TMDi,j ← Mu1i,j
            Mu1.TMD4·(n+1),4·(n+1) ← mTMD
Mu1.TMD

```

16) Matrices de rigidez [K] e de massa [M] restringidas

$$K_{EE} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(4 \cdot (n+1) - 1) - 4 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..(4 \cdot (n+1) - 1) - 4 \\ K_{EE_{i,j}} \leftarrow K_{u_{i+4}, j+4} \end{array} \right\| \\ K_{EE} \end{array} \right\| \right\|$$

$$K_{EE.TMD} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(4 \cdot (n+1)) - 4 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..(4 \cdot (n+1)) - 4 \\ K_{EE.TMD_{i,j}} \leftarrow K_{u.TMD_{i+4}, j+4} \end{array} \right\| \\ K_{EE.TMD} \end{array} \right\| \right\|$$

$$M_E := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(4 \cdot (n+1) - 1) - 4 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..(4 \cdot (n+1) - 1) - 4 \\ M_{E_{i,j}} \leftarrow M_{u1_{i+4}, j+4} \end{array} \right\| \\ M_E \end{array} \right\| \right\|$$

$$M_{E.TMD} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(4 \cdot (n+1)) - 4 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..(4 \cdot (n+1)) - 4 \\ M_{E.TMD_{i,j}} \leftarrow M_{u1.TMD_{i+4}, j+4} \end{array} \right\| \\ M_{E.TMD} \end{array} \right\| \right\|$$

17) Diagonalização da matriz de massa

17.1) Matriz de autovetores da matriz de massa

$$\varphi := \text{eigenvecs}(M_E)$$

$$\varphi_{TMD} := \text{eigenvecs}(M_{E.TMD})$$

17.2) Matriz de autovalores da matriz de massa

$$M'' := \varphi^T \cdot M_E \cdot \varphi$$

$$M''_{TMD} := \varphi_{TMD}^T \cdot M_{E.TMD} \cdot \varphi_{TMD}$$

17.3) Inverso da raiz da matriz de autovalores da matriz de massa

$$M''_{-1,2} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} M''_{-1,2_{i,i}} \leftarrow \frac{1}{\sqrt{M''_{i,i}}} \end{array} \right\| \\ M''_{-1,2} \end{array} \right\| \right\|$$

$$M''_{-1,2.TMD} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} M''_{-1,2.TMD_{i,i}} \leftarrow \frac{1}{\sqrt{M''_{TMD_{i,i}}}} \end{array} \right\| \\ M''_{-1,2.TMD} \end{array} \right\| \right\|$$

17.4) Raiz da matriz de autovalores da matriz de massa

$$M''_{1,2} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} M''_{1,2_{i,i}} \leftarrow \sqrt{M''_{i,i}} \end{array} \right\| \\ M''_{1,2} \end{array} \right\| \right\|$$

$$M''_{1,2.TMD} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n \\ \left\| \left\| \begin{array}{l} M''_{1,2.TMD_{i,i}} \leftarrow \sqrt{M''_{TMD_{i,i}}} \end{array} \right\| \\ M''_{1,2.TMD} \end{array} \right\| \right\|$$

18) Matriz dinâmica inversa [D]

$$D := M''_{-1,2} \cdot \varphi^T \cdot K_{EE} \cdot \varphi \cdot M''_{1,2}$$

$$D_{TMD} := M''_{-1,2.TMD} \cdot \varphi_{TMD}^T \cdot K_{EE.TMD} \cdot \varphi_{TMD} \cdot M''_{1,2.TMD}$$

19) Diagonalização da matriz dinâmica inversa [D]

19.1) Matriz de autovetores da matriz dinâmica inversa [D]

$$\psi := \text{eigenvecs}(D)$$

$$\psi_{TMD} := \text{eigenvecs}(D_{TMD})$$

19.2) Matriz espectral (matriz de autovalores de [D])

$$\omega_2 := \psi \psi^T \cdot D \cdot \psi$$

$$\omega_{2TMD} := \psi \psi_{TMD}^T \cdot D_{TMD} \cdot \psi_{TMD}$$

19.3) Matriz de transformação ordenada da matriz dinâmica inversa [D]

```

ψ := | ψ ← identity(4·n) – identity(4·n)
      | for k ∈ 0..4·n – 1
      | | cont ← 0
      | | for i ∈ 0..4·n – 1
      | | | if ω2k,k > ω2i,i
      | | | | cont ← cont + 1
      | | | | Vk ← cont
      | | for i ∈ 0..4·n – 1
      | | | for j ∈ 0..4·n – 1
      | | | | ψj,Vi ← ψj,i
      | |
      | ψ
  
```

```

ψTMD := | ψTMD ← identity(4·n + 1) – identity(4·n + 1)
          | for k ∈ 0..4·n
          | | cont ← 0
          | | for i ∈ 0..4·n
          | | | if ω2TMDk,k > ω2TMDi,i
          | | | | cont ← cont + 1
          | | | | Vk ← cont
          | | for i ∈ 0..4·n
          | | | for j ∈ 0..4·n
          | | | | ψTMDj,Vi ← ψTMDj,i
          | |
          | ψTMD
  
```

19.4) Matriz espectral ordenada

$$\omega_2 := \psi^T \cdot D \cdot \psi$$

$$\omega_{2TMD} := \psi_{TMD}^T \cdot D_{TMD} \cdot \psi_{TMD}$$

20) Frequências naturais angulares

$$\omega := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \omega_i \leftarrow \sqrt{\omega_{2,i,i}^2} \right\| \\ \omega \end{array} \right\|$$

$$\omega_{TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n \\ \left\| \omega_{TMD,i} \leftarrow \sqrt{\omega_{2,TMD,i,i}^2} \right\| \\ \omega_{TMD} \end{array} \right\|$$

21) Frequências naturais de oscilação

$$f := \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$f_{TMD} := \frac{\omega_{TMD}}{2 \cdot \pi}$$

22) Períodos

$$T_P := \frac{1}{f}$$

$$T_{P.TMD} := \frac{1}{f_{TMD}}$$

23) Matriz modal ponderada

$$\Phi := M''_{-1,2} \cdot \psi$$

$$\Phi_{TMD} := M''_{-1,2.TMD} \cdot \psi_{TMD}$$

24) Modos de vibração

$$u_{mod} := \varphi \cdot \Phi$$

$$u_{modos} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} u_{modos_{i \cdot 2 + 2, j}} \leftarrow u_{mod_{4 \cdot i, j}} \\ u_{modos_{i \cdot 2 + 3, j}} \leftarrow u_{mod_{4 \cdot i + 3, j}} \end{array} \right\| \\ u_{modos} \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$N_{pontos} := 100$$

$$N_{nivel} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \cdot N_{pontos} \\ \left\| Niv_i \leftarrow i \cdot \frac{L}{n \cdot N_{pontos}} \right\| \\ Niv \end{array} \right\|$$

$$MODOS := \left\| \begin{array}{l} \theta_i(\xi, L) \leftarrow (-\xi + 2 \cdot \xi^2 - \xi^3) \cdot L \\ \theta_f(\xi, L) \leftarrow (\xi^2 - \xi^3) \cdot L \\ v_i(\xi) \leftarrow (1 - 3 \cdot \xi^2 + 2 \cdot \xi^3) \\ v_f(\xi) \leftarrow (3 \cdot \xi^2 - 2 \cdot \xi^3) \\ \text{for } k \in 0..2 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..N_{pontos} \\ \parallel \end{array} \right\| \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$\begin{array}{l}
 \left\| \left\| \left\| \left\| \xi_j \leftarrow \frac{j}{N_{\text{pontos}}} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \text{MODOS}_{j+i \cdot N_{\text{pontos}}, k} \leftarrow \theta_i(\xi_j, h) \cdot u_{\text{modos}_2 \cdot i+1, k} + \theta_f(\xi_j, h) \cdot u_{\text{modos}_2 \cdot i+3, k} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \quad + (-v_i(\xi_j)) \cdot u_{\text{modos}_2 \cdot i, k} + (-v_f(\xi_j)) \cdot u_{\text{modos}_2 \cdot i+2, k} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \text{MODOS} \right. \right. \right.
 \end{array}$$

$$u_{\text{mod}.TMD} := \varphi_{TMD} \cdot \Phi_{TMD}$$

$$\begin{array}{l}
 u_{\text{modos}.TMD} := \left\| \left\| \left\| \left\| \text{for } i \in 0 \dots n-1 \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \text{for } j \in 0 \dots 4 \cdot n \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. u_{\text{modos}.TMD}_{i \cdot 2+2, j} \leftarrow u_{\text{mod}.TMD}_{4 \cdot i, j} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. u_{\text{modos}.TMD}_{i \cdot 2+3, j} \leftarrow u_{\text{mod}.TMD}_{4 \cdot i+3, j} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. u_{\text{modos}.TMD} \right. \right. \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{MODOS}_{TMD} := \left\| \left\| \left\| \left\| \theta_i(\xi, L) \leftarrow (-\xi + 2 \cdot \xi^2 - \xi^3) \cdot L \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \theta_f(\xi, L) \leftarrow (\xi^2 - \xi^3) \cdot L \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. v_i(\xi) \leftarrow (1 - 3 \cdot \xi^2 + 2 \cdot \xi^3) \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. v_f(\xi) \leftarrow (3 \cdot \xi^2 - 2 \cdot \xi^3) \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \text{for } k \in 0 \dots 2 \cdot n \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \text{for } i \in 0 \dots n-1 \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \text{for } j \in 0 \dots N_{\text{pontos}} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \left. \xi_j \leftarrow \frac{j}{N_{\text{pontos}}} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \left. \text{MODOS}_{TMD}_{j+i \cdot N_{\text{pontos}}, k} \leftarrow \theta_i(\xi_j, h) \cdot u_{\text{modos}.TMD}_{2 \cdot i+1, k} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \left. \quad + \theta_f(\xi_j, h) \cdot u_{\text{modos}.TMD}_{2 \cdot i+3, k} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \left. \quad + (-v_i(\xi_j)) \cdot u_{\text{modos}.TMD}_{2 \cdot i, k} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \left. \left. \left. \quad + (-v_f(\xi_j)) \cdot u_{\text{modos}.TMD}_{2 \cdot i+2, k} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \left. \text{MODOS}_{TMD} \right. \right. \right.
 \end{array}$$

25) Matriz de amortecimento de Rayleigh nos referenciais generalizado (q) e original (u)

Razão de amortecimento para o primeiro e para o último modos de vibração (Tabela 19 da ABNT NBR 6123, 2023; Blevins, 2001):

$$\xi_0 := 0.01$$

25.1) Constante de proporcionalidade

$$\alpha_M := \frac{2 \cdot \xi_0 \cdot \omega_0 \cdot \omega_4}{\omega_0 + \omega_4}$$

$$\alpha_K := \frac{2 \cdot \xi_0}{\omega_0 + \omega_4}$$

25.2) Matriz de amortecimento de Rayleigh no referencial original (u)

$$C_u := \alpha_M \cdot M_E + \alpha_K \cdot K_{EE}$$

$$C_{u.TMD} := \left\| \begin{array}{l} C_{u.TMD} \leftarrow \text{identity}(4 \cdot n) - \text{identity}(4 \cdot n) \\ \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} C_{u.TMD_{i,j}} \leftarrow C_{u_{i,j}} \\ C_{u.TMD_{(4 \cdot n - 4), (4 \cdot n - 4)}} \leftarrow C_{u_{(4 \cdot n - 4), (4 \cdot n - 4)}} + C_{TMD} \\ C_{u.TMD_{(4 \cdot n - 1) + 1, (4 \cdot n - 1) + 1}} \leftarrow C_{TMD} \\ C_{u.TMD_{(4 \cdot n - 4), (4 \cdot n - 1) + 1}} \leftarrow -C_{TMD} \\ C_{u.TMD_{(4 \cdot n - 1) + 1, (4 \cdot n - 4)}} \leftarrow -C_{TMD} \end{array} \right. \\ \quad C_{u.TMD} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

25.3) Matriz de transformação do referencial original (u) para o generalizado (q)

$$B := \varphi \cdot \Phi$$

$$B_{TMD} := \varphi_{TMD} \cdot \Phi_{TMD}$$

25.4) Matriz de amortecimento de Rayleigh no referencial generalizado (q)

$$C_q := B^T \cdot C_u \cdot B$$

$$C_{q.TMD} := B_{TMD}^T \cdot C_{u.TMD} \cdot B_{TMD}$$

25.5) Vetor de razão de amortecimento de Rayleigh

$$\xi := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} C_{q_{i,i}} \\ \xi_i \leftarrow \frac{C_{q_{i,i}}}{(2 \cdot \omega_i)} \end{array} \right. \\ \xi \end{array} \right.$$

$$\xi_{TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \quad \left\| \begin{array}{l} C_{q.TMD_{i,i}} \\ \xi_{TMD_i} \leftarrow \frac{C_{q.TMD_{i,i}}}{(2 \cdot \omega_{TMD_i})} \end{array} \right. \\ \xi_{TMD} \end{array} \right.$$

25.6) Frequências angulares de vibração amortecida

$$\omega_d := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \omega_{d_i} \leftarrow \omega_i \cdot \sqrt{1 - (\xi_i)^2} \end{array} \right\| \right\| \omega_d$$

$$\omega_{d.TMD} := \left\| \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \omega_{d.TMD_i} \leftarrow \omega_{TMD_i} \cdot \sqrt{1 - (\xi_{TMD_i})^2} \end{array} \right\| \right\| \omega_{d.TMD}$$

26) Método do "Vento Sintético"

26.1) Dados eólicos

Velocidade básica do vento: velocidade de uma rajada de 3 s, a 10 m acima do terreno, em campo aberto e plano, excedida na média uma vez em 50 anos (ABNT NBR 6123, 2023):

$$V_0 := 3$$

Expoente da lei de potência do cisalhamento do vento (ABNT NBR IEC 61400-1, 2023):

$$\alpha := 0.2$$

Velocidade média do vento: velocidade de uma rajada de 1 hora, a 10 m acima do terreno (ABNT NBR 6123, 2023):

$$U_0 := 0.65 \cdot V_0$$

Coefficiente de arrasto da torre tubular (ABNT NBR 6123, 2023):

$$C_a := 0.6$$

Densidade do ar (ABNT NBR 6123, 2023):

$$\rho_{ar} := 1.225$$

Parâmetro meteorológico usado na determinação de S2 (Categoria II - ABNT NBR 6123, 2023):

$$b_m := 1.00$$

Fator de rajada (Categoria II - ABNT NBR 6123, 2023):

$$F_r := 1.00$$

Fator topográfico (ABNT NBR 6123, 2023):

$$S_1 := 1.0$$

Fator de rugosidade e altitude para um intervalo de tempo de 3s, Tabela A.1 (ABNT NBR 6123, 2023):

$$S_2(z) := b_m \cdot F_r \cdot \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha$$

Fator estatístico (Tabela 4; ABNT NBR 6123, 2023):

$$S_3 := 0.95$$

Velocidade característica do vento (ABNT NBR 6123, 2023):

$$V_k(z) := S_1 \cdot S_2(z) \cdot S_3 \cdot V_0$$

Pressão total do vento (ABNT NBR 6123, 2023):

$$q(z) := \frac{\rho_{ar}}{2} \cdot (V_k(z))^2$$

Pressão linear total do vento (ABNT NBR 6123, 2023):

$$q_{total}(z) := C_a \cdot d(z) \cdot q(z)$$

Pressão linear do vento flutuante (Franco, 2014): $q_{flutuante}(z) := 0.58 \cdot q_{total}(z)$

Pressão linear do vento médio (Franco, 2014): $q_{m\u00e9dio}(z) := 0.42 \cdot q_{total}(z)$

Pressão linear de carga acidental (desaprumo): $q_{ea}(z) := 0$

Pressão linear do vento médio + desaprumo (Franco, 2014): $q_{m\u00e9dio_des}(z) := q_{m\u00e9dio}(z) + q_{ea}(z)$

26.2) Par\u00e2metros da an\u00e1lise

Intervalo de tempo de an\u00e1lise: $\Delta t := 0.1$

Tempo total de an\u00e1lise: $t_{max} := 10$

Carregamento harm\u00f4nico analisado para obten\u00e7\u00e3o dos limites superiores das respostas (ex.: 0,1,2...m): $\eta_n := 3$

Defini\u00e7\u00e3o da s\u00e9rie [0 (1) a 19 (20)]: $S := 16$

Vetor do tempo de an\u00e1lise: $t_{tempo} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0 \dots \frac{t_{max}}{\Delta t} \\ \left\| t_{tempo_k} \leftarrow k \cdot \Delta t \right. \\ \left. t_{tempo} \right. \end{array} \right\|$

26.3) Espectro da velocidade do vento (Davenport)

Frequ\u00eancia da rajada (0.0017 a 2.499 Hz): $f_{Davenport} := 0.0017, 0.0034 \dots 2.499$

$$x(f_{Davenport}) := \frac{1220 \cdot f_{Davenport}}{U_0} \quad Sr(f_{Davenport}) := 4 \cdot \frac{x(f_{Davenport})^2}{f_{Davenport} \left(1 + x(f_{Davenport})^2\right)^{\frac{4}{3}}}$$

26.4) Decomposi\u00e7\u00e3o das press\u00f5es flutuantes

N\u00famero de fun\u00e7\u00f5es harm\u00f4nicas (11 fun\u00e7\u00f5es): $m := 10$ $k := 0, 1 \dots m$

Harm\u00f4nicos ressonante (1\u00b0 frequ\u00eancia da torre coincidente com a 4\u00b0 fun\u00e7\u00e3o harm\u00f4nica): $R := 3$

Frequ\u00eancias das 11 fun\u00e7\u00f5es harm\u00f4nicas: $ff_k := \frac{f_0}{2^{k-R}}$

Períodos das 11 funções harmônicas:

$$TT_k := \frac{1}{ff_k}$$

Limites de integração da determinação dos Coeficientes C_k :

$$fa_k := \frac{f_0}{2^{(k-0.5-R)}} \quad fp_k := \frac{f_0}{2^{(k+0.5-R)}}$$

Coeficientes C_k :

$$C_k := \sqrt{2 \cdot \int_{fp_k}^{fa_k} Sr(ff) dff}$$

Coeficientes normalizados c_k :

$$c_k := \frac{C_k}{\sum_k C_k}$$

Novo critério dos coeficientes normalizados c_k (Franco, 2014):

$$c_{novo_k} := \frac{C_k}{\sqrt{6.125 \cdot \sum_k C_k^2}}$$

Razão entre os períodos da torre e período ressonante rx_k :

$$rx_k := \frac{TT_k}{TT_R}$$

26.4.1) Coeficientes da função harmônica k corrigida (ressonante, imediatamente superior e inferior)

$$cc_k := c_{novo_k} \quad cc_R := \frac{c_{novo_R}}{2} \quad cc_{R-1} := c_{novo_{R-1}} + \frac{c_{novo_R}}{4} \quad cc_{R+1} := c_{novo_{R+1}} + \frac{c_{novo_R}}{4}$$

26.4.2) Ângulos de fase gerados de forma aleatória

Faixa do ângulo de fase:

$$\mu := 0$$

$$\sigma := 2 \cdot \pi$$

$$\theta := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..19 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{Seed}(i+1) \\ \text{nums} \leftarrow \text{runif}(m+1, \mu, \sigma) \\ M^{(i)} \leftarrow \text{nums} \end{array} \right\| \\ M \end{array} \right\|$$

26.5) Correlação espacial de velocidades

Altura de rajada equivalente:

$$\Delta Z_o_k := \frac{U_0}{7} \cdot TT_k$$

$$\Delta Z_{o_{Corr_k}} := 2 \cdot \Delta Z_{o_k}$$

$$Gc := L - \frac{\Delta Z_{o_{Corr_R}}}{2}$$

Posição do centro de rajada adotado:

$$Gc := 80.30$$

26.5.1) Coeficiente de redução das pressões flutuantes

$$\eta := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad \text{for } j \in 0..m \\ \quad \quad \text{if } Gc \leq Niveis_i \leq Gc + \Delta Z_{o_j} \\ \quad \quad \quad \eta_{i,j} \leftarrow \frac{1}{\Delta Z_{o_j}} \cdot (Gc - Niveis_i) + 1 \\ \quad \quad \quad \text{else if } Gc - \Delta Z_{o_j} \leq Niveis_i \leq Gc \\ \quad \quad \quad \quad \eta_{i,j} \leftarrow \left(\frac{-1}{\Delta Z_{o_j}} \cdot (Gc - Niveis_i) \right) + 1 \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \quad \eta_{i,j} \leftarrow 0 \end{array}$$

26.5.2) Distribuição vertical das pressões do vento e centro de rajada (Correlação espacial das rajadas)

$$\eta_{cor} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad \text{for } k \in 0..m \\ \quad \quad \eta_{cor_{i,k}} \leftarrow \sum_{j=k}^m \eta_{i,j} \end{array}$$

26.6) Amplitudes

$$FM := \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad d_e(z) \leftarrow \frac{h-z}{h} \cdot (\phi_j - \phi_{j+1}) + \phi_{j+1} \\ \quad A_e(z) \leftarrow \pi \cdot esp_{1_j} \cdot d_e(z) \\ \quad I_e(z) \leftarrow \frac{\pi}{64} \cdot \left(d_e(z)^4 - (d_e(z) - 2 \cdot esp_{1_j})^4 \right) \\ \quad J_e(z) \leftarrow 2 \cdot I_e(z) \\ \quad q_e(z) \leftarrow q_{flutuante}(z + j \cdot h) \end{array}$$

$$V_{f_0} \leftarrow \frac{\int_0^h z \cdot q_e(z) dz}{h}$$

$$V_{i_0} \leftarrow \int_0^h q_e(z) dz - V_{f_0}$$

$$M_0(z) \leftarrow V_{i_0} \cdot z - \int_0^z z \cdot q_e(z) dz$$

$$V_0(z) \leftarrow V_{i_0} - \int_0^z q_e(z) dz$$

$$f_{10} \leftarrow \int_0^h \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot \frac{M_0(z)}{E \cdot I_e(z)} dz + \int_0^h \left(\frac{-1}{h}\right) \cdot \frac{f_c \cdot V_0(z)}{G \cdot A_e(z)} dz$$

$$f_{20} \leftarrow \int_0^h \left(-\frac{z}{h}\right) \cdot \frac{M_0(z)}{E \cdot I_e(z)} dz + \int_0^h \left(\frac{-1}{h}\right) \cdot \frac{f_c \cdot V_0(z)}{G \cdot A_e(z)} dz$$

$$FM_{j,0} \leftarrow -(K_{j,0} \cdot f_{10} + K_{j,2} \cdot f_{20})$$

$$FM_{j,1} \leftarrow -(K_{j,2} \cdot f_{10} + K_{j,1} \cdot f_{20})$$

$$FM_{j,2} \leftarrow V_{i_0} - \frac{(FM_{j,0} + FM_{j,1})}{h}$$

$$FM_{j,3} \leftarrow V_{f_0} + \frac{(FM_{j,0} + FM_{j,1})}{h}$$

$$NN_0(z) \leftarrow \int_0^z A_e(z) \cdot \rho_a \cdot 9.807 dz$$

$$f_{0axial} \leftarrow \int_0^h \frac{NN_0(z) \cdot (-1)}{E \cdot A_e(z)} dz$$

$$FM_{j,4} \leftarrow -f_{0axial} \cdot K_{j,6}$$

$$FM_{j,5} \leftarrow P_j - FM_{j,4}$$

$$TT_0(z) \leftarrow -\int_0^z tt dz$$

$$f_{0tor} \leftarrow \int_0^h \frac{TT_0(z) \cdot (-1)}{G \cdot J_e(z)} dz$$

$$FM_{j,6} \leftarrow -f_{0tor} \cdot K_{j,7}$$

$$FM_{j,7} \leftarrow -\left(FM_{j,6} + \int_0^h tt dz\right)$$

FM

```

FM_u :=
  for j ∈ 0..4·n-1
  |
  | s_A_j ← 0
  |
  | for j ∈ 0..n-2
  | |
  | | FM_u_{4·j} ← FM_{j+1,2} + FM_{j,3}
  | | FM_u_{4·n-4} ← FM_{n-1,3}
  | | FM_u_{4·j+1} ← -FM_{j+1,4} - FM_{j,5}
  | | FM_u_{4·n-3} ← -FM_{n-1,5}
  | | FM_u_{4·j+2} ← -FM_{j+1,6} - FM_{j,7}
  | | FM_u_{4·n-2} ← -FM_{n-1,7}
  | | FM_u_{4·j+3} ← -FM_{j+1,0} - FM_{j,1}
  | | FM_u_{4·n-1} ← -FM_{n-1,1}
  | |
  | | FM_u

```

26.7) Carregamento harmônico (Limite Superior das Respostas)

```

F_u_LSR :=
  for i ∈ 0..n-1
  |
  | for k ∈ 0..m
  | |
  | | V(tt) ← FM_{u_{i,4}} · η_{i+1,η_n} · cc_{η_n} · cos( (2·π / (TT_R · 2^{η_n-R}) · tt - θ_{η_n,S} ) )
  | | N(tt) ← FM_{u_{4·i+1}}
  | | T(tt) ← FM_{u_{4·i+2}}
  | | M(tt) ← FM_{u_{i,4+3}} · η_{i+1,η_n} · cc_{η_n} · cos( (2·π / (TT_R · 2^{η_n-R}) · tt - θ_{η_n,S} ) )
  | |
  | | for j ∈ 0.. (t_max / Δt)
  | | |
  | | | F_u_LSR_{-4·i,j} ← V(j·Δt)
  | | | F_u_LSR_{-4·i+1,j} ← N(j·Δt)
  | | | F_u_LSR_{-4·i+2,j} ← T(j·Δt)
  | | | F_u_LSR_{-4·i+3,j} ← M(j·Δt)
  | | |
  | | | F_u_LSR_

```

26.8) Carregamento aleatório (Resposta Característica)

$$\begin{aligned}
 F_{u_RC_} := & \text{for } i \in 0 \dots n-1 \\
 & \left\| \begin{aligned}
 & V(tt) \leftarrow \sum_{k=0}^m FM_{u_4 \cdot i} \cdot \eta_{i+1, k} \cdot cc_k \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{TT_R} \cdot 2^{k-R} \cdot tt - \theta_{k, S}\right) \\
 & N(tt) \leftarrow FM_{u_4 \cdot i+1} \\
 & T(tt) \leftarrow FM_{u_4 \cdot i+2} \\
 & M(tt) \leftarrow \sum_{k=0}^m FM_{u_4 \cdot i+3} \cdot \eta_{i+1, k} \cdot cc_k \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{TT_R} \cdot 2^{k-R} \cdot tt - \theta_{k, S}\right)
 \end{aligned} \right. \\
 & \text{for } j \in 0 \dots \frac{t_{max}}{\Delta t} \\
 & \left\| \begin{aligned}
 & F_{u_RC_{-4 \cdot i, j}} \leftarrow V(j \cdot \Delta t) \\
 & F_{u_RC_{-4 \cdot i+1, j}} \leftarrow N(j \cdot \Delta t) \\
 & F_{u_RC_{-4 \cdot i+2, j}} \leftarrow T(j \cdot \Delta t) \\
 & F_{u_RC_{-4 \cdot i+3, j}} \leftarrow M(j \cdot \Delta t)
 \end{aligned} \right. \\
 & F_{u_RC_}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{u_RC} := & \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n-1 \\
 & \text{for } j \in 0 \dots \frac{t_{max}}{\Delta t} \\
 & \left\| \begin{aligned}
 & F_{u_RC_{i, j}} \leftarrow F_{u_RC_{-i, j}} \\
 & F_{u_RC_{4 \cdot n-4, j}} \leftarrow F_{u_RC_{-4 \cdot n-4, j}} + F_{x_j} \\
 & F_{u_RC_{4 \cdot n-3, j}} \leftarrow F_{u_RC_{-4 \cdot n-3, j}} + F_{z_j} \\
 & F_{u_RC_{4 \cdot n-2, j}} \leftarrow F_{u_RC_{-4 \cdot n-2, j}} + M_{z_j} \\
 & F_{u_RC_{4 \cdot n-1, j}} \leftarrow F_{u_RC_{-4 \cdot n-1, j}} + M_{y_j}
 \end{aligned} \right. \\
 & F_{u_RC}
 \end{aligned}$$

27) Matrizes de massa, rigidez e amortecimento no referencial generalizado (q)

27.1) Matriz de rigidez

$$K_q := B^T \cdot K_{EE} \cdot B$$

$$K_{q.TMD} := B_{TMD}^T \cdot K_{EE.TMD} \cdot B_{TMD}$$

27.2) Matriz de massa

$$M_q := B^T \cdot M_E \cdot B$$

$$M_{q.TMD} := B_{TMD}^T \cdot M_{E.TMD} \cdot B_{TMD}$$

27.3) Matriz de amortecimento no referencial generalizado (q)

$$C_q := B^T \cdot C_u \cdot B$$

$$C_{q.TMD} := B_{TMD}^T \cdot C_{u.TMD} \cdot B_{TMD}$$

28) Carregamento aleatório no referencial generalizado (q)

Para obtenção do Limite Superior das Resposta: $\Upsilon = F_{u_LSR}$

Para obtenção da Resposta Característica: $\Upsilon = F_{u_RC}$

$$\Upsilon := F_{u_RC}$$

$$F_{2_q} := B^T \cdot \Upsilon$$

$$F_{2_q.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0.. \frac{t_{max}}{\Delta t} \\ \left\| \begin{array}{l} F_{2_q.TMD.i,j} \leftarrow \Upsilon_{i,j} \\ F_{2_q.TMD.4 \cdot n,j} \leftarrow 0 \end{array} \right\| \\ F_{2_q.TMD} \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$F_{2_q.TMD} := B_{TMD}^T \cdot F_{2_q.TMD}$$

29) Parâmetros do TMD

$$D_c := M_E^{-1} \cdot K_{EE}$$

$$\psi\psi_c := \text{eigenvecs}(D_c)$$

$$\omega_{2c} := \psi\psi_c^{-1} \cdot D_c \cdot \psi\psi_c$$

$$\psi_c := \left\| \begin{array}{l} \psi_c \leftarrow \text{identity}(4 \cdot n) - \text{identity}(4 \cdot n) \\ \text{for } k \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} cont \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{if } \omega_{2c_{k,k}} > \omega_{2c_{i,i}} \\ \left\| cont \leftarrow cont + 1 \right\| \\ V_k \leftarrow cont \end{array} \right\| \end{array} \right\| \\ \text{for } i \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..4 \cdot n - 1 \\ \left\| \psi_{c_j, V_i} \leftarrow \psi\psi_{c_j, i} \right\| \end{array} \right\| \\ \psi_c \end{array} \right\|$$

$$\omega_{2c} := \psi_c^{-1} \cdot D_c \cdot \psi_c$$

29.1) Matriz de transformação normalizada do referencial generalizado (q) para o original (u)

$$B_n := \left\| \begin{array}{l} B_n \leftarrow \text{identity}(4 \cdot n) - \text{identity}(4 \cdot n) \\ \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} NN_i \leftarrow \sqrt{\sum_{k=0}^{4 \cdot n - 1} (B_{k,i})^2} \\ \text{for } j \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| \begin{array}{l} B_{n_j,i} \leftarrow \frac{B_{j,i}}{NN_i} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\|$$

29.2) Massas modais

$$MM := B_n^T \cdot M_E \cdot B_n$$

29.3) Rigidezes modais

$$KK := B_n^T \cdot M_E \cdot B_n$$

29.4) Amortecimentos modais

$$CC := B_n^T \cdot C_u \cdot B_n$$

29.5) Amortecimentos modais

Massa modal correspondente ao primeiro modo de vibração da torre:

$$m_c := (B_n^{(0)})^T \cdot M_E \cdot B_n^{(0)} = 3.399 \cdot 10^5$$

Rigidez modal correspondente ao primeiro modo de vibração da torre:

$$k_c := (B_n^{(0)})^T \cdot K_{EE} \cdot B_n^{(0)} = 1.471 \cdot 10^6$$

Amortecimento modal correspondente ao primeiro modo de vibração da torre:

$$c_c := (B_n^{(0)})^T \cdot C_u \cdot B_n^{(0)} = 1.414 \cdot 10^4$$

Razão entre as massas do absorvedor e do primeiro modo da torre:

$$\mu_c := \frac{m_{TMD}}{m_c} = 0.08434$$

Razão entre as frequências angulares do absorvedor e do primeiro modo da torre:

$$f_{ce} := \frac{1}{1 + \mu_c} = 0.92222$$

Massa do absorvedor:

$$m_{abs} := \mu_c \cdot m_c = 2.867 \cdot 10^4$$

Rigidez do absorvedor:

$$k_{abs} := f_{cc}^2 \cdot k_c \cdot \mu_c = 1.055 \cdot 10^5$$

Razão entre os amortecimentos do absorvedor e o amortecimento crítico:

$$\xi_c := \sqrt{\frac{3 \cdot \mu_c}{8 \cdot (1 + \mu_c)^3}} = 0.158$$

Frequência angular natural do primeiro modo da torre:

$$\omega_c := \sqrt{\frac{k_c}{m_c}} = 2.08$$

Amortecimento crítico:

$$c_{cr} := 2 \cdot m_{abs} \cdot \omega_c = 1.193 \cdot 10^5$$

Amortecimento do absorvedor:

$$c_{abs} := \xi_c \cdot c_{cr} = 1.878 \cdot 10^4$$

30) Resposta da torre (Método de Newmark)

Parâmetros β e γ (Método da aceleração média constante):

$$\beta := \frac{1}{4}$$

$$\gamma := \frac{1}{2}$$

30.1) Condições iniciais no referencial original (u) e no referencial generalizado (q)

30.1.1) Vetor de deslocamentos iniciais no referencial original (u)

$$u_0 := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| u_{0_i} \leftarrow 0 \right. \\ \left. u_0 \right. \end{array} \right\|$$

$$u_{0.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \left\| u_{0.TMD_i} \leftarrow 0 \right. \\ \left. u_{0.TMD} \right. \end{array} \right\|$$

30.1.2) Vetor de velocidades iniciais no referencial original (u)

$$u'_0 := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| u'_{0_i} \leftarrow 0 \right. \\ \left. u'_0 \right. \end{array} \right\|$$

$$u'_{0.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \left\| u'_{0.TMD_i} \leftarrow 0 \right. \\ \left. u'_{0.TMD} \right. \end{array} \right\|$$

30.1.3) Vetor de deslocamentos iniciais no referencial generalizado (q)

$$q_{n_0} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| q_{n_0_i} \leftarrow \frac{(B^{(i)})^T \cdot M_E \cdot u_0}{(B^{(i)})^T \cdot M_E \cdot B^{(i)}} \right. \\ \left. q_{n_0} \right. \end{array} \right\|$$

$$q_{n_0.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \left\| q_{n_0.TMD_i} \leftarrow \frac{(B_{TMD}^{(i)})^T \cdot M_{E.TMD} \cdot u_{0.TMD}}{(B_{TMD}^{(i)})^T \cdot M_{E.TMD} \cdot B_{TMD}^{(i)}} \right. \\ \left. q_{n_0.TMD} \right. \end{array} \right\|$$

30.1.4) Vetor de velocidades iniciais no referencial generalizado (q)

$$q'_{n_0} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| q'_{n_0 i} \leftarrow \frac{(B^{(i)})^T \cdot M_E \cdot u'_0}{(B^{(i)})^T \cdot M_E \cdot B^{(i)}} \right\| \\ q'_{n_0} \end{array} \right\| \quad q'_{n_0.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \left\| q'_{n_0.TMD i} \leftarrow \frac{(B_{TMD}^{(i)})^T \cdot M_{E.TMD} \cdot u'_{0.TMD}}{(B_{TMD}^{(i)})^T \cdot M_{E.TMD} \cdot B_{TMD}^{(i)}} \right\| \\ q'_{n_0.TMD} \end{array} \right\|$$

30.1.5) Vetor de acelerações iniciais no referencial generalizado (q)

$$q''_{n_0} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n - 1 \\ \left\| q''_{n_0 i} \leftarrow 0 \right\| \\ q''_{n_0} \end{array} \right\| \quad q''_{n_0.TMD} := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 4 \cdot n \\ \left\| q''_{n_0.TMD i} \leftarrow 0 \right\| \\ q''_{n_0.TMD} \end{array} \right\|$$

30.2) Coeficientes a1, a2 e a3 e matriz de rigidez modificada (Kch)

$$a_1 := \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot M_q + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot C_q$$

$$a_{1.TMD} := \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot M_{q.TMD} + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot C_{q.TMD}$$

$$a_2 := \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot M_q + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \cdot C_q$$

$$a_{2.TMD} := \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot M_{q.TMD} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \cdot C_{q.TMD}$$

$$a_3 := \left(\frac{1}{2 \cdot \beta} - 1 \right) \cdot M_q + \Delta t \cdot \left(\frac{\gamma}{2 \cdot \beta} - 1 \right) \cdot C_q$$

$$a_{3.TMD} := \left(\frac{1}{2 \cdot \beta} - 1 \right) \cdot M_{q.TMD} + \Delta t \cdot \left(\frac{\gamma}{2 \cdot \beta} - 1 \right) \cdot C_{q.TMD}$$

$$K_{bar} := K_q + a_1$$

$$K_{bar.TMD} := K_{q.TMD} + a_{1.TMD}$$

30.3) Resposta da torre (deslocamentos, velocidades e acelerações)

$$u := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots \frac{t_{max}}{\Delta t} - 1 \\ \left\| P_{bar}^{(i+1)} \leftarrow (F_{2,q}^{(i+1)}) + a_1 \cdot q_{n_0}^{(i)} + a_2 \cdot q'_{n_0}{}^{(i)} + a_3 \cdot q''_{n_0}{}^{(i)} \right\| \end{array} \right\|$$

$$\begin{array}{l}
 \left\| \begin{array}{l}
 q_{n_0}^{(i+1)} \leftarrow K_{bar}^{-1} \cdot P_{bar}^{(i+1)} \\
 q'_{n_0}{}^{(i+1)} \leftarrow \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot (q_{n_0}^{(i+1)} - q_{n_0}^{(i)}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot q'_{n_0}{}^{(i)} + \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{2 \cdot \beta}\right) \cdot q''_{n_0}{}^{(i)} \\
 q''_{n_0}{}^{(i+1)} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)^2} \cdot (q_{n_0}^{(i+1)} - q_{n_0}^{(i)}) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot q'_{n_0}{}^{(i)} - \left(\frac{1}{2 \cdot \beta} - 1\right) \cdot q''_{n_0}{}^{(i)} \\
 u^{(i+1)} \leftarrow B \cdot q_{n_0}^{(i+1)}
 \end{array} \right. \\
 u
 \end{array}$$

$$u' := u^T$$

$$\begin{array}{l}
 u_{TMD} := \left\| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 0 .. \frac{t_{max}}{\Delta t} - 1 \\
 \left\| \begin{array}{l}
 P_{bar.TMD}^{(i+1)} \leftarrow (F_{2,q.TMD}^{(i+1)}) + a_{1.TMD} \cdot q_{n_0.TMD}^{(i)} + a_{2.TMD} \cdot q'_{n_0.TMD}{}^{(i)} \downarrow \\
 \quad + a_{3.TMD} \cdot q''_{n_0.TMD}{}^{(i)} \\
 q_{n_0.TMD}^{(i+1)} \leftarrow K_{bar.TMD}^{-1} \cdot P_{bar.TMD}^{(i+1)} \\
 q'_{n_0.TMD}{}^{(i+1)} \leftarrow \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot (q_{n_0.TMD}^{(i+1)} - q_{n_0.TMD}^{(i)}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot q'_{n_0.TMD}{}^{(i)} \downarrow \\
 \quad + \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{2 \cdot \beta}\right) \cdot q''_{n_0.TMD}{}^{(i)} \\
 q''_{n_0.TMD}{}^{(i+1)} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)^2} \cdot (q_{n_0.TMD}^{(i+1)} - q_{n_0.TMD}^{(i)}) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot q'_{n_0.TMD}{}^{(i)} \downarrow \\
 \quad - \left(\frac{1}{2 \cdot \beta} - 1\right) \cdot q''_{n_0.TMD}{}^{(i)} \\
 u_{TMD}^{(i+1)} \leftarrow B_{TMD} \cdot q_{n_0.TMD}^{(i+1)}
 \end{array} \right. \\
 u_{TMD}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$u'_{TMD} := u_{TMD}^T$$

30.4) Raiz do valor quadrático médio (rms. – root mean square)

$$u_{rms} := \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1\right)} \cdot \sum_{i=0}^{\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1} \left((u^{(4 \cdot n - 4)})_i \right)^2} \quad u_{rms_TMD} := \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1\right)} \cdot \sum_{i=0}^{\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1} \left((u'_{TMD}{}^{(4 \cdot n - 4)})_i \right)^2}$$

$$u_{rms_Desl.TMD} := \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1\right)} \cdot \sum_{i=0}^{\frac{t_{max}}{\Delta t} - 1} \left((u'_{TMD}{}^{(4 \cdot n)})_i \right)^2}$$

$$Redução1_{TMD} := \left(1 - \frac{u_{rms_TMD}}{u_{rms}}\right) \cdot 100$$

$$Redução2_{TMD} := \left(1 - \frac{u_{rms_Desl.TMD}}{u_{rms_TMD}}\right) \cdot 100$$