UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

ALESSANDRA DA SILVA FERREIRA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando dificuldades de estudantes nas conversões e tratamentos de registros

Recife
2025

ALESSANDRA DA SILVA FERREIRA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando dificuldades de estudantes nas conversões e tratamentos de registros

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros

Recife

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Ferreira, Alessandra da Silva.
Representações semióticas em problemas de Equação do 1º Grau: averiguando dificuldades de estudantes nas conversões e tratamentos de registros / Alessandra da Silva Ferreira. - Recife, 2025.
135f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2025.
Orientação: Kátia Maria de Medeiros.
Inclui referências e apêndices.

1. Didática da Matemática; 2. Teoria dos Registros de Representações Semióticas; 3. Resolução de Problemas; 4. Equação Polinomial do 1º Grau; 5. Ensino Fundamental Anos Finais. I. Medeiros, Kátia Maria de. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

ALESSANDRA DA SILVA FERREIRA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando dificuldades de estudantes nas conversões e tratamentos de registros

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

.

Aprovado em: 21.02.2025

BANCA EXAMINADORA

____
Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

____
Profa. Drª. Rosinalda Aurora de Melo Teles (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

____
Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti (Examinador Externo)
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

AGRADECIMENTOS

Neste pequeno espaço eu agradecerei, de forma mais resumida possível, a todos que fizeram e fazem parte desta minha caminhada acadêmica. Antes de começar a escrever eu pensei “tenho muita gente para agradecer” e saber que tantas pessoas contribuíram para eu chegar até aqui me deixou muito feliz.

Eu agradeço aos meus pais Maria de Lourdes Ferreira e Paulo Ferreira por sempre acreditar e confiar em mim e me dar forças sempre que eu escolho trilhar um novo caminho. Eles não tiveram oportunidades para continuar os estudos, mas fizeram de tudo para eu não parasse de estudar e são aqueles pais que ficam contando a todos os amigos as minhas conquistas. Minha avó Marlene Silva é minha inspiração de persistência, força e coragem e que também fica muito feliz com cada notícia minha. Eu sou a neta preferida (espero que meus primos não leiam esses agradecimentos – risos).

As pessoas que mais torcem e vibram com cada conquista minha, que se torna nossa, é Lucimarcos Silva e Clarice Silva. Lucimarcos é meu marido, amigo, com quem sonho junto e realizamos tudo o que está ao nosso alcance e foi a pessoa que dividiu comigo muitas demandas para que minha rotina, que é mega pesada, não fosse um obstáculo durante o Mestrado. Ele quem também me viu agoniada, várias vezes, pensando que não daria conta de tantos prazos e me tirou daquele ciclo. Clarice é a pessoa mais linda desse mundo. É a nossa maior e melhor conquista, nada mais supera ter Clarice conosco. É ela quem sempre dá um beijo para tudo ficar bem e dar certo. E tem dado muito certo! Tudo é por ela e com ela. Todos os desafios que me disponho a enfrentar são para ser uma pessoa melhor, uma profissional melhor e uma mãe melhor para ela.

Na UFPE, durante a graduação, fui adotada, junto com Lucimarcos, pelo Professor Airton Castro e sua esposa Maria Cristina de Sousa, eles são os nossos pais acadêmicos, avós de Clarice e fazem parte da nossa vida, quando ainda erámos namorados. Aprendi, e ainda aprendo, muito com o Professor Airton e agradeço por todas as oportunidades que tive para crescer como profissional e estudante. Agradeço aos dois por todo amor, toda torcida e momentos que temos juntos e que nos faz sempre tão bem.

Tive outros professores ótimos na graduação, mas não poderia deixar de citar os Professores Paulo Figueiredo e Adriano Pedrosa que, junto com Airton Castro, sempre deram apoio aos estudantes da Licenciatura e que estavam à frente do Laboratório de Ensino de Matemática – LEMAT, proporcionando experiência, aprendizado e participações em eventos dentro e fora de Pernambuco. Todo esse apoio foi muito importante não só para mim, mas para todos que tiveram a oportunidade de fazer parte do LEMAT.

Gostaria de agradecer também à Paula Baltar, que foi minha professora de três disciplinas de Prática de Ensino e que contribuiu com muitas reflexões importantes acerca da Educação e do que é ser uma professora de Matemática, no nosso contexto social, fazendo um paralelo com outros contextos e com teorias da Educação Matemática. Mais tarde, tive a oportunidade de ser supervisora do PIBID, com sua coordenação e, mais uma vez, aprendi bastante.

Após terminar a graduação, em 2014, fui morar em Belo Jardim me afastei um pouco da Academia. Não foi totalmente, pois sempre que possível, participei de eventos com o Professor Airton. Foram 8 anos adquirindo experiência profissional e onde Clarice pôde viver os seus três primeiros anos.

Após os momentos de tensão vividos na pandemia, um amigo da graduação me falou sobre o Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica e sobre a pesquisa dele, a qual utilizou como base teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e fiquei encantada e, ao mesmo tempo, curiosa sobre essa teoria. Obrigada, Saulo Augusto, por me apresentar à TRRS, me incentivar e auxiliar no pré-projeto. Obrigada também à Villy Paz, logo mais doutora Villy, por me dar dicas valiosas para a escrita e a Tarcísio Rocha, que também deu uma lida no meu pré-projeto e me deu dicas importantes também para melhorá-lo.

Agradeço à Professora Kátia Medeiros, minha orientadora, que esteve sempre presente me orientado, incentivando, cobrando e confiando na nossa pesquisa. Eu consegui viver nesses dois anos de Mestrado não apenas a escrita e disciplinas, mas pude participar de muitos eventos, graças ao incentivo da Professora Kátia. Eu sempre digo a todos que eu tenho uma orientadora que é presente e que se preocupa com o andamento da pesquisa. Sou grata demais!

No mestrado, eu tive professoras(es) maravilhosas(os), mas não posso deixar de agradecer à Professora Rosinalda Teles, por todas as contribuições dadas nos seminários e na qualificação. Já disse antes, mas volto a repetir, você é inspiração como professora e pesquisadora. Sinto-me privilegiada de ter feito o estágio docência com você e minha admiração só cresceu. Sou sua fã!

Agradeço aos professores da banca, Professor Méricles Moretti, Professora Joselma Lavôr e Catia Nehring, por todas as reflexões e contribuições recebidas na Qualificação. Elas foram fundamentais para o andamento da pesquisa.

Gostaria de agradecer aos meus amigos que me aguentaram nesses dois anos e que vão continuar aguentando, porque o aperreio será eterno (risos).

Kaiomarcos Luciano, nossa amizade virou uma parceria, onde um acode o outro, um sacode o outro, um reclama com o outro e a gente vai caminhando. Fizemos até uma segunda graduação e especialização juntos porque consideramos pouco todas as demandas que tínhamos (contém ironia). Sou fã do ser humano que você é e da sua trajetória!

Joyce Alcântara, nossa amizade começou a partir de uma necessidade acadêmica (que não preciso falar aqui) e nosso contato virou algo diário. Nós desabafamos, rimos, dou muita bronca para você socializar e ,às vezes (1 vez ao ano), consigo te tirar da tua casa para tomar um café. Obrigada por dar esse espaço para a nossa amizade.

Thatiany Ferreira, junto com Taianá Pinheiro são as amigas que topam tudo, até cair em cilada. Foram muitas comemorações de aniversário, barzinhos, karaokê, prainha,... só não saí mais porque a maternidade e o financeiro não permitiram (risos). Agradeço demais a vocês, por nessa reta final, nas análises dos dados, me tirarem de casa para produzir, caminhar (né, Tai?) e fofocar também, porque o ser humano não é de ferro (risos).

Muitos outros amigos estiveram presentes nesse período e todos vocês foram importantes para que essa jornada fosse mais leve possível. Sou feliz por ter conhecido tantas pessoas queridas.

Sou feliz por ter uma família que está presente e torce por mim, mesmo sem entender bem o que tanto eu estudo e pesquiso. Sou feliz por fazer parte da melhor equipe do mundo (Clarice, Lucimarcos e eu). Sou feliz por ter amigos que vibram junto comigo. Ah, como é bom ter amigos!

Agradeço a todos de coração!

Alessandra da Silva Ferreira

RESUMO

Pesquisas em Didática da Matemática têm mostrado que o(a) professor(a) de Matemática ao propor resoluções de problemas e mais de um registro de representação do mesmo objeto matemático em suas aulas tende a melhorar a aprendizagem dos estudantes. Esta pesquisa visa compreender as estratégias utilizadas por estudantes do 9º ano e as dificuldades apresentadas por eles na resolução de problemas de equação do 1º grau no que diz respeito à conversão e tratamento de registros de representação. Com o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, tivemos o propósito de responder à seguinte questão de pesquisa: Quais dificuldades os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver problemas de equação do 1º grau e as estratégias utilizadas no que diz respeito à conversão e tratamento de registros de representação? Optamos por uma pesquisa qualitativa na qual foi realizada uma análise descritiva e interpretativa. A pesquisa foi desenvolvida com 20 estudantes de uma turma do 9º Ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública municipal de Recife-PE. Para a obtenção dos dados, inicialmente conduzimos uma entrevista semiestruturada com os 20 estudantes da turma, com o objetivo de verificar o que os estudantes compreendem sobre resolução de problemas de equação do 1º grau. Mais adiante, foram promovidos três encontros com os participantes, nos quais quatro problemas de equação do 1º grau foram propostos pela pesquisadora durante as aulas de Matemática. Os problemas foram classificados de acordo com os critérios de congruência semântica, de modo que o primeiro problema tem congruência semântica e o último problema tem um alto grau de não congruência semântica. Ao propor os problemas que podem ser escritos como uma equação do 1º grau, temos como objetivo analisar as estratégias dos estudantes e identificar dificuldades apresentadas por eles ao fazer conversões e tratamentos nos problemas de equação do 1º grau. Durante os momentos vivenciados na pesquisa, foram utilizadas notas de campo para registrar situações observadas na entrevista e na resolução dos problemas com os estudantes. Os resultados dessa pesquisa apontaram que os estudantes enfrentaram dificuldades na conversão e tratamento de registros de representação semiótica ao resolver problemas de equações do 1º grau, limitando sua compreensão conceitual. Embora tivessem dificuldades na resolução escrita, os estudantes conseguiram verbalizar suas estratégias, destacando a importância da utilização do discurso oral na resolução de problemas. Além disso, apresentaram dificuldades na resolução de problemas com alto grau de não-congruência semântica. Os estudantes utilizaram estratégias como substituição de valores para testar resoluções e procedimentos aritméticos para evitar a manipulação algébrica. Sugerimos utilizar diversos registros de representação para melhorar a compreensão dos estudantes e ressaltamos que práticas de ensino focadas no tratamento algébrico mecânico podem limitar a compreensão conceitual, sendo necessária uma abordagem mais integrada e dinâmica no ensino. Com base nos resultados, recomendamos, em futuras pesquisas, uma abordagem alternativa, coletando além do discurso escrito, também o discurso oral dos estudantes, com objetivo de analisar a compreensão e a resolução dos problemas dos participantes que não conseguem fazê-la apenas através do discurso escrito.

Palavras-chave: Didática da Matemática. Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Resolução de Problemas. Equação Polinomial do 1º Grau. Ensino Fundamental Anos Finais.

ABSTRACT

Research in Mathematics Didactics has shown that when Mathematics teachers propose problem-solving activities and multiple representations of the same mathematical object in their lessons, student learning tends to improve. This research aims to understand the strategies used by 9th-grade students and the difficulties they encounter in solving first-degree equation problems, particularly regarding the conversion and treatment of representation registers. Based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, we sought to answer the following research question: What difficulties do 9th-grade students face when solving first-degree equation problems, and what strategies do they use regarding the conversion and treatment of representation registers?

We opted for a qualitative study with a descriptive and interpretative analysis. The research was conducted with 20 students from a 9th-grade class in a public municipal school in Recife, Brazil. To collect data, we initially conducted a semi-structured interview with all 20 students to assess their understanding of solving first-degree equation problems. Subsequently, three sessions were held with the participants, during which four first-degree equation problems were presented by the researcher in Mathematics classes. These problems were classified according to semantic congruence criteria, with the first problem having semantic congruence and the last problem having a high degree of semantic non-congruence. By proposing problems that can be written as a first-degree equation, our objective was to analyze students' strategies and identify their difficulties in performing conversions and treatments in first-degree equation problems.

During the research process, field notes were taken to document observations from the interview and students' problem-solving approaches. The results of this study indicate that students faced difficulties in converting and treating semiotic representation registers when solving first-degree equation problems, which limited their conceptual understanding. Although they struggled with written resolution, students were able to verbalize their strategies, highlighting the importance of oral discourse in problem-solving. Additionally, they experienced greater difficulties when solving problems with a high degree of semantic non-congruence.

Students employed strategies such as substituting values to test solutions and using arithmetic procedures to avoid algebraic manipulation. We suggest incorporating multiple representation registers to enhance students' comprehension and emphasize that teaching practices focused solely on mechanical algebraic procedures can restrict conceptual understanding. Thus, a more integrated and dynamic teaching approach is necessary. Based on the findings, we recommend that future research adopt an alternative approach by collecting not only students' written responses but also their oral discourse, with the goal of analyzing the understanding and problem-solving processes of those who struggle with written explanations alone.

Keywords: Mathematics Didactics. Theory of Semiotic Representation Registers. Problem Solving. First-Degree Polynomial Equation. Upper Elementary Education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Didática da Matemática empenha-se em estudar as relações existentes entre o ensino e a aprendizagem da disciplina de Matemática. Nesta pesquisa de mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (Edumatec – UFPE), almejamos analisar, com o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, dificuldades que estudantes do 9º ano manifestam ao resolver problemas de equação do 1º grau.

Com a finalidade de tornar clara a motivação do tema e objeto de estudo desta pesquisa, iniciarei relatando um pouco da minha trajetória começando pela graduação em Licenciatura Plena em Matemática cursada na Universidade Federal de Pernambuco.

Durante a graduação tive a oportunidade de participar do Projeto Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), e do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT – UFPE), no qual tive minhas primeiras experiências tanto com os estudantes da rede pública estadual de ensino, quanto com formação de professores participando de eventos nas Faculdades de Formação de Professores de alguns municípios de Pernambuco.

De 2009 a 2013 atuei como bolsista do PIBID em escolas públicas estaduais da cidade de Recife. O projeto tem como objetivo a iniciação de discentes das licenciaturas à docência e nesse período, junto com minha equipe, pude ter experiência com estudantes do Ensino Médio, onde utilizamos jogos no ensino da Matemática e situações-problema para trabalhar alguns conteúdos. Nesse mesmo período, atuei como monitora do LEMAT, local onde obtive muito aprendizado tanto trabalhando com Jogos Matemáticos quanto com Formação de Professores. Criamos minicursos e oficinas para apresentar em Faculdades de Formação de Professores e eventos de Matemática.

Após concluir a graduação fui morar e lecionar em uma escola privada de Belo Jardim, uma cidade do agreste pernambucano, e lá adquiri grande parte da minha experiência como professora de Matemática. Percebi durante a docência que é comum os estudantes terem dificuldade em atividades envolvendo diferentes representações de um mesmo objeto de conhecimento matemático. Até então, eu não conhecia a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Hoje, enquanto estudante de mestrado, utilizando as lentes da TRRS, compreendo que as dificuldades estavam relacionadas à necessidade de realizar transformações das representações nas atividades. Uma dessas transformações é a conversão de registros de representação, por exemplo, em um problema de equação, seja ela do 1º ou 2º grau, fazer a conversão do problema escrito na representação língua natural, no nosso caso a Língua Portuguesa, para a representação algébrica.

Em 2020, ainda sem conhecer a TRRS, nem o que é um registro de representação semiótica e que essa transformação da linguagem é denominada conversão, eu escrevi um projeto para trabalhar o conjunto de representações (registros de representação semiótica) presente nos problemas de equação e como fazer essa conversão com os estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental da escola na qual eu era docente. Infelizmente, um mês após começarem as aulas, as escolas foram fechadas em decorrência da pandemia do Covid-19 e não tive a oportunidade de iniciar o projeto com os estudantes.

No ano seguinte, conversando com o Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro da Universidade Federal de Pernambuco, o qual foi meu orientador no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da graduação, falei sobre meu projeto que não tive a oportunidade de pôr em prática, ele incentivou a transformar esse projeto escolar em um projeto de pesquisa e me indicou o livro de Machado (2011), no qual a temática gerava em torno da relação entre a Matemática e a Língua Materna.

A partir de pesquisas sobre a temática, encontrei que estudos em Didática da Matemática (Loureiro, 2014; Rodrigues, 2019; Pereira, 2004) investigam as possíveis causas dos entraves na aprendizagem e os resultados podem indicar quais caminhos o professor pode seguir para facilitar o ensino, de forma a contribuir cada vez mais com a evolução do aprendizado dos estudantes.

Um dos métodos que auxiliam no aprendizado segundo Pereira (2004) é a utilização da resolução de problemas como abordagem de ensino. Entretanto, os professores de Matemática enfrentam um grande desafio para ajudar os estudantes a superar a dificuldade na interpretação dos textos propostos nos problemas. Segundo Santos (2023) a prática da leitura é muito importante durante o processo de aprendizagem da criança, pois com quando o estudante consegue ler e interpretar bem um texto, ele tem a base para a compreensão das demais disciplinas do currículo escolar.

Depois da pandemia do Covid-19, esse obstáculo tornou-se ainda maior, pois os estudantes passaram os anos de 2020 e 2021 sem acesso à escola e, para a maioria, o processo de alfabetização não foi concluído. Segundo Santos (2023) de todos os desafios vivenciados nos processos de escolarização, nenhum deles foi tão devastador quanto ao que foi causado no processo de alfabetização. Hoje, 3 anos após o fim da pandemia, é vivenciado em sala de aula, estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental Anos Finais com dificuldade para escrever o próprio nome e, ter a compreensão do que está escrito em enunciados das situações-problema propostas em sala de aula, se torna ainda mais complexo para esses estudantes.

O nível de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática que antes era avaliado pela Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), passou a ser avaliado, a partir de 2019, pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Fazendo um comparativo dos resultados do SAEB de 2019 e 2021 com as duas edições anteriores 2015 e 2017, é nítida a queda do desempenho dos estudantes de todos os níveis de ensino, tanto em Matemática quanto em Língua Portuguesa, que até 2019 vinha tendo uma evolução, mas em 2021 houve uma queda nesse desempenho, tanto no Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais, quanto no Ensino Médio, mostrando o quanto a pandemia do Covid-19 foi prejudicial para a educação no nosso país.

Figura 1: Evolução da taxa de respostas do SAEB nas edições de 2015 a 2021

Fonte: SAEB, 2021, pag. 10

Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/apresentacao_saeb_2021.pdf

Com isso, surge mais um entrave para os educadores: como diminuir o prejuízo que a pandemia causou na educação? Como professora de Matemática, sempre me pergunto como posso trabalhar resolução de problemas com estudantes que não conseguem ler e escrever, inclusive têm bastante dificuldade de compreender os números e os símbolos das operações.

Segundo Machado (2011) não se pode desvincular a Matemática da língua materna, cada uma tentando realizar uma tarefa isolada, por isso, desde os primeiros anos da vida escolar do estudante a Matemática faz parte dos currículos ao lado da Língua Materna.

Essa é uma das justificativas para destacar a importância de o professor de Matemática propor problemas em sala de aula, sejam eles problemas envolvendo situações do cotidiano do estudante ou problemas que envolvam apenas conceitos e propriedades próprias da Matemática.

Com a pandemia do Covid-19, em 2020, as escolas precisaram ser fechadas para conter a contaminação. Por esse motivo, houve a necessidade de aderir ao ensino remoto na educação básica e, consequentemente, a utilização de meios digitais para as aulas acontecerem, porém a realidade que essas aulas não chegaram aos estudantes da rede pública de ensino por consequência da exclusão digital, pois as políticas públicas de inclusão não alcançam famílias de baixa renda que não têm acesso à tecnologia (Santos; Rosa, 2023), aumentando ainda mais os obstáculos na aprendizagem dos estudantes.

Essa dificuldade na aprendizagem da Matemática tem como consequência, em muitos casos, o afastamento entre o estudante e a disciplina. Medeiros (2021) destaca o desafio de despertar nos estudantes a matematofilia ao invés da matematofobia e o quão importante é sair cada vez mais do ensino tradicional para o ensino exploratório, no qual o estudante tem uma ação protagonista em sua aprendizagem. Utilizar a resolução de problemas nas aulas de Matemática pode auxiliar no desenvolvimento da matematofilia nos estudantes.

A matematofilia, é a junção da palavra Matemática com o sufixo filia, do grego filos, e de acordo com o Dicionário Online Priberam (2023), significa agradável, querido. É quando o sujeito sente uma afeição, um gosto pela Matemática. Em contrapartida, a matematofobia, união da palavra Matemática com o sufixo fobia, do grego fóbus, significa medo, aversão. Logo, um estudante que tem matematofobia tem uma aversão à Matemática, e esse sentimento, interfere no processo de aprendizagem.

Na resolução de problemas, o estudante precisa compreender, além do algoritmo, a situação na qual o conteúdo está inserido. Isso não significa que o algoritmo é dispensável, pelo contrário, ele é muito importante também, inclusive para que o estudante seja capaz, por meio da resolução problemas, de conceber os próprios algoritmos e fórmulas que, devido ao caráter de generalização, podem servir para eles resolverem novos problemas similares.

A Base Nacional Curricular Comum – BNCC (Brasil, 2018) enfatiza que os estudantes da Educação Básica necessitam desenvolver competências e habilidades relacionadas à Matemática, entre estas, as associadas à resolução de problemas com o objetivo de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Ademais, ela orienta que a aprendizagem matemática deva estar intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos.

Ao abordar as dificuldades de aprendizagem na Álgebra, especialmente em equações, um dos principais desafios enfrentados pelos estudantes está na resolução de problemas. Isso pode ocorrer tanto pelo aprendizado limitado a uma resolução algébrica mecânica quanto pela dificuldade em interpretar a situação-problema.

No Ensino da Matemática, o documento oficial nacional (BNCC) aponta como habilidade necessária para os estudantes da Educação Básica formular e resolver problemas e o documento oficial estadual (Currículo de Pernambuco), em concordância com a BNCC, também indica a mesma habilidade. Para os estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, é esperado que seja desenvolvida a habilidade de formular e resolver problemas de Equação do 1º Grau.

O Currículo de Pernambuco traz no 7º ano do Ensino Fundamental, relacionada ao objeto de conhecimento equações polinomiais do 1º grau, a habilidade EF07MA18 (Pernambuco, 2019, p. 412) “Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade”, na qual o estudante precisa desenvolver, a partir de atividades propostas pelo(a) professor(a) de Matemática, a habilidade de resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações do 1º grau.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1998, p. 91), destacam a relevância da “valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.”

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza que

> para favorecer a abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. (Brasil, 2018, p. 299)

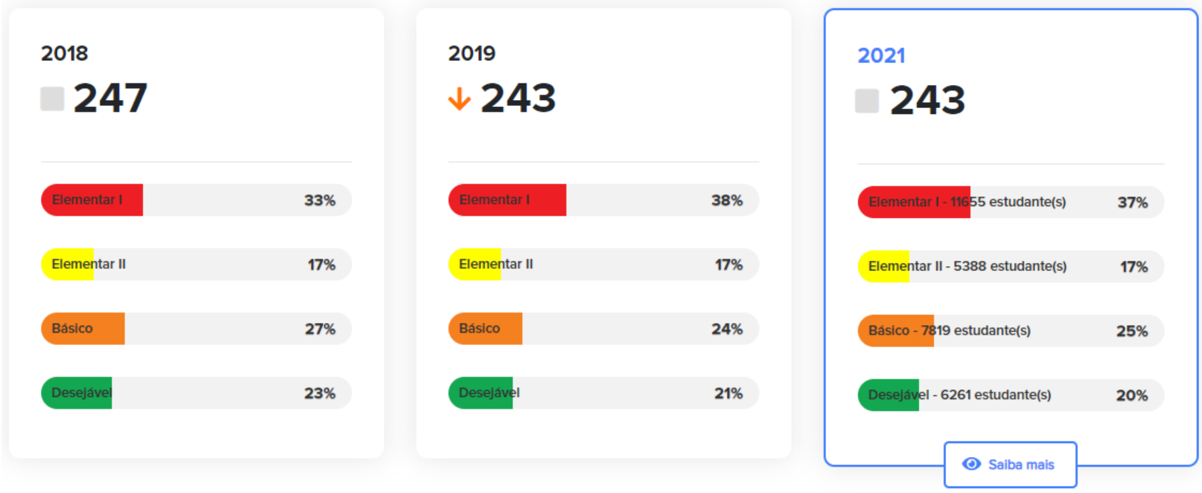
Apesar do objeto de conhecimento equações polinomiais do 1º grau fazer parte do currículo do 7º ano do Ensino Fundamental, o mesmo é indicado pelo Currículo de Pernambuco para ser introduzido no último bimestre do ano letivo. Logo, achamos mais viável realizar com estudantes de turma posterior ao 7º ano.

Nosso critério para selecionar os participantes da pesquisa foi realizar com estudantes que tenham resolvido em sala de aula, ao longo do Ensino Fundamental Anos Finais, diversos problemas de equação do 1º grau, inclusive envolvendo outros objetos de conhecimento matemático, como por exemplo, perímetro, área, ângulos, etc.

Portanto, a pesquisa será realizada com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual na cidade de Recife - PE, pois os estudantes deste ano vivenciaram problemas de equação do 1º grau desde o 7º ano e também realizaram nesse ano as avaliações externas SAEB e SAEPE.

Nas edições do SAEPE (2018, 2019 e 2021) os estudantes de Pernambuco não tiveram uma evolução nos padrões de desempenho da Avaliação, que são divididos em Elementar I, Elementar II, Básico e Desejável, o que reforça a necessidade de utilizarmos diversos recursos no processo de ensino-aprendizagem. A figura abaixo mostra a realidade dos estudantes pernambucanos do 9º ano do Ensino Fundamental:

Figura 2: Estatísticas do SAEPE de 2018, 2019 e 2021



Fonte: SAEPE, 2021

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Fundamental Anos Finais pontua a necessidade de o estudante interpretar, registrar de diferentes maneiras e resolver problemas, como será apresentada na competência específica e na habilidade a seguir:

> **Competência Específica 6:** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxograma, e dados). (Brasil, 2018, p. 267)

Portanto, vemos que os documentos oficiais de orientação sugerem o trabalho em sala de aula com resoluções de problemas e diferentes registros de representação para evoluir cada vez mais a aprendizagem dos estudantes.

Dentre as diversas áreas de pesquisa em Educação Matemática, o uso de resoluções de problemas e de registros de representações semióticas para auxiliar o estudante na apreensão dos objetos matemáticos estudados e, consequentemente, na aprendizagem, têm se destacado bastante.

Para Duval (2003) na resolução de um problema não devemos nos ater apenas à conversão da linguagem, pois seria equivalente a uma codificação, na qual associamos palavras aos seus significados. Ele afirma que focar nessa codificação é muito superficial, além de ser uma ilusão referente à aprendizagem, pois as regras de codificação permitem apenas que o estudante faça uma análise particular das representações.

Segundo Romanatto (2012, p. 302, 303),

> Resolver um problema não é apenas responder uma atividade, mas sim se envolver em uma tarefa para encontrar um método de resolução. Isso torna tudo mais divertido, e o aluno aprender melhor quando ele gosta do que está fazendo. Assim, solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos.

É bastante comum as pessoas associarem o aprendizado de Matemática a algo inato a alguns seres humanos. O conhecimento matemático deve ser partilhado por todos. Quando se admite que aprender matemática é algo inato ao indivíduo, afastamos cada vez mais os estudantes das descobertas que eles mesmos podem fazer estudando e questionando.

Machado (2011) diz quando a Matemática é colocada como algo inato e é ensinada de forma obrigatória para todos os estudantes, são bem esperadas as dificuldades de enfrentamos, ou seja, só tem um resultado desejável, aquele estudante que tem uma facilidade maior em aprender o conteúdo, e o estudantes que tem dificuldade na aprendizagem de Matemática será afastado cada vez mais dela.

Para Duval (2003) para o estudante apreender o objeto matemático é necessária a coordenação de, pelo menos, dois registros de representações semióticas para a compreensão matemática (por exemplo, transformar um registro que está na língua natural para o registro algébrico e desse registro algébrico fazer a transformação para o registro tabular) e essa coordenação precisa acontecer de forma rápida e espontânea, porém tal habilidade não é adquirida de forma natural pelos estudantes.

Dessa forma, pretendemos, nesta pesquisa, investigar quais as dificuldades de aprendizagem no estudo de equação do 1º grau, utilizando como bases teóricas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e a Resolução de Problemas, com o propósito de respondermos à questão de pesquisa: Quais dificuldades os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver problemas de equação do 1º grau e as estratégias utilizadas no que diz respeito à conversão e tratamento de registros de representação?

2. OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar dificuldades apresentadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações polinomiais do 1º grau e as estratégias de resolução utilizadas por esses estudantes.

2.2 ESPECÍFICOS

- Analisar a compreensão de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre resolução de problemas de equação do 1º grau;
- Identificar estratégias que os estudantes do 9º ano utilizam na resolução de problemas de equação do 1º grau ao fazerem conversões e tratamentos de registros de representação;
- Analisar dificuldades relacionadas às conversões e tratamentos de registros de representação apresentadas por estudantes do 9º ano ao resolverem problemas de equação do 1º grau.

Nas seções a seguir, faremos uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), traremos um pouco da história da Semiótica, quais teorias dos signos Raymond Duval utilizou para criar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e sua importância para a Didática da Matemática.

Após fazermos essa discussão sobre a TRRS de Duval, discutiremos sobre a resolução de problemas de Equações do 1º Grau e a resolução de problemas, segundo pesquisadores nacionais e internacionais e, em seguida, interligaremos a Teoria de Duval, a resolução de problemas e os problemas de equação do primeiro grau.

3. REVISÃO DE LITERATURA

A partir dos objetivos que foram explicitados, vimos a necessidade de buscar estudos anteriores, a partir de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), que relacionam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, a resolução de problemas e o objeto matemático equação do 1º grau com objetivo de responder à pergunta: nos anos de 2019 a 2023, o que as pesquisas que utilizam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica trazem sobre a resolução de problemas de equação do 1º grau?

Escolhemos fazer essa revisão sistemática na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e nos Periódicos da CAPES no período de 2019 a 2023 e na pesquisa fizemos combinações de termos, para refinarmos e analisarmos os estudos mais recentes no que diz respeito à TRRS.

A Revisão Sistemática de Literatura na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações e nos Periódicos da CAPES foi dividida em 4 etapas de pesquisa: a primeira utilizando os termos explicitados no quadro abaixo:

Quadro 1: Termos de pesquisa utilizados na BDTD e Periódicos da CAPES

Termos de Pesquisa
“Registros de Representação Semiótica” AND “Resolução de Problemas”
"Registros de Representação Semiótica" AND "Equação do 1° Grau"
"Registros de Representação Semiótica" AND "Raymond Duval"
"Registros de Representação Semiótica" AND "Conversão"

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Os primeiros termos utilizados na pesquisa foram “Registros de Representação Semiótica” AND “Resolução de Problemas”. Nela encontramos 29 trabalhos, sendo 15 dissertações de mestrado, 3 teses de doutorado e 11 artigos. Na segunda pesquisa foram utilizados os termos “Registros de Representação Semiótica” AND “Equação do 1º Grau” e nessa etapa não encontramos trabalhos com esses termos no período de 2019 a 2023. Na terceira pesquisa utilizamos a combinação de termos “Registros de Representação Semiótica" AND "Raymond Duval" e como resultado obtivemos 42 dissertações, 7 teses e 37 artigos. Na última pesquisa os termos utilizados foram "Registros de Representação Semiótica" AND "Conversão" e nessa última encontramos 70 trabalhos, os quais eram 26 dissertações e 5 teses e 39 artigos.

Ao final das quatro etapas de pesquisa foram encontrados, no total, 185 trabalhos, sendo 83 dissertações de mestrado, 15 teses de doutorado e 87 artigos, conforme está esquematizado na tabela abaixo.

Tabela 1: Revisão Sistemática de Literatura na BDTD e Periódicos da Capes

Termos de Pesquisa	BDTD - CAPES	Periódicos - CAPES
"Registros de Representação Semiótica" AND "Resolução de Problemas"	15 Dissertações 3Teses	11 Artigos
"Registros de Representação Semiótica" AND "Equação do 1º Grau"	0 Dissertação 0 Tese	0 Artigo
"Registros de Representação Semiótica" AND "Raymond Duval"	42 Dissertações 7 Teses	37 Artigos
"Registros de Representação Semiótica" AND "Conversão"	26 Dissertações 5 Teses	39 Artigos
	83 Dissertações 15 Teses	87 Artigos

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Para refinarmos nossa busca, primeiramente foram utilizados quatro critérios de exclusão de trabalhos acadêmicos, conforme o quadro a seguir:

Quadro 2: Critérios de exclusão dos trabalhos levantados na BDTD

CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO
Temática/Área: Dissertações, teses e artigos científicos que não tenham como tema central aa Teoria dos Registros de Representação Semiótica no título ou resumo
Duplicação: Repetição de trabalhos, inclusive após busca com utilização de outros termos.
Nível Educacional: Pesquisas que não abordam o contexto da Educação Básica, especificamente, o Ensino Fundamental Anos Finais
Objeto de Conhecimento: Dissertações, teses e artigos que não abordam o objeto de conhecimento Equação do 1º Grau e/ou o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental Anos Finais

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Inicialmente, o critério de exclusão utilizado foi o da Temática e/ou Área, de forma que os trabalhos que não explicitavam no título e resumo o termo “Registros de Representações Semióticas” foram desconsiderados. Após esta primeira etapa, utilizamos o critério duplicação, de maneira que a quantidade de trabalhos foi reduzida de 98 (83 dissertações e 15 teses) para 39 trabalhos, sendo eles 36 dissertações e 3 teses.

Em seguida, analisamos os títulos dos trabalhos e excluímos os que não tinham como nível educacional a Educação Básica, especificamente, o Ensino Fundamental Anos Finais e restaram 11 dissertações. Para finalizar essa etapa da RSL, verificamos quantas e quais dessas dissertações restantes não utilizam objetos de conhecimento da Álgebra, nos dando como resultado 3 dissertações. As mesmas etapas de exclusão foram aplicadas com os 87 artigos e, ao final das etapas, não obtivemos nenhum artigo científico. As três dissertações estão evidenciadas na Tabela 2.

Tabela 2: Trabalhos selecionados após a Revisão Sistemática de Literatura

TÍTULO	AUTORIA	INSTITUIÇÃO	TIPO
Os Sistemas de Equações em Livros Didáticos do 7º Ano do Ensino Fundamental Sob a Perspectiva da Teoria dos Registros de Representações Semióticas	Filho (2019)	Universidade Federal do Amazonas	Dissertação
O Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, utilizando a Resolução de Problemas à Luz dos Registros de Representação Semiótica	Luz (2020)	Universidade Estadual do Maranhão	Dissertação
Registros de Representação Semiótica da Função Afim em Livros Didáticos do 9º Ano do Ensino Fundamental	Silva (2022)	Universidade Federal de Pernambuco	Dissertação

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

O objetivo central da pesquisa de Filho (2019) foi verificar a abordagem dos autores de livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, adotados por professores de escolas públicas Estaduais da zona urbana do município de Manaus, no que diz respeito ao objeto de conhecimento Sistemas de equações do 1º grau, sob a perspectiva da Teoria de Registros de Representações Semióticas.

A metodologia utilizada pelo autor em sua dissertação foi qualitativa de caráter bibliográfico, documental e interpretativo. O estudo de Filho (2019) apresenta uma pesquisa documental e a utilização de documentos na investigação científica, que no caso, foram as coleções de Livros Didáticos, denominadas de α, β e γ.

Segundo Filho (2019), nas três coleções analisadas apresentam no objeto de conhecimento mais de um tipo de registro de representação, sendo eles, o registro em língua natural, o numérico, o registro simbólico e o registro algébrico.

Figura 3:Problema no qual é necessário fazer a conversão da linguagem materna para a linguagem tabular

Responda as questões no caderno:

Em um jogo de voleibol não há empate. Por esse motivo, o regulamento de qualquer torneio de voleibol manda assinalar 2 pontos para cada jogo que a equipe vence e 1 ponto para cada partida que a equipe perde.

Se a equipe Lá do Bairro disputou 4 jogos e somou 7 pontos, quantos jogos venceu e quantos perdeu?

1. Para resolver essa questão, faça um quadro, como o que sugerimos a seguir, complete-o considerando todas as possibilidades: de 0 a 4 vitórias e de 0 a 4 derrotas.

Número de jogos vencidos	Número de jogos perdidos	Número de jogos disputados (soma dos jogos vencidos com os jogos perdidos)	Soma dos pontos de acordo com os jogos disputados
		0 + 4 = 4	0 · (2) + 4 · (1) = 4

Fonte: Filho, 2019, p. 34

Filho (2019) observou que o problema da Coleção α propõe três questionamentos, e no primeiro, o autor do livro da Coleção α pede que seja construído um quadro e completado com todas as possibilidades. Dessa forma, o estudante faz uma conversão do problema que está na linguagem materna para a linguagem tabular.

Na Coleção β, Filho (2019) apresentou um problema que traz em seu enunciado a linguagem materna e a linguagem figural. O estudante ao ler o enunciado precisará associar as imagens das latinhas e das garrafas com as incógnitas, e a partir daí montar as equações do 1º grau com duas incógnitas, como é possível observar na Figura 4:

Figura 4: Problema no qual é necessário fazer a conversão da linguagem materna e figural para a linguagem algébrica

Observe o que registram as duas balanças. As latinhas têm o mesmo "peso" e as garrafas também.

Fonte: Filho, 2019, p.39

Na análise da Coleção γ, Filho (2019) expôs a tabela que o autor da coleção traz com alguns exemplos de conversão de expressões na linguagem materna, a qual ele denomina de frases em português, para expressões na linguagem algébrica.

Na Figura 5, Filho (2019) ilustra uma tabela introdutória, presente na Coleção γ, com expressões escritas na língua materna e a conversão de cada uma delas para a linguagem algébrica.

Figura 5: Tabela com conversão de expressões na linguagem materna para a linguagem algébrica

FRASE EM PORTUGUÊS	LINGUAGEM DA ÁLGEBRA
Um numero	n
O dobro de um número	$2 \times n$ ou $2n$
O triplo de um número	$3 \times n$ ou $3n$
A metade de um numero	$\frac{n}{2}$
Dois quintos de um número	$\frac{2}{5}n$ ou $\frac{2n}{5}$
O oposto de um número	$-n$
O inverso de um número diferente de zero	$\frac{1}{n}$ (com $n \neq 0$)
Um número adicionado a 10	$n + 10$
O quádruplo de um número menos 3	$4n - 3$
A terça parte de um número mais sua metade	$\frac{n}{3} + \frac{n}{2}$
O quadrado de um número	n^2

Fonte: Filho, 2019, p. 42

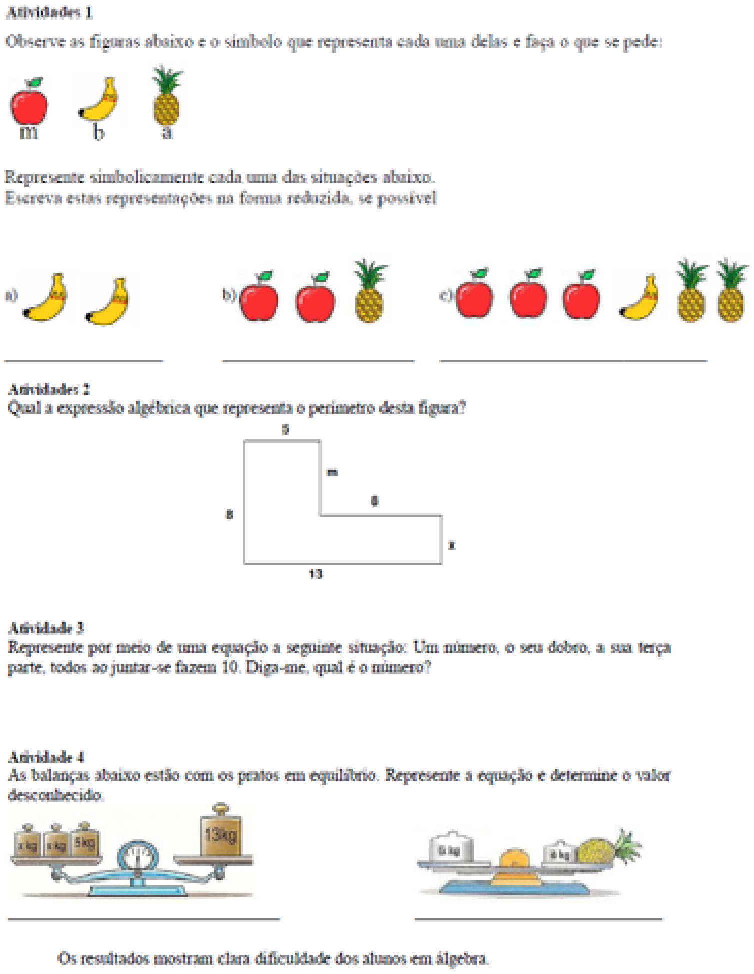
Filho (2019) salientou que não foram encontrados registros de representação geométrico e que ficou visível também que apesar de serem utilizadas nas três coleções as transformações do tipo tratamento e conversão, foi priorizado o uso da conversão congruente apenas em um sentido, contrariando a Teoria de Registros de Representações Semióticas.

Os dados do trabalho de Filho (2019) nos mostram que os estudantes, geralmente têm acesso aos problemas que indicam conversões apenas em um sentido, mas será que eles conseguem fazer essas conversões? Apesar dos livros priorizarem um sentido na conversão, os estudantes apresentam dificuldade ao fazer a conversão e nosso trabalho almeja compreender quais são essas dificuldades.

O estudo de Luz (2020) tem como objetivo geral discutir as dificuldades dos alunos na aprendizagem da Álgebra. A metodologia da pesquisa de Luz (2020) é de natureza qualitativa, foi realizada com 35 estudantes do 9º ano de uma escola estadual, no município de São Miguel - Tocantins a estratégia utilizada por ele para a realização do estudo, no que diz respeito às atividades de ensino, foi a de resolução de problemas.

Sua pesquisa permitiu a verificação das dificuldades dos estudantes na aprendizagem da Álgebra e das suas representações, além de analisar as dificuldades dos estudantes nas aplicações dos conceitos algébricos em situações cotidianas.

Figura 6: Atividade aplicada com os estudantes para coleta de dados



Atividades 1

Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:

m b a

Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.
Escreva estas representações na forma reduzida, se possível

a) b) c)

Atividades 2

Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?

5 m 8 8 x 13

Atividade 3

Represente por meio de uma equação a seguinte situação: Um número, o seu dobro, a sua terça parte, todos ao juntar-se fazem 10. Diga-me, qual é o número?

Atividade 4

As balanças abaixo estão com os pratos em equilíbrio. Represente a equação e determine o valor desconhecido.

x kg x kg 5kg 13kg

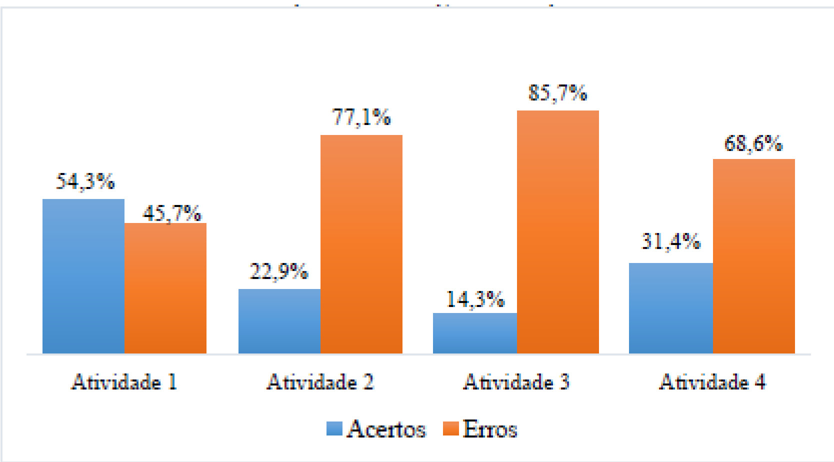
5 kg 8 kg

Os resultados mostram clara dificuldade dos alunos em álgebra.

Fonte: Luz, 2020, p. 43-44

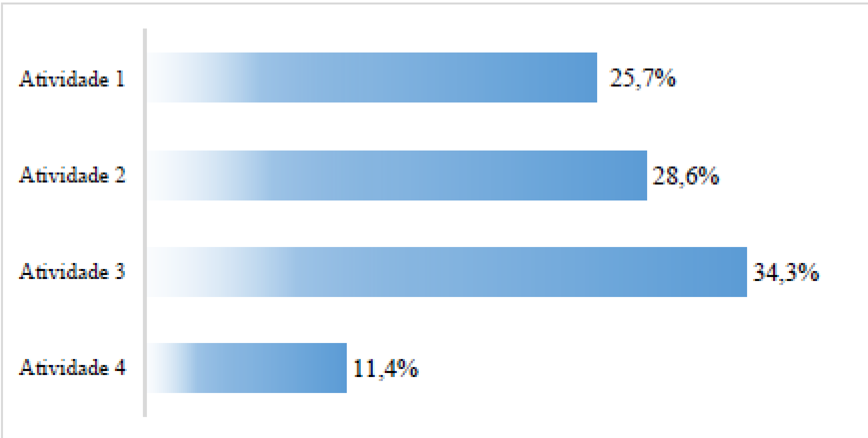
Luz (2020) utilizou as atividades para verificar se os estudantes conseguiam fazer a conversão dos problemas na linguagem materna/figural para a linguagem algébrica e obteve como resultado os seguintes dados:

Gráfico 1: Resultado dos problemas diagnósticos aplicados com estudantes do 9º ano



Fonte: Luz, 2020, p. Fonte: Luz, 2020, p. 45

Gráfico 2: Porcentagem das questões consideradas mais difíceis pelos estudantes



Fonte: Luz, 2020, p. Fonte: Luz, 2020, p. 45

Esses resultados “apontam que os conceitos e princípios da álgebra não estão sendo compreendidos nem aplicados de maneira correta para dar subsídio às séries seguintes na vida escolar dos estudantes” (Luz, 2020, p. 45).

O trabalho de Luz (2020) trouxe a reflexão sobre as dificuldades que os estudantes do 9º ano apresentavam em alguns exercícios de expressão algébrica e equação do 1º grau. É possível verificar, pelo gráfico 1 que os exercícios 2, 3 e 4 foram os tiveram maior índice de erro, sendo o 3, no qual é necessário que o estudante faça a conversão do texto (registro língua natural) para a equação (registro algébrico), o exercício que teve o maior índice de erro (85,7%). Esse mesmo exercício foi considerado o mais difícil pelos estudantes participantes da pesquisa.

Na nossa pesquisa, vamos focar em problemas que podem ser representados por equação do 1º grau para compreender as dificuldades que os estudantes têm ao converter esses problemas para o registro algébrico.

A dissertação de Silva (2022) tem como objeto de estudo a função afim e tem como objetivo analisar à luz da Teoria de Registros de Representação Semióticas a abordagem da função afim em livros didáticos do 9° ano do ensino fundamental.

Silva (2022) utilizou em seu estudo a metodologia da Análise de Conteúdo e essa análise contemplou os diversos registros de representação semiótica da função afim, as transformações semióticas e o fenômeno de congruência e não congruência semântica.

Em seu trabalho, Silva (2022) discute os tipos de registros de representação envolvendo a função afim, inclusive os problemas envolvendo a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica e, em alguns casos, esse problema se transforma em uma resolução de equação do 1º grau. Ele analisou cinco coleções de livros didáticos e ratificou a necessidade do trabalho com os diversos registros de representação.

Tabela 3: Livros didáticos selecionados e suas codificações

Nome do livro didático	Código
A conquista da matemática, 9° ano, ensino fundamental, anos finais / José Ruy Giovanni Júnior, Benedito Castrucci – 4ª edição – São Paulo, FTD, 2018.	LD-1
Teláris matemática, 9° ano, ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante – 3ª edição – São Paulo, Ática, 2018.	LD-2
Matemática – Bianchini, 9° ano, ensino fundamental, anos finais / Edwaldo Bianchini – 9ª edição – São Paulo, Moderna, 2018.	LD-3
Araribá mais – Matemática, 9° ano, ensino fundamental, anos finais / Organizadora Editora Moderna, obra coletiva, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna, editores responsáveis Maria Garcia Gay, Willian Raphael Silva – 1ª edição – São Paulo, Moderna, 2018	LD-4
Matemática realidade & tecnologia, 9° ano, ensino fundamental, anos finais / Joamir Roberto de Souza – 1ª edição – São Paulo, FTD, 2018.	LD-5

Fonte: Silva, 2022, p. 43

Silva (2022) fez uma comparação com estudos anteriores feitos em 2010 e verificou que houve uma mudança nos tipos de questões. Antes os livros didáticos apresentavam mais questões que necessitavam o tratamento do que uma conversão de registro de representação. Em contrapartida, nos cinco livros didáticos analisados por Silva (2022) a distribuição de questões envolvendo a conversão foi superior a distribuição de tratamento, sendo positivo no ponto de vista da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

Silva (2022) estabeleceu categorias e variáveis para refinamentos dos dados que foram coletados no capítulo que aborda especificamente a função afim, nos livros didáticos que foram escolhidos para análise, a partir de elementos da TRRS.

Tabela 4: Categorias de análises e variáveis

Categorias	**Variáveis**
Registros de representação semióticas da função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano.	• Registro Língua natural • Registro Gráfico • Registro Algébrico • Registro Tabular
Transformações de representações semióticas em atividades de função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano.	• Tratamento • Conversão
Abordagens na conversão entre registro gráfico ↔ registro algébrico	• Ponto a ponto • Por extensão do traçado • Interpretação global de propriedades figurais
Fenômenos de congruência semântica	• Congruência semântica • Não congruência semântica

Fonte: Silva, 2022, p. 44

Silva (2022) analisou em sua pesquisa a diversidade de registros nas questões nos livros escolhidos, de forma que foram identificados 470 itens (a, b, c, d etc.) distribuídos em 191 questões, como mostra a tabela abaixo.

Tabela 5: Distribuição das atividades em itens e questões

Livros didáticos analisados	Itens	Questões
LD-1	54	28
LD-2	101	43
LD-3	116	39
LD-4	143	60
LD-5	56	21

Fonte: Silva, 2022, p. 54

A análise de Silva (2022) não ficou apenas no quantitativo de questões, ele também analisou a diversidade de registros de representações semióticas presentes nos cinco livros didáticos.

Tabela 6: Diversidade dos registros de representação semiótica nos livros didáticos analisados

Livros didáticos analisados	Registro algébrico	Registro língua natural	Registro gráfico	Registro tabular
LD-1	48,98%	17,35%	22,45%	11,22%
LD-2	48,07%	37,02%	12,71%	2,20%
LD-3	47,06%	25,98%	23,53%	3,43%
LD-4	45,63%	24,33%	22,43%	7,61%
LD-5	46,67%	18,89%	23,33%	11,11%

Fonte: Silva, 2022, p. 54

“O registro algébrico se aproxima de 50% em todas as obras analisadas, os registros língua natural e gráfico se alternam entre segundo e terceiro lugar” (Silva, 2022, p. 54). Ele também observou que apesar do registro tabular ser apresentado menos vezes de forma explícita nos livros analisados, esse tipo de registro pode aparecer nas resoluções das atividades, pois é um dos procedimentos que os livros didáticos analisados sugerem.

Com relação ao tratamento de registros de representação semiótica, Silva (2022) identificou nos livros didáticos analisados os tratamentos no registro em língua natural e no registro algébrico. Na tabela abaixo, ele apresenta essa distribuição dos tratamentos nos cinco livros analisados.

Tabela 7: Tratamentos nos livros didáticos analisados

Livros didáticos analisados	Tratamento algébrico	Tratamento em língua natural
LD-1	100%	0%
LD-2	95%	5%
LD-3	93%	7%
LD-4	90%	10%
LD-5	85%	15%

Fonte: Silva, 2022, p. 57

Silva (2022) também observou quais conversões de registros de representação semiótica estão presentes nos livros didáticos e se as atividades propostas contemplam os dois sentidos da conversão. Todos os tipos de conversão foram dispostos na tabela a seguir:

Tabela 8: Percentuais de atividades de conversão e seus respectivos sentidos

Registro de partida	Registro de chegada	LD-1	LD-2	LD-3	LD-4	LD-5
Algébrico	Língua natural	6,67%	41,46%	16,30%	10,42%	13,51%
Algébrico	Gráfico	50,00%	15,85%	23,91%	21,88%	13,51%
Algébrico	Tabular	3,33%	0,00%	0,00%	3,13%	0,00%
Língua natural	Gráfico	0,00%	3,66%	3,26%	7,29%	0,00%
Língua natural	Algébrico	23,33%	20,73%	16,30%	20,83%	13,51%
Língua natural	Tabular	0,00%	0,00%	1,09%	2,08%	2,70%
Gráfico	Língua natural	3,33%	8,54%	13,04%	16,67%	2,70%
Gráfico	Algébrico	10,00%	7,32%	25,00%	13,54%	40,54%
Gráfico	Tabular	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Tabular	Algébrico	3,33%	1,22%	1,09%	4,17%	10,81%
Tabular	Língua natural	0,00%	1,22%	0,00%	0,00%	2,70%
Tabular	Gráfico	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Silva, 2022, p. 60

Dentre as diversas conversões, Silva (2022) concluiu que as que mais destacaram foram nos sentidos: algébrico → gráfico; língua natural → algébrico; gráfico → algébrico e algébrico → língua natural. Em seguida, ele apresentou diversos exemplos de atividades dos livros com as conversões observadas e enfatizou a falta de atividade com conversões no sentido contrário e ratificou a necessidade do trabalho em atividades utilizando diversas representações, sendo importante o desenvolvimento dessas conversões nos dois sentidos, de acordo com a TRRS.

Essa revisão de literatura, nos trouxe dados importantes com relação às atividades trazidas pelos livros didáticos na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau, os tipos de registros de representação envolvidos e o aumento das atividades de conversão, que antes eram atividades de tratamento, em sua maioria.

Com o propósito de esclarecer a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, traremos a seguir um pouco do percurso histórico da Semiótica, que cada dia mais está presente nos estudos da Didática da Matemática.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção traremos alguns aspectos históricos da Semiótica na Didática da Matemática e faremos uma discussão sobre alguns elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

4.1 A SEMIÓTICA NA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS

O estudo da semiótica como ciência é recente, porém ela está ao lado da Matemática desde sempre. Segundo D’Amore, Pinilla e Iori (2015) elas estavam sempre lado a lado, mas só a partir da década de 1990 que a semiótica passou a ser reconhecida e utilizada nas pesquisas de Didática da Matemática, em consequência dos problemas que foram surgindo no ensino-aprendizagem de matemática.

De acordo com D’Amore, Pinilla e Iori (2015) o termo “semiótica” é bem antigo e teve seu início na Grécia antiga com a palavra grega ημεῖον (semeion), que significa signo. Um semeion era a causa de uma consequência, como um sintoma de uma doença, algo que antecede um evento natural, ou seja, era uma relação de causa-efeito (se X acontece, então Y acontecerá). As primeiras definições de semiótica são referentes à medicina (sintomas de enfermidade).

Para Platão (428 – 327) a teoria dos signos e a teoria da linguagem andam lado a lado e os signos linguísticos (nomes) representam limitadamente a natureza das coisas. Anos depois, Aristóteles (384 – 322) define a expressão σύμβολον (symbolon) como sendo uma relação de equivalência entre signos linguísticos e conceitos e segundo D'Amore, Pinilla e Iori (2015) apesar de Aristóteles admitir a existência de conceitos dos objetos que chegamos neles por meio da abstração, ele se limita ao signo como algo relacionado à teoria linguística.

Conforme os autores (2015), a teoria dos signos dos Estóicos está relacionada ao termo logos (razão), onde o que acontece é em razão de algo que ocorreu anteriormente. Com os Estóicos vemos pela primeira vez os três termos que são muito utilizados até hoje no estudo da semiótica: o significante (semainon), ou seja, o som emitido da pronúncia de alguma palavra ou frase; o significado (semainómenon), que é o conceito da expressão (significante) e o referente (tynchánon), ou seja, a realidade concreta concernente à expressão, que pode ser um evento ou um objeto.

Os Epicuristas, segundo D'Amore, Pinilla e Iori (2015), em seus estudos sobre a semiótica, definiram quatro tipos de objetos, sendo eles: objetos evidentes, nos quais é imediato o conhecimento de tais objetos; objetos que aguardam confirmação, isto é, são aqueles que necessitam de algo para confirmar o seu conhecimento, pois seu conhecimento não é imediato; objetos obscuros por si próprios, onde há a necessidade do uso de signos para que haja o conhecimento deles; objetos obscuros de maneira absoluta, são objetos que não podem ser conhecidos de forma alguma pelo ser humanos.

Dos quatro objetos definidos pelos Epicuristas, os objetos que aguardam confirmação e os obscuros por si próprios estão ligados à utilização de signos para que o conhecimento de tais objetos sejam acessíveis.

Segundo D'Amore, Pinilla e Iori (2015), Euclides distingue o termo signo em duas formas. Ele utiliza a palavra stigmé para falar de pontos geométricos nas questões filosóficas e a palavra semeion nas questões tipicamente matemáticas.

Agostinho de Hipona uniu a teoria dos signos com a teoria da linguagem, e a partir desse momento ocorre uma mudança na história do estudo da semiótica, de acordo com D’Amore, Pinilla e Iori (2015). Para Agostinho, existem dois tipos de signos: os signos naturais, cuja apresentação acontece independentemente de qualquer interferência e não necessitam de um significado, e os signos convencionais, os quais se manifestam com intenção de comunicar algo, seja um pensamento ou emoção.

Conforme D’Amore, Pinilla e Iori (2015) a semiótica moderna tem como um dos precursores Charles Peirce (1839 – 1914), cuja teoria dos signos é fundamentada na visão de que a cognição possui, por essência, uma natureza semiótica e Ferdinand de Saussure (1857 – 1913) que denominou o termo semiologia, sendo essa sua contribuição primordial para a semiótica.

> A língua é um sistema de signos que expressam ideias e, portanto, pode ser comparada à escrita, ao alfabeto dos surdos-mudos, aos ritos simbólicos, às formas de cortesia, aos sinais militares etc. Ela é simplesmente o mais importante de tais sistemas. Pode-se então conceber uma ciência que estuda a vida dos signos no contexto da vida social e, consequentemente, da psicologia geral. Nós a chamaremos semiologia (do grego, semeion, “signo”). Ela poderia nos dizer no que consistem os signos e quais são as leis que os governam. Uma vez que ainda não existe, não podemos dizer o que ela será; entretanto, tem o direito de existir e o seu direito está previamente determinado. A linguística é somente uma parte dessa ciência geral; as leis descobertas pela semiologia serão aplicáveis à linguística que se encontrará conectada a um domínio bem definido no conjunto dos fatos humanos. (Saussure, 1916, p.33)

Para Saussure, o signo é a junção inseparável do significante com o significado e esses elementos são do tipo mental e, é, portanto, um objeto abstrato.

Duval fundamentou sua teoria a partir das abordagens de Peirce, Saussure e Frege, que são muito diferentes, sobretudo porque elas analisam os signos sob óticas bem distintas.

Para D’Amore, Pinilla e Iori (2015) a semiótica, sempre andou lado a lado da Didática da Matemática de forma explícita, porém corriqueiramente é esquecida. Nas aulas de Matemática é fácil notar os signos presentes a todo momento, seja em uma fórmula, imagem, operação...; porém, por ser uma situação comum, os professores não associam a Matemática com a Semiótica.

Os signos fazem parte da Matemática, mas diferente do que muitos docentes acreditam, eles não representam um único significado.

Um exemplo simples é o sinal de multiplicação que pode aparecer de diversas formas: 5×2 pode ser representado também como $5 \cdot 2$; fazendo a multiplicação com letras, temos $m \times n$ ou $m \cdot n$ ou simplesmente mn.

Apesar de parecer simples para os professores, para os estudantes essa não univocidade do signo pode gerar confusão, ocasionando uma dificuldade na aprendizagem.

Os Registros de Representação apareceram pela primeira vez com Piaget (1924-1926) pela Representação Mental, na qual ele observou e estudou crianças pequenas para explicar os fenômenos naturais e psíquicos referentes a elas.

A segunda vez que os Registros de Representação foram citados foi através da Representação Computacional (1955 – 1960) e um dos precursores foi Broadbent (1958), onde essa teoria dava ênfase ao tratamento de informações, onde em seguida, uma resposta adaptava era produzida, ou seja, refere-se a uma codificação da informação.

4.2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS REPRESENTAÇÕES DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

É comum ouvir dos professores que a dificuldade de aprendizagem aumenta entre os estudantes quando saem do estudo da aritmética para a álgebra. Um dos motivos é a necessidade de utilizar a linguagem matemática para representar alguma situação escrita na linguagem natural.

Raymond Duval ao analisar a dificuldade de aprendizagem que os estudantes enfrentam ao estudar matemática, principalmente quando há a necessidade de conversão de um registro da representação de alguma informação para outro registro dessa mesma representação, criou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e mostrou o quão importante ela é para as pesquisas relacionadas à Didática da Matemática.

Segundo Duval (2009) não há noésis sem semiósis, ou seja, não há compreensão imediata sem passar pelo processo de significação e de produção dos significados. É muito comum as pessoas relacionarem a aprendizagem matemática com o saber calcular. A aprendizagem matemática vai muito além disso, pois ela envolve a conceitualização, a compreensão de textos, o raciocínio, a resolução de problemas e a aplicação dos algoritmos.

A Representação Semiótica foi criada por Duval nos anos de 1970 no quadro de trabalhos relacionados à obtenção de conhecimento e quais problemas que se originam na aprendizagem. Duval (2009) na Teoria de Registros das Representações Semióticas define que a especificidade das representações semióticas.

> [...] consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidos em representações "equivalentes" em outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza. (Duval, 2009, p.32)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), segundo Duval (2003), trata do desenvolvimento do pensamento humano e para que um indivíduo aprenda um conceito matemático é necessário que ele faça a distinção entre o objeto matemático e a sua representação.

Quadro 3: Classificação dos registros de representação semiótica

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS; Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças, ...;	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3) • Apreensão operatória e não somente perceptiva;
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária, decimal, fracionária...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais)	Gráficos cartesianos • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2003)

É importante que sejam apresentados aos estudantes diversos tipos de registros de representação, no entanto, a apreensão dos registros e das representações não é natural, é necessária a intervenção do professor durante esse processo.

De acordo com Brandt (2005), na Matemática, diferente de outros domínios do conhecimento, a atividade cognitiva requerida não deve ser procurada nos conceitos, mas na importância das representações semióticas e nas possibilidades do tratamento matemático que depende do sistema de representação utilizado.

> Os objetos matemáticos não são diretamente observáveis, visto que eles não têm existência física e sua apreensão só é possível por meio de registros de representação; igualmente pelo fato de que existe uma grande variedade de representações semióticas possíveis para serem utilizadas em matemática (língua natural, gráficos, linguagem algébrica, figuras geométricas, entre outras). (Brandt, 2005, p.84)

Todavia, como não confundir o objeto matemático com a sua representação? Duval (2009), em sua hipótese fundamental de aprendizagem, diz que para um indivíduo tenha a compreensão completa de um objeto matemático é necessário que ele seja capaz de fazer a coordenação de pelo menos dois registros de representação, e essa coordenação da atividade cognitiva conversão precisa ser realizada de forma rápida e espontânea.

4.2.1 Transformações de representação: Conversão e Tratamento

A conversão é um tipo de transformação de representações semióticas, na qual ocorre a mudança do registro da representação de alguma situação em um outro registro dessa mesma representação e fazer essa atividade cognitiva não é trivial. Segundo Duval (2009) "A conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos." (p.63)

Existe outro tipo de transformação de representações semióticas, e nessa a transformação acontece de forma que ela não mude de sistema. Um exemplo simples de compreender é um estudante, durante a resolução de um cálculo transformar 0,5 + 1,3 em 1,8. O estudante ao fazer essa transformação não está fazendo uma conversão, mas sim o tratamento, pois ele transformou o modo de escrever o número, porém continuou no mesmo registro de representação, que no caso, é o registro numérico.

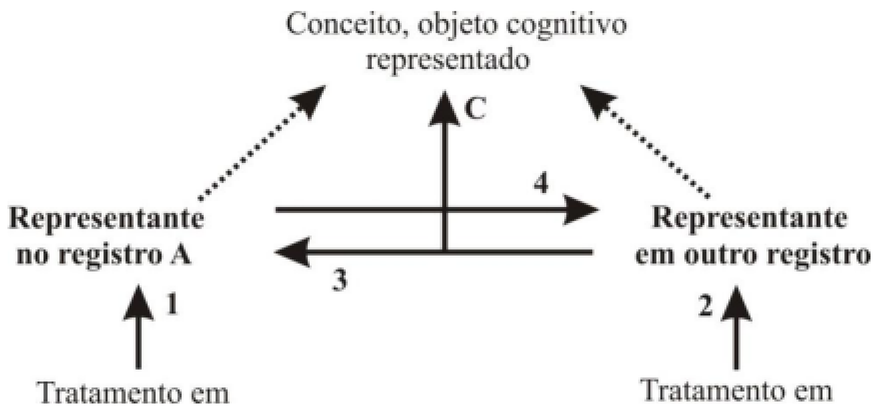
Quando se trata de um problema matemático, por exemplo: "O dobro de um número adicionado de 5 unidades é igual a 15. Qual é esse número?" Um dos modos de resolver é através da resolução de uma equação do 1º grau que seja equivalente a este problema que está escrito com palavras, ou seja, é necessário *converter* o problema que está no registro de representação língua materna para o registro de representação algébrico. Ficaria da seguinte forma: 2x + 5 = 15.

Entretanto, o problema não está resolvido quando a equação é encontrada. Para terminar de resolver este problema, é necessário que a equação seja resolvida.

$$
\begin{gathered}
2x + 5 = 15 \\
2x + 5 - 5 = 15 - 5 \\
2x = 10 \\
2x/2 = 10/2 \\
x = 5
\end{gathered}
$$

Cada etapa de uma linha para a seguinte, foi realizado um tratamento na equação. A conversão e o tratamento são muito importantes na resolução de um problema matemático. Não adianta o estudante saber apenas converter ou fazer o tratamento, é indispensável saber os dois processos de transformação.

Figura 7: hipótese fundamental de aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização.



Fonte: Duval (2012, p. 17)

No esquema apresentado nesta figura, as setas 1 e 2 representam as transformações internas a um registro de representação (tratamento). As setas 3 e 4 representam as transformações externas, ou seja, a mudança do tipo de registro de representação (conversões).

No ensino da Matemática é necessário considerar o desenvolvimento de produção de significado no conteúdo a ser estudado. Na álgebra, é ainda mais necessária essa produção de significado, pois é nela que o estudante aprende a fazer generalizações utilizando a linguagem formal e a abstração. Para Lins e Gimenez (1997) "A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade” (p.137).

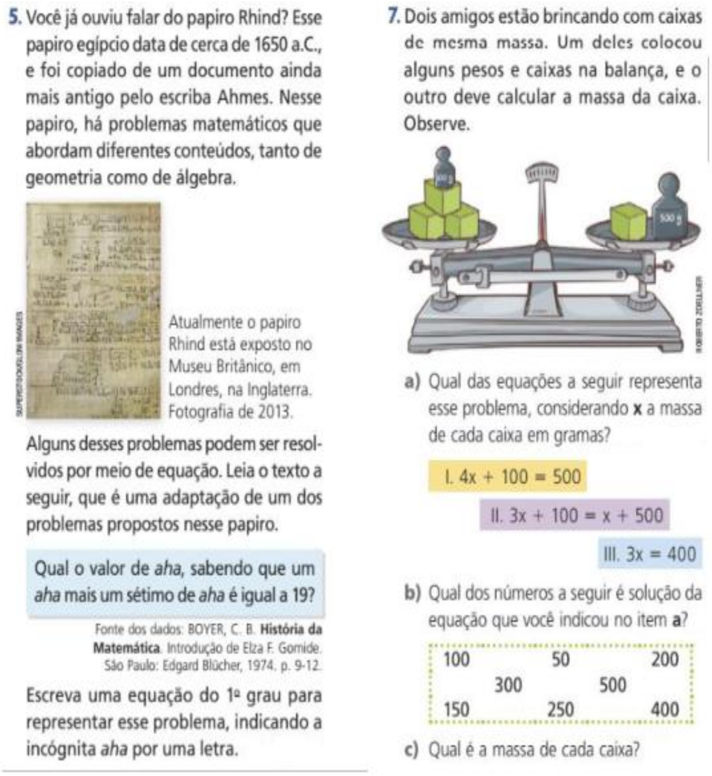
Quando se pensa em álgebra, tem-se em mente letras (incógnitas ou variáveis x,y,z,a...) e sinais de igualdade ou desigualdade (=, >, <, ≥, ≤). Isso acontece porque os estudantes têm o primeiro contato com a álgebra formal e as suas simbologias ao estudarem equação do 1º grau.

A aprendizagem satisfatória de equação do 1º grau requer do estudante o conhecimento de vários registros de representação e fazer a mudança desses registros, como por exemplo: transformar uma situação escrita na linguagem natural e transformá-la na linguagem algébrica, pegar uma situação geométrica e fazer a mudança para a linguagem algébrica.

Os livros didáticos sempre trazem atividades envolvendo a transformação de registros de representações semióticas e são nesses tipos de atividades, onde os estudantes encontram maior dificuldade em compreender a situação na qual o conteúdo está inserido e como fazer para transformar tal situação na linguagem matemática e resolvê-la.

Situações-problema envolvendo algo do dia a dia dos estudantes ajudam a compreender muitos conceitos da Matemática, e podemos usá-los no momento que formos trabalhar as resoluções de problema. Entretanto, pode-se contextualizar com interdisciplinaridade, onde o aluno, além de poder praticar o algoritmo relacionado ao conteúdo dado, possa também aprender algo novo de outra área. Na Figura 8, temos duas questões retiradas do livro didático Matemática Realidade & Tecnologia (7º Ano), onde a questão 5 com uma situação-problema envolvendo história e a questão 7 com situação bem comum no cotidiano das pessoas.

Figura 8: Exemplos de problemas de equação do 1º grau, onde é necessária a conversão para a linguagem algébrica



5. Você já ouviu falar do papiro Rhind? Esse papiro egípcio data de cerca de 1650 a.C., e foi copiado de um documento ainda mais antigo pelo escriba Ahmes. Nesse papiro, há problemas matemáticos que abordam diferentes conteúdos, tanto de geometria como de álgebra.

Atualmente o papiro Rhind está exposto no Museu Britânico, em Londres, na Inglaterra. Fotografia de 2013.

Alguns desses problemas podem ser resolvidos por meio de equação. Leia o texto a seguir, que é uma adaptação de um dos problemas propostos nesse papiro.

Qual o valor de *aha*, sabendo que um *aha* mais um sétimo de *aha* é igual a 19?

Fonte dos dados: BOYER, C. B. **História da Matemática**. Introdução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 9-12.

Escreva uma equação do 1º grau para representar esse problema, indicando a incógnita *aha* por uma letra.

7. Dois amigos estão brincando com caixas de mesma massa. Um deles colocou alguns pesos e caixas na balança, e o outro deve calcular a massa da caixa. Observe.

a) Qual das equações a seguir representa esse problema, considerando **x** a massa de cada caixa em gramas?

I. $4x + 100 = 500$

II. $3x + 100 = x + 500$

III. $3x = 400$

b) Qual dos números a seguir é solução da equação que você indicou no item **a**?

100 50 200 300 500 150 250 400

c) Qual é a massa de cada caixa?

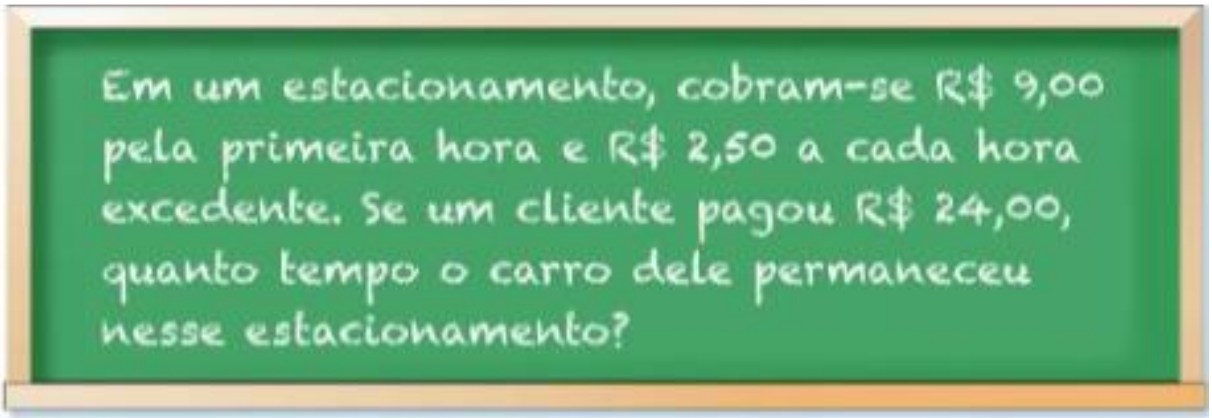
Fonte: Joamir Souza, 2018, p. 150, 151

Nas questões acima, é necessário que o estudante realize a conversão de duas representações distintas para a representação algébrica. Na primeira, há um texto (língua materna), no qual o estudante precisa fazer a conversão para a linguagem algébrica, de forma que ele identifique que a incógnita está sendo denominada “aha” e, após essa identificação, é necessário fazer a conversão do termo para alguma incógnita utilizada na linguagem matemática (x, y, z, a, b,...).

Na segunda questão há a imagem de uma balança, cuja leitura o estudante deve inicialmente interpretar que o fato de ela estar em equilíbrio é resultado de uma igualdade entre as massas contidas em cada prato. Em seguida, ele precisa compreender, que para chegar à escrita da equação, é necessário associar a massa de cada cubo, sabendo que todos têm mesma massa, por uma incógnita.

Na Figura 9, apresentamos um problema, no qual é necessário fazer a conversão da língua natural para a linguagem algébrica.

Figura 9: Exemplo de situação-problema de equação do 1º grau, onde é necessária a conversão da representação da linguagem natural para a representação alfanumérica



Fonte: Bianchini, 2022, p. 126

É possível observar que nessa situação-problema a incógnita não está explícita, diferente das duas atividades anteriores presentes na Figura 8, na qual temos a atividade 5 que apresenta o termo “aha” como sendo o “valor desconhecido” a ser calculado e a atividade 7, na qual o cubo verde não tem valor atribuído, explicitando que ele é a “incógnita” da situação. Para fazer a conversão da representação da língua natural para a representação algébrica, o estudante precisará entender primeiramente que “cobrar R$ 2,50 a cada hora” significa que o valor R$ 2,50 será multiplicado pelo tempo excedente (em horas) no qual o carro ficou no estacionamento. A pergunta da questão é exatamente o tempo, logo ele será representado por uma incógnita nessa situação-problema.

Além do estudante identificar a incógnita implícita, é necessário que ele compreenda mais duas etapas: a primeira é perceber que o valor da primeira hora (R$ 9,00) será adicionado ao valor cobrado a cada hora excedente; a segunda é associar que o valor pago é o resultado da soma da taxa cobrada na primeira hora com o valor pago por hora excedente, ou seja, é uma relação de igualdade.

4.2.2. Relação de Congruência e Não Congruência Semântica

Transformar uma escrita em outra expressão equivalente, segundo Duval (2012), é uma etapa necessária na atividade matemática. Esta transformação, que pode ser um tratamento ou uma conversão, porém, segundo Moretti (2024, p. 13) “este fenômeno pode ser ainda mais sensível em transformações de representações do tipo conversão”, não tem semelhança com a expressão inicial. Pode-se transformar uma expressão que inicialmente estava na representação língua natural para a representação algébrica, da representação algébrica para a representação gráfica, e essas representações, apesar de serem equivalentes, nem sempre têm uma correspondência clara.

Para que haja um sentido no pensamento natural, de acordo com Duval (2012), em uma transformação é primordial que exista a continuidade semântica e a associatividade entre as expressões. Quando a substituição das expressões é feita e existe esse sentido no pensamento natural, para Duval (2012) há uma relação de congruência semântica entre essas expressões.

Em contrapartida, quando não há a continuidade semântica e a associatividade entre as expressões, o que existe é uma relação de não congruência semântica. Esta relação

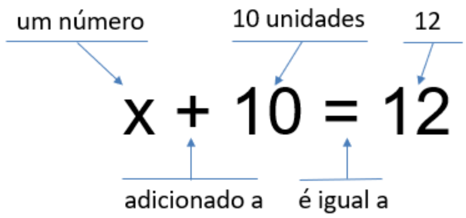
> [...]comanda o problema da significação em matemática: ela é corroborada por uma variação importante de custo no tratamento cognitivo. Certas dificuldades da aprendizagem matemática, aparentemente heterogêneas, encontram nesta perspectiva uma interpretação precisa e fecunda. (Duval, 2012, p. 99)

Duval (2009) estabeleceu os seguintes critérios para designar se duas expressões (representações) possuem congruência semânticas:

I. **Correspondência semântica dos elementos significantes**, ou seja, para cada termo matemático, é necessário que exista um único símbolo correspondente ao fazer a conversão. *Exemplo: Um número adicionado a 10 unidades é igual a 12. Qual é esse número?*

Ao converter o problema que está no registro língua natural para o registro algébrico, teremos a seguinte expressão:

Figura 10: Registro algébrico após conversão do problema no registro língua materna



Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Podemos observar que para cada termo matemático presente no problema, ao fazer a conversão, foi associado apenas um símbolo.

Se o problema iniciasse com “o triplo de um número”, por exemplo, o termo triplo está associado a dois símbolos: o número “3” e a multiplicação “**.**”. Neste caso, o critério I não seria contemplado.

II. **Univocidade semântica terminal**, ou seja, “cada unidade significante elementar da representação de partida corresponde a uma única unidade significante elementar no registro da representação de chegada” (Moretti, Brandt, Almouloud, 2022, p. 178).

Um exemplo de problema que não obedece ao critério da univocidade semântica é “Se adicionar certa quantidade de carrinhos ao triplo da quantidade de carrinhos que Pedro possui, ele ficará com 30 carrinhos. Quantos carrinhos Pedro tem, se a quantidade de carrinhos adicionada foi 12?”, pois convertendo este problema para a representação algébrica, temos 3x + 12 = 30 e não é possível fazer uma correspondência entre os elementos de partida e de chegada (“Se adicionar certa quantidade” não é equivalente ao “3x”, por exemplo).

III. **Ordem dentro da organização das unidades,** isto é, a leitura do registro na língua natural e do registro algébrico correspondem à mesma ordem dos termos significantes e “esse critério é, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e fórmulas literais” Duval (2009, p. 69).

O exemplo da Figura 10 obedece ao critério III, pois ao fazer a leitura da esquerda para a direita, para cada unidade significante do registro de partida corresponde, na mesma ordem, à unidade significante do registro de chegada.

De acordo com Duval (2009), o obstáculo na conversão de representações depende do grau de não congruência entre elas. Se um dos três critérios de congruência semântica entre os registros de partida e chegada não for cumprido, dizemos que a conversão tem um *baixo grau de não congruência semântica*. Se dois critérios não forem cumpridos, a conversão tem um *médio grau de não congruência semântica* e se nenhum dos três critérios for satisfeito, a conversão tem um *alto grau de não congruência semântica*.

Moretti (2024) enfatiza que duas representações podem ser congruentes na conversão em um sentido, porém ao fazer essa conversão no sentido inverso, pode acontecer delas não serem congruentes

Vale salientar que é comum o funcionamento natural do pensamento ter uma propensão para seguir a congruência semântica ao converter enunciados representados em língua natural para a representação algébrica, no entanto, para a Matemática é indispensável que exista a equivalência referencial em uma conversão, ou seja, é fundamental que a representação algébrica esteja matematicamente correta ao ser convertida a partir da representação língua natural.

Para ficar mais claro o que é equivalência referencial, vamos analisar o enunciado do problema, adaptado de Moretti (2024, p. 14), e possíveis conversões presentes no quadro seguinte.

Enunciado: *“Lucimarcos tem 35 anos a mais do que Clarice. Eles têm juntos 45 anos. Qual a idade de cada um deles?”*

Se designarmos L a idade de Lucimarcos e C a idade de Clarice, podemos escrever as seguintes equações, as quais representam a primeira parte do enunciado desse problema:

Tabela 9: Comparação entre a congruência semântica e equivalência referencial de conversões

Conversão	Tem Congruência Semântica?	Tem Equivalência Referencial?
L + 35 = C	Sim	Não
L – 35 = C	Não	Sim

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A conversão “L + 35 = C” possui congruência semântica, porém matematicamente não está correta, logo não tem equivalência referencial. Enquanto “L – 35 = C” não tem congruência semântica, pois o termo “a mais” foi representado por “–“ e tem equivalência referencial pois a conversão está matematicamente correta.

> Um dos obstáculos encontrados por muitos alunos na aprendizagem de matemática está ligado ao fato de que a equivalência referencial destaca-se da congruência semântica e, no entanto, o funcionamento espontâneo do pensamento segue prioritariamente a congruência semântica. (Duval, 2012b, p. 101)

Frequentemente são encontradas soluções incorretas de problemas escritos com a forma literal seguindo os dados apresentados no enunciado, porém não é considerada a equivalência referencial.

Na seção seguinte, faremos algumas considerações sobre a Álgebra e traremos o conceito de equação do 1º grau.

5. EQUAÇÃO DO 1º GRAU

5.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA ÁLGEBRA

Quando é falado sobre a Álgebra para os estudantes, é comum que eles associem ao objeto de conhecimento equação do 1º grau. Não é surpresa essa associação, pois ela é feita por estudantes recordarem de terem contato com incógnitas (letras) ao estudar equação do 1º grau e, é nesse momento, que eles têm o primeiro contato com as incógnitas.

Não é simples definir a Álgebra utilizando poucas palavras, pois ela “[...] e a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas”. (Usiskin, 1995, p. 21). Para Usiskin (1995), existem quatro concepções básicas no que diz respeito à Álgebra e todas elas estão ligadas ao papel designado às variáveis.

A primeira concepção refere-se a Álgebra como aritmética generalizada, permitindo a realização de operações que envolve também letras, além de números. A segunda concepção diz respeito à utilização da Álgebra como ferramenta de resolução de problemas. Na terceira concepção, Usiskin (1995) afirma que a Álgebra concebida como a representação de relação entre grandezas. A quarta concepção trata da álgebra como estrutura, sendo direcionada para o Ensino Superior. Usiskin (1995) enfatiza que “o estudo da álgebra nos cursos superiores envolve estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais” (Usiskin, 1995, p. 17). No entanto, não faremos um aprofundamento nessa discussão, pois nosso objeto de pesquisa é Equação do 1º grau, a qual está presente na Álgebra inicial.

Na BNCC, a unidade temática Álgebra tem como objetivo desenvolver o pensamento algébrico “que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (Brasil, 2018, p 270). É nessa unidade temática que os estudantes poderão desenvolver o estabelecimento de generalizações e a linguagem algébrica.

Considerando que a equação do 1º grau é um objeto de conhecimento abordado na unidade temática de Álgebra e que se constitui o foco desta pesquisa, apresentaremos a seguir alguns aspectos conceituais relacionados a esse tema.

5.2 DEFINIÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

A equação é um dos conteúdos mais lembrados pelos estudantes ao fazermos alguma referência à Álgebra, provavelmente por ser no estudo deste objeto de conhecimento o primeiro contato dos estudantes com as incógnitas representadas por letras.

As letras, segundo Nogueira (2008), foram utilizadas inicialmente para representar valores desconhecidos, com a finalidade de resolver problemas práticos na Antiguidade. Mais tarde, as letras receberam mais uma função, a de representar diversos valores em uma expressão. Quando a letra é utilizada para representar um valor desconhecido, ela é denominada incógnita, no entanto, se a letra estiver representando um conjunto de valores é denominada variável.

Ponte (2003) argumenta que a equação representa o conceito fundamental da Álgebra e que “ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração” (Ponte, 2003, p. 01).

A equação, de acordo com Giovanni Júnior (2022), é uma sentença matemática escrita como uma igualdade, na qual há signos que representam valores desconhecidos.

A equação do 1º grau pode ser representada por ax + b = 0, onde a e b são números reais e a ≠ 0. No Quadro 4 é apresentada a definição de equação do 1º grau por alguns autores de Livros Didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2022.

Quadro 4: Definição de Equação do 1º grau por autores de Livros Didáticos

Autor	**Definição**
Dante (2022)	Uma equação é do 1º grau com 1 incógnita (x) quando pode ser escrita na forma ax = b, com a ≠ 0.
Bianchini (2022)	A equação do 1º grau é uma equação (definida anteriormente) com uma incógnita (x) e expoente 1.
Silveira (2022)	Quando o maior expoente de uma equação é 1 denominamos equação do 1º grau.
Gay (2022)	Equações do 1º grau com uma incógnita são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma *ax* + *b* = 0, em que *a* e *b* são números racionais conhecidos, com *a* diferente de zero. Nesse caso, a incógnita é *x* e *a* e *b* são chamados de coeficientes.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Das definições de equação do 1º grau presentes no Quadro 4, a proposta por Gay (2022) é a mais completa, pois além de indicar uma representação da equação do 1º grau, a autora define a incógnita e os coeficientes, enfatizando que esses coeficientes são números racionais. Vale salientar que no 7º ano ainda não foi apresentado o conjunto dos números reais.

Outros autores, como Iezzi, Dolce e Machado (2022), Teixeira (2022), Giovanni Júnior (2022) e Andrade (2022) definem equação, porém não conceituam especificamente o objeto de conhecimento equação do 1º grau.

A seguir, traremos uma discussão acerca de problema matemático, alguns tipos de problemas matemáticos, resolução de problemas e as estratégias de resolução de problemas.

6. PROBLEMA MATEMÁTICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Utilizar a resolução de problemas na sala de aula é um dos caminhos que podem contribuir com o processo de aprendizagem dos estudantes nas aulas de Matemática e um dos principais “deveres do professor é o de auxiliar seus estudantes, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes” Redling (2011, p. 39).

É comum falar em resolução de problemas matemáticos, porém, o que é um problema matemático? É importante definir o que é um problema matemático antes de falar sobre a resolução de problemas.

Conforme os escritos de Echeverría e Pozo (1998, p. 15), nos quais eles trazem a definição clássica de problema apresentada por Lester (1983) “como uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”.

Para Silveira (2001), um problema matemático:

> É toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-la, e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado. O fundamental é que o resolvedor tenha de inventar estratégias e criar ideias[...] (Silveira, 2001, p.1).

Enquanto Dante (1994, p. 10) define o problema matemático como “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”.

O termo problema matemático é comumente utilizado por pessoas diferentes em contextos diversos, por isso, é necessário saber diferenciar os termos Problema Matemático e Exercício.

É notável a concordância entre os autores no que diz respeito à definição de problema matemático. Para ser um problema, é necessário que não seja possível responder de maneira imediata, ou seja, é necessário que de alguma forma haja “um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos” Echeverría e Pozo (1998, p. 15). Essa característica diferencia um problema matemático de um exercício.

No exercício, o estudante precisa apenas seguir alguns mecanismos que levem, de forma rápida, para a solução. Por este motivo, pode acontecer de o que é um problema para uma pessoa, não seja para outra pessoa, pois ela pode conhecer mecanismos que resolva o problema de forma rápida e sem esforço e o que era um problema para a primeira pessoa, para a segunda é um exercício.

Os exercícios, de acordo com Echeverría e Pozo (1998) servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas.

Os problemas matemáticos são amplamente estudados por diversos pesquisadores. Neste contexto, abordaremos três categorias: Problemas Fechados, Problemas Abertos e Situações-Problema. A seguir, apresentamos um quadro com as definições desses tipos de problemas segundo diferentes autores.

Quadro 5: Definições sobre tipos de problemas

Problema fechado	Medeiros (1999)	"se caracteriza como um problema cujo enunciado já sinaliza, para o aluno, qual o conteúdo que deverá ser utilizado para resolvê-lo".
	Oliveira (2007)	São convencionais, ou seja, frequentes em livros didáticos e em tarefas propostas em sala de aula, no qual utiliza-se do método expositivo.
Problema aberto	Medeiros (1999)	Se caracterizam por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados, evitando as regras de contrato didático já arraigadas; por estarem em um domínio conceitual familiar, os problemas abertos permitem que o aluno tenha condições de resolvê-los.
	Araújo (2009)	Tem por objetivo conduzir o aluno a uma postura em relação à forma de tratar o conhecimento matemático, em uma atitude semelhante ao processo que os pesquisadores colocam em prática, na investigação científica (realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar, validar.
	Câmara dos Santos (2002)	Esse tipo de problema transforma a aprendizagem da matemática, que passa a ser vista como "algo provido de uma dinâmica particular, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado nas avaliações".
Situação-problema	BRASIL/MEC (2001)	É conhecida devido a solução não ser obtida pela simples evocação da memória, exigindo elaboração e execução de um plano.
	Câmara dos Santos (2002)	A eficiência de uma situação-problema depende do respeito a algumas condições: O aluno deve ser capaz de investir sobre o problema a partir dos seus conhecimentos anteriores.
	Dante (1991)	São problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos.

Fonte: Secafim (2018, p. 42)

Nos problemas fechados, Soares (2013) expõe que o enunciado geralmente é composto por frases simples ou pequenos parágrafos, no qual todos os dados necessários estão explícitos e com eles o estudante chega à solução. Enquanto os problemas abertos "apresentam frases ou parágrafos mais longos, contêm por vezes dados suplementares, permitem vários modos de resolução e até diferentes soluções" Soares (2013, p.1).

Medeiros (2001, p. 6) afirma que um problema fechado "o professor propõe uma coleção de exercícios variados e usa o método expositivo". Diferente de um problema aberto onde

> O objetivo do aluno é obter o resultado, superando os obstáculos inerentes a um verdadeiro problema. O professor, anteriormente, constrói um problema, prevendo os obstáculos, para que o aluno

> possa superá-los em uma situação significativa. No contato presencial, ele tem um papel de incitador. Em seguida, ocorre a formalização das aprendizagens, por um processo de análise e síntese da atividade. Medeiros (2001, p. 6)

As situações-problema e os problemas abertos, segundo Dante (1991) diferenciam pelo fato que em uma situação-problema, é necessário ter alguma situação real do cotidiano dos estudantes.

Quando o professor de Matemática propõe nas aulas situações-problema para introduzir ou desenvolver algum objeto de conhecimento ele precisa ter um olhar ainda mais diferenciado com os estudantes para compreender onde estão suas dificuldades, seja na compreensão ou na resolução do problema. Mas como trabalhar resolução de problemas em sala de aula? É possível ensinar como se resolve um problema?

Segundo Polya (2006), para resolver um problema primeiro é necessário compreendê-lo. Logo em seguida, é preciso estabelecer um plano encontrando conexão entre os dados e a incógnita, em algumas situações é possível que para chegar à elaboração do plano, o estudante considere problemas auxiliares se não conseguir encontrar uma conexão instantânea. Após concluir a elaboração do plano, o próximo passo é a execução do plano elaborado, de forma que seja possível verificar de forma clara que o caminho percorrido durante a execução está correto. Para finalizar, o estudante deve examinar a solução atingida, verificando o argumento, analisando possibilidades de chegar ao resultado utilizando caminhos diferentes e averiguando se é possível utilizar aquele plano em outro problema.

Quando se trata da resolução de problemas de Equação do 1º Grau, um método que pode ser utilizado é o equacionamento que significa:

> Expressar por símbolos matemáticos uma condicionante que está formulada por palavras; é a tradução da linguagem corrente para a linguagem das fórmulas matemáticas. As dificuldades que podem surgir no equacionamento são dificuldades de tradução. (Polya, 2006, p. 84)

Por exemplo, em um problema que tenha como enunciado “Encontrar dois números cuja soma é 78 e cujo produto é 1296”, antes do estudante começar a resolver, é importante que ele compreenda o que é exigido no problema.

Figura 11: Exemplo de equacionamento de um problema

Formulação do problema	
em linguagem corrente	**em linguagem algébrica**
Encontrar dois números	x, y
cuja soma seja 78 e	x + y = 78
cujo produto seja 1 296	xy = 1 296

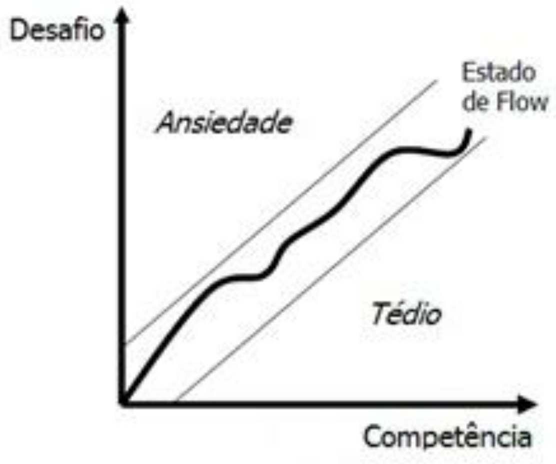
Fonte: Polya (2006)

Dividir o enunciado em partes e fazer uma "tradução" dessas partes em símbolos matemáticos, pode auxiliá-lo na compreensão e nos próximos passos para resolução.

Quando o problema desperta a curiosidade do estudante, é comum que tenha motivação para resolvê-lo, pois quando um indivíduo sente prazer em alguma atividade que está realizando, ele consegue entrar em estado de flow ou fluxo (ao traduzir para o português), ou seja, "quando ele está envolvido em tal processo, ele gosta do que estão fazendo, e busca a experiência para seu próprio bem; o crescimento torna-se a própria recompensa. Esse engajamento agradável é o que chamamos de flow" (Csikszentmihalyi, 2014, p. 1).

É importante salientar, que entrar no estado de fluxo não é algo que uma pessoa consiga fazer num estalar de dedos, ou simplesmente dizer que vai entrar nesse estado. Quando um problema matemático é proposto, é importante que professor analise se os estudantes têm conhecimentos suficientes para resolvê-lo, de forma que o problema não seja tão simples que se torne tedioso ou não seja tão difícil e gere ansiedade em quem vai resolver. É necessário ter um equilíbrio para que aquela atividade se torne instigante para os estudantes. Retomarei essa discussão nas observações sobre os problemas propostos aos participantes da pesquisa. Na Figura 12 é possível observar a relação entre a competência de um indivíduo e o desafio de determinada atividade.

Figura 12: Competência x Desafio ao realizar uma atividade



Fonte:http://www.rtsconsultoria.com.br/wp-content/gallery/teoria-do-flow/estado-de-flow-artigo-2.jpg.

É desafiador para o professor criar situações que consigam levar o estudante a propor e resolver os problemas matemáticos, ainda mais complexo é conseguir que os estudantes ampliem os questionamentos sobre tal situação. Por isso, é importante que o professor conheça bem a sua turma, faça reflexões acerca da realidade na qual a turma está inserida para que possa propor problemas que não apenas desperte o interesse nos estudantes, mas que o estudante consiga ver algum aspecto do seu cotidiano naquele problema a ser resolvido.

6.1 ESTRATÉGIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para resolver um problema é necessário que o indivíduo leia, reflita acerca do problema e trace possíveis caminhos para encontrar uma solução. Esses caminhos traçados, podemos denominar como as estratégias para a resolução do problema.

Ao propor um problema matemático em sala de aula, é comum que o(a) professor(a) espere algumas estratégicas específicas na resolução feita pelos estudantes, porém é muito interessante quando o estudante utilize uma estratégia alternativa, inclusive utilizando outros objetos de conhecimento da Matemática para resolver o problema proposto.

Utilizar problemas em sala de aula pode oferecer diversas oportunidades e criar condições para que o aluno desenvolva uma produção, tanto individual quanto em grupo, que contribua para aprimorar suas habilidades no raciocínio matemático, de forma que o estudante possa refletir sobre quais são seus pontos fortes e quais dificuldades ele em determinado conceito.

Pinheiro e Medeiros (2020, p. 7) afirmam que

> As estratégias podem favorecer esse avanço cognitivo no sentido de que o aluno perceba que a solução de um problema pode não está explícita numa situação proposta, mas deve ser construída através do raciocínio de quem está sendo desafiado a respondê-lo.

É importante que haja, por parte do(a) professor(a), o incentivo e a valorização do processo de desenvolvimento das estratégias durante a resolução de um problema. De acordo com Pinheiro e Medeiros (2020), a interação entre professor e estudantes durante a resolução de problemas deve acontecer, pois a comunicação é essencial na construção e compreensão de conceitos. O professor, através de questionamentos, pode fazer com que os estudantes organizem e compreendam as ideias que surgiram, de modo que eles consigam traçar estratégias para a resolução.

Pinheiro e Medeiros (2020) destacam que é importante, na aula, durante a resolução de problemas, o professor faça perguntas e, ao mesmo tempo, fique em alerta com as informações apresentadas pelos estudantes sobre determinado conteúdo. As intervenções devem ser feitas de forma que incentive a construção do conhecimento. “O saber do aluno deve servir como ponto de partida para melhor compreensão do conhecimento científico e este deve ser referenciado por seus conhecimentos prévios” (Pinheiro e Medeiros, 2020, p. 8).

Nesta pesquisa, analisaremos as estratégias utilizadas pelos estudantes participantes na resolução dos problemas propostos e que podem ser resolvidos não só utilizando equação do 1º grau, mas também de forma aritmética.

7. APRENDIZAGEM EM EQUAÇÃO DO 1º GRAU ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Pesquisas sobre uso da resolução de problemas como metodologia para facilitar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos estão cada vez mais presentes, e, de acordo com Costa et al (2022), existe uma grande conexão com a Matemática, de forma que utilizar problemas de maneira exploratória permite que os estudantes aprendam de forma ativa e favorece a construção e a autoavaliação sobre os conhecimentos matemáticos.

Segundo Costa et al (2022), o ensino das equações do primeiro grau

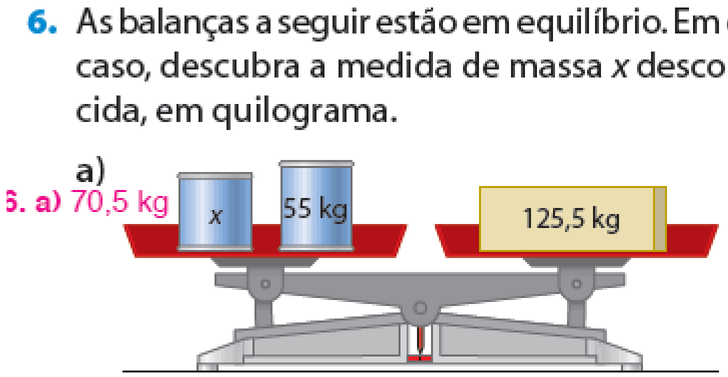
> será uma possibilidade para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico, ou seja, um tipo de pensamento que se apoie em habilidades que contemplem representações que envolvam maneiras de comunicar ideias e relacionar grandezas por meio do uso de símbolos e letras, além de utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas a partir de seus conhecimentos prévios. (Costa et al, 2022, p. 195)

É importante que o professor de Matemática explore nas aulas diversos tipos de problemas, principalmente quando se trata de conteúdos da Álgebra, pois eles demandam um certo grau de abstração e formalização que os estudantes desta etapa de ensino ainda não estão familiarizados. Além disso, o fato de essas representações frequentemente não terem significado para muitos estudantes afeta negativamente seu aprendizado.

A introdução da Álgebra está prevista na BNCC desde o Ensino Fundamental Anos Iniciais, porém, segundo Costa et al (2022), os contatos iniciais dos estudantes com a Álgebra acontecem no 7º ano do Ensino Fundamental com o estudo de Equações e por estarem habituados a resolverem problemas aritméticos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, eles compreendem, equivocadamente, que os processos de resolução de problemas na Matemática são apenas numéricos. No Ensino Fundamental Anos Finais, na introdução da Álgebra, os livros didáticos iniciam com os conceitos básicos de incógnita, representada por letras, de sequências, sentenças matemáticas e igualdade, e, em seguida, os autores unem esses conceitos para definir uma equação polinomial do 1º grau.

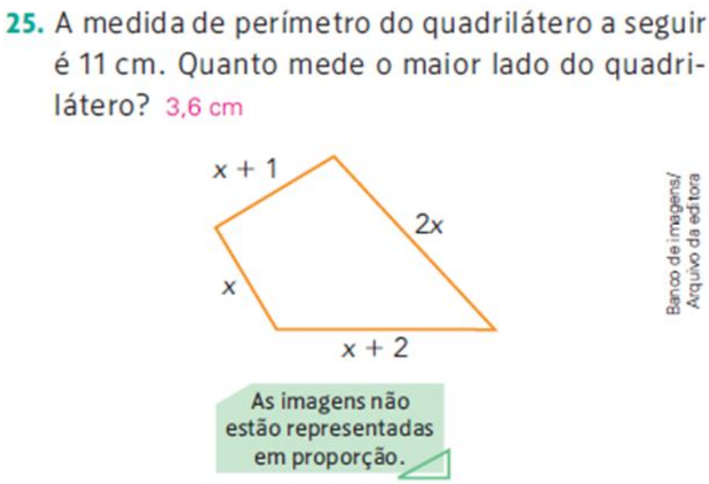
Nos livros de Matemática do 7º ano, as atividades iniciais trazem situações nas quais os estudantes precisam compreender que existe uma relação de equivalência entre as expressões citadas no enunciado como nos dois exemplos a seguir:

Figura 13: Problema de Equação do 1º Grau, no qual o estudante precisa montar as expressões e compreender a relação de equivalência entre elas



Fonte: Gay, 2022, p. 177

Figura 14: Problema de Equação do 1º Grau envolvendo perímetro de polígonos



Fonte: Iezzi, 2022, p. 208

Nos exemplos das Figuras 13 e 14, apesar de serem distintos, é necessário que o estudante perceba que existe uma relação de equivalência entre as expressões. No primeiro exemplo, temos a balança, como já foi mostrada em outro momento quando falamos nas conversões, no qual é necessário que o estudante compreenda que a balança estar em equilíbrio significa que a soma dos pesos que foram colocados no prato esquerdo é equivalente, ou seja, igual ao peso que foi colocado no prato direito da balança.

Enquanto no segundo exemplo, o estudante precisa ter um conhecimento prévio do conceito de perímetro de polígonos para que ele consiga inferir que a adição das medidas dos lados daquele polígono seja igual ao valor do perímetro que está indicado na questão.

Inserir questões como essas dos exemplos e de outros tipos de situações faz com que o estudante expanda mais seus conhecimentos não apenas sobre equações, como também de conceitos vistos anteriormente. É importante que o estudante perceba que os conteúdos matemáticos estão interligados e a utilização de resolução de problemas nas aulas sobre equação do 1º grau auxilia o professor no trabalho de forma contextualizada, saindo um pouco das questões nas quais o enunciado apresenta equações do 1º grau e pede para que se calcule a raiz das equações.

Essas questões são importantes para que os estudantes pratiquem a resolução de equações, mas para que eles compreendam que existe uma aplicação daquele conteúdo em situações do cotidiano, é fundamental que o professor utilize resoluções de problemas nas atividades. É essencial que os estudantes também elaborem situações-problema e esse processo é mais complexo para o estudante por não ser uma habilidade explorada nas aulas de Matemática.

Nas próximas seções serão expostos os procedimentos metodológicos, os participantes, lócus da pesquisa e os instrumentos utilizados na coleta dos dados dessa pesquisa de mestrado

8. CAMINHOS METODOLÓGICOS

Nesta seção apresentaremos os procedimentos metodológicos desse estudo, cuja questão de pesquisa é: Quais dificuldades os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver problemas de equação do 1º grau e as estratégias utilizadas no que diz respeito à conversão e tratamento de registros de representação?

Para responder essa questão de pesquisa, temos como objetivo geral analisar dificuldades apresentadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações polinomiais do 1º grau e as estratégias de resolução utilizadas por esses estudantes.

Para atingir esse objetivo geral, elencamos os seguintes objetivos específicos: analisar a compreensão de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre resolução de problemas de equação do 1º grau, e para atingir esse objetivo, foi realizada uma entrevista semiestruturada, em dois encontros, com os estudantes participantes da pesquisa; identificar estratégias que os estudantes do 9º ano utilizam na resolução de problemas de equação do 1º grau ao fazerem conversões e tratamentos de registros de representação quais conversões de registros de representação e analisar dificuldades relacionadas às conversões e tratamento de registros de representação apresentadas por estudantes do 9º ano ao resolverem problemas de equação do 1º grau. Para cumprirmos o segundo e terceiro objetivos específicos, foram propostos para os participantes, em três encontros, problemas que podem ser representados por equação do 1º grau e analisaremos as soluções com o aporte da TRRS.

A seguir, apresentaremos a abordagem metodológica, o método utilizado na pesquisa, os participantes, as etapas, os procedimentos e instrumentos, os quais serão utilizados para a produção dos dados da pesquisa.

8.1 NATUREZA DA PESQUISA

A pesquisa desenvolvida tem natureza qualitativa, na qual realizamos uma análise descritiva e interpretativa dos dados com o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Ela é exploratória pois poderá proporcionar uma maior proximidade com o objeto de pesquisa e a base teórica, “com vista a torná-los mais explícitos ou construir hipóteses Gil (2022, p 41).”

Na pesquisa exploratória, de acordo com Marconi e Lakatos (2004), podem ser utilizados diversos procedimento de coleta de dados, como entrevista, observação participante, análise de conteúdo, notas de campo, etc., “para o estudo relativamente intensivo de um pequeno número de unidades, mas geralmente sem o emprego de técnicas probabilísticas de amostragem” Marconi e Lakatos (2004, p.171). Utilizaremos como instrumento de coleta de dados as notas de campo, a observação participante, a entrevista semiestruturada e problemas de equação do 1º grau.

Na pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), o pesquisador da área da Educação, precisa sempre questionar os participantes para compreender o cotidiano escolar daquele grupo e a forma como interpretam as experiências vivenciadas por eles. “processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra” (Bogdan e Biklen, 1994, p. 51).

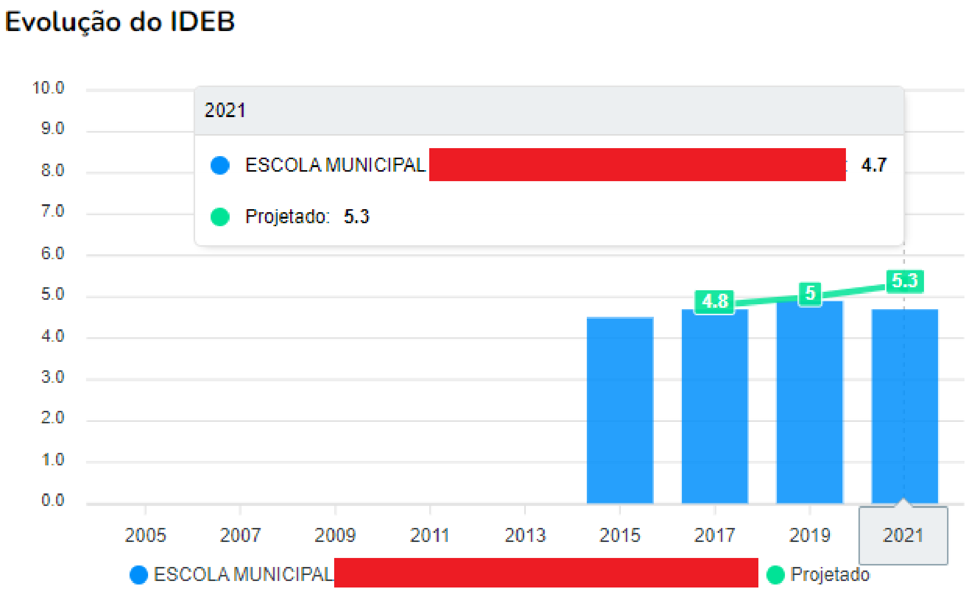
8.2 LÓCUS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em uma escola pública da Rede Municipal de Pernambuco, na cidade do Recife, com 20 estudantes da turma do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais.

Esta instituição é uma escola regular com turmas do Ensino Fundamental Anos Finais e funciona nos turnos diurno e vespertino. O turno da manhã é composto por turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, com aproximadamente 150 estudantes, funciona no horário das 07:30 às 12:00 e o turno da tarde, também composto por turmas do Ensino Fundamental Anos Finais, funciona no horário das 13:00 às 17:30.

Apesar desta Escola Municipal ser pequena e com poucas turmas, ela é bem organizada e com uma estrutura com conforto para os estudantes. A Figura 15 mostra a evolução do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) na escola em questão. De acordo com os dados, escola que vinha crescendo de 2015 até 2019, em 2021, como esperado no período da pandemia do Covid-19, a escola teve um decrescimento no IDEB.

Figura 15: Evolução do IDEB do lócus da pesquisa de 2015 a 2021



Fonte: IDEB, 2021

8.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

A princípio nossa pesquisa seria realizada em uma ou mais turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, pois o conteúdo Equação do 1º grau fazer parte do currículo deste ano dos anos finais do Ensino Fundamental. Contudo, o Currículo de Pernambuco indica que este objeto de conhecimento seja iniciado no segundo semestre do ano letivo.

Nosso critério para selecionar os participantes da pesquisa foi realizar com estudantes que tenham resolvido diversos problemas de equação do 1º grau, inclusive envolvendo outros conteúdos, como por exemplo, perímetro, área, ângulos, etc.

Portanto, a pesquisa foi realizada com 20 estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Recife - PE, pois os estudantes deste ano vivenciam problemas de equação do 1º grau desde o 7º ano e também realizam as avaliações externas SAEB e SAEPE.

Todos os participantes receberam e entregaram, com as devidas assinaturas, o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

8.4 INSTRUMENTOS PARA A PRODUÇÃO DOS DADOS

8.4.1 Notas de Campo

Foram utilizadas as notas de campo para registrar os momentos vivenciados durante os encontros com os participantes da pesquisa, seja no momento da entrevista com os estudantes, seja com os estudantes nos momentos dos encontros durante a resolução dos problemas.

A nota de campo é “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (Bogdan e Biklen ,1994, p. 150). Durante todo processo da pesquisa serão feitas as descrições do ambiente, das situações experimentadas, das interações, do comportamento dos participantes, entre outros registros.

Para Oliveira (2014) as notas de campo têm grande importância para coleta de dados da pesquisa, independentemente de ter entrevistas gravadas, pois existem sutilezas que uma transcrição de entrevista sozinha não dá conta, como por exemplo, expressões de emoção, nesse momento, o pesquisador pode utilizar o diário de campo para descrever aquela experiência vivenciada.

8.4.2 Entrevista Semiestruturada

Inicialmente, realizamos uma entrevista semiestruturada com o objetivo de verificar o que os estudantes do 9º ano compreendem sobre resolução de problemas de equação do 1º grau.

A entrevista, segundo Bodgan e Biklen (1994) é algo que quase todas as pessoas já fizeram, pois é um processo que parece familiar que normalmente é feito sem pensar. Porém, numa pesquisa, “a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” (Bodgan e Biklen, 1994, p.134). Neste caso, a entrevista precisa de um planejamento, um roteiro, para que o pesquisador consiga coletar dados válidos para a sua pesquisa.

Para conseguirmos verificar a compreensão dos estudantes da turma participante sobre resolução de problemas de equação do 1º grau, escolhemos realizar a entrevista semiestruturada, pois ela não é uma entrevista rígida, como a estruturada, onde o entrevistador controla de maneira excessiva o conteúdo, ou seja, “quando o sujeito não consegue contar a sua história em termos pessoais, pelas suas próprias palavras, a entrevista ultrapassa o âmbito qualitativo” (Bodgan e Biklen, 1994, p.135).

Foram necessários dois encontros de 50 minutos para realizar a entrevista semiestruturada com os 20 estudantes participantes, cujo roteiro segue abaixo:

Quadro 6: Roteiro da entrevista semiestruturada realizada com os estudantes

1. Você já ouviu falar em Equação do 1º grau? Poderia relatar um pouco sobre? Poderia exemplificar?
2. Você se lembra de ter resolvido algum problema de equação do 1º grau? a- Se a resposta for positiva: a pesquisadora perguntará se o(a) estudante lembra de algum problema de equação do 1º grau. b- Se a resposta for negativa: a pesquisadora mostrará alguns exemplos de problemas de equação 1º grau.
3. O que você entende por resolução de problemas?
4. Com que frequência o professor de Matemática propõe problemas para resolução?
5. Como você se sente quando o professor leva para a aula problemas matemáticos?

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

8.4.3 Problemas que podem ser representados por equação do 1º grau

Foram formulados 4 problemas que podem ser representados por equação do 1º grau. Os objetivos que pretendemos alcançar ao fazer a análise das soluções dos problemas resolvidos pelos estudantes é identificar estratégias que os estudantes utilizam na resolução de problemas de equação do 1º grau ao fazerem conversões e tratamentos de registros de representação e analisar dificuldades relacionadas às conversões de registros de representação apresentadas pelos estudantes ao resolverem os problemas de equação do 1º grau propostos.

Tivemos três encontros no lócus da pesquisa, durante o horário da aula de Matemática, nos quais foram propostos, pela pesquisadora, problemas que podem ser representados por equação do 1º grau, de acordo com o nível de congruência ou não congruência semântica. Os participantes resolveram os problemas individualmente, os quais foram nivelados de modo que o primeiro problema foi mais simples, ou seja, com congruência semântica e o último problema foi considerado mais complexo, isto é, um problema com um alto grau de não congruência semântica, como especificamos a seguir:

- **1º Encontro:** Teve duração de 2 aulas (1h 40min) e foram propostos dois problemas que podem ser representados por equação do 1º grau, nos quais o primeiro possui congruência semântica e o segundo possui um baixo nível de não congruência semântica.
- **2º Encontro:** Teve duração de 2 aulas (1h 40min) e foi proposto para os estudantes um problema que pode ser representado por equação do 1º grau com médio nível de não congruência semântica.
- **3º Encontro:** Teve duração de 2 aulas (1h 40min) e foi proposto para os estudantes um problema que pode ser representado por equação do 1º grau com médio nível de não congruência semântica.

Ao final de cada encontro, discutimos sobre os problemas e os participantes fizeram comentários acerca das suas resoluções e as estratégias utilizadas por eles. Utilizei as notas de campo para registrar os momentos que mais marcaram nessas discussões.

9. **ANÁLISE DOS PROBLEMAS PROPOSTOS EM RELAÇÃO À CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA E POSSÍVEIS CAMINHOS DE RESOLUÇÃO DOS PARTICIPANTES**

9.1 ANÁLISE DO PROBLEMA 01

Figura 16: Problema 1

1) Um número multiplicado por seis e subtraído de 17 unidades é igual a esse mesmo número multiplicado por três mais 34 unidades. Você consegue descobrir qual é esse número?

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Fazendo uma análise do problema (1), por ele ter congruência semântica, no momento da conversão do registro língua natural para o registro algébrico, será considerado pelos estudantes o problema mais simples de se resolver. Mas por que ele tem congruência semântica?

Para termos a congruência semântica entre duas representações, é necessário que os três critérios, a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades, os quais foram estabelecidos por Duval (2009), sejam cumpridos. Para analisar os três critérios, primeiro faremos a conversão do problema para o registro algébrico:

x.6 – 17 = x.3 + 34	**ou**	6x – 17 = 3x + 34

O critério da *correspondência semântica dos termos significantes* foi cumprido nesta conversão, pois para cada unidade significante da representação língua natural é associada a apenas uma unidade significante da representação algébrica:

Um número	(x)
multiplicado	(**.**)
por seis	(6)
e subtraído	(**-**)
de 17 unidades	(17)
é igual	(=)
a esse mesmo número	(x)
multiplicado	(**.**)
por três	(3)
mais	(+)
34 unidades	(34)

O critério da *univocidade semântica terminal* também é cumprido, pois cada significado da unidade significante de partida (registro de representação língua natural), corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro de representação linguagem algébrica).

Também é respeitado o critério *ordem dentro da organização das unidades*, pois ao ler o problema da esquerda para a direita, das unidades significantes de partida e chegada, elas estarão na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Portanto, podemos dizer que o problema (1) a conversão tem congruência semântica, pois ela cumpre os três critérios e, consequentemente, é um problema que os estudantes terão baixa dificuldade para fazer a conversão. Espera-se que os participantes também tenham êxito no tratamento e consigam encontrar o resultado correto.

9.2 ANÁLISE DO PROBLEMA 02

Figura 17: Problema 2

2) Lourdes falou para Paulo:
- Pense em um número e esse número não pode ser zero. Agora multiplique esse número por 5, adicione 25, dobre esse resultado, subtraia 70 e adicione 20. Qual resultado você obteve?

Paulo respondeu:

- O resultado foi 60.

Qual foi o número que Paulo pensou?

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Fazendo uma análise do problema (2), acreditamos que os estudantes podem tentar resolver este problema tanto de forma aritmética, quanto algébrica. Ao resolver o problema através da aritmética, os estudantes podem utilizar abordagens: a primeira por tentativa, utilizando números aleatórios e seguindo o passo a passo citado no problema; a segunda forma seria a partir do resultado, o estudante pode fazer as operações inversas do final para o início do problema.

Resolvendo de forma algébrica, os estudantes podem fazer a conversão do registro de representação língua materna para a representação algébrica e, em seguida, fazer a resolução da equação $2.(5x + 25) - 70 + 20 = 60$, através dos tratamentos.

Fazendo a conversão de cada unidade significante do problema na representação língua natural, temos as seguintes unidades significantes na representação algébrica:

- Pense em um número e esse número não pode ser zero: **x**
- Agora multiplique esse número (x) por 5: **x.5 ou 5x**
- Adicione 25: **+ 25**

- Dobre esse resultado: **2 . (2 vezes)**
- Subtraia 70: **– 70**
- E adicione 20: **+ 20**
- O resultado foi 60: **= 60**

Analisando os critérios de congruência, podemos constatar que os critérios (II) e (III) são cumpridos, pois cada unidade significante do registro língua natural corresponde ao mesmo significado do registro algébrico e ao fazer a leitura da esquerda para a direita dos dois registros de representação é possível verificar que coincidem com a mesma ordem da organização das unidades significantes.

O critério I não é obedecido, pois cada unidade significante do registro língua natural precisa ser associada a uma única unidade significante no registro algébrico e esse critério não é cumprido no passo “dobre esse resultado”, pois a unidade significante dobrar é associada à duas unidades significantes o “2” e o sinal de multiplicação “**.**”.

Como apenas um dos critérios estabelecidos por Duval (2009) não foi cumprido, podemos inferir que esse problema tem um baixo grau de não congruência semântica e é provável que os estudantes apresentem alguma dificuldade ao fazer a conversão.

Uma possibilidade de erro na conversão do problema (2), quando o problema indica que é para dobrar o resultado, o estudante multiplicar apenas o 25 por 2. No entanto, não é apenas o 25 que será multiplicado por 2e sim a expressão 5x + 25 (resultado do número pensado multiplicado por 5 e adicionado 25). Com esse equívoco, o estudante pode escrever a seguinte equação: 5x + 25**.**2 – 70 + 20 = 60, porém essa conversão não está correta

9.3 ANÁLISE DO PROBLEMA 3

Figura 18: Problema 3

PROBLEMA 03

Comprei os seguintes livros escritos por Fiódor Dostoiévski. Eles custaram R$245,00 em uma feira de livros. Pelo livro A eu paguei R$25,00 a mais do que paguei pelo livro B. O livro C custou o triplo do valor que paguei pelo livro B. Quanto eu paguei em cada livro?

Livro A Livro B Livro C

Fonte: Acervo particular

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Realizando uma análise do problema (3), inicialmente dividimos o texto escrito no registro língua natural e ao lado destacamos cada trecho convertido no registro algébrico:

- Comprei os seguintes livros: denominamos por **A, B, C**
- Eles custaram R$245,00: valor de **A+ B + C = 245**
- Pelo livro A eu paguei R$25,00 a mais do que paguei pelo livro B: **A = 25 + B**
- O livro C custou o triplo do valor que paguei pelo livro B: **C = 3.B**

Analisando o problema (3) de acordo com os critérios de congruência, podemos identificar que este problema não cumpre o primeiro critério da correspondência semântica dos elementos significantes, pois cada unidade significante de uma representação não tem, na representação de chegada, uma única unidade significante, por exemplo, no trecho “o livro C custou o triplo do valor que paguei pelo livro B: **C = 3.B**”, a unidade significante “triplo” é associada a duas unidades significantes (3 e **.**).

Com relação ao critério da univocidade semântica terminal, ao fazer todas as conversões necessárias do problema (3), notamos que cada conversão realizada na representação algébrica tem o mesmo significado do registro de partida, que nesse caso, foi o registro em língua natural. Dizer que três livros (denominados por nós nesta análise por A, B e C) custaram R$245,00 significa que a soma dos valores desses três livros é igual a 245 **(A +B + C = 245)**. Afirmar que pelo livro A foi pago R$25,00 a mais do que o valor pago pelo livro B é equivalente a dizer que o livro A custou o valor do livro B + 25 ou **25 + B**. E, por fim, afirmar que o livro C custou o triplo do valor do livro B, significa que ao comprar o livro C, foi pago 3 vezes o valor de B **(3.B)**.

Em contrapartida, o terceiro critério da ordem dentro da organização das unidades não foi cumprido, pois ao fazer a leitura, no mesmo sentindo, do registro em língua natural e no registro algébrico, é possível perceber que não corresponde à mesma ordem das unidades significantes, pois ao organizarmos a expressão no registro algébrico, temos **25 + B + B + 3.B = 245**, não cumprindo o terceiro critério de congruência semântica.

Como o problema (3) não cumpre dois dos três critérios de congruência semântica de Duval (2009), ele foi classificado como sendo de médio grau de não congruência semântica e, portanto, é esperado que os estudantes apresentem dificuldade maior na resolução desse problema, em relação à conversão e tratamento, do que os problemas (1 e 2).

Fazendo a análise prévia do que é esperado com relação ao que os estudantes produzam durante a resolução do problema (3), o primeiro obstáculo será fazer a denominação do valor de cada livro, eles precisam fazer essa denominação (três incógnitas distintas), pois, em seguida, será necessário compreender que juntos os três livros custam 245, ou seja, eles precisam fazer a conversão (adicionar as três incógnitas e igualar a 245). É a partir desta equação (A + B + C = 245) que serão feitas as substituições referentes às incógnitas A e C para obter a equação 25 + B + B + 3.B = 245 e, logo após, iniciar o processo de tratamento.

Outra hipótese seria os estudantes resolverem o problema de forma aritmética, ou seja, testando valores de forma que o valor de A seja o valor de B + 25 e o valor de C seja o triplo do valor de B. É um método muito mais trabalhoso e com grandes chances de os estudantes não conseguirem encontrar os valores dos três livros dentro do tempo reservado para o nosso encontro.

9.4 ANÁLISE DO PROBLEMA 4

Figura 19: Problema 4

PROBLEMA 04

Nos Jogos Olímpicos Paris 2024, a seleção brasileira de basquete venceu a seleção japonesa com uma diferença de 18 pontos. Se o total de pontos marcados nesse jogo foi 186 pontos, quantos pontos a seleção brasileira marcou?

Fonte: https://olympics.com/pt/noticias/brasil-vitoria-japao-basquete-masculino-paris-2024

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Ao fazer a análise do problema (4), no que se refere à congruência semântica, observamos que este é um problema que não obedece a nenhum dos três critérios estabelecidos por Duval (2009). Portanto, este é um problema com um alto grau de não congruência semântica e, provavelmente, será o problema com o maior índice de erro por parte dos estudantes participantes.

Primeiramente, faremos as conversões necessárias para chegarmos na equação referente ao problema:

- O problema inicia com a afirmação que a seleção brasileira de basquete venceu a seleção japonesa com uma diferença de 18 pontos. Isto significa que o problema está tratando da quantidade de pontos obtidos na partida pelas duas seleções de basquete. Denominaremos por B a quantidade de pontos obtidos pela seleção brasileira e J a quantidade de pontos obtidos pela seleção japonesa.

Como J é a quantidade de pontos que a seleção japonesa de basquete obteve na partida, a expressão que representa a quantidade de pontos obtidos pela seleção brasileira (B) é J + 18, pois a seleção brasileira venceu com 18 pontos a mais (diferença) do que a seleção japonesa.

Já é possível visualizar que o problema (4) não cumpre com o critério da univocidade semântica terminal, pois a unidade significante de partida “diferença” tem correspondência com a unidade significante de chegada “+” ao invés de “–“.

Continuando com a conversão do problema que está no registro língua natural para o registro algébrico, a expressão “o total de pontos marcados nesse jogo foi 186 pontos“ é correspondente à soma dos pontos das duas seleções ser igual a 186.

Com essas informações chegamos à seguinte equação explicitada na tabela abaixo:

Tabela 10: Montagem da equação do problema 4

Pontos obtidos pela seleção brasileira	Adicionado	Pontos obtidos pela seleção japonesa	É igual a	186
J + 18	+	J	=	186

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Verificando os critérios da correspondência semântica dos termos significantes e da ordem dentro da organização das unidades no problema (4), concluímos que eles também não são cumpridos, pois cada unidade significante do registro de partida não corresponde a uma única unidade significante no registro de chegada e, a leitura feita do registro de partida não corresponde à mesma ordem na organização das unidades significantes ao fazer a leitura do registro de chegada.

Nesta análise, é esperado que os estudantes considerem o problema (4) como o problema que apresenta o maior nível de dificuldade ao comparar aos outros três problemas, justamente por este ter um alto grau de não congruência semântica.

Com relação à produção dos estudantes, acreditamos que eles terão muita dificuldade para fazer a conversão e chegar à equação J + 18 + J = 186. O termo “diferença” é comumente associado ao signo “ – “, ao lerem a expressão “a seleção brasileira de basquete venceu a seleção japonesa com uma diferença de 18 pontos” será comum vermos a conversão “J – 18” para a quantidade de pontos da seleção brasileira ao invés de “J + 18”.

Acreditamos que, por ser um problema com alto grau de não congruência semântica, alguns estudantes tentarão resolvê-lo de forma aritmética: Tirando os 18 pontos de diferença do total de pontos (186 – 18 = 168) e o resultado fazer a divisão por 2, resultando em 84 pontos para cada seleção. Como a seleção brasileira venceu com a diferença de 18 pontos, seria adicionada essa diferença para a seleção brasileira (84 + 18) e a seleção japonesa ficaria com os 84 pontos.

10. ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção analisaremos os dados coletados durante a realização da entrevista semiestruturada e das soluções dos problemas propostos realizadas pelos estudantes nos três encontros que tivemos no lócus da pesquisa.

Com a finalidade de resguardar a identidade dos participantes desta pesquisa, serão utilizadas as iniciais do nome de cada um deles como pseudônimo (exemplo fictício: se o participante for Pedro Álvares Cabral, será identificado por PAC).

10.1 ANÁLISE DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

Para a transcrição dos dados da pesquisa, utilizamos o software dinamarquês, desenvolvido por jornalistas, "Good Tape" (Zetland, 2024) e categorizamos os dados analisados de acordo com os seguintes temas norteadores da entrevista semiestruturada, realizada com as estudantes participantes da pesquisa.

Reconhecimento de uma equação do 1º grau

Analisando o que os estudantes entendem sobre o que é uma equação do 1º grau, percebi que fazer essa explicação é algo que eles têm bastante dificuldade, mesmo que seja com suas palavras, de maneira informal, os estudantes não conseguiram chegar a uma explicação próxima da definição. Evidenciamos os seguintes trechos da entrevista, nos quais os estudantes falam sobre o que eles entendem sobre o que é uma equação do primeiro grau e, ao tentar explicar o que eles entendem sobre equação do 1º grau, utilizaram uma perspectiva numérica, explicando que algo precisa ser calculado:

> Para mim, a equação do primeiro grau é transformar letras em números. Pode ser também usar o número X como uma numeração. (ACAS, 2024, n. p.)
>
> O problema é que ele tem que resolver que é, por exemplo, um x, um x, dois x. (ACMS, 2024, n. p.)
>
> Tipo, é um problema, você tem que descobrir o X, os negócios lá, fazendo... Qual o nome? Esqueci. (AS, 2024, n. p.)
>
> É o x sobre não sei quanto, aí tem que, é tipo um número que a gente não sabe se existe, aí tem que procurar o valor desse número. (DVVL, 2024, n. p.)
>
> A equação do primeiro grau é uma conta bem assim, né? Não é muito fácil, mas também é muito difícil. É rapidinho de se resolver. (ATS, 2024, n. p.)
>
> A equação de primeiro grau é um conjunto de números assim, tipo x mais y e tem um resultado. (GLS, 2024, n. p.)
>
> É tipo assim, é um problema que a pessoa tem que achar o número, só que a pessoa não sabe. Aí tem que fazer um cálculo para achar o resultado do X. (BHSS, 2024, n. p.)

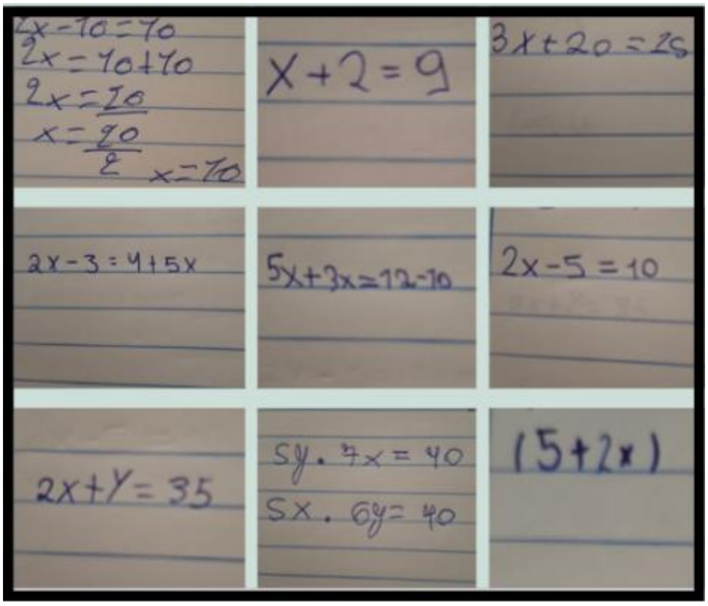
Fica evidenciado nas respostas dos estudantes que eles têm uma compreensão limitada sobre o conceito de equação do 1º grau. Suas respostas demonstram uma perspectiva mais operacional e informal, focada na resolução de um problema envolvendo uma incógnita, geralmente representada pela letra "x".

O(a) estudante MBSV falou sobre seu primeiro contato com a álgebra ter acontecido no momento no qual estudou equação do 1º grau.

> Eu sei que foi a... o primeiro... o primeiro contato que eu tive com a equação que usa Letras pra resolução e tal E assim, no começo eu achei que era um pouco difícil, mas eu troquei até de professor e eu comecei a me adaptar e eu acho que eu sei resolver bastante (MBSV, 2024, n. p.)

Ao perguntá-los se eles poderiam escrever um exemplo de equação do 1º grau, a maioria se arriscou, uns acertaram, outros confundiram com expressão algébrica ou sistema de equações, mas em todos os casos, as equações escritas foram as mais simples.

Figura 20: Exemplos de equações escritos pelos estudantes



Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Nos exemplos é possível perceber que apenas um estudante colocou a incógnita nos dois membros da equação, enquanto os outros já escreveram de forma que a incógnita esteja em apenas um dos membros. Um estudante escreveu uma equação com duas incógnitas e outro escreveu um sistema de equações como exemplo.

Dos 20 estudantes, 7 disseram que não sabiam escrever nenhum exemplo de equação do 1º grau, pois não lembravam como era uma equação e afirmaram ter muita dificuldade com a Matemática.

Compreensão sobre problemas de equação do 1º grau

Ao questionar aos estudantes se eles se lembravam de algum problema de equação do 1º grau, apenas 7 conseguiram verbalizar como seria o problema. Dentre esses, dois estudantes descreveram uma equação tal qual um problema a resolver.

> X menos 3 igual a 15. (JWSS, 2024, n. p.)
>
> Era 3x. 3x mais 5, igual a... Descubra o valor de x. (IRNL, 2024, n. p.)

Outros estudantes trouxeram problemas de equação do 1º grau nos quais é necessário que o estudante faça uma “tradução” da expressão matemática e problema envolvendo perímetro do retângulo.

> O dobro disso, aí dava o número, aí tinha que montar a equação e resolvia. (SGA, 2024, n. p.)
>
> Que falava assim... duas... duas vezes um número... de um número mais tanto, tipo, mais 15... é igual a... 7 vezes esse mesmo número... alguma coisa assim. (ACC, 2024, n. p.)
>
> Tinha um problema que foi na prova do meu professor que era sobre... é um problema... é um problema escrito que é pra gente colocar em forma de equação aí falava sobre um retângulo que tinha... que tinha um perímetro e uma área de acordo e através do perímetro a gente tinha que descobrir a área do retângulo só que fazendo uma equação. (MBSV, 2024, n. p.)

A análise das respostas dos estudantes, ao serem questionados sobre problemas envolvendo equações do 1º grau, revela que a maioria apresenta dificuldades tanto para recordar exemplos quanto para descrever situações que envolvem esse tipo de equação. Apenas sete conseguiram verbalizar algum exemplo, sendo que dois deles demonstraram uma aproximação maior com a linguagem algébrica, ao enunciar diretamente expressões como “x menos 3 igual a 15”. Ainda assim, a formulação foi, em geral, incompleta ou acompanhada de insegurança, o que nos leva a inferir que eles possuem uma compreensão parcial do conteúdo.

Três estudantes trouxeram lembranças de problemas contextualizados, como os que envolvem perímetro do retângulo ou frases do tipo “duas vezes um número mais tanto”, o que indica que conseguem identificar a presença da equação em enunciados verbais, mas ainda enfrentam dificuldades para traduzir essas situações em linguagem matemática formal.

O(a) estudante DVVL expressou o início de um problema de sistemas de equação do 1º grau, como destacamos a seguir:

> O pai de João tinha... acho que o dobro da idade dele, quando ele tinha 10 anos... (DVVL, 2024, n. p.)

Apesar de muitos estudantes declararem não lembrar ou não conseguir expressar, ficou evidenciado que eles tiveram acesso a diversos problemas de equação do 1º grau e, é importante esse acesso a mais de um tipo de problema nas aulas de Matemática.

Ao perguntá-los sobre o que significa resolução de problemas, o senso comum foi que era resolver um problema e chegar à solução dele. Houve dificuldade para verbalizar o que seria resolver um problema e, no geral, para esses estudantes, resolução de problema é um processo associado apenas à Matemática.

> É você achar, né? Realmente a solução daquilo que você tá procurando, mas através de pesquisa, através de, tipo, você... assim, nesse caso você escrever... tentar resolver, assim. (MBSV, 2024, n. p.)
>
> É descobrir aonde tá a resposta desse problema. Acho que é isso. (AS, 2024, n. p.)
>
> Ter uma solução pra aquilo pra o que você não sabe. (WFS, 2024, n. p.)
>
> Não sei como eu posso dizer. Tentar solucionar alguma coisa. Você procura métodos para chegar à solução daquela situação. (DVVL, 2024, n. p.)
>
> Resolver o problema daquela questão e trazer o resultado. (MEBV, 2024, n. p.)
>
> Fazer tipo uma conta até chegar na resposta. (LVFS, 2024, n. p.)
>
> Tem que resolver o problema, só que a pessoa não sabe o número. (BHSS, 2024, n. p.)
>
> Eu acho que é responder o problema na forma mais simplificada possível. (AGM, 2024, n. p.)

Ao serem questionados sobre o que entendem por “resolução de problemas”, os estudantes apresentaram respostas pautadas pelo senso comum, muitas vezes vagas ou genéricas, e com forte associação ao universo da Matemática.

As falas revelam que, para esses estudantes, resolver um problema significa basicamente "chegar a uma resposta", geralmente por meio de cálculos ou tentativa de encontrar um número desconhecido. Poucos conseguiram ampliar essa noção, mencionando a busca por métodos ou a ideia de investigação, o que mostra um entendimento ainda restrito do conceito mais amplo de resolução de problemas como um processo de pensamento crítico, exploração e tomada de decisões.

Para alguns estudantes, resolução de problema está associada a uma tarefa que necessita fazer um grande esforço, difícil, complicada, no entanto, o dado mais interessante é que, para alguns deles, esse desafio também pode se transformar em uma experiência prazerosa e até divertida, especialmente quando há compreensão do problema e avanço no processo de resolução. Essa ambivalência entre dificuldade e prazer revela uma dimensão emocional importante do aprendizado matemático**,** como explicitamos abaixo:

> Resolver um problema é uma tarefa complicada, mas é uma coisa bem divertida até. Quando você entende o problema, fica bem mais divertido fazer o problema, resolver... quando não entende, aí fica difícil e tem que tentar fazer, praticando e praticando até melhorar. (IRNL, 2024, n. p.)
>
> Resolver um problema é muito complicado, precisa ter muita calma pra poder resolver. (ATS, 2024, n. p.)
>
> Na verdade, você tem que se esforçar muito pra poder descobrir, pra chegar num número certo. E quando ele não chegar num número certo, pelo menos tem que ser o mais próximo dele. (JWSS, 2024, n. p.)

As falas dos estudantes destacam que a resolução de problemas exige calma, esforço e prática**,** o que indica uma percepção do processo como algo que vai além da aplicação mecânica de fórmulas — ainda que a ideia de encontrar “o número certo” continue sendo central. Ao mesmo tempo, surgem indícios de uma atitude resiliente diante da dificuldade, com a noção de que “praticar até melhorar” ou “chegar ao mais próximo possível” também é parte válida da experiência.

Essas percepções sinalizam que, quando bem conduzido, o trabalho com resolução de problemas pode favorecer o envolvimento dos alunos, contribuindo não apenas para a aprendizagem matemática, mas também para o desenvolvimento de competências como a perseverança, a autoconfiança e a autonomia intelectual.

A resolução de problemas foi citada também como uma investigação, como algo que inquieta, deixa dúvidas e motiva o estudante a encontrar uma solução para aquele problema.

> Investigar até o ponto que dá pra resolver. (DSS, 2024, n. p.)
>
> Eu não sei explicar como é, assim, resolver um problema. Pra mim, o problema é o que você tem a dúvida. Aí, você aprende e resolve aquele problema que você estava com a dúvida. (GLS, 2024, n. p.)

Tanto os estudantes entrevistados quanto Silveira (2001) associam a resolução de problemas à descoberta e busca por respostas. Os participantes mencionam termos como "investigar", "descobrir", "aprender", o que está alinhado com a ideia de encontrar informações desconhecidas.

Vale ressaltar que alguns estudantes associam a resolução de problemas quase exclusivamente à Matemática e ao cálculo ("fazer tipo uma conta", "chegar a um número certo"), enquanto Silveira (2001) expande essa visão para a criação de ideias e estratégias, não apenas a obtenção de um resultado numérico.

Outros estudantes veem a resolução de problemas como algo difícil e trabalhoso, enquanto a definição de Silveira (2001) valoriza o aspecto criativo e estratégico, sugerindo que o processo envolve mais do que apenas esforço, mas também invenção e raciocínio lógico.

Frequência na qual é proposta a resolução de problemas nas aulas de Matemática

Com relação à frequência que o professor de matemática propõe problemas para a turma resolver, a resposta foi unânime. Todos os estudantes afirmaram de forma enérgica que o professor de matemática leva problemas para a sala em praticamente todas as aulas. Como as respostas foram muito parecidas, destacamos as seguintes:

> Oxe! Todo dia que tem aula com ele. (GLS, 2024, n. p.)
>
> Muita. Principalmente no simulado. (DVVL, 2024, n. p.)
>
> Toda segunda, toda quarta e quinta. (WFS, 2024, n. p.)
>
> Ô meu Deus! Toda vez. Toda... Toda hora. (ACSS, 2024, n. p.)
>
> Muito! Tipo, acho que praticamente todas as aulas. (MBSV, 2024, n. p.)
>
> Ah, ele traz muitos. Muitas vezes ele traz pra resolver. (AS, 2024, n. p.)

Esse dado contrasta com algumas das dificuldades conceituais e expressivas observadas nas etapas anteriores da entrevista. Ou seja, embora os estudantes estejam constantemente expostos a problemas, muitos ainda enfrentam barreiras para compreender profundamente o que significa resolver um problema ou mesmo para reconhecer diferentes tipos de problemas matemáticos.

Isso indica que provavelmente os estudantes entendem que exercício e problema tenham o mesmo significado. Vale ressaltar que a frequência da proposta de problemas em sala de aula, por si só, não garante a construção do conhecimento matemático**,** sendo necessário refletir também sobre a forma como os problemas são propostos, discutidos e explorados**.**

O uso rotineiro da resolução de problemas é importante, mas precisa ser acompanhado de estratégias que promovam a reflexão sobre os processos utilizados e a valorização de múltiplas formas de pensar matematicamente.

O que os estudantes sentem quando precisam resolver um problema matemático

Os dados dessa última parte da entrevista revelam um aspecto central para a compreensão da relação dos estudantes com a Matemática: a dimensão afetiva. As respostas mostram que, apesar da frequência com que o professor propõe problemas em sala, muitos alunos ainda associam essas situações a sentimentos negativos, como medo, frustração, ansiedade e insegurança. Expressões como “me sinto apavorada”, “não consigo”, “fico com medo de errar” ou “eu não sei nada” demonstram que o enfrentamento de problemas matemáticos, para muitos, está profundamente atravessado por crenças de incapacidade e pela ansiedade matemática, fenômeno amplamente discutido por pesquisadores da Psicologia da Educação Matemática.

Quando perguntei aos estudantes como eles se sentem quando o professor leva problemas matemáticos para sala de aula, muitas respostas se relacionam com as crenças ou dificuldade de aprendizagem que eles têm com a Matemática.

> Eu me sinto... sei lá, meio que apavorada. Porque eu não... Não é que eu não estude, é porque eu tento, mas eu não consigo, entendeu? (BSS, 2024, n. p.)
>
> Nem muito triste, nem muito feliz porque Matemática é muito difícil! (LVFS, 2024, n. p.)
>
> Eu me sinto que eu não sei de nada. Eu não sei nada de matemática. (DSS, 2024, n. p.)
>
> Fico com medo de errar. (WFS, 2024, n. p.)

Essas falas indicam que o problema não está apenas na dificuldade conceitual ou na complexidade dos conteúdos, mas também na forma como os estudantes percebem suas próprias habilidades diante da Matemática. A crença de que “não sou bom nisso” ou “não vou conseguir entender” pode gerar um bloqueio emocional que interfere diretamente na aprendizagem.

Outros estudantes relataram que enquanto eles sabiam como resolver o problema era bom, mas esse sentimento mudava quando era um problema que eles consideram difícil.

> Tem vezes, quando é do assunto que eu gosto, eu fico de boa, mas quando eu tenho muita dificuldade, eu fico... Aí trava. (AS, 2024, n. p.)
>
> Eu fico nervosa, isso sim. Mas, eu fico com vontade de aprender. Só que eu fico nervosa porque tem uns que eu fico olhando assim, eu não entendo nada. A gente faz muita pergunta para ele explicar a gente. (ACC, 2024, n. p.)

É interessante notar que, mesmo diante da dificuldade, há indícios de disposição para aprender, como demonstra a fala de ACC, que relata nervosismo, mas também o desejo de compreender e a iniciativa de fazer perguntas. Isso sugere que o problema não está unicamente na falta de interesse, mas em barreiras emocionais e cognitivas que surgem diante da complexidade do conteúdo.

Para outros estudantes, ao resolver problemas matemáticos eles se sentem desafiados e, que de alguma forma, será uma experiência válida para o futuro.

> Assim, eu sinto que vai acrescentar alguma coisa do meu futuro. (MBSV, 2024, n. p.)
>
> Sinto um ar de desafio. (IRNL, 2024, n. p.)
>
> Medo também, né? Porque querendo ou não, a gente está ali aprendendo, mas a gente sabe que é para a gente também. A gente vai usar no futuro. (ACAS, 2024, n. p.)
>
> Não é algo ruim. É algo que a gente vai levar pra vida, na verdade. (ACSS, 2024, n. p.)

Essas falas trazem uma perspectiva mais positiva e esperançosa em relação à resolução de problemas matemáticos. Diferentemente dos relatos anteriores marcados por ansiedade, medo de errar e insegurança, aqui os estudantes demonstram enxergar valor e propósito na atividade, reconhecendo-a como um desafio construtivo e uma preparação para o futuro.

Dos 20 estudantes participantes da entrevista, apenas um respondeu que apesar de ficar nervoso, sempre tinha êxito na resolução dos problemas.

A entrevista mostrou que apesar dos estudantes reconhecerem que o professor propõe problemas com frequência em sala de aula, muitos deles demonstram dificuldades conceituais e emocionais para compreender e resolver essas situações, associando a disciplina a sentimentos como medo, insegurança e frustração. No entanto, também surgiram percepções mais positivas, nas quais alguns estudantes enxergam a resolução de problemas como um desafio estimulante e uma habilidade útil para o futuro.

10.1.1 Síntese da análise da entrevista semiestruturada

Utilizar problemas nas aulas de Matemática é um dos caminhos que o professor pode seguir para trabalhar o processo investigativo com os estudantes e despertar neles a curiosidade e melhorar a aprendizagem desses estudantes.

Os estudantes entrevistados, apesar de demonstrarem o sentimento de medo e apreensão com relação à Matemática, e alegarem ter dificuldade em muitos momentos da entrevista, eles destacaram que têm contato quase que diariamente com problemas matemáticos para resolução, porém não formulam problemas em sala de aula. Muitos não sabiam exatamente o que é um problema, mas acreditam que é importante para o futuro deles.

Com relação à compreensão de equação do 1º grau, muitos estudantes não conseguiram explicar oralmente o que é uma equação do 1º grau. Os estudantes que conseguiram escrever um exemplo corretamente, escreveram equações simples. Um estudante afirmou que seu primeiro contato com as incógnitas foi no 7º ano do Ensino Fundamental.

Apenas 7 dos 20 estudantes participantes conseguiram expressar verbalmente um exemplo de problema de equação do 1º grau. Eles apresentaram dificuldade em expressar, tanto na forma escrita quanto na verbal, exemplos de problemas de equação do 1º grau, portanto, eles compreendem de maneira superficial equação do 1º grau e problema matemático.

10.2 ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS PROPOSTOS COM O APORTE DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Nesta seção, analisaremos, com o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, as resoluções dos problemas propostos nos três encontros com os participantes, destacando as conversões e tratamentos realizados por eles, as estratégias que foram utilizadas e as dificuldades apresentadas pelos participantes nas resoluções dos problemas.

Para que não seja possível identificar o gênero dos participantes dessa pesquisa, todos eles serão citados como "o participante".

10.2.1 Análise das Resoluções do Problema 01

Como analisado anteriormente, com relação à congruência semântica, inferimos que o Problema 01 possui congruência semântica, pois cumpre todos os critérios estabelecidos por Duval (2009). E, na nossa análise, fizemos a suposição que os estudantes conseguiriam resolver esse problema com menos dificuldade.

Na Figura 21 relembramos o enunciado do Problema 01 proposto no 1º Encontro com os estudantes:

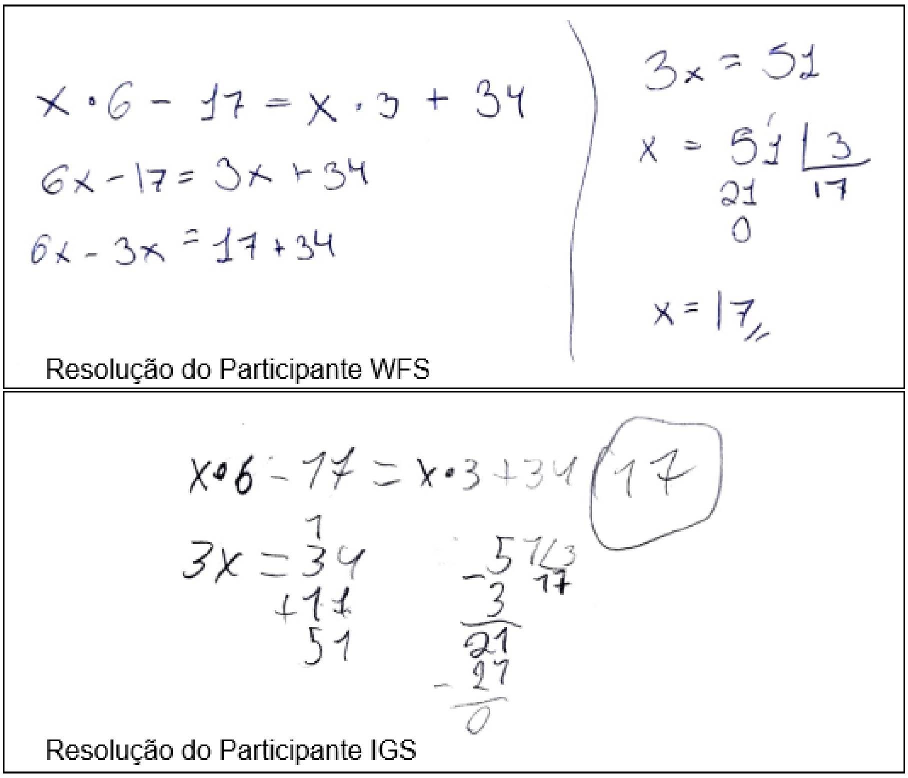
Figura 21: Enunciado do Problema 01

1) Um número multiplicado por seis e subtraído de 17 unidades é igual a esse mesmo número multiplicado por três mais 34 unidades. Você consegue descobrir qual é esse número?

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Dos 20 estudantes participantes, apenas 5 conseguiram fazer a conversão para a representação algébrica e o tratamento corretamente. Os participantes IGS e WFS fizeram a conversão para a representação algébrica seguindo a ordem dos termos significantes (Duval, 2009), ou seja, fazendo a leitura a escrita algébrica é possível identificar essa mesma ordem na leitura do problema escrito na língua natural, como evidenciamos na Figura 21:

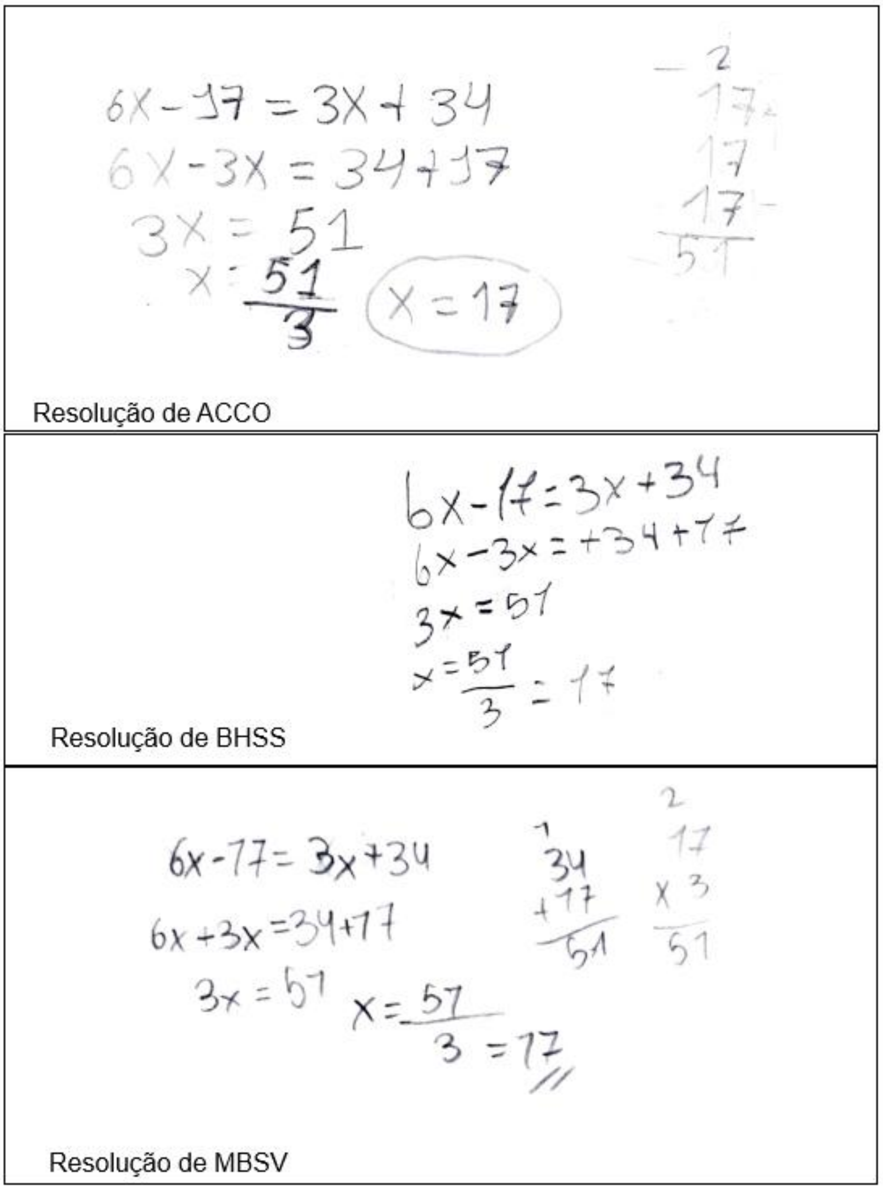
Figura 22: Resolução do Problema 01 pelos participantes WFS e IGS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Na Figura 22, é possível observar que os participantes ACCO, BHSS e MBSV também fizeram a conversão para a representação algébrica e o tratamento corretamente, porém, diferente dos participantes WFS e IGS, os três participantes realizaram a multiplicação da incógnita pelos valores indicados no problema.

Figura 23: Resolução do Problema 01 pelos participantes ACCO, BHSS e MBSV



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

É possível notar que apesar dos 5 participantes terem respondido corretamente, nenhum deles mostrou conhecer ou saber que a resolução de equação do 1º grau é feita utilizando os princípios aditivo e multiplicativo, os quais consistem em adicionar ou subtrair e multiplicar ou dividir ambos os membros da equação por um mesmo valor.

Após a resolução dos Problemas 01 e 02, no 1º encontro, questionei como os estudantes tinham resolvido a equação do Problema 01 e eles responderam que deixaram “as letras de um lado e os números do outro lado”. O que eles chamam de “letra” é a incógnita e os “lados” são os membros da equação. Eles aprenderam que ao mudar a incógnita ou o número de membro, o sinal operacional deve ser trocado pelo seu oposto (se tiver somando, passa subtraindo; se tiver multiplicando passa dividindo, e vice-versa). Eles não mostraram ter compreensão de que na equação do 1º grau existe uma relação de equivalência entre os dois membros.

A fala dos participantes (“letras de um lado e números do outro lado”) reflete uma tentativa de interpretar a equação em linguagem natural, mas de forma superficial e imprecisa. Essa dificuldade em converter adequadamente entre o registro simbólico (a equação) e o registro verbal (a explicação) reforça um ponto central da TRRS: “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos” (Duval, 2009. P.63)

Os estudantes utilizaram uma abordagem baseada em regras procedimentais ("passar o número ou a incógnita para o outro lado e trocar o sinal"), o que caracteriza um tratamento operacional dentro do registro algébrico. No entanto, não há evidências de que eles compreendam a equivalência entre os dois membros da equação, o que demonstra uma limitação na internalização dos conceitos matemáticos envolvidos.

Embora os estudantes tenham obtido as respostas corretas, eles demonstraram uma compreensão limitada do conceito implícito na resolução de equações do 1º grau, especificamente os princípios aditivo e multiplicativo. Isso sugere que a manipulação dos registros algébricos aconteceu de forma mecânica, sem um entendimento profundo das relações matemáticas envolvidas. Segundo Duval (2009), a conversão significativa entre registros (neste caso, o registro algébrico e a linguagem natural) é essencial para a aprendizagem matemática, no entanto os participantes não conseguiram realizar essa conversão de forma adequada.

De acordo com Duval (2012b), a congruência semântica reduz a carga cognitiva associada à conversão, mas o domínio do tratamento depende de operações cognitivas específicas que precisam ser ensinadas explicitamente. A falta de coordenação entre registros também contribui para os erros observados

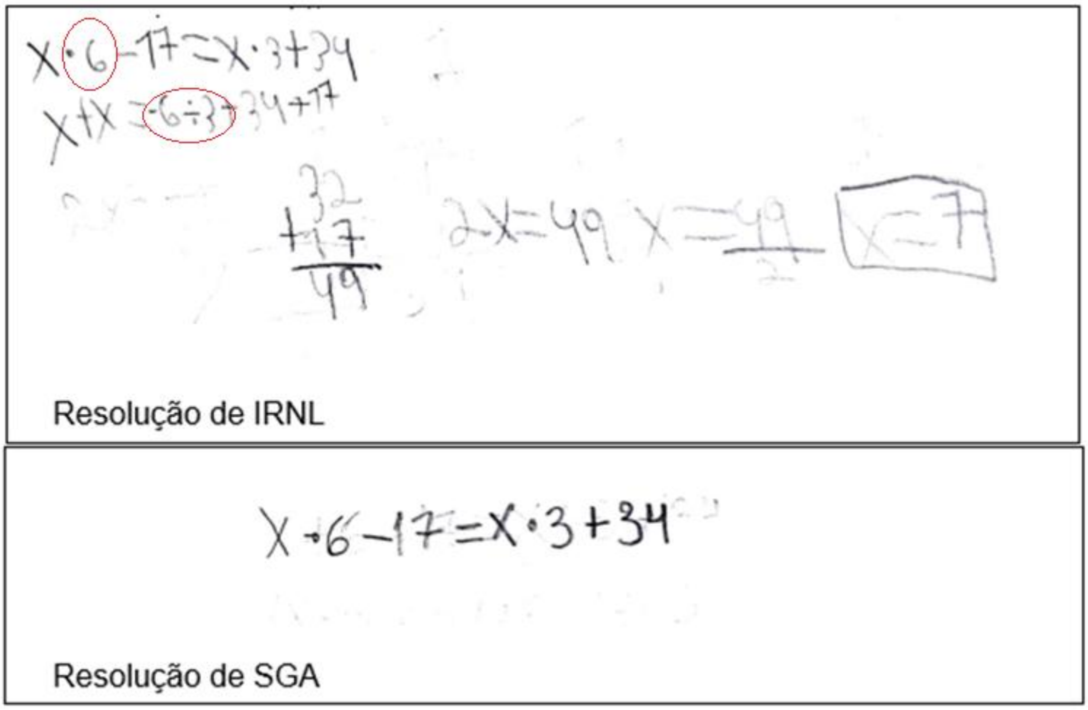
Outros participantes conseguiram fazer a conversão seguindo a ordem dos termos significantes, como esperado, porém, enfrentaram dificuldades no tratamento algébrico, que requer o uso correto das regras matemáticas no registro simbólico, como os participantes IRNL e SGA.

No caso de SGA, não houve nenhuma tentativa de tratamento da equação, enquanto IRNL fez o tratamento, mas não conseguiu fazê-lo de maneira correta. Na

Figura 23, é possível perceber no tratamento de IRNL uma lacuna na compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo, podendo gerar esse tipo de erro conceitual, no qual ele passou o 6, que estava multiplicando o x, para o outro membro dividindo pelo 3. De acordo com Duval (2009), erros como este ocorrem quando o estudante não estabelece conexões significativas entre os elementos matemáticos envolvidos, evidenciando uma manipulação mecânica e não conceitual do registro algébrico.

No caso de SGA, a ausência de tentativa de tratamento pode ser interpretada como uma dificuldade em avançar no registro algébrico, mesmo após a conversão inicial. Isso reforça a afirmação de Duval (2009) de que a complexidade da Matemática não está apenas na representação simbólica, mas também na capacidade de realizar operações cognitivas significativas dentro de um registro.

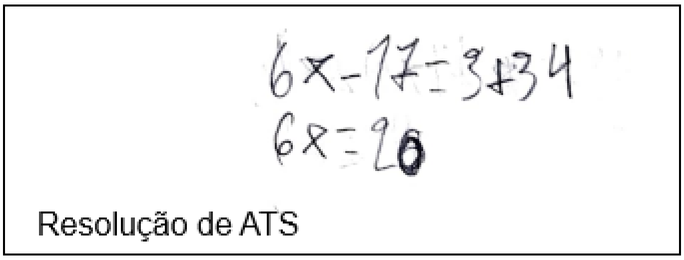
Figura 24: Resolução do Problema 01 pelos participantes IRNL e SGA



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

A análise das resoluções dos participantes ATS e AGM evidencia dificuldades em realizar corretamente as conversões e tratamentos de registros de representação semiótica, conforme apontado por Duval (2009). O participante ATS converteu o Problema 01 para a representação algébrica, entretanto, cometeu um equívoco ao converter a expressão “esse mesmo número multiplicado por três”, pois ao invés de ele representar como “x.3” ou “3x”, ele representou como “3”. Esse equívoco demonstra uma falha na conversão, ou seja, na transposição entre o registro de língua natural e o registro algébrico, como é possível observar na Figura 24:

Figura 25: Resolução do Problema 01 pelo participante ATS

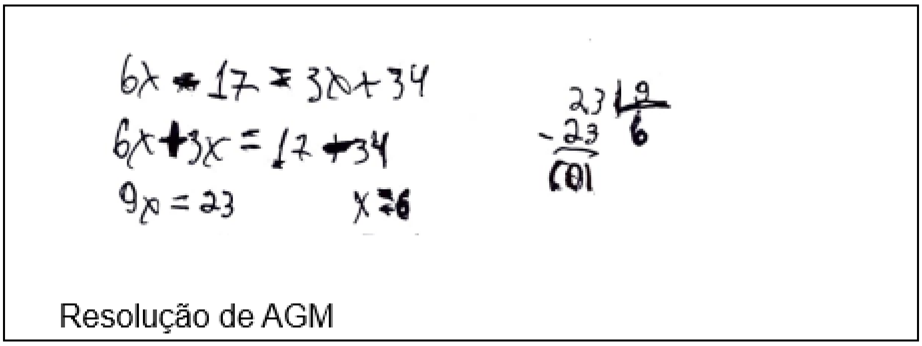


Fonte: Organizado pela Autora (2024)

É possível observar também, que ATS adiciona 3 e 34 e desse resultado subtrai o 17 que estava no outro membro com o sinal negativo, deixando em evidência que não compreendeu como se resolve uma equação. Ao somar 3 e 34 e subtrair 17 sem considerar a relação de equivalência entre os membros da equação, ATS evidenciou que não compreendeu os princípios aditivo e multiplicativo necessários para resolver equações de 1º grau. Isso reforça a observação de Duval (2009) de que o domínio das operações cognitivas significativas dentro de um registro é essencial para a compreensão matemática.

A mesma situação acontece na resolução do participante AGM, na Figura 25, o qual converte do registro de representação língua natural para o registro algébrico corretamente, porém apresenta dificuldade no tratamento algébrico e numérico, pois lembra que é para isolar a incógnita em um membro da equação e os números no outro membro e não inverte o sinal operacional.

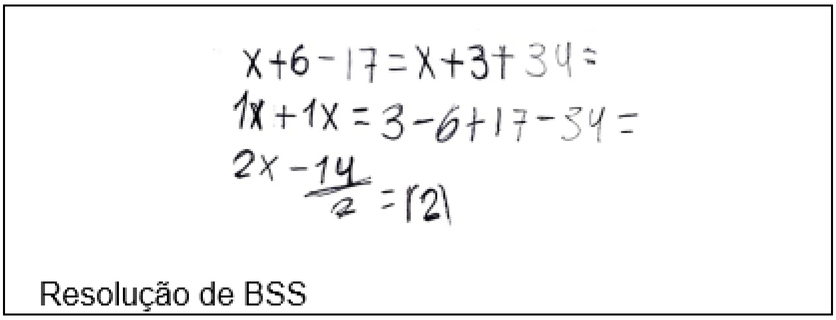
Figura 26:Resolução do Problema 01 pelo participante AGM



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Outra dificuldade na resolução do Problema 01 durante a conversão para a representação algébrica foi compreender qual símbolo matemático seria utilizado para representar a o termo significante. Como por exemplo, o participante BSS representou o termo “multiplicado” pelo símbolo matemático “+” nos dois momentos que o termo foi citado no problema, como evidenciamos na Figura 26:

Figura 27:Resolução do Problema 01 pelo participante BSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

O caso do participante BSS exemplifica uma dificuldade na escolha do símbolo matemático apropriado durante a conversão de língua natural para a linguagem algébrica. Ele interpretou o termo "multiplicado" como "somado", o que evidencia uma dificuldade semântica na associação entre os significantes da língua natural e os símbolos matemáticos.

Como apontado, a congruência semântica facilita a conversão (Moretti; Brandt; Almouloud, 2022), mas não garante o sucesso no tratamento, como evidenciado pelos erros procedimentais e conceituais observados nos participantes.

No Problema 01, apesar da maioria dos participantes não conseguirem resolver por meio da equação, nenhum deles utilizou outra estratégia para tentar chegar à solução do problema, indicando uma limitação na flexibilidade cognitiva e na exploração de outros registros.

10.2.2 Análise das Resoluções do Problema 02

O Problema 02 também foi proposto para os participantes no 1º encontro e tem um baixo grau de não congruência semântica, pois cumpre com dois dos três critérios propostos por Duval (2009).

Através da Figura 28, a seguir, é possível relembrar o enunciado do Problema 02, também proposto no 1º encontro com os participantes.

Figura 28: Enunciado do Problema 02

2) Lourdes falou para Paulo:
- Pense em um número e esse número não pode ser zero. Agora multiplique esse número por 5, adicione 25, dobre esse resultado, subtraia 70 e adicione 20. Qual resultado você obteve?

Paulo respondeu:

- O resultado foi 60.

Qual foi o número que Paulo pensou?

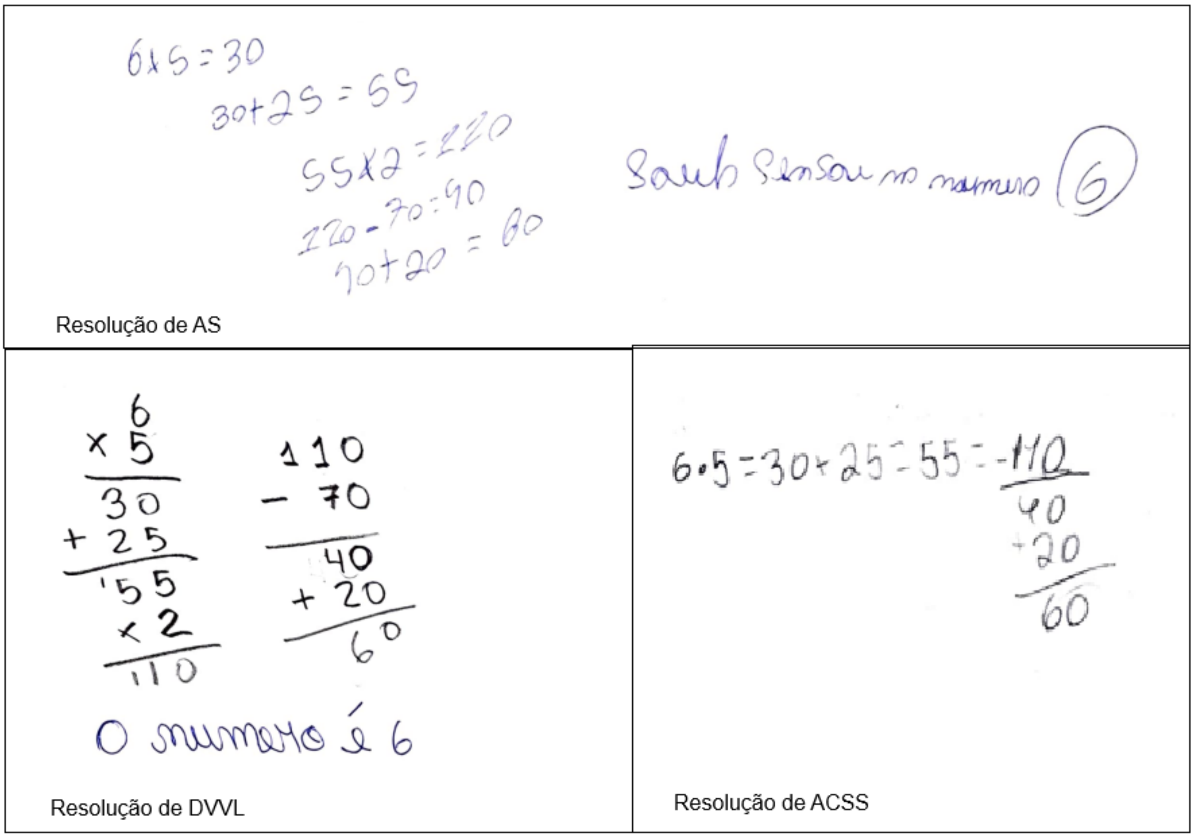
Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Cinco estudantes conseguiram chegar à solução do Problema 02 e apenas 2 deles também tiveram êxito na resolução do Problema 01. Nenhum dos estudantes que conseguiu resolver utilizou a conversão do problema para o registro algébrico como estratégia de resolução. Os cinco estudantes utilizaram procedimentos aritméticos resolução do problema.

Ao refletir acerca do resultado do Problema 02, no qual a estratégia utilizada pelos participantes que conseguiram resolver ter sido apenas através da Aritmética, percebemos que, apesar de ser um problema com um baixo grau de congruência semântica, o trecho “dobre esse resultado”, o qual se refere ao dobro da expressão algébrica “5x + 25”, pode ter responsável pelos equívocos cometidos pelos participantes.

Os participantes DVVL, AS, IGS e ACSS utilizaram como estratégia testar hipóteses de solução, até encontrar o resultado que satisfizesse o problema. Essa estratégia foi uma das que previmos ao analisar os problemas propostos.

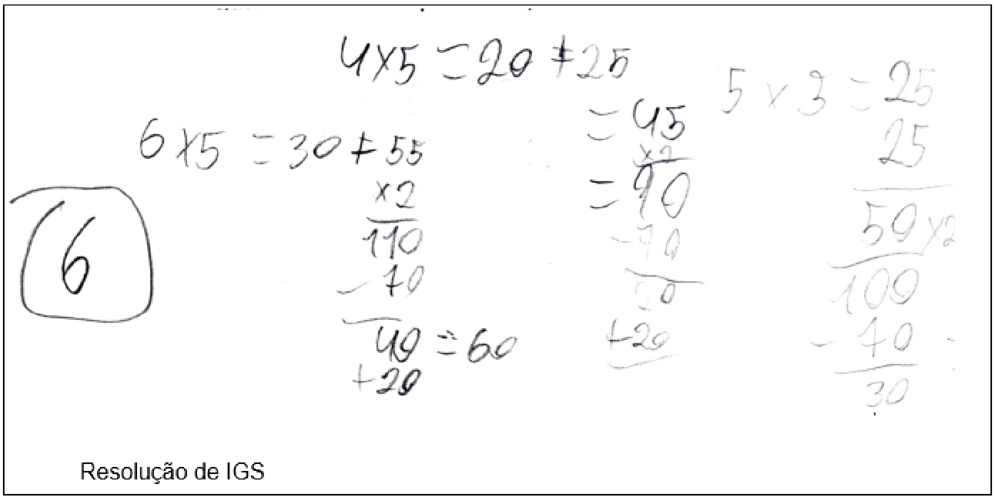
Figura 29:Resolução do Problema 02 pelos participantes AS, DVVL e ACSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

O participante IGS explicou a sua estratégia de resolução por tentativa ao deixar os cálculos de todas as tentativas realizadas no espaço reservado para os cálculos, como mostra a Figura 28:

Figura 30: Resolução do Problema 02 pelo participante IGS

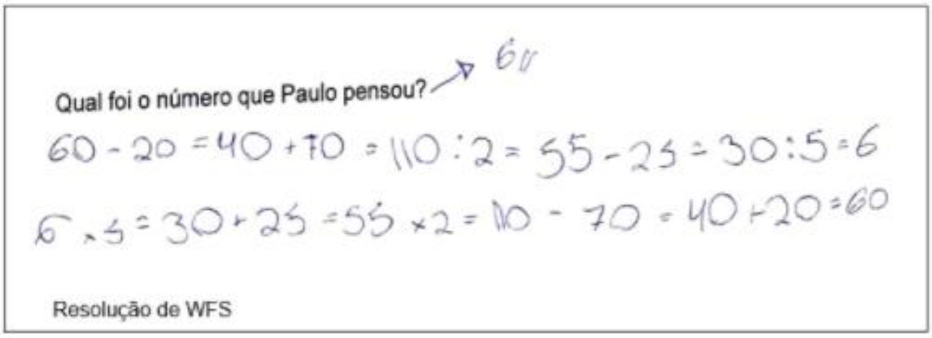


Fonte: Organizado pela Autora (2024)

O participante DVVL explicou sua resolução da seguinte forma: “Eu já sabia que não era zero, então eu fiz por eliminatória. Quando eu via que passava do resultado, eu diminuía alguns números, e quando faltava, eu adicionava” (Estudante DVVL, 2024).

Outra estratégia de resolução utilizada no Problema 02 foi fazer o caminho inverso do problema através de operações opostas, a qual também foi prevista na análise desse problema. Na figura 29, podemos observar a resolução do participante WFS utilizando o caminho citado para chegar à solução.

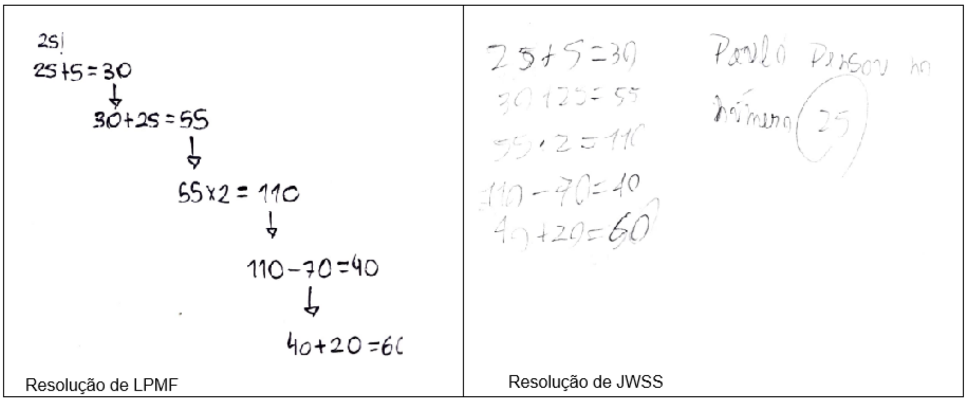
Figura 31: Resolução do Problema 02 pelo participante WFS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Dois participantes, LPMF e JWSS, utilizaram a mesma estratégia dos participantes DVVL, AS, IGS e ACSS, que foi testar valores, seguindo as operações indicadas para encontrar o resultado 60.

Figura 32: Resolução do Problema 02 pelos participantes LPMF e JWSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

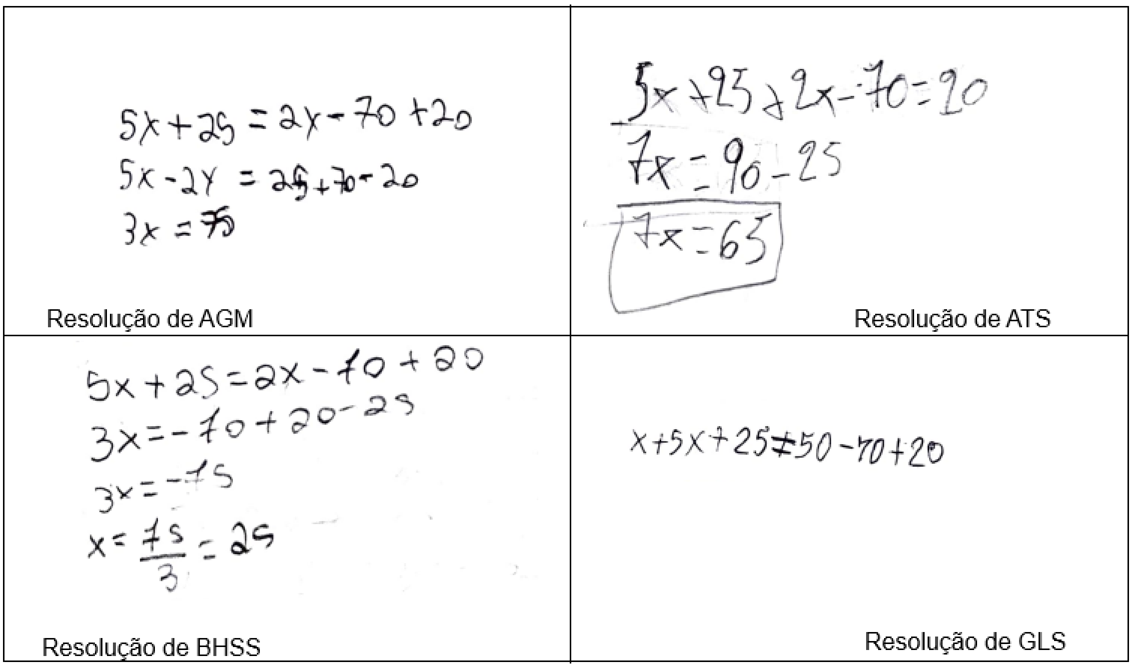
É possível observar que os dois participantes se equivocaram na primeira etapa das operações indicadas no problema “multiplique esse número por 5”. Ao invés dos de LPMF e JWSS multiplicar o 25 por 5, eles adicionaram 5 e seguiram realizando as outras etapas corretamente. Segundo Duval (2012b), tais erros ocorrem quando a correspondência semântica entre os significantes dos registros de partida e chegada não é claramente compreendida.

O estudante JWSS cometeu o mesmo equívoco no Problema 01, como mostra a Figura XX ao trocar o signo “x” ou “.” pelo “+”. O mesmo aconteceu na resolução de outros estudantes, o que nos deixa com o questionamento se foi um erro por distração ou por uma lacuna na aprendizagem.

Dos 20 participantes, 5 utilizaram como estratégia de resolução a conversão do problema para a representação algébrica, porém, nenhum deles conseguiu chegar à solução.

Os estudantes BHSS, ATS, AGM e GLS não conseguiram posicionar o signo “=” no local correto da equação, eles não compreenderam que ao final de toda expressão deveria igualar a 60 (= 60).

Figura 33: Resolução do Problema 02 pelos participantes AGM, ATS, BHSS e GLS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

É possível notar que AGM, ATS e BHSS interpretaram o termo significante “dobre esse resultado” como “2x”, porém o resultado no qual o problema se refere é o da “multiplicação do número pensado por 5, adicionado de 25”, ou seja, a conversão correta para o termo “dobre esse resultado” é (5x + 25) . 2.

O participante GLS representou o número pensado por “x” e adicionou o número a “5x”. Na representação do dobro do resultado, GLS compreendeu que era para dobrar o número 25 e obteve 50, como é possível também observar na Figura 31.

De acordo com Duval (2009), a conversão entre diferentes registros de representação é essencial para a compreensão matemática. No caso do Problema 02, os estudantes que tentaram converter o problema para o registro algébrico enfrentaram dificuldades, como a posição incorreta do sinal "=" e a interpretação equivocada de termos significantes, como "dobre esse resultado". Esses desafios revelam lacunas na habilidade de conversão, que é uma das bases da TRRS.

Duval, em 1970, formulou um questionário, o qual foi aplicado em diversas de 8º ano em escolas francesas. Nesse questionário, os estudantes precisavam converter expressões em linguagem natural para a linguagem algébrica e vice-versa. A orientação para os estudantes foi que cada inteiro diferente fosse representado por letras distintas (Duval, 1971). Podemos observar dos resultados desse questionário na Figura 32:

Figura 34: Resultados do questionário

I	II	I →II	II→I
1. A soma dos dois produtos de dois inteiros, todos os inteiros sendo diferentes	a.b + c.d	90%	90%
2. O produto de um inteiro pela soma de dois outros	a(b + c)	71%	74%
3. A soma dos produtos de um inteiro com dois outros inteiros	a.b + a.c	48%	87%

Fonte: Duval (2009)

A expressão “2” é a mesma expressão que os participantes dessa pesquisa precisaram representar e não tiveram êxito. Segundo Duval (2009), essa dificuldade na representação da segunda expressão se dá pelo fato de ela não ser “organizada simetricamente contornando um signo central de operação” (p.74).

O participante MBSV foi o único que que chegou mais próximo da conversão correta para a representação algébrica. Abaixo, na Figura 32 é possível ver a resolução do participante MBSV.

Figura 35: Resolução do Problema 02 pelo participante MBSV

$$5x+25.2-70+20=60$$
$$5x=60-25.2+70-20$$
$$5x=720$$
$$x=\frac{120}{5}=24$$

Resolução de MBSV

Fonte: Organizado pela Autora (2024)

O equívoco cometido por MBSV, ocorreu justamente por não compreender que dobrar o resultado, implicaria multiplicar tanto o 5x quanto o 25 por 2. O mesmo aconteceu com os três participantes, citados anteriormente. Esse erro evidencia uma falha no entendimento do registro algébrico e reforça a ideia de que a manipulação algébrica requer não apenas habilidade procedimental, mas também compreensão conceitual, como discutido por Moretti; Brandt e Almouloud (2022).

Duval (2012b) aponta que a conversão é uma das atividades cognitivas mais complexas no aprendizado matemático. De acordo com Moretti; Brandt e Almouloud (2022), a conversão é um processo semiocognitivo essencial na aprendizagem matemática, especialmente em situações que exigem a transição entre a linguagem natural e o registro algébrico. Essa transição pode ser comprometida por lacunas na compreensão das operações semânticas e na escolha adequada dos símbolos.

Apesar do Problema 02 ter baixo grau de não congruência semântica, os erros apresentados, como a troca de signos e a interpretação inadequada de expressões, revelam que mesmo com uma congruência semântica relativamente favorável, há lacunas no entendimento semiótico dos participantes dessa pesquisa.

10.2.3 Análise das Resoluções do Problema 03

No segundo encontro com os participantes foi proposto o Problema 03 e, conforme analisamos anteriormente, ele tem um médio grau de não congruência semântica, pois dos três critérios descritos por Duval (2009), ele cumpre apenas um deles.

Na nossa análise, supomos que os estudantes teriam maior dificuldade na resolução do Problema 03 em comparação aos outros problemas resolvidos. Dos 20 participantes, apenas 4 conseguiram resolver o problema corretamente e, diferente dos Problemas 01 e 02, muitos deixaram o problema sem tentativa de resolução. Moretti, Brandt e Almouloud (2022) destacam que a conversão de um registro para outro é um processo semiocognitivo central na aprendizagem matemática, mas que muitas vezes é comprometido pela ausência de congruência semântica.

De acordo com Duval (2009) “as dificuldades concernentes à não-congruência se traduzem com mais frequência pelos fracassos nas tarefas que requerem uma conversão de representação” (p.80).

Na Figura 36 relembramos o enunciado do Problema 03, o qual foi proposto no

2º encontro com os participantes:

Figura 36: Enunciado do Problema 03

Comprei os seguintes livros escritos por Fiódor Dostoiévski. Eles custaram R$245,00 em uma feira de livros. Pelo livro A eu paguei R$25,00 a mais do que paguei pelo livro B. O livro C custou o triplo do valor que paguei pelo livro B. Quanto eu paguei em cada livro?

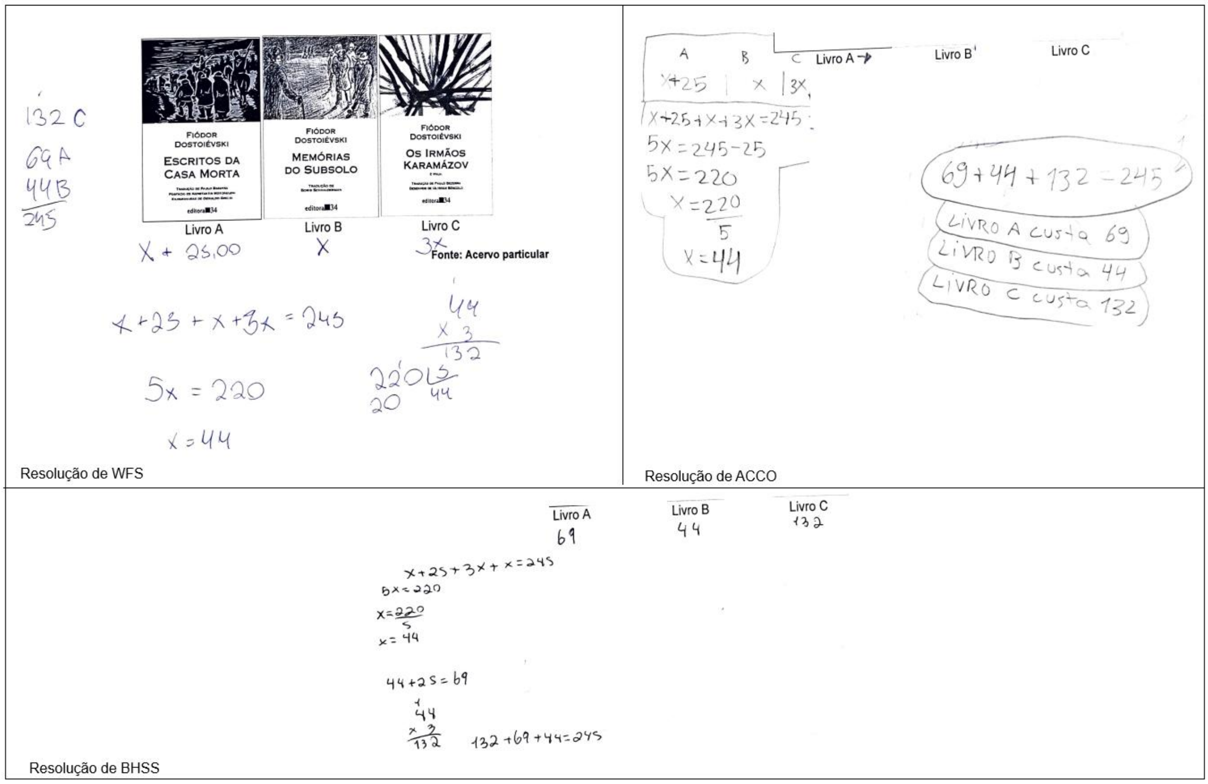
Livro A Livro B Livro C

Fonte: Acervo particular

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Dos 4 participantes, 3 deles utilizaram como estratégia de resolução a conversão do problema para a representação algébrica. Na Figura 33, é possível observar a resolução dos participantes WFS, ACCO e BHSS partindo da conversão da representação língua natural para a representação algébrica.

Figura 37: Resolução do Problema 03 pelos participantes WFS, ACCO e BHSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Os participantes WFS e ACCO realizaram as conversões dos termos significantes relacionados aos valores pagos por cada livro. Em seguida, adicionaram as expressões que representam os valores pagos pelos livros e igualaram a 245 (custo total dos livros).

O estudante BHSS não fez a conversão dividida em partes como os dois participantes citados acima. Ele converteu o problema direto em uma equação do 1º grau, relacionando os valores dos livros A e C com o valor do livro B, somando as expressões e igualando a 245.

Os participantes WFS, ACCO e BHSS obtiveram êxito na conversão da descrição do problema (em língua natural) para o registro algébrico. Eles representaram as relações entre os valores dos livros de forma simbólica:

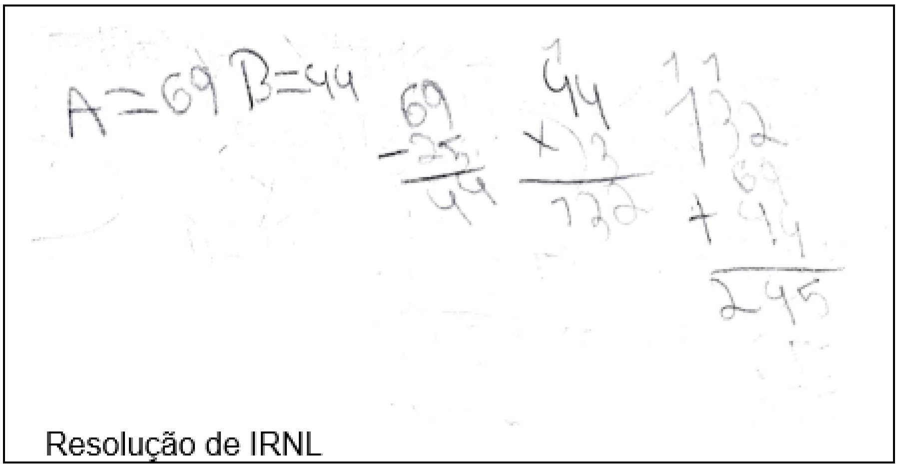
- Valor do livro B = x
- Valor do livro A = x + 25 (25 reais a mais que o livro B)
- Valor do livro C = 3x (triplo do valor do livro B)

Essa conversão permitiu que eles formulassem uma equação: x + (x + 25) + 3x = 245. Essa representação é um exemplo de conversão bem-sucedida, como descrito por Duval (2012b), na qual a equivalência referencial entre os registros é preservada.

WFS, ACCO e BHSS, fizeram o tratamento corretamente e, ao encontrarem o resultado de x, substituíram nas expressões correspondentes ao valor de cada livro. Para o livro B o valor encontrado foi 44 reais, para o livro A 69 reais e para o livro C 132 reais.

O estudante IRNL chegou à solução do problema, porém a estratégia utilizada foi testar valores, como podemos observar na Figura 34:

Figura 38: Resolução do Problema 03 pelo participante IRNL

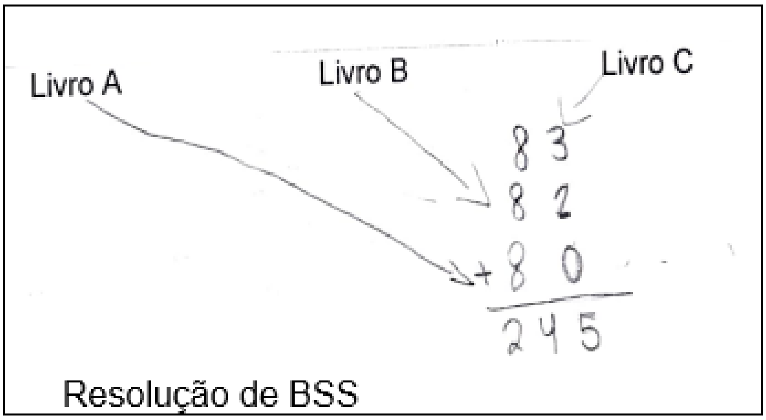


Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Essa estratégia evita a conversão para o registro algébrico, o que sugere dificuldades em interpretar e transpor as informações da língua natural para símbolos matemáticos, como discutido por Duval (2012b).

O participante BSS também testou valores, porém não verificou se estes satisfaziam as premissas do Problema 03 e apesar de chegar ao resultado 245, os valores encontrados não é a solução do problema. Tal abordagem reflete dificuldades em compreender as relações matemáticas expressas no problema e a importância de validar as soluções. Segundo Duval (2012b), isso reflete uma dificuldade em estabelecer conexões significativas entre os elementos matemáticos envolvidos.

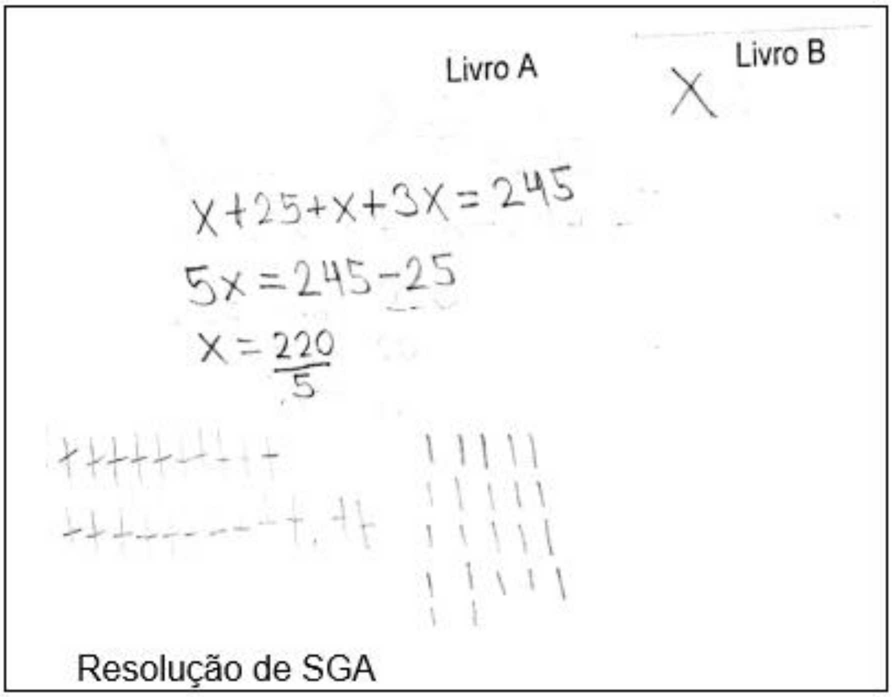
Figura 39: Resolução do Problema 03 pelo participante BSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Na Figura 36 é possível observar que o participante SGA conseguiu realizar a conversão do problema para a representação algébrica, iniciou o tratamento corretamente, porém parou a resolução no momento da divisão.

Figura 40: Resolução do Problema 03 pelo participante SGA



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Refletindo sobre a resolução de SGA, questiono se o estudante não concluiu a resolução da equação por não saber dividir. Isso pode indicar limitações no domínio de operações matemáticas ou insegurança em etapas específicas do tratamento, aspectos mencionados por Moretti (2024) como comuns em estudantes com lacunas conceituais. Na Figura 36, podemos ver que o participante utiliza traços e corta os traços para representar valores que ao invés de utilizar o algoritmo para resolver a operação subtração.

Moretti; Brandt e Almouloud (2022) destacam que a distância cognitiva causada pela não congruência semântica aumenta o custo cognitivo da conversão. Mesmo quando a conversão é realizada corretamente, a não congruência pode dificultar a validação das resoluções ou o tratamento adequado.

10.2.4 Análise das Resoluções do Problema 04

No 3º encontro com os estudantes, foi proposto o Problema 04 que, segundo nossa análise inicial, tem um alto grau de não-congruência semântica, pois não cumpre nenhum dos três critérios estabelecidos por Duval (2009) e, por este motivo, supomos que este seria o problema no qual os participantes teriam maior dificuldade na resolução. Esse alto grau de não-congruência dificultou a conversão dos dados do problema da linguagem natural para a representação algébrica.

Os desafios apresentados pelos participantes em relação ao Problema 04 são consistentes com as discussões de Duval (2012b) e Moretti; Brandt e Almouloud (2022), especialmente no que diz respeito à não-congruência semântica e à conversão entre registros semióticos.

Relembraremos, através da Figura

Figura 41: Enunciado do Problema 04

Nos Jogos Olímpicos Paris 2024, a seleção brasileira de basquete venceu a seleção japonesa com uma diferença de 18 pontos. Se o total de pontos marcados nesse jogo foi 186 pontos, quantos pontos a seleção brasileira marcou?

Fonte: https://olympics.com/pt/noticias/brasil-vitoria-japao-basquete-masculino-paris-2024

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

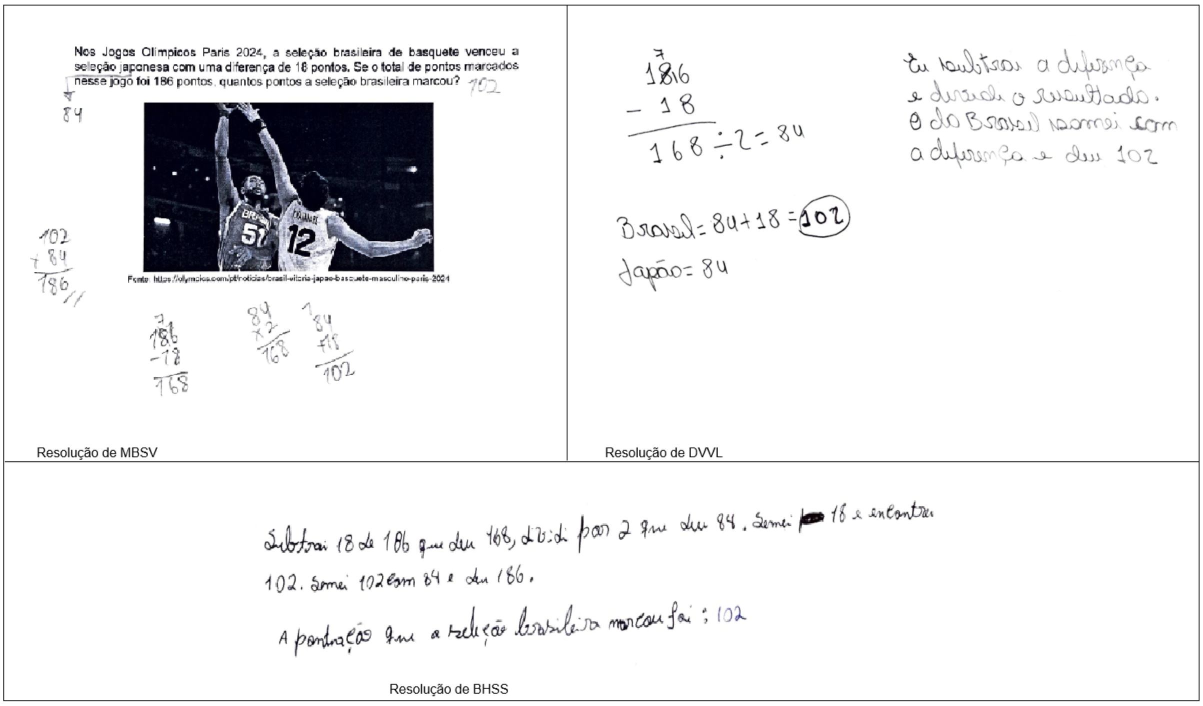
Dos 20 participantes, apenas 4 conseguiram chegar à solução do problema e, desses 4, apenas 1 conseguiu resolver convertendo o problema escrito na língua natural para o registro algébrico. Os outros três estudantes, utilizaram a aritmética para resolver.

> Essas dificuldades de compreensão conceitual, as quais se manifestam principalmente pelo fracasso da conversão em caso de não-congruência e pela ausência de transferência dos conhecimentos de fora das situações standards de aprendizagem. (Duval, 2009, p. 82)

Na Figura 37 podemos observar que os participantes MBSV, BHSS e DVVL utilizaram a mesma estratégia de resolução: Subtraíram 18 (diferença de pontos) de 186 (total de pontos), dividiram o resultado por 2 (a mesma quantidade de pontos para as duas seleções) e, para saber a pontuação da seleção brasileira, adicionaram a diferença de pontos (18).

Duval (2009) destaca que os modelos operatórios que priorizam o tratamento matemático permitem superar limitações do modelo linguístico. No caso, os participantes que resolveram o problema usando aritmética (MBSV, BHSS, DVVL) conseguiram tratar os dados sem depender diretamente de uma conversão algébrica.

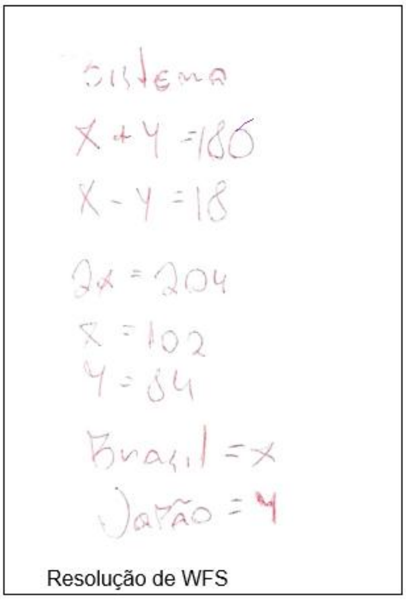
Figura 42: Resolução do Problema 04 pelos participantes MBSV, DVVL e BHSS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

WFS foi o único dos quatro participantes, que utilizou como estratégia de resolução a conversão do problema para a representação algébrica e, diferentemente do que tínhamos previsto na análise do Problema 04, ele não escreveu o problema como uma equação do 1º grau, mas sim como um sistema de equações do 1º grau. Sua estratégia destaca a importância da identificação das incógnitas, para explanar e validar resoluções.

Figura 43: Resolução do Problema 04 pelo participante WFS



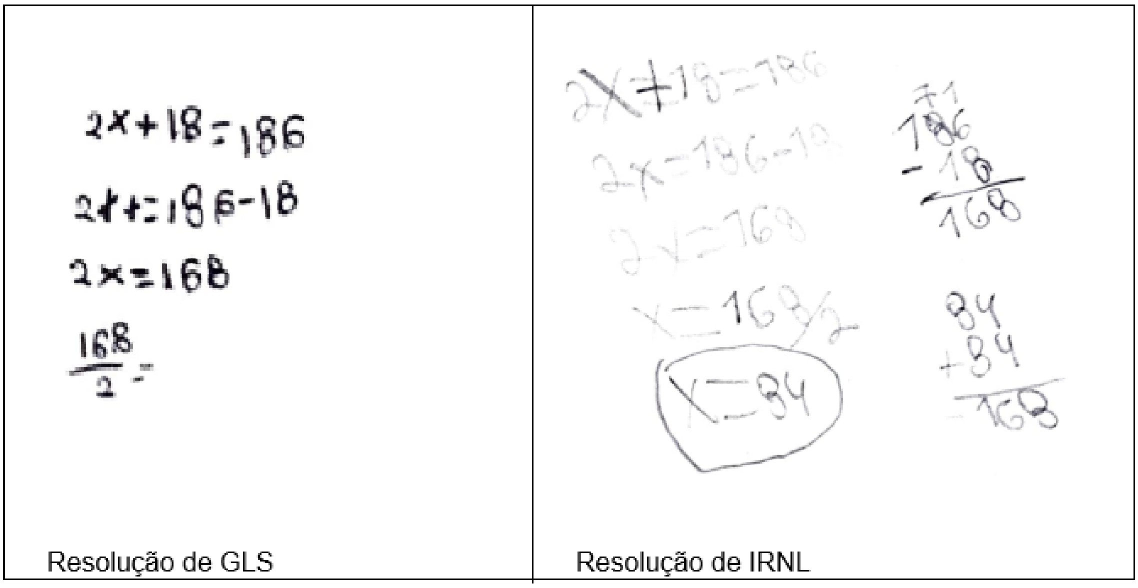
Resolução de WFS

Fonte: Organizado pela Autora (2024)

É importante salientar que o estudante WFS além de conseguir converter para um sistema de equações do 1º grau também identificou as incógnitas, para poder deixar a solução clara. Em um sistema de equações, não basta calcular as incógnitas, é preciso identificá-las para encontrar a solução do problema.

Dos participantes que tentaram resolver o problema convertendo o problema para a representação algébrica através da equação do 1º grau, dois conseguiram converter corretamente, mas tiveram dificuldade com o tratamento e com a identificação da incógnita, como podemos verificar na Figura 39:

Figura 44: Resolução do Problema 04 pelos participantes GLS e IRNL

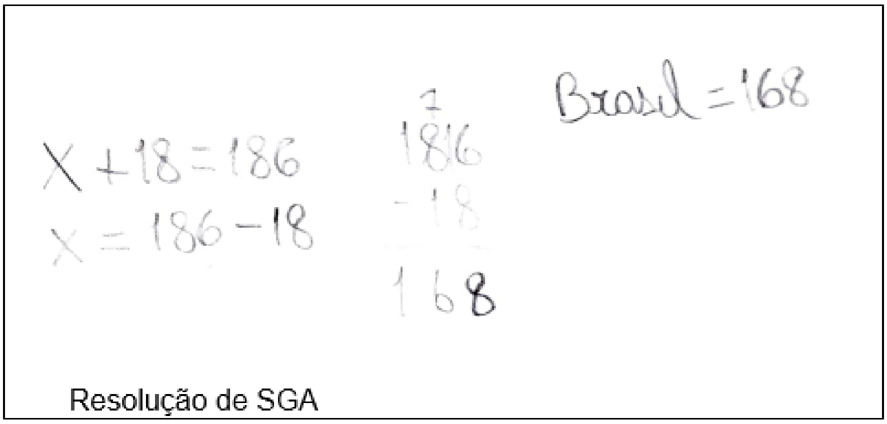


Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Apesar do participante GLS ter conseguido fazer a conversão do problema para a representação algébrica, ele mostrou dificuldade no momento de efetuar a divisão e não continuou a resolução do problema. Em contrapartida, o participante IRNL teve êxito na conversão do problema para a representação algébrica, realizou o tratamento corretamente e encontrou o valor 84, porém, ele não compreendeu que o valor encontrado não era a solução do problema. Ele precisava encontrar a quantidade de pontos marcados pela seleção brasileira.

Diferente de GLS e IRNL, o participante SGA converteu para a representação algébrica, no entanto, não conseguiu fazê-la corretamente.

Figura 45: Resolução do Problema 04 pelo participante WFS



Fonte: Organizado pela Autora (2024)

Na Figura 40 é possível notar que o participante, por não compreender o problema, não consegue realizar a conversão para a representação algébrica corretamente e, com esse equívoco, não foi possível chegar à resolução do Problema 04.

10.2.5 Síntese da Análise das Resoluções dos Problemas

A análise dos dados foi realizada com os seguintes objetivos: identificar estratégias que os estudantes do 9º ano utilizam na resolução de problemas de equação do 1º grau, ao fazerem conversões e tratamentos de registros de representação, e analisar dificuldades relacionadas às conversões e tratamentos de registros de representação, apresentadas por estudantes do 9º ano, ao resolverem problemas de equação do 1º grau.

Os resultados indicam que os estudantes participantes dessa pesquisa apresentaram durante a resolução dos problemas dificuldade tanto nas conversões para o registro algébrico quanto no tratamento desses registros. A seguir, detalharemos os principais resultados observados e discutiremos suas implicações.

Os quatro problemas foram formulados de forma que o primeiro foi um problema com congruência semântica, o segundo com um baixo grau de não congruência semântica, o terceiro com um médio grau de não congruência semântica e o quarto problema com um alto grau de não congruência semântica. Na Tabela 11, destacamos a quantidade de acertos e erros nas soluções de cada problema:

Tabela 11: Quantidade de acertos e erros dos problemas

	Problema 01	**Problema 02**	**Problema 03**	**Problema 04**
Acertos	5	5	4	4
Erros	15	15	16	16

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Nossa hipótese ao formular os problemas foi que os estudantes teriam mais dificuldade na resolução do 4º problema e menos dificuldade na resolução do 1º problema pelos fatores relacionados à congruência semântica e, com isso, a quantidade de acertos cairia, porém, essa queda na quantidade de acertos não se deu como esperávamos, pois, conforme a análise do Problema 04, nossa hipótese era que os estudantes teriam mais erros nesse problema em comparação com os anteriores. Como é possível observar na Tabela 11, os problemas 01 e 02 tiveram 5 acertos e os problemas 03 e 04 tiveram 4 acertos.

Dos participantes que acertaram a resolução dos problemas, 5 deles utilizaram a estratégia de resolução a partir da conversão do problema para o registro algébrico no Problema 01, nenhum deles utilizou essa estratégia no Problema 02, 3 converteram para o registro algébrico no Problema 03 e 1 participante utilizou a conversão para o registro algébrico como estratégia de resolução no Problema 04. Na Tabela 12 detalhamos esses dados.

Tabela 12: Estratégias de resolução e quantidade de participantes que utilizou cada estratégia

	Problema 01	**Problema 02**	**Problema 03**	**Problema 04**
Quantidade de participantes que utilizaram a estratégia de resolução através da conversão do problema para o registro algébrico	5	0	3	1
Quantidade de participantes que utilizaram a estratégia de resolução através da Aritmética	0	5	1	3

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Uma reflexão, que surgiu durante as análises, foi em relação ao Problema 01, que nenhum dos participantes tentou resolver com procedimentos numéricos. Todas as tentativas de resolução foram através da conversão do problema para o registro algébrico. Um dos motivos pode ter relação com o fato do Problema 01 ter sido o único que não foi um problema e, como os estudantes não conseguiram fazer uma relação com algo real, eles não viram um modo de resolver aritmeticamente.

Analisando apenas a estratégia utilizada pelos participantes de converter os problemas para o registro algébrico, é possível perceber que houve uma queda na quantidade de conversões e tratamentos realizados corretamente. Acreditamos que esse fato ocorreu em consequência do aumento dos níveis de não congruência semântica dos problemas, fazendo com que os estudantes tivessem mais dificuldade em converter os problemas para o registro algébrico.

Notamos também, que alguns estudantes conseguiram converter para o registro algébrico, porém não conseguiram fazer o tratamento corretamente e apresentaram dificuldade na compreensão da equação do 1º grau como uma relação de equivalência entre os membros, como podemos verificar na Tabela 13:

Tabela 13: Conversões e tratamentos nas resoluções dos problemas

	Problema 01	**Problema 02**	**Problema 03**	**Problema 04**
Conversões para o registro algébrico e tratamentos corretos	5	0	3	1
Conversões para o registro algébrico corretas e tratamentos incorretos	3	0	1	2

Fonte: Elaborado pela Autora (2024)

Dos 20 participantes dessa pesquisa, apenas WFS conseguiu resolver os quatro problemas corretamente e, exceto o Problema 02, todos os outros problemas foram resolvidos por ele utilizando a estratégia de converter o problema para o registro algébrico.

Durante a coleta dos dados foi notável que, muitos participantes, os quais não conseguiram resolver os problemas, durante nossa conversa sobre os problemas no final de cada encontro, mostraram através do discurso oral, suas estratégias de resolução. Porém, não conseguiram fazê-lo através do discurso escrito.

Com base nos resultados apresentados, uma abordagem alternativa recomendada seria coletar, além do discurso escrito, também explorar o discurso oral dos estudantes, visando analisar a compreensão e a resolução dos problemas dos participantes, que não conseguem fazê-la através do discurso escrito.

Em resumo, a análise apresentada demonstra como as dificuldades, descritas por Duval (2009), na conversão e no tratamento entre registros, afetam diretamente o desempenho dos estudantes na resolução de problemas. Essa correlação sublinha a importância de práticas pedagógicas que desenvolvam habilidades de conversão e articulação entre diferentes registros semióticos.

11. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou responder à seguinte questão de pesquisa: Quais dificuldades os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolver problemas de equação do 1º grau e as estratégias utilizadas no que diz respeito à conversão e tratamento de registros de representação?

Tivemos como objetivo analisar dificuldades apresentadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações polinomiais do 1º grau e as estratégias de resolução utilizadas por esses estudantes. Utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval como base teórica, buscamos compreender as dificuldades apresentadas pelos estudantes e identificar as abordagens adotadas durante o processo de resolução.

Ao longo da pesquisa, foi possível observar que, apesar de os estudantes demonstrarem um conhecimento básico sobre a resolução de problemas de equação do 1º grau, muitos enfrentam dificuldades ao lidar com a conversão de registros de representação. Os estudantes tendem a recorrer ao registro algébrico de forma inadequada e utilizam estratégias aritméticas para resolver as questões, o que limita a compreensão mais profunda dos conceitos envolvidos.

Contudo, um aspecto relevante emergiu das discussões: mesmo diante das dificuldades ao resolver os problemas por escrito, muitos estudantes foram capazes de verbalizar suas estratégias de resolução durante os encontros, evidenciando a importância do discurso oral como uma ferramenta complementar no processo de aprendizagem.

Apesar dessas dificuldades, um aspecto positivo emergiu das análises: a verbalização das estratégias de resolução durante os encontros. Muitos estudantes, mesmo apresentando limitações no registro escrito, conseguiram explicar suas ideias e raciocínios por meio do discurso oral, evidenciando sua relevância como ferramenta complementar no processo de aprendizagem. Essa observação reforça a importância de considerar diferentes formas de expressão, como o discurso oral, para enriquecer o ensino da Matemática e proporcionar uma compreensão mais completa dos processos de resolução.

Em relação à questão de pesquisa, podemos afirmar que conseguimos atingir o objetivo geral do estudo e responder de maneira satisfatória à questão proposta. A pesquisa também revelou que o uso do discurso oral facilita a compreensão e a verbalização das estratégias de resolução, o que é essencial para o processo de aprendizagem.

Entretanto, algumas limitações foram identificadas. A amostra foi restrita a uma única turma de 9º ano de uma escola pública em Recife-PE, o que pode limitar a generalização dos resultados. Além disso, fatores externos, como o contexto escolar e o apoio familiar, não foram investigados em profundidade, mas podem influenciar o desempenho dos estudantes na resolução de problemas matemáticos.

Diante dessas limitações, sugerimos que futuras pesquisas explorem o uso de metodologias de ensino diferenciadas, como o emprego de tecnologias educacionais e abordagens mais dinâmicas para o ensino da Matemática. Além disso, seria relevante investigar como fatores emocionais e psicossociais influenciam as estratégias de resolução de problemas e no processo de aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, futuras pesquisas podem buscar responder às seguintes questões: De que forma o uso de múltiplas representações pode favorecer a compreensão conceitual dos estudantes em relação aos conceitos algébricos? Quais estratégias pedagógicas podem minimizar as dificuldades na conversão entre diferentes registros de representação semiótica? Como fatores emocionais, como a ansiedade matemática, podem impactar na escolha e na eficácia das estratégias de resolução de problemas?

De acordo com a TRRS, o aprendizado matemático é enriquecido quando os estudantes trabalham com múltiplos registros e estabelecem conexões significativas entre eles. A dificuldade dos participantes em compreender a equivalência entre os membros da equação e os princípios que fundamentam sua resolução indica que as práticas de ensino podem ter enfatizado o tratamento algébrico, negligenciando a integração com outros registros e a compreensão conceitual.

Portanto, a análise a resolução dos problemas sob a ótica da TRRS evidencia que a compreensão dos estudantes está centrada no tratamento algébrico mecânico e limitado, com dificuldades significativas na conversão e interpretação entre registros, o que compromete a construção de um entendimento mais robusto da resolução de equações do 1º grau.

Por exemplo, erros recorrentes, como a troca do signo “x” por “+” ou a má interpretação de instruções como "dobre esse resultado", evidenciam uma falta de familiaridade com a linguagem simbólica matemática. Esses erros corroboram as observações de Duval (2009), que aponta a dificuldade em interpretar significantes e realizar conversões como um dos principais obstáculos no aprendizado matemático.

Para superar dificuldades como as observadas, a TRRS sugere a importância de trabalhar com múltiplos registros e promover conexões entre eles. Por exemplo, integrar a representação gráfica, verbal ou tabular poderia ajudar os participantes a visualizar e compreender melhor os princípios subjacentes à resolução da equação, fortalecendo sua capacidade de realizar tanto a conversão quanto o tratamento.

Outro ponto relevante foi a ausência de tentativas de resolução em problemas relacionado ao grau de não-congruência semântica, como o Problema 03. Como descrito por Duval (2009), problemas com alta não congruência entre registros requerem maior esforço cognitivo para identificar as relações e realizar a conversão, o que pode inibir os estudantes.

A análise também mostrou que a dificuldade em aplicar conhecimentos algébricos fora do contexto padrão de aprendizagem reflete a necessidade de articular registros distintos para evitar limitações conceituais. A conversão para o registro algébrico foi identificada como um dos maiores desafios, evidenciando a importância de desenvolver a fluência na transição entre registros, conforme destacado por Duval (2009).

Durante a pesquisa, identificamos diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. Uma das abordagens mais comuns observadas foi a tentativa de resolver as equações por meio de procedimentos aritméticos, evitando a manipulação algébrica formal. No problemas, cujos contextos remetiam à vida real, muitos estudantes recorreram ao cálculo direto dos valores numéricos, aplicando operações básicas sem necessariamente estabelecer uma relação entre os termos da equação. Essa estratégia sugere uma forte dependência dos estudantes em relação ao pensamento numérico e dificuldades na generalização dos conceitos algébricos.

Além disso, observamos que alguns estudantes empregaram a estratégia de substituição de valores na tentativa de verificar se determinada resolução era válida, sem necessariamente compreender os princípios que regem a equivalência entre os membros da equação. Essa estratégia indica uma abordagem baseada na experimentação, que pode ser útil em alguns casos, mas não promove um entendimento profundo dos conceitos algébricos envolvidos. Também notamos que, diante da dificuldade de realizar a conversão entre registros, alguns estudantes optaram por permanecer exclusivamente no registro numérico ou algébrico, sem explorar outras formas de representação que poderiam facilitar a resolução.

Outra estratégia relevante identificada foi o uso do discurso oral para explicar o raciocínio por trás da resolução dos problemas. Mesmo quando os estudantes encontravam dificuldades para expressar suas ideias de maneira formalizada no papel, muitos conseguiam verbalizar corretamente os passos seguidos e justificar suas escolhas. Esse dado reforça a importância do discurso oral como um suporte cognitivo no processo de aprendizagem, permitindo que os estudantes articulem suas ideias e revejam seus próprios processos de resolução. Dessa forma, a combinação entre diferentes registros e a valorização da comunicação oral podem desempenhar um papel essencial na superação das dificuldades observadas na conversão e no tratamento de registros de representação semiótica.

Em conclusão, esta pesquisa contribui significativamente para a compreensão das dificuldades enfrentadas pelos estudantes na conversão e no tratamento de registros de representação em problemas de equação do 1º grau e destaca a importância de considerar tanto o discurso escrito quanto o oral como ferramentas complementares no ensino de Matemática.

Acreditamos que a implementação de abordagens pedagógicas que incentivem a reflexão crítica sobre as estratégias de resolução de problemas pode resultar em um ensino mais eficaz e significativo, promovendo uma aprendizagem mais profunda e duradoura.

12. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. **Abordagens Semióticas em Educação Matemática. Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 696-726, agosto de 2018. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2018000200696&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 08 de setembro de 2021.

ANDRADE, Thais. **Jornadas [livro eletrônico]: Novos caminhos: Matemática**: 7º ano / obra coletiva; editora responsável: Thais Marcelle de Andrade. -- 1. ed. -- São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini: 7º ano:** manual do professor/ Edwaldo Bianchini. 10 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

BOGDAN, Roberto; SARI, Biklen. **Investigação qualitativa em educação.** Porto: Editora Porto, 1999.

BRANDT, Célia**. Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração decimal**. 2005 246 f. Tese (Doutorado em Educação Científica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em 05 de setembro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Resultados (Brasil, estados e municípios) do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica 2021.** Brasília, 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados> Acesso em 28 de maio de 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Planilhas de Resultados (Brasil, estados e municípios) Saeb 2021.** Brasília, 2022. Disponível em: < https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/apresentacao_saeb_2021.pdf> Acesso em 10 de maio de 2023.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental - Matemática.** Secretaria de Educação Média e Tecnógica. Brasília, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf > Acesso em 19 de novembro de 2024.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Teoria do Flow, pesquisa e aplicações.** Com Ciência [online]. 2014, n.161, pp. 0-0. ISSN 1519-7654.

COSTA, Manoel, et al. "**O ensino de matemática através da Resolução de Problemas: uma proposta metodológica para a aprendizagem de equação polinomial do 1º grau com uma incógnita."** Com a Palavra, o Professor, Vitória da Conquista, v.7, n.18, 192-211, maio-agosto/ 2022

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica: sua presença e sua importância da matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DANTE, Luiz. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 1994.

DANTE, Luiz. **Teláris Essencial** [livro eletrônico]: Matemática: 7º ano/ Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. -- 1. ed. – São Paulo: Ática, 2022.

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A.(org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução: Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012 (a).

DUVAL, Raymond. **Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência.** Tradução: Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 7, n. 1, p. 97-117, 2012(b).

ECHEVERRÍA, Maria; POZO, Juan. **Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender**. In POZO, J. I.(org.). A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998.

FILHO, Nilo. **Os Sistemas de Equações em Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental sob a Perspectiva da Teoria dos Registros de Representações Semióticas**, 2019, 50 f.: il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos.3 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. – (Coleção Formação de Professores)

GAY, Mara Regina Garcia (editora). **Araribá conecta matemática: 7ºano: manual do professor.** Editora Moderna (Org). 1. ed. São Paulo: Moderna,2022. Disponível em: https://pnld.moderna.com.br/colecao/fundamental-2/matematica/arariba-conecta-matematica/.

GIOVANNI JÚNIOR, José. **A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais** / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7. ed. Barueri, SP: Atlas, 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade [livro eletrônico]: 7º ano** /Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. – 10. ed. – São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022. Disponível em: https://www.edocente.com.br/pnld/matematica-realidade-7o-ano-pnld-2024-objeto-1-anos-finais-ensino-fundamental/

LESTER, F. K. J. R**. Methodological consideration in research on mathematical problemsolving instruction**. Indiana University. Indianapolis, 1985.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas – SP: Papirus, 1997.

LOUREIRO, V. **Dificuldades na aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do ensino médio,** 2014, 59 f.: il. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas, Vitória.

LUZ, Rafael. **O ensino de álgebra no ensino fundamental utilizando a resolução de problemas à luz dos registros de representação semiótica**, 2020, 68 f.: il. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade Estadual do Maranhão, São Luís.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua.** São Paulo: Cortez, 2011.

MARCONI, Marina; LAKATOS, Eva. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2004.

MEDEIROS, Kátia. **O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula.** Educação Matemática em revista, v. 8, n. 9/10, p. 32-39, 2001.

MEDEIROS, Kátia. **"A Aula de Matemática Durante a Pandemia do Covid-19 no Brasil: Aumentar a Matematofobia ou contribuir para Matematofilia?" In M. A. Kistemann Junior & F. C. Sevarolli (Coords.), Pandebook: cabeças pensantes na pandemia Volume 2. 171-191**. Akademy. Taubaté, 2021.

MORETTI, Méricles; BRANDT, Celia; ALMOULOUD, Saddo. **A Noção de Congruência Semântica na Aprendizagem Matemática**. Boletim GEPEM, n. 81, p. 175-187, 2022.

MORETTI, Méricles. **Análise de atividades didáticas segundo a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval**. Revista Catarinense de Educação Matemática, v. 3, n. 1, p. -, 27 jun. 2024.

OLIVEIRA, Rita. (**Entre) Linhas de uma pesquisa: O Diário de Campo como dispositivo de (in)formação na/da abordagem (Auto)biográfica**. *Revista*

Brasileira de Educação de Jovens e Adultos, *2*(4), 69-87. Recuperado de: https://www.revistas.uneb.br/index.php/educajovenseadultos/article/view/1059/730

PEREIRA, M. **O Ensino e aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas no 3°ciclo do Ensino Fundamental**, 2004, 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco**. 2018. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/17691/CURRICULO%20DE%20PERNAMBUCO%20-%20ENSINO%20FUNDAMENTAL.pdf> Acesso em: 12 de setembro de 2021.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **SAEPE – 2019** . Disponível em: < https://avaliacaoemonitoramentopernambuco.caeddigital.net/#!/resultados-area-publica-vinte-um?DADOS.VL_FILTRO_ETAPA=9%C2%B0%20ANO&DADOS.VL_FILTRO_DISCIPLINA=MT&DADOS.VL_FILTRO_REDE=ESTADUAL> Acesso em: 10 de maio de 2023.

PINHEIRO, Joseane; MEDEIROS, Kátia. **As perguntas para desenvolver estratégias: álgebra e resolução de problemas no ensino médio.** Revista Baiana de Educação Matemática, v. 01, p. 01-25, e202010, jan/dez, 2020.

POFFO, E. M. **Vivenciando a matemática por meio da resolução de problemas: um caminho para o ensino de matemática.** 2011. 161f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RODRIGUES, A. C. **As quatro operações matemáticas: das dificuldades ao processo ensino e aprendizagem.** 2019. 84 f. : il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática.** Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br.> Acesso em: 15 de setembro de 2021.

SANTOS, Marcia; ROSA, Elias. **Disrupção da educação: um olhar sobre a exclusão digital de estudantes de baixa renda na pandemia.** Revista Educação Pública, Rio de Janeiro, v. 23, nº5, 7 de fevereiro de 2023. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/23/5/disrupcao-da-educacao-um-olhar-sobre-a-exclusao-digital-de-estudantes-de-baixa-renda-na-pandemia

SANTOS, Patricia. **Dificuldade de leitura e de escrita de alunos no 4º e 5º anos do fundamental I em uma escola municipal de Caruaru: um estudo pós-pandemia Covid-19**. 2023.30 f.TCC Graduação - Curso de Pedagogia, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2023.

SAUSSURE, Ferdinand. **Cours de linguistique Générale.** Paris: Payot. [Trad. It.: De Mauro T. (Ed.) (1968). Corso di linguistica generale. Bari: Laterza].

SECAFIM, Mariana. **Metacognição no ensino-aprendizagem de porcentagem na Educação de Jovens e Adultos.** 2018. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2018.

SILVA, Saulo. **Registros de representação semiótica da função afim em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental**, 2022. 98 f.: il. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife.

SOARES, Júlia. **Problemas fechados, problemas abertos e situações problemáticas.** (2013).

SILVEIRA, J.F.P. **O que é um problema matemático?** Disponível em: <www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>. Versão14 mar. 2001. Acesso em: 02 mai. 2024.

SOUZA, Joamir. **Matemática Realidade & Tecnologia: 7º Ano: ensino fundamental: anos finais**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2018.

TEIXEIRA, Lilian. **SuperAÇÃO! Matemática: 7º ano:** manual do professor / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável: Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo: Moderna, 2022.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995, p. 09-21.

ZETLAND. **Good Tape**. [Software de transcrição de áudio]. Copenhage, Dinamarca: ZETLAND, 2024. [Licença paga].

13. APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL (TAI)

Recife, ____ de ___________ de 2024.

Prezados (a) Senhor (a):

Solicitamos sua autorização para realização do projeto de pesquisa intitulada REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando as dificuldades nas conversões e tratamento de registros, de autoria da acadêmica Alessandra da Silva Ferreira, orientada pela professora Dra. Kátia Maria de Medeiros, em sua instituição.

Este projeto tem como objetivo investigar as dificuldades apresentadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações polinomiais do 1º grau.

Os procedimentos adotados serão: A participação do estudante consistirá em participar de uma entrevista, a qual terá como objetivo verificar o que os estudantes entendem sobre equação do primeiro grau e resolução de problemas e, posteriormente, responder presencialmente quatro problemas abertos de equação do primeiro grau.

Em outro encontro, farei a correção, em coletivo com os estudantes, o questionário que eles responderam no encontro anterior, com a finalidade de tirar as possíveis dúvidas que surgiram durante a resolução dos problemas.

. Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula das dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos participantes, na coleta de dados para os participantes, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o estudante não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os estudantes a terem uma postura ativa, durante toda resolução do questionário. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que, durante a pesquisa os estudantes estarão mantidos em local seguro e acompanhados, para evitar possíveis incidentes.

Espera-se, com esta pesquisa, compreender quais são as dificuldades que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental encontram na resolução de problemas de equação do 1º grau, proporcionando dados para estudos na área da Educação Matemática e, que adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Qualquer informação adicional poderá ser obtida dos telefones (81) 98789-2620 (Alessandra Ferreira) ou (83) 99639-3058 (Kátia Medeiros).

A qualquer momento, o senhor(a) poderá solicitar esclarecimentos sobre o trabalho que está sendo realizado, sem qualquer tipo de cobrança e poderá retirar sua autorização. Os pesquisadores estão aptos a esclarecer estes pontos e, em caso de necessidade, dar indicações para contornar qualquer mal-estar que possa surgir em decorrência da pesquisa ou não.

Os dados obtidos nesta pesquisa serão utilizados na publicação de artigos científicos, contudo, assumimos a total responsabilidade de não publicar qualquer dado que comprometa o sigilo da participação dos integrantes de sua instituição. Nomes, endereço e outras indicações pessoais não serão publicados em hipótese alguma, os bancos de dados gerados pela pesquisa só serão disponibilizados sem estes dados. A participação será voluntária, não fornecendo por ela qualquer tipo de pagamento por esta autorização bem como os participantes também não receberão qualquer tipo de pagamento.

Autorização Institucional

Eu, ____, responsável pela instituição Escola Municipal ________________________________, ______________________________(cargo/função) declaro que fui informado dos objetivos e procedimentos da pesquisa e concordo em autorizar a execução dela nesta instituição. Declaro também, que não receberemos qualquer pagamento por esta autorização, bem como também os participantes não receberão qualquer tipo de pagamento por sua participação na presente pesquisa.

____

Responsável pela Instituição (nome e carimbo)

____

Alessandra da Silva Ferreira

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a)____ (ou menor que está sob sua responsabilidade) para participar, como voluntário (a), da pesquisa REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando as dificuldades nas conversões e tratamento de registros.

Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Alessandra da Silva Ferreira, residente na xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx, CEP: xxxxxxxxx, Telefone (xx) xxxxx-xxxx e e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx e está sob a orientação de: Kátia Maria de Medeiros. Telefone: (xx) xxxxx-xxxx, e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxxx

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois não autorizar a participação do seu filho/a é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Descrição da pesquisa e esclarecimento da participação: A pesquisa será realizada com os estudantes do 9º ano, temos como objetivo investigar as dificuldades apresentadas por estes estudantes em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações do 1º grau.

A participação do estudante consistirá em participar de uma entrevista, a qual terá como objetivo verificar o que os estudantes entendem sobre equação do primeiro grau e resolução de problemas e, posteriormente, em três encontros, responder presencialmente os problemas de equação do primeiro grau.

Em outro encontro, farei a correção, em coletivo com os estudantes, o questionário que eles responderam no encontro anterior, com a finalidade de tirar as possíveis dúvidas que surgiram durante a resolução dos problemas. Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula das dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos participantes na coleta de dados.

RISCOS: Dos riscos da coleta de dados para os participantes, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o estudante não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os estudantes a terem uma postura ativa, durante toda a atividade. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que, durante a pesquisa os estudantes estarão mantidos em local seguro e acompanhados, para evitar possíveis incidentes.

BENEFÍCIOS No que se refere aos benefícios para os estudantes participantes, estes poderão rever o conteúdo equação do 1º grau e tirar possíveis dúvidas sobre os problemas propostos. Contribuir para a ciência, pois espera-se, com esta pesquisa, compreender quais são as dificuldades que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental encontram na resolução de problemas de equação do 1º grau, proporcionando dados para estudos na área da Educação Matemática e, que adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores, assim como após aceitar participar o estudante pode optar em não querer responder determinadas questões. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa como gravações de áudio da entrevista, e manuscritos produzidos pelos participantes, ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade da pesquisadora principal, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Não serão registradas imagens dos estudantes. Faremos a gravação de áudio da entrevista para podermos fazer a transcrição. Os estudantes não serão identificados em nenhum momento da pesquisa. Após a participação do seu filho, caso ele tenha interesse sobre as análises de seus resultados, será entregue, de maneira individual, pelo pesquisador, na secretaria da escola.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento com transporte e alimentação).

____

Assinatura da pesquisadora

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ____, CPF______________________, abaixo assinado, responsável por ____, autorizo a sua participação no estudo REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando as dificuldades nas conversões e tratamento de registros, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.

Local e data ____

Assinatura do (da) responsável: ____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do voluntário em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENORES DE 7 A 18 ANOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA MENORES DE 7 a 18 ANOS)

Convidamos você ______________________________________, após autorização dos seus pais (ou dos responsáveis legais) para participar como voluntário (a) da pesquisa: REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando as dificuldades nas conversões e tratamento de registros. Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Alessandra da Silva Ferreira, residente na xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx, CEP: xxxxxxxxx, Telefone (xx) xxxxx-xxxx e e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx e está sob a orientação de: Kátia Maria de Medeiros. Telefone: (xx) xxxxx-xxxx, e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxxx

Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via deste termo lhe será entregue para que seus pais ou responsável possam guardá-la e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Para participar deste estudo, um responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de

Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Descrição da pesquisa e esclarecimento da participação: A pesquisa será realizada com os estudantes do 9º ano, temos como objetivo investigar as dificuldades apresentadas por estes estudantes em conversões e tratamentos de Registros de Representação Semiótica na resolução de problemas de equações do 1º grau.

A participação do estudante consistirá em participar de uma entrevista, a qual terá como objetivo verificar o que os estudantes entendem sobre equação do primeiro grau e resolução de problemas e, posteriormente, em três encontros, resolver presencialmente os problemas de equação do primeiro grau.

Em outro encontro, farei a correção, em coletivo com os estudantes, os problemas resolvidos por eles, no encontro anterior, com a finalidade de tirar as possíveis dúvidas que surgiram durante a resolução dos problemas. Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula das dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos participantes na coleta de dados.

RISCOS: Dos riscos da coleta de dados para os participantes, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o estudante não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os estudantes a terem uma postura ativa, durante toda a atividade. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que, durante a pesquisa os estudantes estarão mantidos em local seguro e acompanhados, para evitar possíveis incidentes.

BENEFÍCIOS No que se refere aos benefícios para os estudantes participantes, estes poderão rever o conteúdo equação do 1º grau e tirar possíveis dúvidas sobre os problemas propostos. Contribuir para a ciência, pois espera-se, com esta pesquisa, compreender quais são as dificuldades que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental encontram na resolução de problemas de equação do 1º grau, proporcionando dados para estudos na área da Educação Matemática e, que adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa como gravações de áudio da entrevista, fotos e manuscritos produzidos pelos participantes, ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador principal, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Não serão registradas imagens dos estudantes. Faremos a gravação de áudio da entrevista para podermos fazer a transcrição. Os estudantes não serão identificados em nenhum momento da pesquisa. Após a participação do seu filho, caso ele tenha interesse sobre as análises de seus resultados, será entregue, de maneira individual, pelo pesquisador, na secretaria da escola. Após a sua participação, caso tenha interesse sobre as análises de seus resultados, será entregue, de maneira individual, pelo pesquisador na secretaria da escola.

Nem você e nem seus pais (ou responsáveis legais) pagarão nada para você participar desta pesquisa, também não receberão nenhum pagamento para a sua participação, pois é voluntária. Se houver necessidade, as despesas (deslocamento e alimentação) para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

____

Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO (DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO

VOLUNTÁRIO(A)

Eu, ____,
portador (a) do documento de Identidade ____________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM PROBLEMAS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: averiguando as dificuldades nas conversões e tratamento de registros., como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Local e data:

____

Assinatura do (da) menor:

____

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE D – ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

Roteiro da Entrevista Semiestruturada

1. Você já ouviu falar em Equação do 1º grau? Poderia relatar um pouco sobre? Poderia exemplificar?

2. Você se lembra de ter resolvido algum problema de equação do 1º grau?

- Se a resposta for positiva: a pesquisadora perguntará se o(a) estudante lembra de algum problema de equação do 1º grau.
- Se a resposta for negativa: a pesquisadora mostrará alguns exemplos de problemas de equação 1º grau.

3. O que você entende por resolução de problemas?

4. Com que frequência o professor de Matemática propõe problemas para resolução?

5. Como você se sente quando o professor leva para a aula problemas matemáticos? Explique.

APÊNDICE E – PROBLEMAS 01 E 02

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

Mestranda: Alessandra da Silva Ferreira
Orientadora: Prof.ª Dra. Kátia Maria de Medeiros

PROBLEMAS 01 e 02

1) Um número multiplicado por seis e subtraído de 17 unidades é igual a esse mesmo número multiplicado por três mais 34 unidades. Você consegue descobrir qual é esse número?

2) Lourdes falou para Paulo:
   - Pense em um número e esse número não pode ser zero. Agora multiplique esse número por 5, adicione 25, dobre esse resultado, subtraia 70 e adicione 20. Qual resultado você obteve?

   Paulo respondeu:

   - O resultado foi 60.

   Qual foi o número que Paulo pensou?

APÊNDICE F – PROBLEMA 03

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

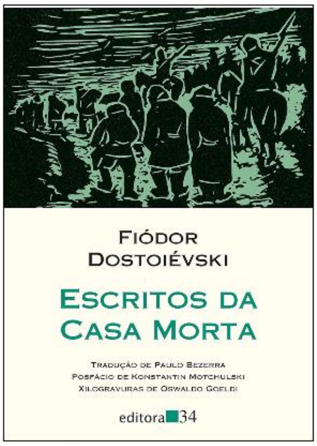
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

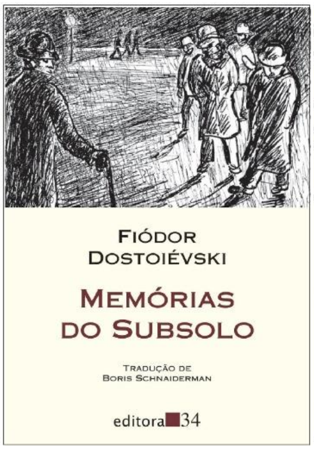
Mestranda: Alessandra da Silva Ferreira
Orientadora: Prof.ª Dra. Kátia Maria de Medeiros

PROBLEMA 03

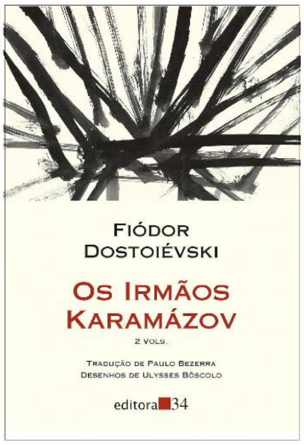
Comprei os seguintes livros escritos por Fiódor Dostoiévski. Eles custaram R$245,00 em uma feira de livros. Pelo livro A eu paguei R$25,00 a mais do que paguei pelo livro B. O livro C custou o triplo do valor que paguei pelo livro B. Quanto eu paguei em cada livro?



Livro A



Livro B



Livro C

Fonte: Acervo particular

APÊNDICE G – PROBLEMA 04

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

Mestranda: Alessandra da Silva Ferreira
Orientadora: Prof.ª Dra. Kátia Maria de Medeiros

PROBLEMA 04

Nos Jogos Olímpicos Paris 2024, a seleção brasileira de basquete venceu a seleção japonesa com uma diferença de 18 pontos. Se o total de pontos marcados nesse jogo foi 186 pontos, quantos pontos a seleção brasileira marcou?

Fonte: https://olympics.com/pt/noticias/brasil-vitoria-japao-basquete-masculino-paris-2024