



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MARIA RITA ROCHA MOTA

**DESENVOLVIMENTO E USO DE MODELOS E ALGORITMOS DE
OTIMIZAÇÃO PARA A PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UMA
REFINARIA DE PETRÓLEO**

Recife
2025

MARIA RITA ROCHA MOTA

DESENVOLVIMENTO E USO DE MODELOS E ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO PARA A
PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UMA REFINARIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Pesquisa Operacional.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer.

RECIFE

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Mota, Maria Rita Rocha.

Desenvolvimento e uso de modelos e algoritmos de otimização para a programação da produção em uma refinaria de petróleo / Maria Rita Rocha Mota. - Recife, 2025.

75f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2025.

Orientação: Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer.

Inclui referências e apêndice.

1. Programação Não Linear Inteira Mista; 2. Refinaria; 3. Lazy constraint callback; 4. Relax-and-Fix; 5. Fix-and-Optimize. I. Kramer, Raphael Harry Frederico Ribeiro. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

MARIA RITA ROCHA MOTA

DESENVOLVIMENTO E USO DE MODELOS E ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO PARA A
PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UMA REFINARIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Pesquisa Operacional.

Aprovada em: 24/02/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Isis Didier Lins (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Rafael Castro de Andrade (Examinador Externo)
Universidade Federal do Ceará

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares, que, mesmo distantes fisicamente, sempre estiveram ao meu lado com palavras de apoio e incentivo, me dando forças para seguir adiante. Em especial, à minha mãe, Cláudia, e aos meus tios, Gleidson e Cristiana, que nunca mediram esforços para me encorajar a buscar novos desafios em prol do meu crescimento pessoal e profissional. Obrigada por acreditarem em mim e por todo o carinho, atenção e cuidado.

Ao meu orientador, Raphael Kramer, por todo auxílio, paciência e dedicação, pelas inúmeras horas dedicadas a esclarecer nossas dúvidas e por proporcionar diversas oportunidades de aprendizado. Sua orientação e incentivo foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho, sou muito grata pela sua confiança e pela forma como me guiou nesta jornada.

Aos amigos que tive a felicidade de conquistar ao longo desta caminhada e que permaneceram ao meu lado, tornando cada etapa mais leve e significativa. Que possamos continuar juntos em novas aventuras, tanto acadêmicas quanto pessoais.

À comissão gestora do PRH-ANP 38.1, pela oportunidade de realizar esta pesquisa em um ambiente tão enriquecedor e pelos auxílios prestados, que foram essenciais para a execução deste trabalho.

Agradeço também à empresa parceira e aos funcionários envolvidos que auxiliaram no desenvolvimento dessa pesquisa, possibilitando a aplicação prática de todo conhecimento teórico adquirido na academia.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este projeto se tornasse realidade.

RESUMO

A indústria petrolífera é composta por diversas operações para a transformação do petróleo bruto, fazendo uso de cálculos para o balanceamento de massa e de energia, à medida que correntes intermediárias (frações de petróleo separadas pela destilação atmosférica) percorrem as unidades de processamento (*e.g.*, Unidade de Coqueamento Retardado, Unidade de Hidrotratamento de Nafta) até a obtenção dos derivados finais (*e.g.* diesel, gasolina). A realização desses cálculos em atividades como a programação da produção é algo bastante desafiador, dadas as diversas combinações envolvidas no processo, sendo necessário recorrer à aplicação de técnicas de pesquisa operacional para a geração de soluções de boa qualidade em tempo computacional viável. Assim, este trabalho propõe modelos de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) para otimizar a programação da produção de uma refinaria brasileira. A ideia é designar quais tanques de armazenamento devem ser abastecidos e escolher quais desses devem enviar petróleo para a Unidade de Destilação Atmosférica (UDA), visando maximizar a carga (mistura de petróleos) que será fracionada na UDA. O problema foi resolvido utilizando três abordagens: (i) a formulação direta do modelo PNLIM, (ii) a reformulação como um problema de Programação Quadrática com o uso da função *lazy constraint callback* e (iii) uma Matheurística combinando as heurísticas de horizonte deslizante *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize* com a resolução exata via PNLIM. Os experimentos foram realizados considerando quinze cenários distintos de abastecimento. Os resultados demonstraram que foi possível obter soluções com um volume de carga processada superior ao planejado pela empresa para a mesma semana e, em particular, a heurística *Fix-and-Optimize* apresentou um ganho de 15,021%, em relação à solução adotada pela refinaria ao ser considerada a mesma programação de abastecimento. Além disso, a pesquisa apresenta a influência do dia e do volume de abastecimento na carga processada, uma vez que a variação dessas informações altera as propriedades físico-químicas da mistura resultante. Também foi identificada a presença de ótimos locais em determinados cenários, dada a natureza não-convexa do modelo. Diante dos resultados obtidos, este estudo reforça a importância do desenvolvimento de pesquisas que façam uso de abordagens como as baseadas em otimização combinatória, visando obter soluções mais assertivas e em curto tempo computacional, atuando, dessa forma, como método de apoio à tomada de decisão.

Palavras-chave: Programação Não Linear Inteira Mista; Refinaria; *Lazy constraint callback*; *Relax-and-Fix*; *Fix-and-Optimize*.

ABSTRACT

The oil industry comprises various operations for the transformation of crude oil, employing calculations for mass and energy balancing as intermediate streams (fractions of oil separated by atmospheric distillation) flow through processing units (*e.g.*, Delayed Coker Unit, Naphtha Hydrotreating Unit) until the final derivatives are obtained (*e.g.*, diesel, gasoline). Performing these calculations in activities such as production scheduling is highly challenging due to the numerous combinations involved in the process. Therefore, it is necessary to apply operations research techniques to generate high-quality solutions within a feasible computational time. Thus, this work proposes Mixed-Integer Nonlinear Programming (MINLP) models to optimize the production scheduling of a Brazilian refinery. The goal is to designate which storage tanks should be supplied and select which of them should send oil to the Crude Oil Distillation (CDU) aiming to maximize the feed (a blend of crude oils) that will be fractionated in the CDU. The problem was solved using three approaches: (i) the direct formulation of the MINLP model, (ii) its reformulation as a Quadratic Programming problem using the lazy callback function, and (iii) a Matheuristic that combines sliding-horizon heuristics (Relax-and-Fix and Fix-and-Optimize) with an exact solution via MINLP. The experiments were conducted considering fifteen different supply scenarios. The results showed that it was possible to obtain solutions with a higher processed load volume than initially planned by the company for the same week. In particular, the Fix-and-Optimize heuristic achieved a 15.021% improvement compared to the refinery's adopted solution when considering the same supply scheduling. Furthermore, the research highlights the influence of supply day and volume on the processed load, as variations in these factors alter the physicochemical properties of the resulting blend. Additionally, the presence of local optima was identified in certain scenarios due to the non-convex nature of the model. Given the obtained results, this study reinforces the importance of research development that incorporates combinatorial optimization approaches, aiming to obtain more accurate solutions in a short computational time, thereby serving as a decision support method.

Keywords: Mixed-Integer Nonlinear Programming; Refinery; Lazy constraint callback; Relax-and-Fix; Fix-and-Optimize.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação genérica dos processos de uma refinaria	11
Figura 2 – Produção de Petróleo de regiões geográficas/blocos econômicos	15
Figura 3 – Processo em Lote versus Processo Contínuo	18
Figura 4 – Cadeia de suprimentos da indústria de óleo e gás	19
Figura 5 – Processo de refino	21
Figura 6 – Etapas para criação do modelo matemático	23
Figura 7 – Funções e conjuntos convexos, funções e conjuntos côncavos	24
Figura 8 – Representação gráfica de um Problema de Programação Não Linear	25
Figura 9 – <i>User-cut</i> e <i>Lazy constraint</i>	29
Figura 10 – Cenário do problema em estudo	39
Figura 11 – Transferências de petróleo	41
Figura 12 – Etapas da pesquisa	47
Figura 13 – Heurística <i>R&F</i>	51
Figura 14 – Heurística <i>F&O</i>	53
Figura 15 – Valores das soluções de cada Abordagem em cada Cenário	58
Figura 16 – Programação semanal considerando o cenário de abastecimento da empresa	61
Figura 17 – Soluções ótimas obtidas no Cenário C14	64
Figura 18 – Programação semanal para o Cenário C13, considerando a Abordagem 3	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação de $f(x)$ a partir dos autovalores de $H(x)$	26
Tabela 2 – Descrição dos dados	42
Tabela 3 – Descrição das variáveis	43
Tabela 4 – Propriedades dos petróleos	48
Tabela 5 – Cenários com os abastecimentos e resultados das abordagens consideradas	55
Tabela 6 – Comparação entre o valor das soluções ao variar o dia de abastecimento	56
Tabela 7 – Comparação entre o valor das soluções ao variar o volume recebido	56
Tabela 8 – Abastecimentos e processamento de carga semanal da empresa	60
Tabela 9 – Solução proposta com base nos mesmos volumes e dias para o abastecimento adotados pela empresa (Cenário C11 da Tabela 5)	60
Tabela 10 – Soluções viáveis e rejeitadas por cenário	62

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Relax-and-Fix	51
Algoritmo 2 – Fix-and-Optimize	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANP	Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis
FO	Função Objetivo
GLP	Gás Liquefeito de Petróleo
OPEP	Organização dos Países Exportadores de Petróleo
PI	Programação Inteira
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
TA	Tanque de Armazenamento
UB	<i>Upper Bound</i>
UDA	Unidade de Destilação Atmosférica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA	14
1.2	OBJETIVOS	15
<i>1.2.1</i>	<i>Objetivo Geral</i>	<i>15</i>
<i>1.2.2</i>	<i>Objetivos Específicos</i>	<i>15</i>
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	CADEIA DE SUPRIMENTOS DA INDÚSTRIA PETROLÍFERA	17
2.2	PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	22
<i>2.2.1</i>	<i>Programação Não Linear Inteira Mista</i>	<i>27</i>
3	REVISÃO DA LITERATURA	30
4	APRESENTAÇÃO DO ESTUDO DE CASO	38
5	MODELAGEM MATEMÁTICA	42
6	METODOLOGIA DA PESQUISA	46
6.1	CLASSIFICAÇÃO E ETAPAS DA PESQUISA	46
6.2	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	47
<i>6.2.1</i>	<i>Abordagem 1: PNLIM</i>	<i>48</i>
<i>6.2.2</i>	<i>Abordagem 2: Lazy constraint callback</i>	<i>48</i>
<i>6.2.3</i>	<i>Abordagem 3: Matheurística</i>	<i>50</i>
<i>6.2.3.1</i>	<i>Relax-and-Fix (R&F)</i>	<i>50</i>
<i>6.2.3.2</i>	<i>Fix-and-Optimize (F&O)</i>	<i>51</i>
7	RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	54
7.1	ANÁLISE DOS CENÁRIOS DE ABASTECIMENTO	54
7.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESEMPENHO DAS ABORDAGENS	62
8	CONCLUSÃO	67
	REFERÊNCIAS	69
	APÊNDICE A –PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO	74

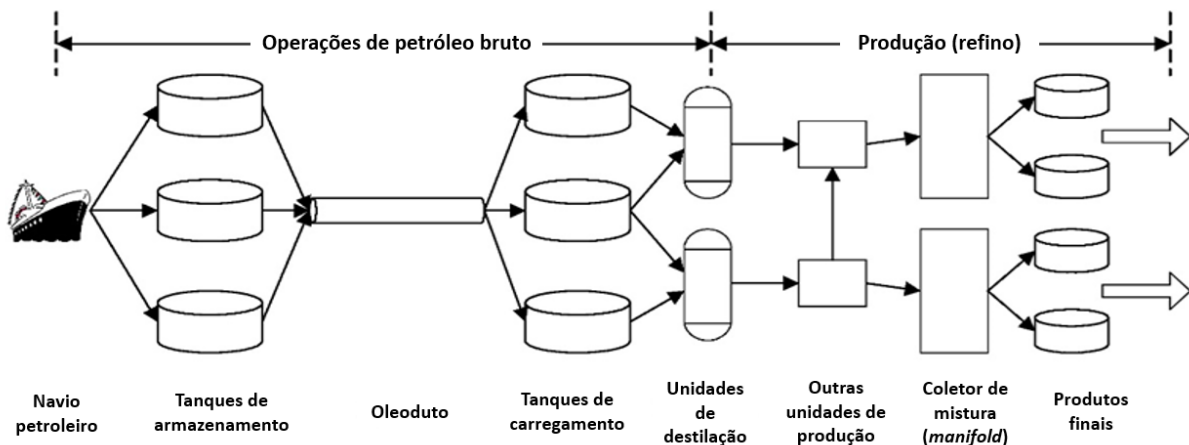
1 INTRODUÇÃO

A indústria de petróleo e gás exerce grande impacto na economia nacional devido à importância energética, à atração de investimentos, à geração de empregos e de receitas, além da arrecadação tributária (IBP, 2024). Esse setor industrial é um dos pilares para o funcionamento de diversas outras indústrias e para a realização de várias atividades essenciais, como o transporte. No Brasil, mais de 60% das cargas são transportadas por meio do transporte rodoviário, fato que demonstra a dependência do mercado nacional por derivados, como o óleo diesel, para a movimentação das frotas (Petrobras, 2023). Além disso, o petróleo é amplamente utilizado na fabricação de uma variedade de produtos químicos sintéticos, incluindo parafina, betume, certos polímeros e outros bens de consumo essenciais (Bagheri Garmarudi *et al.*, 2019).

A cadeia de suprimentos da indústria de petróleo e gás é composta por operações que envolvem desde a localização e exploração de fontes de petróleo até a distribuição dos derivados obtidos para os pontos de venda. Um dos segmentos dessa cadeia de suprimentos é o *downstream*, no qual se encontram as operações de refino que são responsáveis por transformar o óleo cru em produtos derivados com maior valor agregado, por meio das seguintes etapas: separação, conversão e tratamento (Bagheri Garmarudi *et al.*, 2019).

Na Figura 1, é possível visualizar, de forma geral, as etapas que compõem os processos de uma refinaria. Wu *et al.* (2017) dividiram esse fluxo em operações com petróleo bruto, onde tem-se uma rede de fluxos formada por navios petroleiros, tanques, oleodutos e Unidade de Destilação Atmosférica (UDA). A outra parte do fluxo apresentado nessa figura, chamada de “Produção (refino)”, envolve diversos estágios de transformação do petróleo até a obtenção dos produtos finais.

Figura 1 – Representação genérica dos processos de uma refinaria



Fonte: Adaptado de Wu *et al.* (2017)

Normalmente, as refinarias possuem tanques de armazenamento e tanques de carregamento, como apresentado na Figura 1, os primeiros são usados para armazenar o petróleo recebido dos navios, enquanto que os de carregamento são utilizados para a formação da mistura que será enviada para processamento nas UDAs (Garcia-Verdier *et al.*, 2024b), tornando mais fácil o gerenciamento sobre a qualidade das propriedades do petróleo em estoque e a da mistura que será processada na UDA. Porém, algumas refinarias trabalham com apenas um tipo de tanque e este é responsável por realizar as duas funções, assim, o modo operacional em que ele se encontra é o que faz a distinção se ele está atuando como tanque de armazenamento ou de carregamento. A escolha desse modo de atuação, por parte da refinaria, pode ser vista como uma economia de espaço e de custos de manutenção, sendo uma forma de reduzir o capital imobilizado (Garcia-Verdier *et al.*, 2024b), no entanto, gera maior complexidade para a gestão desses modos operacionais e das tarefas envolvidas.

A primeira operação de refino inicializa na UDA onde os constituintes do petróleo bruto são separados, dando origem a frações do petróleo chamadas de correntes intermediárias. Cada corrente possui um fluxo próprio caracterizado pelos estágios de processamento que são responsáveis por transformá-las até a obtenção dos respectivos derivados (*e.g.* naftas, querosene, GLP e óleo combustível) no final do processo de refino (Mota e Kramer, 2024).

Muitas vezes, para se obter as especificações físico-químicas necessárias para a mistura que será processada na UDA, são necessárias combinações entre diferentes tipos de petróleo, tendo em vista que um petróleo se diferencia de um outro pelo teor/concentração das substâncias que o compõem (Petrobras, 2002). A definição de quais tanques serão utilizados e a respectiva vazão a ser consumida para a formação da mistura são informações influenciadas pela demanda recebida e pela programação da produção. Assim, faz-se necessário que seja definido um *scheduling* levando em consideração também os recursos disponíveis e o cumprimento das restrições operacionais, físico-químicas e ambientais.

Dessa forma, percebe-se que as operações envolvidas no refino estão sujeitas a diversas restrições, sendo considerado um problema de natureza combinatória, crescendo exponencialmente conforme o número de tanques aumenta, assim como a diversidade de tipos de petróleos bruto que podem ser utilizados, e as operações que compõem o processo de refino para atender a demanda (Baranwal *et al.*, 2023).

Uma das atividades mais críticas relacionadas ao processo de refino é a programação da produção que é responsável por determinar a alocação dos recursos, o sequenciamento e a duração das atividades envolvidas. A programação em refinarias relaciona, na maioria dos casos, equações lineares (*e.g.*, envolvendo o balanço de massa) com equações não lineares (*e.g.*, envolvendo restrições

de fluxo de transferência de correntes e a dinâmica das unidades de processamento). Equações não lineares, frequentemente, geram não convexidade nos problemas, tornando-os mais complexos de serem resolvidos (Baranwal *et al.*, 2023; Franzoi *et al.*, 2024).

Diante do exposto, a programação da produção utilizando planilhas ou métodos manuais torna-se um grande desafio, devido à complexidade do processo, ao elevado número de variáveis envolvidas e ao curto prazo para a tomada de decisão. Nesse contexto, o uso de técnicas avançadas de análise matemática, como as baseadas em otimização combinatória, são essenciais para encontrar a melhor solução dentre diversas possibilidades de soluções e garantindo o atendimento às restrições do sistema. A otimização, portanto, pode ser vista como uma ferramenta fundamental de apoio à decisão, permitindo que o programador defina de forma mais assertiva e ágil os valores ideais para as variáveis envolvidas na produção.

Problemas de otimização buscam maximizar/minimizar uma determinada métrica chamada de função objetivo por meio de um conjunto de variáveis de natureza discreta e/ou contínua, sujeitas a restrições inerentes ao sistema. De acordo com a natureza das variáveis e das funções envolvidas, os modelos de otimização podem ser classificados como de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), Programação Não Linear (PNL) e Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM), por exemplo. Pesquisas como a apresentada por Jahn (2015), Dimas (2017) e Seixas (2017) apresentam a aplicação de programação matemática para a programação de unidades de operação de refinarias de petróleo. Essas pesquisas trabalharam com problemas de PNLIM em estudos de caso e realizam a modelagem dos respectivos problemas com base na pesquisa apresentada por Mouret *et al.* (2011).

Além das técnicas de otimização mencionadas acima, abordagens baseadas em heurísticas e em meta-heurísticas, como algoritmos genéticos (Khan *et al.*, 2022) e enxame de partículas (Jumaah *et al.*, 2023), podem ser empregadas para lidar com problemas desse tipo. Essas abordagens tornam-se uma alternativa ao método exato, quando a obtenção da solução exata é inviável, devido ao elevado custo computacional relacionado.

A presente pesquisa se caracteriza como um estudo de caso realizado em uma refinaria brasileira na qual os tanques desempenham os dois modos operacionais (armazenamento e carregamento) de forma excludente, tem-se apenas uma UDA e busca-se definir a programação de quais tanques serão utilizados e o quanto que cada um deve enviar para a formação da mistura que será processada e dará origem aos derivados, no final do processo de refino. A modelagem matemática foi feita a partir das características do problema, sem o uso dos modelos da literatura. Este problema foi resolvido por meio de três abordagens, como será apresentado nos próximos capítulos.

Dessa forma, é possível perceber que diversas técnicas podem ser empregadas, com o

intuito de otimizar os processos industriais das refinarias onde a definição da problemática que será abordada e as características intrínsecas a ela são considerados fatores determinantes para a escolha do método que será empregado. Assim, surge o seguinte questionamento norteador para essa pesquisa estudo de caso: ***Como propor um scheduling visando maximizar o envio de carga dos tanques para a Unidade de Destilação Atmosférica considerando restrições operacionais e físico-químicas?***

1.1 JUSTIFICATIVA

A indústria de óleo e gás apresenta grande impacto na economia nacional e internacional. Segundo os dados apresentados pelo Anuário Estatístico da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), dentre os países que compõem o grupo da América Central e do Sul, o Brasil é o país que possui a maior produção de petróleo sendo responsável por 47,39% do volume produzido nesse grupo, no ano de 2023. Além disso, o Brasil é o terceiro maior produtor, dentre todos os países das Américas do Norte, Sul e Central e o 9º maior produtor mundial, evidenciando, assim, o impacto dessa *commodity* (mercadorias primárias que servem de matéria-prima para a fabricação de outros produtos) brasileira em âmbito global (ANP, 2024; IBP, 2024). Na Figura 2, é possível evidenciar a produção de petróleo por região geográfica/bloco econômico e os três países com as maiores produções, dentro de cada classificação.

Ainda em âmbito internacional, dentre as *commodities* brasileiras, a energética destacou-se quanto ao desempenho nas exportações durante todo o ano de 2023, apresentando, no segundo trimestre, o maior desempenho positivo (aumento de 60,93% em comparação ao mesmo período do ano anterior). Esse destaque é devido, principalmente, à exploração do petróleo das áreas de pré-sal, o que proporciona um cenário competitivo ao Brasil colocando-o em um mercado que antes era atendido apenas por países-membros da Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) (Braga, 2023).

Devido à natureza dos processos da indústria petrolífera, onde tem-se a realização de cálculos para o fluxo e balanço de materiais e de energia, há uma elevada complexidade para propor métodos de gerenciamento de processos, como a programação da produção, e, na maioria dos casos, os responsáveis pela tomada de decisão utilizam apenas planilhas e analisam a série histórica, como métodos de auxílio no processo decisório. Além disso, processos como planejamento e programação da produção se caracterizam como problemas de otimização combinatória sendo, na maioria dos casos, classificados como NP-Difíceis, havendo a necessidade de recorrer à aplicação de técnicas de pesquisa operacional para a geração de soluções de boa qualidade em tempo computacional viável.

Dessa forma, frente ao grande impacto da indústria de petróleo e gás para o funcionamento

Figura 2 – Produção de Petróleo de regiões geográficas/blocos econômicos

Regiões geográficas, países e blocos econômicos	Produção de petróleo (mil barris/dia)									
	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Total	88.728,1	91.717,4	92.085,0	92.587,8	95.001,7	95.172,3	88.928,2	90.282,2	94.292,5	96.355,3
América do Norte	18.860,1	19.756,4	19.275,1	20.177,6	22.632,9	24.426,0	23.533,3	24.032,7	25.361,4	27.050,4
Estados Unidos	11.805,4	12.781,7	12.355,7	13.140,4	15.320,7	17.135,4	16.493,1	16.692,6	17.843,8	19.358,1
Canadá	4.270,5	4.388,1	4.463,6	4.813,0	5.243,9	5.372,4	5.130,3	5.413,8	5.574,6	5.652,5
México	2.784,2	2.586,5	2.455,8	2.224,2	2.068,4	1.918,1	1.909,9	1.926,3	1.943,0	2.039,8
Américas Central e do Sul	7.661,3	7.991,5	7.589,5	7.274,8	6.660,8	6.425,8	6.085,9	6.110,6	6.626,4	7.347,1
Brasil	2.341,4	2.525,0	2.607,4	2.731,2	2.691,0	2.889,7	3.030,3	2.991,3	3.113,2	3.481,6
Argentina	637,6	646,4	609,7	590,4	591,7	719,6	721,0	796,5	955,0	1.074,0
Venezuela	2.692,5	2.863,9	2.565,5	2.199,4	1.641,7	1.051,1	679,7	678,5	735,2	853,3
Europa	3.460,0	3.601,7	3.629,5	3.589,7	3.549,7	3.460,4	3.612,1	3.435,5	3.213,8	3.224,9
Noruega	1.894,4	1.952,6	2.004,0	1.981,6	1.862,6	1.773,6	2.018,3	2.035,6	1.905,7	2.021,9
Reino Unido	853,6	963,5	1.014,8	1.005,4	1.091,8	1.118,1	1.048,7	874,1	808,8	715,0
Itália	119,6	113,5	77,8	86,0	97,2	88,7	111,6	100,4	94,4	90,2
Comunidade dos Estados Independentes	13.839,7	13.966,0	14.170,6	14.335,7	14.606,9	14.700,6	13.467,7	13.806,1	13.932,5	13.868,3
Rússia	10.927,1	11.086,8	11.342,1	11.373,7	11.562,4	11.679,0	10.665,8	10.999,8	11.202,4	11.075,2
Cazaquistão	1.700,6	1.672,0	1.637,3	1.813,1	1.899,8	1.903,1	1.796,4	1.805,3	1.770,8	1.891,4
Azerbaijão	851,1	841,3	827,6	782,3	784,2	762,8	703,1	708,2	668,6	620,5
Oriente Médio	28.405,3	29.900,8	31.709,1	31.315,7	31.658,3	30.132,0	27.782,1	28.171,3	30.843,8	30.362,4
Arábia Saudita	11.518,8	11.997,9	12.406,0	11.892,2	12.261,3	11.832,3	11.039,0	10.953,8	12.190,9	11.389,0
Irã	3.714,1	3.852,8	4.578,2	4.939,0	4.720,0	3.510,0	3.230,0	3.766,0	3.945,0	4.662,0
Iraque	3.238,6	3.986,0	4.422,8	4.537,9	4.631,9	4.779,5	4.113,7	4.102,4	4.519,7	4.355,3
África	8.218,0	8.123,1	7.659,7	8.120,7	8.262,9	8.358,3	6.998,0	7.360,2	7.063,0	7.227,6
Nigéria	2.273,5	2.198,9	1.897,8	1.966,5	2.000,3	2.093,4	1.894,2	1.678,2	1.445,0	1.540,3
Argélia	1.589,1	1.557,7	1.577,0	1.540,3	1.510,5	1.486,6	1.332,2	1.353,1	1.442,7	1.408,2
Líbia	517,7	436,6	411,8	928,9	1.165,2	1.231,8	419,8	1.286,0	1.142,6	1.271,1
Ásia-Pacífico	8.283,6	8.377,9	8.051,5	7.773,5	7.630,2	7.669,2	7.449,1	7.365,8	7.251,6	7.274,6
China	4.246,0	4.308,8	3.999,2	3.845,9	3.802,0	3.848,3	3.900,7	3.994,0	4.111,3	4.197,7
Índia	914,1	904,3	896,0	897,2	892,5	851,0	795,4	770,2	738,8	727,7
Indonésia	847,0	837,6	873,3	837,3	807,6	780,7	742,0	691,6	646,9	637,8
Total OPEP	34.692,6	36.342,0	37.449,4	37.239,6	37.093,7	35.079,4	31.107,0	31.927,8	34.247,4	34.048,3
Total não OPEP	54.035,5	55.375,3	54.635,6	55.348,2	57.908,0	60.092,9	57.821,3	58.354,4	60.045,1	62.307,0

Fonte: adaptado de ANP (2024)

de diversas outras indústrias e diante da complexidade no gerenciamento de processos como a programação da produção, tem-se a necessidade de serem realizados estudos com o intuito de otimizar os processos que a compõem e de proporcionar maior rigor científico, por meio da utilização de técnicas de Otimização Combinatória, visando auxiliar na tomada de decisão para um melhor gerenciamento da produtividade e do atendimento da demanda em tempo hábil.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Propor modelos e algoritmos de otimização para a programação das unidades de operação de uma refinaria (tanques de armazenamento e unidade de destilação atmosférica), buscando maximizar a carga (mistura de petróleos) a ser processada, respeitando restrições operacionais e físico-químicas do sistema produtivo.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Definir equações para o balanceamento de fluxo de petróleo e para a atualização dos valores das propriedades físico-químicas (densidade, nafta e enxofre) da mistura resultante;

- Propor um modelo de programação matemática que integre a programação de abastecimento dos Tanque de Armazenamento (TA)s com a programação de envio de petróleo dos TAs para a UDA, visando maximizar a carga processada ao longo do horizonte de programação;
- Resolver esse problema de programação da produção considerando um horizonte de sete dias, por meio de três abordagens: (i) resolução do modelo proposto, (ii) resolução com uso de uma função de *Lazy constraint callback*, na qual o modelo original é modificado, tratado-o como um problema de programação quadrática e (iii) resolução por meio de uma Matheurística de horizonte deslizante (*Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize*);
- Validar os modelos propostos, por meio da implementação e realização de experimentos computacionais;
- Comparar os resultados obtidos pelas três abordagens propostas nessa pesquisa com os resultados de uma refinaria brasileira.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Além deste capítulo introdutório, este trabalho é composto por mais oito capítulos cujas descrições podem ser vistas abaixo:

- Capítulo 2: apresenta o referencial teórico, abordando os principais conceitos relacionados a esta pesquisa;
- Capítulo 3: expõe a revisão de literatura, com pesquisas relacionadas à otimização de operações na indústria petrolífera;
- Capítulo 4: descreve o problema e apresenta as características dos processos que o compõem;
- Capítulo 5: apresenta a modelagem matemática do problema retratado;
- Capítulo 6: descreve os métodos de realização dos experimentos computacionais;
- Capítulo 7: expõe os resultados obtidos nos experimentos computacionais;
- Capítulo 8: apresenta a conclusão desta pesquisa, expondo as contribuições obtidas, assim como sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos fundamentais sobre a cadeia de suprimentos no contexto da indústria petrolífera com foco na programação da produção e também são apresentados conceitos relacionados à programação matemática.

2.1 CADEIA DE SUPRIMENTOS DA INDÚSTRIA PETROLÍFERA

A cadeia de suprimentos é uma rede formada pelo fluxo de materiais e de informações entre os processos de cada operação/atividade, englobando elementos internos como o processo produtivo e externos como a seleção de fornecedores, indo desde a aquisição da matéria-prima até a entrega do produto (ou prestação de serviço) ao cliente. O principal objetivo da cadeia de suprimentos é o fornecimento de produtos/serviços, conforme a necessidade dos clientes, visando atender aos seis objetivos de desempenho: qualidade, confiabilidade, flexibilidade, velocidade, sustentabilidade e custo (Slack *et al.*, 2023).

Assim, tendo em vista a abrangência e a importância da cadeia de suprimentos para o funcionamento das organizações, tem-se a necessidade de métodos e de ferramentas que auxiliem na tomada de decisão, como o Planejamento e a Programação da Produção, ambos estão relacionados com o nível hierárquico do planejamento organizacional, onde o primeiro refere-se ao nível estratégico/tático (a depender do horizonte de tempo para a realização das metas) e o segundo trata sobre a definição de cronogramas de processamento, avaliando a disponibilidade de recursos para o atendimento da demanda.

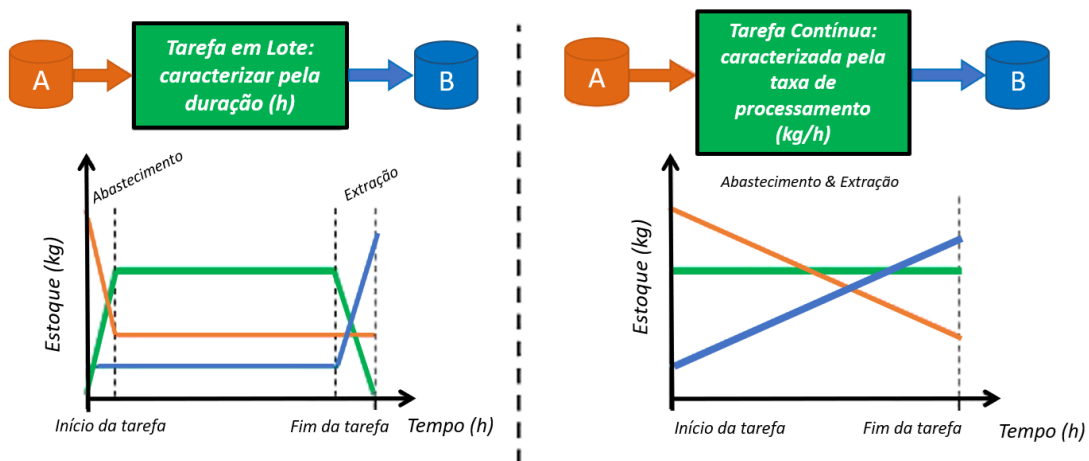
A abordagem para a análise e resolução de problemas de programação da produção vai depender do tipo de indústria (automobilística, química, farmacêutica ou alimentar, por exemplo), da disponibilidade de recursos, da capacidade de processamento, do padrão das demandas e dos tipos de processos (contínuos ou em lote) (Samadi e Maravelias, 2024).

A classificação dos problemas de programação da produção pode ser feita com base em diversos fatores que estão intimamente interligados entre si, sendo eles a representação do tempo como contínuo (*e.g.* Al-Ahmari *et al.* (2022), Samadi e Maravelias (2024)), discreto (*e.g.* Mostafaei *et al.* (2021), Wu *et al.* (2017)) ou híbrido (*e.g.* Su *et al.* (2023), Harjunkski *et al.* (2014)), os tipos de processos produtivos (*e.g.* em lote ou contínuo) e as métricas de desempenho da programação (*e.g.* minimização do *makespan* ou de custos e maximização do lucro ou do rendimento). Por exemplo, um processo contínuo é caracterizado por envolver tarefas repetidas realizadas de forma contínua sobre uma baixa variedade de produtos que são produzidos em elevado volume (*e.g.* refinarias e estações de

tratamento de água). Enquanto que o processo em lote envolve atividades cujo início e fim são bem definidos sendo normalmente relacionada à tarefas com alta variedade e baixo volume (Slack *et al.*, 2023)

Com relação aos tipos de processos produtivos, tem-se que a diferença entre o processo realizado em lote e o contínuo vai além de questões conceituais, influenciando na escolha dos métodos e nas abordagens utilizadas para a programação da produção, tendo em vista que impacta diretamente no volume e na variedade do que será produzido, sendo algo a ser definido na fase de projeto de processos. A diferença entre eles também influencia a natureza das restrições dos tempos de processamento, as restrições de capacidade, e em como o comportamento do nível de estoque é afetado por esses processos (Harjunkski *et al.*, 2014; Samadi e Maravelias, 2024). É possível visualizar graficamente essas informações na Figura 3 onde, em laranja tem-se as informações sobre a matéria-prima, em verde sobre a realização do processamento e em azul a obtenção dos produtos.

Figura 3 – Processo em Lote versus Processo Contínuo



Fonte: Adaptado de Harjunkski *et al.* (2014)

Na Figura 3, é possível compreender que os processos em lote consomem material do estoque apenas antes do início do processamento (execução da tarefa) e a produção é contabilizada após o término do mesmo. Além disso, a capacidade de processamento está relacionada com o tamanho dos lotes (kg) e o tempo de execução pode ser fixo ou variar conforme o tamanho do lote. Os processos contínuos, por sua vez, produzem e consomem material à medida que o processamento ocorre, além disso, a capacidade relaciona-se com a taxa de processamento (kg/h) e o tempo de processamento é influenciado pela duração da tarefa. Dessa forma, a quantidade de material consumido e produzido em um processo contínuo é influenciada pela taxa e pela duração da tarefa. Essas informações também foram reiteradas pela pesquisa de Samadi e Maravelias (2024).

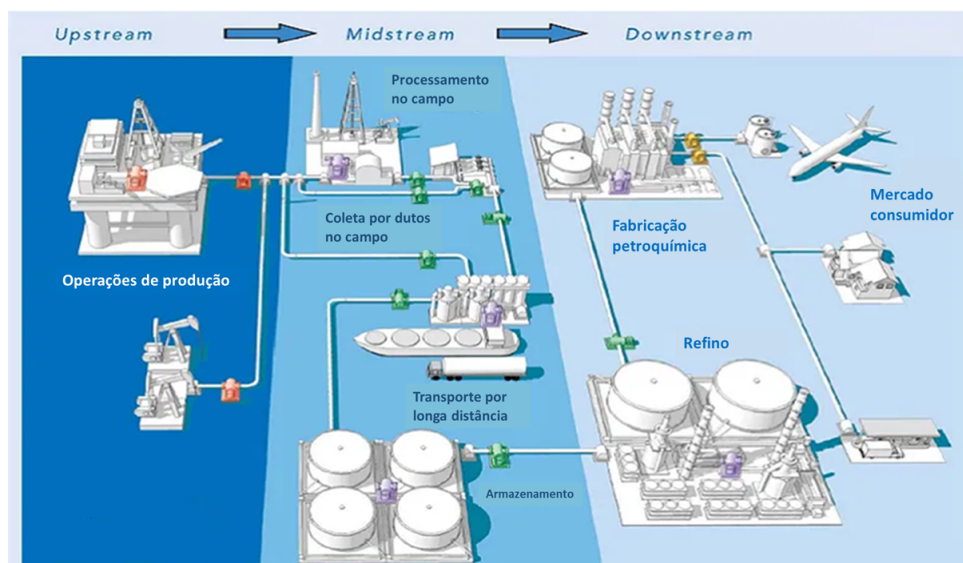
Com relação à representação do tempo, dentre as pesquisas lidas, aquelas que trabalham

com o tempo de modo híbrido são as que abordam o planejamento e a programação da produção de modo integrado ou sequencial. Nelas, o horizonte de planejamento é analisado de modo discreto e a programação de modo contínuo (e.g. Su *et al.*, 2023; Harjunkski *et al.*, 2014).

Um outro impacto dessa diferença quanto ao tipo de processo é a escolha de métricas de desempenho, como o *makespan* (tempo até o término da última tarefa a ser processada) que é normalmente empregado no caso de indústrias discretas cujo processo é em lote/batelada. Em indústria do tipo contínua é mais comum a utilização de métricas como a maximização da eficiência/rendimento e a maximização da utilização de equipamentos, tendo em vista que, em indústrias de processos químicos, por exemplo, a matéria-prima predominante é fluída e pode se misturar formando correntes multi-componentes, ser fracionada ou sofrer transformações em suas propriedades inter e intra moleculares, via reação química, gerando novas substâncias/produtos. Essa natureza dos processos da indústria contínua gera maior complexidade para o gerenciamento de atividades, como a programação da produção (Jahn, 2015).

A cadeia de suprimentos da indústria de petróleo e gás pode ser dividida em três segmentos: *upstream* (envolve os processos de exploração, como o levantamento geológico, em busca de reservas para a extração de petróleo cru e gás natural), *midstream* (são os processos responsáveis pela coleta e pré-processamento do petróleo bruto e do gás natural, para que seja feito o transporte/armazenamento para o refino) e *downstream* (envolve os processos em que há a transformação da matéria-prima em produtos derivados e os processos logísticos para a entrega desses derivados aos consumidores finais) (Koroteev e Tekic, 2021; Andalas Mitra Global, 2024). Na Figura 4, é possível visualizar as principais atividades desses segmentos que compõem a cadeia de suprimentos da indústria de óleo e gás.

Figura 4 – Cadeia de suprimentos da indústria de óleo e gás



Fonte: Adaptado de Andalas Mitra Global (2024)

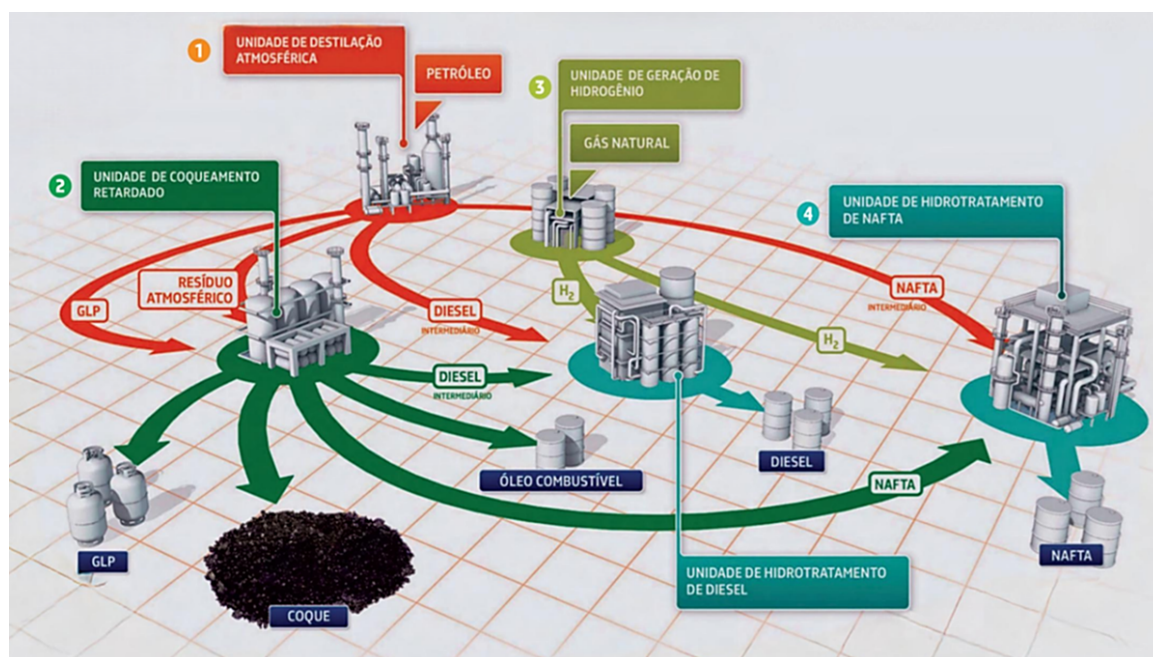
No segmento de *downstream* estão envolvidos os processos de refino a partir dos quais são obtidos os derivados do petróleo, como: óleo diesel, gasolina, lubrificantes, asfalto, entre outros, e o transporte desses para o varejo. O refino ocorre a partir de quatro processos sequenciais, como destacado por Petrobras (2002): separação (processo físico a partir do qual os componentes do petróleo são fracionados por meio de modificação na temperatura e/ou na pressão, *e.g.*, destilação atmosférica), conversão (processo de natureza química que atua sobre as frações mais pesadas e de menor valor comercial do petróleo, visando melhorar a qualidade, transformando-as em outras frações que darão origem a produtos de maior valor agregado), tratamento e processos auxiliares. O refino é composto por diversas unidades de transformação do petróleo, por exemplo a Unidade de Destilação Atmosférica

A UDA, também conhecida como Coluna ou Torre de Destilação Atmosférica, é a primeira unidade do Esquema de Refino sendo responsável por separar a carga, por meio de sucessivas vaporizações e condensações. Antes da carga ser enviada para a UDA, ela passa por um processo de dessalgação para a remoção de impurezas como sais inorgânicos, água e sedimentos, a fim de evitar possíveis incrustações ou até mesmo danos como obstrução em trocadores de calor e em condensadores (Gauto 2016). Após a dessalgação, a carga é aquecida em fornos até aproximadamente 400°C, e separada em dois estados: líquido (rica em compostos mais pesados) e vapor (rica em compostos mais leves, *i.e.*, cadeias carbônicas menores). As frações do óleo que estão vaporizadas sobem em direção ao topo da torre, enquanto as frações mais pesadas que estão no estado líquido ficam no fundo; quanto mais próximo do topo da torre, menor é a temperatura de condensação (Petrobras, 2002; Gauto 2016).

O vapor, à medida que está subindo na torre, troca calor e massa com os pratos/bandejas e recheios, desse modo, as frações de petróleo são separadas, de acordo com a volatilidade, ou seja, com o ponto de ebulição da cadeia carbônica. Dessa forma, as cadeias de hidrocarbonetos, cujo ponto de ebulição for maior ou igual à temperatura de um dado prato, se condensam e ficam retidas nesse prato, enquanto o restante segue subindo para os pratos mais próximos do topo, permitindo que o processo de separação continue ocorrendo (Petrobras, 2002; Gauto 2016).

Após a carga ser fracionada, cada corrente gerada vai para uma outra Unidade de Transformação na qual passará por outros processos, por exemplo, no caso da corrente intermediária de nafta, ela parte da UDA e vai para a Unidade de Hidrotratamento de Nafta, enquanto que a corrente de Gás Liquefeito de Petróleo (GLP) vai para a Unidade de Coqueamento Retardado, como pode ser visto na Figura 5 que expõe os fluxos entre as Unidades de Transformação que compõem o processo de refino.

Figura 5 – Processo de refino



Fonte: Petrobras (2023)

Um dos principais desafios encontrados no processo de refino do petróleo é o tratamento das impurezas, buscando reduzi-las a limites aceitáveis pela legislação para que os produtos derivados possam ser comercializados. Essas impurezas são decorrentes do processo de formação do petróleo e influenciam nas propriedades que ele apresentará. Alguns exemplos de impurezas são os compostos sulfurados, oleofóbicos (água e sedimentos) e organometálicos (Gauto, 2016).

Além disso, a composição físico-química do petróleo influencia na qualidade que o mesmo apresenta, a qual pode ser avaliada por meio de aspectos como: densidade, pressão de vapor, viscosidade, teor de contaminantes, entre outros. Assim, é importante que a qualidade e as propriedades do petróleo sejam avaliadas, pois são fatores que influenciam no esquema de refino, ou seja, na movimentação, no processamento e no potencial produtivo a ser obtido (como a determinação de quais derivados podem ser obtidos a partir da composição de um determinado petróleo) (Gauto, 2016).

Visando a adequação da composição físico-química aos limites permitidos pela legislação para a comercialização dos derivados do petróleo, ao longo do processo de refino, são realizados diversos cálculos sobre alguns parâmetros para garantir que os derivados a serem obtidos estejam dentro das especificações. Um dos cálculos realizado é o de balanço de material (massa ou energia), que aborda o balanceamento entre as entradas e saídas de material em um determinado sistema. Assim, quando ocorrem modificações no estado de um estágio do sistema, como alteração na concentração de uma mistura, é necessário que os cálculos sejam refeitos, levando em consideração as informações do

estágio anterior à perturbação e propriedades da fonte de perturbação.

Existem diversas formas de se calcular a concentração de uma mistura, ou seja, o quanto de um determinado soluto há em uma solução. Por exemplo, pode-se calcular a molaridade, a composição percentual (em massa ou em volume), a concentração em ppm (partes por milhão) ou em ppb (partes por bilhão).

Harris e Lucy (2017) expõem algumas dessas formas de cálculo de concentração, como pode ser visto nas Equações (2.1), (2.2) e (2.3), cuja composição é calculada de modo relativo, com base no volume.

$$\text{Percentual em volume} = \frac{\text{volume de soluto}}{\text{volume total da solução}} \times 100 \quad (2.1)$$

$$\text{Densidade} = \frac{\text{massa do soluto}}{\text{volume total da solução}} \quad (2.2)$$

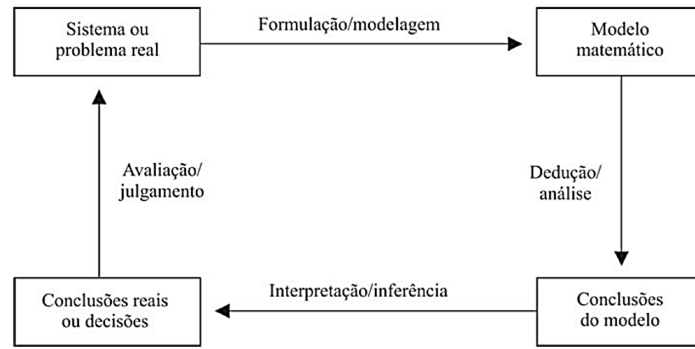
$$\text{ppm} = \frac{\text{volume de soluto}}{\text{volume total da solução}} \times 10^6 \quad (2.3)$$

O termo “soluto” refere-se à substância de interesse, por exemplo, no caso do álcool etílico comercial, a concentração de interesse é o quanto de álcool etílico está presente no volume contido no frasco. Assim, um álcool etílico 96% significa que 96% do volume contido no frasco é referente a esse álcool (soluto) e os 4% restante é água. A Equação (2.1) refere-se ao teor de uma substância em termos percentuais (% v/v). A Equação (2.2) é referente ao cálculo da densidade de uma substância, ou seja, ela expressa o quanto, em massa, de uma substância está contido em um determinado volume, e a Equação (2.3) é referente à concentração em partes por milhão normalmente utilizada para medições cuja concentrações de soluto é muito baixa, essa concentração pode ser lida como a quantidade em μL de soluto por L de solução.

2.2 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Consiste em modelos matemáticos que buscam representar um determinado problema, por meio de variáveis de decisão (são elementos que correspondem às decisões a serem tomadas para se alcançar os objetivos do problema), função objetivo (é uma métrica que se deseja alcançar) e as restrições (equações e inequações algébricas que condicionam os valores que as variáveis podem assumir). A partir da resolução do modelo, busca-se encontrar/definir o conjunto de soluções viáveis e, a partir delas, encontrar a solução ótima que pode ser compreendida como a melhor solução dentre um conjunto finito de soluções (Arenales *et al.*, 2017). Na Figura 6, é possível visualizar as atividades envolvidas para a construção de um modelo.

Figura 6 – Etapas para criação do modelo matemático



Fonte: Arenales *et al.* (2017)

Perlingeiro (2018) expõe que os problemas de programação podem ser classificados quanto a características como:

- Contínuo ou discreto, a depender da natureza das variáveis de decisão;
- Linear ou Não Linear: será linear se a função objetivo e todas as restrições associadas, forem lineares. Caso uma das equações/inequações seja não linear, todo o modelo será classificado como tal;
- Convexo ou Côncavo (não-convexo): são propriedades geométricas das equações e inequações e influenciam no comportamento e nas características das soluções de um problema.

Em um problema de Programação Matemática, cada restrição do modelo contém, pelo menos, uma variável. A interseção dos conjuntos de restrições é responsável por delimitar o espaço de soluções viáveis, chamado de região viável, cujo interior ou fronteira contém o ponto de máximo/mínimo da Função Objetivo. Analisar características das funções que compõem o problema em estudo é importante para a correta interpretação dos resultados e para que possam ser adotadas as tratativas adequadas para os casos em que se busca reduzir a complexidade computacional, durante a resolução do problema. Por exemplo, a análise da convexidade permite inferir se um determinado modelo pode ou não ter ótimos locais, influenciando, assim, na otimalidade.

A análise da convexidade pode ser feita sobre as funções e sobre conjuntos. Uma função de uma variável de decisão é convexa quando, ao traçar uma reta unindo quaisquer dois pontos x_1 e x_2 , o valor da função é sempre menor ou igual ao valor obtido pela reta que une esses pontos. Como consequência disso, a linha que conecta quaisquer dois pontos no gráfico estará sempre acima do próprio gráfico. Isso pode ser matematicamente expresso na Inequação (2.4), onde γ é um valor escalar contido no intervalo entre 0 e 1, x_1 se refere ao ponto inicial e x_2 ao ponto final (Edgar *et al.*, 2001; Bazaraa *et al.*, 2006).

$$f(\gamma x_1 + (1 - \gamma)x_2) \leq \gamma f(x_1) + (1 - \gamma)f(x_2), \quad \text{para } 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.4)$$

Além disso, é preciso analisar a região de soluções viáveis. Uma região é dita convexa quando, para quaisquer pares de pontos x_1 e x_2 dessa região, um ponto x obtido por meio de uma combinação linear desses dois pontos também pertencerá a essa região (Edgar *et al.*, 2001; Perlingeiro, 2018). Essa informação pode ser matematicamente expressa pela Equação (2.5).

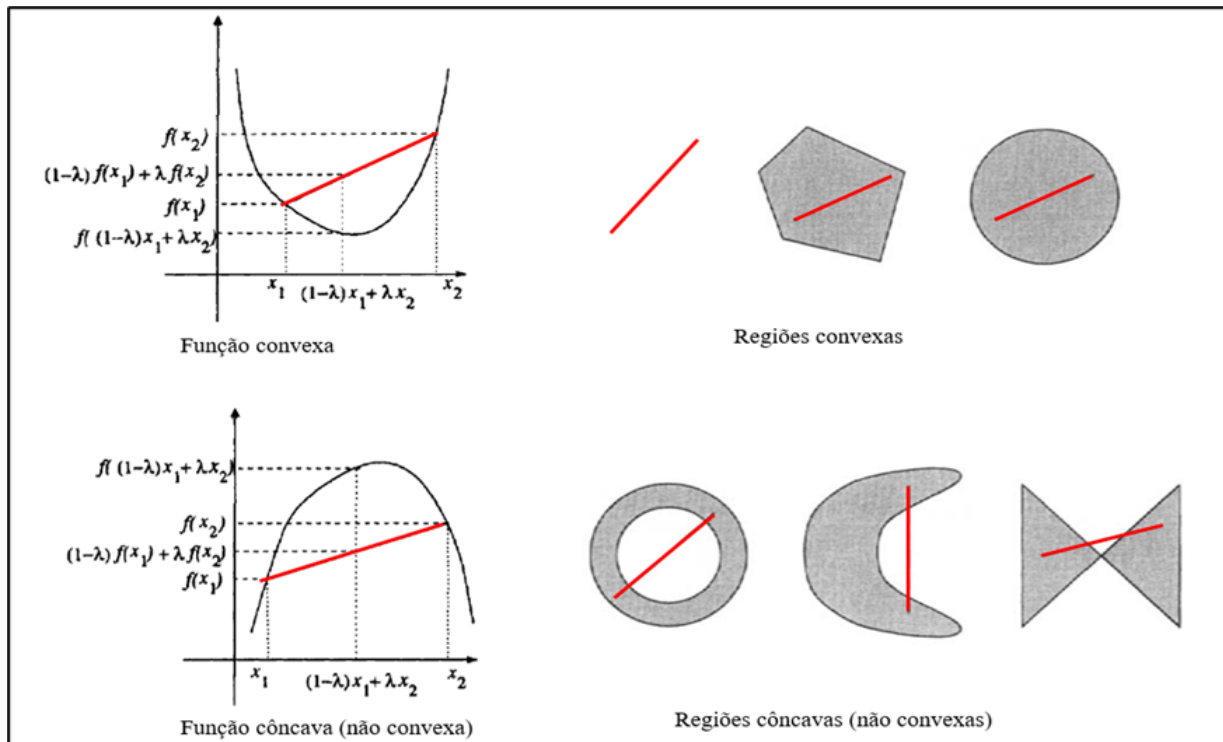
$$x = \gamma x_1 + (1 - \gamma)x_2, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.5)$$

Graficamente, se quaisquer pontos de uma região puderem ser ligados por uma reta e a mesma ficar inteiramente contida nessa região, diz-se que essa região é convexa (Perlingeiro, 2018).

A Inequação (2.4) auxilia na avaliação da convexidade da função objetivo, enquanto a Equação (2.5) auxilia na avaliação da convexidade da região viável (Perlingeiro, 2018).

Na Figura 7, é possível visualizar exemplos de funções e regiões convexas e de funções e regiões côncavas. O “ λ ” utilizado no conteúdo da Figura 7 possui a mesma interpretação do “ γ ” exposto por Edgar *et al.* (2001).

Figura 7 – Funções e conjuntos convexas, funções e conjuntos côncavos



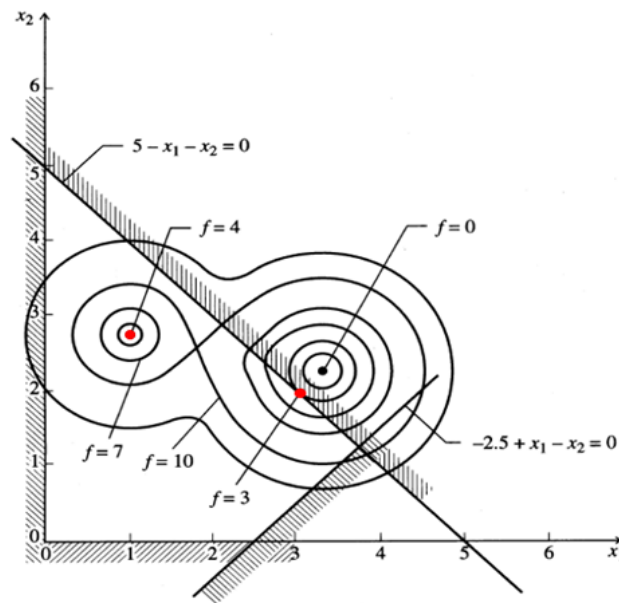
Fonte: adaptado de Floudas (1995)

A não convexidade é uma característica normalmente presente nos problemas de programação não linear, tendo em vista que a natureza do mesmo gera regiões curvas (picos/vales) o que dificulta a obtenção da solução ótima, pois o algoritmo pode ficar preso em um ótimo local. Já os

problemas convexos são livres de ótimos locais distintos, ou seja, em problemas convexos, o ótimo local será também o ótimo global (Edgar *et al.*, 2001; Floudas, 1995).

A Figura 8 apresenta uma ilustração gráfica de um problema de programação não linear em que há mais de um ótimo local, devido a não-convexidade. Nela, a região viável é determinada por restrições lineares que formam um polígono com um número finito de vértices, e a Função Objetivo (FO) é não linear, sendo, nesse caso, expressa por círculos concêntricos entre si, chamados de curvas de nível (representam graficamente o conjunto de pontos em que a FO possui o mesmo valor, assim, cada curva corresponde a um nível constante da FO).

Figura 8 – Representação gráfica de um Problema de Programação Não Linear



Fonte: Edgar *et al.* (2001)

Na Figura 8, os dois mínimos locais são sinalizados por $f=4$ e $f=3$, sendo este último o ótimo global. Além disso, é válido observar que, em PNL, os pontos de mínimo/máximo nem sempre estão situados em um limite da região viável ou na fronteira, como ocorre com a programação linear (Edgar *et al.*, 2001).

A convexidade está relacionada com o comportamento de uma função, como a curvatura e a direção de crescimento. No caso multivariável, a convexidade pode ser analisada por meio das condições de primeira e de segunda ordem. As condições de primeira ordem envolvem o vetor gradiente $\nabla f(x)$ da função objetivo, ou seja, o vetor das derivadas parciais que aponta a direção de maior crescimento da função objetivo para analisar se um ponto x^* é um ponto candidato à ótimo local.

Desse modo, as condições de primeira ordem expõem que: seja $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, se f é diferenciável em x^* e x^* é um ponto ótimo local (mínimo ou máximo), então o gradiente em x^* deve

ser zero ($\nabla f(\mathbf{x}) = 0$). O gradiente possuir valor zero implica que x^* está em uma posição onde não há variação localmente significativa em nenhuma direção (Bazaraa *et al.*, 2006).

As condições de segunda ordem são aplicadas após se verificar que as condições de primeira ordem são válidas. As condições de segunda ordem são utilizadas para se distinguir se x^* é um ponto de mínimo local, máximo local ou ponto de sela. Isso é feito a partir da análise dos sinais de uma matriz quadrada formada pelas derivadas parciais de segunda ordem $f(x_{ij})$ de uma função f com relação a x_i e a x_j para $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, n$ chamada de matriz Hessiana $H(x)$, onde:

$$H[f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_3} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Edgar *et al.* (2001) e Bazaraa *et al.* (2006) expõem que um conjunto de pontos x que satisfaz a relação $x^T H(x) x \leq 1$ é dito convexo se a matriz Hessiana $H(x)$ for uma matriz simétrica real e semidefinida positiva.

Considerando que S seja um conjunto convexo não vazio em $\mathbb{R}^n$ e $x^* \in S$, é possível fazer as seguintes classificações de $f(x)$ com base nos autovalores de $H(x)$, como expresso na Tabela 1.

Tabela 1 – Classificação de $f(x)$ a partir dos autovalores de $H(x)$

$f(x)$	$H(x)$	Quando os autovalores de $H(x)$ são:
Estritamente convexa	Definida positiva	> 0
Convexa	Semidefinida positiva	≥ 0
Côncava	Semidefinida negativa	≤ 0
Estritamente côncava	Definida negativa	< 0
Ponto de sela	Indefinida	< 0 e > 0

Fonte: adaptado de Edgar *et al.* (2001) e Floudas (1995)

Os conceitos da segunda coluna da Tabela 1 (“ $H(x)$ ”) podem ser compreendidos como:

- Definida positiva: todos os autovalores são positivos, indicando que a função $f(x)$ é estritamente convexa em torno do ponto x^* e este é um mínimo local único;
- Semidefinida positiva: os autovalores são maiores ou iguais a zero, indicando que a função $f(x)$ é convexa em torno do ponto x^* e este é um mínimo local;

- Indefinida: os autovalores são maiores ou menores do que zero, indicando que a curvatura da função $f(x)$ varia, mudando de direção, e que x^* é um ponto de sela;
- Definida negativa: todos os autovalores são negativos, indicando que a função $f(x)$ é estritamente côncava em torno do ponto x^* e este é um máximo local único;
- Semidefinida negativa: os autovalores são menores ou iguais a zero, indicando que a função $f(x)$ é côncava em torno do ponto x^* e este é um máximo local;

Uma consequência para a otimalidade é que, quando uma função é convexa, todo mínimo local é também um mínimo global. Isso pode ser compreendido graficamente, pois, em qualquer intervalo do domínio, a linha que conecta dois pontos da função estará acima ou sobre a curva da função, o que impede que existam múltiplos mínimos locais. Maiores informações sobre essas e outras classificações podem ser encontradas em Floudas (1995), Edgar *et al.* (2001), Bazaraa *et al.* (2006) e Biegler (2010).

2.2.1 Programação Não Linear Inteira Mista

Problemas de PNLIM são problemas de otimização que combinam variáveis de decisão discretas e contínuas e possuem pelo menos uma equação ou inequação não linear, que pode estar presente na função objetivo e/ou nas restrições. A formulação desses problemas pode ser evidenciada abaixo, como destacado por Bazaraa *et al.* (2006):

$$\min_{x,y} f(x,y) \quad (2.6)$$

$$\text{s.a. } h(x,y) = 0, \quad (2.7)$$

$$g(x,y) \leq 0, \quad (2.8)$$

$$x \in X \subseteq \mathbb{R}^n, \quad (2.9)$$

$$y \in Y \subseteq \mathbb{Z}^m \quad (2.10)$$

Nessa formulação, x representa o vetor n -dimensional de variáveis contínuas pertencente ao conjunto dos números reais (*e.g.*, fluxo, pressão, composição química) e y representa o vetor m -dimensional de variáveis discretas pertencente ao conjunto dos números inteiros (*e.g.*, equipamentos, componentes, materiais). As funções $h(x,y)$ e $g(x,y)$ representam, respectivamente, as restrições de igualdade (*e.g.*, balanço de massa/energia, relações de equilíbrio químico) e de desigualdade (*e.g.*, regulamentações ambientais, especificações de produtos). Por fim, $f(x,y)$ representa a função objetivo a ser otimizada (*e.g.*, minimizar o custo, atraso, algum critério termodinâmico) (Bazaraa *et al.*, 2006).

Em processos químicos, a maioria dos problemas é não linear devido à integração de fluxos envolvendo o reciclo de massa e/ou energia (Silva *et al.*, 2021). Esses problemas se tornam desafiadores

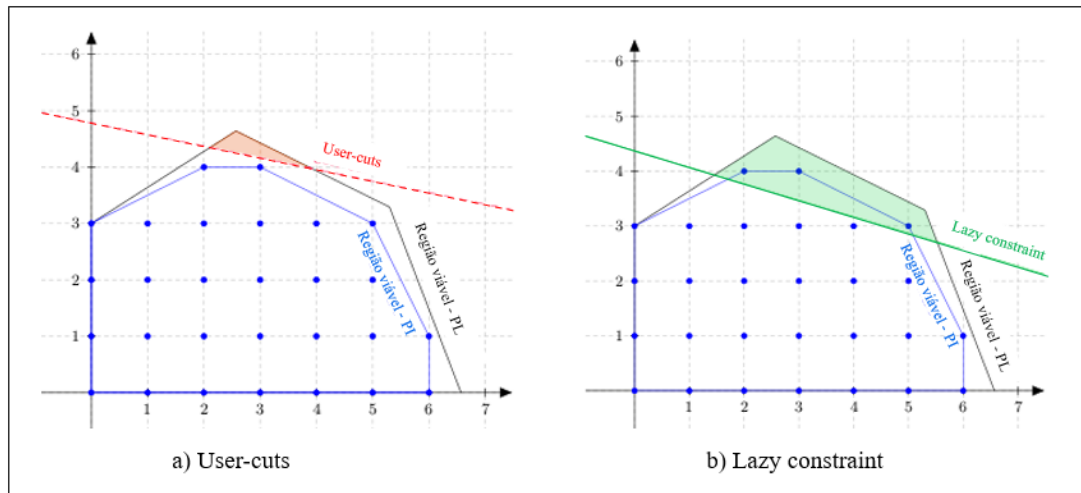
para serem resolvidos em um tempo computacional viável, devido ao domínio combinatório das variáveis “y” e devido à não linearidade. À medida que a quantidade de variáveis inteiras (*e.g.* binárias) aumenta, Floudas (1995) expõe que a análise da complexidade dos problemas de PNLIM permite caracterizá-los como NP-Difícil. Além disso, como mencionado acima, a não linearidade pode comprometer a otimalidade do problema.

Alguns exemplos de algoritmos que podem ser aplicados para a solução de PNLIM são: Decomposição de Benders, *Branch-and-Bound*, *Branch-and-Cut* e técnicas aproximativas como heurísticas ou meta-heurísticas.

A depender da natureza e da complexidade do problema a ser resolvido, por vezes, pode ser necessário realizar modificações no processo de resolução, por exemplo, alguns *solvers* de Programação Inteira permitem a inserção de planos de corte, uso de heurísticas, *user-cuts* e *Lazy constraints*, como uma forma de auxiliar na obtenção de soluções em tempo computacional viável. A distinção entre os métodos citados acima está na forma como cada um impacta o espaço de região viável e em como são aplicados durante o processo de exploração do *Branch-and-Bound* ou *Branch-and-Cut*, por exemplo (Paul Rubin, 2012; JuMP Developers, 2025).

As *Lazy constraints* são restrições que não fazem parte da formulação original do modelo e são adicionadas dinamicamente por uma função de *callback* apenas quando uma solução inteira obtida violar alguma das restrições (*e.g.*, do problema e não consideradas no modelo original), impedindo que soluções inviáveis sejam aceitas. Já os *User-cuts* também são restrições que não pertencem ao modelo original, mas têm um papel diferente: eles restringem o espaço de busca sem remover soluções inteiras viáveis. Esses cortes são utilizados para fortalecer a relaxação linear, eliminando apenas soluções fracionárias, reduzindo o espaço de busca e melhorando os limites do problema (Paul Rubin, 2012; IBM Documentation, 2025; Gurobi Support, 2025).

Na Figura 9, tem-se um exemplo de um problema de Programação Inteira (PI) cuja região e as respectivas soluções viáveis estão delimitadas pelo polígono em azul, enquanto que a região viável da relaxação desse problema (*i.e.*, Programação Linear (PL)) é delimitado pelo polígono em preto. Nesta Figura é possível visualizar uma aplicação do *User-cut* na linha vermelha em “a)” e da *Lazy constraint* pela linha verde em “b)” sobre o espaço de busca, facilitando a compreensão sobre a distinção entre eles.

Figura 9 – *User-cut* e *Lazy constraint*

Fonte: adaptado de Paul Rubin (2012)

Utilizar uma função *Lazy callback* para adicionar *Lazy constraints* apenas quando soluções inteiras violarem alguma das restrições do problema pode proporcionar ganhos computacionais, pois nos casos de problemas que apresentam muitas restrições, podendo inclusive haver restrições redundantes, utilizar *Lazy constraint* poderá reduzir o tempo computacional por iteração e o consumo de memória, viabilizando a obtenção de soluções viáveis. Além disso, para os casos em que o problema original é decomposto em problema principal e subproblemas, como ocorre na Decomposição de Benders, utilizar *Lazy constraints* é essencial, pois as restrições de viabilidade e de otimalidade não são conhecidas *a priori* e só podem ser identificadas dinamicamente, à medida que a busca pela solução avança. Dessa forma, por não incluir todas as restrições da formulação de uma única vez, o modelo inicial se torna menor e novas restrições são adicionadas somente quando uma solução candidata violar alguma condição essencial. Isso melhora a convergência do algoritmo e evita a sobrecarga computacional associada à inclusão de um grande número de restrições, tornando o processo de resolução mais eficiente (Paul Rubin, 2012).

No próximo Capítulo, serão exploradas pesquisas relacionadas com a programação da produção na indústria de óleo e gás.

3 REVISÃO DA LITERATURA

As operações do segmento *downstream* da cadeia de suprimentos da indústria petrolífera englobam atividades como o processo de refino e o de transporte dos derivados do petróleo. É nesse segmento da cadeia de suprimentos onde o petróleo possui o maior valor agregado, principalmente quando se considera o preço dos derivados obtidos.

Govindan e Cheng (2018) expõem que a cadeia de suprimentos pode ser categorizada de acordo com o horizonte de tempo e, de forma complementar, Al-Ahmari *et al.* (2022) destacam que as atividades de gerenciamento podem ser divididas em três níveis hierárquicos: planejamento da produção no topo (compreendendo um horizonte mais longo), seguido da programação da produção e, na parte inferior, o controle do processo. Dessa forma, a programação da produção possui importante papel no funcionamento da cadeia de suprimentos ao definir um cronograma com os tipos, quantidades e sequência de produção dos produtos, podendo ser aplicada em diversas áreas, como em processos químicos conforme retrata a pesquisa de Samadi e Maravelias (2024) que explora as formas como esses processos podem ser caracterizados a partir do ambiente de produção (sequenciais, em rede ou híbridos), do tipo de processos (em lote ou contínuo) e dos recursos utilizados (renováveis ou não).

Ao longo dessa revisão de literatura percebeu-se que as pesquisas abordavam os problemas envolvendo a programação das operações de petróleo bruto de formas distintas no contexto de Otimização. Por exemplo, Lee *et al.* (1996), Wu *et al.* (2017) e Mostafaei *et al.* (2021) abordaram como problemas de PLIM; Reddy *et al.* (2004), Yu *et al.* (2022), Chen *et al.* (2023) e Franzoi *et al.* (2024) como PNLIM, ao passo que Su *et al.* (2023) e Garcia-Verdier *et al.* (2024b) trataram o problema de PNLIM decompondo-o em PNL e em PLIM. Yang *et al.* (2023) utilizam heurísticas atreladas a PNLIM enquanto que Baranwal *et al.* (2023) e Mouret *et al.* (2011) atrelada a PLIM. Outra possível abordagem pode ser a consideração de incertezas, como demonstrado nas pesquisas de Lima *et al.* (2021), Yang *et al.* (2023), Su *et al.* (2023) e Zheng *et al.* (2024).

Diversas pesquisas foram desenvolvidas, ao longo dos anos, com foco na programação da produção de refinaria, como a apresentada por Lee *et al.* (1996) que abordam, em um problema de PLIM, o gerenciamento de estoques de petróleo bruto considerando o recebimento de diversos tipos de petróleos a partir de múltiplas embarcações, além do envio de petróleo bruto de tanques de armazenamento para os de carregamento e o *scheduling* para a formação da mistura a ser enviada para as UDAs, visando minimizar o custo envolvido nesses processos. No entanto, os autores não consideraram na modelagem a possibilidade de envio de carga de vários tanques de carregamento para a UDA, nem processos como a decantação da salmoura após o abastecimento dos tanques (fato que o

torna inoperante por um determinado tempo). Um outra informação que também não foi considerada é a realização de cálculos para atualização das propriedades físico-químicas (ou qualidade dos óleos), quando ocorre a mistura de petróleos com diferentes composições.

A pesquisa apresentada por Lee *et al.* (1996) auxiliou no desenvolvimento de diversas outras como a de Reddy *et al.* (2004) e Baranwal *et al.* (2023). Alguns desses autores complementaram a pesquisa de Lee *et al.* (1996) propondo melhorias na implementação e na escolha do método aplicado, como Reddy *et al.* (2004) que, além de incorporar esses pontos que não haviam sido considerados por Lee *et al.* (1996), eles resolveram problemas relacionados com as operações de petróleo bruto considerando restrições de qualidade e alocação de tanques para envio de carga de forma integrada.

Lima *et al.* (2021) desenvolveram um modelo de PLIM que trata sobre o planejamento estratégico e tático de uma refinaria situada no segmento *downstream*, visando minimizar o custo total da cadeia de fornecimento sujeita à fontes de incerteza relacionadas aos custos como: instalação de equipamentos, estoque, transporte e demanda. A rede foi projetada visando determinar os locais estratégicos onde devem estar situados armazéns sujeitos a restrições de capacidade, disponibilidade de tanques específicos para armazenar cada tipo de produto; também foram consideradas operações de fluxo de produtos e designação sobre quais transportes seriam utilizados. A incerteza foi inserida no problema a partir de programação *fuzzy* sob as medidas de possibilidade, credibilidade e necessidade, incorporando incerteza sobre os custos e as demandas. Os resultados obtidos destacam que o custo de transporte é o fator mais crítico e que a capacidade de cada armazém e os fluxos de produtos são bastante sensíveis à lógica *fuzzy* escolhida. Além disso, os autores expõem quais modais foram escolhidos para o transporte primário (transporte de grandes volumes por longas distâncias) e para o secundário (transporte de baixos volumes por uma curta distância) de produtos dos armazéns aos locais de comercialização.

Uma pesquisa de grande notoriedade nesse contexto de programação de operações de petróleo bruto é a de Mouret *et al.* (2011) que desenvolveram uma abordagem de modelagem unificada para problemas de escalonamento (programação de lote mono e multi estágio e problemas envolvendo a programação de operações de petróleo bruto) utilizando quatro diferentes representações de tempo, sendo elas Sequenciamento de Multioperações (MOS), Sequenciamento de Multioperações com tempos de início sincronizados (MOS-SST), Sequenciamento de Multioperações com tempos de início fixos (MOS-FST) e o Sequenciamento de Operação Única (SOS), buscando analisar o impacto dessas representações no tempo computacional e na qualidade da solução obtida. Mouret *et al.* (2011) utilizaram slots de prioridade para atribuir e ordenar as operações a serem executadas ao longo do tempo, assim como conceitos de teoria dos grafos (*e.g.* cliques e bicliques) para evitar a sobreposição

de operações que competem entre si por um mesmo recurso.

Uma das formulações apresentadas em Mouret *et al.* (2011) serviu como base para a modelagem da pesquisa desenvolvida por Seixas (2017) que acrescentou regras operacionais referentes a um estudo de caso envolvendo um problema de programação de suprimentos/abastecimento e mistura de petróleo, visando maximizar a margem de contribuição e reduzir o número de trocas de carga. Foram utilizadas três abordagens para a resolução do problema: a decomposição do problema de PNLIM em PLIM-PNL, aproximação linear iterativa e algoritmo de otimização global. Foram obtidos resultados satisfatórios, demonstrando que o modelo poderia servir como ferramenta de apoio à decisão dos funcionários responsáveis pela programação da produção.

Um outro estudo que também utilizou uma das formulações apresentadas por Mouret *et al.* (2011) é a pesquisa de Dimas (2017) que apresentou um problema de planejamento da produção integrado com a programação da distribuição dos derivados obtidos no final do processo de refino, com o objetivo de maximizar o lucro da refinaria e minimizar os custos da distribuição. Foram desenvolvidos dois modelos, o primeiro se caracteriza como um PNLIM que contempla as operações envolvidas no processo de refino cuja solução determina os produtos finais para a distribuição. O outro modelo refere-se a um problema de PLIM que retrata a programação de distribuição dos produtos partindo da refinaria, por meio de oleodutos, para centros de distribuição. Esses dois modelos foram resolvidos a partir de uma abordagem hierarquizada (solucionados separadamente) e de uma abordagem monolítica da solução (um único modelo contempla a modelagem do planejamento definindo o perfil de produção e a programação de distribuição dos derivados finais até os centros de distribuição), visando a otimização global do processo. Os resultados apresentados demonstraram que ambas as abordagens tiveram uma boa performance computacional, mas existem vantagens e desvantagens em cada uma, por exemplo, enquanto que no procedimento monolítico a solução ótima foi reportada em menos de uma hora, no procedimento hierárquico a solução do modelo de distribuição não atingiu a solução ótima em menos de duas horas. Além disso, a autora retrata a importância da utilização do modelo monolítico que integra o planejamento das operações com a distribuição de derivados para a otimização do processo global, sendo capaz de, neste caso, evitar a obtenção de soluções subótimas.

Na pesquisa apresentada por Su *et al.* (2023), busca-se construir um modelo integrando o planejamento da produção da refinaria com a programação de petróleo bruto, visando obter sequências de operação e cronogramas, por meio de um modelo de PNLIM, com o objetivo de maximizar o lucro líquido de todo o processo. O artigo propôs oito cenários para a realização dos testes em um tempo limite de 3600s e, em todos os casos, as soluções obtidas pelo modelo integrado proposto pelos autores foram comparadas com métodos sequenciais e se mostraram melhores, apresentando um aumento

médio de 5,57%.

Garcia-Verdier *et al.* (2024b) desenvolveram um modelo de PNLIM de dois estágios com gerenciamento de risco, considerando a data de chegada dos navios como estocástica e o tempo representado de modo contínuo. O modelo proposto foi resolvido por meio de um procedimento de duas etapas (PLIM-PNL) onde primeiro considerou-se o problema como de PLIM, ou seja, as restrições não lineares foram substituídas por aproximações lineares e, a solução obtida foi usada como *input* para o problema de PNL. Esse modelo proposto foi avaliado frente ao desempenho de modelos determinísticos a partir dos cálculos do Valor Esperado da Informação Perfeita (EVPI) e do Valor da Solução Estocástica (VSS). Os resultados mostraram-se satisfatórios, demonstrando que considerar um cenário com incertezas pode reduzir o custo frente ao cenário determinístico.

Zheng *et al.* (2024) consideraram a otimização integrada envolvendo o planejamento de aquisição e a programação da mistura de petróleo sobre diferentes escalas de tempo visando minimizar o custo de aquisição e atender os requisitos de produção, como as restrições de balanço de massa, de disponibilidade de equipamentos e de estoque. A eficácia do modelo proposto foi analisada ao serem resolvidos, por meio de simulação, quatro casos reais de produção de uma refinaria, por um tempo limite de 7200s. Esses casos possuem o mesmo estoque inicial e diferem entre si em alterações realizadas como no rendimento do petróleo bruto. Os autores expõem que, por meio dos resultados apresentados, o modelo pode reduzir custos de compra de petróleo bruto, promovendo uma programação de misturas estável e eficiente.

Yu *et al.* (2022) desenvolveram um modelo de PNLIM que contempla de forma integrada todos os processos do *downstream*, indo desde o recebimento do petróleo bruto até a entrega dos derivados finais em depósitos (locais onde ocorrerá o preparo para a comercialização). Nessa modelagem, o tempo e o volume foram considerados de forma contínua e o objetivo é de minimizar o custo operacional total (custo do processo de refino e do processo de transporte). A eficácia do modelo de PNLIM desenvolvido foi testada por meio de um estudo de caso em uma refinaria que processa dois tipos de petróleo bruto e produz quatro produtos. O modelo foi resolvido em 210s fornecendo uma solução com custo de \$17.733,8. Para fins de comparação, os autores resolveram esse mesmo caso considerando o problema de modo sequencial, o tempo de resolução foi próximo ao do valor obtido quando se considera o cenário integrado, porém, o custo operacional desse modo sequencial foi de \$20.269,9. Dessa forma, percebe-se que a resolução do problema de modo integrado pode reduzir o custo total em, aproximadamente, 12,51% frente ao modo sequencial.

A pesquisa realizada por Baranwal *et al.* (2023) também consistiu em um estudo de caso e abordou múltiplas operações, tratadas como subproblemas: as operações portuárias para o

abastecimento da refinaria, o transporte do petróleo bruto do porto até a refinaria e o processo de refino. No entanto, diferente do método usado por Yu *et al.* (2022) que resolveram o problema de modo integrado, Baranwal *et al.* (2023) resolveram esses três subproblemas de modo independente, com o intuito de reduzir a complexidade. Cada um desses três subproblemas foi tratado utilizando uma estrutura baseada em PLIM, o primeiro modelo de PLIM foi desenvolvido para a geração de plano de produção ideal para a transferência do petróleo do porto para a refinaria (sendo utilizado também uma heurística), o segundo foi desenvolvido para a formação da mistura a ser processada nas UDAs, por fim, o último modelo de PLIM foi para o recebimento e retirada de petróleo dos tanques. O objetivo da pesquisa é otimizar o rendimento das UDAs sujeitas a restrições físico-químicas, hidráulicas e operacionais, as soluções obtidas foram comparadas com as adotadas pelo funcionário responsável pela programação e apresentou uma melhoria de 91,83%.

Uma outra pesquisa que busca otimizar o rendimento da UDA levando em consideração restrições físico-químicas e operacionais foi a apresentada por Mota *et al.* (2024a) que realizaram um estudo de caso em uma refinaria brasileira visando propor uma programação da produção semanal envolvendo as operações que compõem o primeiro processo de refino do petróleo, contemplando, desde o recebimento de petróleo bruto para o abastecimento dos tanques de armazenamento até a definição da mistura de petróleos que será processada na UDA. Os autores evidenciaram que, com a modelagem de PNLIM proposta na pesquisa, foi possível obter um aumento de 10,20% no processamento médio de petróleo na UDA, frente aos resultados apresentados pela empresa para esse mesmo período. Além disso, na programação proposta, os autores utilizaram uma quantidade bem menor de petróleo, resultando em uma economia de aproximadamente 50% do volume que foi utilizado pela empresa.

Essa pesquisa foi complementada, posteriormente, por Mota e Kramer (2024) que utilizaram a mesma modelagem, porém modificaram o método de resolução utilizado, propondo uma matheurística oriunda da aplicação da heurística de horizonte deslizante *Relax-and-Fix* combinada ao método exato de PNLIM, visando reduzir a complexidade computacional decorrente da restrição de integralidade de algumas variáveis. Os autores compararam a eficiência do método, por meio do valor da carga processada pela UDA, considerando os mesmos dias, volumes e tipos de petróleo utilizados pela empresa para o abastecimento. Além disso, eles propuseram uma outra programação de abastecimentos que foi capaz de gerar um aumento de 14,44% no valor da carga processada frente aos dados da empresa.

A modelagem apresentada por Mota *et al.* (2024a) também serviu como base para a pesquisa desenvolvida por Mota *et al.* (2024b) que sugeriram ajustes visando tratar o problema estudo de caso como um de Programação Quadrática e reduzir parte da complexidade computacional oriunda

de cálculos envolvendo multiplicação e divisão com mais de duas variáveis. Para isso, Mota *et al.* (2024b) dividiram o cálculo de ponderação mássica para a concentração do enxofre (que é o computacionalmente mais custoso) em duas etapas. Na primeira, considerou-se apenas a ponderação volumétrica e, na segunda etapa, verifica-se, por meio de uma função de *lazy callback* se a solução encontrada também atende às regras de negócio da refinaria quando considerada a ponderação mássica. Os autores destacaram que, por meio dessa abordagem, foi possível obter um ganho de 9,82% na carga processada, ao considerar o mesmo cenário de abastecimento que a empresa.

Franzoi *et al.* (2024) apresentam um estudo de caso de uma refinaria a partir do qual os autores modelaram, de forma integrada, três segmentos: programação da mistura de petróleo bruto, rede de produção e rede de mistura de produtos, com o objetivo de maximizar a receita, levando em consideração o preço de venda, os custos com matéria-prima e o rendimento das UDAs. O problema foi descrito como de PNLIM assumindo o tempo como discreto e fazendo uso de diversas abordagens envolvendo o *design* do processo, a decomposição do modelo e a utilização de heurísticas juntamente com regressão atrelada à aprendizagem de máquina.

Além da aplicação da programação da produção em atividades de refino, como demonstrado acima, tem-se a aplicação nas atividades de transporte dos derivados obtidos, como apresentado na pesquisa de Mostafaei *et al.* (2021) que aborda sobre o transporte de derivados a partir de um oleoduto que conecta uma refinaria a diversos depósitos. Esse problema de pesquisa operacional é caracterizado pela movimentação ocorrer com a carga e o transportador permanecer em regime estacionário. Os autores modelaram o problema como PLIM com tempo discreto, com o objetivo de determinar a quantidade e a sequência de envio dos produtos, buscando satisfazer a demanda no prazo correto, minimizando os custos operacionais.

Alguns autores abordaram o problema de programação de operações com petróleo bruto sob uma perspectiva multiobjetivo. Por exemplo, Hou *et al.* (2020) buscaram otimizar a taxa de fluxo de óleo pelo oleoduto que é, por natureza, um problema de natureza não linear. Para contornar essa não linearidade, os autores transformaram o problema em um modelo discreto de alocação dinâmica de recursos, considerando várias funções objetivo como minimizar o consumo da energia utilizada pelas estações de bombeamento para transportar o petróleo do tanque de armazenamento (porto) para os tanques de carregamento (refinaria), maximizar a produtividade e minimizar a quantidade e o custo de troca de tanques que enviam carga para a UDA. Como alguns desses objetivos são conflitantes entre si, os autores propuseram um algoritmo de otimização chamado de NSGA-III (algoritmo de otimização evolutiva multiobjetivo de classificação não dominada baseada em ponto de referência) para que fosse possível otimizar esse problema de programação. Esse algoritmo proposto foi analisado frente a um

estudo de caso de uma refinaria chinesa e frente a outros nove algoritmos e demonstrou ser a melhor escolha em termos de convergência, diversidade de soluções e eficiência de tempo, entre os algoritmos testados.

Além das abordagens acima, algumas pesquisas têm apresentado estratégias a serem adotadas com o intuito de reduzir a complexidade computacional, como a utilização de heurísticas de horizonte deslizante *Relax-and-Fix* (*R&F*) e *Fix-and-Optimize* (*F&O*). Na pesquisa de Attia (2025), foi proposto um modelo para gerenciamento integrado de riscos e planejamento de manutenção em operações de Cadeia de Suprimentos de Óleo e Gás, sob incerteza de mercado, com o objetivo de reduzir perdas de produção e atender à demanda do cliente. O autor utilizou a heurística *R&F* para encontrar uma solução inicial, que foi então usada como ponto de partida para o solucionador CPLEX obter a solução ótima em 1 hora. O autor enfatiza que, sem o uso dessa heurística, seriam necessárias 24 horas para encontrar a solução ótima.

Song *et al.* (2018) expõe um paralelo interessante entre a programação de operações de petróleo bruto e a indústria de refino de cobre. Os autores observaram que o problema enfrentado nesta indústria é semelhante ao problema de programação de mistura de petróleo bruto, pois ambos envolvem operações de natureza semelhante, sujeitas a restrições de fluxo (como a logística relacionada ao transporte de matérias-primas por navios, além de limitações de armazenamento em portos) e restrições de qualidade (como a composição química dos concentrados de cobre e os cálculos necessários para o balanço de massa da mistura). Os autores destacaram que a modelagem desenvolvida no estudo foi inspirada em abordagens utilizadas na programação de petróleo bruto, como a apresentada por Lee *et al.* (1996).

Apesar de não fazer parte do escopo do presente trabalho, é importante ressaltar que esses problemas relacionados à otimização de operações em refinarias de petróleo também podem ser tratados utilizando técnicas como as baseadas em meta-heurísticas, a exemplo disso tem-se a pesquisa de Khan *et al.* (2022) que utilizaram Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm*) integrado com redes neurais para a previsão de condições operacionais de um forno de uma refinaria de petróleo sob condições de incerteza. Uma outra pesquisa que usou meta-heurística foi a de Jumaah *et al.* (2023) que explorou a utilização da meta-heurística Enxame de Partículas (*Particle Swarm*) em uma simulação multi-objetivo que visa maximizar a lucratividade, maximizar a carga processada pela UDA, ao mesmo tempo em que busca minimizar o custo de energia e as emissões de CO_2 . Outros trabalhos, ainda nesse contexto de operações de petróleo bruto, buscam adotar estratégias como as baseadas no relaxamento de McCormick (*e.g.* De Assis *et al.* (2017) e Garcia-Verdier *et al.* (2024a)) e as que utilizam a Decomposição Lagrangeana (*e.g.* Yang *et al.* (2020) e Uribe-Rodríguez *et al.* (2023)), para

lidar de forma mais eficiente com as funções não lineares do modelo.

Em conjunto, os estudos apresentados nesta seção mostram a relevância da aplicação de métodos de programação matemática para otimizar processos das refinarias, sendo possível perceber que essas abordagens promovem uma alternativa viável para lidar com a complexidade desses problemas, retornando boas soluções em tempo computacional viável. No entanto, percebeu-se que as abordagens dos autores levam em consideração métricas mais amplas, ou seja, que envolvem maximização do lucro, minimização dos custos, além de problemas multi-objetivos.

Além disso, a maioria dos estudos revisados envolvendo operações de petróleo bruto para a programação da produção apresenta refinarias que utilizam Tanques de Armazenamento e Tanques de Carregamento, como pode ser visto nos trabalhos de Lee *et al.* (1996), Mouret *et al.* (2011), Reddy *et al.* (2004), Yang *et al.* (2020), Zheng *et al.* (2024), Garcia-Verdier *et al.* (2024b), Franzoi *et al.* (2024), De Assis *et al.* (2017) e Baranwal *et al.* (2023). No entanto, poucos estudos, como o de Yang *et al.* (2023), apresentam refinarias com tanques operando em dois modos mutuamente exclusivos, alternando entre armazenamento e carregamento. Isso indica uma lacuna na literatura referente a estudos de caso que abordem refinarias que utilizem tanques nesse modos operacionais excludentes.

Diante dessas lacunas na literatura, busca-se, por meio dessa pesquisa, contribuir com a literatura ao apresentar um estudo de caso cuja refinaria possui tanques que operem nos dois modos (armazenamento ou carregamento) de forma excludente e cuja métrica a ser alcançada esteja focada na maximização do envio de carga dos Tanques de Armazenamento para a UDA.

4 APRESENTAÇÃO DO ESTUDO DE CASO

Problemas de Programação da Produção estão relacionados à alocação de recursos para a execução de tarefas, levando em consideração a sequência e o momento de processamento. Esses problemas são complexos, possuindo um elevado número de decisões e soluções possíveis.

A problemática apresentada é um estudo de caso realizado em uma refinaria brasileira na qual é abordada a programação matemática para os processos compreendidos desde a chegada de navios petroleiros para abastecer o estoque de petróleo bruto, até a formação da mistura, cujas características físico-químicas são determinadas pelos produtos finais que devem ser produzidos.

A refinaria possui capacidade de processamento diário de 230.000 barris de petróleo, em média (um barril de petróleo possui, aproximadamente, 159 litros), os principais produtos fabricados são diesel S-10 (concentração de 10 partes por milhão de enxofre) e S-500, nafta, óleo combustível e GLP (gás liquefeito de petróleo). A refinaria possui cinco tanques de armazenamento/carregamento, uma Fornalha e uma Unidade de Destilação Atmosférica (também chamada de Torre de Pratos ou Torre de Destilação Fracionada), funcionando em regime contínuo e sendo responsável por realizar o primeiro processo de separação dos constituintes do petróleo.

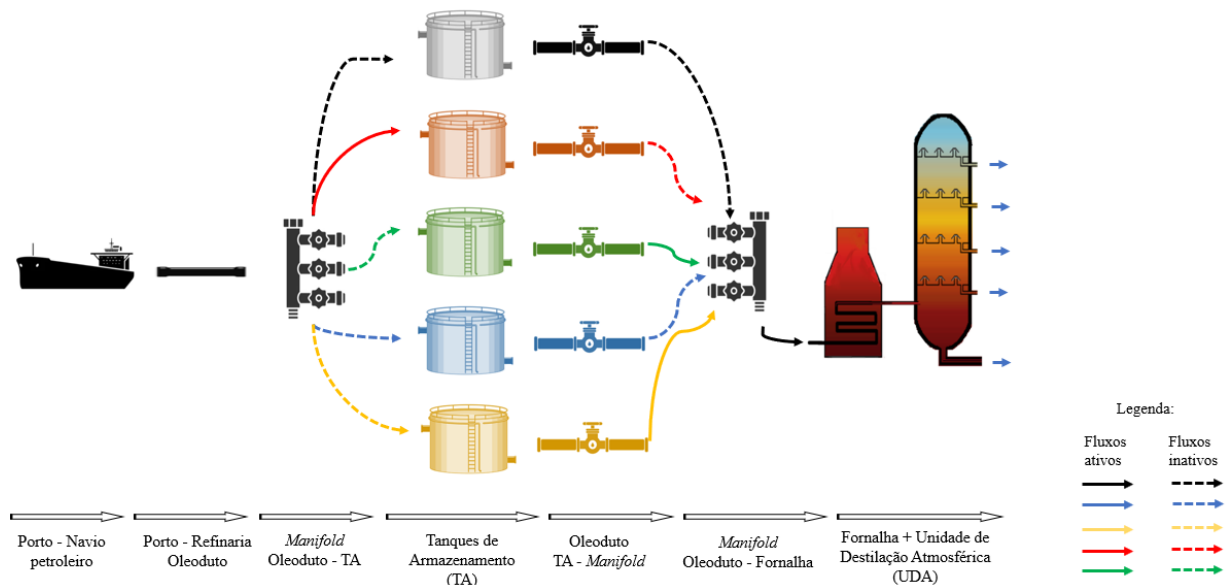
Cada um desses derivados produzidos apresenta especificações técnicas quanto à composição química que devem possuir para estarem aptos ao comércio. Essas especificações legais estão relacionadas aos produtos finais, porém, para obtê-las, a refinaria estabelece regras de negócio para assegurar que, a cada etapa de refino, o petróleo consiga atender a limites na composição e, no final do processo, o mesmo esteja dentro dos parâmetros legais.

Mota *et al.* (2024a) expuseram que, nesse problema analisado, a primeira etapa em que ocorre a definição dessas especificações é no processo de preparo da mistura que será processada na UDA, onde é determinado o limite máximo para o teor de nafta e para a concentração de enxofre, conforme as restrições operacionais e as regras de negócio. O cenário do problema em estudo pode ser visualizado na Figura 10, onde cada TA possui uma cor diferente com o intuito de sinalizar, didaticamente, que cada um contém petróleo bruto com características físico-químicas diferentes. Com base nas regras de negócio apresentadas pela refinaria, tem-se restrições que precisam ser atendidas, sendo elas:

- A refinaria possui uma UDA e cinco tanques que funcionam para armazenamento/carregamento;
- A empresa dispõe de 4 tipos de petróleo aqui denotadas por: “I”, “B”, “J” e “R”, que podem ser comprados para abastecer os TAs. Esses petróleos diferem entre si devido à composição química, sendo consideradas nesta pesquisa as seguintes propriedades: densidade, nafta e enxofre. O

- petróleo que possui o maior teor de nafta é o que apresenta a menor concentração de enxofre e vice-versa;
- Cada tanque possui um volume mínimo (“lastro”) de 17.000m³ que precisa ficar retido, e cada tanque possui capacidade máxima de 95.400m³, ou seja, o volume operacional máximo de um tanque é de 78.400m³;
 - A carga diária processada pela UDA, ao longo do horizonte de programação, deve ter um volume mínimo de 12.000 m³ e um volume de, no máximo, 16.000 m³. O limite máximo para a densidade, o teor de nafta e para a concentração de enxofre, respectivamente, é de 1 kg/m³, 2.250 m³/dia e de 4.200 ppm/dia;
 - A UDA deve receber carga de, no mínimo, um tanque e de, no máximo, três tanques por dia;
 - Caso ocorra transferência para a UDA, o envio mínimo de um tanque deve ser de 2.000 m³ de carga por dia;
 - Quando um tanque receber petróleo, ou seja, quando for abastecido, o mesmo deve ficar inoperante por 2 dias a partir do momento do recebimento, para que ocorra a remoção da água e de sais (também conhecida na literatura como remoção da salmoura e de contaminantes).

Figura 10 – Cenário do problema em estudo



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

De acordo com a Figura 10, é possível perceber que o processo inicia com a chegada do navio petroleiro no porto, que possui apenas uma doca para a atracação e o descarregamento desse tipo de navio. Assim, apenas um navio pode ser descarregado por vez. No processo de descarregamento, o petróleo é enviado, por meio de um único oleoduto, para algum dos Tanques de Armazenamento, a

escolha de para qual tanque o óleo irá é uma decisão tomada pelo funcionário da refinaria que a faz baseada na capacidade disponível dos tanques e no conhecimento promovido pela rotina diária, sem haver uma análise baseada em pesquisa operacional que auxilie no processo decisório.

Esse direcionamento de para qual tanque o óleo irá é feito por meio do *manifold* que possui uma válvula que o conecta a cada tanque. Assim, aquela válvula que estiver aberta será a que permitirá o repasse do petróleo para o tanque correspondente. Um raciocínio semelhante é aplicado quando o óleo sai do tanque para a Unidade de Destilação Atmosférica (UDA), onde um outro *manifold* direciona o recebimento do óleo de quaisquer tanques para a Fornalha que está conectada na UDA, como pode ser visto na Figura 10. O petróleo passa através da fornalha, por meio de uma serpentina, com o objetivo de aquecê-lo e enviá-lo para a UDA onde será separado, de acordo com o ponto de ebulição dos constituintes, para a fabricação de diversos produtos nas etapas seguintes do processo de refino. Neste cenário descrito na Figura 10, as setas representam todos os possíveis fluxos de transferência do petróleo bruto, desse modo, as setas contínuas representam um fluxo ativo, ou seja, que estaria ocorrendo, enquanto as setas tracejadas sinalizam a possibilidade de ocorrência de fluxo naquela direção, mas que nessa Figura esse fluxo não estaria ocorrendo (inativo).

A cada transferência de óleo de um tanque para outro, faz-se necessário atualizar os valores das características físico-químicas no local onde a mistura fica contida. Essa atualização é realizada por meio de cálculos que utilizam as Equações (2.1), (2.2) e (2.3).

No caso desta pesquisa, se fez necessário ajustar as Equações (2.1), (2.2) e (2.3) para conseguir adequar os cálculos de mistura aos que são realizados conforme a política da empresa, essa dinâmica pode ser compreendida como uma atualização da composição química de um líquido contida em um determinado componente, assim, considerando que um componente $j \in J$ recebe petróleos de vários componentes $i \in I$ e depois envia para outros componentes $k \in K$, para obter o volume de soluto no j -ésimo componente, é preciso considerar o quanto que ele recebeu do i -ésimo componente e o quanto que enviou para um k -ésimo componente.

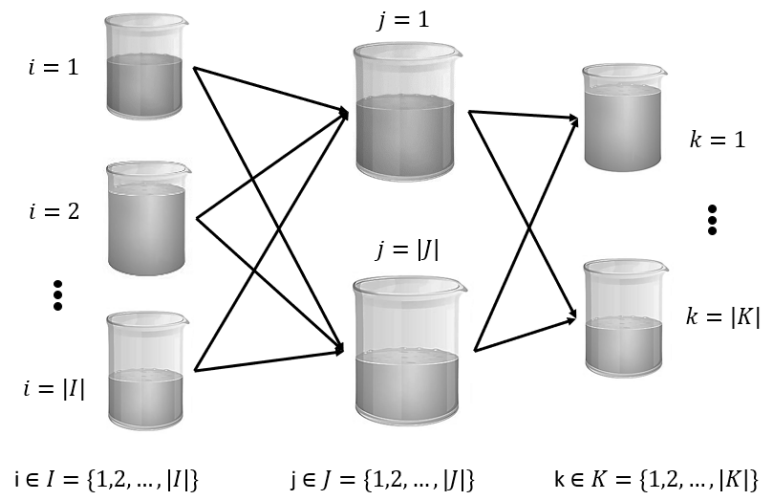
Um exemplo sobre como ocorre essa movimentação, pode ser visualizado na Figura 11, na qual cada componente possui um volume e uma composição específica e as setas na figura referem-se às possíveis transferências de líquido entre os conjuntos de componentes.

Dessa forma, para se calcular o teor de nafta de um determinado componente “ j ”, é preciso multiplicar o teor de nafta do tanque de origem “ i ” pelo volume que será transportado do i -ésimo componente para o j -ésimo, o resultado deve ser somado ao teor de nafta que o respectivo componente “ j ” possuía anteriormente. Por fim, supondo que o j -ésimo componente também seja capaz de, em um dado momento, enviar petróleo, para isso deve ser subtraído o quanto que foi enviado

de nafta desse j -ésimo componente para o k -ésimo, realizando a multiplicação do teor de nafta do tanque de origem “ j ” pelo volume que foi transportado de “ j ” para “ k ”. Esse mesmo raciocínio se aplica à Equação (2.3).

No caso desta pesquisa, um TA não pode, simultaneamente, receber e enviar petróleo. Assim, quando o TA abastecido volta a estar operante, a composição físico-química da mistura de petróleos já apresenta valores atualizados para a carga que será enviada dele para a UDA.

Figura 11 – Transferências de petróleo



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

5 MODELAGEM MATEMÁTICA

Com base nas regras de negócio informadas pela empresa e expostas no Capítulo 4, o problema apresentado foi modelado matematicamente como um problema de PNLIM e foram feitas as seguintes considerações: a vazão entre as etapas de transferência, assim como os tempos de início e término das transferências, não foram considerados como variáveis de decisão; apenas um navio pode ser atendido por dia; primeiro ocorrem todos os envios da carga para a UDA para depois ocorrer o processamento; a mistura de petróleos ocorre no duto, antes da chegada na UDA; considerou-se que os dutos não armazenam petróleo; não foi considerada a possibilidade de transferência de petróleo entre os TAs; a programação foi realizada para um horizonte de sete dias; considerou-se que não ocorre estoque de petróleo na UDA; devem ser respeitadas as restrições operacionais e ambientais impostas.

Os dados utilizados são apresentados, descritos e classificados na Tabela 2, assim como as variáveis utilizadas na modelagem são descritas na Tabela 3.

Tabela 2 – Descrição dos dados

Dados	Descrição	Natureza
$D = \{1, 2, \dots, D \}$	Conjunto de dias do horizonte de programação	Discreto
$L = \{1, 2, 3\}$	Conjunto de estágios de produção: navio, TA e UDA	Discreto
NC_l	Número de componentes do estágio $l \in L$	Discreto
$T = \{1, 2\}$	Conjunto de estágios de transferência: navio $\rightarrow$ TA e TA $\rightarrow$ UDA	Discreto
$P = \{1, 2, 3, 4\}$	Conjunto de parâmetros do petróleo: volume, densidade, teor de nafta e concentração de enxofre	Discreto
LB_p^l	Valor mínimo aceitável do parâmetro $p \in P$ no estágio $l \in L$	Contínuo
UB_p^l	Valor máximo aceitável do parâmetro $p \in P$ no estágio $l \in L$	Contínuo
$\{SVol, SDens, SNaft, SENx\}^d$	{Volume, Densidade, Teor de Nafta, Concentração de Enxofre} do petróleo recebido no estágio produção 1 (navio) no início do dia $d \in D$	Contínuo

Continua na próxima página

Tabela 2: Descrição dos dados – continuação

Dados	Descrição	Natureza
$\{initVol, initDen, initNaf, initEnx\}_{lj}$	{ Volume, Densidade, Teor de Nafta, Concentração de Enxofre } do petróleo armazenado no componente $j \in NC_l$ do estágio produção $l \in L$ no início do horizonte de programação	Contínuo

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Tabela 3 – Descrição das variáveis

Variáveis	Descrição
$\{vol, dens, naf, enx\}_{lj}^d$	{ Volume, Densidade, Teor de Nafta, Concentração de Enxofre } no componente $j \in NC_l$ do estágio produção $l \in L$ no final do dia $d \in D$
x_{aij}^d	Volume transferido no estágio de transferência $a \in T$ do componente $i \in NC_a$ para o componente $j \in NC_{(a+1)}$ no dia $d \in D$
$y_{aij}^d \in \{0, 1\}$	Variável auxiliar binária que possui valor igual a 1 para indicar transferência no estágio $a \in T$, no dia $d \in D$, do componente $i \in NC_a$ para o componente $j \in NC_{(a+1)}$. Caso contrário, 0.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Considerando os dados e variáveis apresentados nas Tabelas 2 e 3, o modelo de PNLIM proposto é representado pela formulação *MRK*, composta pelas Equações e Inequações (5.1)-(5.24). Embora essa formulação possa ser generalizada para cenários mais complexos (*e.g.*, com múltiplos recebimentos diários e/ou mais de uma UDA), a modelagem expressa foi delimitada para o estudo de caso, garantindo que esteja alinhada com a estrutura operacional da empresa.

$$(MRK) \text{ Max } z = \sum_{d \in D} \sum_{i \in NC_2} x_{2i1}^d \quad (5.1)$$

sujeito a:

$$\{vol_{2j}^1, dens_{2j}^1, naf_{2j}^1, enx_{2j}^1\} = \{initVol_{2j}, initDen_{2j}, initNaf_{2j}, initEnx_{2j}\}, \quad \forall j \in NC_2, \quad (5.2)$$

$$\{vol_{l1}^1, dens_{l1}^1, naf_{l1}^1, enx_{l1}^1\} = 0, \quad \forall l \in \{1, 3\}, \quad (5.3)$$

$$\{vol_{11}^d, dens_{11}^d, naf_{11}^d, enx_{11}^d\} = \{SVol^d, SDens^d, SNaf^d, SEnx^d\}, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.4)$$

$$LB_1^2 \leq vol_{2j}^d \leq UB_1^2, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.5)$$

$$LB_1^3 \leq vol_{31}^d \leq UB_1^3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.6)$$

$$dens_{31}^d \leq UB_2^3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.7)$$

$$naf_{31}^d \cdot vol_{31}^d \leq UB_3^3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.8)$$

$$enx_{31}^d \leq UB_4^3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.9)$$

$$(UB_1^2 - LB_1^2) \cdot y_{aij}^d \geq x_{aij}^d \geq 2000 \cdot y_{aij}^d, \quad \forall a \in T, i \in NC_a, \quad (5.10)$$

$$y_{11j}^d + y_{2j1}^d \leq 1, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.11)$$

$$t \in \{d, \min\{d+1, |D|\}\}, \quad (5.12)$$

$$\sum_{j=1}^{NC_2} x_{11j}^d = vol_{11}^d, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.13)$$

$$\sum_{i=1}^{NC_a} \sum_{j=1}^{NC_{a+1}} y_{aij}^1 = 0, \quad \forall a \in T, \quad (5.14)$$

$$\sum_{i=1}^{NC_2} y_{2i1}^d \leq 3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.15)$$

$$vol_{2j}^d = vol_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d - x_{2j1}^d, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.16)$$

$$vol_{31}^d = \sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.17)$$

$$dens_{2j}^d = \frac{vol_{2j}^{(d-1)} \cdot dens_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d \cdot dens_{11}^d - x_{2j1}^d \cdot dens_{2j}^{(d-1)}}{vol_{2j}^d}, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.18)$$

$$dens_{3j}^d = \frac{\sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d \cdot dens_{2i}^{(d-1)}}{vol_{31}^d}, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.19)$$

$$naf_{2j}^d = \frac{vol_{2j}^{(d-1)} \cdot naf_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d \cdot naf_{11}^d - x_{2j1}^d \cdot naf_{2j}^{(d-1)}}{vol_{2j}^d}, \quad \forall j \in NC_2, d \in D, \quad (5.20)$$

$$naf_{31}^d = \frac{\sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d \cdot naf_{2i}^{(d-1)}}{vol_{31}^d}, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.21)$$

$$enx_{2j}^d = \frac{vol_{2j}^{(d-1)} \cdot dens_{2j}^{(d-1)} \cdot enx_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d \cdot dens_{11}^d \cdot enx_{11}^d - x_{2j1}^d \cdot dens_{2j}^{(d-1)} \cdot enx_{2j}^{(d-1)}}{vol_{2j}^{(d-1)} \cdot dens_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d \cdot dens_{11}^d - x_{2j1}^d \cdot dens_{2j}^{(d-1)}}, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.22)$$

$$enx_{31}^d = \frac{\sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d \cdot dens_{2i}^{(d-1)} \cdot enx_{2i}^{(d-1)}}{\sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d \cdot dens_{2i}^{(d-1)}}, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (5.23)$$

$$vol_{lj}^d, dens_{lj}^d, naf_{lj}^d, enx_{lj}^d \in \mathbb{R}^+, \quad \forall l \in L, j \in NC_l, \quad (5.24)$$

$$y_{aij}^d \in \{0, 1\}, x_{aij}^d \in \mathbb{R}^+, \quad \forall a \in T, i \in NC_a, \quad (5.25)$$

$$j \in NC_{(a+1)}, d \in D. \quad (5.26)$$

A Função Objetivo (5.1) busca, ao longo da programação semanal, maximizar o envio de carga dos TAs para a UDA. As Restrições (5.2)-(5.4) estabelecem, respectivamente, o estado inicial dos estágios de produção $l \in L$ e os recebimentos programados dos navios. O conjunto de Restrições (5.5) estabelece o limite operacional do volume nos TAs, e as Restrições (5.6)-(5.9) estabelecem os limites operacionais para o volume e para as propriedades físico-químicas na UDA. O conjunto de Restrições (5.10) relaciona as variáveis y_{aij}^d e x_{aij}^d de modo que sempre que houver transferência, a variável binária y_{aij}^d deverá assumir valor 1 e essa transferência deverá ser de, no mínimo, 2.000 m³. O conjunto de Restrições (5.11) informa que se um TA for abastecido, ele ficará inoperante por dois

dias (*i.e.* não poderá enviar carga para a UDA), a partir da data de recebimento de petróleo do navio. O conjunto de Restrições (5.12) estabelece que não existe estoque de petróleo no porto, dessa forma, todo o volume entregue pelo navio deve ser alocado no(s) tanque(s). A Restrição (5.13) impede que haja envio de carga no primeiro dia do horizonte, pois esse dia é usado apenas para a inicialização do modelo.

O conjunto de Restrições (5.14) informa que só é permitido ter, no máximo, três tanques enviando carga para a UDA por dia. O conjunto de Restrições (5.15) e (5.16) estabelece o volume contido nos tanques e o volume que será processado na UDA, respectivamente. Os conjuntos de Restrições (5.17), (5.19) e (5.21) informam sobre os cálculos para atualização das propriedades densidade, nafta e enxofre nos TAs, quando ocorrer o abastecimento; enquanto que as Restrições (5.18), (5.20), (5.22) informam sobre o cálculo dessas três propriedades na UDA. O cálculo para o teor de nafta, em (5.19) e (5.20), levou em consideração a composição percentual feita em função do volume (%v/v) que pode ser compreendido como o quanto de nafta (em litros) está presente na solução (em litros) de petróleo. Os conjuntos de Restrições (5.21) e (5.22) demonstram os cálculos da concentração de enxofre nos TAs e na UDA, respectivamente, considerando a ponderação mássica. Por fim, as Restrições (5.23) e (5.24) referem-se ao domínio das variáveis de decisão.

6 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este Capítulo está dividido em duas seções, na primeira busca-se caracterizar a pesquisa quanto ao método que foi empregado e tem-se a descrição das etapas que a compõem. Na segunda etapa, tem-se a descrição das abordagens que foram empregadas nos experimentos computacionais.

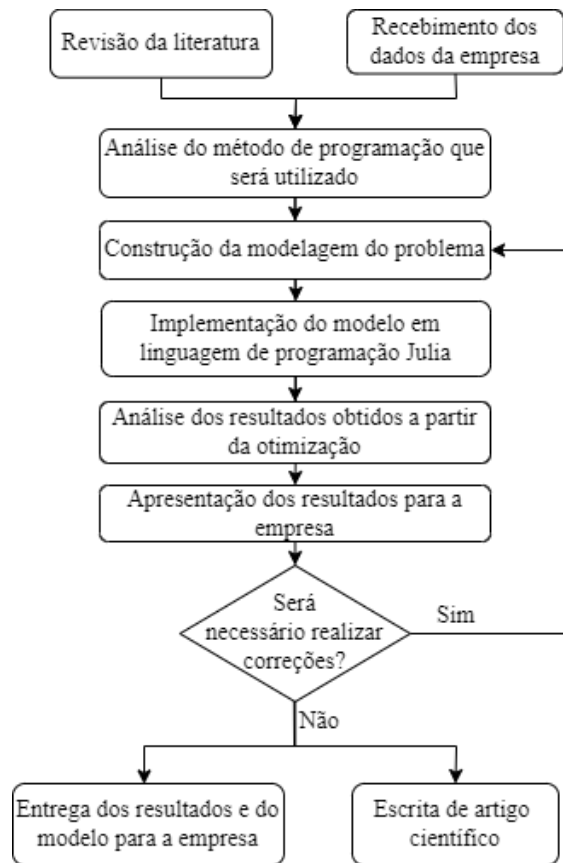
6.1 CLASSIFICAÇÃO E ETAPAS DA PESQUISA

Esta pesquisa é classificada quanto à finalidade como aplicada, tendo em vista que se busca adquirir conhecimento para a aplicação em uma situação específica (programação da produção em uma refinaria). Além disso, quanto aos propósitos gerais, ela é dita como exploratória, por proporcionar um estudo mais aprofundado sobre o tema (métodos de otimização da programação de uma refinaria), buscando trabalhos que possam auxiliar em uma melhor compreensão da temática em estudo. Com relação à abordagem teórica e ao método de obtenção dos dados, tem-se um estudo de caso realizado em uma refinaria brasileira a partir do qual foi feita a investigação de um fenômeno dentro do contexto de processos químicos, proporcionando melhor compreensão sobre os eventos reais (Cauchick *et al.*, 2019).

Por fim, fez-se uso de técnicas quali-quantitativas para a observação e análise dos fenômenos, buscando mensurá-los e compreender o impacto sobre o processo, auxiliando em uma tomada de decisão mais assertiva.

A Figura 12 ilustra as principais etapas que compõem esta pesquisa, iniciando com o recebimento dos dados da empresa que ocorre em paralelo com a revisão da literatura. A partir dessas informações, foi analisado como o problema pôde ser modelado de forma a representar mais fielmente o processo realizado na refinaria e, a partir dessa modelagem, foi realizada a implementação em linguagem de programação computacional Julia. Os resultados obtidos foram analisados e comparados com os da empresa para o mesmo período, levando em consideração a performance da função objetivo e a viabilidade das soluções obtidas para uso prático da empresa. Diante do que foi exposto nas reuniões para análise das soluções, foram realizadas correções na modelagem e na implementação para ajustá-los, visando obter melhores soluções para a empresa.

Figura 12 – Etapas da pesquisa



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

6.2 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

A problemática apresentada foi modelada como um problema de PNLIM, conforme apresentado no Capítulo 5, sendo implementada em linguagem de programação Julia *version* 1.11.1 e resolvida em computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-11370H 3.30 GHz, com 10GB de RAM, sistema operacional Linux Mint 21.3 Cinnamon, por um tempo limite de 3.600s. Foram consideradas três abordagens que estão descritas nas subseções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3; essas subseções foram utilizadas para resolver quinze cenários que diferem entre si quanto ao dia, tipo de petróleo e o respectivo volume utilizado para o abastecimento. Os resultados das três abordagens foram comparados entre si e com os da empresa e são apresentados no Capítulo 7.

Na Tabela 4 têm-se os tipos de petróleo que são utilizados pela refinaria para o abastecimento dos TAs e as respectivas características físico-químicas que foram consideradas nesta pesquisa.

Tabela 4 – Propriedades dos petróleos

Petróleo	Teor de Nafta	Densidade (kg/m³)	Concent. Enxofre (ppm)
B	16,90%	0,8838	3220
I	17,70%	0,8800	2530
J	5,30%	0,9522	5600
R	9,70%	0,9291	6480

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

6.2.1 Abordagem 1: PNLIM

Foi implementado o modelo *MRK*, utilizando o pacotes JuMP e sendo resolvido por meio do solucionador não-comercial SCIP versão 8.1.1

6.2.2 Abordagem 2: Lazy constraint callback

Tem-se o modelo de PNLIM com uso de uma função de *callback* para a inserção de *Lazy constraints*. Foi utilizado o pacote JuMP e o solucionador comercial Gurobi versão 12.0.0.

Nessa Abordagem, a modelagem apresentada no Capítulo 5 foi modificada, visando tratar o problema descrito no Capítulo 4 como um problema de Programação Quadrática. A modificação no modelo *MRK* ocorreu nos conjuntos de restrições referentes à concentração de enxofre, que passou a ser calculada por meio de duas etapas. Na primeira etapa, os conjuntos de Restrições (5.9), (5.21) e (5.22) foram substituídos pelos conjuntos de Restrições (6.1), (6.2) e (6.3), que expõem, respectivamente, o limite máximo de aceitação para a concentração de enxofre na carga processada pela UDA e os cálculos para a concentração de enxofre, por meio da ponderação volumétrica nos TAs (em (6.2)) e na UDA (em (6.3)). É válido ressaltar que os conjuntos de restrições (5.9), (5.21) e (5.22) foram substituídos apenas na primeira etapa, sendo a segunda etapa responsável por garantir que as soluções obtidas anteriormente também sejam capazes de satisfazê-los.

$$enx_{31}^d \leq 1,001 \cdot UB_4^3, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}, \quad (6.1)$$

$$enx_{2j}^d = \frac{vol_{2j}^{(d-1)} \cdot enx_{2j}^{(d-1)} + x_{11j}^d \cdot enx_{1i}^d - x_{2j1}^d \cdot enx_{2j}^{(d-1)}}{vol_{2j}^d}, \quad \forall j \in NC_2, d \in D \setminus \{1\}, \quad (6.2)$$

$$enx_{31}^d = \frac{\sum_{i=1}^{NC_2} x_{2i1}^d \cdot enx_{2i}^{(d-1)}}{vol_{31}^d}, \quad \forall d \in D \setminus \{1\}. \quad (6.3)$$

O conjunto de Restrição (5.9) foi substituído pelo conjunto de Restrição (6.1) com o intuito de aumentar em 0,1% o limite de aceitação do *Upper Bound* (UB) que no modelo *MRK* é de 0,0042000ppm de enxofre, isso foi feito para flexibilizar o UB nessa primeira etapa, visando impedir que fossem rejeitadas soluções volumétricas que poderiam ser viáveis quando fosse realizada a multiplicação pela densidade, ao ser calculada a ponderação mássica. Dessa forma, se as soluções

obtidas na primeira etapa forem menores ou iguais a 0,0042042ppm elas entrarão na *callback* e serão avaliadas, em uma segunda etapa, se também satisfazem a restrição original de enxofre na UDA (conjunto de Restrição (5.9)), ao considerar os cálculos da ponderação mássica (Restrições (5.21) e (5.22)). Caso essa solução viole, em algum dia, o limite máximo permitido pela UDA, a função realiza um corte, por meio da construção de uma restrição (*Lazy constraint*) dentro da função de *callback* que impede que essas soluções sejam aceitas e impõe que sejam utilizadas outras combinações de arcos, nas próximas buscas, forçando o *solver* a explorar outros ramos da árvore.

A expressão matemática que representa o corte realizado pela *Lazy constraint* pode ser visualizada em (6.4).

$$\begin{aligned} \sum_{a \in T} \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} \sum_{i \in NC_l} \sum_{j \in NC_{l+1}: \text{soly}_{aij}^d = 1} x_{aij}^d + 1000 \leq & \sum_{a \in T} \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} \sum_{i \in NC_l} \sum_{j \in NC_{l+1}: \text{soly}_{aij}^d = 1} \text{sol}x_{aij}^d + \\ & \left(\text{nb_arcs_used} - \sum_{a \in T} \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} \sum_{i \in NC_l} \sum_{j \in NC_{l+1}: \text{soly}_{aij}^d = 1} y_{aij}^d \right) \cdot \text{bigM} + \\ & \left(\text{nb_arcs_notused} - \sum_{a \in T} \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} \sum_{i \in NC_l} \sum_{j \in NC_{l+1}: \text{soly}_{aij}^d = 0} (1 - y_{aij}^d) \right) \cdot \text{bigM} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Seja *sol* uma solução passada para a função *lazy callback*. Assim, na Inequação (6.4), soly_{aij}^d e $\text{sol}x_{aij}^d$ representam o valor das variáveis y_{aij}^d e x_{aij}^d , respectivamente, na solução *sol* passada para a função de *lazy callback*. Além dessas, *nb_arcs_used* e *nb_arcs_notused* representam o número total de arcos utilizados e não utilizados na solução *sol*.

Dessa forma, o lado esquerdo da Inequação (6.4) contabiliza a quantidade total de petróleo transferida (por uma solução qualquer) nos arcos utilizados na solução *sol*, acrescida de 1.000m³ (valor arbitrário adicionado para reforçar o impacto do volume total transferido). Já o lado direito da Inequação (6.4) contabiliza o volume total transferido pela solução *sol* acrescido de um valor muito grande (*bigM*, calculado por meio da multiplicação entre a capacidade de processamento máximo por dia, 16.000m³, e o tamanho do horizonte de programação, 7 dias), caso haja divergência nos arcos utilizados (por uma solução qualquer) em relação à solução *sol*. Ou seja, se dos *nb_arcs_used* arcos usados na solução *sol* ao menos um não for utilizado por uma nova solução, o lado direito assumirá um valor muito grande. O mesmo se aplica se dos *nb_arcs_notused* arcos não usados na solução *sol* ao menos um for utilizado por uma nova solução.

Assim, se ocorrer divergência nos arcos utilizados pela nova solução, a restrição não será ativada. Caso não haja divergência na utilização dos arcos, a nova solução será aceita se a quantidade total de petróleo transferida for diferente da solução *sol* em ao menos 1.000m³.

6.2.3 Abordagem 3: Matheurística

Foi desenvolvida uma Matheurística baseada na formulação *MRK* e integrada com duas heurísticas de horizonte rolante: a *Relax-and-Fix* (*R&F*) e a *Fix-and-Optimize* (*F&O*). Essas heurísticas decompõem o modelo *MRK* apresentado em (5.1)-(5.24) em subproblemas que são computacionalmente menos custosos de serem resolvidos. A *R&F* é utilizada para a obtenção de uma solução viável inicial para o problema. Essa solução servirá como *input* para a *F&O* que atua como um procedimento de busca local, visando melhorar a qualidade dessa solução.

6.2.3.1 *Relax-and-Fix* (*R&F*)

A heurística *R&F* é utilizada para decompor problemas que envolvem Programação Inteira em subproblemas menores, relaxando a restrição de integralidade de um subconjunto de variáveis, durante sua execução, tornando o problema computacionalmente menos custoso. A decomposição do problema ocorre por meio de três ações: (i) fixar um subconjunto de variáveis, (ii) restringir um outro subconjunto a possuir valores inteiros e (iii) relaxar a restrição de integralidade das demais variáveis. A cada iteração da heurística, o subconjunto das variáveis fixadas aumenta, o subconjunto das variáveis inteiras permanece do mesmo tamanho, mas se desloca ao longo do horizonte, e o subconjunto das variáveis relaxadas reduz. Uma solução inteira é obtida quando o subconjunto das variáveis relaxadas fica vazio, finalizando a execução da heurística (Absi e van den Heuvel, 2019; Apolinário, 2020 e Chagas e Filho, 2023).

Em Algoritmo 1, é descrito o funcionamento da *R&F* que recebe como entrada a formulação *MRK*, um valor *range* que define a extensão do intervalo de tempo $[\alpha, \beta]$ onde as variáveis são resolvidas como inteiras, um valor *step* que especifica o quanto o intervalo se desloca a cada iteração, um valor para o tempo limite de resolução de cada subproblema da *R&F* chamado de *TimeSubRF*, um valor *TimeMath* para o tempo limite de execução da Matheurística e, por fim, o tamanho do horizonte de programação $|T|$.

Na Figura 13, é possível visualizar um exemplo do funcionamento da heurística *R&F* em que foram considerados os seguintes dados $|T| = 8$, $range = 3$ e $step = 2$. No final de cada iteração, os valores de α e β são atualizados e, enquanto os critérios de parada não forem satisfeitos (enquanto *Sol* não for inteira), tem-se novas iterações. No exemplo da Figura 13 foram necessárias quatro iterações para que *Sol* tivesse sua restrição de integralidade restaurada.

Algoritmo 1: Relax-and-Fix

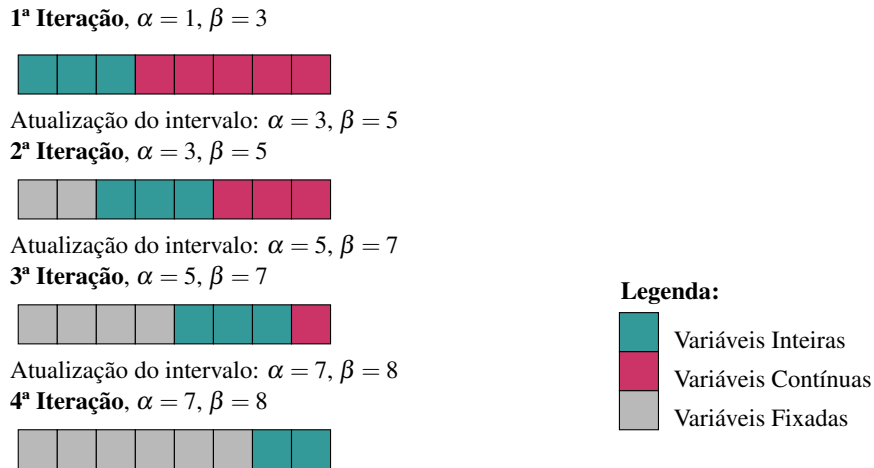
Input: $MRK, range, step, TimeSubRF, TimeMath, |T|$

```

1  $range \leftarrow 3$ ;
2  $step \leftarrow 2$ ;
3  $\alpha \leftarrow 1$ ;
4  $\beta \leftarrow \alpha + range - 1$ ;
5  $Sol \leftarrow \emptyset$ ;
6 while true do
7    $heuristicRF \leftarrow NewModelRF(Sol, \alpha, \beta)$ ;
8    $Sol \leftarrow Solve(heuristicRF)$ ;
9   if  $\beta = |T|$  then
10    break
11  end
12   $\alpha \leftarrow \alpha + step$ ;
13   $\beta \leftarrow \min(\alpha + range - 1, |T|)$ ;
14 end
15 return  $Sol$ ;

```

Figura 13 – Heurística $R\&F$



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

6.2.3.2 Fix-and-Optimize ($F\&O$)

A heurística $F\&O$ também trabalha com a decomposição do problema em subproblemas menores, isso ocorre por meio da divisão das variáveis inteiras em dois subconjuntos, em um deles, o valor dessas variáveis será fixado a partir de uma solução viável. Enquanto que, no outro subconjunto, deve-se manter o domínio original das variáveis. A cada iteração, uma nova solução inteira é obtida e, quando o procedimento termina, é retornada a melhor solução inteira encontrada.

O pseudocódigo da heurística $F\&O$ foi descrito no Algoritmo 2. Assim como a $R\&F$, a $F\&O$ recebe como dados de entrada o modelo $MRK, range$ e $step$ acrescido da solução viável

(*Sol*) encontrada em *R&F*, do tempo limite para cada iteração (*TimeSubFO*) e o tempo limite para a execução da heurística *F&O* (*TimeFO*) que é obtido por meio da diferença entre o tempo total da Matheurística (*TimeMath*) e o tempo de execução do *R&F* (*TimeRF*). Uma execução completa da *F&O* (*i.e.*, uma rodada), ocorre quando o intervalo $[\alpha, \beta]$ percorre todo o horizonte de programação.

Nessa heurística, as variáveis inteiras estão fixadas nos intervalos $[1, \alpha - 1]$ e $[\beta + 1, |T|]$, cujos valores são obtidos da solução inteira viável (*Sol*) retornada pela *R&F*. A cada iteração é potencialmente obtida uma nova solução inteira e o intervalo $[\alpha, \beta]$ se desloca de acordo com o valor do parâmetro *step*. Caso o percentual de melhoria obtido em uma rodada seja menor do que um determinado parâmetro Δ_1 (por exemplo 0,10%), os valores de *range* e *step* são atualizados e o procedimento recomeça. O procedimento termina, quando *TimeFO* é atingido ou quando não há melhorias significativa no valor da função objetivo, após o intervalo ter percorrido todo o horizonte (*i.e.*, quando o percentual de melhoria é menor do que um parâmetro Δ_2 , de modo que $\Delta_2 < \Delta_1$).

Algoritmo 2: Fix-and-Optimize

Input: *MRK*, *range*, *step*, *TimeFO*, *TimeSubFO*, *Sol*

```

1  range  $\leftarrow$  3 ;
2  step  $\leftarrow$  2 ;
3   $\alpha \leftarrow 1$ ;  $\beta \leftarrow \alpha + \text{range} - 1$  ;
4   $S^* \leftarrow \text{Sol}$  ;
5  improved  $\leftarrow$  true ;
6  while improved = true do
7      improved  $\leftarrow$  false ;
8      while true do
9          ModelFO  $\leftarrow$  NewModelFO(  $S^*, \alpha, \beta$  ) ;
10          $S \leftarrow \text{Solve}(\text{ModelFO})$  ;
11         if  $f(S) > f(S^*)$  then
12              $S^* \leftarrow S$  ;
13             improved  $\leftarrow$  true ;
14         end
15         if  $\beta = |T|$  then
16             break ;
17         end
18          $\alpha \leftarrow \alpha + \text{step}$ ;  $\beta \leftarrow \min\{\alpha + \text{range} - 1, |T|\}$  ;
19     end
20     if percentImproved  $< \Delta_1$  and range  $< |T| - 1$  then
21         range  $\leftarrow \text{range} + 1$ ; step  $\leftarrow \text{step} - \lfloor \frac{\text{step}}{2} \rfloor$  ;
22     end
23     if percentImproved  $< \Delta_2$  and range  $< |T| - 1$  then
24         break ;
25     end
26 end
27 return  $S^*$  ;

```

Um exemplo do funcionamento dessa heurística foi ilustrado na Figura 14, na qual foram considerados os mesmos dados da *R&F*. Ao final do experimento (quando $[\alpha, \beta]$ percorre todo o horizonte), é obtida uma solução S^* e, se esse valor for melhor do que o melhor valor obtido na iteração anterior, o valor de S^* é atualizado e o procedimento reinicia. Esse processo se repete até que os critérios de parada sejam alcançados.

Figura 14 – Heurística *F&O*

1ª Iteração, $\alpha = 1, \beta = 3$



Atualização do intervalo: $\alpha = 3, \beta = 5$

2ª Iteração, $\alpha = 3, \beta = 5$



Atualização do intervalo: $\alpha = 5, \beta = 7$

3ª Iteração, $\alpha = 5, \beta = 7$

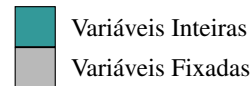


Atualização do intervalo: $\alpha = 7, \beta = 8$

4ª Iteração, $\alpha = 7, \beta = 8$



Legenda:



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

7 RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Neste Capítulo, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir dos experimentos computacionais, considerando as três abordagens descritas na Seção 6.2. O capítulo está organizado em duas seções: na primeira, analisa-se os cenários de programações de abastecimento, destacando os fatores que influenciam o desempenho da função objetivo. Já na segunda seção, examina-se o desempenho de cada abordagem.

7.1 ANÁLISE DOS CENÁRIOS DE ABASTECIMENTO

Nos experimentos computacionais, foram consideradas diversas combinações entre: os tipos de petróleo, os respectivos volumes recebidos e os dias de abastecimento, para compor a programação semanal. Isso foi feito, pois percebeu-se que a data e o volume escolhido para a realização do abastecimento impactam no valor da função objetivo, assim como o tipo de petróleo utilizado. Os valores escolhidos para o volume foram próximos aos que a empresa comumente utiliza e que, conforme o histórico dos dados, o menor valor foi de 24.400 m³ e o maior foi de 83.600 m³, por dia, assim os que foram adotados neste trabalho estão contidos nesse intervalo.

A Tabela 5 apresenta quinze instâncias denominadas *Cenários*, que são definidas por combinações de tipos de petróleo e informações sobre os dias em que ocorrem os abastecimentos. Essas informações estão organizadas nas linhas: *Dias*, que indica os dias em que ocorrem o abastecimento; *Petróleos*, que especifica os tipos de petróleo recebidos; e *Vol.(m³)*, que detalha os volumes utilizados em cada abastecimento. Para cada cenário, foi calculado o valor da carga processada pela UDA, considerando o horizonte de programação de sete dias. Esse cálculo foi realizado para cada uma das três abordagens apresentadas na Seção 6.2.

Na Tabela 5, o valor da função objetivo obtido para a Abordagem 6.2.1 pode ser visualizado nas linhas “PNLIM”, o valor da função objetivo para a Abordagem 6.2.2 pode ser visto na linha “*Lazy callback*”, já para a Abordagem 6.2.3 a informação está nas linhas “Matheur. RF” e “Matheur. FO” que considera a resolução do modelo *MRK* usando, respectivamente, as heurísticas *Relax-and-Fix* e a *Relax-and-Fix* em conjunto com a *Fix-and-Optimize*.

No Cenário “C15”, não foi possível obter solução viável nas Abordagens 1 e 3, dentro do tempo estipulado, sendo informado, na Tabela 5, a descrição “Nenhuma”, para esses casos. Além disso, com relação à escolha do tempo para a realização de cada experimento, optou-se por 3.600s, pois percebeu-se que, de modo geral, o log de execução não apresentava melhorias após, aproximadamente, 3.000s e que, se a delimitação de tempo não fosse estabelecida, o código continuaria executando até

atingir a capacidade máxima da memória e ser interrompido.

Tabela 5 – Cenários com os abastecimentos e resultados das abordagens consideradas

Cenários	C1		C2		C3		C4		C5	
Petróleos	I	J	I	J	I	R	I	R	B	J
Dias	3	5	3	5	2	5	2	4	2	5
Vol (m³)	43.000	29.000	43.000	49.000	63.500	51.000	63.500	51.000	62.000	47.000
PNLIM	104.799,175		105.425,293		104.781,560		105.360,008		107.646,230	
Lazy Callback	105.241,299		95.098,125		94.276,157		98.903,685		99.228,235	
Matheur. RF	105.694,275		105.930,614		105.153,779		104.925,734		105.079,837	
Matheur. FO	108.653,294		107.724,764		107.020,606		107.163,250		107.404,507	

Cenários	C6		C7		C8		C9		C10	
Petróleos	B	R	B	R	B	R	B	J	I	J
Dias	2	5	2	5	2	5	2	3	3	6
Vol (m³)	32.000	44.000	62.000	94.000	62.000	44.000	62.000	47.000	43.000	29.000
PNLIM	104.638,405		103.878,911		104.099,083		107.984,044		108.008,791	
Lazy callback	97.174,846		99.570,783		95.695,161		105.522,459		99.543,737	
Matheur. RF	104.931,311		103.307,239		105.578,553		105.305,676		105.037,195	
Matheur. FO	106.231,889		105.373,782		106.199,178		108.559,689		106.170,328	

Cenários	C11			C12			C13		C14		C15
Petróleos	J	I	I	B	R	I	J	I	I	R	J
Dias	3	7	8	2	5	7	3	7	3	5	3
Vol (m³)	62.000	27.000	73.000	63.000	44.000	27.000	62.000	27.000	63.500	51.000	62.000
PNLIM	104.281,353			105.292,621			104.751,083		105.210,717		Nenhuma
Lazy callback	99.660,443			98.120,123			103.984,696		96.773,541		98.654,721
Matheur. RF	108.863,953			105.103,621			106.398,155		103.800,657		Nenhuma
Matheur. FO	109.154,915			105.304,357			108.882,358		106.782,82		Nenhuma

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A fim de explorar melhor os resultados apresentados na Tabela 5, foram construídas as Tabelas 6 e 7 nas quais é possível evidenciar com mais clareza os impactos descritos acima e as comparações entre os desempenhos dos cenários.

A Tabela 6 apresenta a influência do dia de abastecimento, comparando cenários com os mesmos tipos de petróleo e volumes e que diferem entre si apenas pela data em que ocorre o recebimento. Nos cenários “C3 & C4”, a diferença está no dia de abastecimento do petróleo “R”, enquanto em “C3 & C14” a variação ocorre no recebimento do petróleo “I”. Já os cenários “C5 & C9” e “C1 & C10” se distinguem apenas pelo dia de abastecimento do petróleo “J”.

Essa influência pode ser percebida pela diferença no volume da carga processada em cada conjunto de cenários que foram comparados. Desse modo, é possível perceber, na Tabela 6, que a maior diferença no processamento de carga ocorreu entre “C9&C5” durante a Abordagem 2, resultando em 6.294,224m³ a mais de carga enviada para a UDA em “C9”, o que equivale a um ganho de 5,96% no

processamento de petróleo frente ao Cenário “C5”.

Tabela 6 – Comparação entre o valor das soluções ao variar o dia de abastecimento

Cenários	C3	C4	C14	Diferença entre C4&C3 (m³)	Diferença entre C14&C3 (m³)
PNLIM	104.781,560	105.360,008	105.210,717	578,448	429,157
Lazy callback	94.276,157	98.903,685	96.773,541	4.627,528	2.497,384
Matheur. RF	105.153,779	104.925,734	103.800,657	-228,045	-1.353,122
Matheur. FO	107.020,606	107.163,250	106.782,820	142,644	-237,786

Cenários	C5	C9	Diferença entre C9&C5 (em m³)
PNLIM	107.646,230	107.984,044	337,814
Lazy callback	99.228,235	105.522,459	6.294,224
Matheur. RF	105.079,837	105.305,676	225,839
Matheur. FO	107.404,507	108.559,689	1.155,182

Cenários	C1	C10	Diferença entre C10&C1 (em m³)
PNLIM	104.799,175	108.008,791	3.209,616
Lazy callback	105.241,299	99.543,737	-5.697,562
Matheur. RF	105.694,275	105.037,195	-657,080
Matheur. FO	108.653,294	106.170,328	-2.482,966

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Um outro fator que impacta no valor da Função Objetivo é o volume utilizado no abastecimento, como pode ser visto na Tabela 7, que compara cenários que possuem os mesmos tipos de petróleo e dias de recebimento, mas diferem com relação ao volume. Os cenários “C1 & C2”, por exemplo, diferem apenas no volume recebido do petróleo “J”, em que “C2” recebe 20.000m³ a mais do que “C1”, no entanto não houve uma melhora significativa no valor da função objetivo, inclusive, se considerar o valor obtido na Abordagem 2, ocorreu uma piora na solução, pois, ao receber esse volume de petróleo, a carga processada reduziu em 10.143,174m³.

Tabela 7 – Comparação entre o valor das soluções ao variar o volume recebido

Cenários	C1	C2	Diferença entre C2 & C1, em m³
Vol Tot. (m³)	72.000	92.000	20.000
PNLIM	104.799,175	105.425,293	626,118
Lazy callback	105.241,299	95.098,125	-10.143,174
Matheur. RF	105.694,275	105.930,614	236,339
Matheur. FO	108.653,294	107.724,764	-928,530

Cenários	C6	C7	C8	Diferença entre C7 & C6, em m³
Vol Tot. (m³)	76.000	156.000	106.000	80.000
PNLIM	104.638,405	103.878,911	104.099,083	-759,494
Lazy callback	97.174,846	99.570,783	95.695,161	2.395,937
Matheur. RF	104.931,311	103.307,239	105.578,553	-1.624,072
Matheur. FO	106.231,889	105.373,782	106.199,178	-858,107

Tabela 7 - Comparação entre o valor das soluções ao variar o volume recebido - continuação

Cenários	C11	C13	Diferença entre C11 & C13, em m ³
Vol Tot. (m³)	162.000	89.000	73.000
PNLIM	104.281,353	104.751,083	-469,730
Lazy callback	99.660,443	98.120,123	1.540,320
Matheur. RF	108.863,953	106.398,155	2.465,798
Matheur. FO	109.154,915	108.882,358	272,557

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Uma outra análise pode ser feita sobre os cenários “C11 & C13” em que “C11” é o cenário que expõe a programação de abastecimento que foi utilizada pela empresa, mas que foi resolvida por meio das abordagens dessa pesquisa, e “C13” possui a mesma programação de abastecimento dos dois primeiros dias de “C11”, sendo o terceiro dia de abastecimento excluído. Na Tabela 7, é possível observar que além da economia de 73.000m³ no abastecimento, “C13” apresentou um processamento de carga 0,45% maior ao ser considerada a Abordagem 1 (o que equivale a 469,730m³), porém, ao ser considerada os valores finais da Abordagem 3 (obtidos após o *Fix-and-Optimize*), a carga processada foi 0,25% menor do que em “C11”.

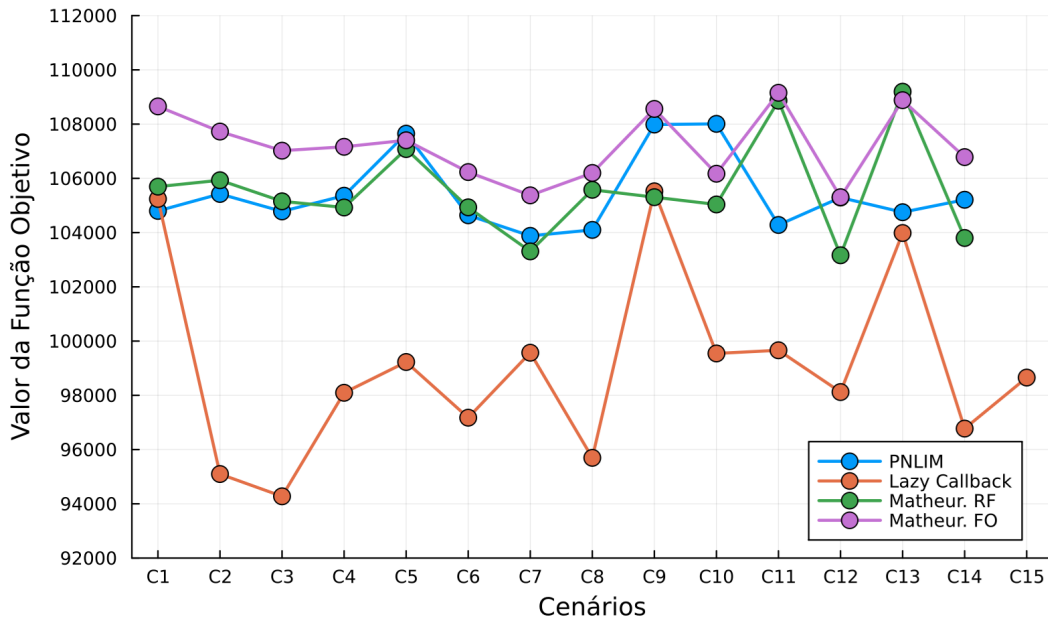
É razoável que haja uma diferença pouco significativa entre esses cenários, pois o último recebimento do “C11” não será processado nesse horizonte de programação, devido à restrição de indisponibilidade do(s) tanque(s) por 2 dias, após ser abastecido; inclusive, a depender da qualidade e da quantidade dos petróleos em estoque, realizar um abastecimento como esse (elevado volume e no último dia da programação) pode prejudicar os resultados do último dia, pois irá reduzir a quantidade de tanques aptos a enviar carga e os resultados da nova mistura não serão contemplados nesse horizonte, ou seja, pode vir a ser um custo de aquisição cujos benefícios não seriam percebidos nesse horizonte de programação.

Nos experimentos também foi considerada a possibilidade de ser realizado apenas um abastecimento, como o caso de “C15” que apresenta o mesmo petróleo, dia e volume do primeiro recebimento dos cenários “C11” e “C13”, porém, no caso do “C15”, apenas a Abordagem 2 conseguiu encontrar solução viável, durante o tempo de realização dos experimentos. Isso sugere que a resolução do problema considerando apenas este recebimento se tornou computacionalmente mais custosa, dado que não teria um outro petróleo para balancear o valor das propriedades do estoque, neste horizonte de programação, dificultando a obtenção de soluções viáveis.

Além dessas análises, com base nos resultados da Tabela 5, foi construído um gráfico que pode ser visualizado na Figura 15 na qual tem-se os valores das soluções obtidas nos quinze cenários, considerando as três abordagens. Nesta Figura, percebe-se que a abordagem 3, mais especificamente no caso “Matheur. FO”, apresentou um desempenho melhor em praticamente todos os cenários, isso

sugere que a utilização das heurísticas proporcionou ganhos no desempenho computacional, facilitando a busca por soluções viáveis de melhor qualidade.

Figura 15 – Valores das soluções de cada Abordagem em cada Cenário



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Por fim, com relação ao volume de petróleo utilizado no abastecimento e o valor da função objetivo é interessante destacar uma comparação entre os cenários “C1” e “C11”, dado que eles possuem os mesmos petróleos, mas diferem quanto ao volume e ao dia de recebimento. No caso de “C1”, foi utilizado um volume total de 72.000m³, enquanto que em “C11” foi usado 162.000m³ e a diferença entre a carga processada é de apenas 501,621m³, quando considerada a solução obtida pela *F&O*, e de -5.580,856m³ quando considerada a Abordagem 2. Diante disso, nota-se que o fato de “C11” ter utilizado mais do que o dobro do volume de “C1” resultou em uma melhora pouco significativa para a função objetivo, no caso da solução obtida pela *F&O*, e resultou em uma piora no caso da Abordagem 2. Porém, ressalta-se que a empresa pode ter tomado essa decisão com base no custo de oportunidade do mercado ou em Regras de Negócio da organização e não apenas com base na manutenção do estoque para essa dada semana.

Os impactos evidenciados acima sobre o dia de abastecimento (apresentados na Tabela 6) e sobre os volumes utilizados (Tabela 7) são consequências da constituição química de cada um desses petróleos, o que influencia diretamente na composição da mistura (carga) que será obtida e posteriormente processada na UDA.

A influência do dia do abastecimento no valor da solução obtida é uma consequência

da restrição de indisponibilidade do respectivo TA por dois dias a partir da data de abastecimento, conforme descrito no Capítulo 4, o que reduz o número de possíveis combinações entre os tipos de petróleo, ou seja, entre os tanques disponíveis para envio de carga para a UDA, durante esse intervalo de inoperação. Outro ponto a ser destacado quanto ao impacto do dia de abastecimento é que ele sinaliza o momento a partir do qual o valor das propriedades do petróleo contido no TA será modificado pelo recebimento do novo petróleo. É válido salientar que, nos experimentos computacionais realizados nessa pesquisa, a escolha de qual TA será abastecido, assim como a respectiva quantidade recebida, são decisões tomadas pelo *solver* que, considerando esses fatores, escolhe o(s) TA(s) que, ao ficarem inoperantes e terem suas propriedades alteradas, promovam os melhores resultados para essa etapa do processo de refino.

Seguindo o mesmo raciocínio, o volume utilizado para o abastecimento afeta a função objetivo, pois ele expõe o quanto de um determinado petróleo será misturado com os demais em estoque, afetando a qualidade da mistura gerada. Dessa forma, receber um elevado volume de um petróleo cuja concentração de enxofre esteja muito elevada, por exemplo, pode ser prejudicial, pois poderá degradar a qualidade do estoque, dificultando combinações de TAs que enviem o volume ideal para o processamento de carga.

Dessa forma, o abastecimento dos TAs pode ser visto não apenas como um método para garantir um estoque de petróleo bruto, mas também de forma estratégica com o intuito de balancear o valor das propriedades, visando garantir que a mistura obtida seja capaz de suprir a demanda da UDA, de forma contínua, ao longo de todos os dias do horizonte de programação.

Além das análises acima, fez-se uma comparação entre a eficiência da programação da produção, quanto ao volume de processamento de carga, considerando o que efetivamente foi realizado pela empresa e os resultados obtidos por meio das abordagens apresentadas nesta pesquisa, fazendo uso da mesma programação de abastecimento da empresa. Diante disso, na Tabela 8, tem-se as informações sobre a programação realizada pela empresa para a dada semana em análise, sem a influência da atual pesquisa. Na Tabela 9, tem-se o resultado considerando a mesma programação de abastecimento da empresa (cenário “C11”) utilizando a Abordagem 3. A escolha do uso da Matheurística foi motivada pelo bom desempenho dessa abordagem frente aos cenários de teste apresentados na Tabela 5 e porque em “C11” foi a que apresentou o melhor valor para a função objetivo.

Nas Tabelas 8 e 9 além das informações descritas acima, tem-se a designação de quais TAs foram utilizados assim como os respectivos volumes alocados. Na primeira Tabela, a escolha da alocação do petróleo foi realizada pelo funcionário da refinaria cuja tomada de decisão leva em consideração a capacidade dos tanques, a qualidade da mistura que seria obtida após a alocação e

Tabela 8 – Abastecimentos e processamento de carga semanal da empresa

Resultados da Empresa			
Petróleos	J	I	I
Dias	3	7	8
TAs	4	2	5
Volume (m³)	62.000	27.000	73.000
FO (m³)	94.900		

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

os impactos da indisponibilidade dos respectivos TAs, após serem abastecidos. No caso da Tabela 9, esse mesmo raciocínio se mantém, porém, tem-se a utilização de ferramentas computacionais que, visando maximizar a função objetivo apresentada e sujeita às restrições físico-químicas e operacionais informadas, realiza diversas combinações e cálculos fundamentados em otimização combinatória, a fim de retornar soluções viáveis ou até mesmo a ótima.

Tabela 9 – Solução proposta com base nos mesmos volumes e dias para o abastecimento adotados pela empresa (Cenário C11 da Tabela 5)

Petróleos	J		I		I
Dias	3		7		8
TAs	4	5	2	3	5
Volume (m³)	56.844,528	5.155,472	24.785,169	2.214,831	73.000,000
Função Objetivo	109.154,915				

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Diante das Tabelas 8 e 9 observa-se que, com o uso da Abordagem 3, tem-se um volume de carga 15,021% maior que o apresentado pela empresa e que, com relação à alocação do petróleo nos tanques, o dia 8 foi o único em que, em ambas as tabelas, fez-se o uso do mesmo tanque (TA 5) para alocar o mesmo volume de petróleo (73.000 m³); nos demais dias, o resultado proposto pela Abordagem 3 alocou o petróleo recebido em dois tanques, em cada dia, o que sugere uma melhoria na qualidade da mistura obtida, frente à escolha adotada pela empresa.

Na Figura 16, é possível visualizar a programação completa obtida pela Abordagem 3 considerando o cenário “C11” que utiliza a programação de abastecimento da empresa, a qual informa, para cada TA, os valores dos volumes: inicial, transferido e final e as respectivas propriedades, o mesmo também pode ser visto para a UDA. O dia 1 chamado de “Inicialização” apresenta o *input* dos dados com os quais foram realizados os experimentos computacionais. Na linha “Vol p/ processamento” da UDA, tem-se o valor da função objetivo para cada dia da programação semanal. O abastecimento dos tanques pode ser identificado pelos valores em vermelho nessa Figura, representando o volume atualizado após o abastecimento.

Além da Figura 16 com a programação da produção considerando o cenário de abasteci-

mento da empresa, é possível visualizar, no Apêndice A, a Figura 18 com a programação da produção do Cenário “C13” que apresentou o segundo melhor desempenho e faz uso de uma menor quantidade de petróleo.

Figura 16 – Programação semanal considerando o cenário de abastecimento da empresa

	Tanque\ Dia	Inicialização	2	3	4	5	6	7	8
TA 1	Volume Inicial (m³)	94.000,00	94.000,00	94.000,00	85.014,15	75.035,03	69.056,90	57.792,60	57.792,60
	Vol. Transferido (m³)	0,00	0,00	8.985,85	9.979,12	5.978,13	11.264,30	0,00	11.314,84
	Densidade (kg/m³)	0,000	0,089	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889
	% de Nafta	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%
	Enxofre (ppm)	0,0036	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037
	Volume Final (m³)	94.000,00	94.000,00	85.014,15	75.035,03	69.056,90	57.792,60	57.792,60	46.477,76
TA 2	Volume Inicial (m³)	69.580,00	69.580,00	65.025,93	60.921,60	55.698,61	55.698,60	80.483,77	80.483,77
	Vol. Transferido (m³)	0,00	4.554,07	4.104,33	5.222,99	0,00	0,00	0,00	0,00
	Densidade (kg/m³)	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911
	% de Nafta	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%
	Enxofre (ppm)	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052
	Volume Final (m³)	69.580,00	65.025,93	60.921,60	55.698,61	55.698,61	55.698,60	80.483,77	80.483,77
TA 3	Volume Inicial (m³)	94.969,00	94.969,00	94.969,00	92.969,00	92.969,00	92.969,00	95.183,83	95.183,83
	Vol. Transferido (m³)	0,00	0,00	2.000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Densidade (kg/m³)	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891
	% de Nafta	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,10%	15,10%
	Enxofre (ppm)	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
	Volume Final (m³)	94.969,00	94.969,00	92.969,00	92.969,00	92.969,00	92.969,00	95.183,83	95.183,83
TA 4	Volume Inicial (m³)	23.657,00	23.657,00	74.236,53	74.236,53	74.236,53	69.811,34	65.075,64	56.178,80
	Vol. Transferido (m³)	0,00	6.265,00	0,00	0,00	4.425,19	4.735,70	4.211,68	4.685,16
	Densidade (kg/m³)	0,891	0,891	0,938	0,938	0,938	0,938	0,938	0,938
	% de Nafta	15,00%	15,00%	7,60%	7,60%	7,60%	7,60%	7,60%	7,60%
	Enxofre (ppm)	0,0038	0,0039	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052
	Volume Final (m³)	23.657,00	17.392,00	74.236,53	74.236,53	69.811,34	65.075,64	60.863,96	51.493,64
TA 5	Volume Inicial (m³)	36.132,00	36.132,00	37.243,92	37.243,92	37.243,92	31.647,24	31.647,24	92.858,92
	Vol. Transferido (m³)	0,00	4.043,55	0,00	0,00	5.596,68	0,00	11.788,30	0,00
	Densidade (kg/m³)	0,873	0,873	0,884	0,884	0,884	0,884	0,884	0,881
	% de Nafta	18,10%	18,10%	16,30%	16,30%	16,30%	16,30%	16,30%	17,40%
	Enxofre (ppm)	0,0034	0,0035	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0028
	Volume Final (m³)	36.132,00	32.088,45	37.243,92	37.243,92	31.647,24	31.647,24	19.858,94	92.858,92
UDA	Vol p/ processamento	0,00	14.862,62	15.090,18	15.202,11	16.000,00	16.000,00	16.000,00	16.000,00
	% Nafta	0,00	15,10%	14,90%	14,80%	13,70%	13,40%	14,00%	13,50%
	Nafta (m³/dia)	0,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.199,46	2.149,64	2.243,75	2.153,84
	Enxofre (ppm)	0,00	0,0042	0,0042	0,0042	0,0042	0,0041	0,0042	0,0041

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

No dia a dia, a empresa não consegue ter total controle sobre a programação de abastecimento de petróleo bruto, pois esse processo está sujeito a alguns fatores externos que se apresentam fontes de incertezas, como atrasos na data de chegada dos navios, solicitações de outras refinarias da *holding* para que ocorra o recebimento de um volume maior/menor do que o previsto.

A programação da produção ideal seria aquela em que fosse possível enviar, em todos os dias do horizonte de programação, o valor máximo de 16.000m³ de carga para a UDA, o que corresponderia a uma função objetivo de 112.000m³ para esse horizonte de sete dias. No entanto, devido às restrições impostas, nem sempre é possível atingir esse valor, e, dentre os experimentos

computacionais realizados, o “Cenário 11” foi o que apresentou o melhor resultado, gerando um gap de 2,54% frente a esse valor ideal de processamento de carga.

Uma outra observação a ser feita sobre a programação apresentada nas Figuras 16 e 18 é que, quando não há abastecimento, os valores das propriedades dos TAs se mantêm constante, enquanto o parâmetro volume varia em função do horizonte de programação e que as restrições descritas no Capítulo 4 foram respeitadas, sendo possível visualizar, nas células destacadas com realce cinza, os volumes transferidos dos respectivos tanques, por dia, para a UDA, e nas células cujos números estão escritos de cor vermelha, tem-se o volume resultante após o abastecimento.

7.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESEMPENHO DAS ABORDAGENS

Uma outra análise realizada foi com relação à quantidade de soluções viáveis obtidas após a execução de cada Abordagem sobre os quinze cenários apresentados. Essa informação pode ser visualizada na Tabela 10, na qual, para o caso da *Lazy callback*, também é apresentada a quantidade de soluções rejeitadas ao considerar o cálculo para a ponderação mássica. Já para a Matheurística, são exibidos os valores obtidos tanto pela *Relax-and-Fix* quanto pela *Fix-and-Optimize*, sendo importante lembrar que, esta última, utilizou como *input* a melhor solução encontrada pela *Relax-and-Fix*.

Tabela 10 – Soluções viáveis e rejeitadas por cenário

Cenários	PNLIM	Lazy callback		Matheurística		Total
	Sol. viáveis	Sol. viáveis	Sol. rejeitadas	Sol. viáveis - RF	Sol. viáveis - FO	
C1	17	7	3	3	19	22
C2	1	49	0	2	20	22
C3	21	14	22	2	8	10
C4	36	12	51	5	6	11
C5	21	41	19	8	8	16
C6	24	69	2	2	10	12
C7	7	2	52	6	5	11
C8	14	18	21	1	2	3
C9	21	11	1	2	4	6
C10	79	13	0	1	5	6
C11	1	305	1	1	6	7
C12	14	30	48	5	4	9
C13	1	55	93	2	4	6
C14	36	67	41	1	21	22
C15	—	136	4	—	—	—

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Por meio da Tabela 10, percebe-se que a utilização da *Fix-and-Optimize* demonstrou um desempenho satisfatório ao, na maioria dos casos, ser capaz de encontrar uma quantidade de soluções maior do que a *Relax-and-Fix*, demonstrando explorar mais o espaço de soluções viáveis. No entanto, a *callback* demonstrou ser a abordagem que conseguiu encontrar o maior número de soluções viáveis

apresentando um quantitativo superior ao da *R&F* e ao da *F&O* em praticamente todos os cenários e um quantitativo superior ao da Abordagem 1 em mais da metade dos cenários.

Além disso, é válido ressaltar que como estão sendo utilizados *solvers* diferentes (Abordagem 1 e 3 utilizou o SCIP e a Abordagem 2 utilizou o Gurobi) e como os experimentos computacionais estão sendo realizados com delimitação de tempo, é compreensível que sejam obtidas soluções em quantidade e valor diferentes, afinal os *solvers* podem diferir quanto ao desempenho e quanto ao funcionamento das heurísticas utilizadas (*e.g.*, para escolher os ramos da árvore de busca), assim como os cortes e podas gerados pelos seus respectivos algoritmos.

A fim de melhor avaliar os resultados obtidos nesta pesquisa, analisou-se a convexidade do modelo *MRK*. Ao invés de serem analisados todos os conjuntos de restrições (o que demandaria bastante esforço), optou-se por aplicar a prova por contraexemplo. Para isso, verificou-se, inicialmente, a convexidade do conjunto de Restrições não lineares (5.8). Caso esse conjunto seja não-convexo, conclui-se que o modelo como um todo também é não-convexo, tornando desnecessária a análise das demais restrições.

Dessa forma, a partir da avaliação dos autovalores da matriz Hessiana do conjunto de Restrições (5.8), constatou-se que o modelo é não convexo, o que justifica a obtenção de soluções ótimas locais pelo *solver* nos cenários “C2” e “C11” ao utilizar a Abordagem 1 (PNLIM). Além disso, pontos ótimos locais também foram observados nas soluções geradas pela Matheurística para os cenários “C2”, “C10” e “C14”, tanto após a execução da estratégia *Relax-and-Fix* quanto durante a resolução de diversos subproblemas na abordagem *Fix-and-Optimize* nesses cenários.

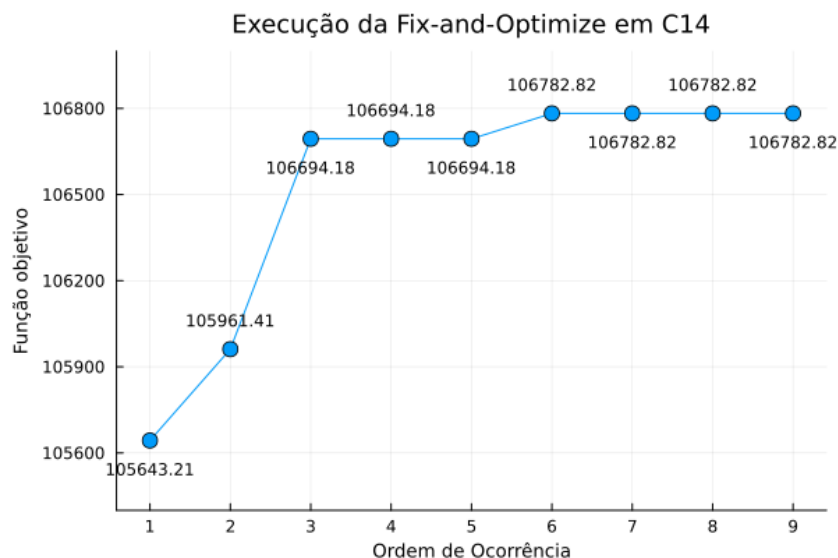
Além disso, no caso de “C2”, tem-se uma percepção interessante, pois nas abordagens “PNLIM” e “Matheur. RF” o *solver* apresentou soluções ótimas distintas. Assim, com o intuito de avaliar se a solução ótima obtida pela “Matheur. RF” seria uma solução viável ou ótima quando considerado a abordagem “PNLIM”, utilizou-se a técnica de *Warm start* a partir da qual a solução obtida pela “Matheur. RF” (105.930,614m³) foi passada como *input* para a abordagem “PNLIM” sendo o experimento executado por 3.600s. Ao ser observado o log de execução do algoritmo, percebeu-se que essa solução fornecida é viável para a abordagem “PNLIM” e que o *solver* passou mais de 1.000s sem conseguir obter uma solução melhor, porém, no final do tempo do experimento, foi obtida uma solução viável cujo valor (106.690,528m³) é maior do que os valores das soluções ótimas anteriores, dessa forma, é possível inferir que as soluções ótimas encontradas nessas abordagens são ótimas locais (105.930,614m³ em “PNLIM” e 105.930,614m³ em “Matheur. RF”) e que o uso do *Warm start* auxiliou na fuga desses ótimos locais, sendo possível obter de uma solução viável melhor que as anteriores.

Além disso, com base nos resultados apresentados na Tabela 10, observa-se que, nesses cenários em que o *solver* convergiu para uma solução ótima, tem-se uma baixa quantidade de soluções, sugerindo uma rápida convergência do *solver* para esses ótimos locais.

Conforme apresentado na Tabela 10, o Cenário “C14” foi o que apresentou o maior número de soluções viáveis, após a execução da heurística *Fix-and-Optimize*, e, ao ser avaliado o log de execução do algoritmo, percebeu-se que, nessa instância, o algoritmo executou essa heurística por completo nove vezes (maior quantidade de repetições dentre as demais instâncias) e que, em todas as execuções, o *solver* retornou ótimos locais. Nas demais instâncias, a *Fix-and-Optimize* foi executada por completo apenas duas ou três vezes. É válido ressaltar que a quantidade de rodadas não necessariamente corresponde à quantidade de soluções obtidas, pois, dentro de uma mesma rodada, é possível que o *solver* encontre mais de uma solução viável, no entanto ele retornará, após o fim de cada rodada, a que possuir o maior valor (dado que o problema é de maximização).

Os valores dessas soluções para o Cenário “C14” podem ser observados na Figura 17 na qual percebe-se que, nas três primeiras rodadas, foram encontradas soluções melhores. No entanto, entre a terceira e a quinta rodada, o *solver* não conseguiu encontrar uma solução superior. O mesmo ocorreu após a sexta rodada, pois, após encontrar essa solução, o *solver* não conseguiu melhorar o resultado, sugerindo estar preso nesse ponto de máximo local.

Figura 17 – Soluções ótimas obtidas no Cenário C14



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Outra informação pertinente é que a heurística *Relax-and-Fix* só repetirá se, durante a execução de alguma iteração, não for possível encontrar uma solução viável. Caso isso ocorra, o tempo de execução atribuído a cada rodada pode ser atualizado para um valor maior e/ou o valor atribuído

aos parâmetros *range* e *step* podem ser modificados. No caso desses experimentos, foi considerado o tempo de 110s para cada iteração e, em praticamente todos os cenários, foi possível obter soluções dentro desse intervalo de tempo, sendo o “C15” o único que, mesmo sendo realizado os ajustes acima, não foi possível encontrar solução viável, durante a realização dos experimentos.

Dessa forma, no caso do “C1” apresentado na Tabela 10, por exemplo, as três soluções viáveis informadas foram obtidas após a execução da última iteração da heurística *Relax-and-Fix*, dado que apenas após o término de uma rodada completa é que a restrição de integralidade de todas as variáveis y é considerada. Assim, as soluções obtidas nas rodadas anteriores são ditas como soluções relaxadas, não podendo ser consideradas viáveis. Por outro lado, na heurística *Fix-and-Optimize*, é possível obter soluções viáveis antes da conclusão de uma rodada completa, pois essa abordagem não relaxa o domínio das variáveis. Em vez disso, ela trabalha apenas com variáveis fixadas e inteiras, respeitando a restrição de integralidade. Na Figura 17, é possível visualizar os valores da função objetivo reportados após cada rodada (execução completa) da heurística *Fix-and-Optimize*.

Outra análise a ser feita é que a Matheurística foi capaz de convergir com mais frequência para pontos de ótimo do que as outras abordagens, isso pode ter ocorrido devido à fatores como a natureza do próprio funcionamento das heurísticas que compõem essa abordagem. Por exemplo, no funcionamento da *Relax-and-Fix*, o horizonte de programação é dividido em subconjuntos de variáveis fixadas, inteiras e relaxadas, se as decisões iniciais (valores fixados) forem mal escolhidas (*e.g.* valores subótimos) o *solver* pode ficar preso em um ótimo local, porque não consegue alterar essas decisões, ou seja, ele pode ficar restrito a uma região específica do espaço de busca, convergindo para um ótimo local, sem explorar soluções globais melhores. Enquanto que, nas outras abordagens, os valores das variáveis inteiras não é fixado, assim os *solvers* podem trabalhar com todas as variáveis simultaneamente, permitindo uma exploração mais ampla do espaço de região viável, reduzindo a possibilidade de convergência para ótimos locais.

Esse mesmo raciocínio pode ser aplicado ao avaliar a quantidade de soluções ótimas encontradas pela heurística *Fix-and-Optimize*, em “C14”, como evidenciado na Figura 17. Essa heurística recebe como *input* uma solução da *R&F* e a refina dentro de uma região específica (*i.e.* trabalha com um subconjunto de variáveis inteiras, enquanto mantém o restante fixado). Assim, o próprio funcionamento da heurística pode estar reduzindo o espaço de soluções, pois o *solver* pode ficar restrito a explorar uma região específica do espaço de busca. Uma outra possível razão para o comportamento apresentado na Figura 17 é a influência de características da própria instância, ou seja, a forma como as variáveis interagem, pode influenciar sobre como os *solvers* e as heurísticas estariam performando durante a resolução do problema.

Desse modo, pode-se pensar que, ao passo que a Matheurística reduz a complexidade oriunda da presença de variáveis inteiras, ao decompor o problema original em sub-problemas menores, para os casos de problemas não-convexos ela pode aumentar a convergência do *solver* para ótimos locais, devido à fixação das variáveis ao longo da execução do método, restringindo o espaço de busca.

Por fim, é válido ressaltar que, apesar de o modelo proposto neste trabalho ter como função objetivo a maximização da carga processada, nem sempre essa estratégia reflete o ótimo econômico para uma refinaria. O atingimento do ótimo econômico depende de uma avaliação mais complexa que envolve: os perfis de produção de derivados da Unidade de Destilação e das unidades à jusante, a demanda pelos produtos, assim como as variações de preço, e também é influenciado sobre como a refinaria se encaixa no balanço comercial e logístico nacional e internacional. Entretanto, para análises pontuais de curto prazo, em diversos momentos, se faz atrativa a busca pela maximização da carga processada, e, nesse sentido, o modelo possui grande utilidade para auxiliar nas decisões tomadas pelos programadores de produção.

8 CONCLUSÃO

Problemas de programação da produção são exemplos de problemas de otimização combinatória classificados, comumente, como NP-Difíceis e, no contexto da indústria química, como a petrolífera, esses desafios se intensificam devido à complexidade relacionada à natureza dos cálculos envolvidos nos processos. Neste estudo, os objetivos propostos foram cumpridos ao ser desenvolvido e implementado um modelo de PNLIM para a obtenção da programação da produção de uma refinaria brasileira. A modelagem apresentada assumiu, como função objetivo, a maximização da carga média a ser processada na UDA, sujeita às restrições físico-químicas envolvendo o cálculo da composição da mistura e às restrições operacionais (*e.g.* disponibilidade e capacidade dos tanques). A modelagem considerou o processo de recebimento do petróleo bruto de modo integrado com a programação da produção, na qual os tanques podem ser usados em dois modos operacionais (armazenamento ou carregamento) o que traz mais complexidade para a programação dessas tarefas, por serem mutualmente exclusivas.

Essa modelagem foi implementada e resolvida por meio de três abordagens, a primeira considerou o problema de PNLIM, a segunda tratou o problema como um problema de Programação Quadrática utilizando uma função de *lazy constraint callback*, e a terceira se trata de uma Matheurística composta pelas heurísticas de horizonte deslizante *Relax-and-Fix* e a *Fix-and-Optimize* em conjunto com o método exato de PNLIM. Essas abordagens foram resolvidas considerando quinze cenários de programação de abastecimento. Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios, onde, ao ser considerado o cenário de abastecimento realizado pela empresa, foi possível obter, nas três abordagens, um volume da carga processada maior do que o da empresa para essa mesma semana, sendo o resultado da heurística *Fix-and-Optimize* 15,021% maior do que o da empresa.

Nos resultados, também foi apresentada a influência do dia e do volume do abastecimento no valor da carga processada pela UDA, isso foi feito ao serem comparados cenários que se distinguiam devido à variação dessas informações sendo apresentado que esse efeito é decorrente da alteração do valor das propriedades físico-químicas da mistura resultante.

Além disso, foram apresentados cenários, como o “C1”, em que o valor da função objetivo é bem próximo do apresentado em “C11” (diferença de apenas 0,46%), no entanto, em “C1” utilizou-se um volume significativamente menor de petróleo (90.000m³ a menos), o que sugere um custo de aquisição também menor. Essa informação demonstra a relevância e a necessidade de uma programação de aquisição mais assertiva, visando reduzir os custos de aquisição e evitar que o abastecimento dos tanques possa degradar a qualidade do petróleo em estoque.

Durante os experimentos computacionais, percebeu-se a presença de ótimos locais ao serem executados os Cenários “C2 e C11” com a Abordagem 1, e “C2, C10 e C14” com a Abordagem 3. A presença de pontos de ótimos locais foi dada em razão da não-convexidade do modelo *MRK*.

Em vista do que foi apresentado, identificam-se oportunidades de melhorias a serem exploradas em trabalhos futuros, como aplicar técnicas para linearizar o modelo, com o intuito de reduzir a complexidade computacional decorrente da presença de funções não lineares, oriundas dos cálculos para atualização do valor das propriedades físico-químicas, após a formação da mistura.

Além disso, seria interessante que, em pesquisas futuras, fossem incorporadas incertezas no modelo, como a data de chegada dos navios no porto para realizar o abastecimento dos tanques, com o intuito de tornar a modelagem ainda mais próxima da realidade enfrentada pela refinaria.

Uma outra sugestão para trabalhos futuros é analisar como propor, por meio de técnicas baseadas em programação matemática e/ou em meta-heurísticas, a programação de aquisição de petróleo a partir da qual seria possível saber o dia, o volume e o respectivo tipo de petróleo a ser usado para abastecer o tanque com o volume ideal, evitando custos adicionais na aquisição ou possíveis degradações na qualidade do estoque.

Dessa forma, por meio desse trabalho, foi possível explorar a interdisciplinaridade, unindo conteúdo de diversas áreas do conhecimento como: engenharia de produção, engenharia química e computação, fazendo uso da pesquisa operacional para conseguir tratar e apresentar soluções para o problema proposto. É válido ressaltar que os métodos utilizados para a programação da produção buscam auxiliar os tomadores de decisão, trazendo maior rigor científico para decisões mais assertivas e que promovam uma melhor utilização dos recursos e maiores ganhos ao processo, sendo importante que, atrelado a isso, seja considerada a experiência e vivência dos profissionais responsáveis por essas atividades.

Por fim, percebe-se o impacto desta pesquisa nos três principais segmentos: econômico, ao promover soluções que otimizem a utilização dos recursos disponíveis e aumentem a eficiência, como a maximização da carga processada; social, ao contribuir para uma maior segurança operacional e redução de riscos (como acidentes industriais decorrentes da utilização de equipamentos além da capacidade segura), auxiliando no gerenciamento preciso do processo e minimizando falhas decorrentes de erros na programação; e ambiental, ao assegurar que as operações estejam em conformidade com as regulamentações ambientais e de segurança. Esses aspectos ressaltam a relevância tanto acadêmica quanto empresarial do estudo.

REFERÊNCIAS

- ABSI, N.; van den Heuvel, W. Worst case analysis of relax and fix heuristics for lot-sizing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 279, n. 2, p. 449–458, 2019. ISSN 0377-2217.
- AL-AHMARI, A.; KAID, H.; LI, Z.; WU, N.; EL-TAMIMI, A.-A.; QIAO, Y. A new minlp continuous time formulation for scheduling optimization of oil refinery with unreliable cdus. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2022, n. 1, p. 1298495, 2022.
- Andalas Mitra Global. **Pengertian Upstream Downstream pada Industri Minyak dan Gas**. 2024. Conteúdo gerado no blog da empresa Andalas Mitra Global. Disponível em: <https://andalasmitraglobal.com/pengertian-upstream-downstream-industri-minyak-gas/>.
- ANP. **Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis 2024**. 2024. Acessado em: 21/12/2024. Disponível em: <https://www.gov.br/anp/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/anuario-estatistico/anuario-estatistico-brasileiro-do-petroleo-gas-natural-e-biocombustiveis-2024#Topo>.
- APOLINÁRIO, L. A. **Obtenção de Limitantes Superiores para o Problema de Dimensionamento de Lotes em Máquinas Paralelas**. 164 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) – Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia de Produção, João Pessoa, 2020. Orientador: Prof. Dr. Hugo Harry Frederico R. Kramer.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.
- ATTIA, A. M. Integrated risk management and maintenance planning in oil and gas supply chain operations under market uncertainty. **Computers & Chemical Engineering**, v. 192, p. 108879, 2025. ISSN 0098-1354.
- Bagheri Garmarudi, A.; KHANMOHAMMADI, M.; Ghafoori Fard, H.; de la Guardia, M. Origin based classification of crude oils by infrared spectrometry and chemometrics. **Fuel**, v. 236, p. 1093–1099, 2019. ISSN 0016-2361.
- BARANWAL, M.; SELUKAR, M.; LOTTI, R.; PARANJAPPE, A. A.; MAJUMDER, S.; ROCHER, J. A scalable optimization framework for refinery operation and management. **Computers & Chemical Engineering**, v. 174, p. 108242, 2023. ISSN 0098-1354.
- BAZARAA, M.; SHERALI, H.; SHETTY, C. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. [S. l.]: Wiley, 2006. ISBN 9780471787761.
- BIEGLER, L. T. **Nonlinear Programming: Concepts, Algorithms, and Applications to Chemical Processes**. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2010. Includes bibliographical references and index. ISBN 978-0-898717-02-0.
- BRAGA, J. de M. **Visão Geral da Conjuntura: carta de conjuntura**. 2023. (Nota 27). Acesso em: 07 jan. 2024. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/cartadeconjuntura/wp-content/uploads/2023/12/231220_cc_61_nota_27_visao_geral.pdf.
- CAUCHICK, P. A. M. *et al.* **Metodologia científica para engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019. Organizador.
- CHAGAS, R. D. S.; FILHO, V. J. M. F. Relax-and-fix heuristics for the multi-commodity psv planning problem with order selection and time window decisions. **Computers & Industrial Engineering**, v. 177, p. 109040, 2023. ISSN 0360-8352.

CHEN, J.; WANG, W.; SUN, W.; JIAO, Y.; HE, Y.; LI, D.; GONG, J. Tapping into the potential co2 emission reduction of a crude oil transportation system from carbon footprint perspective. **Journal of Cleaner Production**, v. 413, p. 137409, 2023. ISSN 0959-6526.

De Assis, L. S.; CAMPONOGARA, E.; ZIMBERG, B.; FERREIRA, E.; GROSSMANN, I. E. A piecewise mccormick relaxation-based strategy for scheduling operations in a crude oil terminal. **Computers & Chemical Engineering**, v. 106, p. 309–321, 2017. ISSN 0098-1354. ESCAPE-26.

DIMAS, D. **Planejamento da produção de uma refinaria integrado com a programação da distribuição de derivados**. Tese (Tese (Doutorado)) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2017.

EDGAR, T.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S. **Optimization of chemical processes**. 2. ed. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2001. 667 p.

FLOUDAS, C. **Nonlinear and mixed-integer optimization: fundamentals and applications**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

FRANZOI, R. E.; MENEZES, B. C.; KELLY, J. D.; GUT, J. A.; GROSSMANN, I. E. Large-scale optimization of nonconvex minlp refinery scheduling. **Computers & Chemical Engineering**, v. 186, p. 108678, 2024. ISSN 0098-1354.

GARCIA-VERDIER, T. G.; GUTIERREZ, G.; MENDEZ, C.; de Prada, C. Optimizing crude oil operations scheduling considering blending in tanks. **IFAC-PapersOnLine**, v. 58, n. 14, p. 67–72, 2024. ISSN 2405-8963. 12th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes ADCHEM 2024.

GARCIA-VERDIER, T. G.; GUTIERREZ, G.; MéNDEZ, C. A.; PALACÍN, C. G.; de Prada, C. Optimization of crude oil operations scheduling by applying a two-stage stochastic programming approach with risk management. **Journal of Process Control**, v. 133, p. 103142, 2024. ISSN 0959-1524.

GAUTO, M. (Ed.). **Petróleo e gás: princípios de exploração, produção e refino**. Porto Alegre: Bookman, 2016.

GOVINDAN, K.; CHENG, T. Advances in stochastic programming and robust optimization for supply chain planning. **Computers & Operations Research**, v. 100, p. 262–269, 2018. ISSN 0305-0548.

Gurobi Support. **What is the difference between user cuts and lazy constraints?** 2025. Accessed: 2025-03-13. Disponível em: <https://support.gurobi.com/hc/en-us/articles/360025804471-What-is-the-difference-between-user-cuts-and-lazy-constraints>.

HARJUNKOSKI, I.; MARAVELIAS, C. T.; BONGERS, P.; CASTRO, P. M.; ENGELL, S.; GROSSMANN, I. E.; HOOKER, J.; MéNDEZ, C.; SAND, G.; WASSICK, J. Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. **Computers & Chemical Engineering**, v. 62, p. 161–193, 2014. ISSN 0098-1354.

HARRIS, D. C.; LUCY, C. A. **Análise química quantitativa**. 9. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2017. 966 p.

HOU, Y.; WU, N.; LI, Z.; ZHANG, Y.; QU, T.; ZHU, Q. Many-objective optimization for scheduling of crude oil operations based on nsga- with consideration of energy efficiency. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 57, p. 100714, 2020. ISSN 2210-6502.

IBM Documentation. **ILOG CPLEX Lazy Constraint Callback**. 2025. Acessado em: 13 Mar. 2025. Disponível em: <https://www.ibm.com/docs/en/icos/22.1.2?topic=classes-ilocplexlazyconstraintcallback>.

IBP. **Panorama Geral do Setor de Óleo e Gás**. 2024. Disponível em: <https://www.ibp.org.br/personalizado/uploads/2024/05/panorama-geral-do-setor-de-og-portugues.pdf>.

JAHN, B. **Otimização da programação de petróleo em uma refinaria com regras específicas**. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2015. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1195>.

JUMAAH, A. F.; AMOOEY, A. A.; NABAVI, S. R. Simulation multi-objective particle swarm optimization of a crude oil distillation unit. **Chemical Engineering & Technology**, v. 46, n. 2, p. 270–278, 2023.

JuMP Developers. **Solver-independent Callbacks - JuMP Documentation**. 2025. Accessed: 2025-03-13. Disponível em: <https://jump.dev/JuMP.jl/stable/manual/callbacks/>.

KHAN, M.; AHMAD, I.; AHSAN, M.; KANO, M.; CALISKAN, H. Prediction of optimum operating conditions of a furnace under uncertainty: An integrated framework of artificial neural network and genetic algorithm. **Fuel**, v. 330, p. 125563, 2022. ISSN 0016-2361.

KOROTEEV, D.; TEKIC, Z. Artificial intelligence in oil and gas upstream: Trends, challenges, and scenarios for the future. **Energy and AI**, v. 3, p. 100041, 2021. ISSN 2666-5468.

LEE, H.; PINTO, J. M.; GROSSMANN, I. E.; PARK, S. Mixed-integer linear programming model for refinery short-term scheduling of crude oil unloading with inventory management. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 35, n. 5, p. 1630–1641, 1996.

LIMA, C.; RELVAS, S.; BARBOSA-PÓVOA, A. Designing and planning the downstream oil supply chain under uncertainty using a fuzzy programming approach. **Computers & Chemical Engineering**, v. 151, p. 107373, 2021. ISSN 0098-1354.

MOSTAFAEI, H.; CASTRO, P. M.; OLIVEIRA, F.; HARJUNKOSKI, I. Efficient formulation for transportation scheduling of single refinery multiproduct pipelines. **European Journal of Operational Research**, v. 293, n. 2, p. 731–747, 2021. ISSN 0377-2217.

MOTA, M. R. R.; KRAMER, R. Proposição de uma matheurística para a otimização do processamento de carga em uma unidade de destilação atmosférica. In: **Anais do Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás (PDPETRO)**. Balneário Camboriú: [S. n.], 2024.

MOTA, M. R. R.; KRAMER, R.; LEITE, B. da F. Proposição de um modelo de programação matemática para a otimização da produção em uma refinaria brasileira. In: **Anais da Rio Oil & Gas Expo and Conference**. Rio de Janeiro: [S. n.], 2024.

MOTA, M. R. R.; LEITE, B. da F.; KRAMER, R. Aplicação de um modelo de programação não linear inteira mista para a otimização da produção de uma refinaria brasileira. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE PESQUISA OPERACIONAL. **Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)**. Fortaleza, 2024.

MOURET, S.; GROSSMANN, I. E.; PESTIAUX, P. Time representations and mathematical models for process scheduling problems. **Computers & Chemical Engineering**, v. 35, n. 6, p. 1038–1063, 2011. ISSN 0098-1354.

Paul Rubin. **User Cuts versus Lazy Constraints - OR in an OB World**. 2012. Accessed: 2025-03-13. Disponível em: <https://orinanobworld.blogspot.com/2012/08/user-cuts-versus-lazy-constraints.html>.

PERLINGEIRO, C. A. G. **Engenharia de processos: análise, simulação, otimização e síntese de processos químicos**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2018. 208 p.

Petrobras. **Curso de Formação de Operadores de Refinaria: processos de refino**. Curitiba: Unicenp, 2002. 76 p. (Adaptado do Material Original de Elie Abadie). Disponível em: http://www.ifba.edu.br/professores/iarasantos/ENG%20504%20_%20Processos%20Qu%C3%ADmicos/literaturas/Apostilas%20Petrobr%C3%A1s/processosderefino.pdf.

PETROBRAS. **Refinaria Abreu e Lima: 10 anos: Energia para transformar**. Petrobras, 2023. Disponível em: https://issuu.com/estantepetrobras/docs/livro_rnest_10anos.

REDDY, P. C. P.; KARIMI, I. A.; SRINIVASAN, R. Novel solution approach for optimizing crude oil operations. **AIChE Journal**, v. 50, n. 6, p. 1177–1197, 2004.

SAMADI, A.; MARAVELIAS, C. T. A comprehensive chemical production scheduling representation. **Computers & Chemical Engineering**, v. 181, p. 108552, 2024. ISSN 0098-1354.

SEIXAS, R. R. **Otimização da programação da produção em refinarias para redução de perturbações em unidades de destilação**. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2017.

SILVA, B. K.; KWONG, W. H.; CARDOSO, A. de O. Chemical process optimization: Evaluation of effectiveness of open-source software scilab in solving constrained nonlinear programming problems. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 9, p. e39110917866, Jul. 2021.

SLACK, N.; BRANDON-JONES, A.; BURGESS, N. **Administração da Produção**. 10. ed. Barueri: Atlas, 2023. Revisão técnica Henrique Luiz Corrêa.

SONG, Y.; MENEZES, B. C.; GARCIA-HERREROS, P.; GROSSMANN, I. E. Scheduling and feed quality optimization of concentrate raw materials in the copper refining industry. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 57, n. 34, p. 11686–11701, 2018.

SU, L.; BERNAL, D. E.; GROSSMANN, I. E.; TANG, L. Modeling for integrated refinery planning with crude-oil scheduling. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 192, p. 141–157, 2023.

URIBE-RODRÍGUEZ, A.; CASTRO, P. M.; GUILLÉN-GOSÁLBEZ, G.; CHACHUAT, B. Assessment of lagrangean decomposition for short-term planning of integrated refinery-petrochemical operations. **Computers & Chemical Engineering**, v. 174, p. 108229, 2023. ISSN 0098-1354.

WU, N.; LI, Z.; QU, T. Energy efficiency optimization in scheduling crude oil operations of refinery based on linear programming. **Journal of Cleaner Production**, v. 166, p. 49–57, 2017. ISSN 0959-6526.

YANG, H.; BERNAL, D. E.; FRANZOI, R. E.; ENGINEER, F. G.; KWON, K.; LEE, S.; GROSSMANN, I. E. Integration of crude-oil scheduling and refinery planning by lagrangean decomposition. **Computers & Chemical Engineering**, v. 138, p. 106812, 2020. ISSN 0098-1354.

YANG, Y.; HE, R.; YU, G.; DU, W.; YANG, M.; DU, W. Efficient rolling horizon approach to a crude oil scheduling problem for marine-access refineries. **Computers & Chemical Engineering**, v. 170, p. 108121, 2023. ISSN 0098-1354.

YU, L.; WANG, S.; XU, Q. Optimal scheduling for simultaneous refinery manufacturing and multi oil-product pipeline distribution. **Computers & Chemical Engineering**, v. 157, p. 107613, 2022. ISSN 0098-1354.

ZHENG, W.; GAO, X.; HUANG, F.; ZUO, X.; CHEN, X. Integrated optimization of crude oil procurement planning and blending scheduling for property stabilization. **Computers & Chemical Engineering**, v. 186, p. 108716, 2024. ISSN 0098-1354.

APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

Figura 18 – Programação semanal para o Cenário C13, considerando a Abordagem 3

	Tanque\ Dia	Inicialização	2	3	4	5	6	7	8
TA 1	Volume Inicial (m³)	94.000,00	94.000,00	88.549,73	79.563,88	70.578,04	61.351,27	53.894,08	46.176,89
	Vol. Transferido (m³)	0,00	5.450,27	8.985,85	8.985,85	9.226,77	7.457,19	7.717,19	9.176,89
	Densidade (kg/m³)	0,000	0,089	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889	0,0889
	% de Nafta	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%	15,90%
	Enxofre (ppm)	0,0036	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037
	Volume Final (m³)	94.000,00	88.549,73	79.563,88	70.578,04	61.351,27	53.894,08	46.176,89	37.000,00
TA 2	Volume Inicial (m³)	69.580,00	69.580,00	64.188,23	60.083,90	55.979,56	53.662,20	53.662,20	53.662,20
	Vol. Transferido (m³)	0,00	5.391,77	4.104,33	4.104,33	2.317,36	0,00	0,00	2.207,24
	Densidade (kg/m³)	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911
	% de Nafta	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%	12,70%
	Enxofre (ppm)	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052
	Volume Final (m³)	69.580,00	64.188,23	60.083,90	55.979,56	53.662,20	53.662,20	53.662,20	51.454,96
TA 3	Volume Inicial (m³)	94.969,00	94.969,00	94.969,00	92.969,00	90.969,00	90.969,00	87.703,35	85.085,19
	Vol. Transferido (m³)	0,00	0,00	2.000,00	2.000,00	0,00	3.265,66	2.618,16	0,00
	Densidade (kg/m³)	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891	0,891
	% de Nafta	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%
	Enxofre (ppm)	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
	Volume Final (m³)	94.969,00	94.969,00	92.969,00	90.969,00	90.969,00	87.703,35	85.085,19	85.085,19
TA 4	Volume Inicial (m³)	23.657,00	23.657,00	43.563,61	43.563,61	43.563,61	39.107,74	60.830,58	60.830,58
	Vol. Transferido (m³)	0,00	0,00	0,00	0,00	4.455,87	5.277,15	0,00	0,00
	Densidade (kg/m³)	0,891	0,891	0,919	0,919	0,919	0,919	0,902	0,902
	% de Nafta	15,00%	15,00%	10,60%	10,60%	10,60%	10,60%	13,70%	13,70%
	Enxofre (ppm)	0,0038	0,0039	0,0047	0,0047	0,0047	0,0047	0,0038	0,0038
	Volume Final (m³)	23.657,00	23.657,00	43.563,61	43.563,61	39.107,74	33.830,58	60.830,58	60.830,58
TA 5	Volume Inicial (m³)	36.132,00	36.132,00	74.365,44	74.365,44	74.365,44	74.365,44	74.365,44	68.700,78
	Vol. Transferido (m³)	0,00	3.859,96	0,00	0,00	0,00	0,00	5.664,66	4.615,87
	Densidade (kg/m³)	0,873	0,873	0,918	0,918	0,918	0,918	0,918	0,918
	% de Nafta	18,10%	18,10%	10,90%	10,90%	10,90%	10,90%	10,90%	10,90%
	Enxofre (ppm)	0,0034	0,0035	0,0047	0,0047	0,0047	0,0047	0,0047	0,0047
	Volume Final (m³)	36.132,00	32.272,05	74.365,44	74.365,44	74.365,44	74.365,44	68.700,78	64.084,92
UDA	Vol p/ processamento	0,00	14.702,00	15.090,18	15.090,18	16.000,00	16.000,00	16.000,00	16.000,00
	% Nafta	0,00	15,30%	14,90%	14,90%	14,00%	14,00%	14,00%	14,00%
	Nafta (m³/dia)	0,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.232,24	2.233.207,00	2.234.641,00	2.240,49
	Enxofre (ppm)	0,00	0,0042	0,0042	0,0042	0,0042	0,0042	0,0042	0,0042

Fonte: Elaborado pela autora (2025)