UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – MESTRADO

O SENTIDO E O PAPEL DA INTUIÇÃO NA FUNDAMENTAÇÃO KANTIANA DA MATEMÁTICA:

Uma avaliação da polêmica Hintikka X Parsons a partir da *Crítica da Razão Pura*.

João Henrique Breda Dias

Recife – 2009

JOÃO HENRIQUE BREDA DIAS

O SENTIDO E O PAPEL DA INTUIÇÃO NA FUNDAMENTAÇÃO KANTIANA DA MATEMÁTICA:

Uma avaliação da polêmica Hintikka X Parsons a partir da *Crítica da Razão Pura.*

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Filosofia, pela Universidade Federal de Pernambuco, sob orientação do Prof. Dr. Fernando Raul de Assis Neto e co-orientação do Prof. Dr. Érico Andrade de Oliveira.

Recife – 2009

Dias, João Henrique Breda
O sentido e o papel da intuição na fundamentação Kantiana da matemática : uma avaliação da polêmica Hintikka X Parsons a partir da crítica da razão pura / João Henrique Breda Dias. - Recife: O Autor, 2009.
96 folhas.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CFCH. Filosofia, 2009.

Inclui bibliografia.

1. Filosofia. 2. Kant – Matemática. 3. Intuição. 4. Construção- Hintikka / Parsons. I. Título

1	**CDU (2. Ed.)**	**UFPE**
100	**CDD (22. ed.)**	**CFCH 2010/20**

TERMO DE APROVAÇÃO

JOÃO HENRIQUE BREDA DIAS

Dissertação de Mestrado em Filosofia **aprovada com distinção** pela Comissão Examinadora formada pelos professores a seguir relacionados, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Filosofia, pela Universidade Federal de Pernambuco.

Dr. FERNANDO RAUL DE ASSIS NETO

ORIENTADOR

Dr. MARCO ANTONIO CARON RUFFINO

1º EXAMINADOR

Dr. ÉRICO ANDRADE MARQUES DE OLIVEIRA

Érico Andrade M. de Oliveira

2º EXAMINADOR

RECIFE/2009

AGRADECIMENTOS

Devo agradecer, primeiramente, ao apoio de meus pais, sem os quais nenhuma página desta dissertação seria possível.

Gostaria de agradecer, também, a atenção, cuidado e dedicação que este trabalho recebeu por parte de meus excelentes orientadores, o professor Fernando Raul de Assis Neto e o professor Érico Andrade de Oliveira.

Gostaria de registrar, também, meus agradecimentos aos integrantes do Grupo Kant, cujas reuniões semanais me ajudaram imensamente a entender e a desentender a *Crítica da Razão Pura*. Certamente fui influenciado pelas considerações de meus colegas de grupo de estudo e, entre estes, gostaria de agradecer as críticas e provocações perspicazes de Felipe Sodré, Irio Coutinho e Sérgio Farias Filho.

Kant’s philosophical achievement consists precisely
in the depth and acuity of his insight into the state
of the mathematical sciences as he found them.
(Friedman)

Wenn die mathematischen Urtheile
nicht synthetisch sind, so fehlt Kants
ganzer Vernunftkritik der Boden.
(Zimmermann)

Resumo

O objetivo deste trabalho é o exame do debate entre os comentadores Jaakko Hintikka e Charles Parsons acerca de questões da filosofia da matemática de Kant. Estes comentadores propõem leituras divergentes para dois problemas centrais para a teoria kantiana da matemática: o problema do sentido exato do termo "intuição" (*Anschauung*) e a questão do papel que a intuição desempenha no método da matemática. Além de exibir os argumentos empregados no debate entre estes comentadores, pretendemos avaliar seus méritos a partir da *Crítica da Razão Pura*. Para tanto, iniciaremos nosso trabalho realizando uma leitura pormenorizada do tratamento de Kant para a matemática, elucidando as duas características principais que o filósofo de Königsberg atribui a esta ciência: a sinteticidade *a priori* de seus juízos e seu método de construção de conceitos. Após este primeiro passo, trataremos das interpretações de Hintikka e de Parsons que geraram seu debate acerca do sentido do termo "intuição". O ponto focal deste debate é se a intuição deve ser compreendida como uma representação apenas singular ou singular e imediata. A seguir, exporemos as interpretações divergentes destes comentadores acerca do papel que a intuição desempenha no método da matemática, elucidando tanto a posição formal lógica defendida por Hintikka quanto a tese fenomenológica e heurística de Parsons. A partir da leitura realizada sobre o tema da matemática na *Crítica* e da exposição dos argumentos de Hintikka e de Parsons, realizamos, por fim, uma avaliação crítica dos principais argumentos destes comentadores.

Palavras-chave: Kant, Matemática, Construção, Hintikka, Parsons.

Abstract

The objective of this work is to examine the debate between the commentators Jaakko Hintikka and Charles Parsons about the issues of Kant's philosophy of mathematics. These commentators propose diverging readings for two central problems for the Kantian theory of mathematics: the issue of the exact meaning of the term "intuition" (*Anschauung*) and the matter of the role that intuition plays on the mathematical method. Besides showing the arguments used on the debate between these commentators we intend to evaluate its merits based on the *Critique of Pure Reason*. For that, we start our work performing a detailed reading of Kant's treatment of mathematics, elucidating both main characteristics that the philosopher of Königsberg attributes to this science: its a *priori* synthetic judgments and its method of construction of concepts. After this first step, we deal with the interpretations of Hintikka and Parsons that generated their debate about the meaning of the term "intuition". The focal point of this debate is whether intuition must be understood as nothing but a singular or a singular and immediate representation. Following that, we present the divergent interpretations of these commentators about the role that intuition plays in the mathematical method, clarifying both the logical formal position defended by Hintikka and the heuristic and phenomenological thesis of Parsons. Based on the reading accomplished about the theme of mathematics in the *Critique* and the exposition of Hintikka's and Parson's arguments we bring about, ultimately, a critical evaluation of the main arguments of these commentators.

Key words: Kant, Mathematics, Construction, Hintikka, Parsons.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Immanuel Kant nos diz que a diferença entre a matemática e a filosofia – ambas ciências da razão pura – é que a filosofia é um conhecimento racional por conceitos e a matemática, por *construção* de conceitos (*aus der Konstruktion der Begriffe*)[1]. "*Construir* um conceito", explica Kant, é "apresentar *a priori* a intuição que lhe corresponde" (*die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen*) (CRP, A 713 / B 741). Esta é uma passagem crucial na *Crítica da Razão Pura* porque é nela que Kant expressa claramente e subseqüentemente desenvolve sua solução para um dos problemas fundamentais de seu projeto crítico. Este problema é a pergunta sobre o porquê do fracasso da metafísica como ciência em comparação com o grande sucesso da matemática, tendo em vista que ambas ciências possuem seus objetos dados igualmente *a priori*. É com esta afirmação que Kant esclarece que, apesar de puro, o objeto da matemática relaciona-se com intuições enquanto os pseudo-objetos da metafísica não possuem absolutamente tais laços.

Esta solução kantiana para este problema crítico carrega consigo, todavia, suas próprias dificuldades. Na segunda metade do século XX, surge um debate acerca dos termos-chaves "*construção*" [*Konstruktion*] e "*intuição*" [*Anschauung*] que introduz duas maneiras diferentes de compreender a passagem citada acima. Michael Friedman chama uma das interpretações de "lógica" e a outra de "fenomenológica"[2]. O responsável pela leitura "lógica" é Jaakko Hintikka, que a propõe como tese polêmica em seus escritos a partir de seu artigo "Kant's 'new method of thought' and his theory of mathematics" de 1965[3]. Seguindo este texto e complementando sua defesa desta tese, temos os artigos "Are logical truths analytic?"[4] (também de 1965), o seminal "Kant on

---

[1] Cf. KANT, *Crítica da Razão Pura.* 5ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. A 713 / B741. Utilizaremos a notação universal para a Crítica da Razão Pura, onde o número precedido pela letra "A" denota a paginação da primeira edição (1781) e o número precedido pela letra "B", a paginação da segunda edição (1787). A tradução para o português é de autoria de Alexandre Fradique Morujão e Manuela Pinto dos Santos. Doravante, utilizaremos "CRP" para nos referirmos a esta obra. Especialmente para esta obra utilizaremos em parêntesis a expressão alemã original quando da discussão de termos críticos e relevantes para o trabalho. Estas expressões em alemão serão recolhidas da edição KANT, Immanuel. *Kritik der reinen Vernunft*. Suttgart: Reclam, 2006.

[2] FRIEDMAN, M. Geometry, construction and intuition in Kant and his successors. In: SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds) *Between logic and intuition*, essays in honor of Charles Parsons. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. p. 186.

[3] Este texto, originalmente apresentado em um programa da BBC sobre Kant em 1964, foi inicialmente publicado na revista *Ajatus*, n 27, 1965 e republicado em uma coletânea de artigos de Hintikka intitulado *Knowledge and the known.* Cf. HINTIKKA, J. Kant's 'new method of thought' and his theory of mathematics. In: ___: *Knowledge and the known*, historical perspectives in epistemology. Dordrecht, Boston e London: Kluwer academic publishers, 1991a.

[4] Originalmente publicado na revista *Philosophical Review,*n 74, 1965. Republicado em HINTIKKA, J. 1991a.

the mathematical method”[5] (de 1967), “On Kant’s notion of intuition (Anschauung)”[6] (de 1969) e “Kant’s Transcendental Method and hin theory of mathematics”, de 1984, no qual encontram-se as tréplicas de Hintikka às críticas de Parsons. Oposto à tese de Hintikka, Charles Parsons propõe a interpretação chamada “fenomenológica” a partir de 1969, em seu texto “Kant’s philosophy of arithmetic”[7], ao qual foi acrescentado um pós-escrito, em 1983.

Este surgimento de textos sobre Kant é interessante principalmente se notamos que houve um período - a partir do fim do século XIX até meados do século XX - quando, sob a égide do projeto logicista, a filosofia da matemática de Kant era considerada completamente obsoleta. Lúcio Prado, pensando a recepção da filosofia da matemática de Kant no século XX observa que:

> O logicismo (...) foi responsável, juntamente com o positivismo lógico, pelo total descrédito no qual a filosofia da matemática de Kant esteve mergulhada durante várias décadas. Soava herético para filósofos da estirpe de Bertrand Russell, por exemplo, o apelo kantiano à intuição como fundamento das inferências matemáticas[8].

Vemos, todavia, que esta rejeição das posições kantianas parece ter sido superada por volta da década de 60. Graças à leitura proposta por Hintikka e as conseqüentes críticas de Parsons, uma grande bibliografia sobre a matemática em Kant foi produzida nas décadas de 60, 70, 80, 90 e ainda continua a ser produzida hoje em dia[9].

É importante notar que este debate, embora à primeira vista pudesse ser considerado interessante apenas para o historiador da filosofia, gerou interesse também nos filósofos da matemática contemporâneos. O maior exemplo disto talvez sejam os próprios contendores principais da polêmica, Hintikka e Parsons. Ambos são notáveis

---

[5] Originalmente publicado em *The Monist*. La Salle, v. 51, nº 3, pp. 352 – 375, jul. 1967. Republicado em HINTIKKA, J. 1991a. Citaremos este texto a partir da versão publicada no *The Monist*.

[6] HINTIKKA, J. On Kant’s notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant’s critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969.

[7] Originalmente publicado em MORGENBESSER, S. SUPPES, P. WHITE, M (Eds) *Philosophy, Science and Method:* essays in honor of Ernest Nagel. New York: St. Martin’s Press, 1969. Citaremos a partir da republicação na seguinte edição: PARSONS, C. Kant’s philosophy of arithmetic. In: ___: *Mathematics in Philosophy*, selected essays. Ithaca: Cornell University Press, 2005.

[8] PRADO, Lúcio Lourenço. Prefácio. In: GIUSTI, Ernesto M. *A filosofia da matemática no* Preisschrift *de Kant*. São Paulo: EDUC, 2004. p. 9.

[9] As seguintes obras recentes, por exemplo, tocam no assunto: GIUSTI, Ernesto M. 2004. HÖFFE, O. *Immanuel Kant*. São Paulo: Martins Fontes, 2005 (Cf. p. 55). SHABEL, Lisa. *Mathematics in Kant’s critical philosophy*, reflections on mathematical practice. New York e London: Routledge, 2003. SHAPIRO, Stewart. *Thinking about mathematics*, the philosophy of mathematics. Oxford: Oxford University Press, 2000 (Cf. p. 83)

filósofos da matemática, herdeiros do paradigma logicista, e consideram a filosofia da matemática de Kant como relevante em algum grau[10]. Somam-se ao interesse dos autores centrais da polêmica as palavras de Brittan que, em seu comentário sobre as disputas Hintikka-Parsons, afirma que a "filosofia da matemática de Kant é mais que uma mera curiosidade histórica"[11].

Aqui é necessário fazer um parêntesis sobre a expressão "filosofia da matemática de Kant". Vale notar que alguns comentadores não concordam a respeito da existência de uma filosofia da matemática, propriamente dita, em Kant. Otfried Höffe, por exemplo, afirma que Kant possui uma "fundamentação transcendental da matemática", mas que isso não é suficiente para uma filosofia da matemática propriamente dita[12]. Todavia, Höffe parece mais ser a exceção do que a regra. Diversos comentadores usam a expressão livremente como Hintikka[13], Brittan[14] e Parsons[15]. Este último reconhece, todavia, a diferença existente entre uma "filosofia da matemática kantiana" e a filosofia, propriamente dita matemática, de Frege. Ele atribui tal diferença a distintos graus de clareza e rigor dos autores[16].

O fato de Kant não destinar nenhuma parte da *Crítica da Razão Pura* para o tratamento específico de questões concernentes à filosofia da matemática pode incitar uma certa reserva a incluir Kant entre os filósofos da matemática, especialmente se entendemos, aqui, esta área da filosofia como ela passou a ser compreendida a partir do final do século XIX e início do XX com as contribuições do projeto logicista. O grau de

---

[10] Consideremos, por exemplo: "My own interest in this subject has been animated by the conviction that even today what Kant has to say about mathematics, and arithmetic in particular, is of interest to the philosopher and not merely to the historian of philosophy". PARSONS, Charles. Kant's Philosophy of Arithmetic. In: ___. *Mathematics in Philosophy*, selected essays. Ithaca: Cornell University Press, 2005. p.110. E: "My attempted partial reconstruction of the main point of Kant's philosophy of mathematics as applied to modern symbolic logic instead of mathematics thus gives rise to an interesting suggestion for our present-day philosophy of logic" HINTIKKA, Jaakko. Kant on the mathematical method. *The Monist*. La Salle, v. 51, nº 3, p. 375, jul. 1967.

[11] "Kant's phi-losophy of mathematics is more than a mere historical curiosity". BRITTAN, Gordon. G. *Kant's theory of science*. Princeton: Princeton University Press, 1978. p. 44.

[12] HÖFFE, O. *Immanuel Kant*. São Paulo: Martins Fontes, 2005 p. 74

[13] HINTIKKA, Jaakko. On Kant's notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 39.

[14] BRITTAN, Gordon G. *Kant's theory of science*. Princeton: Princeton University Press, 1978.

[15] Charles Parsons, na verdade, vai mais longe e usa a expressão, talvez ainda mais problemática, "filosofia da aritmética de Kant". Cf. PARSONS, Charles. 2005.. Kant's Philosophy of Arithmetic. In: ___. *Mathematics in Philosophy*, selected essays. Ithaca: Cornell University Press, 2005. p.110

[16] "It is impossible to compare Frege's *Foundation of Arithmetic* with the writings on the philosophy of mathematics of Frege's predecessors – even with such great philosophers as Kant – without concluding that Frege's work represents an enormous advance in clarity and rigor". PARSONS, Charles. Frege's Theory of Number. In: *Mathematics in Philosophy*, selected essays. Ithaca: Cornell University Press, 2005. p. 150.

clareza e rigor – para acompanhar Parsons - no tratamento destas questões em filósofos antigos ou modernos não se aproxima do grau encontrado no tratamento minucioso de filósofos logicistas. Mas, por outro lado, compreendemos que, mesmo antes da maturidade da filosofia da matemática com as idéias de Frege e Russell, a filosofia já se preocupava há muito com questões filosóficas suscitadas pela matemática. Em vista disto, achamos justificado incluir Kant entre os filósofos que se detiveram no exame dos problemas típicos da filosofia da matemática, como, por exemplo, o problema clássico da ontologia matemática – se os objetos da matemática são existentes ou qual sua natureza – ou a questão sobre a relação entre matemática e mundo e além destas questões clássicas, até mesmo problemas mais específicos como a questão da axiomatização da aritmética[17].

O título de nossa dissertação também propõe que a polêmica Hintikka x Parsons não deve ser entendida como uma disputa em torno de apenas um problema. Identificamos, na verdade, duas questões distintas que estão em pauta nos trabalhos destes filósofos:

A) Sobre o sentido do termo "intuição" (*Anschauung*) no que se refere ao pensamento de Kant para a matemática. Particularmente, está em questão se este termo possui ou não uma ligação intrínseca com a sensibilidade, uma vez que tal ligação é posta em dúvida por Hintikka, mas defendida por Parsons.

B) Sobre qual o papel que a intuição desempenha no âmago do método da matemática. Trata-se do problema da *construção de conceitos* (*Konstruktion der Begriffe*). É pela *construção* que Kant estabelece que a matemática pode apenas progredir através do recurso a intuições. Aqui existem também posições divergentes defendidas por Hintikka e por Parsons, a saber: respectivamente, de que a *construção* possui um sentido *lógico* ou de que esta possui um sentido *heurístico*.

É necessário, agora, fazer considerações acerca do método de pesquisa e do material utilizado. Por uma questão de delimitação de trabalho, nossa pesquisa será analítica. Não consideraremos argumentos históricos e não faremos nenhum notável esforço para aplicar os resultados de nossas interpretações ao estado atual da matemática. Nossa pergunta refere-se à compreensão de Kant sobre o problema da matemática e nos deteremos, principalmente, sobre seus argumentos acerca do assunto.

---

[17] Para um tratamento detalhado da questão da axiomática em Kant, Cf. MARTIN, Gottfried. *Arithmetic and Combinatorics*, Kant and his contemporaries. Carbondale e Edwardsville: Southern Illinois University Press, 1985. Especialmente a primeira parte: pp. 3–50.

Nosso título sugere que os materiais principais de nossa pesquisa serão os textos de Hintikka e Parsons. Mas, ainda mais importante do que estes, o nosso principal ponto de reflexão será a *Crítica da Razão Pura* de Kant. É a partir dos textos dos filósofos contemporâneos que procuraremos estabelecer seus argumentos através da polêmica, mas é apenas a partir da *Crítica* que procuraremos decidir se seus argumentos procedem.

No tocante à vasta produção kantiana, julgamos sensato pôr à margem da pesquisa todas as suas obras com exceção da *Crítica*. Não faremos isto porque acreditamos não existirem questões pertinentes sobre nosso assunto nos escritos pré-críticos ou em seus outros trabalhos, mas simplesmente por uma questão de delimitação de campo de exame. Estamos interessados, como nosso título sugere, em uma avaliação da polêmica Hintikka x Parsons apenas a partir da *Crítica da Razão Pura*. Além disto, já existe o excelente estudo de Giusti[18] que examina a polêmica Hintikka x Parsons a partir dos pré-críticos, particularmente do *Preisschrift*[19]. Não obstante, outros textos de Kant serão usados na medida em que nos ajudem a compreender melhor as posições kantianas da *Crítica.* Neste aspecto os *Prolegómenos a toda metafísica futura* (1783) e a *Lógica Jäsche* (1800) aparecem como recursos que comentadores repetidas vezes utilizam para este fim. Adicionalmente, também utilizaremos a resposta de Kant a Eberhard[20] (1790), dado que neste texto está uma explicação pormenorizada do sentido da *construção de conceitos*.

Nosso trabalho possuirá a seguinte estrutura. No primeiro capítulo daremos ao leitor uma vista panorâmica das teses de Kant sobre a matemática e dos problemas que surgem a partir daí. Trataremos principalmente das duas características mais notáveis atribuídas a tal ciência ao longo da *Crítica da Razão Pura*, que são: a) seus juízos sintéticos *a priori* e b) seu método que define-se pela *construção de conceitos*.

Os dois capítulos seguintes, capítulos segundo e terceiro, trarão para o exame a polêmica entre Hintikka e Parsons. Primeiro observaremos a divergência destes autores sobre o sentido essencial do termo “intuição”, que, como veremos, é importantíssimo para o tema da matemática em Kant. Em seguida, no terceiro capítulo, exporemos as

---

[18] GIUSTI, Ernesto M. *A filosofia da matemática no* Preisschrift *de Kant*. São Paulo: EDUC, 2004. Cf., também, ____. Signo e sentido interno na filosofia da matemática pré-crítica. *Doispontos*. São Carlos, vol. 2. n 2. p.61-75. out. 2005.

[19] Trata-se da *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral* que encontra-se publicado em português em KANT, Immanuel. *Escritos pré-críticos*. São Paulo: Editora UNESP, 2005.

[20] KANT, Immanuel. *Da utilidade de uma nova crítica da razão pura*, resposta a Eberhard. São Paulo: HEMUS, 1975.

diferentes interpretações sugeridas por Hintikka e Parsons para o papel da intuição no método da matemática ou a função da construção de conceitos.

Após realizarmos este percurso, faremos, em um quarto capítulo, nossas críticas a estes comentadores, atingindo, assim, o objetivo que nos propomos em nosso título – avaliar a polêmica Hintikka x Parsons a partir da *Crítica da Razão Pura*.

PRIMEIRO CAPÍTULO:

1. SOBRE A MATEMÁTICA NA CRÍTICA DA RAZÃO PURA

Faz-se necessário, para nosso objeto de estudo, situar a matemática como um todo no interior do pensamento kantiano. Mostrar o papel sistêmico que a matemática desempenha no idealismo transcendental é mostrar a importância da matemática para os argumentos que Kant tece sobre a metafísica, pois o projeto da *Crítica da Razão Pura* é, primariamente, o exame deste tipo peculiar de conhecimento, no qual progressos reais nunca são exibidos, como veremos a seguir.

Sabe-se que Kant procurou fundamentar filosoficamente as ciências de seu tempo, debruçando-se, particularmente, sobre a física de Newton e sobre a matemática, que em seu período fazia grandes progressos. Boyer, historiador da matemática, descreve o século XVIII para a matemática como "um período de indecisão" ("*period of indecision*"), no qual se hauriam grandes resultados através da aplicação das regras do Cálculo a problemas matemáticos e mesmos físicos, mas que, simultaneamente, se questionava seriamente os fundamentos racionais destas operações[21].

Por outro lado, apesar da situação instigante das ciências em seu século, a maior preocupação de Kant em sua obra não parece ser nem a matemática e nem a física, mas a metafísica, à qual ele já declarara que é seu "destino estar apaixonado, apesar de raramente poder [se] vangloriar de alguma demonstração de favor"[22] de sua amada.

Frederick Beiser, em sua biografia intelectual de Kant, mostra como este amor platônico esteve presente durante seu desenvolvimento intelectual; de sua juventude até a época da *Crítica da Razão Pura*[23]. Os sinais da paixão que Kant expressa em 1766 perseveram até 1781 e 1787. São suas preocupações com a metafísica que acompanham toda a tessitura da *Crítica da Razão Pura*. No *Prefácio à Primeira Edição* a metafísica é descrita como a ciência que já fora considerada a rainha de todas as outras, mas que, contudo, encontra-se despojada de sua realeza, "repudiada e desamparada". E isto porque ela seria como um "teatro" de "disputas infindáveis", em que se tenta continuamente, e sem sucesso, decidir sobre questões que "nunca se esgotam" exatamente porque não possuem por base nenhum dado da experiência (CRP. A VIII).

---

[21] Cf. BOYER, Carl B. *The history of calculus and its conceptual development*. New York: Dover Publications, 1959. p. 224.
[22] KANT, Immanuel. Sonhos de um visionário explicados por sonhos da metafísica. In ___: *Escritos Pré-críticos*. Ak. II 367.
[23] BEISER, Frederick C. Kant's intellectual development: 1746-1781. In: GUYER, Paul (Ed.) *The Cambridge Companion to Kant*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. p. 26-61.

Uma vez lançada a Segunda Edição da obra, Kant reafirma em seu novo *Prefácio* que a metafísica, embora seja a "mais antiga de todas as ciências", ainda não teve a fortuna de encontrar a "via segura da ciência" (CRP. B XIV), que outras ciências como a matemática e a física percorrem. Ao invés de trilhar tal via, a metafísica "mais parece um terreiro de luta, propriamente destinado a exercitar forças e donde nenhum lutador pôde jamais assenhorear-se de qualquer posição (...) nem fundar sobre suas vitórias conquista duradoura" (CRP. B XV). O insucesso das pretensões científicas da metafísica é de grave conseqüência, podendo até mesmo pôr em dúvida a própria capacidade humana da razão. Pois, como Kant indaga, "quão poucos motivos teremos para confiar na nossa razão se num dos pontos mais importantes do nosso desejo de saber, não só nos abandona como nos ludibria com miragens, acabando por nos enganar!" (CRP. B XV). Responder a este mistério, isto é, ao porquê do fracasso da metafísica, parece ser o objetivo da *Crítica*[24].

Explicar o porquê deste infeliz destino para a metafísica implica um exame das capacidades da própria faculdade humana da razão. A tarefa crítica que pretende Kant, portanto, é examinar a razão pura, especificamente, suas "fontes e limites" (CRP. B 25). O que está em jogo aqui é o exame de um tipo peculiar de juízo, próprio para o progresso de conhecimentos sem auxílio da experiência: os juízos sintéticos *a priori*. A pergunta que direcionará, portanto, o estudo sobre as fontes e limites da razão pura exprime-se da seguinte forma: "*como são possíveis os juízos sintéticos a priori?*" (CRP. B19). Como a matemática nos oferece o "exemplo mais brilhante de uma razão pura que se estende com êxito por si mesma, sem o auxílio da experiência" (CRP. A 712 / B741), isto é, que progride mediante juízos sintéticos a *priori*, uma das questões derivadas deste problema geral, sobre a possibilidade dos juízos sintéticos *a priori*, é o seguinte: "*Como é possível a matemática pura?"* (CRP. B20).

Sabe-se que a matemática é caracterizada de duas maneiras ao longo da *Crítica*: A) como ciência de juízos sintéticos *a priori*, como vemos logo ao início da obra, na passagem B 14; e B) como conhecimento racional por construção de conceitos, como anuncia-se na parte posterior da obra, em A 713 / B741.

É natural perguntar qual a relação entre as duas características. Ou seja, se elas estão ligadas, qual das duas possui primazia sobre a outra. Seria o caso que a matemática possui juízos sintéticos *a priori* porque constrói seus conceitos? Ou, ao

---

[24] Este argumento aparece também em BONACCINI, Juan Adolfo. *Kant e o problema da coisa em si no Idealismo Alemão*. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2003. p. 167.

contrário, seria a construção dos conceitos da matemática uma explicação posterior, derivada da sinteticidade de seus juízos?

Sobre esta questão, vemos Shabel dizer que "sua afirmação que conhecimento matemático é sintético *a priori* segue de sua compreensão do conhecimento matemático como baseado na construção de conceitos na intuição"[25]. Ou seja, a afirmativa de Kant sobre a sinteticidade *a priori* dos juízos matemáticos parte da sua concepção inicial de que esta ciência progride através da construção dos conceitos que opera. A evidência que sustenta esta interpretação de Shabel é sua leitura do contexto histórico de Kant, na qual ela aponta que a noção de construção, cara a Kant, precede sua obra, particularmente nos trabalhos de dois outros autores que largamente o influenciaram: Christian Wolff e Euclides. Além disso, a autora defende que a noção de construção de Kant decorre de seu próprio envolvimento com a matemática do século XVIII: "a partir de seu envolvimento com prática matemática real, Kant observou que conceitos matemáticos são construíveis na intuição pura e, portanto, que a cognição matemática é sintética *a priori*"[26].

Para tratarmos, nos capítulos seguintes, da polêmica entre Hintikka e Parsons, iremos, neste primeiro capítulo, esclarecer as duas características da matemática na *Crítica da Razão Pura*. Começaremos com a síntese *a priori* em seus juízos e depois passaremos para sua construção de conceitos.

1.1 A matemática como ciência de juízos sintéticos *a priori.*

Para Kant, a matemática é uma ciência de juízos sintéticos *a priori*. Essa tese kantiana ocorre logo entre as primeiras páginas da *Crítica* e assume uma posição de destaque na sua *Introdução*. Talvez por isto, essa característica tenha sido muitas vezes comentada, enquanto que a segunda característica principal da matemática – que ela *constrói* seus conceitos - tenha sido deixada durante muito tempo de lado. Hintikka, por exemplo, observa que esta preferência dos interpretes ocasionou leituras incompletas da matemática na primeira *Crítica*[27].

[25] "His claim that mathematical knowledge is synthetic *a priori* follows from his understanding of mathematical knowledge as based on the construction of concepts in intuition". SHABEL, Lisa. *Mathematics in Kant's critical philosophy*, reflections on mathematical practice. New York e London: Routledge, 2003. p. 91.
[26] "On the basis of his engagement with actual mathematical practice, Kant observed that mathematical concepts are constructible in pure intuition and, thus, that mathematical cognition is synthetic *a priori*" *Ibidem*. p. 157.
[27] Cf. HINTIKKA, J. 1967, p. 352.

Na passagem B14 da *Crítica,* vemos Kant afirmar que "*os juízos da matemática são todos sintéticos*" e, no parágrafo seguinte "cumpre observar que as verdadeiras proposições matemática são sempre juízos *a priori* e não empíricos, porque comportam a necessidade, que não se pode extrai da experiência" (CRP. B 14). Assim, nesta página, vemos Kant estabelecer que os juízos da matemática são sintéticos e *a priori*. Para elucidar o sentido desta síntese *a priori,* começaremos caracterizando as diferenças entre os juízos sintéticos e o tipo de juízo que lhes são contrapostos, os juízos analíticos.

Há algumas dificuldades para elucidar o sentido exato da analiticidade em Kant. O filósofo de Königsberg afirma, por exemplo, que juízos são analíticos quando "a ligação do sujeito com o predicado é pensada por identidade" (CRP. A7 / B10), mas, em seguida, deixa de lado o critério da "identidade" e passa a utilizar a noção de decomposição: "naqueles [juízos analíticos] o predicado nada acrescenta ao conceito do sujeito e apenas pela análise o decompõe nos conceitos parciais, que já nele estavam pensados (embora confusamente)" (CRP A7 / B11). Um juízo analítico, desta forma, caracteriza-se como uma decomposição[28] de conceitos, extraindo do conceito-sujeito o conceito-predicado do juízo.

A partir do critério de "identidade" e da analogia com o processo de decomposição, vemos Kant afirmar que os juízos analíticos são explicativos [*Erläuterungsurteile*], em contraposição aos juízos sintéticos, chamados de extensivos [*Erweiterungsurteile*] (CRP A 7 / B11). Os primeiros contribuem para a clareza da exposição do conhecimento, enquanto que os segundos são responsáveis pela expansão do conhecimento, já que tornam possível a veiculação de novas informações no juízo.

Também é digno de nota que "os *juízos da experiência, como tais, são todos sintéticos*, pois será absurdo fundar sobre a experiência um juízo analítico, uma vez que não preciso de sair do meu conceito para formular o juízo e, por conseguinte, não careço do testemunho da experiência" (CRP. B 12). Aqui vemos Kant deixar claro que os juízos analíticos têm por base apenas uma operação do entendimento, e não a experiência; ou seja, os juízos analíticos são todos *a priori*.

[28] Alberto Coffa, tratando deste tópico, nota uma influência da concepção de *decomposição* encontrada na química na maneira como Kant delineia sua teoria da predicação. Analisar conceitos em seus constituintes parece ser uma tarefa análoga à decomposição de compostos químicos em seus elementos simples (Cf. COFFA, J. Alberto. *The semantic tradition from Kant to Carnap*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. p. 9-10. e, do mesmo autor: Kant, Bolzano and the emergence of Logicism. In: DEMOPOULOS, W. *Frege's Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Harvard University Press, 1997. p. 30-31). Gordon Brittan também afirma que Kant segue um "modelo químico", em que se "decompõe" o predicado a partir do sujeito. (Cf. BRITTAN, Gordon G. *Kant's theory of science*. Princenton: Princenton University Press, 1978. p. 15).

Por situar-se apenas sobre as operações do entendimento, a verdade destes juízos não depende de verificação empírica de suas afirmações, mas, antes, apenas da coesão lógica de seus termos constituintes.

Existe, assim, uma diferença importante no critério de verdade para os juízos analíticos e para os juízos sintéticos. Para tratarmos desta distinção, analisaremos, por um instante, a distinção kantiana entre matéria e forma. Na *Anfibolia dos conceitos da reflexão*, Kant define matéria e forma da seguinte maneira: "O primeiro [a matéria] significa o determinável em geral, o segundo [a forma] a sua determinação" (A 266 / B 322) e, em uma passagem da D*edução Transcendental*, vemos Kant afirmar sobre a experiência que "esta última contém dois elementos heterogéneos, a saber, a *matéria* para o conhecimento fornecida pelos sentidos e uma certa *forma* para a ordenar, proveniente da fonte interna da intuição e do pensamento puros (...)"(A 86 / B 118). Se a matéria do conhecimento é "fornecida pelos sentidos" podemos excluir com segurança a possibilidade de sua origem ser conceitual. Nas primeiras páginas da *Estética Transcendental* lemos:

> Dou o nome de *matéria* ao que no fenómeno corresponde à sensação; ao que, porém, possibilita que o diverso do fenómeno possa ser ordenado segundo determinadas relações, dou o nome de *forma* do fenómeno. Uma vez que aquilo, no qual as sensações unicamente se podem ordenar e adquirir determinada forma, não pode, por sua vez, ser sensação, segue-se que, se a matéria de todos os fenômenos nos é dada somente *a posteriori*, a sua forma deve encontrar-se *a priori* no espírito. (A 20 / B 34)

Aqui vemos que a matéria do conhecimento não só é sensível como também empírica. Para Kant, portanto, o determinante do conhecimento aguarda *a priori*, que o determinável seja dado *a posteriori*, ou seja, na experiência.

Como todos os juízos analíticos têm de ser *a priori*, vemos que são juízos formais. A verdade de tais juízos não depende da verificação empírica do que se enuncia, como é o caso dos juízos sintéticos *a posteriori*, mas apenas da coesão formal entre os seus termos constituintes.

Ora, a condição da verdade dos juízos analíticos é simplesmente a condição *formal* da verdade. Kant trata das condições para a verdade no terceiro ponto da introdução da *Lógica Transcendental* (*Da divisão da lógica geral em analítica e dialética*) onde o vemos dizer, *en passant*, que um conhecimento é adequado à forma lógica quando não se contradiz a si próprio (Cf. CRP B 84/ A 60). Deste trecho podemos compreender que a condição meramente *formal* para a verdade de qualquer juízo é que ele não seja auto contraditório. Ora, este é o critério lógico da contradição. Kant ressalta que juízos materiais necessitam também de um critério *material* para a sua verdade, i.e., necessitam adequar-se aos dados da experiência. A condição formal da verdade é uma condição necessária para a verdade de qualquer juízo, mas insuficiente para os juízos que possuem conteúdo, os sintéticos. Para os juízos analíticos, todavia, apenas o critério formal de verdade basta, já que nunca vão buscar na experiência sua comprovação.

É por isso que, na parte da *Crítica* intitulada *Do princípio supremo de todos os juízos analíticos*, vemos que seu "princípio supremo" seria o princípio da contradição: "o *princípio de contradição* é o *princípio universal* e plenamente suficiente de *todo o conhecimento analítico*" (CRP. A 151/ B191).

Os juízos sintéticos, por outro lado, são responsáveis pela expansão do conhecimento, já que possibilitam a exposição de informações novas, que não poderiam ser implicitamente encontradas nos seus termos constituintes. E isto porque os juízos sintéticos possuem conteúdo, matéria. Estes juízos, portanto, não dependem apenas de análise conceitual.

Podemos observar a natureza extra-conceitual dos juízos sintéticos através de três rápidas citações nas quais vemos que Kant afirma que, no caso dos juízos sintéticos: a) "temos de superar estes conceitos [*über diese Begriffe hinausgehen*], procurando a ajuda da intuição que corresponde a um deles" (CRP. B 15); b) "não devo considerar aquilo que realmente penso no meu conceito de triângulo (...), pelo contrário, devo sair [*hinausgehen*] dele para alcançar propriedades que não residem nesse conceito, mas contudo lhe pertencem" (CRP. A 718 / B 746) e c) "para formular um juízo sintético de um conceito devemos sair desse conceito [*muss man aus diesem Begriffe hinausgehen*] e mesmo recorrer à intuição na qual é dado"(CRP. A 721 / B 749). Vemos, aqui, as expressões "superar estes conceitos" [*hinausgehen über*] (a) e "sair" do conceito [*hinausgehen*] (b) e (c)[29]. Estas expressões nos dão a idéia de que os juízos sintéticos, de alguma forma, vão além dos seus conceitos constituintes. Se os juízos sintéticos não dependem exclusivamente de conceitos para serem corretamente formulados, então

---

[29] A palavra chave nestes trechos é o termo alemão *hinausgehen* que significa, literalmente, "sair para fora". Em algumas passagens, porém, Kant utiliza em conjunção com esta expressão a preposição *über*, que dá uma nuance diferente à palavra. Para o português, vemos que os tradutores escolheram a palavra "sair" (Cf. CRP. A 718 / B 746 e CRP. A 721 / B 749) para traduzir o temo "*hinausgehen*" sem a preposição *über*, e os termos "superar" (Cf. CRP. B 15) e "ultrapassar" (Cf. CRP. B 41) para traduzir "*hinausgehen über*".

dependem de quê? Ora, a resposta está nas próprias citações (a) e (c): os juízos sintéticos dependem de intuições. No caso dos juízos sintéticos a *posteriori* estas intuições são dadas pela experiência; por outro lado, os juízos sintéticos *a priori* exigem intuições igualmente *a priori*. Como veremos em detalhe no tópico a seguir, é isto que significa a construção de um conceito na matemática: a apresentação de uma intuição *a priori*, que represente o conceito e que nos possibilite superá-lo e alcançar novos conhecimentos.

Voltando-nos para a passagem de B14 mais uma vez, vemos Kant afirmar que "*todos*" juízos da matemática são sintéticos. Esta afirmação implica um compromisso com a sinteticidade de qualquer juízo de qualquer uma das ciências matemáticas. Kant, todavia não mantêm este compromisso, tendo em vista que reconhece a existência de alguns juízos matemáticos analíticos. Ele, então, assume outra posição - semelhante, mas bem menos radical: afirma que são sintéticos todos os juízos *essenciais* da matemática, isto é, seus "verdadeiros princípios", como vemos:

> É certo que um pequeno número de princípios que os geômetras pressupõem são, em verdade, analíticos e assentam sobre o princípio da contradição; mas também apenas servem, como proposições idênticas, para o encadeamento do método e não preenchem as funções de verdadeiros princípios (B16 – B17).

A esta citação seguem-se dois exemplos de juízos analíticos utilizados pelos geômetras: "a=a, o todo é igual a si mesmo" e "(a+b)>a, o todo é maior do que a parte" (CRP. B 17). Por outro lado, tanto os axiomas gerais da geometria quanto as formulas numéricas da aritmética são, para Kant, juízos sintéticos[30] (Cf. CRP. A164 / B205), pois veiculam novas informações que não poderiam ser encontradas apenas pela análise de conceitos.

Resta uma questão, todavia, para esclarecer esta passagem: contra quem Kant está polemizando no início do parágrafo de B14? Vemos Kant afirmar que sua proposta de interpretar os juízos da matemática como sintéticos "parece até hoje ter escapado às

---

[30] É interessante observar que os dois exemplos dados por Kant para sentenças analíticas no *corpus* geométrico – "o todo é igual a si mesmo" e "o todo é maior que a parte" - são Noções Comuns para Euclides (Cf. EUCLIDES. *Os elementos*. São Paulo: Editora UNESP, 2009. p. 99). Tradicionalmente, interpreta-se estas Noções Comuns como as proposições mais próximas a axiomas em Euclides. Ora, verdadeiros axiomas para Kant devem ser sintéticos, mas aqui vemos que ele considera parte dos "axiomas" euclidianos como proposições analíticas. É patente, portanto, que Kant não segue a denominação euclidiana das proposições, mas, antes, está envolvido em um debate sobre o que realmente deve-se chamar de Axioma para a matemática. Sobre este debate, Cf. MARTIN, G. 1985. p. 11ss.

observações dos analistas da razão humana e mesmo opor-se a todas as suas conjecturas". A quais "analistas da razão humana" Kant refere-se?

Alguns autores apontam que a posição de Kant sobre a matemática não é inocente, mas trata-se, antes, de uma reação a Leibniz[31], que defendia que a matemática reduz-se à lógica. Vemos Leibniz, em seus *Novos ensaios,* provar a validade da soma 2 + 2= 4 a partir de três definições e de um axioma:

> "*Definições*
> 1) *dois* é um e um
> 2) *três* é dois e um
> 3) *Quatro* é três e um
> Axioma: pondo duas coisas iguais no lugar uma da outra, mantém-se a igualdade.
> *Demonstração*
> 2 e 2 é 2 e 1 e 1 (pela def. 1) .... 2+ 2
> 2 e 1 e 1 é 3 e 1 (pela def. 2) .... 2+ 1+ 1
> 3 e 1 são 4 (pela def. 3) .... 3+1
> 4
> Logo, pelo axioma, dois e dois são quatro. O que importava demonstrar"[32].

Nesta prova, Leibniz parte das definições e do axioma e completa sua demonstração utilizando apenas o princípio da identidade. Trata-se, portanto, de um prova lógica. Esta posição leibniziana, que Loparic chega a chamar de "logicista"[33] pode ser incompatível com a tese kantiana, se interpretamos que os juízos apresentados nesta passagem não apresentam recurso a nenhuma intuição, apenas a conceitos e a leis lógicas, que é a formulação usual da analiticidade em Frege:

> Aquilo de que se trata, então, é de encontrar uma demonstração para a proposição em causa e de a seguir em sentindo inverso ao da dedução até se alcançarem as verdades primitivas. Se, seguindo este caminho, se deparar apenas com leis lógicas gerais e definições, então está-se em presença de uma verdade analítica[34].

A questão é complexa, pois Kant admite que é possível alcançar uma proposição matemática através de princípios da lógica, como vemos afirmado ainda em B14:

---

[31] Por exemplo: KÖRNER, S. On the Kantian Foundation of science and mathematics. In: PENELHUM, T. e MACINTOSH, J.J. *The first critique*, reflections on Kant's Critique of Pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 100; FRIEDMAN, Michael. *Kant and the exact sciences*. Cambridge: Harvard University Press, 1994. p. 98; HÖFFE, Otfried. *Immanuel Kant*. São Paulo: Martins Fontes, 2005. p. 53.

[32] LEIBNIZ, G. W. *Novos ensaios sobre o entendimento humano*. Lisboa: Edições Colibri, 2004. Livro III. p. 294. É interessante observar que este modelo de prova de Leibniz ainda é em larga medida correto, e atualmente acrescenta-se apenas o uso de parêntesis e a lei da associatividade, que em Leibniz estão faltando.

[33] LOPARIC, Zeljko. *A semântica transcendental de Kant*. 3 ed. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica Epistemologia e História da Ciência, 2005. Coleção CLE, vol. 41. p. xviii.

[34] FREGE, Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética*. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1992. p. 39.

> Como se reconheceu que os raciocínios dos matemáticos se processam todos segundo o princípio de contradição (o que é exigido pela natureza de qualquer certeza apodítica), julgou-se que os seus princípios eram conhecidos também graças ao princípio de contradição; nisso se enganaram os analistas, porque uma proposição sintética pode, sem duvida, ser considerada segundo o princípio de contradição, mas só enquanto se pressuponha outra proposição sintética de onde possa ser deduzida, nunca em si própria. (CRP. B14)

É importante observar, portanto, que Kant afirma que uma proposição matemática pode ser deduzida logicamente através de uma demonstração *à la* Leibniz, mas isto não a torna analítica. Em caso contrário, não poderíamos compreender porque o famoso exemplo de Kant de uma proposição sintética que ocorre em B16, “7+5=12”, seria, afinal sintética, pois como Parsons (2005, p. 120) chama a atenção, uma prova como aquela apresentada por Leibniz também pode ser apresentada para qualquer adição, incluindo o exemplo do próprio Kant. O ponto é que mesmo que 7+5=12 possa ser provado logicamente a partir de uma outra proposição, isto não a torna uma proposição analítica, pois a prova iria requerer outras proposições que, por sua vez são também sintéticas.

Como Brittan afirma, para Kant, “o caráter sintético das proposições da matemática é uma função de algumas características das proposições mesmas e não da forma pela qual elas vêm a ser estabelecidas”[35] (BRITTAN, 1978. p. 55-56). Ou seja, para Kant, as proposições matemáticas são proposições sintéticas por suas próprias características e não por características da forma como são deduzidas, que é o critério de analiticidade freguiano. É isto que vemos afirmado no fim desta última citação de B14 acima.

É certo, portanto, que Kant tem consciência do trabalho de Leibniz ao enunciar que os juízos da matemática são sintéticos *a priori*. Mas é importante observar que há um outro filósofo ao qual Kant reage ao caracterizar a matemática de sua maneira própria.

Estamos falando, aqui, de David Hume e seu ataque cético à metafísica. Este filósofo escocês concordaria com Leibniz sobre a tese da analiticidade da matemática, pois considerava que a matemática era pura “relações de idéias”, dependendo apenas de operações do entendimento, como vemos:

---

[35] “The synthetic character of the propositions of math-ematics is a function of some feature of the propositions themselves and not of the way in which they come to be established”

> Todos os objetos da razão ou investigação humanas podem ser naturalmente divididos em dois tipos, a saber, *relações de idéias* e *questões de fato*. Do primeiro tipo são as ciências da geometria, álgebra e aritmética, e, em suma, toda afirmação que é intuitiva ou demonstrativamente certa. [...] Proposições deste tipo podem ser descobertas pela simples operação do pensamento, independentemente do que possa existir em qualquer parte do universo. Mesmo que jamais houvesse existisse um círculo ou um triângulo na natureza, as verdades demonstradas por Euclides conservariam para sempre a sua certeza e evidência[36].

Para Hume, como vemos, o âmbito da relação de causa e efeito é a simples relação entre idéias: "de minha parte, parece haver apenas três princípios de conexão entre idéias, a saber, *semelhança*, *contigüidade* no tempo ou no espaço, e *causa e efeito*" (*Ibidem*. p. 42). Causa e efeito, desta forma, é para Hume um princípio de conexão apenas entre idéias. Este "princípio de conexão entre idéias", porém, acaba sendo utilizado para pensar sobre questões de fato: "todos os raciocínios referentes a questões de fato parecem fundar-se na relação de causa e efeito" (*Ibidem.* p. 54), pois, neste caso, "se supõe invariavelmente que há uma conexão entre o fato presente e o fato que dele se infere" (*Ibidem*. p. 55). É aí que está a ilegitimidade da metafísica, representada, em Hume, pelo princípio de causa e efeito.

A relação de causa e efeito que deveria se restringir ao âmbito mental acaba sendo utilizada no domínio da experiência factual para justificar raciocínios que, para Hume, só possuem como base efetiva o *hábito* advindo da observação: "todas as inferências da experiência são, pois, efeitos do hábito, não do raciocínio" (*Ibidem*, p. 75).

Nos *Prolegómenos a toda metafísica futura*, Kant diz sobre esta posição de Hume:

> Embora ele não tenha dividido as proposições de um modo tão formal e geral, ou usado as mesmas denominações, como eu faço aqui, era, porém, tanto como se ele tivesse dito: a matemática pura contém apenas proposições *analíticas*, mas a metafísica encerra proposições sintéticas *a priori* (KANT, 2003b. p. 33).

Para Kant, Hume teria compreendido que há uma separação radical entre matemática e metafísica. Ainda mais, Hume teria separado as duas ciências tendo por base a tipologia de seus juízos. O erro da metafísica seria um tipo de juízo cuja

---

[36] HUME, David. *Investigação sobre o entendimento humano e sobre os princípios da moral*. São Paulo: Editora Unesp, 2003. p 53.

legitimidade Hume não poderia atestar. Tratar-se-iam dos juízos sintéticos *a priori*, cuja possibilidade e limites serão delimitados apenas ao longo da *Crítica da Razão Pura*.

A classificação que Kant faz do pensamento humeano a partir de critérios de seu próprio sistema carrega óbvios problemas para quem queira verificá-lo nos textos do filósofo escocês. Por exemplo, dizer que um juízo é analítico é dizer que subjuga-se apenas ao *princípio da não-contradição*[37]. Hume, todavia, não restringe suas "relações de idéias" a tal princípio, mas exige apenas que tais "proposições" sejam alcançadas por uma "simples operação do pensamento". Ora, na verdade, Hume possui sua própria classificação das operações da mente, como vimos, e de forma alguma ele restringe estas à *não-contradição*.

Todavia, provavelmente por volta de 1764[38], quando Kant passa a adotar a posição característica da sua maturidade filosófica sobre a matemática – que esta constrói seus conceitos – e a conseqüência desta posição – que os juízos desta ciência são sintéticos *a priori* e não analíticos – ele encontra-se em posição para desafiar o ataque cético de Hume à relação de causa e efeito.

Atribuindo à matemática juízos sintéticos *a priori*, o que Kant faz é pôr a matemática e a metafísica juntas. A partir desta junção, "os golpes destinados à última teriam também de atingir a primeira" (KANT, 2003b. p. 34). Aproximando as duas ciências ele pode defender que o tipo de juízo metafísico – sintético *priori* - é, *prima facie*, tão válido quanto o matemático[39].

Desta forma, esta aproximação entre as duas ciências, como duas ciências de juízos sintéticos *a priori*, "salvaria" a metafísica de uma possível crítica de ilegitimidade centrada sobre seu tipo de juízo.

Kant, assim, ao negar que os juízos da matemática possuem por base apenas operações do entendimento distancia-se não apenas de Leibniz, mas também de Hume. Adotar a posição da sinteticidade *a priori* dos juízos da matemática significa adotar a possibilidade de um conhecimento da razão pura que, efetivamente, aplica-se ao mundo material. Assim, Kant dá o beneficio da dúvida à metafísica e a torna objeto passível de exame, de sua investigação crítica.

---

[37] Cf. CRP B 190 (*Do princípio supremo de todos os juízos analíticos*).

[38] 1764 refere-se a data estimada do *Preisschrift*, a *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral*, publicado em português em *Escritos Pré-Críticos*. São Paulo: Editora Unesp, 2005.

[39] Otfried Höffe defende o mesmo: Cf. HÖFFE, O. *Immanuel Kant*. São Paulo: Martins Fontes, 2005. p. 57.

O que mostramos foi que a primeira característica da matemática no sistema transcendental, seus juízos sintéticos *a priori*, existe para sanar algumas das preocupações de Kant sobre a metafísica. Veremos que esta solução ao ataque cético de Hume traz outros problemas para o idealismo transcendental, que precisarão ser remediados com a segunda característica da matemática.

1.2 A matemática como conhecimento racional por *construção* de conceitos.

Como vimos, Kant se esforça para unir a matemática à metafísica quanto ao seu tipo de juízo. Porém, desta união resultam duas conseqüências problemáticas para seu projeto: (a) se ambas ciências são sintéticas e *a priori*, então por que a matemática envereda pela "via segura da ciência" desde o tempo de Tales (Cf. CRP. BXI – XII) e a metafísica encontra-se perdida em uma interminável busca tateante (Cf. CRP B XV)?

Além deste, há ainda o problema (b) de uma certa influência indevida da matemática sobre a metafísica. A metafísica, "seduzida" (CRP. A 4 / B 8) pelos sucessos da matemática e compreendendo que esta é uma ciência tão *a priori* quanto ela mesma, poderia pensar que é capaz de alargar nossos humanos conhecimentos além da esfera da experiência possível com tanta segurança quanto os juízos da matemática propiciam[40]. Ora, toda esta confusão da metafísica é, na verdade, contra o projeto crítico. O resultado haurido a partir de uma crítica à razão pura, isto é, do exame dos limites e das fontes do nosso conhecimento *a priori* (Cf. CRP. B 25), é justamente que não podemos conhecer nada além do limite da experiência[41].

Kant conhecia bem, na verdade, o perigo de uma influência negativa da matemática sobre a metafísica. Em 1790, três anos após a publicação da segunda edição da *Crítica da Razão Pura*, Kant relata que Eberhard ainda defendia que a matemática seria uma suposta prova de que podemos conhecer algo além dos limites da experiência[42]. Neste escrito, Kant mantém sua posição crítica, apontando que a razão introduz intuições para representar os conceitos da matemática e que, ao fazê-lo, impede seu vôo para além experiência.

A posição filosófica de Kant não pode, portanto, ser de simples acordo entre a matemática e a metafísica. Agora é necessário para seu interesse pela metafísica que Kant mostre, afinal, em que consiste a diferença entre as duas ciências.

---

[40] Cf. CRP. B XIV, A 4 / B 8, B 15 e A 712ss / B 740ss.
[41] Cf. CRP. B 73 (*Conclusão de Estética Transcendental*), B 166 (*Dedução Transcendental das Categorias*), A 158 / B 197 (*Princípio Supremo de Todos os Juízos Sintéticos*), entre outras.
[42] Cf. KANT, Immanuel. 1975.p. 22.

Na primeira seção da *Doutrina Transcendental do Método* Kant começa a separar estas duas formas de conhecimento de forma categórica: "o conhecimento *filosófico* é o *conhecimento racional* por *conceitos*, o conhecimento matemático, por *construção* de conceitos" (*aus der Konstruktion der Begriffe*) (CRP A 713/ B 741). "*Construir* um conceito", continua Kant, é "apresentar *a priori* a intuição que lhe corresponde" (*die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen*) (CRP A 713/ B 741). Trata-se, portanto, daquela "superação" do conceito que havíamos comentado como característica de um juízo sintético. Apresentado intuições que correspondem aos conceitos podemos "ir além" do conceito até à intuição e, nesta, descobrir novas informações que não se restringem à decomposição conceitual. É por isto que, como Kant diz, "o conhecimento filosófico considera, pois, o particular apenas no geral, o conhecimento matemático, o geral no particular e mesmo no individual" (CRP. A 714 / B 742).

Este recurso, da construção dos conceitos, é determinante para explicar o insucesso dos metafísicos e o sucesso dos matemáticos. Kant descreve a situação infeliz de um filósofo que, *qua* filósofo, tente demonstrar um teorema matemático sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo:

> Dê-se a um filósofo o conceito de um triângulo e o encargo de investigar, à sua maneira, como pode ser a relação da soma dos ângulos desse triângulo com o ângulo recto. Nada possui a não ser o conceito de uma figura que está limitada por três linhas rectas e nessa figura o conceito de igual número de ângulos. Pode então reflectir tanto quanto quiser sobre esse conceito, que, a partir dele, nada produzirá de novo. Pode analisar e tornar claro o conceito de linha recta ou de ângulo ou do número três, mas não chegará a outras propriedades que não estejam contidas nestes conceitos. (CRP. A 716/ B 744)

Para o matemático, todavia, a situação é diferente:

> Mas que o geômetra tome esta questão. Começa imediatamente a construir um triângulo. Porque sabe que dois ângulos rectos valem juntamente tanto como todos os ângulos adjacentes que podem traçar-se de um ponto tomado numa linha recta, prolonga um lado do seu triângulo e obtém dois ângulos adjacentes que, conjuntamente, são iguais a dois rectos. Divide em seguida o ângulo externo, traçando uma linha paralela ao lado oposto do triângulo e vê que daí resulta um ângulo adjacente que é igual a um ângulo interno, etc. Consegue desta maneira, graças a uma cadeia de raciocínios, guiados sempre pela intuição, a solução perfeitamente clara e ao mesmo tempo universal do problema (CRP. A716 – 717 / B744 – 745).

A construção de um conceito permite que o matemático apresente uma intuição para o conceito trabalhado e, com base nesta, realize as suas operações.

A estrutura da ciência matemática, para Kant, está ancorada nesta noção de construção. Segundo este filósofo, existem três elementos característicos da ciência matemática que dão-na solidez incomparável, mas que não podem, jamais, ser imitados pela filosofia; são eles: *definições*, *axiomas* e *demonstrações* (Cf. CRP A 726 - 727 / B 754 - 755). Cada um deles é dependente da construção dos conceitos da matemática e oferecem um grau de certeza maior do que o grau pertinente à filosofia.

É desta forma que Kant separa a metafísica da matemática. Como vimos, com a primeira caracterização da matemática, ele preserva a metafísica de um certo ataque cético. Com a segunda caracterização, contudo, delimita o campo de atuação do "conhecimento *filosófico*", explicando porque ele não pode, afinal, progredir como a matemática o faz.

Portanto, esta noção de construção é sobremaneira importante para a matemática. Ela não está, todavia, isenta de problemas. Podemos observar que esta intuição que associamos ao conceito através deste recurso de *construção* surge, na *Crítica*, envolto em duas tensões, como veremos no interessante parágrafo que cito:

> Para a construção de um conceito exige-se, portanto, uma intuição *não empírica* que, conseqüentemente, como intuição é um objecto *singular*, mas como construção de um conceito (de uma representação geral), nem por isso deve deixar de exprimir qualquer coisa que valha universalmente na representação, para todas as intuições possíveis que pertencem ao mesmo conceito. Assim, construo um triângulo, apresentando o objecto correspondente ao conceito, seja pela simples imaginação na intuição pura, seja, de acordo com esta, sobre o papel na intuição empírica, mas em ambos os casos completamente *a priori*, sem ter pedido modelo a qualquer experiência. A figura individual desenhada é empírica e contudo serve para exprimir o conceito, sem prejuízo da generalidade deste, pois nesta intuição empírica considera-se apenas o acto de construção do conceito, ao qual muitas determinações, como as da grandeza, dos lados e do ângulo, são completamente indiferentes e, portanto, abstraem-se estas diferenças, que não alteram o conceito de triângulo. (CRP A713 – 714 / B741 – 742)

Vemos, no texto, que a intuição introduzida, portanto, apresenta uma tensão entre (a) uma natureza empírica e uma pura e (b) uma tensão entre representação singular e universal[43].

[43] Shabel retira desta parágrafo a mesma impressão: "on first reading, it appears that Kant's explanation of the construction of concepts is subject to a certain tension: the constructed mathematical concept is

(a) Para expor a primeira tensão, vemos que, no mesmo parágrafo, Kant afirma que a construção exige uma intuição "*não empírica*" e, em aparente contradição, que "a figura individual desenhada é empírica". Mais ainda, vemos Kant oscilar entre uma intuição empírica e uma intuição pura na mesma sentença: "Assim, construo um triângulo, apresentando o objecto correspondente ao conceito, seja pela simples imaginação na intuição pura, seja, de acordo com esta, sobre o papel na intuição empírica". Como resolver esta tensão entre o caráter empírico e não empírico destas intuições introduzidas através da construção de conceitos?

(b) A outra tensão apresenta-se na afirmação de Kant que a intuição introduzida é um "objecto *singular*" mas que, apesar disto, "nem por isso deve deixar de exprimir qualquer coisa que valha universalmente na representação, para todas as intuições possíveis que pertencem ao mesmo conceito". Mais adiante vemos novamente a mesma tensão: "a figura individual desenhada é empírica e, contudo, serve para exprimir o conceito, sem prejuízo da generalidade deste". Aqui vemos o reflexo do famoso problema do triângulo geral, debatido por Locke e Berkeley[44]. Se o matemático opera apenas com objetos singulares, por exemplo: triângulos desenhados no quadro negro, como é possível que suas conclusões sejam válidas para todos os triângulos em geral?

No mesmo parágrafo, vemos que Kant nos aponta certos indícios que podem ser utilizados para resolver estas tensões: primeiro, construímos os conceitos espontaneamente, ou seja, "sem ter pedido modelo a qualquer experiência". Segundo, na intuição empírica "considera-se apenas o acto de construção do conceito" e não o resultante do ato, que é a figura propriamente dita. Em terceiro lugar, vemos que várias determinações empíricas são indiferentes para a construção do conceito como o tamanho dos lados e dos ângulos e, por isto, "abstraem-se estas diferenças, que não alteram o conceito de triângulo" (CRP A713 – 714 / B741 – 742).

Porém, para esclarecer estas tensões sobre o caráter destas intuições, precisaremos realizar uma análise do capítulo do esquematismo transcendental. Neste ponto, concordamos com Winterbourne ao afirmar que é o "notoriamente difícil

---

exhibited *a priori* as a 'pure intuition' but is best understood as an empirical 'drawn figure'. Moreover, being an intuition, the drawn figure is an individual, sensible object which nevertheless serves to construct its corresponding concept universally". (SHABEL. 2003. p. 92)

[44] Sobre esta disputa, Cf. BETH, E. W. Über Lockes 'allgemeines dreieck'. *Kant-Studien*. Berlin, v. 48. p.361-380. 1956-57.

capítulo do *Esquematismo* que expande as implicações da construção matemática”[45], e é esta análise que vem a seguir.

1.2.1 Esquematismo e Construção

Voltamo-nos para uma análise do capítulo da *Analítica dos Princípios*, intitulado *Do Esquematismo dos Conceitos Puros do Entendimento*. Aqui, pretendemos esclarecer qual o caráter das intuições apresentadas para representar os conceitos matemáticos.

Há, todavia, uma dificuldade inicial. Alguns comentadores[46], tomando por base o texto de Kant, afirmam que a tarefa da doutrina do esquematismo não envolve a resolução do problema da matemática, isto é: ao invés de resolver a adequação necessária entre os conceitos da matemática e as intuições que os representam, o esquematismo, antes, se ocuparia apenas da aplicação das categorias à experiência. E isto porque Kant afirma: “em todas as subsumpções de um objecto num conceito, a representação do primeiro tem de ser *homogénea* à representação do segundo” (CRP. A 137 / B176). Ora, há um caso extremo em que esse requerimento se torna mais problemático, pois “os conceitos puros do entendimento, comparados com as intuições empíricas (até mesmo com as intuições sensíveis em geral), são completamente heterogêneos e nunca se podem encontrar em qualquer intuição”. (CRP. A 137 / B176). E Kant chega ainda a afirmar que:

> Em todas as outras ciências em que os conceitos, pelos quais o objecto é pensado em geral, não são tão diferentes e heterogêneos relativamente àqueles que representam este objecto *em concreto*, tal como é dado, é desnecessário dar uma explicação particular relativa à aplicação dos primeiros aos últimos (CRP. A 138 /B 177).

Assim, parece que o trabalho do esquematismo, de ligação entre conceitos e intuições, só é verdadeiramente necessário no caso das categorias e em todas as outras ciências, supérfluo. Segundo Chipman, “o objetivo último de Kant é provar o envolvimento necessário de *todas* as categorias enumeradas na experiência”[47] (CHIPMAN, 2004. p. 102), mas não o provará, todavia, na seção do esquematismo; tal

---

[45] “it is the notoriously difficult *Schematism* chapter which expands the implications of mathematical construction”. WINTERBOURNE, A. T. Construction and the role of schematism in Kant’s philosophy of mathematics. *TRANS/FORM/AÇÃO*. São Paulo. v. 13. p. 111. 1990.

[46] Como é o exemplo de Paton e Chipman. Cf. PATON, H. J. *Kant’s Metaphysics of Experience*. Londres: George Allen & Unwin, 1951. vol 2. p. 33. Cf. CHIPMAN, L. Kant’s categories and their schematism. In: WALKER, R. C. S. (Ed), *Kant on pure reason*. Oxford: Oxford University Press, 2004. p. 102.

[47] “Kant’s ultimate aim is to prove the necessary involvement of *all* of the enumerated categories in experience”.

prova só será alcançada na seção de *Todos os Princípios do Entendimento Puro*. Ocorre que, antes desta prova, faz-se necessário um prelúdio no qual se mostram quais condições cada categoria deve ser capaz de preencher caso possa ser aplicada à experiência. "O prelúdio é o esquematismo"[48] (*Idem*, p. 103). Seria, assim, necessário o estudo do esquematismo apenas para garantir a aplicação das *categorias* à experiência, e não para garantir a adequação entres outros conceitos e intuições.

Por outro lado, também encontramos, na seção do esquematismo, trechos em que Kant trata claramente de esquemas de outros conceitos que não as categorias, como, por exemplo, o esquema de conceitos como do número cinco (Cf. CRP, A 140/ B 179), do triângulo (Cf. CRP, A 141/ B 180) e até mesmo de conceitos totalmente empíricos, como é o caso do conceito de cão (Cf. CRP, A 141/ B 180). Como resolver esta aparente contradição? Paton, em seu comentário ao capítulo do esquematismo, tenta resolver este impasse defendendo que:

> Há aqui uma dificuldade; pois o esquema transcendental foi introduzido como uma idéia mediando entre a categoria e intuições, e foi dito não haver necessidade para tal idéia de mediação entre conceitos particulares e intuição. No entanto, todos os conceitos podem ter esquemata que eram necessários para outros propósitos que tal mediação[49].

Concordamos com Paton ao afirmar que os esquemas dos conceitos particulares – em oposição aos conceitos absolutamente formais do entendimento, que são as categorias – devem possuir outra função "que *tal* mediação" ("than such mediation"). Pensamos, todavia, que sua função ainda deve ser uma mediação. No caso dos conceitos da matemática, que Kant chama de "conceitos puros sensíveis"[50], defendemos que o esquematismo é o responsável pela resolução dos problemas levantados na *Doutrina Transcendental do Método*, de saber qual é, afinal a natureza da intuição introduzida com a construção de conceitos.

Com base nas pistas deixadas por Kant para a solução da tensão inerente à intuição introduzida através da construção de conceitos, saberemos se o esquematismo dos conceitos puros sensíveis pode ser responsável ou não pela tarefa de solucionar esta

---

[48] "The prelude is the Schematism".

[49] "There is here a difficulty; for the transcendental schema was introduced as an idea mediating between the category and intuitions, and there was said to be no necessity for such a mediating idea between particular concepts and intuition. Nevertheless all concepts might have schemata which were necessary for other purposes than such mediation". PATON, H. J. *Kant's Metaphysics of Experience*. Londres: George Allen & Unwin, 1951. vol 2. p. 33.

[50] Cf. CRP, A 140/ B 180

questão se percebemos três coisas: i) que o esquema pode ser concebido como espontâneo, ou seja, como não advindo da observação da experiência, ii) se pudermos representar o esquematismo como um *ato*, iii) se pudermos explicar como o esquematismo contribui para a construção de uma representação singular e empírica, que, contudo, abstrai de parte das características empíricas, preservando apenas o universal contido no conceito construído.

Como vimos, para Kant uma importante função do esquematismo é realizar a ligação entre categorias e intuições. Para tanto,

> É claro que tem de haver um terceiro termo, que deva ser por um lado, homogéneo[51] à categoria e, por outro lado, ao fenómeno e que permita a aplicação da primeira ao segundo. Esta representação deve ser pura [...] e, todavia, por um lado *intelectual* e, por outro lado, *sensível*. Tal é o esquema transcendental"(CRP, A 138 /B 177).

Vemos, acima, que o esquema precisa unir a sensibilidade ao entendimento através de características homogêneas a cada uma destas faculdades. A ligação reside no tempo, forma do sentido interno[52], uma vez que "os esquemas não são, pois, mais que *determinações a priori do tempo*" (CRP, A145 / B184). Mas as determinações do tempo podem preencher os requisitos na citação feita acima? O tempo, e conseqüentemente suas determinações, pode ser concebido como "por um lado intelectual e, por outro lado, sensível"? É fácil ver como podemos considerar o tempo sensível, pois trata-se, juntamente com o espaço[53], da forma pura da intuição sensível, fornecida a nós pela sensibilidade (Cf. CRP, A22 / B36). Mas como conceber o tempo como intelectual? Paton explica que ser intelectual, neste caso, significa que o esquema "precisa ser um produto da espontaneidade ou síntese (que é a característica geral do entendimento)"[54] (1951, p. 28).

Poderíamos nos perguntar, assim, que faculdade poderia nos dar representações com tais características e Kant responde que "o esquema é sempre, em si mesmo, apenas um produto da imaginação" (CRP. A 140 / B179).

---

[51] Chipman observa que, neste caso, Kant precisa definir a homogeneidade como não transitiva, caso contrário seria impossível vislumbrar uma ligação de homogeneidade entre a categoria e o esquema e entre as intuições e o esquema sem acabar deduzindo que as categorias e as intuições são homogêneas entre si. Cf. CHIPMAN, L. In: WALKER, R. C. S. (Ed), 2004. p. 106.
[52] Cf. CRP, A 138 / B 177.
[53] Em relação ao motivo que leva Kant a atribuir exclusivamente ao tempo o papel de esquema transcendental, deixando de lado o espaço, Cf. PATON, 1951 p. 28 nota.
[54] "must be a product of spontaneity or synthesis (which is the general characteristic of the understanding)"

Aprendemos o que é a imaginação no sistema transcendental a partir da *Dedução Transcendental dos Conceitos Puros do Entendimento*, na qual lemos que:

> A imaginação é a faculdade de representar um objecto mesmo sem a presença deste na intuição. Mas, visto que toda a nossa intuição é sensível, a imaginação pertence à sensibilidade, porque a condição subjectiva é a única pela qual pode ser dada aos conceitos do entendimento uma intuição correspondente; na medida, porém, em que a sua síntese é um exercício na espontaneidade (...) (CRP. B 151).

Esta passagem, bastante relevante para nossa discussão, nos mostra como podemos ligar a imaginação à sensibilidade ("a imaginação pertence à sensibilidade") e ao entendimento ("sua síntese é um exercício na espontaneidade") e ainda aponta, já na *Dedução Transcendental*, que é esta faculdade que realiza a ligação entre os conceitos e as intuições ("única pela qual pode ser dada aos conceitos do entendimento uma intuição correspondente").

Faz muito sentido, então, que o esquema seja um produto da imaginação, pois esta faculdade nos provém com representações do tipo requerido para o esquematismo: representações sensíveis e espontâneas. Compreendido isto, Kant se apressa a distinguir esquema de imagem. Segundo Kant, o esquema é antes "a representação de método para representar um conjunto, de acordo com certo conceito [...] numa imagem, do que essa própria imagem" (Cf. CRP. A 140 / B179). Ou seja, o esquema não é simplesmente uma imagem empírica. Ao invés disto, vemos que o esquema é um método, uma regra, que forma imagens.

Esta divisão entre esquema e imagem relaciona-se com uma divisão anterior, entre imaginação *produtiva* e imaginação *reprodutiva*. Ora, a primeira é uma faculdade que é responsável por "determinar *a priori* a sensibilidade" uma vez que "é um efeito do entendimento sobre a sensibilidade e que é a primeira aplicação do entendimento a objectos da intuição possível" (Cf. CRP. B 152). Por outro lado, afirma-se da segunda, a imaginação reprodutiva, que sua "síntese está submetida a leis meramente empíricas, as da associação, e não contribui, portanto, para o esclarecimento da possibilidade do conhecimento *a priori*" (*Ibidem*). Ou seja, a imaginação produtiva, transcendental, é responsável pela aplicação do entendimento sobre a sensibilidade, gerando representações que são sensíveis, mas, contudo, geradas espontaneamente, *a priori*, sem pedir modelo à experiência. A imaginação reprodutiva, empírica, por outro lado, apenas reproduz imagens sensíveis *a posteriori*, e não é essencial para o estabelecimento do conhecimento sintético *a priori*.

Ainda caracterizando o esquema, vemos que:

> Só poderemos dizer que a *imagem* é um produto da faculdade empírica da imaginação produtiva[55], e que o esquema de conceitos sensíveis[56] (como as das figuras no espaço) é um produto, de certo modo, um monograma da imaginação pura *a priori*, pelo qual e segundo o qual são possíveis as imagens (CRP, A 141-142 / B181)

A palavra "monograma" (*Monogramm*) não é empregada por Kant de maneira clara. Paton argumenta que esta deve ser compreendida como um 'rascunho', ou seja, uma imagem sempre provisória e inacabada, ao invés de uma imagem determinada (1951, p. 36). O importante é notar que, nesta passagem, Kant separa o esquema de uma simples imagem empírica, produto da imaginação reprodutiva.

De todas estas características associadas ao esquema, podemos apreender o necessário para determinar se o esquematismo é ou não o mecanismo que resolveria os problemas levantados na *Doutrina Transcendental do Método* acerca da natureza da intuição empregada na matemática? Em outras palavras, o esquema pode ser entendido como i) espontâneo, ii) um ato e iii) uma imagem que, todavia, permita a abstração de todas as suas determinações empíricas inessenciais ao conceito?

Pensamos que sim. Primeiramente, já vimos que o esquema é um "produto (...) da imaginação pura *a priori*" (CRP, A 142 – B 181) cuja síntese "é um exercício na espontaneidade" (CRP, B 151), o que significa que este é espontâneo, e não passivo como a percepção sensível, portanto preenchendo a primeira das condições.

Em segundo lugar, o esquema pode, certamente, ser compreendido como um *ato* quando Kant afirma que "é esta representação de um <u>processo geral da imaginação</u> (*allgemeinen Verfahren der Einbildungskraft*) para dar a um conceito sua imagem que designo pelo nome de esquema desse conceito". (A 140 / B 179 -180. Sublinhado nosso), onde vemos o esquema ser caracterizado como um processo, um ato, para gerar uma imagem e não a imagem resultante.

E, para responder ao terceiro ponto, vemos que :

> De facto, os nossos conceitos sensíveis puros não assentam sobre imagens dos objectos, mas sobre esquemas. Ao conceito de um triângulo em geral, nenhuma imagem seria jamais adequada. Com efeito, não atingiria a universalidade do conceito pela qual este é válido para todos os triângulos [...] ficando sempre apenas limitada a uma parte essa esfera. O esquema do triângulo só pode existir no pensamento e

[55] Concordamos com a sugestão de Vaihinger que neste trecho lê "reprodutiva" em vez de "produtiva", o que evitaria ocasionar uma contradição com o que acabamos de citar acima (Cf. o comentário de Fradique Morujão na nota de rodapé da CRP, A 142 -143 / B 181 - 182).

[56] Paton sugere conceitos *puros* sensíveis (Cf. 1951, p. 35 nota).

> significa uma regra de síntese da imaginação com vista a figuras puras no espaço. (CRP, A 140-141 B 180).

É assim que podemos conceber que a imagem gerada pelo esquema, na medida em que é gerada de acordo com "uma regra de síntese da imaginação", abstrai daquilo que não está contido na universalidade do conceito. O esquema é um método para a representação de um conceito em uma imagem (CRP A 140 / B179) e não a simples imagem gerada por este processo.

Como podemos ler a intuição empírica apresentada, retirando dela apenas a regra que a gera, vemos, por fim, como se conciliam a pureza e a empiria da intuição matemática. A imagem particular com que o matemático trabalha é empírica, mas o que realmente interessa ao matemático não é apenas aquela imagem particular que se encontra diante de seus olhos. Antes, importa a ele a regra que constrói aquela imagem, que representa o conceito de forma pura, sem o recurso à experiência.

1.2.2 Construção Ostensiva e Simbólica.

Neste tópico trataremos de uma divisão no interior do sistema kantiano que separa as ciências matemáticas: a aritmética e a álgebra de um lado e a geometria do outro lado. Trata-se da separação de dois tipos distintos de construção: a ostensiva e a simbólica.

Nossa interpretação considera que a construção simbólica, da aritmética e da álgebra, é essencialmente diferente da construção ostensiva porque é adequada a um tipo de objeto absolutamente diferente dos objetos da geometria. Como mostraremos a seguir, os objetos da aritmética não podem ser ostentados, como podem os da geometria através de uma figura empírica. Isto ocorre porque, como vimos, a aritmética e a álgebra possuem sua origem na categoria de quantidade, e não em conceitos como, por exemplo, o conceito de triângulo. Por causa de sua origem estritamente categorial, a aritmética não possui objeto delimitado, como é o caso da geometria, e por isso não pode ostentá-lo[57]. Pode, todavia, simbolizar a quantidade, de onde provém a sua forma

[57] Nosso argumento vai contra uma interpretação recente da questão, que defende que a construção aritmética e algébrica é, aparentemente contra o próprio texto de Kant, tão ostensiva quanto a construção da geometria. O primeiro de que temos notícia a defender esta tese foi Young (Cf. YOUNG, M. Construction, schematism, and imagination. In: POSY, C (Ed.). *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 162) por sentir que o processo de adição de unidades a unidades significa a ostensão do número e não sua simbolização. Seguindo Young, temos Brittan (Cf. BRITTAN, G. Algebra and intuition. In: POSY, C (Ed.). 1992. p. 327), que, apesar de reconhecer o caráter simbólico da construção numérica, mesmo assim ainda defende uma certa ostensividade, forçosamente concluindo que a construção na aritmética é tanto simbólica

específica de construção de conceitos. Nossa argumentação visa, assim, situar a aritmética em relação ao todo do idealismo transcendental, mostrando que a construção simbólica se relaciona a aspectos centrais da temática da *Crítica*, como veremos.

Uma das passagens célebres de Kant sobre a matemática[58] se encontra logo na *Introdução* da *Crítica da Razão Pura*, nas páginas B15 e B16. Trata-se de uma argumentação sobre o caráter sintético da matemática utilizando o exemplo da soma “7+5=12”. Nesta passagem, Kant nos sugere que representemos os números envolvidos na adição com os dedos das mãos ou com pontos. Como veremos, esta passagem foi alvo de críticas. Entre estas, a de Frege.

Frege, na sua *Fundamentação da Aritmética*, critica Kant por ter tomado intuições como base para a aritmética[59]. Esta ligação entre aritmética e intuições é justamente o que Frege deseja evitar já que seu projeto para solucionar os problemas dos fundamentos da aritmética busca romper radicalmente com o paradigma kantiano. Trata-se do projeto logicista, cujo objetivo é fundamentar a aritmética na lógica[60], longe de intuições de qualquer natureza. A crítica mordaz de Frege é a pergunta se realmente possuímos a intuição de 135 664 dedos ou pontos, outra intuição de 37 863 e outra, de 173 527 dedos ou pontos, caso em que a adição seria realmente imediatamente certa[61], ao menos para dedos, como ressalta Frege.

Frege continua seu raciocínio para afirmar que, como sintoma de seu erro, Kant toma apenas números pequenos em consideração, como é o caso da passagem B16 – da soma de “7+5=12”. Todavia, nos mostra Frege em mais uma crítica incisiva, é muito

---

quanto ostensiva. Mais recentemente, temos Shabel que defende com argumentos bem trabalhados, com base na sua contextualização da compreensão de Kant da matemática do século XVIII, que toda construção propriamente matemática é geométrica e ostensiva, e que a construção simbólica é uma construção auxiliar, que apenas substitui a construção geométrica por motivos prático-operacionais. (Cf. SHABEL, 2003. p. 130 – 131).

[58] E que se difere de outras passagens célebres por tratar da aritmética e não da geometria. Kitcher se esquece desta passagem ao afirmar que Kant sempre se volta à geometria quando precisa de exemplos. Cf. KITCHER, Phillip. *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York e Oxford: Oxford University Press, 1984. p.49.

[59] Cf. FREGE, Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética*. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1992. p. 48-49.

[60] Para Kant, tal fundamentação da aritmética na lógica não seria possível, uma vez que a aritmética é uma ciência com conteúdo, pois seus juízos são sintéticos, ou seja, ultrapassam a mera análise conceitual, enquanto que a lógica seria puramente formal. Desta forma, torna-se claro que entre Kant e Frege, além de uma divergência entre a natureza da aritmética, há, também, uma divergência acerca da natureza da lógica – que, por sua vez, possui origem numa divergência acerca do que seja “objeto” - como mostra MacFarlane. Cf. MACFARLANE, John. Frege, Kant and the Logic in Logicism. *The Philosophical Review*, nº 111, pp. 25-65, 2002.

[61] Cf. FREGE, Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética*. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1992. p. 42.

difícil separar números grandes de números pequenos, posto que nos falta qualquer critério para indicar a fronteira de demarcação[62].

Na verdade, existe no texto kantiano uma afirmação que, já de saída, não se conforma bem com o sentido da crítica de Frege: “A proposição aritmética é, pois, sempre sintética, do que nos compenetramos tanto mais nitidamente, quanto mais elevados forem os números que se escolherem” (CRP. B16), o que mostra que Kant não limitava sua doutrina a números pequenos, mas, antes, a considerava mais clara quanto maiores fossem os números. Desta afirmação podemos interpretar que a posição de Kant não seria exatamente a presumida por Frege.

Para compreendermos melhor o que Kant pensa sobre a aritmética e o papel de intuições no interior desta ciência, devemos tematizar, primeiramente, o papel da construção de conceitos nas ciências matemáticas.

Já ficou exposto que a construção dos conceitos matemáticos, levada a cabo através do esquematismo, não se restringe à apresentação de simples imagens empíricas, mas, por trás destas imagens encontramos uma regra, um método de representação, em uma imagem, do conceito em sua universalidade.

O que Kant quer dizer ao defender que nos compenetramos da sua doutrina “mais nitidamente, quanto mais elevados forem os números que se escolherem” (CRP. B16) é justamente que, quanto mais elevado o número, mais fácil se torna perceber que tratamos com métodos de representação e regras de operação e não com as imagens resultantes.

Kant nos dá um exemplo de um número que poderia ser considerado um “número grande”, o exemplo do número mil. Tal exemplo ocorre na discussão da questão do esquematismo, como vemos:

> Assim, quando disponho cinco pontos um após o outro ..... tenho uma imagem do número cinco. Em contrapartida, quando apenas penso um número em geral, que pode ser cinco ou cem, este pensamento é antes a representação de um método para representar um conjunto, de acordo com certo conceito, por exemplo mil, numa imagem, do que essa própria imagem, que eu, no último caso, dificilmente poderia abranger com a vista e comparar com o conceito (CRP, A 179/ B 140).

É importante enfatizar que Kant defende que o esquema que preenche os conceitos aritméticos em questão é, antes, o método[63] que produz a imagem e não a

---

[62] *Ibidem,* p. 42.

[63] Também chamam a atenção para isto os comentários de Friedman e Paton. Friedman afirma que “o esquema correspondente ao conceito de um número particular *n*, tal como 1.000, por exemplo, não consiste em um agregado de *n* objetos (pontos, digamos); mas, consiste no procedimento pelo qual

própria imagem empírica dos pontos ou, como Kant sugere na *Introdução*, dos dedos. Para Kant, a imagem empírica apresentada como o esquema de um conceito matemático não é importante e pode ser substituído tanto por dedos, quanto por números ou traços no papel. O que importa mais, para a matemática, é a regra implícita na imagem empírica que exprime a regra de construção do conceito matemático. Isto passa desapercebido por Frege.

Ainda não compreenderemos, todavia, o pensamento de Kant sobre a aritmética se o considerarmos apenas uma extensão das suas considerações sobre a geometria. Pois a aritmética, embora compartilhe com a geometria o mecanismo de construção e conceitos, possuí suas diferenças específicas, como abordaremos a seguir.

Um primeiro sinal da diferença entre a geometria e aritmética reside numa distinção que Kant formula entre duas formas de construir um conceito:

> A matemática, porém, não constrói simplesmente grandezas (*quanta)* como na geometria. Constrói também a pura grandeza (*a quantitas*), como acontece na álgebra, em que faz inteiramente abstração da natureza do objecto que deve ser pensado segundo um tal conceito de grandeza. Escolhe então uma certa notação de todas as construções de grandezas em geral (números), como as da adição, da subtração, extracção de raízes, etc. e, depois de ter indicado o conceito geral das grandezas segundo as suas diferentes relações, representa na intuição, de acordo com certas regras gerais, toda a operação pela qual é engendrada ou modificada a quantidade. [...] <u>alcança, assim, mediante uma construção simbólica, tal como a geometria por uma construção ostensiva ou geométrica</u> (dos próprios objectos), aquilo que o conhecimento discursivo, mediante simples conceitos, nunca poderia alcançar. (CRP A 717 / B 745. Sublinhado nosso)

Kant, neste trecho, trata da álgebra, mas é possível ligar estas afirmações à aritmética, como tentaremos mostrar. Vemos que Kant distingue, aqui, entre dois tipos de grandeza[64] – *quanta* e *quantitas* – e associa a primeira delas à geometria e a segunda à álgebra. Se ligarmos a *quantitas* da álgebra à aritmética, e depois ligarmos esta espécie de grandeza ao tipo de construção chamado "simbólico" poderemos supor que as duas ciências constroem seus conceitos da mesma forma. Assim, poderemos tratar da diferença específica do tipo "simbólico" de construção e notar sua distinção em relação à construção que ocorre na geometria.

---

qualquer um de tais agregados pode ser enumerado" (1994, p. 125). Paton é mais específico em relação a qual método de representação usar: "por exemplo, nós combinamos dez conjuntos de dez, dez vezes" (1951, p. 34n).

[64] Sobre esta questão, Cf. SUTHERLAND, Daniel. The role of magnitude in Kant's Critical Philosophy. *Canadian Journal of Philosophy*. Vol. 34, n° 3. pp. 411-422. sept. 2004

Uma primeira indicação de que, para Kant, entre a álgebra e a aritmética não há senão uma diferença no nível de abstração em relação ao objeto é o texto da *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral* que separa a aritmética em duas: "tanto a universal das grandezas indeterminadas, como aquela dos números, em que se determina a relação das grandezas com a unidade"[65]. Forçosamente, esta aritmética universal, das grandezas indeterminadas, deve se referir à álgebra[66]. Isto, todavia, não é satisfatório, pois precisamos examinar se esta posição de Kant se mantém, ainda, na sua primeira *Crítica*.

Chamaremos atenção para algumas passagens em que Kant trata da *quantitas*. Primeiro observamos a seguinte distinção, localizada nos *Axiomas da Intuição*:

> Sobre esta síntese successiva da imaginação produtiva na produção das figuras se funda a matemática da extensão (geometria), com seus axiomas, que exprimem as condições da intuição sensível *a priori* [...] Trata-se de axiomas que verdadeiramente se referem apenas a grandezas (*quanta*) como tais. (CRP, A 163 / B 204).

"Porém", como continua Kant,

> no que se refere à quantidade (*quantitas*), ou seja, à resposta à pergunta acerca de quanto uma coisa é grande, não há, na verdade, a esse respeito, axiomas propriamente ditos, embora muitas dessas proposições sejam sintéticas e imediatamente certas (*indemonstrabilia*). [...] Em contrapartida, as proposições evidentes da relação entre os números, embora sintéticas, não são gerais como a da geometria e, por isso mesmo, não se podem denominar axiomas, antes fórmulas numéricas. (CRP. A 163-164 / B 204-205).

O exemplo de Kant para tais "fórmulas numéricas" é exatamente o mesmo já apontado na *Introdução*, o exemplo da soma "7+5 =12" (CRP. A 164 / B 205).

Esta passagem nos oferece já algumas conclusões. Primeiramente, conseguimos, aqui, observar que a aritmética - e não só a álgebra como poderia parecer no trecho da *Doutrina do Método* - trata de *quantitas* e não *quanta*, no que estas se distinguem da geometria[67]. A diferença, desta forma, entre estas duas ciências reside apenas em seu grau de abstração[68], no sentido em que a álgebra é mais geral do que a aritmética e não em um tipo distinto de construção ou de magnitude.

---

[65] KANT, Immanuel. *Escritos Pré-Críticos*. São Paulo: Editora Unesp, 2005, p. 107.

[66] Friedman concorda com esta asserção. Sobre sua análise do que significa "aritmética de grandezas indeterminadas", cf. FRIEDMAN, 1994 p. 108ss.

[67] Friedman concorda com este ponto. Cf. FRIEDMAN, M. 1994, p. 112.

[68]. Friedman afirma que "álgebra parece ser um tipo de aritmética: 'a aritmética geral de magnitudes indeterminadas'" (1994, p. 108). Winterbourne defende algo parecido: "a ciência do 'número em geral' [...] é a álgebra" (1990. p. 115).

O que percebemos, também, no trecho citado acima, é que uma diferença entre *quanta* e *quantitas* surge na relação com essas grandezas e a possibilidade de formulação de axiomas para seu estudo. Como Kant deixa explícito, geometria possui axiomas – princípios sintéticos *a priori* gerais -, enquanto a aritmética não.

A compreensão adequada, portanto, do assunto da aritmética no interior do idealismo transcendental pressupõe uma elucidação desta diferença entre as duas formas de grandeza. Porque a *quantitas* não comporta axiomas?

Em carta a Schultz, discípulo de Kant e matemático, Kant escreve que:

> Aritmética, certamente, não possui axiomas, porque ela efetivamente não possui um *quantum*, i.e., um objeto de intuição como magnitude, como seu objeto, mas meramente *quantidade*, i.e., um conceito de uma coisa em geral por determinação da magnitude[69].

Vemos, assim, que a aritmética não possui axiomas porque ela não possui um objeto determinado, mas apenas "um conceito de uma coisa em geral" ("a concept of a thing in general") como objeto. Por isto a aritmética se diferencia da geometria, pois esta possui objetos como pontos, linhas e figuras[70] que ela mesma constrói.

O que são, então, os números, os objetos da aritmética?

A resposta encontra-se na *Doutrina do Esquematismo*, como vemos:

> O *esquema* puro da *quantidade* (*quantitatis*) [...], como conceito de entendimento, é o número, que é uma representação que engloba a adição sucessiva da unidade à unidade (do homogéneo[71]). Portanto, o número não é mais do que a unidade da síntese que eu opero entre o diverso de uma intuição homogénea em geral, pelo facto de eu produzir o próprio tempo na apreensão da intuição[72]. (CRP, A 142–143 / B 182).

É exatamente por ser o *esquema da categoria de quantidade* que o número não possui um objeto determinado, mas um "conceito de uma coisa em geral". O que isto

---

[69] "Arithmetic, to be sure, has no axioms, because it actually does not have a *quantum*, i.e., an object of intuition as magnitude, for its object, but merely *quantity*, i.e., a concept of a thing in general by determination of magnitude" (KANT *apud* PARSONS, 2005, p. 134). O mesmo trecho desta carta é citado por Friedman, mas com uma tradução para o inglês ligeiramente diferente. Citamos a versão de Parsons, mas levamos em consideração também a tradução de Friedman. Cf. FRIEDMAN, 1994, p. 107.

[70] Os exemplos de "pontos, linhas e figuras da geometria" é, na verdade, sugerido por Parsons (2005, p. 134).

[71] "Do homogéneo" significa, segundo Paton, que os "objetos referidos pelo conceito sujeito são considerados ser homogêneos uns com os outros" ("the objects referred to by the subject concept are considered to be homogeneous with one another") (PATON, 1951, p. 45).

[72] "[...] o número não é mais do que a unidade da síntese que eu opero entre o diverso de uma intuição homogénea em geral, pelo facto de eu produzir o próprio tempo na apreensão da intuição" Este trecho ergue toda uma gama de comentários sobre sua relação com o ato de contagem. Exemplo disto são PARSONS, 2005, p. 130 e CHIPMAN, 2004 p. 114. Enquanto Coffa toma esta relação como certa e busca dados históricos para explicar o erro de Kant (COFFA In: DEMOPOULOS, 1997. p 33), Paton percebe uma certa ambigüidade e não dá a relação como certa (1951, p. 46).

significa é que a aritmética encontra-se em uma posição radicalmente diferente da geometria, que possui seus determinados objetos – as determinações no espaço[73] – que formam a partir de esquemas e das imagens produzidas segundo estes esquemas. Mas o número, enquanto esquema de uma categoria, deve ser aplicado a todos os fenômenos, a toda a experiência, de forma irrestrita e por isso não possui um objeto determinado, mas apenas "a pura grandeza"[74], a *quantitas*.

Resta-nos, portanto, problematizar o que significa dizer que a construção da aritmética é uma construção "simbólica". Para tanto, devemos continuar a refletir sobre a questão do número no sistema transcendental. Ora, já sabemos que o número é o esquema da categoria de quantidade, mas isto não esgota a questão, pois devemos agora problematizar que imagem resulta deste esquema.

Uma amostra do que Kant pensa sobre a categoria de quantidade, o número e a imagem resultante é a passagem da *Crítica* que lê:

> A matemática cumpre esta exigência pela construção da figura, que é um fenómeno presente aos sentidos (embora produzido *a priori*). O conceito de quantidade, nesta mesma ciência, procura apoio e sentido no número e este, por sua vez, nos dedos, nas esferas de coral das tábuas de calcular, ou nos traços e pontos que se põem diante dos olhos. (CRP, A 240 / B 299)

Esta passagem deve ser interpretada como a afirmação de Kant de que (i) a categoria de quantidade, assim como as outras categorias, só faz sentido se aplicada à experiência e só pode ser aplicada através do esquema do número. (ii) Este, por sua vez, não teria sentido se não se aplicasse à experiência, e o faz a partir de fenômenos empíricos como dedos, pontos, o ábaco e assim por diante.

Ora, como harmonizar esta informação, de que o número, por um lado, "procura apoio" em elementos empíricos determinados como os exemplificados por Kant e, por outro lado, que ele é, na verdade, médium de aplicação de uma categoria a toda a experiência?

A separação, então, entre duas formas de construção – ostensiva e simbólica – e, da mesma forma, entre dois tipos de grandezas – *quanta* e *quantitas* -, deve, forçosamente, refletir esta dificuldade, que distancia a aritmética e a álgebra da geometria.

Friedman comenta que "conceitos aritméticos"– e aqui ele forçosamente se refere a conceitos como cinco, sete, doze ou mil – "possuem esquemata também, é

[73] Cf. CRP B 40.
[74] Cf. CRP A 717 / B 745.

claro, mais eles são correspondentemente mais abstratos"[75] em comparação com a geometria e os esquemata de seus conceitos (1994, p. 124.). E, para Parsons, "é natural pensar nos números naturais como representados para os sentidos (...) por numerais[76] (2005, p.135).

Esta construção simbólica define-se pelo uso de sinais, a qual se distingue da construção ostensiva ou geométrica que constrói seus próprios objetos ao realizar a apresentação de intuições no espaço. O *leit motiv* desta distinção é, forçosamente, o fato de que todo fenômeno já contém um número[77], um *quantitas*, uma grandeza em geral, que é apenas simbolizado pelo uso de signos[78].

Por isto Kant pode afirmar que:

> Mesmo o método da álgebra[79], com suas equações, das quais extrai, por redução, a verdade juntamente com a prova, não é, sem dúvida nenhuma, uma construção geométrica, mas contudo uma construção característica[80], na qual, com a ajuda de sinais, se representam os conceitos na intuição, especialmente os de relação de grandezas (CRP, A 734 /B 762. Sublinhado nosso.)

Por isto Friedman cogita que "a ciência do número é ela mesma inteiramente independente da intuição" e apenas "sua aplicação diz respeito a objetos intuitivos – objetos a ser contados, digamos"[81], e (2004, p. 106. Sublinhado nosso). Semelhantemente, estas considerações, para Parsons, "colocam aritmética menos no lado intuitivo e mais no lado conceitual do nosso conhecimento"[82] (2005, p. 134).

Desta forma podemos compreender a assimetria existente entre a aritmética e a geometria no sistema kantiano que faz Kant se referir a dois tipos distintos de construção. Apontamos que esta distinção tem raiz em diferentes tipos de objetos próprios às duas ciências.

Destarte, por meio destas análises situamos a matemática como um todo no interior do idealismo transcendental. A partir do próximo capítulo, trataremos do debate que ocorreu entre Hintikka e Parsons sobre dois aspectos centrais da teoria kantiana

[75] "arithmetical concepts have schemata too, of course, but they are correspondingly more abstract".
[76] "It is natural to think of the natural numbers as represented to the senses (…) by numerals".
[77] Sobre a discussão da atribuição de Kant ao número especificamente – e não à "grandeza extensiva", mais claramente sensível - o esquema das categorias de quantidade, Cf. PATON, 1951, p. 45 – 46.
[78] A idéia de que o método específico da matemática, em oposição à metafísica, é o uso de signos já aparece em textos pré-críticos tal como *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral* (Cf. KANT, 2005. Especialmente o §2, na p. 107)
[79] E também a aritmética, pelos motivos que já tratamos.
[80] Kant aqui usa "característica" [*charakteristische*], mas deve estar se referindo ao mesmo tipo de construção – "simbólica" - que na passagem A 717 / B 745.
[81] "the science of number is itself entirely independent of intuition and that only its application will concern intuitive objects – objects which are to be counted, say"
[82] "place arithmetic less on the intuitive and more on the conceptual side of our knowledge"

sobre a matemática: a) qual o sentido do termo “intuição” nas passagens em que Kant associa este termo à matemática e b) qual o papel que este termo desempenha no método da matemática, a partir da tese, caracteristicamente kantiana, de que a matemática constrói seus conceitos apresentando intuições para representá-los.

SEGUNDO CAPÍTULO:

2. A POLÊMICA SOBRE O SENTIDO DA INTUIÇÃO NO MÉTODO DA MATEMÁTICA.

No capítulo anterior expomos o pensamento de Kant a respeito da matemática. Apesar de abordar alguns problemas e propor algumas soluções, o capítulo anterior não toca, todavia, em uma questão central: o sentido do termo “intuição”. Se na *Crítica da Razão Pura* encontrássemos uma definição clara deste termo, talvez o debate que exporemos neste presente capítulo não houvesse se desenvolvido. Ocorre, porém, que uma certa indecisão de Kant a respeito das características essenciais da representação intuição nos revela que as posições kantianas sobre a matemática podem ser lidas de mais de uma maneira. O debate que expomos neste capítulo funda-se sobre esta ambigüidade presente na tessitura da *Crítica*, como veremos.

Como observamos ao longo do primeiro capítulo, as duas características atribuídas à matemática na *Crítica da Razão Pura* - (i) a sinteticidade de seus juízos e (ii) a construção de seus conceitos - ligam esta ciência ao termo filosófico *intuição* (*Anschauung*). Esta conexão, assim, cria espaço para uma ambigüidade que pode afetar a interpretação do modo como o idealismo transcendental trata a matemática. A raiz da questão é a definição de Kant para o termo “intuição”. No debate entre Hintikka e Parsons, ambos concordam que o termo “intuição” não é definido, *prima facie*, por Kant como uma “representação sensível”[83], que é como geralmente o termo é lido. Se este fosse o caso, não seria possível falar de intuição intelectual, como Kant o faz ao conjecturar sobre a intuição divina[84]. Está em questão, portanto, qual o sentido desta palavra no contexto de sua aplicação na matemática. Quando Kant afirma que a intuição está presente no método pelo qual o raciocínio matemático progride, que sentido possui aí a palavra “intuição”? Qual a definição, afinal, deste termo?

O termo “intuição”, que poderia ser compreendido como uma das pedras fundamentais do projeto crítico, não possui nenhuma definição clara na obra de Kant. As passagens em que o filósofo de Königsberg chega mais próximo a atribuir um sentido único ao termo são os trechos nos quais ele trata da distinção entre as representações, isto é, da separação entre conceitos e intuições. Todavia, mesmo nestas

---

[83] Cf. HINTIKKA, J. On Kant’s notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant’s critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 45. Cf. PARSONS, C. The transcendental aesthetic. In: GUYER, Paul (Ed.) *The Cambridge Companion to Kant*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. p. 66.

[84] Cf. CRP. B 72

passagens persiste uma ambigüidade, como veremos adiante. Cito, a seguir, dois trechos de textos kantianos bastante semelhantes, um encontra-se na *Dialética Transcendental* e o outro na *Lógica Jäsche*:

> O conhecimento (...) é *intuição* ou *conceito* (*intuitus vel conceptus*). A primeira refere-se imediatamente [*bezieht sich unmittelbar*] ao objeto e é singular [*einzeln*], o segundo refere-se mediatamente, por meio de um sinal que pode ser comum a várias coisas. (CRP. A 320 / B 377).

Aqui vemos Kant separar intuições e conceitos utilizando a singularidade e a imediaticidade como critérios. "Intuição", nesta passagem, significa uma representação *singular* capaz de se referir *imediatamente* ao objeto. Vejamos a passagem a seguir:

> Todos os conhecimentos, isto é, todas as representações conscientemente referidas a um objeto, são ou *intuições* ou *conceitos* (*Anschauungen oder Begriffe*). A intuição é uma *representação singular* (*einzelne Vorstellung*, *repraesentatio singularis*); o conceito, uma *representação universal* (*allgemeine Vorstellung, repraesentatio per notas communes*) ou *representação refletida* (*reflectirte Vorstellung, repraesentatio discursiva*)[85].

Nesta outra passagem, porém, apenas o critério de singularidade está presente. Não há nenhuma menção ao critério de imediaticidade.

Destarte, são possíveis duas leituras para o termo "intuição". Como este termo está intimamente relacionado aos trechos da *Crítica* que tratam da matemática, ocorre que as duas interpretações distintas sobre o que Kant quer dizer com a palavra "intuição" dão base a duas compreensões igualmente distintas sobre o todo da explicação kantiana sobre a matemática.

O debate entre Hintikka e Parsons a respeito do sentido da intuição versa sobre duas posições distintas. Hintikka toma por base a definição de "intuição" em que não está presente o critério de imediaticidade e, a partir daí, propõe reconstruir uma teoria da matemática em Kant na qual esta ciência não possuiria ligação com a sensibilidade e caracterizar-se-ia simplesmente pela introdução de termos individuais em seu método de demonstração.

Parsons, por outro lado, defende uma interpretação de "intuição" em que o critério da imediaticidade, assim como o de singularidade, está presente. Desta forma, o recurso da matemática a intuições adquire um certo sentido operacional ou heurístico,

---

[85] KANT, IMMANUEL. *Manual dos cursos de Lógica Geral*. Campinas: Editora Unicamp, 2003a. p. 181.

em que as intuições fazem o papel dos símbolos que são necessários para a atividade do matemático.

Veremos, ao longo deste capítulo, os argumentos de um e outro autor sobre qual o melhor critério para definir o termo "intuição". As conseqüências destes argumentos para a interpretação do método da aritmética na *Crítica* serão vistas no próximo capítulo.

2.1 A proposta de Hintikka: uma intuição "dessensibilizada".

A leitura de Hintikka parece ter como primeiro objetivo responder a uma interpretação simplificadora do pensamento de Kant sobre a matemática. Trata-se de uma interpretação de Bertrand Russell, que representa emblematicamente a visão comum que havia sobre a filosofia da matemática de Kant enquanto o paradigma do Logicismo estava em voga. Referimo-nos à passagem de Russell, bastante citada, que afirma:

> Kant, após observar que os geômetras de seu tempo não eram capazes de provar seus teoremas unicamente por meio de raciocínio, exigindo um apelo à figura, inventou uma teoria do raciocínio matemático segundo a qual a inferência nunca é estritamente lógica, exigindo sempre o apoio da chamada "intuição"[86].

Hintikka critica esta interpretação russelliana em vários de seus textos. No *Kant's 'new method of thought' and his theory of mathematics* ele defende que uma passagem encontrada logo no início da *Crítica* revela um equivoco na leitura de Russell[87]. Nesta passagem, na *Introdução*, vemos que Kant atribui a revolução matemática ocorrida na antiguidade entre os gregos a um único individuo que

> Descobriu que não tinha que seguir passo a passo o que via na figura, nem o simples conceito que dela possuía, para conhecer, de certa maneira, as suas propriedades; que antes devia produzi-la, ou construí-la, mediante o que pensava e o que representava *a priori* por conceitos e que para conhecer, com certeza, uma coisa *a priori* nada devia atribuir-lhe senão o que fosse conseqüência necessária do que nela tinha posto, de acordo com o conceito. (CRP. BXI-XII)

A idéia que Kant fazia dos gregos, portanto, é que sua revolução matemática se deu ao perceber que não era necessário "seguir passo a passo o que via na figura".

---

[86] RUSSELL, Bertrand. *Introdução à filosofia matemática.* Rio de Janeiro: Zahar, 2007. p. 175.

[87] Cf. HINTIKKA, J. Kant's 'new method of thought and his theory of mathematics. In: ____. *Knowledge and the known*, historical perspectives in epistemology. 2 ed. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1991a. p. 128

Russell, portanto, inverte a prioridade das coisas ao julgar que o raciocínio do geômetra grego se apoiava na figura, enquanto Kant diz o contrário, que a figura é derivada do raciocínio do geômetra. Há uma clara distinção, portanto, entre o que Russell afirma e o que é de fato a interpretação de Kant sobre o método geométrico dos gregos.

Mesmo assim, para Hintikka, a leitura de Russell ainda pode estar correta, a depender de como podemos interpretar o termo "intuição" no contexto do método matemático[88]. Se este termo for interpretado como significando uma representação sensível, como usualmente lê-se em Kant, então o recurso à intuição que a matemática realiza ao construir seus conceitos poderia, talvez, significar o recurso à figura sensível desenhada para auxiliar o raciocínio matemático, como entende Russell. Mas, para Hintikka, "intuição" na *Crítica da Razão Pura* não significa sempre representação sensível. Hintikka defende que, algumas vezes ao longo da *Crítica*, Kant utiliza o termo sem nenhuma ligação com a sensibilidade.

Para tornar sua interpretação factível, Hintikka começa por esclarecer que não há relação conceitual direta entre intuição e a sensibilidade. Como já mencionamos no início deste capítulo, no arcabouço conceitual de Kant também existem intuições intelectuais. Esta espécie de intuição, chamada de originária, todavia, pertence apenas a Deus (CRP. B 72). Por outro lado, no caso dos seres humanos, vemos em passagens da *Estética Transcendental* que "por intermédio, pois, da sensibilidade são-nos *dados* objectos e só ela nos fornece *intuições*" (CRP. A 19 /B 33). Portanto, a intuição *humana* é certamente sensível, mas o fato de Kant admitir a *possibilidade* de uma intuição intelectual divina mostra que a ligação entre intuição e sensibilidade não é estabelecida imediatamente pela *definição* de intuição, mas estabelecida apenas posteriormente, via argumentação na *Estética*.

A proposta de Hintikka é que existem dois sentidos para o termo "intuição" concorrentes convivendo na *Crítica da Razão Pura*. Dada a importância deste termo para a tese de Kant sobre a matemática, segue-se, e Hintikka também o defende, que existem também duas teorias kantianas sobre a matemática no interior da *Crítica;* ou como Hintikka o diz: "nós temos que distinguir dois níveis diferentes, apesar de relacionados, da filosofia da matemática de Kant"[89].

---

[88] Cf. HINTIKKA, J. Kant on the mathematical method. *The Monist*. La Salle, v. 51, nº 3, jul. 1967. p. 354.

[89] "We have to distinguish two different, though not unrelated, levels of Kant's philosophy of mathematics". HINTIKKA, J. On Kant's notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.;

O ponto de Hintikka é que a crítica de Russell supracitada e outras semelhantes só se aplicam a um dos níveis da filosofia da matemática kantiana, que ele chama de *teoria completa* (*full theory*[90]). Esta é a teoria da matemática que usualmente atribui-se a Kant, na qual a intuição está ligada à sensibilidade e, portanto, em que a construção de conceitos realmente possui um apelo sensível. Porém, também há na mesma obra uma outra teoria sobre a matemática, que precede a *completa*, chamada de *teoria preliminar* (*preliminary theory*[91]).

Seu argumento, em linhas gerais é: (a) como o termo "intuição" não está ligado inicialmente à sensibilidade. (b) A ligação entre "intuição" e a sensibilidade só é estabelecida na *Estética Transcendental*. Portanto, (c) o termo "intuição" utilizado em qualquer parte da *Crítica* localizada *antes* da *Estética* não possui sentido de "representação sensível", mas apenas o sentido inicial de "intuição", que, para Hintikka é de "representação singular". Ora, segundo este autor, justamente a parte da *Crítica* em que Kant trata mais extensamente sobre matemática – a *Doutrina Transcendental do Método* – situa-se sistematicamente, ou seja, segundo a seqüência dos argumentos kantianos pela arquitetônica da *Crítica*, antes da *Estética*.

Identificamos ao longo dos textos de Hintikka alguns argumentos que são apresentados repetidas vezes para defender tal tese. Primeiro, iremos ver os argumentos de Hintikka que dão primazia ao critério de singularidade na definição de "intuição". Após, veremos quais seus argumentos para situar a *Doutrina do Método* antes da *Estética* na cadeia do raciocínio de Kant.

2.1.1 A singularidade como característica específica das intuições.

Hintikka procura enfatizar no texto de Kant as passagens em que este trata a intuição através do critério de singularidade. Além das indicações contidas no texto, contudo, este comentador apresenta um argumento histórico-genético para a origem do termo em Kant e seu sentido inicial.

É interessante notar, todavia, que a reconstrução histórica do tema em Hintikka admite um período em que a palavra "intuição", antes de Kant, significava principalmente uma representação ou idéia *imediata*. Segundo Hintikka, quando autores

MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 49.

[90] HINTIKKA, J. On Kant's notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 49.

[91] *Ibidem*. p. 49.

racionalistas como Descartes, Spinoza ou Leibniz empregam o termo "*intuitus*" eles têm em mente "uma analogia particular entre um ato de intuir e um ato de ver, especificamente, a *imediaticidade* de ambos os atos"[92].

Haveria uma mudança importante, todavia, no sentido da palavra na época de Kant. Tal mudança seria devido ao projeto de análise dos elementos mais simples do conhecimento humano de Johann Lambert. Tal projeto era uma idéia comum a vários filósofos racionalistas, mas ele levou-o a cabo de maneira diferente. De acordo com o comentador finlandês, para Lambert estes elementos mais simples caracterizam-se como conceitos individuais[93]. Hintikka sugere, então, que Kant deriva sua noção de intuição a partir da idéia dos "elementos mais simples do conhecimento humano" de Lambert já que "estes eram ao que as intuições condiziam"[94]. Seria por causa desta influência, também, que Kant tomaria a singularidade como ponto de partida para o sentido do termo "intuição"[95].

No campo dos argumentos que se apóiam sobre o texto de Kant, Hintikka aponta várias passagens da obra para defender a primazia do critério de singularidade. Primeiro, o trecho da primeira lição da *Lógica Jäsche* (KANT, 2003a. p. 181) que afirma que a "intuição é uma *representação singular*" e uma passagem da *Exposição Metafísica do Conceito de Espaço* (CRP. A 24-25 / B 39), que diz: "o espaço não é um conceito discursivo (...) mas uma intuição pura. Porque, em primeiro lugar, só podemos ter a representação de um espaço <u>único</u> (...)" (sublinhado nosso), onde vemos a afirmação de Kant de que o espaço é uma intuição e não um conceito justamente porque sua representação é singular. Além destas passagens, há também o importante trecho da *Doutrina Transcendental do Método*, no qual Kant elabora sua noção de *construção de conceitos* e no qual lemos que "para a construção de um conceito exige-se, portanto, uma intuição *não empírica* que, conseqüentemente, como intuição é um objecto *singular* (...)" (CRP. A 713 / B 741), onde Kant liga claramente intuição à singularidade.

---

[92] "A particular analogy between an act of intuiting and an act of seeing, viz. the *immediacy* of both acts". HINTIKKA, J. On Kant's notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969. p. 41.
[93] *Ibidem*. p. 44.
[94] "These were what intuitions pertained to". *Ibidem*. P. 44.
[95] Seria bom observar que um outro comentador também dá uma ênfase especial à influência do projeto de Lambert – de mapear os elementos simples do conhecimento – sobre as idéias críticas de Kant. Gottfried Martin, no entanto, julga que a tábua das categorias, e não a noção de intuição, se originou como uma resposta ao trabalho de Lambert. Cf. MARTIN, G. 1985. p. 63ss.

Hintikka ainda se refere a outras passagens, como a de A 320 / B 377 (já citada acima), em que podemos ver o critério de singularidade, mas também está presente o critério da imediaticidade. Contudo, para Hintikka este segundo critério não determina o sentido original do termo intuição a partir do argumento de que o critério de imediaticidade é introduzido após a ligação entre as intuições e a sensibilidade, sendo resultante do caráter sensível adquirido pelas intuições a partir de então[96].

Destarte, para Hintikka, o termo intuição, por si e sem influência de sua posterior ligação com a sensibilidade, significa apenas "representação singular". O critério de singularidade possui primazia sobre o de imediaticidade porque é independente da ligação entre intuição e sensibilidade que ocorre na *Estética.* Seria este critério o responsável pelo sentido original do termo "intuição" e, portanto, o sentido vigente na *teoria preliminar* da matemática em Kant.

Hintikka defende, assim, que a singularidade como característica da intuição é anterior não só cronologicamente, mas também sistematicamente à imediaticidade. Ele já estaria presente na filosofia kantiana antes do momento que em Kant efetua a ligação na *Estética Transcendental* entre intuições e sensibilidade, embora tenha sido preservado ao longo da tessitura do texto, inclusive em passagens da *Estética*, como a de A 24-25 / B 39.

Para mostrar esta anterioridade que o critério de singularidade possui em relação ao critério de imediaticidade, e, conseqüentemente, defender que a singularidade é a característica essencial original do termo "intuição", Hintikka utilizará dois grandes argumentos. Chamaremos um deles de "argumento da anterioridade lógica", cujo ponto principal é defender que a singularidade é a característica essencial das intuições na *Doutrina Transcendental do Método* e que esta parte da crítica é logicamente anterior, na ordem dos argumentos de Kant, à *Estética Transcendental*. O segundo dos argumentos, que denominaremos de "argumento da continuidade histórica", visa mostrar que o sentido do termo "intuição" presente na *Methodenlehre* possui origem em escritos pré-críticos, mas que persiste na *Crítica*.

2.1.2 O argumento da anterioridade lógica.

[96] Cf. HINTIKKA, J. Kant's transcendental method and his theory of mathematics. In: POSY, C (Ed.). *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 357.

Neste argumento, Hintikka propõe que a discussão de Kant sobre a matemática na *Doutrina Transcendental do Método* seja considerada anterior à *Estética* no que diz respeito à ordem lógica dos argumentos de Kant. O problema, claro, é que a *Doutrina do Método* localiza-se na parte final da *Crítica da Razão Pura*, portanto posterior à *Estética Transcendental* na ordem da exposição dos capítulos. Mas, segundo Hintikka, "existem, de fato, razões muito boas para concluir que a discussão do método matemático na *Doutrina do Método* é anterior a, e pressuposta pela, discussão tipicamente crítica de Kant sobre o espaço e o tempo na *Estética Transcendental* (HINTIKKA, J. 1991. p. 356.)[97].

As "razões muito boas" referidas por Hintikka são os seguintes argumentos:

A) Círculo vicioso na *Exposição Transcendental do Conceito de Espaço*:

Segundo Hintikka, se entendemos que a *Estética Transcendental* precede argumentativamente a *Doutrina Transcendental do Método* teríamos que concluir que Kant realiza um círculo vicioso em uma das sessões da *Estética*, especificamente na *Exposição Transcendental do Conceito de Espaço*[98].

Nesta *Exposição*, Kant parte da premissa de que a "geometria é uma ciência que determina sinteticamente, e contudo *a priori*, as propriedades do espaço" (CRP. B 40) e, a partir daí, deriva a conclusão de que o espaço, objeto de estudo da geometria deve ser uma intuição e não um conceito porque de "um simples conceito não se podem extrair proposições que ultrapassem o conceito [*die über den Begriff hinausgehen*], o que acontece, porém, na geometria" (CRP. B 40-41).

Ora, Hintikka defende que a premissa do argumento da *Exposição Transcendental*, que a geometria é uma ciência de juízos sintéticos, é estabelecida na *Doutrina Transcendental do Método,* como resultado das afirmações de Kant sobre a construção dos conceitos da matemática. Se este primeiro passo do argumento estiver correto, resulta daí o seguinte círculo vicioso:

A1) As teses da *Doutrina Transcendental do Método* seriam as premissas deste argumento da *Estética*; e

[97] "There are, in fact very good reasons for concluding that the discussion of the mathematical method in the *Doctrine of Method* is prior to, and presupposed by, Kant's typically critical discussion of space and time in the *Transcendental Aesthetic*".

[98] Sobre a *Exposição Transcendental*, Cf. HÖFFE, Otfried, 2005. p. 74-75. Assim como Cf. BONACCINI, Juan Adolfo, 2003. p. 186 e a nota 160, onde vemos que esta seção da *Crítica* já foi muitas vezes criticada por ter uma estrutura circular, embora por motivos diferentes dos que Hintikka apresenta.

A2) Os resultados da *Estética*, que a intuição é sensível e imediata, por exemplo, seriam utilizados, por sua vez, na argumentação da *Doutrina do Método*.

Assim, as conclusões da *Estética* seriam premissas da *Doutrina do Método* e as conclusões desta seriam as premissas daquela. Hintikka propõe como solução, portanto, quebrar um dos lados da petição de princípio, especificamente, defendendo que a *Estética* não pode preceder a *Methodenlehre*. Ou seja, propõe que o termo "intuição" a que Kant se refere na *Doutrina Transcendental do Método* não possui sentido de imediaticidade ou sensibilidade estabelecido na *Estética Transcendental*, mas apenas o sentido original de singularidade.

B) Estrutura do argumento de Kant nos *Prolegómenos a toda metafísica futura*.

Um segundo argumento de Hintikka para convencer seus leitores a inverter a ordem dos argumentos de Kant – situando a *Doutrina Transcendental do Método* antes da *Estética Transcendental* – encontra-se na estrutura da argumentação de Kant dos *Prolegômenos a toda metafísica futura*.

Hintikka observa que nesta obra o argumento de Kant estrutura-se de maneira diferente da forma usual da *Crítica*. Nos *Prolegómenos*, Kant refere-se primeiro à discussão da *Doutrina Transcendental do Método* e, apenas depois, ao assunto da *Estética Transcendental*. Especificamente, no §7 da *Primeira Parte da Questão Ttranscendental Capital*, Kant afirma "descobrimos, porém, que todo o conhecimento matemático tem esta peculiaridade: deve primeiramente representar o seu conceito na *intuição* e *a priori*"[99] e, mais adiante, "importa que ela tenha como fundamento uma *intuição pura* na qual ela possa representar todos os seus conceitos *in concreto* e, no entanto, *a priori*, ou, como se diz, construí-*los*"[100]. Trata-se aqui claramente do tema da construção dos conceitos nativa da *Doutrina Transcendental do Método*. Esta asserção torna-se ainda mais evidente porque o próprio Kant faz referência, nesta passagem dos *Prolegômenos,* à página A 713 da *Crítica*.

O tema da *Estética Transcendental* e a ligação das intuições matemáticas à sensibilidade, por outro lado, só ocorre algumas páginas depois, no §9 dos *Prolegômenos*[101].

---

[99] KANT, Immanuel. *Prolegómenos a toda metafísica futura.* Lisboa: Edições 70, 2003b. p. 48.
[100] *Ibidem*.
[101] Cf. KANT, 2003b. p 49-50.

Hintikka toma esta estrutura argumentativa dos *Prolegômenos* como evidência de que a verdadeira estrutura argumentativa de Kant situa os temas da matemática da *Doutrina Transcendental do Método* antes da ligação entre intuição e sensibilidade na *Estética*.

Um bom complemento para estes argumentos que tentam postular uma anterioridade sistêmica da *Doutrina Transcendental do Método* são os argumentos de Hintikka que tentam provar a anterioridade *histórica* da parte posterior da *Crítica*. Segundo Hintikka, a *Doutrina Transcendental do Método* possui um caráter pré-crítico, o que significa que a relação entre a matemática e intuições, para Kant, precede historicamente a conexão entre as intuições e a sensibilidade.

2.1.3. O argumento da continuidade histórica

No debate sobre o sentido do termo "intuição" em sua relação com a matemática, Hintikka defende que tal termo possui o sentido de "representação singular" e que outras características que Kant relaciona com a palavra, como imediaticidade, por exemplo, são resultantes da ligação entre intuição e sensibilidade ocorrida na *Estética Transcendental* e não naturais, por assim dizer, ao termo.

Para tornar sua tese mais forte, Hintikka recorrerá à análise de um texto pré-crítico de Kant. Ele observa, seguindo E. W. Beth[102], que as teses que Kant delineia na *Doutrina Transcendental do Método* sobre a construção dos conceitos da matemática detém uma interessante similaridade com a explicação que Kant já dava sobre o método desta ciência muito antes do nascimento da *Crítica da Razão Pura*. Hintikka afirma, assim, que a teoria de Kant sobre a matemática é, portanto, "*historicamente* anterior às doutrinas 'críticas' da *Estética Transcendental*. A última, conseqüentemente, deve por essa razão ser lida à luz da primeira, e não *vice versa*"[103] (HINTIKKA, J. In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds). 1969. p. 49).

Destarte, após argumentar em direção à anterioridade da Doutrina *Transcendental do Método* em relação à *Estética Transcendental* no plano sistemático da *Crítica*, Hintikka tentará legitimar sua leitura de *intuição* a partir da idéia de que a explicação kantiana do método matemático em seu período pré-crítico sobrevive

---

[102] Cf. BETH, E. W. 1956-57. p. 378 e 379.

[103] "*historically* prior to the 'critical' doctrines of the *Transcendental Aesthetic*. The latter, therefore, should already for this reason be read in the light of the former, and not *vice versa*".

durante seu período crítico, em uma *continuidade de teses* entre os dois momentos de Kant.

Hintikka, assim, ao se referir à anterioridade da *Doutrina do Método*, não se refere apenas a uma certa anterioridade lógica na corrente dos argumentos pertinentes à filosofia da matemática de Kant, mas, além disso, também a uma anterioridade histórica, ligando a *intuição* desta parte da *Crítica* à explicitação pré-crítica do método matemático de Kant.

Como evidências, Hintikka aponta o texto pré-crítico escrito em 1763 e publicado em 1764 conhecido como *Preisschrift*.

O *Preisschrift* intitulado *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral* foi produzido em resposta a uma pergunta da Academia Real das Ciências de Berlim divulgada em 1761. A pergunta da Academia enunciava-se da seguinte maneira:

> Perguntamos se as verdades da metafísica em geral e, em particular, os primeiros princípios da teologia natural e da moral são susceptíveis da mesma evidência que as verdades matemáticas e, no caso de não o serem qual é a natureza de sua certeza, a que grau pode chegar e se esse grau é suficiente para a convicção[104].

Para responder a esta pergunta Kant examinará neste texto pré-crítico os diferentes métodos de raciocínio do filósofo e do matemático. De forma semelhante às teses expostas na *Doutrina Transcendental do Método* em 1781, o texto de 64 separa o proceder do matemático do procedimento filosófico a partir de uma diferença básica no método das duas ciências. O método filosófico funcionaria por abstração de particulares, enquanto o matemático, em direção contrária, seria descrito como a utilização de conceitos gerais *in concreto*[105] de maneira idêntica à descrição do método matemático na *Crítica*. Isto nos indica que em 1764, Kant já possuía a mesma idéia sobre o método matemático que em 1781 e 1787.

O ponto do argumento é que, embora o pensamento de Kant em 1764 e no período crítico sobre o método da matemática sejam idênticos, a ligação entre intuições e a sensibilidade só ocorre na *Crítica da Razão Pura*.

O que Hintikka nos sugere como conclusão é que a filosofia da matemática de Kant exposta na *Doutrina Transcendental do Método* antecede a escrita da *Crítica da*

---

[104] Cf. KANT, Immanuel. *Escritos Pré-Críticos*. São Paulo: Editora Unesp, 2005.p. 101, nota 2.
[105] *Ibidem*.p. 107.

Razão Pura. Desta forma, a palavra “intuição” citada na *Methodenlehre* seria remanescente do período pré-crítico, isto é, sem ligação com a sensibilidade.

Podem existir, todavia, grandes dificuldades para este argumento, como mostra Ernesto Giusti[106]. Este autor indica uma série de diferenças importantes entre a *Crítica da Razão Pura* e a *Investigação sobre a evidência dos princípios da teologia natural e da moral*. Por exemplo, Giusti aponta que, ao contrário do que faz na *Crítica*, Kant, no escrito pré-crítico, opõe a matemática à filosofia a partir da separação tradicional entre síntese e análise[107]; ou seja: a matemática teria por base juízos sintéticos enquanto que a metafísica trabalharia com juízos analíticos. Falta, portanto, no *Preisschrift* um passo importante para análise que Kant desenvolve na *Crítica da Razão Pura*: unir a matemática à metafísica quanto ao seu tipo de juízo. Como vimos em nosso primeiro capítulo, a união destas ciências a partir de seu tipo de juízo permite a Kant formular a pergunta chave sobre a validade da razão pura; isto é, a indagação sobre o que possibilita os juízos sintéticos *a priori*.

Ainda segundo Giusti, também a noção de construção dos conceitos matemáticos funciona de forma diferente no *Preisschrift*. No texto escrito em 1763 e publicado em 1764, é a definição de um conceito matemático que assume o papel que na *Crítica* será realizado pela *construção* dos conceitos, ou seja, nas palavras de Giusti: “em 1763, é o simples fato de definir um objeto matemático que lhe fornece sua existência, independentemente de qualquer relação com o espaço ou os objetos reais” (GIUSTI, Ernesto. M. 2004. p.88).

Portanto, este comentador defende que não é factível pensar uma relação direta entre a intuição na *Crítica da Razão Pura* e no *Preisschrift*. Sobre a tentativa de Hintikka de estabelecer a legitimidade de uma interpretação “dessensibilizada” de intuição a partir da ligação com o *Preisschrift,* Giusti afirma que:

> Hintikka se equivoca ao tentar provar que a intuição não é sensível recorrendo ao *Preisschrift*, já que nele inexiste o conceito de intuição, ou melhor, ele se encontra ainda dissolvido em uma série de outros conceitos, tais como o de sentido interno, o de princípios materiais da ciência matemática, entre outros; além disso, a sensibilidade ainda não é uma fonte de conhecimento autônoma em 1764, e qualquer apelo a ela na fundamentação da matemática é muito mais descabido em 1764 do que em 1781. (*Ibidem.* p. 103).

[106] Cf. GIUSTI, Ernesto M. *A filosofia da matemática no* Preisschrift *de Kant*. São Paulo: EDUC, 2004.
[107] *Ibidem.* p. 81.

Portanto, há uma séria de divergências importantes sobre o que Kant pensava da matemática em 1764 e 1781 que parecem minar o esforço de Hintikka para aproximar os dois textos, como se o texto de 1764 fosse a origem das posições de Kant sobre o método matemático encontradas na *Doutrina Transcendental do Método*. Assim, Giusti pode defender contra Hintikka que não existe uma continuidade de teses entre o Kant crítico e o pré-crítico, mas apenas uma *continuidade de problemas*; ou seja, uma continuidade nos temas investigados, mas não uma continuidade de posições sobre estes temas.

2.1.4 Coexistência de dois sentidos de intuição.

O objetivo destes argumentos de Hintikka acima delineados não é defender que todas as ocorrências do termo intuição na *Crítica da Razão Pura* estão desvinculadas da sensibilidade. O ponto focal de sua tese é a filosofia da matemática kantiana, em que ele defende que a posição de Kant não é unívoca, ou seja, que Kant, em algum momento, realiza a passagem do sentido original de intuição como "representação singular" para o sentido tradicional que este termo adquire na *Crítica da Razão Pura*, como representação sensível, singular e imediata.

Para Hintikka, o que causa esta mudança no sentido deste termo chave da *Crítica* é o que ele chama de o "erro aristotélico de Kant"[108]. Hintikka afirma que "historicamente, pode-se dizer, nada era mais natural para Kant do que conectar indivíduos com o uso de nossos sentidos"[109] (HINTIKKA, J. 1967. p. 169), e isto devido à doutrina que Aristóteles já professava nos *Analíticos Posteriores*, segundo a qual apenas os sentidos são adequados para captar particulares[110].

A expressão "erro aristotélico" utilizada por este comentador necessita, aqui, ser explicada. Para ele, a tese de que nós conhecemos indivíduos a partir dos sentidos representa um erro tradicional, ou, como ele mesmo diz: "parece-me que o elo fraco no argumento de Kant é a suposição aristotélica que nós podemos ter conhecimento de particulares apenas na percepção sensível"[111] (HINTIKKA, J., 1991, p.132). De acordo com este comentador, a forma como conhecemos objetos individuais não é passiva,

---

[108] Cf. HINTIKKA, J. In: POSY, C (Ed.)., 1992. p. 348.

[109] "Historically, it may be said, nothing was more natural for Kant than the to connect individuals with the use of our senses"

[110] ARISTOTLE. *Posterior analytics, Topica*. Cambridge e London: Harvard University Press, 1960. p. 109. (*An. Post.* I, 18, 81b7).

[111] "It seems to me that the weakest link in Kant's argument is the Aristotelian assumption that we can have knowledge of particulars only in sense-perception".

como na percepção, pois nós "apenas muito raramente podemos esperar passivamente que os objetos nos quais nós estamos interessados sejam *dados* para nós. Usualmente, nós temos que sair e procurar por eles nós mesmos" [112] (*Ibidem,* p. 132), ou seja, Hintikka sugere que Kant deveria ter substituído a passividade da sensibilidade pela procura ativa por indivíduos.

De acordo com este comentador, é uma infelicidade que Kant tenha seguido a tradição legada por Aristóteles, traindo, inclusive, seus próprios princípios. Pois, como ele afirma, Kant geralmente enfatiza os aspectos ativos e construtivos do conhecimento humano, mas é exatamente isto que ele deixa de fazer ao cometer seu "erro aristotélico". No lugar da passividade da percepção sensível, portanto, ele sugere que Kant deveria colocar uma atividade: a de "procurar" e "achar" (HINTIKKA, J. 1967. p. 375).

Teria sido esta influência de Aristóteles, portanto, que teria causado a transição do sentido de "intuição" de "representação singular" para o sentido usual da *Crítica*, de "representação sensível". Esta transição, todavia, ocorre apenas no interior da *Crítica da Razão Pura*, especificamente no início do capítulo da *Estética Transcendental*, em que vemos Kant afirmar que "por intermédio, pois, da sensibilidade, são-nos dados objectos e só ela nos fornece *intuições*" (CRP. A 19 / B 33). É nesta passagem que vemos Kant relacionar as intuições à sensibilidade. De acordo com a tese de Hintikka, porém, existem passagens no interior da própria *Crítica* que remontam a antes de 1781, em que as ocorrências do termo "intuição" não possuem o sentido adquirido na *Estética Transcendental*.

Ocorreria, portanto, uma coexistência entre dois sentidos distintos da palavra "intuição" na mesma obra de Kant. Existiriam, também, duas teorias para a matemática, cada uma resultante do sentido particular do termo "intuição" a que estão relacionadas. Uma teoria da matemática – a *teoria completa* – está ligada ao sentido maduro do termo "intuição", ou seja, ao sentido que esta palavra adquire após a *Estética Transcendental*. Esta teoria poderia ser alvo de críticas como as de Bertrand Russell, que questionam a ligação kantiana entre a ciência matemática e a sensibilidade. Há, porém, uma segunda teoria da matemática na *Crítica da Razão Pura* – a *teoria preliminar* – que não se compromete com a sensibilidade, mas apenas com a singularidade. Esta teoria da matemática esquiva-se completamente das críticas de Russell direcionadas a Kant.

[112] "Only very rarely can we passively wait until the objects we are interested in are *given* to us. Usually we have to go out and look for them ourselves".

Para Hintikka, a construção dos conceitos da matemática, isto é, a apresentação de uma intuição que represente tais conceitos, significa a introdução de termos singulares que exemplificam os conceitos. Trataremos em detalhe sobre esta interpretação do papel da intuição no método da matemática no próximo capítulo.

2.2 Parsons e o resgate da sensibilidade no método da matemática em Kant.

Enquanto Hintikka se concentra em "dessensibilizar" as intuições, Parsons procura mostrar como estas representações, mesmo ligadas à sensibilidade, podem servir de base para uma teoria da matemática

Podemos observar já grande parte da divergência entre Hintikka e Parsons na maneira tratam a questão da álgebra em Kant, isto é, o que significam as intuições na medida em que são utilizadas no método da álgebra.

Para Hintikka, o recurso a intuições na álgebra não pode servir para "suprir-nos com imagens mais vívidas das coisas sob consideração"[113] (HINTIKKA, J. In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds). 1969. p. 48), ou seja, não faz sentido que as intuições participantes do método matemático tenham um caráter sensível, de imagens. Ao contrário, Hintikka sugere que devemos entender *intuição* neste caso simplesmente como "representação singular" ou "indivíduo". Desta forma, o caráter das intuições introduzidas na álgebra toma um novo sentido, pois, como Hintikka afirma:

> Se nós assumirmos que os símbolos que nós usamos na álgebra representam números individuais, então se torna trivialmente verdadeiro dizer que a álgebra é baseada no uso de intuições, i.e., no uso de representantes de indivíduos ao invés de conceitos gerais[114] (HINTIKKA, J. 1967. p. 358).

Disto resultaria que a *construção* kantiana de uma variável nada mais seria do que relacionar esta a um indivíduo: um número ou uma magnitude individual. Notemos como a sensibilidade ou qualquer referência ao âmbito sensível fica de fora da interpretação da álgebra feita por Hintikka. O que salta aos olhos é o caráter singular das intuições introduzidas pelo método de tal ciência.

Parsons, por outro lado, trata a mesma questão de forma diferente. Ele interpreta a construção simbólica característica da aritmética e da álgebra pondo em destaque o

---

[113] "To furnish us with more vivid images of the things under consideration".

[114] "If we assume that the symbols we use in algebra stand for individual numbers, then it becomes trivially true to say that algebra is based on the use of intuitions, i.e., on the use of representatives of individuals as distinguished from general concepts"

caráter sensível dos símbolos. Parsons afirma que "o algebrista, de acordo com Kant, está alcançando resultados através da manipulação de *símbolos* de acordo com certas regras, que ele não alcançaria sem uma representação intuitiva análoga de seus conceitos"[115] (PARSONS, C. 2005. p. 137). Ou seja, enquanto Hintikka enfatiza o caráter singular do valor das variáveis da álgebra, ou seja: a idéia de que a cada variável só pode corresponder um único número, Parsons foca sua leitura no caráter sensível do símbolo; ou seja, no fato de que a matemática desenvolve-se concretamente através do uso de símbolos sensíveis e na sua importância para a operação do matemático.

Para Parsons, é através dos símbolos, signos sensíveis que representam os números ou variáveis, que os matemáticos podem operar concretamente. Desta forma, as intuições essenciais para os conceitos matemáticos retêm seu caráter de singularidade assim como de sensibilidade e, para Parsons, de imediaticidade.

Veremos como Parsons justifica sua defesa do critério de imediaticidade para as intuições no tópico a seguir.

2.2.1 A imediaticidade e a sensibilidade das intuições.

Como vimos ao tratar da interpretação de Hintikka, o critério fundamental e original do termo "intuição" era apenas o critério de singularidade. Um segundo critério, de imediaticidade, era ou tratado como um corolário da singularidade[116] ou como conseqüência posterior da ligação entre intuições e a sensibilidade em Kant, o que significaria que não teria relevância para o sentido "original" do termo.

Ao contrário do comentador finlandês, todavia, Parsons defende que o termo intuição define-se tanto pelo critério de singularidade quanto pelo de imediaticidade e não concorda com a tese de que o termo "intuição" possuiria um sentido especial na *Doutrina Transcendental do Método*, diferente do sentido que possui na *Estética Transcendental*.

Parsons, como principal interlocutor de Hintikka, dá-nos alguns motivos para por em dúvida a polêmica tese deste comentador. Vimos, acima, que um dos argumentos de Hintikka defendia que o sentido do termo "intuição" para a matemática precede sua ligação com a sensibilidade na *Estética Transcendental*, sendo de origem pré-crítica. Sobre este passo de Hintikka, Parsons comenta que apesar de Kant afirmar no *Preisschrift* que a matemática precisa construir seus conceitos *in concreto*, ali não

---

[115] "The algebraist, according to Kant, is getting results by manipulating *symbols* according to certain rules, which he would not be able to get without an analogous intuitive representation of his concepts"
[116] Cf. HINTIKKA, J. Kantian intuitions. *Inquiry*. v. 15, n° 1-4. 1972. p. 342.

aparece o termo *Anschauung* neste trecho do escrito pré-crítico. Por isto, Parsons defende que "no desenvolvimento de Kant, o uso de *Anschauung* como um termo técnico e a tese de que a intuição humana é sensível emergiram mais ou menos simultaneamente e que ele não articulou teorias a respeito da noção de intuição sem levar em consideração ou antes de formular a última tese" [117] (PARSONS, C. 1992, p 92-93 n14). Parsons nega, portanto, que a interpretação do método da matemática como tendo por base o uso de intuições possui uma origem pré-critica, anterior à *Estética Transcendental*, como defende Hintikka.

Ainda mais, sobre os argumentos de Hintikka que possuem por base passagens da própria *Crítica*, Parsons afirma que "parece-me que a evidência textual para a visão de Hintikka não é suficiente para superar as afirmações claras e ênfases no critério de imediaticidade"[118] (PARSONS, C. 2005. p. 114). Para Parsons, portanto, a primazia do sentido da intuição como representação singular, em detrimento do critério de imediaticidade, não se sustenta.

As principais passagens da *Crítica* que Parsons toma como evidência para sua interpretação deste termo chave são as seguintes passagens: (i) A 320 / B 376-377 em que Kant diz que a intuição "refere-se imediatamente [*bezieht sich unmittelbar*] ao objecto e é singular"; e (ii) o trecho de abertura da *Estética Transcendental* em que vemos Kant afirmar que "sejam quais forem os meios pelos quais um conhecimento se possa referir a objectos, é pela *intuição* que se relaciona imediatamente [*unmittelbar bezieht*] com estes" (CRP. A 19 / B 33). Nestas passagens é fácil observar que Kant utiliza a imediaticidade, além da singularidade, como características das intuições.

Poderia ser o caso, todavia, de este critério de imediaticidade ser dependente, de alguma forma, do critério de singularidade. Contra esta hipótese, todavia, Parsons defende que a imediaticidade é um critério autônomo e independente do critério de singularidade: "pode-se pensar que o critério de 'relação imediata a objetos' para ser uma intuição é só uma formulação obscura da condição de singularidade. Mas ele evidentemente significa que o objeto está, de alguma forma, diretamente presente para a

[117] "In Kant's development the use of *Anschauung* as a technical term and the thesis that human intuition is sensible emerged more or less simultaneously and that he did not articulate theories in term of the notion of intuition in abstraction from, or before formulating, the latter thesis"

[118] "It seems to me that the textual evidence for Hintikka's view is not sufficient to outweigh the clear statements and emphases on the immediacy criterion"

mente, como na percepção”[119] (PARSONS, C. 2005. p. 112). Parsons define, portanto, a imediaticidade das intuições como certa “presença para a mente”. Apesar desta definição não ser completamente clara, já é suficiente para diferenciar a imediaticidade da singularidade, pois a simples singularidade não implica a presença direta do objeto na mente.

Outra evidência, apontada por Parsons, de que os dois critérios são independentes e que um deles não é apenas a “formulação obscura” do outro é que eles possuem, em Kant, alcances diferentes. Segundo Parsons, entre a imediaticidade e a singularidade há uma relação assimétrica: por um lado parece ser o caso de que, para Kant, “o que está imediatamente presente para a mente são objetos individuais”[120] (*Ibidem.* p. 112), o que nos indica, por conseguinte, que “o que satisfaz o critério de imediaticidade da intuição também irá satisfazer o critério de singularidade”[121] (*Ibidem* p. 112). Por outo lado, “não parece que o inverso precise ser verdadeiro”[122] (*Ibidem.* p. 113) porque “a idéia de uma representação singular formada por conceitos parece bastante natural para nós”[123] (*Ibidem.* p. 113), como é o caso de conceitos que possuem a extensão de apenas um objeto. Tais conceitos satisfariam o critério de singularidade, isto é, seriam representações de um objeto apenas, mas não o de imediaticidade porque, como conceitos, não poderiam referir-se diretamente aos objetos, característica que Kant reserva às intuições. Isto indica, como Parsons defende, que o critério de imediaticidade é independente do critério de singularidade, e não apenas uma “formulação obscura” deste.

Esta interpretação fenomenológica do critério de imediaticidade como “presença para a mente” demanda, todavia, uma ressalva. Apesar de Parsons afirmar, acima, que o objeto está presente “como na percepção”, ele também ressalta que “tem-se que ser cuidadoso porque esta ‘presença’ deve ser entendida de tal forma a não implicar que a intuição como tal precise ser sensível”[124]. (PARSONS, C. 1999. p.66). Pois Parsons concorda com Hintikka em afirmar que não há uma relação conceitual entre as intuições

[119] “One might think that the criterion of ‘immediate relation to objects’ for being an intuition is just an obscure formulation of the singularity condition. But it evidently means that the object of an intuition is in some way directly present to the mind, as in perception”.
[120] “What is immediately present to the mind are individual objects””
[121] “What satisfies the immediacy criterion of intuition will also satisfy the singularity criterion”
[122] “It does not seem that the converse must be true”
[123] “The idea of a singular representation formed from concepts seems quite natural to us”
[124] “One has to be careful because this ‘presence’ has to be understood in such a way as not to imply that intuition as such must be sensible”

e a sensibilidade, ou seja, a intuição não relaciona-se com a sensibilidade *por definição*. O caso das intuições intelectuais divinas são uma indicação textual contra esta idéia[125].

A intuição na matemática, naturalmente, deve apresentar um caso especial de imediaticidade - desta "presença do objeto na mente", semelhante à percepção - pois Kant afirma que a matemática é uma ciência *a priori* e as intuições que estão incluídas nas suas operações não são empíricas. Mesmo assim, segundo Parsons, "a intuição que atua na matemática, que não é o resultado direto da afecção de nossa mente por objetos, expressa um *insight* intuitivo que nós temos nas nossas formas de intuição e é neste sentido ainda uma intuição da sensibilidade"[126] (PARSONS, C. 2005. p. 115), ou seja, a intuição utilizada na matemática, mesmo *a priori*, ainda é uma representação sensível.

Parsons, assim, defende que a palavra "intuição" é unívoca ao longo da *Crítica*, ou seja, seu sentido não é diferente em diferentes partes da obra. Para este comentador, no caso da nossa capacidade cognitiva, a ligação entre intuições e a sensibilidade efetuada na *Estética Transcendental* possui validade por toda a crítica, incluindo a *Doutrina Transcendental do Método* e a teoria sobre a matemática que aí se encontra.

Neste capítulo tratamos da questão do *sentido* do termo "intuição" e a disputa existente entre Hintikka e Parsons. A seguir veremos qual *papel* as intuições desempenham, de acordo com estes comentadores, no método da matemática.

---

[125] Cf. PARSONS, C. 2005, p. 115 e p. 145-146.

[126] "The intuition which plays a role in mathematics, which is not the direct result of the affection of our mind by objects, expresses an intuitive insight which we have into our forms of intuitions and is in that sense still an intuition of sensibility".

TERCEIRO CAPÍTULO.

3. A POLÊMICA SOBRE O PAPEL DA INTUIÇÃO NO MÉTODO DA MATEMÁTICA.

No capítulo anterior, tratamos do debate entre Hintikka e Parsons que surge a partir de uma ambigüidade encontrada no texto kantiano a respeito do exato sentido do termo "intuição". Como vimos, a falta de uma definição clara de Kant torna possíveis duas leituras para este termo na *Crítica da Razão Pura*.

O próximo passo da nossa dissertação nos levará a examinar um outro problema relativo ao emprego kantiano do termo "intuição" em sua abordagem da matemática na *Crítica da Razão Pura.* Como já vimos acima, a grande diferença entre o proceder filosófico e o método dos matemáticos é que estes últimos prosseguem "guiados sempre pela intuição" (CRP. A 717 / B 745), ao invés de fiarem-se apenas em simples conceitos. A pergunta que será central nesta parte do trabalho é: o que significa este "guiar-se pela intuição" efetuado pela matemática? Que papel a intuição exerce no método matemático?

Como vimos em nosso primeiro capítulo, a intuição é introduzida no método da matemática para representar os conceitos desta ciência graças ao que Kant chama de *construção de conceitos*. Ora, a questão sobre que papel a intuição desempenha para o matemático é, portanto, idêntica à pergunta sobre qual a função, afinal, da própria construção de conceitos. Podemos perguntar, por isto: por que é necessário que a matemática construa seus conceitos?

Para o debate entre Hintikka e Parsons esta pergunta é tão essencial quanto a pergunta pelo *sentido* do termo "intuição". Hintikka propõe uma "interpretação lógica"[127] da construção dos conceitos, em que a função da introdução de intuições no método matemático se aproximaria da introdução de termos singulares em um silogismo.

Parsons por outro lado, entende a construção de conceitos de maneira "fenomelógica"[128], onde a função da construção é tornar sensível os conceitos matemáticos através de símbolos – no caso da construção simbólica – ou de figuras espaciais – no caso da construção ostensiva geométrica. Esta "sensibilização" poderia, assim, servir como apoio heurístico para as operações do matemático, livrando-o do erro.

---

[127] Cf. FRIEDMAN, M. In: SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds), 2000. p. 186.
[128] *Ibidem*. p. 186.

Neste capítulo, iremos, primeiro, examinar a leitura de Hintikka para a construção de conceitos. Após este primeiro passo, nos voltaremos para a interpretação de Parsons.

3.1 A construção de conceitos como mecanismo de *instanciação existencial*.

Segundo Hintikka, quando Kant afirma que o método da matemática caracteriza-se como conhecimento racional por construção de conceitos, estaria afirmando algo sobre a forma do silogismo matemático. Especificamente, estaria afirmando que este depende essencialmente da introdução de indivíduos – intuições – na tessitura de seu argumento. A leitura de Hintikka, portanto, encara a construção de conceitos por um viés lógico, como a característica específica do argumento matemático.

Podemos facilmente notar como a proposta de Hintikka para o papel da intuição na matemática em Kant complementa sua interpretação do sentido da intuição. Como vimos acima, para este comentador finlandês, tal termo define-se apenas pelo critério de singularidade; ou seja, como ele mesmo nos diz: "para Kant, uma intuição é apenas qualquer coisa que represente ou denote um objeto individual enquanto distinto dos conceitos gerais"[129] (HINTIKKA, J. 1991b. p. 130).

Se "intuição", como Hintikka pretende, significa apenas uma representação singular, sem nenhuma ligação intrínseca com a sensibilidade ou com a idéia comum de uma "imagem mental", então a introdução de intuições para representar os conceitos da matemática não significaria nada mais que a introdução de termos singulares para exemplificar os conceitos gerais. Portanto, Kant estaria afirmando na *Doutrina Transcendental do Método* apenas que, como Hintikka expressa, "em um argumento matemático conceitos gerais são considerados através de seus representantes individuais"[130] (*Ibidem*, p. 130).

De acordo com esta leitura, portanto, esta seria a característica essencial do método matemático; a saber: a introdução de termos singulares para representar conceitos gerais.

Esta interpretação da construção de conceitos visa aproximar esta noção kantiana de uma operação da lógica contemporânea: a *instanciação existencial*. Ou, como Gordon Brittan coloca, "na reconstrução de Hintikka, o método sintético

[129] "For Kant an intuition is simply anything which represents or stands for an individual object as distinguished from general concepts".
[130] "In a mathematical argument general concepts are considered by means of their individual representatives".

paradigmático na teoria da quantificação é a regra da dedução natural de instanciações existenciais"[131] (BRITTAN, G. 1978, p. 52)

Esta regra da dedução natural permite a passagem de fórmulas gerais com o quantificador existencial para fórmulas atômicas. Por exemplo, passar de "$\exists$x (Fx)" para "Fa". Segundo Hintikka, a introdução da intuição no argumento matemático teria exatamente a mesma função: passar de uma instância universal para um caso particular do conceito trabalhado. Assim, resulta para este comentador que:

> O verdadeiro problema de Kant é explicar porque nós obtemos conhecimento sintético *a priori* na matemática, não por meio de 'intuição', mas por meios do que lógicos do século XX chamariam de instanciações, isto é, por meios de representantes de conceitos gerais 'escolhidos arbitrariamente' em argumentos matemáticos[132]. (HINTIKKA, J. In: POSY (Ed.), 1992. p. 346).

Segundo Hintikka, portanto, a característica essencial do método matemático é esta introdução de indivíduos, instanciações, para efetuar seus argumentos.

Uma conseqüência interessante desta interpretação é que, a partir dela, torna-se possível defender a sinteticidade da matemática, isto é, defender que a matemática não pode ser analítica, mesmo se considerarmos a analiticidade por um viés freguiano; ou seja: como redutível à lógica. Ottfried Höffe, pensamos, aproxima-se deste ponto ao afirmar que: "o argumento principal de Hintikka é este: pertencem à matemática intuições e representações individuais; ambas não pertencem à lógica, assim como a matemática não é exclusivamente analítica" (HÖFFE, O. 2005, p. 55). Todavia, esta afirmação de Höffe não está perfeitamente precisa, como mostraremos.

Talvez seja trivial a afirmação para lógicos modernos de que a lógica trabalha com conceitos e que alguns destes conceitos são singulares, ou seja, denotam apenas um objeto. No caso do filósofo de Königsberg, contudo, há uma ressalva a fazer, pois ele defende na *Lógica Jäsche* que:

> É por mera tautologia que se fala em conceitos universais ou comuns – erro que se fundamenta numa incorreta divisão dos conceitos em *universais*, *particulares e singulares* (*allgemeine, besondre und einzelne*). Não são os conceitos eles mesmos, mas somente o seu *uso*

[131] "On Hintikka's reconstruction, the paradigmatic synthetic method in quantification theory is the natural deduction rule of existential instantiation".
[132] "Kant's real problem is to explain why we can obtain synthetic knowledge *a priori* in mathematics, not by means of "intuition", but by means of what twentieth-century logicians would call instantiations, that is, by means of considering "arbitrarily chosen" representatives of general concepts in mathematical arguments".

> (*Gebrauch*) que pode ser dividido dessa maneira (KANT, 2003a, p.181).

Mesmo observando esta ressalva, cabe notar que, para Kant, existem usos singulares legítimos de conceitos[133]. Assim, a matemática não situa-se além da lógica por possuir representações individuais, como pretende Höffe, pois a lógica também o faz, pois trabalha com conceitos usados de forma individual.

A explicação de Hintikka para a sinteticidade dos juízos da matemática a partir de sua interpretação é um pouco diferente. Ela toma por base a questão da existência dos indivíduos inclusos no método da matemática como podemos notar no seguinte trecho: "o que a teoria do método da matemática de Kant vai dizer, nesta interpretação, é pouco mais que em um argumento matemático trata-se com a existência e não-existência de objetos individuais"[134] (HINTIKKA, J. 1991b. p. 131). A existência de tais "objetos individuais" não poderia ser garantida apenas por conceitos. Antes, a existência destes objetos seria representada pela introdução da intuição que representaria estes conceitos. Assim, mesmo conceitos usados de maneira singular na lógica diferem do uso que a matemática faz de intuições. No caso da lógica não há nenhum compromisso ontológico com a existência dos indivíduos que caem sob os conceitos usados, mas, no caso da matemática, de acordo com Hintikka, a questão da existência dos "objetos individuais" é essencial.

Por causa destas considerações, a matemática não poderia ser analítica de acordo com a leitura de Hintikka. "Analítica", aqui, significando redutível à lógica. A matemática depende de verdades que são, intrinsecamente, extra-lógicas, se for correto que seu método caracteriza-se pela constante introdução de indivíduos existentes no seu argumento. Ou, como Hintikka afirma, "de acordo com Kant, inferências interindividuais concernentes à existência são impossíveis por meios analíticos"[135] (HINTIKKA, J. In: ___. 1991c. p. 137).

Esta leitura de Hintikka dá margem a um novo critério de demarcação entre os tipos de juízos – analíticos e sintéticos - na *Crítica da Razão Pura* que, apesar de não ser o tradicional, não obstante, possui a vantagem de ser claro e pontual. Como vimos

---

[133] Para ilustrar o caso de um conceito singular, vejamos o caso da sentença "Caio é mortal". Este exemplo é dado textualmente por Kant em uma de suas preleções de lógica (Cf. KANT, 2003a, p. 203) e, após o exemplo, Kant afirma que "só há um Caio", o que nos assegura que o sujeito do juízo exemplificado é certamente um conceito utilizado de forma singular - em um juízo singular - e que tal conceito denota apenas um objeto.

[134] "What Kant's theory of the mathematical method will say on this view is little more than that in a mathematical argument one is dealing with the existence and non-existence of individual objects".

[135] "According to Kant interindividual inferences concerning existence are impossible by analytic means".

em nosso primeiro capítulo (tópico 1.1), Kant parece enfrentar certa dificuldade para explicar univocamente as características essenciais dos juízos analíticos – oscilando entre o critério de identidade (CRP. A7 / B10) e a idéia de decomposição (CRP. A 7 / B11) até alcançar uma definição para os juízos analíticos como juízos *explicativos* (CRP. A 7 / B 11).

Todavia, graças a esta leitura de Hintikka, Brittan pode observar que "um passo argumentativo é analítico se ele não aumenta o número de indivíduos que estamos considerando[136]" (1978, p. 52), definindo, assim, os juízos analíticos com mais clareza do que Kant parece ter sido capaz. Ora, uma vez tendo definido a analiticidade, torna-se mais fácil definir a sinteticidade. Como a analiticidade se caracterizaria por não lidar com novos indivíduos, a sinteticidade, ao contrário, se caracterizaria justamente pela introdução de indivíduos; ou seja, se caracterizaria por possuir inferências existenciais, as quais introduziriam novos termos singulares no argumento, de forma semelhante à instanciação existencial na lógica moderna. Falando mais claramente, os juízos sintéticos seriam aqueles cuja forma lógica se traduziria, hoje em dia, pela regra de dedução natural da instanciação existencial. Assim, se um matemático opera pela introdução de indivíduos cuja existência ele afirma, segue-se que a matemática não é analítica.

Os exemplos desta introdução de indivíduos no argumento matemático não são difíceis de se entrever. Quem nos dá um bom exemplo é Irving Copi, tratando das regras de instanciação existencial e generalização universal:

> Um geômetra, procurando demonstrar que *todos* os triângulos possuem uma determinada propriedade, talvez comece pelas seguintes palavras: 'seja *ABC* um triângulo arbitra-riamente escolhido'. Depois o geômetra começa raciocinando sobre o triângulo *ABC*, e estabelece que este tem a propriedade em questão. Daí conclui que *todos* os triângulos têm essa propriedade[137].

Como Copi mostra, o exemplo clássico do geômetra que raciocina sobre um triângulo particular, mas conclui sobre todos os triângulos, só é possível graças a duas regras da dedução natural: primeiro, a instanciação existencial introduz um objeto que representa o conceito geral estudado. A seguir ocorre a operação sobre o exemplo particular, e, finalmente, graças à regra da generalização universal, o geômetra pode extrapolar suas conclusões sobre o exemplo particular para todos os casos do mesmo

---

[136] "An argument step is analytical if it does not increase the number of individuals we are considering"
[137] COPI, Irving M. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1981. p. 295.

conjunto, mas apenas, como Copi ilustra, "se não se fizer qualquer outra suposição sobre o triângulo *ABC*, além de sua triangularidade". (COPI, Irving M. 1981. p. 295).

O ponto principal da leitura de Hintikka para o papel da intuição no método da matemática, destarte, é que esta ciência opera sempre como a instanciação existencial, introduzindo novos termos singulares – que é como Hintikka interpreta a "intuição" – em seu argumento. Seria por perceber este traço comum ao raciocínio dos matemáticos, então, que Kant teria defendido que a construção de conceitos é inerente ao método matemático.

A seguir, veremos a leitura de Parsons, bastante divergente, para a mesma questão.

3.2 A interpretação "fenomenológica" da construção de conceitos.

Parsons propõe uma leitura diferente para a construção de conceitos da matemática e, portanto, para o papel desempenhado pela intuição no método desta ciência. A sua divergência em relação à interpretação "lógica" da construção de conceitos começa já por sua concepção distinta de intuição. Ao contrário de Hintikka, que defende, como vimos, que o único critério para definir o termo "intuição" seja o critério da singularidade, Parsons sustenta que devemos dar igual importância às duas características da intuição presentes na *Crítica*: a singularidade e a imediaticidade. Esta última característica sendo compreendida por Parsons como uma "presença" direta, fenomenológica, do objeto na mente[138].

Desta forma, a introdução de intuições no método da matemática não possui, para Parsons, um papel apenas lógico de introdução de termos singulares na estrutura do argumento matemático. Este comentador não vê, portanto, a construção de conceitos a partir de um ponto de vista formal. Segundo Friedman, a defesa que Parsons faz do critério de imediaticidade como essencial para a definição de "intuição" e a leitura que ele realiza deste critério, adicionaria, como Friedman diz, "alguma coisa importante – algo de um caráter epistemológico e/ou perceptual – à idéia simplesmente lógica de singularidade"[139] (FRIEDMAN, Michael. In: SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds), 2000, p.186). Diferente de uma interpretação lógica, portanto, para Parsons a intuição desempenha outro papel essencial para a matemática, como veremos.

---

[138] Cf. PARSONS, C. 2005. p. 112 e *Idem*. 1999, p. 66. Nesta segunda referência a palavra "fenomenológica" ("phenomenological") é utilizada textualmente.

[139] "Something important – something of an epistemological and/or perceptual character – to the bare logical idea of singularity".

O papel da intuição nesta interpretação seria representar para os sentidos concretamente os conceitos de natureza abstrata da matemática. Apenas através da representação das afirmações matemáticas *in concreto*, isto é, nos nossos sentidos, poderíamos verificar a verdade das proposições matemáticas. Parsons toma o símbolo aritmético ou a figura geométrica não como um recurso lógico formal, mas, antes, como marcas sensíveis que permitem que o matemático opere com conceitos abstratos.

A interpretação de Parsons enfatiza o caráter sensível e concreto da exemplificação dos conceitos da matemática através das intuições e chega a apontar um certo caráter heurístico para a construção de conceitos, pois, para Parsons, a ajuda empírica que as figuras da geometria ou os símbolos da aritmética e da álgebra dispensam ao matemático são parte do papel essencial da intuição no método destas ciências.

Parsons julga a seguinte passagem da *Crítica* como essencial para a compreensão do método da matemática em Kant:

> Mesmo o método da álgebra com suas equações, das quais extrai, por redução, a verdade, juntamente com a prova, não é, sem dúvida nenhuma, uma construção geométrica, mas contudo uma construção característica, na qual, com ajuda de sinais, se representam os conceitos na intuição, especialmente os de relação de grandezas e onde, sem mesmo considerar o aspecto heurístico, <u>todas as conclusões estão garantidas contra o erro pelo facto de cada uma delas ser posta à nossa vista</u> (CRP. A 734/ B 762. Sublinhado nosso).

Neste trecho Kant refere-se a uma certa "construção característica", que, talvez pudesse ser interpretada como uma terceira forma de construção, além das construções simbólica e ostensiva. Todavia, o fato de que tal construção diz respeito à álgebra nos indica que esta é, afinal, idêntica à construção simbólica – característica da aritmética e da álgebra. Se interpretamos, como Parsons defende, que esta passagem trata de características essenciais da construção de conceitos então teríamos que concluir que o ato de pôr as premissas matemáticas frente a nossos olhos, fenomenologicamente, seria essencial para a matemática. E, ainda mais, seria este ato de "sensibilizar" as operações matemáticas que preveniria as conclusões desta ciência contra o erro. Destarte, pôr os conceitos e inferências abstratas da matemática frente a nossos olhos seria importante para a constituição da evidência e da certeza matemática.

Ao invés de concentrar-se no papel formal lógico que a introdução de intuições poderia ter na estrutura da *inferência* matemática, Parsons propõe que Kant pensava que a intuição seria essencial para a evidenciação das *premissas* dos argumentos matemáticos. Pois, como ele afirma contra a leitura de Hintikka, "o texto de Kant não indica claramente que o apelo necessário a intuições surge da *inferência* e não meramente da verificação da premissa"[140] (PARSONS, C. 2005. p. 127)

Assim, enquanto a leitura de Hintikka atribui à intuição um caráter lógico, a proposta de Parsons afirma que a intuição possui um papel de acesso epistêmico às verdades matemáticas, colocando-as diante dos nossos olhos ou da nossa mente: "Uma intuição empírica funciona, podemos dizer, como uma intuição pura se é tomada como representativa de uma estrutura abstrata. Tal percepção provê a culminância mais completa possível frente à mente de um conceito abstrato"[141] (*Ibidem*, p. 136). Destarte, segundo Parsons, é através desta exibição *in concreto* de conceitos abstratos que a matemática atinge sua clareza e evidência características: "a certeza da matemática é conectada com o fato de que os signos são sensíveis"[142] (*Ibidem*, p. 137).

Vemos então que, para Parsons, a construção dos conceitos da matemática possui um caráter sensível e concreto ou fenomenológico. As intuições, sejam elas as figuras espaciais da geometria e os símbolos da álgebra e da aritmética, permitem, portanto, que o matemático opere concretamente com as estruturas abstratas da matemática, possuindo, portanto, certo papel operacional, mas também epistêmico e heurístico, pois ajuda os matemáticos a prevenir o erro.

Além destas funções para a intuição no método da matemática, talvez seja interessante observar que Parsons chega a defender ainda uma outra; a saber, uma função *existencial*, ou seja, que a construção de conceitos garantiria a *existência* dos objetos da matemática.

Esta interpretação aparece em seu texto Kant's philosophy of arithmetic nas seguintes passagens: i) "O ponto de vista de Kant era que é por esta construção que os conceitos envolvidos são desenvolvidos e é mostrada a existência de objetos matemáticos que caem sob eles[143]" (PARSONS, C. 2005. p. 132); e ii) "Seria uma

[140] "The text of Kant does not clearly indicate that the necessity of an appeal to intuition arises for the *inference* and not merely for the verification of the premise".
[141] "An empirical intuition functions, we might say, as a pure intuition if it is taken as a representative of an abstract structure. Such a perception provides the fullest possible realization before the mind of an abstract concept".
[142] "the certainty of mathematics is connected with the fact that the signs are *sensible*".
[143] " Kant's view was that it is by this construction that the concepts involved are developed and the existence of mathematical objects falling under them is shown"

interpretação plausível de Kant dizer que precisa-se apelar para as formas da intuição para verificas as suposições de existência da matemática"[144] (*Ibidem*. p. 135).

Vale ressaltar, porém, que Parsons não mantém este último ponto de sua interpretação. Em um pós-escrito adicionado ao Kant's philosophy of arithmetic Parsons retrocede, afirmando primeiro que, para este tema "um obstáculo à completa clareza é a ausência na filosofia de Kant de uma teoria de objetos matemáticos"[145] (*Ibidem*, p. 147) e, a seguir, que este filósofo "parece recusar-se totalmente a atribuir existência a objeto matemáticos"[146] (*Ibidem*, p. 148), pois, como já vimos acima, existência na *Crítica da Razão Pura* é a presença do objeto na percepção sensível, na experiência; ou seja: a existência de um objeto é sempre dada *a posteriori* e não construída *a priori*. Por isto, Parsons abandona a posição de que a existência dos objetos da matemática é garantida pela construção de conceitos.

A marca da interpretação de Parsons, destarte, é o caráter fenomenológico que ele atribui às intuições introduzidas pela matemática que, neste caso, são interpretadas como figuras geométricas ou símbolos aritméticos e algébricos. Tal intuição desempenharia um papel operacional concreto no método da matemática: o matemático opera concretamente com símbolos. Além disto, este papel operacional teria uma certa conseqüência heurística, a saber, a matemática evitaria erros por colocar os signos frente aos olhos do matemático, facilitando suas operações.

Concluímos, deste modo, nosso exame das questões centrais da polêmica entre Hintikka e Parsons. Ao longo do capítulo anterior e deste presente capítulo, expomos as divergentes leituras destes dois comentadores sobre o tema da matemática em Kant. No segundo capítulo vimos Hintikka propor que o sentido do termo "intuição" não significa nada como uma "representação sensível", mas apenas indica uma representação singular. Em seguida, no terceiro capítulo, vimos que sua leitura de intuição permite-lhe defender uma leitura "lógica" da construção de conceitos, na qual a introdução de intuições no método matemática significa nada mais que a introdução de termos individuais na estrutura formal dos silogismos desta ciência.

Por outro lado, Parsons sustenta, como vimos no capítulo anterior, que "intuição" não se define apenas como uma representação singular, mas também uma

[144] "It would be a plausible interpretation of Kant to say that the forms of intuition must be appealed to in order to verify the existence assumptions of mathematics"
[145] "An obstacle to complete clarity is the absence in Kant's philosophy of a theory of mathematical objects"
[146] "He seems to decline to attribute existence to mathematical objects at all"

representação imediata. Esta ressalva de Parsons adiciona um aspecto fenomenológico e concreto para a introdução kantiana de intuições para representar os conceitos matemáticos. Como vimos no presente capítulo, Parsons concentra-se sobre a evidência das sentenças matemáticas, ao invés do processo inferencial que conecta tais sentenças.

Esta polêmica entre Hintikka e Parsons mostrou que as leituras e críticas tradicionais sobre o assunto da matemática em Kant não se esgotaram durante o período de hegemonia do projeto logicista de Frege e Russell. Ao contrário, esta polêmica revela que o exame da questão ainda é frutífero e que o tema ainda encontra-se prenhe de conclusões importantes tanto para nossa compreensão da filosofia de Kant quanto para o estudo contemporâneo de filósofos da matemática.

A seguir, no quarto capítulo, realizaremos uma avaliação crítica do debate exposto.

QUARTO CAPÍTULO.

4. ANÁLISE

Chegamos, afinal, ao quarto capítulo de nossa dissertação. A proposta do nosso trabalho é uma avaliação crítica dos argumentos de Hintikka e de Parsons a respeito de duas questões – o problema do sentido do termo "intuição" e do papel que este termo desempenha nas ciências matemáticas para Kant. Para tanto, vimos, no primeiro capítulo, como Kant trata a matemática na *Crítica da Razão Pura* e alguns dos problemas presentes em seu tratamento. A seguir, nos capítulos dois e três, expomos os argumentos centrais da polêmica entre Hintikka e Parsons, tanto sobre o sentido que a intuição possuiria na *Crítica* (segundo capítulo) quanto sobre o papel que ela desempenharia no método da matemática graças à tese da construção dos conceitos da matemática em Kant.

Resta, portanto, fazer uma avaliação crítica dos argumentos expostos a partir do texto da obra. É isto que faremos neste quarto capítulo.

4.1 O problema do sentido da intuição no método da matemática

Como foi exposto em nosso segundo capítulo, o debate entre Hintikka e Parsons acerca do sentido do termo "intuição" consiste, principalmente, em esclarecer se na teoria da matemática de Kant este termo é utilizado significando nada mais que uma representação singular – que é a posição de Hintikka - ou se é compreendido como uma representação singular e imediata, como defende Parsons.

O ponto crucial que separa as duas interpretações, portanto, é saber se a imediaticidade está presente ou não na definição de "intuição" nas passagens em que Kant formula sua filosofia da matemática.

Como vimos, Hintikka propõe uma nova leitura do termo "intuição" que se aplicaria às ocorrências deste termo relevantes para a compreensão da filosofia da matemática de Kant. Ele propõe interpretar "intuição" como sinônimo de uma "representação singular" nas passagens da primeira seção da *Doutrina Transcendental do Método*, onde Kant estabelece o que significa a *construção* dos conceitos da matemática, característica essencial desta ciência na *Crítica da Razão Pura*.

O que definiria "intuição" seria, assim, apenas a singularidade, sem haver qualquer relação entre a intuição e a sensibilidade. A conseqüência almejada por Hintikka é que esta nova interpretação garantiria uma leitura da matemática em Kant onde esta ciência seria completamente independente da sensibilidade em suas operações, rompendo, assim, com a visão majoritária que se mantinha sobre a filosofia da matemática kantiana durante o período áureo do logicismo de Frege e Russell.

Parsons, por outro lado, defende que apenas a singularidade não é suficiente para definir “intuição”. Antes, ele sugere que a correta leitura do termo “intuição” envolve, também, uma certa imediaticidade, interpretada como uma presença direta do objeto na mente, que estaria completamente ausente no caso dos conceitos. “Intuição”, portanto, significaria uma representação singular e imediata.

Talvez pudéssemos supor que uma simples consulta ao texto de Kant fosse suficiente para esclarecer qual das duas interpretações concorrentes é a mais condizente ao texto crítico. Ou seja, talvez pudéssemos esperar encontrar uma passagem da *Crítica* que afirmasse, sem deixar dúvidas, qual a definição mais apropriada para o termo “intuição”. Mas, como o próprio Hintikka afirma, “um problema de interpretação que pode ser resolvido reunindo uma coleção de citações não vale a pena ser levantado”[147] (HINTIKKA, J. In: POSY (Ed.), 1992. p. 357).

No caso desta disputa sobre o sentido do termo “intuição”, o texto de Kant apresenta uma certa ambigüidade. Como observamos em nosso segundo capítulo, em algumas passagens, Kant parece pensar “intuição” como uma representação que se define pela singularidade (tópico 2.1.1), em outras, o filósofo de Königsberg põe lado a lado a singularidade e a imediaticidade (tópico 2.2.1).

Desta forma, tendo em vista as passagens em que Kant trata a intuição como uma representação imediata, Parsons defende que “a evidência textual para a visão de Hintikka não é suficiente para superar as afirmações claras e ênfases no critério de imediaticidade”[148] (PARSONS, C. 2005. p. 114). O que Parsons quer dizer com isto é que as passagens do texto crítico que tratam a intuição como uma representação singular não são suficientes para mostrar que a intuição seria *apenas* uma representação singular, sem relação com a imediaticidade. Ou seja, como se pode ver claramente, afirmar que a intuição é uma representação singular não contradiz a afirmação de que ela é uma representação singular *e* imediata, mas, ao contrário, a proposição de que a intuição é uma representação singular e imediata contradiz a de que ela seria *apenas* singular e não imediata.

---

[147] “An interpretational problem which can be solved by assembling a collection of quotations is not worth raising”.
[148] “It seems to me that the textual evidence for Hintikka’s view is not sufficient to outweigh the clear statements and emphases on the immediacy criterion”.

Este raciocínio certamente favorece a interpretação de Parsons, de inclusão do critério de imediaticidade no conceito de intuição.

Todavia, há ainda uma saída para Hintikka. O comentador finlandês, como vimos (tópico 2.1.4), defende a coexistência de dois sentidos para o termo “intuição” no interior da *Crítica*. Um destes sentidos seria o sentido “original” do termo e remontaria a textos pré-críticos, enquanto que o outro sentido, característico da maturidade kantiana, apareceria apenas a partir da ligação que Kant realizaria na *Estética Transcendental* entre intuições e a sensibilidade. De forma semelhante, também haveriam duas teorias distintas para a matemática no interior da mesma obra.

Como a leitura de Hintikka propõe uma coexistência de dois sentidos de intuição na *Crítica*, cada um destes ligados a uma teoria diferente para a matemática, sua interpretação comporta bem a leitura de Parsons sobre a intuição. Ou seja, poderia ser o caso, como Hintikka defende, de que Parsons esteja falando sobre uma das teorias da matemática em Kant (a teoria completa), enquanto o próprio Hintikka se preocupa principalmente com a outra (a teoria preliminar).

Destarte, Hintikka pode defender que o fato de Kant ligar a intuição à sensibilidade em algumas passagens, que seriam as partes do texto que apóiam Parsons, não prova que Kant não possa utilizar este mesmo termo tendo em mente um outro sentido em outros trechos da mesma obra.

Percebemos, assim, uma diferença fundamental entre os objetivos dos trabalhos de Hintikka e Parsons. Enquanto Parsons pretende claramente realizar uma interpretação da filosofia da matemática em Kant, a intenção de Hintikka é propor a existência duas filosofias kantianas da matemática. Desta forma, é interessante observar que Hintikka pode concordar com a reconstrução de Parsons e, mesmo assim, ainda defender a existência de uma outra interpretação para a questão.

Hintikka, assim, pode defender que a simples reunião de citações de trechos da *Crítica* não é suficiente para desqualificar sua interpretação proposta. De seu ponto de vista, o intérprete de Kant deve sempre se perguntar se o sentido de “intuição” no trecho observado é o sentido “original” – relevante para certa filosofia da matemática kantiana – ou o segundo sentido do termo, adquirido apenas a partir da *Estética Transcendental.*

Desta forma, se pretendemos avaliar a polêmica Hintikka x Parsons a partir do texto da *Crítica da Razão Pura* devemos observar que a interpretação de Hintikka para o sentido do termo “intuição” não pode ser facilmente derrubada porque ele pode, sem prejuízo, concordar com interpretações divergentes e ainda sustentar sua leitura.

O mérito de Hintikka não é, portanto, provar definitivamente a existência de uma nova leitura do termo "intuição" na *Crítica da Razão Pura,* mas, antes, propor uma nova interpretação do termo que não pode ser derrubada *prima facie* apenas por análise textual.

Por outro lado, as críticas que podem realmente atingir Hintikka são (a) as que visam a ligação entre a matemática kantiana contida em textos pré-críticos, principalmente no *Preisschrift*, ou as críticas (b) que argumentam contra certas conseqüências da leitura de Hintikka. Vejamos que críticas são estas.

No primeiro caso (a), temos críticas como a de Giusti (abordada no tópico 2.1.3), que procuram mostrar que não pode haver uma continuidade de teses entre as idéias de Kant sobre a matemática no *Preisschrift* e na *Crítica da Razão Pura* em virtude da grande quantidade de divergências sobre as características da matemática entre os dois textos. Uma outra crítica, semelhante, é a de Parsons, que defende que não há um uso do termo "intuição" nos escritos pré-críticos antes da instituição da sensibilidade como faculdade do conhecimento humano, ou, como Parsons diz, "no desenvolvimento de Kant, o uso de *Anschauung* como um termo técnico e a tese de que a intuição humana é sensível emergiram mais ou menos simultaneamente e que ele não articulou teorias a respeito da noção de intuição sem levar em consideração ou antes de formular a última tese" [149] (PARSONS, C. 1992, p 92-93 n14). Se este for o caso, a tese de Hintikka se enfraquece porque não haveria um sentido do termo "intuição" que precederia a *Estética Transcendental*, como Hintikka pretende.

No segundo caso (b), o alvo das críticas são conseqüências dos argumentos de Hintikka. Sabemos que Hintikka define "intuição" como uma representação singular. Ora, uma das conseqüências desta definição é a aproximação que Hintikka realiza entre intuições e termos lingüísticos singulares, como nomes próprios. Vemos tal aproximação, por exemplo, na seguinte proposição: "podemos dizer que a noção de intuição de Kant não está muito longe do que nós chamaríamos de um termo singular"[150] (HINTIKKA, J. 1969. p. 43).

Thompson defende que esta compreensão "discursiva" da intuição não condiz com o projeto de Kant. A distinção entre intuições e conceitos, cara a Kant, significa

[149] "In Kant's development the use of *Anschauung* as a technical term and the thesis that human intuition is sensible emerged more or less simultaneously and that he did not articulate theories in term of the notion of intuition in abstraction from, or before formulating, the latter thesis".
[150] "We may say that Kant's notion of intuition is not very far from what we would call a singular term".

para o filósofo de Königsberg que as intuições são de um âmbito distinto daquele da linguagem. A linguagem é completamente conceitual e nela não encontramos intuições. Por isto, Thompson observa que “se perguntarmos o que constitui uma representação lingüística de uma intuição, a resposta, penso, é simplesmente que para Kant uma representação intuitiva não possui lugar na linguagem, onde toda representação é discursiva”[151], o que nos mostra que a leitura de Hintikka para a intuição como um termo lingüístico singular não se adéqua bem a distinção kantiana entre conceitos e intuições.

Desta forma, a tese de Hintikka acaba por se enfraquecer, tendo em vista estas críticas recebidas. Sua tese, afinal, sustenta-se apenas com o apoio de uma suposta ligação entre as idéias pré-críticas de Kant sobre a matemática, onde a sensibilidade ainda não era uma fonte autônoma de parte do nosso conhecimento, e a *Doutrina Transcendental do Método*, capítulo da *Crítica* onde se encontram as considerações mais importantes de Kant sobre a matemática. Como comentadores mostraram que esta ligação é problemática, então Hintikka não pode mais defender a subsistência de um sentido pré-crítico para o termo “intuição” no texto da *Crítica*, e, conseqüentemente, não pode mais defender a coexistência de duas teorias para a matemática concorrentes na mesma obra.

Ora, se a intuição possui, afinal, um sentido unívoco na *Crítica da Razão Pura,* então, as passagens onde Kant soma a imediaticidade à singularidade na definição de “intuição” são suficientes para determinar que esta representação não pode ser apenas singular.

A tese de Hintikka, portanto, apresenta este sério problema.

Vejamos, a seguir, mais problemas com as teses dos comentadores estudados, desta vez a respeito da questão do *papel* da intuição do método da matemática.

4.2 O problema do papel da intuição na construção de conceitos.

Uma coisa está clara a respeito da teoria kantiana sobre a matemática: que esta ciência precisa representar seus conceitos através de intuições. Este é o sentido da construção de conceitos que, por sua vez, distingue o modo de raciocínio matemático do

---

[151] “If we ask what does constitute a linguistic representation of an intuition, the answer, I think, is simply that for Kant an intuitive representation has no place in language, where all representation is discursive”. THOMPSON, Manley. Singular terms and intuitions in Kant’s epistemology. In: POSY, C (Ed.). *Kant’s philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992. p 95.

raciocínio filosófico. O que não está tão claro nos textos, todavia, é como esta intuição participa do método matemático. Temos, assim, o debate sobre o papel que a intuição desempenha para a matemática.

Como vimos (tópico 3), a proposta de Hintikka, chamada de interpretação "lógica", é que a função da intuição é de introdução de termos singulares para exemplificar os conceitos matemáticos. A intuição cumpriria, portanto, um papel formal, como um passo necessário na cadeia de argumentos. Parsons, por outro lado, defende que a intuição representa concretamente, diante dos nossos olhos, os objetos estudados pela matemática, sejam estes símbolos algébricos ou figuras geométricas. Colocando os objetos matemáticos diante de nossa vista, a intuição possibilita o desenrolar de provas matemáticas, que são sempre desempenhadas utilizando símbolos sensíveis e ajuda o matemático a prevenir o erro, já que as operações mais abstratas podem ser simbolizadas e, assim, examinadas. A interpretação de Parsons foi chamada, por isto, de "fenomenológica".

Ocorre, todavia, que apesar das leituras largamente discordantes destes dois autores, ambos, surpreendentemente, concordam em um aspecto secundário de sua interpretação principal. Ambos ligam a construção de conceitos à questão da existência dos objetos matemáticos. Começaremos, portanto, criticando-os a respeito desta questão, para depois tratar de suas leituras separadamente.

4.2.1 Construção e Existência

Tanto Hintikka quanto Parsons ligam a intuição com a garantia de existência do objeto matemático. Vejamos, primeiro, em que passagens de seus textos eles relacionam a construção à existência do objeto matemático e, em seguida, argumentaremos contra esta relação.

A relação entre a construção dos conceitos da matemática e a existências de seus objetos aparece, por exemplo, na seguinte passagem de Hintikka: "o que a teoria do método da matemática de Kant vai dizer, nesta interpretação, é pouco mais que em um argumento matemático trata-se com a existência e não-existência de objetos individuais"[152] (HINTIKKA, J. 1991b. p. 131), onde vemos ele defender que diferença específica do argumento matemático é que este trata da existências dos objetos singulares introduzidos na estrutura do argumento desta ciência.

---

[152] "What Kant's theory of the mathematical method will say on this view is little more than that in a mathematical argument one is dealing with the existence and non-existence of individual objects".

Já no caso de Parsons, temos a seguinte passagem: “o ponto de vista de Kant era que é por esta construção que os conceitos envolvidos são desenvolvidos e é mostrada a existência de objetos matemáticos que caem sob eles”[153] (PARSONS, C. 2005. p. 132), onde vemos que a existência dos objetos matemáticos é mostrada graças à construção do conceito.

Parsons, todavia, muda de opinião sobre este ponto, após ter contato com um texto de Manley Thompson, registrando que não mantém mais esta posição no seu pós-escrito ao “Kant’s philosophy of arithmetic”. Thompson defende uma posição oposta a esta exibida nas citações de Hintikka e Parsons feitas acima. Ele problematiza a relação direta entre construção e existência em seu texto “Singular Terms and Intuitions in Kant’s Epistemology”, como podemos ver no seguinte trecho: “enquanto construções matemáticas, quer sejam ostensivas ou simbólicas, provêem objetos para conceitos matemáticos e assim respondem questões de existência *dentro* da matemática, elas não respondem absolutamente questões de existência”[154] (THOMPSON, Manley. In: POSY, C. (Ed.). 1992. p. 98–99), ou seja, o que Thompson defende é que a construção de conceitos exerce um papel análogo a estabelecer a existência de objetos da matemática, mas apenas no que concerne às operações da matemática. O que a construção de um objeto garante é a validade deste objeto para as operações matemáticas, mas sem prover qualquer garantia para questões de existência em geral, fora da matemática.

Como Thompson e Parsons em seu pós-escrito, achamos problemática a relação entre a construção dos conceitos e a garantia da existência dos objetos da matemática. A seguir, veremos alguns motivos defender que os objetos construídos pela matemática, para Kant, não possuem existência, mas, antes, apenas a possibilidade. Ou seja, estes objetos construídos não seriam existentes, mas apenas possíveis.

Um dos primeiros indícios que levam a questionar a tese de que os objetos da matemática existem para Kant é o fato de que ele, na *Crítica da Razão Pura*, não atribui o caráter de existência a entes matemáticos. Em uma passagem da *Doutrina Transcendental do Método* - A 719 / B 747 -, logo após a afirmação de que os filósofos, pensando sobre um triângulo, nunca ultrapassariam sua simples definição, lemos que “mas nos problemas matemáticos não é disto que se trata, <u>nem em geral da existência</u>,

[153] “ Kant’s view was that it is by this construction that the concepts involved are developed and the existence of mathematical objects falling under them is shown”

[154] “while mathematical constructions, whether ostensive or symbolic, provide objects for mathematical concepts and thus answer existence questions *within* mathematics, they do not answer existence questions absolutely”.

mas das propriedades dos objectos em si próprios" (sublinhado nosso). Aqui podemos já entrever que, para Kant, a existência e a matemática são questões separadas.

Além disto, nas passagens em que Kant se refere a um objeto matemático ele sempre se apressa em acrescentar que tal objeto é apenas *formal*, como, por exemplo, vemos nas passagens a seguir:

1) "Todo conhecimento geométrico, porque fundado numa intuição *a priori*, tem imediata evidência sendo seus objetos dados *a priori* (<u>quanto à forma</u>) na intuição pelo próprio conhecimento" (CRP A 87-88 / B 120. Sublinhado nosso)

2) "A intuição sensível ou é intuição pura (espaço e tempo) ou intuição empírica daquilo que, pela sensação, é imediatamente representado como real, no espaço e no tempo. Pela determinação da primeira, podemos adquirir conhecimentos *a priori* de objetos (na matemática), <u>mas só segundo a sua forma</u> (...)" (CRP B 147. Sublinhado nosso).

3) "Parece, com efeito, que se poderia conhecer a possibilidade de um triângulo a partir do seu conceito tomado em si mesmo (que é certamente independente da experiência), pois podemos, de facto, dar-lhe um objecto totalmente *a priori*, isto é, construí-lo. Como esta construção, porém, <u>seria apenas a forma de um objecto</u>, o triângulo seria sempre um produto da imaginação (...)" (CRP A 223 / B 271. Sublinhado nosso).

Nas passagens acima, vemos por repetidas vezes que a natureza do objeto matemático é apenas formal, o que significa dizer que não é material. Podemos esclarecer esta questão – da formalidade do objeto matemático – observando a distinção que Kant realiza entre matéria e forma.

Já tratamos desta distinção no tópico 1.1, no qual vimos que a forma, no sistema transcendental aguarda *a priori* que a matéria seja dada *a posteriori*, empiricamente.

Ora, os objetos da matemática são dados apenas *a priori* e mesmo a intuição que se relaciona aos conceitos matemáticos não são empíricas, mas puras. Isto exclui, portanto, os objetos matemáticos do âmbito dos objetos materiais donde resulta seu caráter puramente formal, que vemos ressaltado por Kant seguidas vezes nas citações expostas acima.

Está claro, portanto, o caráter formal *a priori* dos objetos da matemática para Kant. No entanto, o que isto pode nos dizer sobre a existência de tais objetos?

Para tentarmos resolver a questão, isto é, saber se Kant atribui ou não um caráter de existência aos objetos da matemática, iremos examinar os *Postulados do Pensamento Empírico em Geral*.

Os *Postulados* localizam-se na terceira tábua da *Crítica,* a tábua dos princípios, na posição corresponde aos juízos e às categorias de modalidade nas tábuas anteriores. Os postulados são:

> 1. O que está de acordo com as condições formais da experiência (quanto à intuição e aos conceitos) *é possível.*
> 2. O que concorda com as condições materiais da experiência (da sensação) é *real* [*wirklich*].
> 3. Aquilo cujo acordo com o real [*Wirklichen*] é determinado segundo as condições gerais da experiência é (existe) *necessariamente*." (CRP. A 218 / B 266).

O que logo podemos observar é que no primeiro postulado, da possibilidade, vemos a expressão "acordo com as condições formais da experiência" e, no segundo postulado, da efetividade e da existência, a expressão análoga é acordo "com as condições materiais da experiência (da sensação)". Esta expressão contida no segundo postulado nos dá a impressão de que a existência deve possuir, afinal, uma ligação com a matéria da experiência; já a forma, semelhantemente, deve possuir ligação com o âmbito da possibilidade.

A confirmação desta interpretação surge no comentário que Kant faz aos postulados: "o postulado relativo ao conhecimento da *realidade* [*Wirklichkeit*] das coisas exige uma *percepção* e, portanto, uma sensação, acompanhada de consciência". (A 225 / B 272)

E, em seguida vemos que:

> No *simples conceito* de uma coisa não se pode encontrar nenhum caráter de sua existência. Embora esse conceito seja de tal modo completo, que nada lhe falte para pensar a coisa com todas as suas determinações internas, a existência nada tem a ver com tudo isso; trata-se apenas de saber se a coisa nos é dada, de tal modo que sua percepção possa sempre preceder o conceito. Se o conceito precede a percepção isto significa a mera possibilidade da coisa; mas a percepção, que

> fornece matéria para o conceito, é o único carácter da efetividade[155] [*Wirklichkeit*]. (CRP. A 225-226 / B 272 -273)

Assim, é apenas a sensação, a matéria intuitiva, que fornece o "único caráter" da efetividade (*Wirklichkeit)*. Ora, já expomos o caráter formal, não material, do objeto matemático. Portanto, a partir disto podemos concluir satisfatoriamente que a matemática não lida com a existência.

Ora, em qual dos três níveis dos postulados devemos situar os objetos da matemática? Sabemos que, na matemática, o conceito é condição para a percepção de seus objetos, e não o contrário, pois seus objetos são construídos, isto é, gerados arbitrariamente. A sentença "se o conceito precede a percepção isto significa a mera possibilidade da coisa", contida na citação acima, nos indica que devemos situar os objetos da matemática no nível do primeiro postulado, como meramente possíveis, e não efetivos.

Faremos apenas mais uma citação para confirmar o caráter dos objetos da matemática como objetos possíveis, mas não existentes. Vemos na passagem da *Crítica* sobre o célebre bilíneo retilíneo:[156]

> É certo que é condição lógica necessária, que tal conceito não encerre contradição; mas não suficiente, longe disso, para constituir a realidade objectiva do conceito, isto é, a possibilidade de um objecto tal qual é pensado pelo conceito. (A 220-221/ B 268. Sublinhado nosso).

Aqui vemos Kant dizer que a possibilidade de um objeto repousa sobre sua constructibilidade, e não a existência de tal objeto. Ou seja, a matemática, ao construir um objeto não garante sua existência, mas apenas a sua possibilidade. O único caráter da existência é apenas dado *a posteriori*: a empiria.

Portanto, resulta de nossa análise que a construção dos conceitos da matemática não garante a existência dos objetos desta ciência. Ao invés disto, os objetos

---

[155] A tradução do termo alemão *Wirklichkeit* por "realidade" em português é uma tradução infeliz. Traduzido de tal forma, este termo confunde-se com uma outra palavra importante na *Crítica da Razão Pura*: *Realität*, que, naturalmente, também se traduz por "realidade". Ocorre, todavia, que o sentido das palavras *Wirklichkeit* e *Realität*, nesta obra, é bastante distinto, e sua mistura é um infortúnio para o intérprete de língua portuguesa. Como Heidegger mostra, *Realität* denota o conteúdo positivo de um conceito, independente de sua presença ou ausência na experiência. *Wirklichkeit*, todavia, denota a existência de algo, sem relação com seu conteúdo predicativo. Sobre isto, Cf. HEIDEGGER, Martin. A tese de Kant sobre o Ser. In: _____. *Heidegger*. São Paulo: Abril Cultural, 1979. Coleção "Os Pensadores". p. 234-254, bem como: HEIDEGGER, Martin. La tesis de Kant: el ser no es un predicado real. In:____. *Los problemas fundamentales de la fenomenologia*. Madrid: Editorial Trotta, 2000. Por isto, escolhemos traduzir *Wirklichkeit* por efetividade, ao invés da tradução constante nas edições em português.

[156] Sobre a louvável história do termo "bilíneo retilíneo", Cf. CAIMI, M. "Pensamentos sem conteúdo são vazios". *Analytica*. Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 177-194, 2001-2002. p. 186.

construídos, isto é, representados *a priori* na intuição, são apenas objetos possíveis, e não existentes.

4.2.2 Construção como Instanciação Existencial

De maneira diferente da primeira parte de sua tese – sobre a intuição como uma representação singular e não sensível – a proposta de Hintikka de que a construção de conceitos deve ser compreendida como uma forma de instanciação existencial recebeu uma boa recepção por parte da literatura secundária. Entre os comentadores que apóiam esta interpretação temos, por exemplo, Winterbourne[157], Brittan[158] e Friedman[159].

Como vimos (Tópico 3.1), o principal ponto da interpretação de Hintikka é que o método matemático caracteriza-se pela introdução de casos particulares dos conceitos estudados, de maneira semelhante à regra da instanciação existencial. De acordo com o a proposta de Hintikka, o método matemático em Kant poderia ser descrito da seguinte maneira: para realizar uma demonstração o matemático, primeiro, introduz um caso particular do conceito examinado. Seria aqui que entraria a intuição, que, segundo Hintikka, significa nada mais do que uma representação singular. A seguir, o matemático opera com o indivíduo introduzido, alcançando conclusões que se aplicariam àquele indivíduo particular. Por fim, em um terceiro passo, o matemático pode extrapolar o indivíduo, aplicando suas conclusões a todos os membros do conjunto se, em sua demonstração, não levou em consideração nenhuma característica particular daquele indivíduo, mas, antes, trabalhou apenas com as propriedades que o indivíduo exemplifica de seu conjunto.

Esta interpretação é particularmente interessante porque condiz bem com as considerações de Kant sobre o método da matemática na *Doutrina Transcendental do Método*. Nesta parte da *Crítica*, na qual Kant elucida o que significa a construção de conceitos, podemos entrever exatamente o proceder do matemático que Hintikka sugere: primeiro a instanciação, depois a operação sobre o individuo que exemplifica o conceito e, posteriormente, a conclusão aplicada sobre todos os membros do mesmo conjunto, se não levamos em conta as características individuais do caso particular instanciado. Vejamos a passagem:

---

[157] Cf. WINTERBOURNE, 1990. p. 110.
[158] Cf. BRITTAN, Gordon G. 1978. p. 49-56.
[159] Cf. FRIEDMAN, Michael. In: SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds). p. 186.

> Para a construção de um conceito exige-se, portanto, uma intuição *não empírica* que, consequentemente, como intuição é um objecto *singular*, mas como construção de um conceito (de uma representação geral), nem por isso deve deixar de exprimir qualquer coisa que valha universalmente na representação, para todas as intuições possíveis que pertencem ao mesmo conceito. Assim, construo um triângulo, apresentando o objecto correspondente ao conceito, seja pela simples imaginação na intuição pura, seja, de acordo com esta, sobre o papel na intuição empírica, mas em ambos os casos completamente *a priori*, sem ter pedido modelo a qualquer experiência. A figura individual desenhada é empírica e contudo serve para exprimir o conceito, sem prejuízo da generalidade deste, pois nesta intuição empírica considera-se apenas o acto de construção do conceito, ao qual muitas determinações, como as da grandeza, dos lados e do ângulo, são completamente indiferentes e, portanto, abstraem-se estas diferenças, que não alteram o conceito de triângulo. (CRP A713 – 714 / B741 – 742)

Neste trecho, vemos Kant afirmar ser essencial para o método da matemática a introdução de uma intuição, a qual seria "um objecto *singular*", mas que, apesar de singular, serve para representar o conceito geral exemplificado, exatamente porque o matemático, ao lidar com tal objeto singular não leva em consideração certas características suas, que não seriam essenciais ao conceito geral.

Ora, retomemos mais uma vez a interpretação do método matemático como constituído pelos seguintes três passos: 1) instanciação existencial, onde se introduz no argumento um indivíduo que exemplifica o caso geral estudado; 2) operação com o objeto(s) instanciado(s); 3) generalização universal onde se extrapolam as conclusões alcançadas no passo 2) a respeito de um único caso para todos os casos possíveis, desde que no passo 2) o matemático tenha tido cuidado para não trabalhar sobre propriedades particulares do indivíduo instanciado, mas tenha levado em considerações a propriedades do indivíduo comuns a sua classe.

Tendo estes passos em vista, podemos interpretar o trecho de Kant acima citado como se tratando dos passos 1) e 3). A introdução da intuição como um "objecto *singular*" no método da matemática se assemelha a instanciação existencial. Analogamente, o fim da citação lembra o passo da generalização universal, onde vemos Kant dizer que o triângulo particular desenhado serve para representar o conjunto total de todos os triângulos desde que se abstraia suas propriedades particulares inessenciais ao conceito de triângulo como a "grandeza, dos lados e do ângulo".

Podemos observar que falta, no trecho citado, referência ao segundo passo, onde o matemático opera sobre o objeto particular instanciado. Todavia, é fácil mostrar que este passo também ocorre na compreensão de Kant. Vejamos a seguinte passagem, em que Kant descreve o que ocorre quando um matemático tenta provar o teorema sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo:

> Começa imediatamente a construir um triângulo. Porque sabe que dois ângulos rectos valem juntamente tanto como todos os ângulos adjacentes que podem traçar-se de um ponto tomado numa linha recta, prolonga um lado do seu triângulo e obtém dois ângulos adjacentes que, conjuntamente, são iguais a dois rectos. Divide em seguida o ângulo externo, traçando uma linha paralela ao lado oposto do triângulo e vê que daí resulta um ângulo adjacente que é igual a um ângulo interno, etc. Consegue desta maneira, graças a uma cadeia de raciocínios, guiados sempre pela intuição, a solução perfeitamente clara e ao mesmo tempo universal do problema (CRP. A716 – 717 / B744 – 745).

Nesta passagem, vemos que o matemático opera a partir de um caso particular do teorema maior que deseja provar: este matemático que Kant descreve opera traçando uma retas e analisando ângulos a partir de um exemplo particular de triângulo. Eis o segundo passo que faltava acima, o que completa a interpretação do método da matemática em Kant como o método guiado pela instanciação existencial. Isto nos mostra, portanto, que a interpretação de Hintikka para a construção dos conceitos matemáticos como um processo análogo ao da dedução por instanciação existencial recebe apoio do texto crítico.

4.2.3 Construção como Evidência

A leitura de Parsons propõe que o papel da intuição é oferecer uma via de “sensibilização” dos conceitos da matemática. Para ele, o aspecto sensível é essencial para a intuição, mesmo uma intuição pura, como é o caso daquelas utilizadas na matemática. A intuição seria essencial para a matemática por sua capacidade de “pôr diante dos olhos” os conceitos matemáticos.

Para Parsons, a intuição não possui um papel apenas formal, como um mecanismo lógico. Nesta leitura, ao contrário, as intuições são as figuras e os símbolos concretos utilizados na matemática e seu papel é representar para os nossos sentidos os conceitos de ordem abstrata desta ciência.

Esta interpretação de Parsons pode ser vista, por exemplo, na seguinte passagem da *Crítica*:

> A matemática cumpre esta exigência pela construção da figura, que é um fenómeno presente aos sentidos (embora produzido *a priori*). O conceito de quantidade, nesta mesma ciência, procura apoio e sentido no número e este, por sua vez, nos dedos, nas esferas de coral das

> tábuas de calcular, ou nos traços e pontos que se põem diante dos olhos. (CRP, A 240 / B 299)

Neste trecho, vemos Kant afirmar que a figura que a geometria constrói é um fenômeno "presente aos sentidos", da mesma forma que os traços, dedos ou o ábaco que podem representar os números da aritmética.

Esta interpretação de Parsons que sensibiliza os símbolos matemáticos possui uma conseqüência, a saber: ela comporta um certo aspecto heurístico. Ou seja, uma das funções da sensibilização de conceitos abstratos seria ajudar o matemático, prevenindo-o contra o erro e, em última instância, aumentando o grau de certeza das provas matemáticas. Este aspecto heurísticos pode ser visto na seguinte passagem da *Crítica*:

> Mesmo o método da álgebra com suas equações, das quais extrai, por redução, a verdade, juntamente com a prova, não é, sem dúvida nenhuma, uma construção geométrica, mas contudo uma construção característica, na qual, com ajuda de sinais, se representam os conceitos na intuição, especialmente os de relação de grandezas e onde, sem mesmo considerar o aspecto heurístico, <u>todas as conclusões estão garantidas contra o erro pelo facto de cada uma delas ser posta à nossa vista</u> (CRP. A 734/ B 762. Sublinhado nosso).

A prova matemática, portanto, depende concretamente das intuições e não como um mecanismo lógico formal. Para Parsons, a evidência matemática depende da intuição porque é a intuição que possibilita que os passos da prova matemática sejam postos "à nossa vista". Vemos, também, que a construção de conceitos adquire, destarte, um papel heurístico. O fato de a intuição pôr a cadeia de raciocínio diante dos olhos do matemático serve, também, para prevenir seu erro.

Há, todavia, um problema para esta interpretação. Se esta passagem, e esta leitura, for tomada como o que realmente há de essencial no papel da intuição na matemática, então o aspecto heurístico da construção de conceitos seria essencial ao método da matemática. Mas, como chama à atenção Gottfried Martin, um apoio heurístico nunca pode ser considerado essencial:

> Pessoas têm tentando interpretar essas observações de Kant para significar que a intuição é usada na geometria como uma ajuda adicional; mas na realidade estar ligado desta maneira à construção significa uma limitação. Entre todas as provas possíveis, apenas aquelas que podem ser suportadas por uma construção devem ser admitidas (MARTIN, Gottfried. *Kant's*

> *metaphysics and theory of science*. Westport: Greenwood Press, 1974. p. 22)[160].

O argumento de Martin é que um simples suporte heurístico não é inerente à prática matemática e pode ser dispensado, enquanto que a construção de conceitos possui um caráter totalmente diferente. A construção não deveria ser entendida como algo que o matemático deve realizar para assegurar-se contra o erro – mesmo que ele possa, de fato, realizar a construção para facilitar seu trabalho – antes, a construção é uma limitação das provas matemáticas. Segundo Martin, a construção impõe uma condição a mais em suas provas que o matemático deve observar. Seriam válidas apenas as provas que podem ser construídas na intuição.

Gotffried Martin, portanto, já aponta problemas nas leituras heurísticas da construção de conceitos pelo menos duas décadas antes do trabalho de Parsons. A interpretação de Parsons, todavia, não se centra apenas ao redor do aspecto heurístico, mas, outrossim, é caracterizada por enfatizar o caráter sensível dos símbolos matemáticos e a sensibilização dos conceitos matemáticos por meio das intuições, o que nos indica que a interpretação de Martin não é completamente oposta à sua.

4.2.4 Construção e o Idealismo Transcendental

Assim, vemos que tanto a leitura de Parsons quanto a leitura de Hintikka a respeito da questão do papel da intuição no método da matemática possuem uma certa base sobre o texto da *Crítica da Razão Pura*. Por possuir fundamento na letra kantiana, ambas leituras são, certamente, defensáveis.

Gostaríamos, contudo, de ressaltar um aspecto da construção dos conceitos da matemática que julgamos essencial e que não recebe a devida atenção dos comentadores: sua importância para o princípio fundamental do idealismo transcendental.

Uma frase kantiana que se tornou célebre, contida na *Lógica Transcendental* da *Crítica da Razão Pura*, é a que afirma que "pensamentos sem conteúdo são vazios[161]; intuições sem conceitos são cegas" (A 51/ B 75). E, continuando a frase, Kant afirma "pelo que é tão necessário tornar sensíveis os conceitos (isto é, acrescentar-lhes o

[160] "People have tried to interpret these remarks of Kant to mean that intuition is used in geometry as an additional help; but in reality being tied in this way to construction means a limitation. Of all possible proofs, only those are to be admitted which can be supported by a construction".
[161] Uma análise detalhada e crítica desta sentença é realizada por Caimi. Cf. CAIMI, M. 2001-2002.

objecto na intuição) como tornar compreensíveis as intuições (isto é, submetê-las aos conceitos). Estas duas capacidades ou faculdades não podem permutar suas funções" e, concluindo, "só pela sua reunião se obtém conhecimento" (A51-52 / B75-76). A celebridade desta sentença se dá por bom motivo, como veremos.

Strawson, no seu *The bounds of sense*[162], já reconhece a importância desta afirmação para Kant. Ele denomina este princípio kantiano de *Princípio da significância*[163] e afirma que este é o critério máximo kantiano para distinguir entre conceitos e juízos significantes e as ilusões geradas pelo auto-engano da razão[164]; princípio, portanto, ligado ao próprio objetivo maior da primeira *Crítica* de Kant: estabelecer os limites da aplicação pura da razão teórica[165]. Qualquer conceito que não possua uma conexão com uma intuição e com a sensibilidade deve ser considerado um conceito vazio. Este é, portanto, o limite do conhecimento racional para Kant: o limite da experiência.

Este princípio é sobremaneira importante, e Kant o afirma em diversas passagens da *Crítica*[166]. Ora, o que pretendemos mostrar nesta seção é exatamente que este princípio limite para o conhecimento também se aplica à matemática e, mais ainda, se aplica à matemática exatamente graças à construção de conceitos.

Os filósofos racionalistas antes de Kant, como normalmente são interpretados, geralmente viam a matemática como uma forma de conhecimento que não depende da experiência. Ora, há um caso clássico onde um autor contemporâneo a Kant defendeu que a matemática não possui relação com a experiência e, ao contrário, que esta ciência seria a prova de que a razão pura pode realizar progressos epistêmicos sem o concurso da matéria empírica.

Referimo-nos, aqui, à polêmica de Eberhard. Kant descreve da seguinte maneira as intenções deste autor:

> Queria demonstrar que se pode perfeitamente ampliar o conhecimento e enriquecê-lo com novas verdades sem inquirir se estamos lidando eventual-mente com conceitos vazios, aos quais não haja objetos

[162] Cf. STRAWSON, P. F. *The bounds of sense*. Londres: Routledge, 2002. p. 16.
[163] O termo original é *Principle of Significance* (STRAWSON, 2002, p.16). Notemos que a escolha da palavra "significância" liga Kant à corrente positivista do Círculo de Viena e ao seu critério verificacionista de *sentido* das proposições. Sobre uma ligação direta entre Kant e o Wien Kraiss, cf. LOPARIC, Z. 2005. p 2.
[164] Sobre o auto-engano da razão Cf. CRP, A VII e A 296 /B 352.
[165] Cf. CRP. B 25.
[166] Cf. B 73 (*Conclusão da Estética Transcendental*), B166 (*Dedução Transcendental das Categorias*), A 147 / B 187 (*Do Esquematismo dos Conceitos Puros do Entendimento*), A 158 / B197 (*Do Princípio Supremo de Todos os Juízos Sintéticos*), entre outros.

> correspondentes (...) e intentou encontrar justificativa para sua opinião nos matemáticos. (KANT, Immanuel.1975. p. 23)

Segundo Kant, portanto, Eberhard defende que a matemática é a prova de a que razão pode progredir sem a experiência.

Kant, todavia, discorda de Eberhard. Para o filósofo de Königsberg, a metafísica tenta há muito realizar tal progresso da razão sem o auxílio da experiência e, ao longo de tantos anos, não alcançou nenhum conhecimento realmente seguro. A matemática, por outro lado, experimenta progressos certos.

Como sabemos, a raiz desta discrepância entre os sucessos destas ciências para Kant encontra-se na *Doutrina Transcendental do Método*. A diferença entre estas ciências é justamente que a matemática constrói seus conceitos, enquanto que a filosofia trabalha apenas com puros conceitos.

O que garante o sucesso da matemática, portanto, é a construção de seus conceitos. Mas será que a construção de conceitos, por trabalhar apenas com intuições puras, garante a aplicação dos conceitos matemáticos na experiência?

Kant afirma, em certa passagem da *Dedução Transcendental das Categorias*, que "todos os conceitos matemáticos não são por si mesmos conhecimentos" (CRP. B147), o que poderia nos indicar que a matemática realmente encontra-se além dos limites da experiência e não constitui conhecimento válido. Mas, antes que possamos concluir isto, Kant acrescenta que a matemática não é conhecimento apenas "na medida em que se pressupõe que há coisas que não podem ser apresentadas a nós a não ser segundo a forma dessa intuição pura".

Ou seja, para Kant, a questão sobre se a matemática é ou não conhecimento, isto é, se está ou não dentro dos limites da experiência, depende de uma pressuposição. Depende de se pressupomos ou não a existência de coisas que só podem ser apresentadas a nós através da intuição pura, isto é, apenas segundo a forma do espaço e do tempo.

Ora, vemos que este é o caso na seguinte passagem que agora cito:

> A intuição empírica só é possível mediante a intuição pura (do espaço e do tempo); o que a geometria diz de uma deverá irrefutavelmente valer para a outra e têm de acabar subterfúgios, tais como o de os objectos dos sentidos não serem conformes com as regras da construção no espaço (por exemplo, com a divisibilidade infinita das linhas ou ângulos). Porque assim se negaria a validade objectiva do espaço e, com ela, ao mesmo tempo, a de toda a matemática, deixando de saber-se

> porquê e até que ponto poderia aplicar-se aos fenômenos. A síntese dos espaços e dos tempos, considerada forma essencial de toda a intuição, é o que torna possível, simultaneamente, a apreensão do fenômeno, portanto toda a experiência externa e, assim, todo o conhecimento dos objectos dessa experiência; e o que a matemática, no seu uso puro, demonstra em relação a essa síntese, é o que necessariamente é válido para esta. (A165-166 / B 206-207).

Aqui, Kant estabelece, de uma vez por todas, a ligação entre a matemática e a experiência. Não é, todavia, uma ligação direta: a matemática lida com a forma da sensibilidade, com intuições puras. É apenas porque a forma *a priori* da sensibilidade ordena a matéria recebida *a posteriori* que podemos dizer que a matemática aplica-se a experiência. Portanto, esta ciência encontra-se dentro dos limites da experiência e seus conceitos não são vazios, como dita o princípio da significância de Strawson.

Assim, faz sentido que Kant diga que a aritmética "procura apoio e <u>sentido</u> [*Sinn*] no número e este, por sua vez, nos dedos, nas esferas de coral das tábuas de calcular, ou nos traços e pontos que se põem diante dos olhos". (CRP, A 240 / B 299. Sublinhado nosso). Para Kant, portanto, é a apresentação de uma intuição sensível - neste caso os dedos, o ábaco ou traços no papel - para representar um conceito abstrato que dá sentido a este conceito.

Destarte, avanço esta interpretação para o papel da intuição no método da matemática. No meu caso, diferentemente de Parsons e Hintikka, não enfatizo a importância da introdução da intuição – seja ela um mecanismo lógico ou símbolo sensível - para a operação do matemático. Antes, tenho em vista, aqui, a importância da construção de conceitos para o princípio fundamental do idealismo transcendental: mostrar que não há conhecimento possível, nem mesmo o matemático, além do limite da experiência.

Esta interpretação certamente está mais próxima de Parsons do que da leitura de Hintikka, mas não é desenvolvida explicitamente por nenhum dos dois comentadores.

As interpretações de Hintikka e Parsons decerto são defensáveis, mas julgo que a leitura que desenvolvi acima esteja mais próxima do espírito crítico de Kant.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Parsons fecha o pós-escrito ao seu Kant's philosophy of arithmetic afirmando que nem ele e nem Hintikka "tomaram a tarefa de construir uma explicação verdadeiramente kantiana do caráter *a priori* da matemática"[167] reconhecendo, assim, o caráter sempre provisório das interpretações envolvidas em seu debate.

De maneira semelhante, reconhecemos, igualmente, a dificuldade da tarefa de tecer uma explicação clara, unitária e completa da teoria de Kant sobre a matemática, assim como das múltiplas posições de comentadores tão importantes a respeito desta teoria.

Nosso objetivo, não obstante, foi uma análise crítica dos argumentos utilizados na polêmica entre Hintikka e Parsons a partir de nossa leitura da questão da matemática na *Crítica da Razão Pura*.

Com este objetivo alcançamos algumas conclusões sobre os argumentos dos debatedores principais:

A) Sobre a questão do sentido do termo "intuição" para a matemática em Kant.

O ponto crucial do debate a respeito desta questão é se deve-se compreender a intuição como uma representação singular ou uma representação singular *e* imediata. Observamos, neste caso, que a leitura de Hintikka – intuição como representação singular *apenas* - tende a ser derrubada pelo fato de existir no texto da *Crítica* passagens onde Kant soma a singularidade à imediaticidade.

Hintikka, contudo, defende que coexistência de dois sentidos distintos para "intuição" na mesma obra, sendo um deles remanescente de textos pré-críticos. Ora, se ele pudesse sustentar esta tese, então poderia argumentar que as passagens da *Crítica* onde a imediatidade faz-se presente na definição de intuição não tratariam do mesmo sentido de intuição que lhe interessa. Ocorre, todavia, como mostramos, que mesmo a ligação entre a "intuição" em escritos pré-críticos e o mesmo termo na *Crítica da Razão Pura* apresenta dificuldades.

Logo, enquanto não houverem argumentos mais convincentes para a tese de Hintikka, devemos concluir que a leitura de Parsons é mais adequada para a obra crítica de Kant, ou seja, que a intuição possui em sua definição o caráter da imediaticidade e, conseqüentemente, possui também ligação com a sensibilidade.

[167] "undertaken the task of constructing a truly Kantian explanation of the a priori character of mathematics".

B) Sobre o problema do papel da intuição no método da matemática.

Sobre esta questão, vimos Hintikka expor a tese de que a construção de conceitos equivaleria a um recurso argumentativo formal da matemática que, hoje, seria chamado de instanciação existencial. A introdução de intuições para representar conceitos matemáticos significaria nada mais do que a introdução de termos singulares no argumento matemático a ser desenvolvido.

Parsons, por outro lado, propõe que a introdução de intuições tenha o papel de sensibilizar os conceitos matemáticos, expondo-os diante dos olhos do matemático, permitindo, assim, que ele opere concretamente com os símbolos e figuras e, como conseqüência, o prevenindo contra o erro.

Compreendemos que as teses tanto de Hintikka quanto de Parsons são interpretações possíveis para papéis que a intuição desempenharia no método matemático. Mas não cremos que as posições de nenhum dos dois debatedores representam o tema mais importante para Kant.

É necessário fazer algumas ressalvas, todavia. A interpretação de ambos autores liga a construção de conceitos à existência dos objetos construídos, relação esta que, de acordo com nossa leitura, é problemática.

Além disto, há a questão fundamental da importância da matemática para o projeto crítico de delimitação do alcance e das fontes do conhecimento. Lendo a questão do papel da intuição no método da matemática por esta luz, vemos que a introdução de intuições para representar os conceitos abstratos puros da matemática provém a Kant os meios que ele precisaria para ligar a matemática à sensibilidade.

Julgamos que é esta importante tarefa que a construção de conceitos realiza: garantir que a matemática não trate de conhecimentos além do limite da experiência. Como cada um dos conceitos da matemática, de acordo com Kant, pode e deve ser construído, isto é, representado por uma intuição, segue-se que a matemática aplica-se seguramente à experiência.

Com isto, encerramos o nosso trabalho esperando ter cumprido, ao menos minimamente, os objetivos que nos propomos.

6. Referências Bibliográficas

6.1 Bibliografia Primária

KANT, Immanuel. *Crítica da razão pura*. 5ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

_____. *Da utilidade de uma nova crítica da razão pura*, resposta a Eberhard. São Paulo: HEMUS, 1975.

_____. *Escritos Pré-Críticos*. São Paulo: Editora Unesp, 2005.

_____. *Kritik der reinen Vernunft*. Suttgart: Reclam, 2006.

_____. *Manual dos cursos de Lógica Geral*. Campinas: Editora Unicamp, 2003a.

_____. *Prolegómenos a toda metafísica futura.* Lisboa: Edições 70, 2003b.

6.2 Bibliografia Secundária

6.2.1 Livros

ARISTOTLE. *Posterior analytics, Topica*. Cambridge e London: Harvard University Press, 1960.

BONACCINI, Juan Adolfo. *Kant e o problema da coisa em si no Idealismo Alemão*. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2003.

BRITTAN, Gordon G. *Kant's theory of science*. Princeton: Princeton University Press, 1978.

BOYER, Carl B. *The history of calculus and its conceptual development*. New York: Dover Publications, 1959.

COFFA, J. Alberto. *The semantic tradition from Kant to Carnap*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

COPI, Irving M. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1981.

EUCLIDES. *Os elementos*. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FREGE, Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética*. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1992.

FRIEDMAN, Michael. *Kant and the exact sciences*. Cambridge: Harvard University Press, 1994.

GIUSTI, Ernesto M. *A filosofia da matemática no* Preisschrift *de Kant*. São Paulo: EDUC, 2004.

HINTIKKA, J. *Knowledge and the known*, historical perspectives in epistemology. 2 ed. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1991a.

HÖFFE, O. *Immanuel Kant*. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

HUME, David. *Investigação sobre o entendimento humano e sobre os princípios da moral*. São Paulo: Editora Unesp, 2003.

KITCHER, Phillip. *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York e Oxford: Oxford University Press, 1984.

LEIBNIZ, G. W. *Novos ensaios sobre o entendimento humano*. Lisboa: Edições Colibri, 2004.

LOPARIC, Zeljko. *A semântica transcendental de Kant*. 3 ed. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica Epistemologia e História da Ciência, 2005. Coleção CLE, vol. 41.

MARTIN, Gottfried. *Arithmetic and Combinatorics*, Kant and his contemporaries. Carbondale e Edwardsville: Southern Illinois University Press, 1985.

____. *Kant's metaphysics and theory of science*. Westport: Greenwood Press, 1974.

PATON, H. J. *Kant's Metaphysics of Experience*. Londres: George Allen & Unwin, 1951. vol 2.

PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969.

POSY, C (Ed.). *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

RUSSELL, Bertrand. *Introdução à filosofia matemática.* Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

SHABEL, Lisa. *Mathematics in Kant's critical philosophy*, reflections on mathematical practice. New York e London: Routledge, 2003.

SHAPIRO, Stewart. *Thinking about mathematics*, the philosophy of mathematics. Oxford: Oxford University Press, 2000.

SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds) *Between logic and intuition*, essays in honor of Charles Parsons. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

STRAWSON, P. F. *The bounds of sense*. Londres: Routledge, 2002.

6.2.2 Capítulos de Livros

BEISER, Frederick C. Kant's intellectual development: 1746-1781. In: GUYER, Paul (Ed.) *The Cambridge Companion to Kant*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

BRITTAN, Gordon G. Algebra and intuition. In.: POSY, C. *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

CHIPMAN, L. Kant's Categories and Their Schematism. In: WALKER, R. C. S. (Ed.) *Kant on Pure Reason.* New York: Oxford University Press, 2004.

COFFA, J. Alberto. Kant, Bolzano and the emergence of Logicism. In: DEMOPOULOS, W. *Frege's Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Harvard University Press, 1997.

FRIEDMAN, M. Geometry, construction and intuition in Kant and his successors. In: SHER, G. e TIESZEN, R. (Eds) *Between logic and intuition*, essays in honor of Charles Parsons. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

HINTIKKA, J. On Kant's notion of intuition (Anschauung). In: PENELHUM, T.; MACINTOSH, J. J. (Eds) *The first critique,* reflections on Kant's critique of pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969.

_____. Kant's transcendental method and his theory of mathematics. In: POSY, C. *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

____. Kant's 'new method of thought' and his theory of mathematics. In: _____. *Knowledge and the known*, historical perspectives in epistemology. 2 ed. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1991b.

____. Are logical truths analytic? .In: _____. *Knowledge and the known*, historical perspectives in epistemology. 2 ed. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1991c.

HEIDEGGER, Martin. A tese de Kant sobre o Ser. In: _____. *Heidegger*. São Paulo: Abril Cultural, 1979. Coleção "Os Pensadores".

____. La tesis de Kant: el ser no es un predicado real. In:____. *Los problemas fundamentales de la fenomenologia*. Madrid: Editorial Trotta, 2000.

KÖRNER, S. On the Kantian Foundation of science and mathematics. In: PENELHUM, T. e MACINTOSH, J.J. *The first critique*, reflections on Kant's Critique of Pure reason. Belmont: Wadsworth, 1969.

PARSONS, C. Kant's Philosophy of Arithmetic. In____. *Mathematics in Philosophy*, selected essays. Ithaca: Cornell University Press, 2005.

_____. The transcendental aesthetic. In: GUYER, Paul (Ed.) *The Cambridge Companion to Kant*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

THOMPSON, Manley. Singular terms and intuitions in Kant's epistemology. In: POSY, C (Ed.). *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

YOUNG, M. Construction, schematism, and imagination. In: POSY, C. *Kant's philosophy of mathematics*, modern essays. Dordrecht, Boston e London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

6.2.3 Artigos

BETH, E. W. Über Lockes 'allgemeines dreieck'. *Kant-Studien*. Berlin, v. 48. pp.361-380. 1956-57.

CAIMI, M. "Pensamentos sem conteúdo são vazios". *Analytica*. Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 177-194, 2001-2002.

GIUSTI, Ernesto M. Signo e sentido interno na filosofia da matemática pré-crítica. *Dois pontos*. São Carlos, vol. 2. n 2. p.61-75. out. 2005.

HINTIKKA, J. Kant on the mathematical method. *The Monist*. La Salle, v. 51, nº 3, pp. 352 – 375, jul. 1967.

_____. Kantian intuitions. *Inquiry*. v. 15, n° 1-4, pp. 341-345.1972.

MACFARLANE, John. Frege, Kant and the Logic in Logicism. *The Philosophical Review*, nº 111, pp. 25-65, 2002.

SUTHERLAND, Daniel. The role of magnitude in Kant's Critical Philosophy. *Canadian Journal of Philosophy*. Vol. 34, n° 3. pp. 411-422. sept. 2004.

WINTERBOURNE, A. T. Construction and the role of schematism in Kant's philosophy of mathematics. *TRANS/FORM/AÇÃO*. São Paulo. v. 13. pp. 107-121. 1990.