



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA BIOMÉDICA

THAÍS MARIA DA SILVA BARBOSA

**Estudo Sistemático Das Contribuições De Fluxo De Calor Em Tecidos Biológicos
Sadios De Mama De Humanos**

Recife

2025

THAÍS MARIA DA SILVA BARBOSA

**Estudo Sistemático Das Contribuições De Fluxo De Calor Em Tecidos Biológicos
Sadios De Mama De Humanos**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia Biomédica da
Universidade Federal de Pernambuco, como pré-
requisito à obtenção do título de Bacharel em En-
genharia Biomédica.

Área de Concentração: Engenharia Biomédica

Orientador: Ricardo Emmanuel de Souza

Recife

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Barbosa, Thaís Maria da Silva.

Estudo Sistemático Das Contribuições De Fluxo De Calor Em Tecidos
Biológicos Sadios De Mama De Humanos / Thaís Maria da Silva Barbosa. -
Recife, 2025.

43 p. : il., tab.

Orientador(a): Ricardo Emmanuel de Souza

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Biomédica -
Bacharelado, 2025.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Equação do Biocalor. 2. Câncer de mama. 3. Termografia.. 4. Contraste
Térmico. I. Souza, Ricardo Emmanuel de . (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

***ESTUDO SISTEMÁTICO DAS CONTRIBUIÇÕES DE FLUXO DE CALOR EM
TECIDOS BIOLÓGICOS SADIOS DE MAMA DE HUMANOS***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Graduação em Engenharia
Biomédica da Universidade Federal de
Pernambuco, como pré-requisito à obtenção
do título de Bacharel em Engenharia
Biomédica.

Aprovada em 12 de Agosto de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Emmanuel de Souza
Universidade Federal de Pernambuco/ PPGBEB

Prof. Dr. Emery Cleiton Cabral Correia Lins
Universidade Federal de Pernambuco/ PPGBEB

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus. Sem uma força maior, com certeza esses anos de graduação não seriam possíveis.

Agradeço aos meus pais, que estiveram comigo, sempre me apoiando em toda a minha trajetória de vida. À minha mãe, que foi minha primeira professora, que me ensinou a ler, escrever e fazer os meus primeiros cálculos. E ao meu pai, que sempre fez o melhor que pôde para que eu tivesse a melhor educação e chegasse até aqui.

Agradeço ao meu melhor amigo no mundo, Reginaldo, que, desde o pré-vestibular, me apoia sempre, é a pessoa que mais me conhece e nunca me julga. Obrigada por estar comigo nesses altos e baixos, não só da graduação, como da minha vida.

Agradeço ao meu orientador, professor Ricardo Emmanuel, que me deu a oportunidade de entrar nesta área de pesquisa e sempre foi humano, solícito, paciente e muito disposto a ensinar, mesmo as coisas mais simples.

Agradeço a todas as pessoas que sempre acreditaram, torceram por mim e estiveram comigo de alguma forma nessa caminhada. Obrigada por tanto.

RESUMO

A Equação do Biocalor explica o transporte térmico em tecidos biológicos por condução e convecção sanguínea. Nos anos 1950, descobriu-se que a temperatura da pele podia indicar desordens como o câncer de mama. Desde então, a Termografia tem sido investigada como técnica auxiliar para detecção precoce de tumores mamários. Este estudo modela o fluxo de calor em tecidos biológicos saudáveis, utilizando a Equação do Biocalor. O objetivo é compreender as contribuições dos diferentes termos da equação para a distribuição de temperatura e o contraste térmico nos tecidos. Para resolver a Equação, $\nabla \cdot (k \nabla T) + C(T_a - T) + \dot{Q}_m = \rho_t c_t \frac{\partial T}{\partial t}$, em uma dimensão, considerou-se um tecido biológico entre um reservatório térmico (sistema termorregulador do corpo humano) e a atmosfera. Foram modelados três cenários, considerando a equação do biocalor: apenas o termo difusivo; difusão com geração de calor metabólico; e difusão, geração de calor metabólico e convecção sanguínea. Cada modelo foi analisado com diferentes condições de contorno, gerando cálculos e gráficos para avaliar o impacto de cada termo e das condições de contorno na distribuição de temperatura. Os gráficos mostraram que a temperatura aumenta à medida que novos termos são adicionados à equação. Além disso, O fluxo de calor por convecção no sangue contribui significativamente para o contraste térmico na superfície do tecido. O estudo sugere que o contraste térmico na pele da mama é predominantemente devido à transmissão de calor por convecção via sangue e não ao metabolismo no tecido. Caso surja um tumor, o resultado sugere que o contraste térmico na pele também será dominado pelo aquecimento do sangue que chega ao tumor.

Palavras-chaves: Câncer de mama. Termografia. Equação do Biocalor. Contraste térmico.

ABSTRACT

The Bioheat Equation explains heat transport in biological tissues by blood conduction and convection. In the 1950s, it was discovered that skin temperature could indicate disorders such as breast cancer. Since then, thermography has been investigated as an auxiliary technique for early detection of breast tumors. This study models heat flow in healthy biological tissues using the Bioheat Equation. The objective is to understand the contributions of the different terms of the equation to the temperature distribution and thermal contrast in tissues. To solve the equation, $\nabla \cdot (k \nabla T) + C(T_a - T) + \dot{Q}_m = \rho_t c_t \frac{\partial T}{\partial t}$, in one dimension, a biological tissue was considered between a thermal reservoir (the human body's thermoregulatory system) and the atmosphere. Three scenarios were modeled, considering the bioheat equation: only the diffusive term; diffusion with metabolic heat generation; and diffusion, metabolic heat generation, and blood convection. Each model was analyzed with different boundary conditions, generating calculations and graphs to evaluate the impact of each term and boundary condition on the temperature distribution. The graphs showed that the temperature increases as new terms are added to the equation. In addition, convective heat flux in the blood contributes significantly to the thermal contrast at the tissue surface. The study suggests that the thermal contrast in the breast skin is predominantly due to convective heat transfer via the blood rather than metabolism in the tissue. If a tumor develops, the result suggests that the thermal contrast in the skin will also be dominated by heating of the blood reaching the tumor.

Keywords: Breast cancer. Thermography. Bioheat equation. Thermal contrast.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tecido biológico com espessura L , em uma dimensão, trocando calor com dois ambientes em temperaturas diferentes.	21
Figura 2 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (a)	30
Figura 3 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (b)	30
Figura 4 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (c)	31
Figura 5 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (d)	31

LISTA DE CÓDIGOS

Código Fonte 1	–	Código para o cálculo das raízes dos polinômios de quarto grau . .	36
Código Fonte 2	–	Código padrão para gerar os gráficos	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros físicos utilizados nos cálculos analíticos	26
Tabela 2 – Parâmetros físicos gerais utilizados	26
Tabela 3 – Constantes e soluções para o modelo TD	27
Tabela 4 – Constantes e soluções para o modelo TD+TM	28
Tabela 5 – Constantes e soluções para o modelo TD+TM+TC	29

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	CÂNCER DE MAMA	14
2.2	TERMOGRAFIA	16
2.3	TERMOGRAFIA DE MAMA	17
3	OBJETIVOS	20
3.1	OBJETIVO GERAL	20
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
4	METODOLOGIA	21
4.1	CONDIÇÕES DE CONTORNO	23
4.1.1	(a) Temperatura arterial em $x = 0$ e convecção simples na extremidade da direita, $x = L$	23
4.1.2	(b) Derivada da temperatura nula em $x = 0$ e convecção simples na extremidade da direita, $x = L$	24
4.1.3	(c) Temperatura arterial em $x = 0$ e transmissão de calor por radiação na extremidade da direita, $x = L$	24
4.1.4	(d) Temperatura arterial em $x = 0$ e convecção e radiação combinadas na extremidade da direita, $x = L$	25
4.2	MÉTODO DE SOLUÇÃO	25
5	RESULTADOS	27
5.1	RESULTADOS POR MODELO	27
5.1.1	Modelo Tipo 1 – Difusivo Puro (TD)	27
5.1.2	Modelo Tipo 2 – Difusivo com Metabolismo (TD+TM)	28
5.1.3	Modelo Tipo 3 – Completo (TD+TM+TC)	28
5.1.4	Perfis Gráficos	29
5.1.5	Análise Comparativa das Condições de Contorno	32
6	CONCLUSÃO	33
	REFERÊNCIAS	34
	APÊNDICE A – CÓDIGO PARA CÁLCULOS E GRÁFICOS	36

ANEXO A – SUBMISSÃO VIII SABIO 2024: TOMOGRAFIA TÉR- MICA (TT): UM ESTUDO PRELIMINAR DA EQUA- ÇÃO DO BIOCALOR EM UMA DIMENSÃO	38
ANEXO B – SUBMISSÃO VIII SABIO 2024: TOMOGRAFIA TÉR- MICA (TT): ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEM- PERATURA EM TECIDO BIOLÓGICO COM TU- MOR EM 1D	39
ANEXO C – CERTIFICADO DE MENÇÃO HONROSA NO VIII SIMPÓSIO DE INOVAÇÃO EM ENGENHARIA BI- OMÉDICA (VIII SABIO 2024)	41
ANEXO D – SUBMISSÃO III SEMINÁRIO ICEIS: TOMOGRA- FIA TÉRMICA (TT): EQUAÇÃO DO BIOCALOR: UM ESTUDO SISTEMÁTICO EM TECIDO SADIO .	42

1 INTRODUÇÃO

O estudo do transporte térmico em tecidos biológicos representa uma das fronteiras mais promissoras da engenharia biomédica, com aplicações diretas no diagnóstico e tratamento de diversas patologias. A compreensão dos mecanismos de transferência de calor no corpo humano tornou-se particularmente relevante no contexto da detecção precoce do câncer de mama, uma das principais causas de mortalidade feminina em todo o mundo.

O câncer de mama constitui um problema de saúde pública de magnitude global, representando aproximadamente 11,7% de todos os novos casos de câncer diagnosticados anualmente (SUNG et al., 2021). No Brasil, a situação é igualmente preocupante, com estimativa de 73.610 casos novos para o triênio 2023–2025, correspondendo a uma taxa ajustada de incidência de 41,89 casos por 100.000 mulheres (BRASIL. Instituto Nacional de Câncer, 2022). Estes números evidenciam a urgente necessidade de desenvolvimento e aprimoramento de técnicas de diagnóstico precoce, capazes de identificar alterações patológicas em estágios iniciais, quando as chances de cura são significativamente maiores.

Neste contexto, a termografia infravermelha emerge como uma técnica auxiliar promissora. Desde a década de 1950, quando Lawson demonstrou pioneiramente que tumores malignos apresentam características térmicas distintas devido ao aumento da vascularização e atividade metabólica, a comunidade científica tem investigado o potencial desta técnica não invasiva e não ionizante para a detecção de alterações patológicas na mama.

A base teórica para compreensão dos fenômenos térmicos em tecidos biológicos reside na Equação do Biocalor, proposta por Pennes (1948). Esta equação matemática descreve de forma abrangente os mecanismos de transporte térmico em sistemas vivos, considerando três componentes fundamentais: a condução térmica através dos tecidos, a convecção promovida pela circulação sanguínea e a geração de calor pelo metabolismo celular.

A relevância desta abordagem matemática torna-se evidente quando consideramos que as alterações patológicas, como o desenvolvimento de tumores, modificam significativamente os padrões de vascularização e metabolismo local. Estas mudanças fisiológicas refletem-se diretamente na distribuição de temperatura dos tecidos, criando contrastes térmicos detectáveis por meio de técnicas termográficas.

Apesar dos avanços tecnológicos nas últimas décadas, que resultaram em câmeras infravermelhas de alta resolução capazes de detectar diferenças de temperatura de até $0,1^{\circ}\text{C}$, ainda

existe uma lacuna significativa na compreensão quantitativa de como cada termo da Equação do Biocalor contribui para a formação dos padrões térmicos observados nos tecidos mamários saudáveis.

Este trabalho propõe-se a um estudo sistemático e quantitativo das contribuições individuais de cada termo da Equação do Biocalor para a distribuição de temperatura em tecidos biológicos saudáveis de mama. A abordagem metodológica adotada, baseada em soluções analíticas de modelos unidimensionais com diferentes níveis de complexidade fisiológica, permite uma compreensão dos mecanismos físicos envolvidos.

A originalidade do estudo reside na análise comparativa sistemática entre modelos que consideram isoladamente e em conjunto os efeitos da difusão térmica, geração de calor metabólico e convecção sanguínea. Adicionalmente, o trabalho inova ao considerar simultaneamente os mecanismos de convecção e radiação nas condições de contorno, uma abordagem que não foi encontrada na literatura especializada.

O presente trabalho está estruturado de forma a proporcionar uma compreensão progressiva dos fenômenos térmicos em tecidos biológicos. Inicialmente, apresenta-se uma revisão sobre o câncer de mama e termografia, estabelecendo o contexto clínico e tecnológico da pesquisa. Em seguida, desenvolve-se a modelagem matemática baseada na Equação do Biocalor, com a proposição de três modelos de complexidade crescente e quatro condições de contorno distintas.

Os resultados obtidos visam contribuir para o avanço do conhecimento científico na área de biotransferência de calor e estabelecer bases teóricas para futuras pesquisas voltadas ao diagnóstico termográfico de patologias mamárias. Desta forma, este trabalho representa um passo importante na direção de técnicas de diagnóstico mais acessíveis, seguras e eficazes para a população feminina.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CÂNCER DE MAMA

Hipócrates, conhecido como o pai da medicina, foi o precursor do uso da palavra câncer. Ademais, o câncer foi detectado em egípcios, o que deixa claro que não se trata de uma doença recente, mas que afetava os seres humanos há mais de três mil anos antes de Cristo (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2011).

O câncer é uma doença que se caracteriza pela proliferação celular descontrolada de células anormais. Esse conjunto de células forma os tumores malignos, que são capazes de acometer tecidos adjacentes e, por sua resistência aos tratamentos, pode até causar a morte da pessoa afetada (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2011).

O câncer de mama é um problema de saúde pública mundial, sendo o quinto tipo de câncer que mais mata no mundo, o mais diagnosticado em mulheres e a principal causa de morte por câncer nesse público (SUNG et al., 2021). Segundo dados globais, representa aproximadamente 11,7% de todos os novos casos de câncer diagnosticados anualmente (SUNG et al., 2021). No cenário brasileiro, desconsiderando os tumores de pele do tipo não melanoma, o câncer de mama se destaca como o mais frequente entre as mulheres em todas as regiões do país. Para o período de 2023 a 2025, estima-se a ocorrência de 73.610 novos casos, correspondendo a uma taxa de incidência ajustada de 41,89 por 100.000 mulheres. (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2022).

Apesar de não haver uma razão isolada, existem diversos fatores de risco para o surgimento deste tipo de câncer. Em relação à faixa etária, o risco de desenvolver este tipo de câncer aumenta significativamente em mulheres a partir de 50 anos de idade, sendo a idade o principal fator de risco não modificável. Os fatores comportamentais e ambientais incluem a realização frequente de exames que causam exposição à radiação ionizante (raio X, tomografia e mamografia), sedentarismo, obesidade e sobrepeso em mulheres a partir do início da menopausa, e hábitos alimentares inadequados, como o consumo excessivo de bebida alcoólica. O histórico reprodutivo compreende menarca anterior aos 12 anos de idade, primeira gravidez após os 30 anos, nuliparidade (ausência de filhos) e menopausa após os 55 anos. O histórico hormonal engloba o uso prolongado de pílula anticoncepcional e a realização de terapia de reposição hormonal após a menopausa, especialmente por período superior a cinco anos. Os fatores hereditários e genéticos incluem histórico familiar de câncer de ovário em mulheres da

família, além de câncer de mama em familiares do sexo masculino e feminino. No último caso, há maior relevância quando a parente for mãe, irmã ou filha, sobretudo com idade anterior aos 50 anos. Alterações genéticas herdadas, principalmente nos genes BRCA1 e BRCA2, conferem maior risco de desenvolvimento da doença. É importante ressaltar que a presença de um ou mais desses fatores não significa que a mulher necessariamente desenvolverá a doença em algum momento de sua vida. (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2023).

Atualmente, a mamografia constitui a principal ferramenta para o diagnóstico do câncer de mama. Este exame tem como finalidade gerar imagens de alta resolução espacial da estrutura interna da mama, facilitando a obtenção de diagnósticos precisos. Como a distinção radiográfica entre tecidos saudáveis e alterados é sutil, a excelência na qualidade do exame é essencial para garantir uma resolução com alto contraste, possibilitando uma identificação mais precisa das alterações. (NEWMAN, 1998).

A mamografia bienal é recomendada como estratégia de detecção precoce para mulheres na faixa etária de 50 a 69 anos (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2023). Também é recomendado que o exame clínico das mamas seja realizado em todas as consultas médicas, e que as próprias mulheres mantenham atenção às alterações mamárias, independentemente da idade. Além da mamografia, exames complementares como ultrassonografia, ressonância magnética e, em casos indicados, biópsias são utilizados para confirmar alterações suspeitas por meio de análise histopatológica.

Segundo o Instituto Nacional de Câncer, o tratamento do câncer de mama é definido de forma individualizada: “Envolve diferentes modalidades terapêuticas, como cirurgia (mastectomia ou cirurgia conservadora), quimioterapia, radioterapia, hormonioterapia e terapias-alvo, dependendo do estadiamento da doença, das características do tumor e das condições clínicas da paciente” (Instituto Nacional de Câncer (Brasil), 2011, p.73).

O prognóstico do câncer de mama está diretamente relacionado ao estágio da doença no momento do diagnóstico. Pesquisas indicam que, quando diagnosticado precocemente, o câncer apresenta taxas de sobrevida em cinco anos que podem variar entre 93% e 100%, mas essas taxas caem para cerca de 70% nos casos detectados em estágios mais avançados (Observatório de Oncologia, 2024).

Por isso, a conscientização sobre a importância do autocuidado, do conhecimento dos fatores de risco e da participação em programas de rastreamento é fundamental para reduzir a morbimortalidade associada a esta neoplasia.

2.2 TERMOGRAFIA

A *termografia infravermelha* (Infrared Thermography – IRT) teve suas origens em aplicações militares, sendo desenvolvida durante a Segunda Guerra Mundial para detecção de alvos inimigos por meio de sua assinatura térmica. Desde então, a técnica evoluiu consideravelmente, expandindo-se para áreas como a indústria aeroespacial, medicina e engenharia civil. A melhoria nos detectores infravermelhos viabilizou equipamentos mais sensíveis e portáteis, transformando uma ferramenta militar restrita em tecnologia amplamente difundida em contextos civis. Atualmente, é uma das principais técnicas de ensaio não destrutivo (END), permitindo a detecção de defeitos internos por meio da análise da radiação térmica emitida pela superfície dos materiais (QU; JIANG; ZHANG, 2020).

Essa tecnologia baseia-se nos princípios da transferência de calor por radiação, particularmente na Lei de Stefan-Boltzmann. Em 1879, Josef Stefan demonstrou experimentalmente que a energia irradiada por um corpo negro é proporcional à quarta potência da sua temperatura absoluta — conclusão posteriormente confirmada teoricamente por Ludwig Boltzmann, em 1884. A expressão matemática dessa lei é $E = \sigma T^4$, onde E é o poder emissivo, σ a constante de Stefan-Boltzmann e T a temperatura absoluta. Na prática, regiões com anomalias térmicas, como falhas ou descontinuidades internas, apresentam padrões de temperatura distintos de áreas íntegras quando submetidas a um estímulo térmico (KHODAYAR; SOJASI; MALDAGUE, 2015). Um fator crítico para a correta interpretação das imagens é a emissividade do material, que representa a razão entre a energia emitida por uma superfície real e a que seria emitida por um corpo negro à mesma temperatura.

De acordo com a metodologia de excitação térmica, a técnica pode ser dividida em modalidades passiva e ativa. Na modalidade passiva, não há necessidade de estímulo externo: o mapeamento térmico depende apenas das diferenças naturais de temperatura, sendo ideal para aplicações como inspeção de equipamentos elétricos, análise de edificações e uso clínico. Já a modalidade ativa utiliza fontes externas de calor para provocar variações térmicas mais evidentes, o que permite detectar anomalias superficiais e subsuperficiais. As principais abordagens incluem a termografia por pulso térmico (*Pulsed Thermography*), *Lock-in Thermography* e aquecimento contínuo (*Step Heating Thermography*) — cada qual com vantagens específicas dependendo do material e do tipo de defeito investigado (IBARRA-CASTANEDO et al., 2013).

No campo médico, a técnica é aplicada em diversas especialidades, como neurologia, reumatologia, ortopedia, medicina esportiva, entre outras. Sua natureza não invasiva e não ioni-

zante a torna ideal para diagnósticos repetidos, sem riscos ao paciente. A base dessa aplicação está no fato de que alterações fisiológicas, como inflamações ou variações no fluxo sanguíneo, geram mudanças térmicas na pele, detectáveis por câmeras infravermelhas. Essas alterações se devem a processos como vasodilatação, hipervascularização e aumento do metabolismo tecidual, podendo indicar a presença de patologias (CÔRTE; HERNANDEZ, 2016).

Avanços recentes vêm integrando essa técnica a métodos de inteligência artificial, especialmente redes neurais convolucionais (CNNs) e arquiteturas como DeepLabv3 e BiLSTM. Esses modelos têm superado abordagens tradicionais em tarefas de segmentação e classificação de imagens térmicas, oferecendo maior precisão e robustez (VARGAS, 2024). O uso de *machine learning* tem permitido a automação da análise, reduzindo a subjetividade dos diagnósticos e aumentando a confiabilidade dos resultados, o que é particularmente útil em aplicações com grandes volumes de dados ou exigência de monitoramento contínuo.

Entre as principais vantagens desse método, destacam-se sua capacidade de análise em tempo real, ausência de radiação ionizante, não destrutividade e possibilidade de avaliar grandes áreas simultaneamente. Também permite a detecção precoce de anomalias, possibilitando ações preventivas. No entanto, limitações como influência de fatores ambientais (temperatura ambiente, umidade, correntes de ar) e a necessidade de calibração de emissividade específica para cada material devem ser consideradas. Além disso, o método é mais sensível a alterações superficiais, sendo menos eficaz para defeitos profundos em materiais de baixa condutividade térmica.

2.3 TERMOGRAFIA DE MAMA

O uso da termografia na detecção do câncer de mama remonta à década de 1950, quando (LAWSON, 1956) demonstrou que tumores malignos apresentam metabolismo local acelerado, em decorrência da rápida divisão celular e do aumento da vascularização sanguínea e linfática. Essas alterações resultam em elevação da temperatura, que pode ser detectada na superfície da pele. Em uma série de 26 pacientes com diagnóstico confirmado de câncer de mama, o autor observou um aumento médio de 2,27°F na temperatura da área tumoral ou da aréola ipsilateral, variando entre 1,3°F e 3,5°F.

A termografia mamária foi formalmente introduzida como método diagnóstico em 1965 e, inicialmente, teve boa aceitação da comunidade científica. No entanto, sua eficiência comparada à da mamografia foi questionada ao longo do tempo, o que resultou em menor adoção

clínica posterior (AMARAL, 2013). Ainda assim, seu princípio permanece válido: tumores malignos tendem a apresentar maior vascularização e atividade metabólica, o que resulta em alterações detectáveis na temperatura superficial da pele (LAWSON, 1956).

Essa característica permite a identificação de padrões térmicos anômalos que podem indicar a presença de lesões mamárias. Por se tratar de um exame não invasivo, indolor e que não utiliza radiação ionizante, a termografia é considerada uma ferramenta promissora como método complementar na detecção precoce do câncer de mama. Além disso, ela possibilita a análise da distribuição térmica de toda a superfície do corpo do paciente, sem causar desconforto, sendo uma alternativa especialmente útil para triagem ou monitoramento de casos suspeitos (BRASILEIRO, 2015).

Entretanto, entre as décadas de 1970 e 1990, diversos estudos passaram a relatar altos índices de falsos positivos associados à termografia mamária, o que comprometeu sua credibilidade como método diagnóstico autônomo. Um dos marcos desse período foi a exclusão da termografia pelo Breast Cancer Detection and Demonstration Project (1973–1981), devido à sua baixa sensibilidade diagnóstica, inferior a 45%, o que levou o Instituto Nacional do Câncer (NCI) dos Estados Unidos a descartá-la como técnica eficaz no rastreamento do câncer de mama (AL., 2025). Esse cenário, aliado à crescente superioridade da mamografia, levou à diminuição progressiva do interesse da comunidade médica pela técnica, conforme já apontado por (AMARAL, 2013), que relata o declínio da termografia diante das limitações percebidas e da comparação desfavorável com métodos consolidados.

Nos últimos anos, houve um renovado interesse na termografia mamária como técnica complementar à mamografia, especialmente devido aos avanços tecnológicos de sensores infravermelhos e processamento de imagem. Equipamentos modernos, como o termovisor Fluke Ti400, oferecem sensibilidade térmica de até $0,05^{\circ}\text{C}$ (NETD 50mK) e resolução de 320×240 pixels, com precisão de $\pm 2^{\circ}\text{C}$, possibilitando a captação de pequenas variações de temperatura para imagens corporais mais precisas e reprodutíveis FLUKE2024. A técnica baseia-se na detecção de padrões de calor e fluxo sanguíneo na pele da mama ou próximo a ela, aproveitando o fato de que qualquer doença, por menor acometimento que possa causar, já produz uma anomalia da emissão do infravermelho, para mais ou para menos.

Estudos recentes têm demonstrado resultados promissores quando a termografia é utilizada como ferramenta complementar. Pesquisas desenvolvidas com termogramas de pacientes do Ambulatório de Mastologia do Hospital das Clínicas da UFPE apresentaram resultados expressivos, com acurácia de 93,42% e sensibilidade de 94,73% na classificação binária “câncer x

não câncer". Para um diagnóstico envolvendo quatro classes (maligno, benigno, cisto e normal), os resultados também foram significativos, demonstrando o potencial da técnica quando associada a algoritmos de inteligência artificial (VASCONCELOS, 2017).

A termografia mamária apresenta várias vantagens em relação aos métodos tradicionais de imagem. É uma técnica não invasiva, não utiliza radiação ionizante, é indolor e pode ser repetida quantas vezes necessário sem risco para a paciente (AL., 2024). A técnica é particularmente útil em mulheres jovens com tecido mamário denso, onde a mamografia pode ter limitações (AMARAL, 2013).

Apesar dos avanços, é importante reconhecer as limitações da termografia mamária que não deve ser utilizada no lugar da mamografia, que continua sendo a ferramenta mais eficaz para detectar o câncer de mama, especialmente em estágios iniciais quando o câncer apresenta maior possibilidade de cura (SOCIEDADE BRASILEIRA DE MASTOLOGIA (SBM), 2023).

Atualmente, a termografia mamária está sendo integrada com técnicas de inteligência artificial e aprendizado de máquina para melhorar sua precisão diagnóstica. Algoritmos de deep learning estão sendo desenvolvidos para analisar padrões térmicos complexos e reduzir a subjetividade na interpretação das imagens. Essa abordagem multidisciplinar, combinando avanços tecnológicos com expertise médica, promete expandir as aplicações clínicas da termografia mamária. A técnica também tem potencial para auxiliar no monitoramento da resposta ao tratamento, uma vez que mudanças na vascularização tumoral podem ser detectadas através de alterações nos padrões térmicos.

O futuro da termografia mamária parece promissor quando utilizada como parte de um protocolo de diagnóstico multimodal. A combinação da termografia com outros métodos de imagem, como mamografia, ultrassonografia e ressonância magnética, pode proporcionar uma avaliação mais abrangente das mamas (VASCONCELOS, 2017). Pesquisas continuam sendo desenvolvidas para estabelecer protocolos padronizados de aquisição e interpretação de imagens termográficas, bem como para definir critérios específicos que otimizem a sensibilidade e especificidade da técnica. Com o desenvolvimento contínuo da tecnologia e a melhor compreensão dos padrões térmicos mamários, a termografia pode se tornar uma ferramenta valiosa no arsenal diagnóstico para o câncer de mama, especialmente em programas de rastreamento e em populações com acesso limitado à mamografia.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo deste projeto é compreender de forma quantitativa como os vários termos da Equação do Biocalor, em uma dimensão, contribuem para a determinação da distribuição de temperatura em tecidos biológicos humanos sadios.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A realização deste trabalho tem como objetivos específicos os seguintes pontos:

1. Calcular doze modelos matemáticos, resultantes das combinações dos termos usados na Equação do Biocalor e as condições de contorno;
2. Gerar gráficos das distribuições de temperatura ao longo do tecido;
3. Interpretar as diferentes contribuições para o fluxo de calor no tecido.

4 METODOLOGIA

Neste trabalho adotou-se como verdadeira a descrição do fluxo de calor em tecidos biológicos humanos através da Equação do Biocalor. Embora o fluxo de calor seja um processo físico difusivo e intrinsecamente tridimensional, por questões didáticas e práticas, trataremos os tecidos biológicos em uma dimensão.

Modelos unidimensionais têm aplicação relevante em contextos anatômicos em que a espessura do tecido é pequena comparada às demais dimensões, como ocorre em regiões como o tórax humano. Estudos como o de Yokomizo et al. (2017) mostram que, mesmo com essa simplificação, os resultados permanecem consistentes com dados mais complexos, apresentando variações de temperatura médias inferiores a 1°C.

De forma qualitativa, espera-se que este tratamento produza gradientes de temperatura mais elevados do que o tratamento em três dimensões, visto que todo calor é obrigado a fluir em apenas uma direção. A geometria adotada para o problema é apresentada na Figura 1, baseada na proposta de Figueiredo e Guimarães (2015).



Figura 1 – Tecido biológico com espessura L , em uma dimensão, trocando calor com dois ambientes em temperaturas diferentes.

Fonte: Autora (2025)

EQUAÇÃO DO BIOCALOR

O ponto de partida deste projeto é a equação de biotransferência de calor proposta por Pennes (1948) como modelo matemático para simular a distribuição de temperatura em tecidos biológicos para a temperatura T , em uma posição arbitrária do tecido biológico:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + C(T_a - T) + \dot{Q}_m = \rho_t c_t \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Onde:

- k é a condutividade térmica do tecido
- C é a capacidade térmica por unidade de tempo e volume
- T_a é a temperatura arterial
- $\dot{Q}_m$ é o calor produzido pelo metabolismo celular por unidade de volume
- ρ_t é a densidade de massa do tecido
- c_t é o calor específico do tecido

A capacidade térmica do sangue por unidade de tempo e volume é dada por:

$$C = \rho_s c_s w_s \quad (4.2)$$

Sendo:

- ρ_s a densidade de massa do sangue
- c_s o calor específico do sangue
- w_s a perfusão sanguínea

MODELAGEM MATEMÁTICA

Os modelos que serão estudados são definidos para a geometria apresentada na Figura 1, ou seja, não há fluxo de calor na direção perpendicular à direção x . Além disso, considera-se que o tecido está em regime estacionário, ou seja, sem variação temporal da temperatura. Então,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

Dessa forma, a equação de Pennes assume a forma estacionária unidimensional, escrita como:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + C(T_a - T) + \dot{Q}_m = 0 \quad (4.4)$$

Desse modo, foram estudados os seguintes modelos:

Modelo tipo 1 – Apenas termo difusivo:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = 0 \quad (4.5)$$

Onde supõe-se que k , a condutividade térmica do tecido, não depende da posição no tecido.

Modelo tipo 2 – Difusão + metabolismo:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{Q}_m = 0 \quad (4.6)$$

Onde supõe-se que k , a condutividade térmica do tecido e, $\dot{Q}_m$, a taxa de calor produzido pelo tecido por unidade de volume, não dependem da posição no tecido.

Modelo tipo 3 – Difusão + metabolismo + convecção sanguínea:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + C(T_a - T) + \dot{Q}_m = 0 \quad (4.7)$$

Onde supõe-se que k , a condutividade térmica do tecido e, $\dot{Q}_m$, a taxa de calor produzido pelo tecido por unidade de volume, não dependem da posição no tecido. E, finalmente, C , o parâmetro associado ao calor transmitido por convecção através da circulação sanguínea, também, é considerado independente da posição.

4.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno descrevem o comportamento térmico nas extremidades do tecido biológico modelado ($x = 0$ e $x = L$). A seguir, são apresentadas as quatro condições utilizadas nos cálculos dos modelos matemáticos.

4.1.1 (a) Temperatura arterial em $x = 0$ e convecção simples na extremidade da direita, $x = L$

$$T(0) = T_a \quad (4.8)$$

$$-k \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h \cdot (T - T_{\text{amb}}) \quad (4.9)$$

Essa condição de contorno considera que a extremidade esquerda do tecido ($x = 0$) mantém-se à temperatura arterial T_a , representando a entrada do sangue no tecido. Já na extremidade direita ($x = L$), há troca de calor com o ambiente por convecção, com coeficiente de transferência h , simulando a perda de calor superficial.

4.1.2 (b) Derivada da temperatura nula em $x = 0$ e convecção simples na extremidade da direita, $x = L$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (4.10)$$

$$-k \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h \cdot (T - T_{\text{amb}}) \quad (4.11)$$

Neste caso, a derivada da temperatura é nula na extremidade esquerda. Já na extremidade direita, ocorre perda de calor por convecção, como na condição anterior.

4.1.3 (c) Temperatura arterial em $x = 0$ e transmissão de calor por radiação na extremidade da direita, $x = L$.

$$T(0) = T_a \quad (4.12)$$

$$-k \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{\text{amb}}^4) \quad (4.13)$$

A extremidade esquerda do tecido permanece à temperatura arterial T_a . Na extremidade direita, a perda de calor ocorre por radiação térmica. A adoção dessa condição de contorno foi inspirada no trabalho de Ledwon et al. (2022), no qual os autores aplicam a condição de radiação térmica segundo a Lei de Stefan-Boltzmann para simular a dissipação de calor na superfície de tecidos biológicos.

Embora os autores tenham trabalhado com geometria cilíndrica, a formulação matemática da condição de contorno radiativa é independente da geometria e representa de forma mais realística a perda de calor na superfície da pele exposta ao ambiente, onde a transferência radiativa constitui um mecanismo importante de dissipação térmica. Tal abordagem mostrou-se adequada para representar com maior fidelidade a perda de calor em superfícies biológicas, sendo particularmente útil para modelos que buscam aproximar-se de condições fisiológicas reais observadas em tecidos vivos.

4.1.4 (d) Temperatura arterial em $x = 0$ e convecção e radiação combinadas na extremidade da direita, $x = L$

$$T(0) = T_a \quad (4.14)$$

$$-k \cdot \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h \cdot (T - T_{\text{amb}}) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{\text{amb}}^4) \quad (4.15)$$

Nesta condição mais abrangente, a extremidade esquerda do tecido é mantida à temperatura arterial T_a , enquanto a extremidade direita perde calor simultaneamente por convecção e radiação térmica. Esse cenário representa uma situação mais realista de troca térmica com o ambiente, considerando os dois principais mecanismos de dissipação de calor na superfície da pele.

4.2 MÉTODO DE SOLUÇÃO

A resolução do problema foi conduzida mediante solução analítica, abordagem apropriada para sistemas lineares com condições de contorno bem definidas. O desenvolvimento computacional foi implementado em linguagem Python, utilizando as bibliotecas NumPy para manipulação de arrays numéricos, SymPy para computação simbólica e Matplotlib para visualização gráfica dos resultados.

Um aspecto relevante do modelo proposto refere-se ao tratamento da condição de contorno radiativa, que introduz um termo não linear proporcional a T^4 . Diferentemente de metodologias convencionais que empregam aproximações por linearização local, optou-se pela resolução simbólica da equação completa, preservando integralmente a não linearidade do fenômeno radiativo. Esta abordagem, viabilizada pelo uso da biblioteca SymPy, permitiu a obtenção das raízes exatas da equação polinomial de quarto grau resultante, assegurando maior rigor matemático e precisão dos resultados obtidos.

As Tabelas 1 e 2 apresenta os parâmetros físicos e térmicos utilizados durante o desenvolvimento dos cálculos analíticos. Os valores foram obtidos das fontes indicadas e representam propriedades típicas de tecidos biológicos humanos, condições ambientais padronizadas e constantes físicas fundamentais.

Tabela 1 – Parâmetros físicos utilizados nos cálculos analíticos

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
k	0,42	W/m · K	Condutividade térmica
w_s	0,0009	s ⁻¹	Perfusão sanguínea
ρ_s	920	kg/m ³	Densidade do sangue
c_s	3000	J/kg · K	Calor específico do sangue
Q_m	450	W/m ³	Geração de calor metabólico
h	5	W/m ² · K	Coeficiente de convecção

Fonte: Figueiredo e Guimarães, 2015.

Os valores abaixo foram definidos com base em condições fisiológicas típicas e constantes físicas amplamente aceitas na literatura científica, apenas a espessura do tecido foi determinada pela autora.

Tabela 2 – Parâmetros físicos gerais utilizados

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
T_a	310,15	K	Temperatura arterial
T_{amb}	298,15	K	Temperatura ambiente
L	0,05	m	Espessura do tecido
σ	$5,6703 \times 10^{-8}$	W/m ² · K	Constante de Stefan-Boltzmann
ε	0,95	–	Emissividade da pele

5 RESULTADOS

Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos para os três modelos matemáticos descritos na metodologia: o modelo puramente difusivo (TD), o modelo com metabolismo (TD+TM) e o modelo completo com perfusão sanguínea (TD+TM+TC). Para cada modelo, foram aplicadas quatro condições de contorno, de (a) a (d). Todos os resultados foram obtidos com os parâmetros das Tabelas 1 e 2.

5.1 RESULTADOS POR MODELO

5.1.1 Modelo Tipo 1 – Difusivo Puro (TD)

Equação diferencial

A equação que governa o modelo é:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (5.1)$$

Cuja solução geral é uma função linear:

$$T(x) = C_1x + C_2 \quad (5.2)$$

Soluções para cada condição de contorno

Tabela 3 – Constantes e soluções para o modelo TD

Condição	C_1	C_2	Solução $T(x)$
(a)	-104,477	310,15	$T(x) = -104,477x + 310,15$
(b)	0	296,15	$T(x) = 296,15$
(c)	-114,76	310,15	$T(x) = -114,76x + 310,15$
(d)	-157,32	310,15	$T(x) = -157,32x + 310,15$

Aplicando a condição de contorno (c.2), obtém-se um polinômio de quarto grau. O parâmetro C_1 foi calculado utilizando a biblioteca sympy do Python, com a equação implementada diretamente no código. Em todos os casos foram obtidas quatro raízes: duas complexas e duas

reais. As raízes complexas foram descartadas por não possuírem significado físico, uma vez que estamos trabalhando com temperatura, uma grandeza necessariamente real. Dentre as duas raízes reais, foi selecionada aquela de maior valor, pois a outra apresentava valor muito baixo, não sendo representativa para o problema térmico em questão. A mesma lógica foi adotada para a condição de contorno (d.2). O código correspondente utilizado nestes e nos demais cálculos das condições de contorno (c) e (d) encontra-se no Apêndice A.2.

5.1.2 Modelo Tipo 2 – Difusivo com Metabolismo (TD+TM)

Equação diferencial

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_m}{k} = 0 \quad (5.3)$$

Solução geral:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_m}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad (5.4)$$

Soluções para cada condição de contorno

Tabela 4 – Constantes e soluções para o modelo TD+TM

Condição	C_1	C_2	Solução $T(x)$
(a)	56,37	310,15	$T(x) = -591,42x^2 + 56,37x + 310,15$
(b)	0	301,56	$T(x) = -591,42x^2 + 301,56$
(c)	-68,07	310,15	$T(x) = -591,42x^2 - 68,07x + 310,15$
(d)	-114,93	310,15	$T(x) = -591,42x^2 - 114,93x + 310,15$

5.1.3 Modelo Tipo 3 – Completo (TD+TM+TC)

Equação diferencial

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{C}{k}(T - T_a) + \frac{\dot{q}_m}{k} = 0 \quad (5.5)$$

Solução geral:

$$T(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} + \frac{B}{A} \quad (5.6)$$

Onde:

$$r_1 = A, \quad r_2 = -A$$

$$A = \frac{\rho_s c_s w_s}{k}, \quad B = \rho_s c_s w_s T_a + \dot{q}_m$$

Soluções para cada condição de contorno

Tabela 5 – Constantes e soluções para o modelo TD+TM+TC

Condição	C_1	C_2	Solução $T(x)$
(a)	-0,68	-0,21	$T(x) = -0,68e^{34,4x} - 0,21e^{-34,4x} + 311,05$
(b)	0,5	0,5	$T(x) = 0,5(e^{34,4x} + e^{-34,4x}) + 311,05$
(c)	-0,77	-0,13	$T(x) = -0,77e^{34,4x} - 0,13e^{-34,4x} + 311,05$
(d)	-1,14	0,27	$T(x) = -1,14e^{34,4x} + 0,27e^{-34,4x} + 311,05$

5.1.4 Perfis Gráficos

Os gráficos das Figuras a seguir mostram os perfis térmicos ao longo da espessura do tecido para cada modelo com as diferentes condições de contorno, com variação de x entre 0 e L , usando 100 pontos.

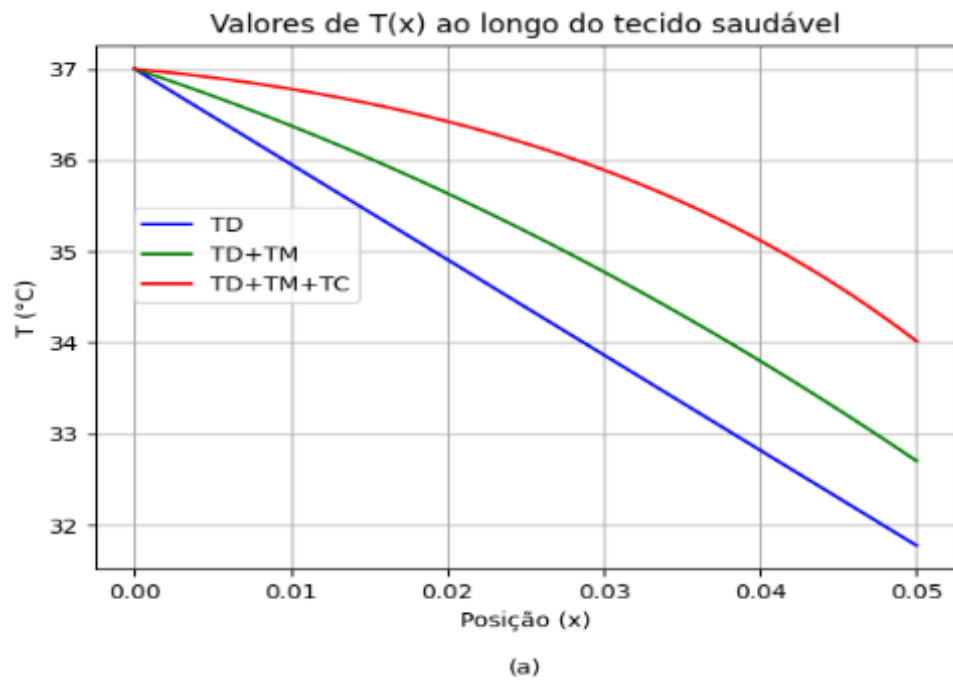


Figura 2 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (a)

Fonte: Autora (2025)

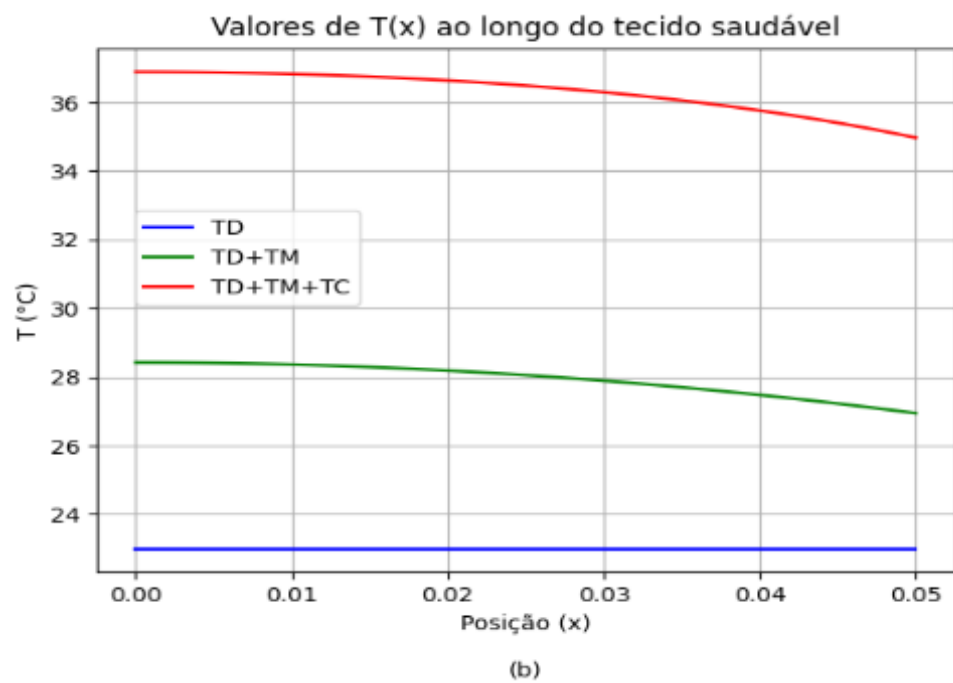


Figura 3 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (b)

Fonte: Autora (2025)

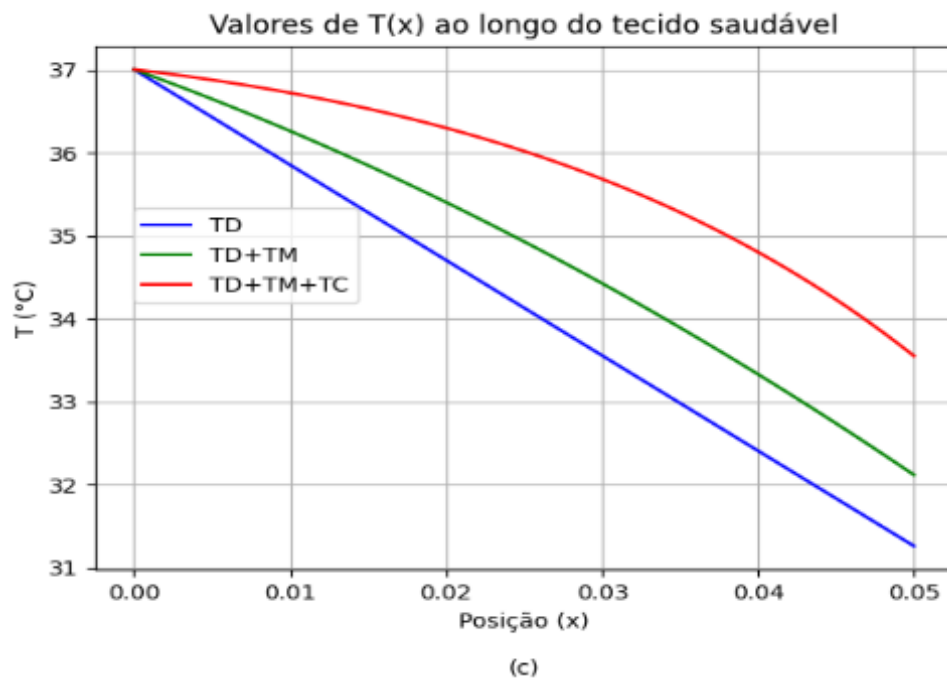


Figura 4 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (c)

Fonte: Autora (2025)

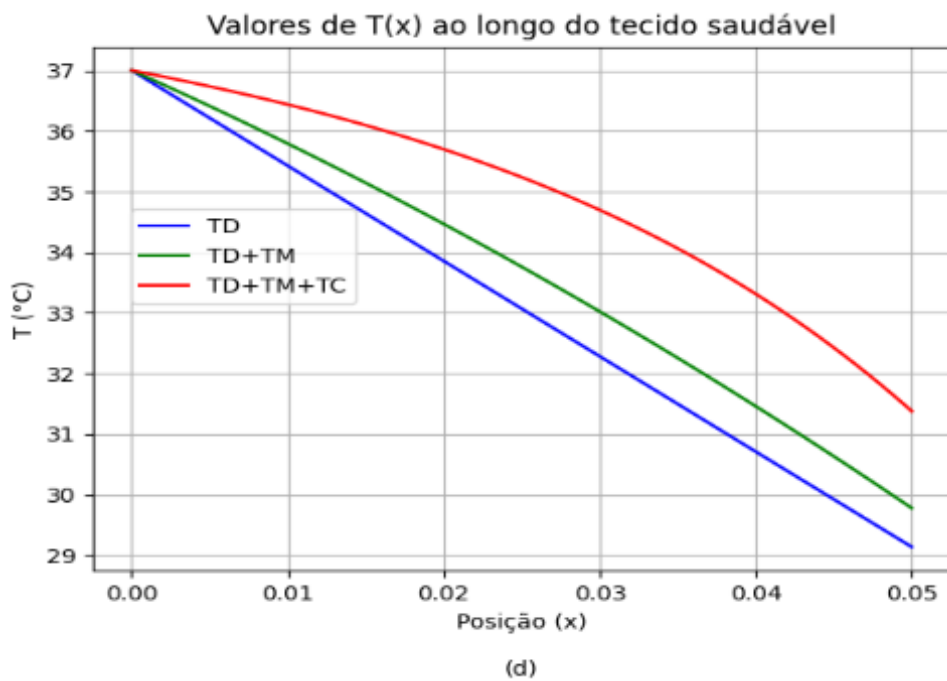


Figura 5 – Perfis de temperatura – Condição de contorno (d)

Fonte: Autora (2025)

(Códigos de plotagem disponíveis no Apêndice A.2)

5.1.5 Análise Comparativa das Condições de Contorno

A condição de contorno mais adequada em $x = 0$, para os modelos matemáticos propostos, é aquela que impõe temperatura constante igual a $37\text{ }^{\circ}\text{C}$, representando a temperatura arterial. Essa condição, adotada nos modelos das Figuras 2, 4 e 5, reflete com maior fidelidade a situação fisiológica real de tecidos humanos.

Um comportamento interessante é observado na Figura 3. Apesar de a condição de contorno em $x = 0$, sem informação explícita $\frac{dT}{dx} = 0$ da temperatura na entrada, o modelo completo (com todos os termos fisiológicos) forneceu uma temperatura próxima de $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ nesta posição. Isso indica coerência interna do modelo com a realidade esperada, mesmo sem imposição direta da temperatura.

Além disso, os modelos das Figuras 2, 4 e 5 mostram que os perfis térmicos são semelhantes entre si, indicando que a inclusão dos termos fisiológicos (metabolismo e perfusão) gera um comportamento térmico consistente. A temperatura final na pele, em $x = L$, é fortemente influenciada pela condição de contorno adotada nessa extremidade.

Nesse sentido, a condição mais realista para $x = L$ é a representada na Figura 5, que considera simultaneamente os dois mecanismos principais de dissipação de calor: convecção e radiação. Surpreendentemente, não foram encontradas na literatura abordagens que considerem esses dois canais de troca térmica de forma combinada, o que reforça a relevância deste trabalho.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo analítico da condução de calor em tecidos biológicos, utilizando modelos matemáticos unidimensionais com diferentes níveis de complexidade fisiológica. O objetivo foi avaliar o impacto de mecanismos como metabolismo celular e perfusão sanguínea na distribuição de temperatura ao longo do tecido, sob diferentes condições de contorno.

Os resultados mostram que a inclusão dos termos fisiológicos adicionais tem impacto significativo no perfil de temperatura. O modelo mais simples, baseado apenas na difusão térmica, apresentou um gradiente térmico mais acentuado. Já os modelos que consideram metabolismo e perfusão mostraram uma curva mais suave, com valores mais compatíveis com os observados fisiologicamente.

Foi possível observar que a condição de contorno adotada em $x = 0$, com $T = 37^\circ\text{C}$, reflete adequadamente a realidade fisiológica. Curiosamente, mesmo quando não imposta explicitamente, a solução do modelo completo aproximou-se desse valor, o que valida sua consistência.

Além disso, mesmo não tendo sido encontrada na literatura, a consideração simultânea de convecção e irradiação como mecanismos de troca térmica na superfície da pele mostrou-se importante, pois condiz mais com a realidade.

Como aprimoramento futuro, um modelo mais fiel à realidade poderia considerar diferenças entre os tecidos envolvidos, como pele e glândula mamária, uma vez que suas propriedades térmicas, taxas metabólicas e perfusão sanguínea são distintas. Ainda que o modelo unidimensional seja uma aproximação válida, a distinção entre camadas de tecido traria maior precisão fisiológica.

REFERÊNCIAS

- AL., A. G. et. Why do radiologists disown breast thermography? a historical and methodological perspective. *Journal of Medical Imaging and Diagnostics*, 2025. Disponível em: <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC12249184/>>. Acesso em: 5 ago. 2025.
- AL., S. O. A. et. Portable noninvasive technologies for early breast cancer detection: A systematic review. *Computers in Biology and Medicine*, v. 182, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2024.109219>>. Acesso em: 6 ago. 2025.
- AMARAL, E. *Termografia como meio de diagnóstico complementar da mamografia*. 2013. Disponível em: <https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/9784/1/Amaral_Elizabeth.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2025.
- BRASIL. Instituto Nacional de Câncer. *Estimativa 2023: Incidência de Câncer no Brasil*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2022. Disponível em: <<https://www.inca.gov.br/estimativa/estimativa-2023-incidencia-de-cancer-no-brasil>>.
- BRASILEIRO, F. R. de S. *Análise da termografia infravermelha como ferramenta de auxílio no diagnóstico do câncer de mama*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Tecnologias Energéticas e Nucleares) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.
- CÔRTE, A. C. R.; HERNANDEZ, A. J. Termografia médica infravermelha aplicada à medicina do esporte. *Revista Brasileira de Medicina do Esporte*, v. 22, n. 4, p. 315–319, 2016. Acesso em: 1 ago. 2025.
- IBARRA-CASTANEDO, C. et al. Active thermography techniques for the nondestructive evaluation of materials: A review. *European Journal of Physics*, 2013. Acesso em: 1 ago. 2025.
- Instituto Nacional de Câncer (Brasil). *ABC do câncer: abordagens básicas para o controle do câncer*. Rio de Janeiro: INCA, 2011.
- Instituto Nacional de Câncer (Brasil). *Estimativa 2023: incidência de câncer no Brasil*. Rio de Janeiro: INCA, 2022.
- Instituto Nacional de Câncer (Brasil). *Câncer de mama: vamos falar sobre isso?* 8. ed. Rio de Janeiro: INCA, 2023.
- KHODAYAR, F.; SOJASI, S.; MALDAGUE, X. *Infrared Thermography and NDT: 2050 Horizon*. 2015. <<https://qirt.gel.ulaval.ca/khodayar-2015>>. QIRT 2015: 13th Quantitative InfraRed Thermography Conference. Acesso em: 1 ago. 2025.
- LAWSON, R. Implications of surface temperatures in the diagnosis of breast cancer. *Canadian Medical Association Journal*, v. 75, p. 309–310, 1956.
- NEWMAN, J. Quality control and artifacts in mammography. *Radiologic Technology*, v. 70, n. 1, p. 61–76, 1998. PMID: 9779510.
- Observatório de Oncologia. *Indicadores de Câncer de Mama*. 2024. <<https://observatoriodeoncologia.com.br/indicadores/2024/indicadores-de-cancer-de-mama/>>. Acesso em: 26 jul. 2025.

QU, Z.; JIANG, H.; ZHANG, D. *Applications of Infrared Thermography in Nondestructive Testing*. 2020. <<https://example.com/qu-jiang-ndt>>. Acesso em: 1 ago. 2025.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MASTOLOGIA (SBM). *Parecer sobre dispositivos de atividade térmica da mama*. 2023. Disponível em: site da Sociedade Brasileira de Mastologia. Acesso em: 6 ago. 2025.

SUNG, H.; FERLAY, J.; SIEGEL, R. L.; LAVERSANNE, M.; SOERJOMATARAM, I.; JEMAL, A.; BRAY, F. Global cancer statistics 2020: Globocan estimates of incidence and mortality worldwide for 36 cancers in 185 countries. *CA: A Cancer Journal for Clinicians*, v. 71, n. 3, p. 209–249, 2021.

VARGAS, I. G. *Abordagens de Deep Learning para Segmentação de Defeitos em Materiais Compósitos usando Termografia Infravermelha*. 2024. <<http://doi.org/10.14393/ufu.di.2024.813>>. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Uberlândia. Acesso em: 1 ago. 2025.

VASCONCELOS, J. H. de. *Investigações sobre métodos de classificação para uso em termografia de mama*. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/24962>>. Acesso em: 05 ago. 2025.

APÊNDICE A – CÓDIGO PARA CÁLCULOS E GRÁFICOS

A.1 EXEMPLO DO CÓDIGO PARA O CÁLCULO DAS RAÍZES DOS POLINÔMIOS DE QUARTO GRAU

Código Fonte 1 – Código para o cálculo das raízes dos polinômios de quarto grau

```

1 import sympy as sp
  from sympy import symbols, Eq, solve
3
  x = symbols('x')
5
  equation = Eq(84.0768 + (0.741388)*x + (0.0000777174)*x**2 +
7              (8.35267e-9)*x**3 + (3.36638e-13)*x**4, 0)
9 # Resolver a equação
  roots = solve(equation, x)
11 print(roots)

```

A.2 FRAGMENTO DO CÓDIGO PARA GERAÇÃO DOS GRÁFICOS

Código Fonte 2 – Código padrão para gerar os gráficos

```

1 import numpy as np
  import matplotlib.pyplot as plt
3
  x_values = np.linspace(0, L, 100) # de 0 a L com 100 pontos
5
  # calculate_T1a (TD), calculate_T2a (TD+TM), calculate_T3a (TD+TM+TC)
7 # são as equações utilizadas para gerar os gráficos de cada modelo.
  # Exemplo da condição de contorno (a) do Modelo 1:
9
  # C2_1A = 310.15
11 # C1_1A = -104.477
13 # def calculate_T1a(x):
  #     T1a = C1_1A * x + C2_1A
15 #     return T1a
17 T_values_saudavelT1a = calculate_T1a(x_values)
  T_values_saudavelT2a = calculate_T2a(x_values)
19 T_values_saudavelT3a = calculate_T3a(x_values)
21 # Plotar todos os gráficos no mesmo gráfico

```

```
plt.plot(x_values, T_values_saudavelT1a - 273.15, label='TD', color='blue',
         linestyle='-')
23 plt.plot(x_values, T_values_saudavelT2a - 273.15, label='TD+TM', color='green',
         linestyle='-')
plt.plot(x_values, T_values_saudavelT3a - 273.15, label='TD+TM+TC', color='red',
         linestyle='-')
25
# Personalização
27 plt.xlabel('Posição (x)\n\n(a)')
plt.ylabel('T (°C)')
29 plt.title('Valores de T(x) ao longo do tecido saudável')
plt.grid(True)
31 plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(0.03, 0.6))

33 plt.show()
```

ANEXO A – SUBMISSÃO VIII SABIO 2024: TOMOGRAFIA TÉRMICA (TT): UM ESTUDO PRELIMINAR DA EQUAÇÃO DO BIOCALOR EM UMA DIMENSÃO

VIII Simpósio de Inovação em Engenharia Biomédica



Tomografia Térmica (TT): Um estudo preliminar da equação do Biocalor em uma dimensão

Thaís Maria da Silva Barbosa, UFPE, (thais.sbarbosa@ufpe.br)
Ricardo Emmanuel de Souza, UFPE, (ricardo.esouza@ufpe.br)

Introdução

A Equação do Biocalor, introduzida por H. H. Pennes, explica o transporte de calor em tecidos biológicos por condução e convecção sanguínea. Nos anos 1950, descobriu-se que a temperatura da pele podia indicar desordens orgânicas, como o câncer de mama. Desde então, a Termografia tem sido investigada como técnica auxiliar para detecção precoce de tumores na mama, especialmente, devido aos avanços tecnológicos que melhoraram a resolução e precisão das câmeras termográficas.

Objetivo

Este estudo visa modelar o fluxo de calor em tecidos biológicos saudáveis, em uma dimensão, usando a Equação do Biocalor, para entender as contribuições de diferentes termos da equação para a distribuição de temperatura e o contraste térmico em tecidos.

Materiais e Métodos

Para resolver a Equação do Biocalor,

$\nabla(k_t \nabla T) + w_s p_s c_s (T_a - T) + q_{mt} = \rho_t c_t (\delta T / \delta t)$, em uma dimensão, considerou-se a geometria de um tecido biológico entre dois ambientes térmicos distintos como apresentado na Figura 1. Dessa forma, não há fluxo de calor na direção perpendicular à direção x e considera-se que o sistema está em regime estacionário. A modelagem inclui três tipos de modelos: Apenas o termo difusivo; difusão com geração de calor metabólico; e uma combinação de difusão, geração de calor metabólico e convecção sanguínea. Cada modelo foi analisado com diferentes condições de contorno, sendo os cálculos e gráficos, gerados em Python, para estudar o impacto de cada termo e as condições de contorno na distribuição de temperatura.



Figura 1. Tecido biológico unidimensional com espessura L , trocando calor entre dois ambientes a diferentes temperaturas

Resultados e Discussão

Abaixo, na Figura 2, estão presentes os gráficos das distribuições de temperatura obtidos seguindo os três tipos de modelo abordados. Em ambos os casos é possível perceber que a temperatura se eleva de acordo com a adição dos termos da equação. Contudo, a Figura 2b, mostra que a condição com derivada nula em $x = 0$ não representa bem a situação real.

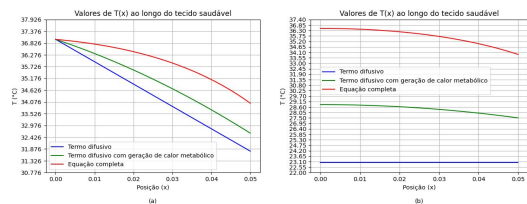


Figura 2. Gráficos dos modelos com diferentes condições de contorno: (a) temperatura inicial igual a 37°C e (b) derivada da temperatura igual a zero.

Conclusão

A Figura 2a mostra que o mecanismo de fluxo de calor por convecção no sangue contribui significativamente para o contraste térmico na superfície do tecido. Isso sugere que o contraste térmico na pele da mama, produzido pelo fluxo de calor, é predominantemente devido à convecção do sangue e não ao metabolismo no tecido. Além disso, caso surja um tumor, o resultado sugere que o contraste térmico na pele também será dominado pelo aquecimento do sangue que chega ao tumor. Cabe lembrar que o mecanismo do metabolismo do tecido ocorre apenas quando há fluxo de sangue.

Referência

- Pennes, H. H., *Journal of Applied Physiology*, 1(2):93, 1948.
Lawson, R. N., *Canadian Medical Association Journal*, 75(4):309, 1956.
Elliot, R. L., *Thermol Int.*, 9(4):111, 1999.
Vorontsov, S. S., et al., *Avtomatizatsiya Aerodinamicheskogo Eksperimenta*, 1985.

ANEXO B – SUBMISSÃO VIII SABIO 2024: TOMOGRAFIA TÉRMICA (TT): ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM TECIDO BIOLÓGICO COM TUMOR EM 1D



Tomografia Térmica (TT): Estudo da distribuição de temperatura em tecido biológico com tumor em 1D

Thaís Maria da Silva Barbosa, UFPE, (thais.sbarbosa@ufpe.br)
Ricardo Emmanuel de Souza, UFPE, (ricardo.esouza@ufpe.br)

Na década de 1950, percebeu-se que a temperatura da pele da mama podia indicar desordens orgânicas, com especial atenção para o câncer de mama [1]. Nos anos que se seguiram, a termografia começou a ser utilizada de forma mais intensa como técnica auxiliar para rastreamento do câncer de mama [2]. Contudo, as câmeras termográficas daquela época tinham elevadas limitações em dois quesitos: resolução e profundidade das imagens produzidas. Na década de 1990, as termocâmeras já haviam avançado nestes dois quesitos e proporcionaram avanços consideráveis nas metodologias de diagnóstico do câncer de mama [3]. Ainda assim, permaneciam limitações em relação à localização e ao tamanho dos tumores. Na verdade, a Tomografia Térmica (TT) foi proposta pela primeira vez na década 1980, mas objetivando a tomografia de objetos inanimados [4]. Contudo, ainda predominavam as limitações das câmeras na detecção do espectro na região do infravermelho. Assim, somente mais recentemente foram produzidos equipamentos com maior precisão nas medições. A demonstração mais recente do potencial da TT veio da união dos princípios da TT com a Inteligência Computacional no trabalho de D. Ledwon et al. em 2022 [5]. Neste trabalho, os autores demonstram a reconstrução de imagens térmicas em 3D a partir de termogramas da superfície dos objetos em estudo. Foram feitos testes em fantasmas numéricos e físicos. A Figura 1 é uma reprodução da figura 7 do artigo [5] onde um fantoma físico cilíndrico feito com carne de lombo de porco com um aquecedor na parte central, funcionando como fonte de calor e, neste caso, simulando um tumor maligno, teve sua imagem térmica reconstruída em 3D. O avanço obtido neste trabalho é inegável. Contudo, um dos objetivos da Engenharia Biomédica é, entre muitos outros, contribuir para o desenvolvimento de técnicas de diagnóstico, terapia e monitoramento de pacientes. E, desta forma, a aplicação da TT em seres humanos, especialmente na detecção de câncer de mama, é de elevada relevância para a saúde pública. Apesar da complexidade do problema de reconstrução de imagens térmicas 3D de mamas devido a topologia dos vasos sanguíneos, a perfusão sanguínea e ao metabolismo, este estudo faz parte de um projeto maior e mais complexo, que se caracteriza por esforços para obter imagens tomográficas de mama que permitam uma melhor especificidade de lesões mamárias. O projeto tem como objetivo geral desenvolver a técnica de Tomografia Térmica no que concerne a aplicação na detecção de câncer de mama. Serão considerados na abordagem teórica tumores sólidos, de quaisquer tamanhos, geometria e posição na mama. Especificamente para este trabalho, vamos estudar como ocorre o fluxo de calor em um tecido biológico, considerando um tecido tumoral localizado entre dois tecidos saudáveis, em uma dimensão. Comparando este estudo com um estudo em três dimensões, percebe-se que a energia térmica agora tem apenas um grau de liberdade para difusão e, portanto, produzindo gradientes de temperatura mais elevados. A geometria proposta para o problema é a apresentada na Figura 2 e segue a geometria proposta no artigo [6]. A Figura 2 mostra de forma esquemática um tecido biológico em uma dimensão fixa, de tamanho L , trocando calor com dois ambientes, sendo um de temperatura igual a ambiente (T_∞) e outro com temperatura arterial (T_a). O tumor tem dimensão l , variável. A posição do tumor é definida pela coordenada cartesiana x_t , do seu centro geométrico. Considera-se a densidade de massa do tumor como sendo constante. Nos cálculos numéricos e gráficos dos contrastes térmicos, utilizamos o GNU Octave (versão 6.3.0) [7] e Python (versão 3.10.12) [8], juntamente com as bibliotecas NumPy [9], Matplotlib [10], SymPy [11] e Math [12]. Seguiremos a proposição do trabalho de Pennes [13]. Naquele trabalho, um modelo matemático para o transporte de calor em um tecido biológico normal pode ser descrito pela equação do Biocalor, $\nabla(k_i \nabla T) + w_s^i \rho_s c_s (T_a - T) + q_{mt}^i = \rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t}$, onde $i = 1$ representa tecido saudável e $i = 2$ representa tecido tumoral, k_i é a condutividade térmica dos tecidos, w_s^i , a perfusão sanguínea através dos tecidos, ρ_s , a densidade do sangue, c_s , o calor específico do sangue, T_a , a temperatura arterial absoluta, q_{mt}^i é o calor produzido pelo metabolismo por unidade de tempo e volume dos tecidos, ρ_i , a densidade dos tecidos, c_i , o calor específico dos tecidos e, T , é a temperatura absoluta em uma posição arbitrária dos tecidos. A equação acima é resolvida analiticamente, revelando a distribuição de temperatura nos dois tecidos. O contraste térmico ao longo do tecido é calculado em função

da posição e do tamanho do tumor. Como resultado, avalia-se a viabilidade de determinar a localização e as dimensões do tumor.

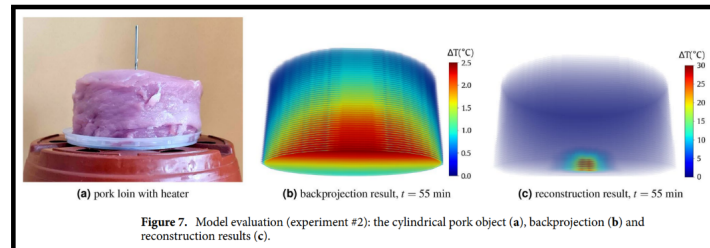


Figura 1

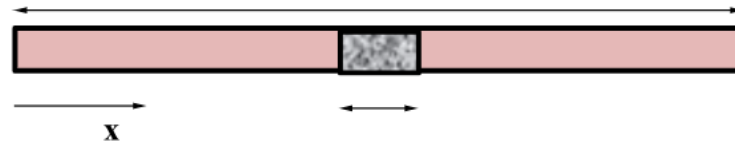


Figura 2

Palavras-chave: Câncer de mama; Tomografia Térmica; Equação do Biocalor; Contraste térmico.

Referências

- [1] R. N. Lawson, Implications of surface temperatures in the diagnosis of breast cancer, Canadian Medical Association Journal, Canadian Medical Association, v. 75(4), pp.309, 1956.
- [2] R. N. Lawson, Thermography: a new tool in the investigation of breast lesions, Can. Ser. Med. J., v.13, pp.517, 1957.
- [3] R. L. Elliot, Medical infrared imaging in the twenty-first century, Thermol Int., v.9(4), pp.111, 1999.
- [4] S. S. Vorontsov, V.V. Pikalov, N. G. Preobrazhenskii, and N. V. Sharapova, Algorithm of SelfConsistency of Projections in Thermal Imaging Tomography, in Avtomatizatsiya Aerodinamicheskogo Eksperimenta (Automation of Aerodynamic Experiments), Novosibirsk: ITPM SORAN SSSR, pp. 63–74, 1985.
- [5] D. Ledwon, A. Sage, J. Juszcyk, M. Rudzki, and P. Badura, Tomographic reconstruction from planar thermal imaging using convolutional neural network, Scientific Reports, vol. 12, pp. 2347, 2022.
- [6] A. A. A. Figueiredo and G. Guimarães, Análise térmica da influência do tamanho e posição de um tumor num tecido humano via solução numérica da equação de Pennes, Encontro Nacional de Engenharia Biomecânica - ENEBI 2015.
- [7] GNU Octave, Scientific Programming Language, version 6.3.0. Disponível em: <https://octave.org/>.
- [8] Python Software Foundation, version 3.10.12, 2023. Disponível em: <https://www.python.org>.
- [9] Numpy, The fundamental package for scientific computing with Python. Disponível em: <https://numpy.org/>.
- [10] Matplotlib: Visualization with Python. Disponível em: <https://matplotlib.org/>.
- [11] Sympy. Disponível em: <https://www.sympy.org/en/index.html>.
- [12] Python Software Foundation, *Python Math Library*. Disponível em: <https://docs.python.org/3/library/math.html>.
- [13] H. H. Pennes, Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm, J. Applied Physiology, vol. 1, no. 2, pp. 93, 1948.

ANEXO C – CERTIFICADO DE MENÇÃO HONROSA NO VIII SIMPÓSIO DE INOVAÇÃO EM ENGENHARIA BIOMÉDICA (VIII SABIO 2024)



ANEXO D – SUBMISSÃO III SEMINÁRIO ICEIS: TOMOGRAFIA TÉRMICA (TT): EQUAÇÃO DO BIOCALOR: UM ESTUDO SISTEMÁTICO EM TECIDO SADIO



Equação do Biocalor: Um estudo sistemático em tecido sadio

Barbosa, T.M.S.¹; Souza, R.E.²

¹DEBM, Departamento de Engenharia Biomédica, Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, Brasil;

Email do autor: thais.sbarbosa@ufpe.br

Introdução

A Equação do Biocalor, introduzida por H. H. Pennes[1], explica o transporte de calor em tecidos biológicos por condução e convecção sanguínea. Nos anos 1950, descobriu-se que a temperatura da pele podia indicar desordens orgânicas, como o câncer de mama. Desde então, a Termografia tem sido investigada como técnica auxiliar para detecção precoce de tumores na mama, especialmente, devido aos avanços tecnológicos que melhoraram a resolução e precisão das câmeras termográficas.

Objetivo

Este estudo visa modelar o fluxo de calor em tecidos mamários saudáveis, em uma dimensão, usando a Equação do Biocalor, para entender as contribuições de diferentes termos da equação para a distribuição de temperatura e o contraste térmico nesses tecidos.

Materiais e Métodos

Para resolver a Equação do Biocalor, $\nabla(k\nabla T) + w_s \rho_s c_{ps}(T_a - T) + q_{met} = \rho_c \frac{\partial T}{\partial t}$ em uma dimensão, considerou-se a geometria de um tecido mamário entre dois ambientes térmicos distintos como apresentado na Figura 1. Dessa forma, não há fluxo de calor na direção perpendicular à direção x e considera-se que o sistema está em regime estacionário. A modelagem inclui três tipos de modelos: Apenas o termo difusivo (TD); difusão com geração de calor metabólico (TD + TM); e uma combinação de difusão, geração de calor metabólico e convecção sanguínea (TD + TM + TC). Cada modelo foi analisado com diferentes condições de contorno, sendo os cálculos e gráficos, gerados em Python, para estudar o impacto de cada termo e as condições de contorno na distribuição de temperatura.



Figura 1. Tecido biológico unidimensional com espessura L , trocando calor entre dois ambientes a diferentes temperaturas.

Resultados

Embora o processo propagação do calor seja um processo intrinsecamente em três dimensões, um modelo matemático (MM) em uma dimensão ainda pode revelar aspectos gerais do processo. A seguir, na Figura 2, estão presentes os gráficos das distribuições de temperatura obtidos seguindo os três tipos de modelo abordados. Em todos os casos é possível perceber que a temperatura se eleva de acordo com a adição dos termos da equação.

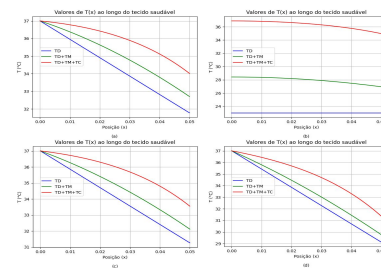


Figura 2. Gráficos dos modelos com as diferentes condições de contorno: (a,c,d) temperatura inicial igual a 37°C, (b) derivada da temperatura igual a zero.

Discussão e Conclusão

A condição de contorno mais adequada, em $x=0$, para os MMs propostos, é aquela da temperatura termorregulada que se aproxima da situação real em humanos $T=37^\circ\text{C}$, esta é a situação nas Fig. 2a, 2c e 2d.

Um fato intrigante surge na Fig. 2b. Embora na construção desse modelo não haja informação explícita da temperatura em $x=0$ e sim, derivada nula nesta posição, o modelo com todos os termos fornece $T \approx 37^\circ\text{C}$ na posição mencionada.

Os MMs das Fig. 2a, 2c e 2d mostram que as contribuições dos termos, considerados nas equações, são similares. A temperatura final na pele, em $x=L$, depende, predominantemente, da condição de contorno nesta posição. Vale salientar que os termos de calor metabólico e convecção de calor pelo sangue são interconectados e estritamente falando não podem ser separados como foram nos MMs.

A condição de contorno mais adequada, em $x=L$, é aquela do MM da Fig. 2d pois de fato há dois canais de fluxo de energia térmica: convecção e irradiação. Surpreendentemente, não encontramos na literatura a consideração destes dois canais simultaneamente [2,3].

A construção de um modelo mais fiel a realidade, mas ainda em uma dimensão, deveria considerar o tecido da pele, diferente do tecido mamário propriamente dito. Ou seja, as propriedades térmicas, de metabolismo e perfusão sanguínea seriam diferentes entre estes dois tecidos.

Referências

- ¹ Pennes, H. H., Journal of Applied Physiology, 1(2):93, 1948.
- ² YOKOMIZO, M. H.; STROHER, G. R.; SIMON, R. A. Solução Analítica Para A Equação De Biotranferência De Calor Com Parâmetros Variáveis. In: Seminário De Iniciação Científica E Tecnológica Da UTFPR, 22., 2017.
- ³ Ledwon, D., Sage, A., Juszczak, J. et al. Tomographic reconstruction from planar thermal imaging using convolutional neural network. Sci Rep 12, 2347 (2022).