



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JOSENILDO FERREIRA DA SILVA JÚNIOR

**PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES COM
FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA: UMA APLICAÇÃO NO SETOR TÊXTIL**

Caruaru
2025

JOSENILDO FERREIRA DA SILVA JÚNIOR

**PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES COM
FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA: UMA APLICAÇÃO NO SETOR TÊXTIL**

Versão Final da dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Centro Acadêmico do Agreste, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Otimização e Gestão da Produção.

Orientador: Prof. Dr. Walton Pereira Coutinho

Coorientador: Prof. Dr. Luciano Carlos Azevedo da Costa

Caruaru

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Silva Junior, Josenildo Ferreira da.

Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com fontes alternativas de energia: uma aplicação no setor têxtil / Josenildo Ferreira da Silva Junior. - Caruaru, 2025.
66f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2025.

Orientação: Walton Pereira Coutinho.

Coorientação: Luciano Carlos Azevedo da Costa.

Inclui referências.

1. Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes; 2. Energia; 3. Sustentabilidade; 4. Planos de corte. I. Coutinho, Walton Pereira. II. Costa, Luciano Carlos Azevedo da. III. Título.

UFPE-Biblioteca Central

JOSENILDO FERREIRA DA SILVA JÚNIOR

**PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES COM
FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA: UMA APLICAÇÃO NO SETOR TÊXTIL**

Versão Final da dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Centro Acadêmico do Agreste, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Aprovada em: 08/08/2025

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Walton Pereira Coutinho
(Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Lúcio Câmara e Silva
(Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Hugo Harry Frederico R. Kramer
(Examinador Externo)
Universidade Federal da Paraíba

Dedico este trabalho a todos que me ajudaram a chegar até aqui — meus pais, Deyse, Lucas, Preta, Izabel, Adriana... e, por fim, até mais, Chica.

AGRADECIMENTOS

Sou grato aos professores que me guiaram durante o mestrado, em especial ao meu orientador Walton Coutinho, e meu coorientador Luciano Costa, que foram extremamente pacientes diante das dificuldades que eu trouxe. Também sou grato aos meus colegas do GEEOC.

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo no 404807/2021-6.

RESUMO

Este trabalho apresenta o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia (PDSLFAE), uma variante do Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL) baseada no processo de produção de cadaços de uma empresa B2B localizada no Agreste de Pernambuco. O PDSLFAE preenche uma lacuna na literatura de PDSL ao combinar custos ambientais, que podem ser associados ao mercado de carbono, com a produção de energia por meio da queima de madeira para alimentar caldeira. Para resolver este problema, foi desenvolvido um modelo de Programação Matemática que inclui restrições de eliminação de subciclos, fundamentais em PDSL. Neste trabalho, diferentes restrições de eliminação de subciclo foram utilizadas, dando origem a uma formulação do problema compacta - baseada em RESG -, e quatro formulações estendidas - MTZ, FCU, FCM e FT. Além disso, foram combinadas a cada formulação, separadamente, as desigualdades válidas S-Star e U-Star por meio de problemas de separação, os quais foram resolvidos por programação linear. Conforme experimentos, a forma empregada dos cortes aumentou - ao invés de diminuir - o tempo de resolução do problema. Fora isso, observou-se que a formulação baseada em MTZ obteve o melhor desempenho médio.

Palavras-chave: problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes; energia; sustentabilidade; planos de corte.

ABSTRACT

This paper presents the Lot Sizing and Scheduling Problem with Alternative Energy Sources (LSSPAES), a variant of the Lot Sizing and Scheduling Problem (LSSP) based on the shoelace production process of a B2B company located in the Agreste region of Pernambuco. The LSSPAES fills a gap in the LSSP literature by combining environmental costs, which can be associated with the carbon market, with energy production through the burning of wood for cooking boilers. To solve this problem, we developed a Mathematical Programming model that includes subtour elimination constraints, fundamental to LSSP. In this work, we used different subtour elimination constraints, which were incorporated in a compact formulation—based on GSEC—and four continuous formulations—MTZ, SCF, MCF, and TF. In addition, valid inequalities S-Star and U-Star were separately combined with each formulation through separation problems, which were solved using linear programming algorithms. Experiments showed that, in the way the valid inequalities were used, they increased, rather than decreased, the time spent on problem-solving. Furthermore, the MTZ-based formulation appeared to achieve the best average performance.

Keywords: lot sizing and scheduling problem; energy; sustainability; cutting planes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ilustração de sequenciamento por gráfico de Gantt	22
Figura 2.2 – Representação de PDSL.	24
Figura 3.1 – Tecelagem	31
Figura 3.2 – Exemplo de funcionamento de Restrições RESG	39
Figura 3.3 – Exemplo de funcionamento de Restrições MTZ	41
Figura 3.4 – Exemplo de funcionamento de Restrições FCU	42
Figura 3.5 – Exemplo de funcionamento de Restrições FCM	43
Figura 3.6 – Exemplo de funcionamento de Restrições FT	45
Figura 3.7 – Ilustração de Desigualdade S-Star	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Distribuições para Geração de Instâncias	51
Tabela 4.2 – Poder Calorífico de Madeiras	51
Tabela 4.3 – Comparação entre Formulações de RESG	53
Tabela 4.4 – Comparação entre Formulações de MTZ	54
Tabela 4.5 – Comparação entre Formulações de FCU	55
Tabela 4.6 – Comparação entre Formulações de FCM	56
Tabela 4.7 – Comparação entre Formulações de FT	57
Tabela 4.8 – Comparação entre Formulações	58
Tabela 4.9 – Capacidade e estoque utilizado	59
Tabela 4.10–Diferença absoluta média ao considerar parâmetros ambientais	60

LISTA DE ABREVIATURAS

CNC	Controle Numérico Computadorizado
PMSP	<i>Flow Shop Scheduling Problem</i>
FCM	Fluxo de Commodities Múltipla
FCU	Fluxo de Commodities Única
FT	Fluxo de Tempo
GEE	Gases do Efeito Estufa
PMSP	<i>Job Shop Scheduling Problem</i>
LEC	Lote Econômico de Compra
LM	Lotes Múltiplos
LU	Lote Único
MP	Macro Períodos
mP	micro Períodos
MTZ	Miller-Tucker-Zemlin
OP	Orientado a Produto
OS	Orientado a Sequência
PMSP	<i>Parallel Machine Scheduling Problem</i>
PO	Pesquisa Operacional
PCP	Planejamento e Controle da Produção
PC	Poder Calorífico
PCI	Poder Calorífico Inferior
PCS	Poder Calorífico Superior
PDL	Problema de Dimensionamento de Lotes
PDLC	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado
PDSL	Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes

PDSLFAE	Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia
PS	Problema de Sequenciamento
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PM	Programação Matemática
RES	Restrições de Eliminação de Subciclo
RESG	Restrições de Eliminação de Subciclo Geral
SMSP	<i>Single Machine Scheduling Problem</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	15
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	Objetivo Geral	17
1.2.2	Objetivos Específicos	17
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	PROGRAMAÇÃO INTEIRA	19
2.2	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES	20
2.3	PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO	22
2.4	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES	24
2.5	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES NO CONTEXTO AMBIENTAL	27
3	PRODUÇÃO EM SETOR TÊXTIL	29
3.1	DIMENSIONAMENTO DA PRODUÇÃO DE CADARÇOS	30
3.2	CONSUMO DE COMBUSTÍVEL	32
3.3	DEFINIÇÃO FORMAL	34
3.4	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	35
3.4.1	Conjuntos	35
3.4.2	Parâmetros	35
3.4.3	Variáveis de Decisão	36
3.4.4	Modelo	36
3.5	RESTRIÇÕES DE ELIMINAÇÃO DE SUBCICLO	38
3.5.1	Formulação compacta	39
3.5.1.1	Restrições de Eliminação de Subciclo Geral	39
3.5.2	Formulações estendidas	40
3.5.2.1	Formulações de Miller-Tucker-Zemlin	40
3.5.2.2	Formulações de Fluxo de Commodities Única	41
3.5.2.3	Formulações de Fluxo de Commodities Múltipla	42
3.5.2.4	Formulações de Fluxo de Tempo	44
3.6	DESIGUALDADES VÁLIDAS	45
3.6.1	S-Star	45
3.6.1.1	Problema de Separação para Desigualdade S-Star	46

3.6.2	U-Star	47
3.6.2.1	Problema de Separação para Desigualdade U-Star	48
4	RESULTADOS	50
4.1	CONFIGURAÇÕES DO EXPERIMENTO	50
4.2	GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS	50
4.3	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	52
4.3.1	Implicações práticas	59
5	CONCLUSÕES	61
	REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a humanidade tem enfrentado desafios cada vez maiores associados ao aquecimento global. Eventos críticos, como furacões, surtos de doenças infecciosas e inundações, têm se tornado cada vez mais frequentes e intensos em decorrência das alterações climáticas (PIELKE, 2005; KHASNIS; NETTLEMAN, 2005; SCHIERMEIER, 2011). Dentre as atividades humanas com maiores impactos ambientais, destacam-se a geração de energia e a produção industrial. Devido a isso, governos e sociedade em diversos países têm desencorajado o uso de fontes de energia mais poluentes e pressionado as empresas a adotarem práticas mais sustentáveis.

Por outro lado, o acirramento da competitividade das organizações impulsionada pela globalização, aliada à constatação da finitude dos recursos, demanda das organizações maior eficiência em seus processos produtivos. Neste contexto, a conciliação entre estes objetivos por vezes conflitantes é essencial para manter as empresas operantes.

Para isso, é necessário que as decisões tomadas estejam integradas. Em sistemas de planejamento e controle, é comum que as decisões sejam estruturadas em três níveis (ANTHONY, 1965).

- O nível estratégico define as metas da organização, modificando-as quando necessário. Ele também orienta políticas de aquisição, uso e disposição de recursos para atingir essas metas. Este nível engloba a formulação de políticas relacionadas a pessoas, finanças e marketing, além de decisões com gastos não recorrentes, como na escolha da localização de uma fábrica nova.
- Já o nível tático busca atingir as metas da organização através da aquisição e uso efetivo dos recursos, sendo assim subordinado ao nível estratégico. O dimensionamento de lotes, o rearranjo de *layout*, decisões com gastos recorrentes, dentre outros processos decisórios são típicos deste nível.
- Por fim, submetido aos demais, é de responsabilidade do nível operacional garantir que tarefas cotidianas sejam executadas efetivamente. Como exemplo de atividades desempenhadas neste nível, tem-se a contratação de pessoas, o controle de inventário e o sequenciamento da produção.

Sendo assim, percebe-se que mudanças estruturais, de responsabilidade do nível estratégico, são essenciais para tornar a organização mais sustentável. No entanto, é igualmente importante que os níveis tático e operacional estejam alinhados às novas diretrizes estratégicas, de modo a garantir que as mudanças sejam implementadas de forma efetiva em toda a organização (ANTHONY, 1965; CORRÊA; GIANESI; CAON, 2019).

Além disso, certas decisões típicas do nível estratégico possuem alto custo, demandam estudos aprofundados e um longo período para serem implementadas, como na substituição de equipamentos e fábricas ineficientes ou com alto impacto ambiental. Ainda assim, é possível adotar medidas imediatas em prol da eficiência e da sustentabilidade, especialmente nos níveis tático e operacional, de forma a atingir resultados já no curto prazo (BENJAAFAR; LI; DASKIN, 2013; RAPINE et al., 2018).

Assim, reconhecendo a importância das decisões em todos os níveis de planejamento, mas com ênfase nas esferas tática e operacional, este trabalho propõe metodologias integradas baseadas em otimização de dimensionamento e sequenciamento de lotes, de modo a alinhar eficiência organizacional e sustentabilidade. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL) é um problema de otimização combinatória que visa determinar o tamanho, a data de entrega e a sequência de lotes a serem produzidos, de modo a atender uma demanda ao longo de um horizonte de planejamento, com métricas de desempenho alinhadas às metas da organização.

Costumeiramente, os PDSL são formulados apenas com base em custos e restrições estritamente operacionais relacionados a estocagem, produção ou *setup*, não incorporando o consumo energético de suas atividades e nem avaliando seu impacto ambiental. Ainda que haja trabalhos que incorporem custos ou restrições ambientais a PDSL, não foram encontrados problemas que integram considerações energéticas aos aspectos ambientais. Este trabalho preenche essa lacuna da literatura, introduzindo o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia (PDSLFAE).

Neste trabalho, o PDSLFAE é motivado por um processo de produção de cadarços de uma empresa B2B localizada no Polo de Confecções do Agreste. A empresa conta com um conjunto de teares para atender uma demanda de cadarços diversos distribuída no horizonte de planejamento. Almeja-se com o PDSLFAE definir o tamanho e as datas de entrega dos lotes, além da sequência de produção devido à presença de *setups* dependentes da sequência. Além disso, para a etapa de tingimento do cadarço, é utilizada uma caldeira a lenha, de uso comum a todos os teares, com capacidade limitada pela madeira disponível. Há diferentes tipos de madeira, cada um com poder calorífico e impactos ambientais próprios. Após propor o PDSLFAE, é apresentado um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), diferentes formulações para Restrições de Eliminação de Subciclo (RES), sendo aplicados planos de corte já discutidos na literatura de PDSL.

1.1 JUSTIFICATIVA

O baixo nível de barreiras de entrada faz do setor têxtil um passo inicial comum no processo de industrialização de países com mão de obra abundante e de baixo custo, o que, por sua vez, torna esse mercado extremamente competitivo (KIM; TRAORE; WARFIELD, 2006). Essa dinâmica é refletida na participação nas empresas brasileiras no mercado internacional: o país

ocupa a 14^o posição dentre os maiores exportadores de têxteis, o 74^o no segmento de vestuário, o que o leva a ocupar a 31^o no ranking geral, com apenas 0,5% de participação no mercado mundial (IEMI, 2024). Para além de acordos comerciais, barreiras tarifárias e políticas protecionistas que apenas o Estado pode atuar, cabe às empresas brasileiras a adoção de práticas e tecnologias que tornem seus produtos mais competitivos.

Conforme discutido por Corrêa, Giansesi e Caon (2019), uma empresa ser competitiva significa ser capaz de superar a concorrência em aspectos chave para os clientes. O desempenho de sistemas produtivos pode ser avaliado por seis aspectos distintos: custo percebido pelo cliente, velocidade de entrega, confiabilidade de entrega, flexibilidade de saídas, qualidade dos produtos, e serviços prestados aos clientes (CORRÊA; GIANESI; CAON, 2019).

Decisões de Planejamento e Controle da Produção (PCP) possuem uma grande influência nestes aspectos. Por exemplo, uma boa gestão de inventário pode não apenas reduzir custos, mas também aumentar a disponibilidade dos produtos, a velocidade de entregas, além de diminuir as chances de atrasos nas entregas, contribuindo de forma significativa para tornar a empresa mais competitiva (VASTAG; MONTABON, 2001; GLOCK; GROSSE; RIES, 2014; CORRÊA; GIANESI; CAON, 2019).

O Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) é um processo decisório, costumeiramente associado ao nível tático, responsável por definir o tamanho e a data de entrega de lotes para atender a demanda ao longo do horizonte de planejamento, considerando restrições operacionais relevantes (ARAÚJO et al., 2023). Sendo assim, além de auxiliar na gestão do inventário, o PDL também pode contribuir para coordenar o uso da capacidade instalada nas fábricas, dentre outros aspectos específicos da empresa, garantindo maior efetividade do sistema produtivo. Devido à sua relevância e ampla aplicação em diversos setores, o PDL tem sido objeto de pesquisa na academia há mais de um século (HARRIS, 1913).

Já o Problema de Sequenciamento (PS) se dedica a alocar tarefas a recursos ao longo do tempo de modo a otimizar um ou mais objetivos (PINEDO, 2016). Com estudos iniciados por volta da década de 1950, a relevância do PS consiste na coordenação do uso dos recursos em um nível operacional, possibilitando, por exemplo, que o processo de manufatura opere a custos reduzidos (LEUNG, 2004).

Embora possam ser tratados separadamente, PDL e PS possuem forte interdependência. Essa relação fica ainda mais evidente em contextos de aplicação de PDL em que há a presença de características como setups dependentes da sequência, onde o uso de capacidade ou os custos totais de produção passam a depender da ordem em que os lotes são produzidos (QUADT, 2004). Por outro lado, quanto a sua complexidade, é importante ressaltar que o PDL, quando considerado isoladamente com a presença de restrições explícitas de capacidade, é considerado $\mathcal{NP}$ -difícil, mesmo em instâncias com um único produto (FLORIAN; LENSTRA; KAN, 1980; BITRAN; YANASSE, 1982). Uma vez definido o plano de produção dos lotes, o problema subsequente de sequenciamento pode ser reduzido a um Problema do Caixeiro Viajante (PCV), o qual também é $\mathcal{NP}$ -difícil. Desse modo, o PDSL é fortemente $\mathcal{NP}$ -Difícil, o que torna sua

resolução extremamente complexa (LEE; LEE, 2023). Sendo assim, a importância do estudo do PDSL se reside na integração entre dois problemas de complexidade alta e relevância indiscutível para o PCP de organizações. Logo, é motivado o uso de planos de corte para aumentar a eficiência dos métodos de resolução, bem como a exploração de diferentes formulações para a RES.

Por outro lado, torna-se cada vez mais pertinente no cenário atual que as decisões tomadas em empresas incluam aspectos ambientais e energéticos. Ainda que se observe uma desaceleração no ritmo de crescimento, o período entre 2013 e 2023 registrou um aumento de 15% no consumo energético (IEA, 2024). Esse cenário se torna preocupante na medida que, ainda em 2023, 80% de toda a demanda global por energia tenha sido atendida por combustíveis fósseis, o que faz a produção de energia ser uma das principais fontes de emissão de Gases do Efeito Estufa (GEE) (IEA, 2024).

Por sua vez, a indústria têxtil, foco do presente trabalho, impacta significativamente o meio ambiente de diversas formas. No consumo de água, ela responde por aproximadamente 3% do total de água utilizado na irrigação, e é associado a 7% das perdas de água subterrânea e de água potável em regiões de manufatura com estresse hídrico (NIINIMÄKI et al., 2020). Quanto à pegada de carbono, estima-se que o setor seja responsável por cerca de 8% a 10% das emissões globais dos GEE Niinimäki et al. (2020). Apesar dos materiais têxteis não estarem entre os mais poluentes em termos absolutos, eles estão entre os que mais liberam GEE por tonelada produzida, ao lado do alumínio (KISSINGER et al., 2013).

Desse modo, a relevância do estudo é complementada pela abordagem do PDSL com as características debatidas em uma empresa do setor têxtil. Vale ressaltar, como é discutido no Capítulo 2, a ausência de trabalhos que abordem PDSL com considerações ambientais e energéticas simultaneamente.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Proposição de novo PDSL que contempla simultaneamente considerações ambientais e energéticas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma revisão da literatura acerca de problemas de dimensionamento de lotes.
- Introduzir PLIM para novo Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL).
- Utilizar planos de corte e formulações da literatura para resolver problema.

- Gerar instâncias a partir do levantamento de dados da literatura.
- Analisar a eficiência de combinações entre planos de corte e formulações propostas.
- Promover desenvolvimento sustentável ao analisar o impacto de aspectos ambientais através da comparação entre diferentes abordagens de geração de soluções.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O restante desta dissertação está organizada como segue: O Capítulo 2 apresenta a revisão da literatura, na qual a Programação Inteira é introduzida. Após isso, são discutidos características de Problema de Dimensionamento de Lotes e Problema de Sequenciamento, seguido pela discussão de trabalhos relevantes em PDSL, tanto sem quanto com considerações ambientais. No Capítulo 3, o problema é descrito de forma detalhada, para então ser definido formalmente e, posteriormente, apresentar-se o modelo matemático correspondente. Adicionalmente, são discutidas formulações para as RES, bem como planos de corte. No Capítulo 4, os resultados obtidos na dissertação são detalhados e discutidos. Além disso, o capítulo contém a descrição do ambiente computacional e da geração das instâncias. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões do estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo contextualizar o leitor no tema abordado. Para isso, inicia-se com uma introdução à Programação Inteira. Em seguida, apresenta-se o Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL), destacando suas características. Posteriormente, define-se o problema de PS, para posterior introdução do Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL), que é abordado junto com suas particularidades e trabalhos relevantes na literatura. Por fim, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre abordagens que incorporam considerações ambientais ao PDL.

2.1 PROGRAMAÇÃO INTEIRA

A Pesquisa Operacional (PO) é um ramo do conhecimento dedicado a dar suporte na tomada de decisões. Para isso, a PO emprega métodos matemáticos e formulações científicas para atuar nos mais diversos setores, como a logística, a produção e na prestação de serviços (MORABITO, 2008). Dentre as abordagens que compõe a PO, destacam-se a análise de decisão, a teoria dos jogos, a teoria das filas e a Programação Matemática (PM), área de estudo deste trabalho (HILLIER; LIEBERMAN, 2006; TAHA, 2008).

A PM modela problemas de decisão por meio de formulações matemáticas, com o intuito de otimizar um ou mais objetivos, utilizando algoritmos para resolvê-los. Para isso, as decisões são associadas a variáveis, enquanto as restrições e objetivos do problema são incorporados ao modelo por meio de equações e/ou inequações matemáticas. A depender da natureza das relações matemáticas utilizadas, o problema pode ser modelado por meio da Programação Linear (PL), da Programação Linear Inteira (PLI), da Programação Não Linear, dentre outras abordagens (ARENALES et al., 2011; HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

PL refere-se a PM que se utiliza apenas de restrições e funções objetivo lineares, e as variáveis podem assumir valores fracionários (HILLIER; LIEBERMAN, 2006; TAHA, 2008). Para problemas de PL, há algoritmos consolidados na literatura destinados a sua resolução, como o Simplex e Métodos de Pontos Interiores. Esses algoritmos são capazes de determinar a solução ótima de modo eficiente para problemas práticos (MACULAN; FAMPA, 2006).

Já a PLI é capaz de modelar problemas de PL nos quais todas as variáveis - ou parte na Programação Linear Inteira Mista (PLIM) - possuem restrições de integralidade (HILLIER; LIEBERMAN, 2006). Assim como em PL, há diferentes métodos de resolução capazes de resolver problemas de PLI e PLIM de forma ótima, como o *Branch-and-Bound*, *Branch-and-Cut* e o *Branch-and-Price*. Contudo, vários problemas em PLI possuem complexidade acentuada, sendo necessário adotar diferentes estratégias para sua resolução (MACULAN; FAMPA, 2006; WOLSEY, 2020).

Uma ampla gama de problemas práticos pode ser modelado utilizando a PLIM. Dentre

esse, Wolsey (2020) destaca as aplicações de sequenciamento de trem, roteamento de veículos, planejamento de geração de energia, programa de transplante de órgãos, problemas de corte e planejamento da produção. Na próxima seção, será abordado características de um problema de planejamento da produção, o Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL).

2.2 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

O PDL busca definir o tamanho e a data de entrega de lotes de produtos para atendimento de uma demanda projetada ao longo de um horizonte de planejamento, considerando restrições operacionais e objetivos da organização (ARAUJO et al., 2023). Este problema é de interesse para a indústria devido a sua aplicação prática, o que motivou diferentes pesquisas ao longo dos anos conforme discutido em revisões da literatura como Bahl, Ritzman e Gupta (1987), Drexl e Kimms (1997), Karimi, Ghomi e Wilson (2003), Zhu e Wilhelm (2006), Copil et al. (2017).

Dentre as primeiras contribuições do campo, temos a introdução do Lote Econômico de Compra (LEC) por Harris (1913). A partir do cálculo diferencial, o autor mostra como definir o tamanho do lote de compra para um único produto com demanda constante e horizonte de tempo infinito, de modo a minimizar os custos. Para um problema semelhante, com horizonte de tempo finito e discreto, demanda dinâmica e custo de *setup* variável, Wagner e Whitin (1958) propõem a utilização de programação dinâmica para resolver o problema.

Por outro lado, recursos da empresa, como mão de obra e máquinas, utilizados para fabricação de produtos possuem capacidade limitada e costumam ser utilizados para fabricar uma variedade de produtos, o que torna os recursos disputados por diferentes itens. Tendo isso em vista, Manne (1958) expandiu o trabalho de Wagner e Whitin (1958) ao introduzir o PDL com restrições de capacidade e múltiplos produtos, ou Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (PDLC), propondo a utilização de programação linear para resolver o problema.

Desde então, diversos autores têm explorado o PDL sob diferentes perspectivas, contribuindo para a formação de uma literatura ampla. Para introduzir o leitor a respeito da vastidão do tema, assim como localizá-lo no tema deste trabalho, são discutidas algumas das características do PDL abordadas por Karimi, Ghomi e Wilson (2003).

O horizonte de planejamento é o intervalo de tempo em que o plano de produção ocorrerá. Ele pode ser modelado como finito ou infinito, e discreto, sendo dividido em múltiplos períodos, ou contínuo. Além disso, caso o PDL realize a programação de múltiplos produtos, com relação aos períodos durante o horizonte de planejamento, um PDL pode ser classificado como *big bucket*, ou como *small bucket*. Em modelos baseados em *small buckets*, apenas um produto pode ser fabricado no período, enquanto que em *big buckets* mais de um produto pode ser fabricado por período.

Na literatura de PDL, processos produtivos podem possuir um único nível ou ter múltiplos níveis. Em processos com um único nível, o modelo de PDL considera que há apenas uma única etapa na fabricação do item final. Sendo assim, a matéria prima ou item semiacabado é

utilizado diretamente para a produção do produto final, não havendo etapas intermediárias. Já em processos com múltiplos níveis, para a fabricação de alguns produtos finais demandados, é necessário a fabricação de produtos intermediários. Neste caso, é explícito no modelo de PDL relações pai-componente entre os itens fabricados. Problemas com múltiplos níveis são mais difíceis de resolver.

A literatura também divide PDL conforme a presença ou ausência de restrições de capacidade. Em PDL capacitados, entende-se que os recursos destinados a fabricação dos produtos demandados possuem capacidade limitada, sendo necessário explicitar restrições de capacidade no modelo. Já quando, apesar de limitada, a capacidade da empresa é consideravelmente maior que a demanda da produção, não sendo necessário incluir restrições de capacidade, o problema é não capacitado. A presença de restrições de capacidade explícitas tornam o PDL $\mathcal{NP}$ -difícil mesmo para o caso de um único produto (FLORIAN; LENSTRA; KAN, 1980; BITRAN; YANNASSE, 1982).

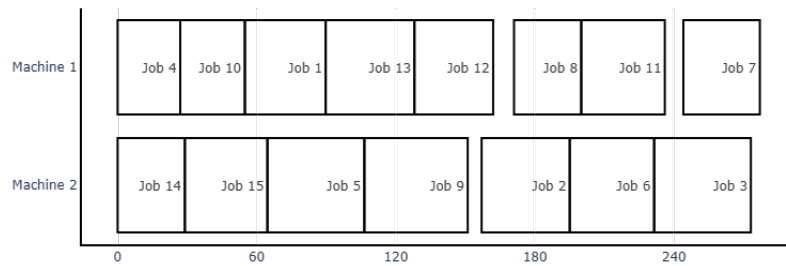
Por sua vez, a natureza dos dados da demanda dos produtos definem a forma de modelar um PDL. A demanda do item pode ser estática, quando ela permanece inalterada durante o horizonte de planejamento, ou dinâmica, quando ela pode se alterar durante o tempo. Fora isso, a demanda pode ser classificada como determinística ou probabilística. Por fim, a demanda dos produtos pode ser independente ou dependente. Quando a demanda de cada item não depende dos demais itens, a demanda é independente, representando processos produtivos com um único nível. Já a demanda dependente ocorre em casos em que a demanda de um item componente depende da demanda de itens pais, correspondendo a processos produtivos de múltiplos níveis. Um PDL que considera demanda dinâmica, probabilística ou dependente é um problema mais difícil de resolver.

É possível modelar o PDL para que a entrega de todos os itens demandados não seja obrigatória, ou ainda para possibilitar o atraso de entregas. Em ambos os casos, é comum a inclusão de uma função de custo, seja por atraso ou por perda de vendas. Vale ainda ressaltar que certos produtos só podem permanecer em estoque por um tempo limitado devido à deterioração. Isto é comum em empresas de alimentos, nas quais os produtos podem estragar. A inclusão dessas características em um PDL tornam o problema mais complexo.

O *setup* é uma atividade improdutiva, porém necessária em muitos processos produtivos para tornar as máquinas capazes de fabricar os produtos. A depender do impacto do *setup* em fatores como custos e tempo, é importante considerá-lo durante o planejamento da produção. Para incluir o *setup* em um PDL, é possível utilizar diferentes abordagens a depender do processo em questão. A seguir, são apresentados algumas formas.

- *Setup* simples. Para processos em que o *setup* não depende da sequência de processamento ou de decisões tomadas em períodos anteriores.
- *Setup carry-over*. Para processos em que é possível continuar a produção de um item no período seguinte sem ser necessário realizar novamente o *setup* da máquina.
- *Setup* dependente da sequência. Representa processos em que o tempo e os custos de

Figura 2.1 – Ilustração de sequenciamento por gráfico de Gantt



setup variam conforme a ordem de produção dos lotes.

Para o presente trabalho, trataremos do Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia (PDSLFAE). O PDSLFAE corresponde a uma expansão do PDL com *setup* dependente da sequência e considerações ambientais. Fora isso, PDSLFAE é modelado com base em parâmetros determinísticos, horizonte de planejamento discreto e finito, com um único nível de produtos. A consideração de setups dependentes da sequência impacta de forma expressiva na modelagem do problema, integrando o PDL a um Problema de Sequenciamento (PS). Sendo assim, a seguinte seção discute algumas características de PS

2.3 PROBLEMAS DE SEQUENCIAMENTO

PS são responsáveis por definir a alocação de recursos entre as tarefas sobre o horizonte de planejamento, de modo a otimizar um ou mais objetivos e considerando características do problema (PINEDO, 2016). Costumeiramente, as tarefas são produtos a serem fabricados, enquanto os recursos são as máquinas responsáveis por isso, embora possam representar outros processos, como pacientes e enfermeiros respectivamente.

As aplicações práticas se estendem a diversos setores, como fábricas, aeroportos, CPUs e hospitais, onde contribuem em áreas como produção, logística e gestão de pessoas (LEUNG, 2004; PINEDO, 2016). As soluções de PS podem ser representadas por gráficos de Gantt, como ilustra a Figura 2.1.

Para auxiliar a classificação dos problemas, Graham et al. (1979) introduziu a notação $\alpha|\beta|\gamma$. α representa o ambiente de máquinas, contendo exatamente uma entrada. Já β apresenta as restrições associadas ao problema e características do processamento, podendo incluir nenhum, um ou múltiplos fatores. Por fim, γ retrata o objetivo ou os objetivos a serem otimizados.

A seguir, são discutidos alguns dos principais tipos de ambiente de máquina.

- Problema de sequenciamento em máquina única (1). Há apenas 1 máquina para processar as tarefas.

- Problema de sequenciamento em máquinas paralelas idênticas (P_m). As tarefas devem ser processadas uma única vez por qualquer uma das máquinas disponíveis, cada máquina com velocidade de processamento idêntico às demais.
- Problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas (R_m). Assim como no ambiente P_m , há múltiplas máquinas disponíveis para processar as tarefas, e cada tarefa requer um único processamento. No entanto, a diferença está na velocidade de processamento, que varia dependendo da máquina utilizada. Essa variação ocorre de forma independente para cada tarefa. Por exemplo, uma máquina que é rápida no processamento de uma tarefa pode ser lenta no processamento de outra.
- *Flow Shop Scheduling Problem* (F_m). Neste ambiente, cada uma das tarefas deve ser processada por todas as máquinas, seguindo o mesmo roteiro de processamento. Isto é, toda tarefa inicia na máquina 1, passa para a máquina 2 e assim sucessivamente. Como cada máquina geralmente só tem capacidade de processar uma tarefa por vez, formam-se filas de espera.
- *Job Shop Scheduling Problem* (J_m). Cada tarefa possui um roteiro de processamento próprio pelas máquinas disponíveis.

Algumas características relevantes são abordadas abaixo.

- Preempção ($prmp$). Permite-se que o processamento de qualquer tarefa em uma máquina seja interrompido para processamento de outra tarefa. As tarefas com processamento interrompido é retornado posteriormente.
- Tempos de *setup* dependentes da sequência (s_{ij}). O tempo para realizar o *setup* na máquina da tarefa j depende de qual tarefa i foi processado previamente na máquina. Em certos casos, o tempo de *setup* (s_{ijk}) também pode variar de acordo com a máquina k em que as tarefas estão sendo processadas.
- Produção em lote ($batch(b)$). As máquinas podem processar simultaneamente tarefas que pertençam a um mesmo lote, sem a necessidade que os tempos de processamento individuais seja igual. Neste caso, os lotes possuem tamanhos máximos definidos b , e o tempo de processamento de um lote é igual ao tempo de processamento da tarefa mais longa contida nele.
- Data devida de tarefa (d_j). Cada tarefa possui uma data de entrega.

Por fim, são exemplificados os objetivos a seguir.

- *Makespan* (C_{max}). Tempo de finalização da última tarefa a sair do sistema.
- Tempo total ponderado de conclusão ($\sum w_j C_j$). A soma ponderada dos tempos de finalização de todas as tarefas.

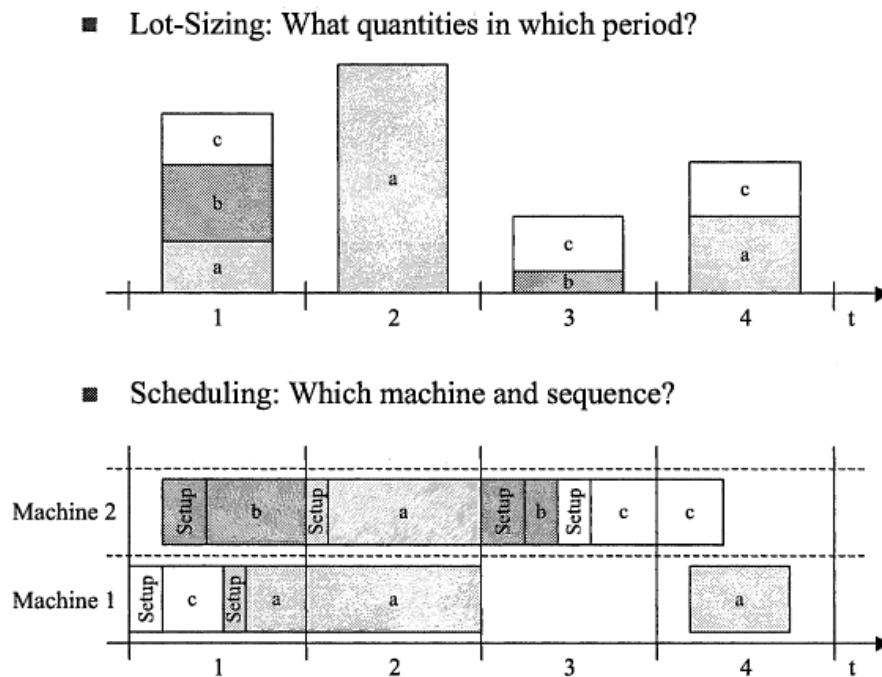
- Máximo atraso (L_{max}). Contabiliza a tarefa com maior atraso conforme sua data devida.
- Soma ponderada de atrasos e adiantamentos ($\sum w'_j E_j - \sum w''_j T_j$). Contabiliza o total de atrasos e adiantamentos das tarefas conforme sua data devida.

O problema abordado nesta dissertação combina o PDLC ao Rm devido a presença de *setup* dependentes da sequência, situando-o na literatura de Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL) com múltiplas máquinas. A seção seguinte traz alguns trabalhos que abordam o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL) relevantes para o tema.

2.4 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES

Para além de decisões sobre tamanho e data de entrega dos lotes, em PDSL busca-se também determinar a sequência de processamento dos lotes para cada período e em cada máquina, conforme ilustrado na Figura 2.2. Assim, ao contrário de abordagens anteriores, como no MRP-2, que executava decisões de forma hierarquizada, o PDSL integra diferentes níveis de decisão em um único modelo (CORRÊA; GIANESI; CAON, 2019). A integração entre um PDL e um problema de sequenciamento costuma ser motivada pela presença de *setups* dependentes da sequência em um PDL, a despeito de existir casos específicos de PDSL que consideram outras características. Neste trabalho, o leitor deve assumir que os trabalhos mencionados incluem algum parâmetro de *setup* dependente da sequência, salvo quando expresso o contrário.

Figura 2.2 – Representação de PDSL.



Fonte: Quadt (2004)

Para auxiliar a classificar os problemas, Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2014) propuseram um *framework* de classificação para trabalhos de PDSL, consistindo em 3 fatores.

- Técnica de modelagem. Os modelos de PDSL podem ser classificados conforme a técnica para definir as sequências de processamento de lotes: Orientado a Produto (OP) e Orientado a Sequência (OS). Em modelos que se baseiam em OP, as sequências são escolhidas explicitamente. Por sua vez, as sequências são escolhidas a partir de um conjunto de sequências possíveis em um PDSL modelado por OS, sendo definido quais serão utilizadas em cada período.
- Estrutura de tempo. Um problema pode ser modelado utilizando Macro Períodos (MP) e micro Períodos (mP). Em MP, é possível realizar mais de um *setup* por período. Já mP, no máximo um *setup* pode ser realizado no período. Esta classificação é semelhante a *big buckets* e *small buckets*, com a diferença de ser direcionada para o nível de produção onde são realizadas as decisões de sequenciamento.
- Quantidade de lotes. Um PDSL pode ser modelado para permitir Lotes Múltiplos (LM) ou Lote Único (LU) de um mesmo produto em um mesmo período. Na literatura, é comum adotar a suposição de diferença triangular, onde o *setup* direto entre dois produtos é mais eficiente do que através de um terceiro. No entanto, em casos como na indústria alimentícia, essa suposição pode não se aplicar, pois o uso de um terceiro produto pode auxiliar na limpeza do maquinário. Sob a diferença triangular, o modelo utiliza LU, já que não é necessário produzir o mesmo produto mais de uma vez no período. Sem essa suposição, LM pode ser vantajoso por permitir a redução de tempos e custos de *setup*.

Como argumenta Lee e Lee (2023), pode-se dizer que o PDSL é fortemente $\mathcal{NP}$ -Difícil. Dado sequências de produção já definidas, o PDSL capacitado pode ser reduzido a um PDLC, o qual já é um problema $\mathcal{NP}$ -Difícil (FLORIAN; LENSTRA; KAN, 1980). Por outro lado, dado um planejamento sobre tamanho e data de entrega de lotes, o problema remanescente de sequenciamento de lotes pode ser reduzido ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV), o que o faz ser $\mathcal{NP}$ -Difícil.

Diversos estudos já investigaram o PDSL, tanto na perspectiva de propor novas variantes do problema, como para propor novas estratégias de resolver o problema. O Quadro 2.1 sumariza alguns dos trabalhos que abordaram o problema, destacando orientação, tipo de período, tipo de lote e características adicionais consideradas.

Alguns trabalhos trataram do PDSL com mP (DILTS; RAMSING, 1989; DASTIDAR; NAGI, 2005; ALMADA-LOBO et al., 2010; JAMES; ALMADA-LOBO, 2011; CLAASSEN et al., 2016). Dentre estes, vale destacar Almada-Lobo et al. (2010), Claassen et al. (2016).

Almada-Lobo et al. (2010) introduziu uma variante do PDSL para modelar o processo de fabricação de uma indústria de recipientes de vidro. Para isso, os autores consideraram máquinas em paralelo e a inclusão de uso de fornalha. O problema introduzido busca minimizar custos de *setup*, de estoque, e o custo de oportunidade ao permitir tempo vago da fornalha.

Fora ele, Claassen et al. (2016) modelaram um problema de uma indústria alimentícia como

Quadro 2.1 – Trabalhos relacionados ao PDSL

Trabalho	Orientação	Tipo de período	Tipo de lote	Características adicionais
Dilts e Ramsing (1989)	OP	mP	LU	
Haase (1996)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i>
Haase e Kimms (2000)	OS	MP	LU	
Dastidar e Nagi (2005)	OP	mP	LU	Atraso de entregas, máquinas paralelas
Gupta e Magnusson (2005)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i>
Almada-Lobo et al. (2007)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i>
Almada-Lobo, Oliveira e Carravilla (2008)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i>
Almada-Lobo et al. (2010)	OP	mP	LU	<i>Setup carry-over</i> , máquinas paralelas
James e Almada-Lobo (2011)	OP	mP	LU	<i>Setup carry-over</i> , máquinas paralelas
Menezes, Clark e Almada-Lobo (2011)	OP	MP	LM	<i>Setup carry-over</i>
Xiao et al. (2013)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i> , janelas de tempo, restrições de preferência e elegibilidade de máquinas
Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2013)	OS	MP	LM	<i>Setup carry-over</i>
Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2014)	OP	MP	LM	Múltiplas formulações de única máquina
Claassen et al. (2016)	OP	mP	LU	Deterioração de estoque
Zhang, Zhang e Wu (2021)	OP	MP	LU	<i>Setup carry-over</i> , atraso de entregas, máquinas paralelas e elegibilidade de máquinas
Carvalho e Nascimento (2022)	OP	MP	LM	<i>Setup carry-over</i> , máquinas paralelas
Lee e Lee (2023)	OP	Período único	LM	<i>Setup carry-over</i> , atraso de entregas

um PDSL com setups não triangulares e deterioração de estoque. Os autores optaram por utilizar mP para possuir maior controle de tempo de deterioração dos alimentos.

Já em maior quantidade, temos PDSL com estruturas de tempo de MP (HAASE, 1996; HAASE; KIMMS, 2000; GUPTA; MAGNUSSON, 2005; ALMADA-LOBO; OLIVEIRA; CARRAVILLA, 2008; ALMADA-LOBO et al., 2007; MENEZES; CLARK; ALMADA-LOBO, 2011; XIAO et al., 2013; GUIMARÃES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2013; GUIMARÃES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2014; ZHANG; ZHANG; WU, 2021; CARVALHO; NASCIMENTO, 2022; LEE; LEE, 2023).

Gupta e Magnusson (2005) introduziram o problema de PDSL com máquina única e *setup carry-over* baseado no processo de fabricação de lixas, de uma empresa do setor de produtos abrasivos. Ainda que o modelo introduzido pelos autores não impeça a geração de sub ciclos conforme Almada-Lobo, Oliveira e Carravilla (2008) - disponível online em 2006 -, o problema introduzido foi abordado por trabalhos seguintes (ALMADA-LOBO; OLIVEIRA; CARRAVILLA, 2008; ALMADA-LOBO et al., 2007). Almada-Lobo, Oliveira e Carravilla (2008) corrigiu o modelo, e após isso, Almada-Lobo et al. (2007) propôs novas formulações e as comparou com as existentes na literatura.

Por sua vez, o primeiro, até onde sabemos, a introduzir LM aos PDSL foi Menezes, Clark e Almada-Lobo (2011). A partir disso, outros trabalhos vieram na sequência. Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2013) utilizaram a OS para resolver o problema, propondo uma heurística para encontrar boas sequências a serem adicionadas ao modelo. Já Carvalho e Nascimento (2022) modelaram o problema para máquinas em paralelo.

Destaca-se também o trabalho de Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2014). Além do *framework* discutido neste estudo, os autores investigaram diferentes formulações da literatura de PDSL, considerando tanto LU, quanto LM, assim como OS e OP. Para o caso de OP, foram exploradas abordagens para evitar a geração de subciclos nas soluções. Fora isso, foi proposto uma nova formulação para o PDSL envolvendo OP, LM e MP. O objetivo foi realizar experi-

mentos computacionais para analisar as vantagens e desvantagens das diferentes formulações.

Por fim, vale ressaltar o trabalho de Lee e Lee (2023). Foram analisadas diferentes formulações matemáticas, bem como a proposição de 2 novas famílias de desigualdades válidas para o OP, MP, LU e única máquina. Para isso, os autores consideram 1 único período para realizar o estudo poliédrico de suas formulações. Por fim, foram realizados experimentos em instâncias de 1 único período e em instâncias com vários períodos.

Além das características apresentadas, um aspecto de interesse crescente é a incorporação de aspectos ambientais, comum também a vários outros problemas de otimização. Problemas como o *Pollution Routing Problem* e o Problema de Sequenciamento Verde *Flow Shop* de duas máquinas com velocidade variáveis surgiram a partir da integração de questões ambientais aos problemas de Roteamento de Veículos e de Sequenciamento, respectivamente (BEKTAŞ; LAPORTE, 2011; MANSOURI; AKTAS; BESIKCI, 2016). De modo semelhante, há na literatura de PDL variantes com foco ambiental. Na seção seguinte, são apresentados alguns desses trabalhos.

2.5 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES NO CONTEXTO AMBIENTAL

Para PDL, há diferentes formas de incluir aspectos ambientais aos problemas, a depender da motivação dos autores. Ao considerar exigências legais ou de consumidores a respeito do volume de emissões de Gases do Efeito Estufa (GEE), é possível incorporar restrições ou custos de emissões (BENJAAFAR; LI; DASKIN, 2013).

Benjaafar, Li e Daskin (2013) propuseram novos PDL de único produto com restrições ou custos de emissão de carbono, além de trazer uma discussão gerencial a respeito das possibilidades de aplicação dos modelos. Por sua vez, Absi et al. (2013) focou na introdução de novas restrições de emissão de carbono para o PDL de único produto. Wu et al. (2018) introduziram o PDL verde capacitado multi-item com máquinas paralelas não idênticas. O problema assume a possibilidade de expansão de capacidade ao permitir compra de máquinas, além da elegibilidade das máquinas, bem como a presença de restrições periódicas para a emissão de carbono.

É possível ainda adaptar os PDL para empresas que praticam logística reversa. Dentre as abordagens possíveis, é possível integrar aos PDL a remanufatura, que consiste em coletar itens usados para recuperá-los e deixá-los “tão bons quanto novos”, permite reduzir a quantidade de resíduos gerados (DEKKER et al., 2004).

Sahling (2013) introduziram o PDLC com retorno de produtos e remanufatura. O problema é direcionado a processos produtivos que permitem o uso de matéria prima virgem ou de produtos usados para a produção de novos produtos. O problema se trata de uma expansão do PDLC ao permitir que a demanda seja atendida a partir de itens manufaturados e remanufaturados.

Há também trabalhos que abordam o PDL que visam a redução do consumo energético do setor industrial. Rapine et al. (2018) propuseram o PDL energético, no qual se assume um limite periódico de uso de energia, consumida ao se produzir itens ou ao se ligar a máquina.

Por sua vez, há poucos trabalhos que abordaram o PDSL no contexto ambiental. Considerando um ambiente de máquinas *job shop*, com aceleração no processamento das tarefas para o problema de sequenciamento, e manufatura e remanufatura para o problema de dimensionamento, Giglio, Paolucci e Roshani (2017) introduziram um PDSL que busca minimizar os custos, que incluem produção, *setup*, energia, dentre outros. Vale destacar que o problema apresentado não inclui setups dependentes da sequência. Contudo, é a partir da integração entre dimensionamento e sequenciamento que se consegue calcular o consumo de energia do planejamento.

Já Vaez, Sabouhi e Jabalameli (2019) consideraram o PDSL MP, OP e LU, com os objetivos de maximizar o lucro e minimizar a emissão de carbono de ordens de pedidos de uma empresa que opera sob o modelo *Just in Time*. O problema considera ordens com datas devidas e limites de entrega, *setups carry-over*, faturamento por atender ordens, bem como custos de atraso e de não entrega.

Por fim, Sel, Gurkan e Hamzadayı (2024) introduziram um PDSL MP, OP e LU aplicado a processos produtivos com máquinas Controle Numérico Computadorizado. O estudo assumiu um ambiente de máquinas paralelas, onde se busca minimizar custos relacionados ao dimensionamento de lotes e ao consumo energético. Fora isso, os autores incluíram restrições de consumo energético.

É importante ressaltar que, até a presente data, não foram encontrados na literatura de PDSL trabalhos que considerem simultaneamente consumo de energia e liberação de gases do efeito estufa.

3 PRODUÇÃO EM SETOR TÊXTIL

A indústria têxtil é uma das mais importantes para a sociedade humana, atendendo a necessidades básicas, como a de vestuário. Com presença nas mais diversas cadeias de suprimentos, o setor atende desde segmentos automotivo e aeroespacial - na fabricação de estofados dos veículos -, até o setor de serviços - como a área da saúde, fornecendo materiais como gazes e bandagens para procedimentos médicos. Essa indústria é caracterizada por uma extensa cadeia produtiva, com múltiplos subsetores: a cadeia se inicia na agricultura, no tosquiamento ou na produção de fibras sintéticas, passa por fases intermediárias como corte, tecelagem e tingimento, até alcançar as fases finais de fabricação específicas para cada tipo de produto para posterior comercialização e descarte (FARHANA et al., 2022).

Da Inglaterra à várias nações emergentes, o setor têxtil é um ponto de partida comum no processo de industrialização de diversos países devido a fatores como baixo nível de barreiras de entrada (YANG; ZHONG, 1998; KIM; TRAORE; WARFIELD, 2006; JUCEVIČIUS; RYBAKOVAS, 2010). Por sua vez, embora sua participação no mercado internacional seja restrita, o Brasil está entre os maiores produtores e consumidores de produtos têxteis (IEMI, 2024). Conforme dados da IEMI (2024), a indústria têxtil brasileira produziu cerca de R\$ 203,9 bilhões em 2023, o que corresponde a 7,1% do total da produção de indústrias de transformação - excluindo setores de extração mineral e construção civil. Já sob a perspectiva de geração de emprego, o setor corresponde a 16,7% do total dos postos de trabalho relacionados a produção industrial de 2022.

Ainda que a maior concentração do setor têxtil do Brasil esteja localizado nas regiões Sul e Sudeste, há polos de confecção relevantes em todo território nacional. Pernambuco, por exemplo, ocupa a nona posição entre os estados brasileiros com maior número de indústrias, concentrando cerca de 4,3% do total (IEMI, 2024). Este destaque é devido à presença do Polo de Confeções do Agreste no Estado, que teve origem em Caruaru, Toritama e Santa Cruz do Capibaribe e se expandiu para cidades vizinhas, alcançando relevância nacional não só pelo número de empresas do ramo localizadas na região, mas também devido ao volume de clientes e à diversidade de produtos fabricados (XAVIER, 2020).

Entretanto, a importância da indústria têxtil vem acompanhada de desafios significativos em termos ambientais, com impactos relevantes tanto para a conservação das espécies, quanto para a indústria. A produção têxtil exige energia elétrica para climatização e iluminação de postos de trabalho, para maquinário, além de vapor para processos térmicos de tingimento, lavagem e branqueamento. Como essa energia geralmente é obtida a partir da queima de combustíveis fósseis, há emissões significativas de Gases do Efeito Estufa (GEE) (KISSINGER et al., 2013; FARHANA et al., 2022). Paralelamente, o setor figura entre os maiores poluidores de água, especialmente nas etapas de tingimento, cujo impacto é ainda maior conforme a matéria-prima utilizada - como exemplo, o tingimento do algodão demanda elevados volumes de água, vapor e

insumos químicos como pigmentos e agentes auxiliares (NIINIMÄKI et al., 2020; FARHANA et al., 2022).

Para além das discussões sobre aquecimento global e preservação da vida no planeta, observa-se ao redor do mundo pressão social e governamental pela redução do impacto ambiental das empresas. Essa demanda viabilizou a criação de leis que impõem a transição ecológica às organizações, com incentivos financeiros para empresas em conformidade com legislação, e com mecanismos coercitivos como multas por descumprimento ou custos adicionais àquelas que não se adequam. Um exemplo disso no Brasil é a Lei 15.042/2024, a qual visa regularizar o mercado de carbono em todo o país (BRASIL, 2024). De acordo com a legislação, cada empresa recebe um teto de emissões de GEE: caso permaneça abaixo desse limite, a organização acumula créditos de carbono proporcionais à redução; caso contrário, a empresa deverá adquirir créditos equivalentes ao volume excedente ou pagar multa. Desse modo, em um contexto em que as obrigações ambientais ganham maior destaque e passam a influenciar diretamente a performance empresarial, torna-se essencial abordar esses aspectos em decisões tomadas nos processos de produção.

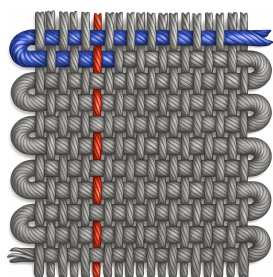
Na atual conjuntura de relevância do setor têxtil e de crescente exigência por sustentabilidade, este trabalho busca contribuir ao propor métodos de apoio à decisão para o processo de programação da produção de cadarços de uma empresa B2B de produtos têxteis sob demanda situada no Polo de Confecções do Agreste. A empresa em análise conta com diversas máquinas para a fabricação de seus produtos, como teares, caldeiras, equipamentos para acabamento e de aplicação de acessórios. Com uma produção personalizada conforme pedido de cliente, a empresa produz etiquetas de roupas, cadarços, patches, tags, chaveiros. Cadarços, foco do presente trabalho, são comumente utilizados em calçados, ajustando a peça ao pé do utilizador. Eles podem ser feito de algodão, poliéster, nylon, dentre outros materiais, possuindo cores, dimensões e estilos próprios. Sua fabricação pode ocorrer por tecelagem, crochê, dentre outros. O processo em análise é detalhado a seguir.

3.1 DIMENSIONAMENTO DA PRODUÇÃO DE CADARÇOS

O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia (PDSLFAE) busca auxiliar um processo de programação da produção dentro do Setor de Produção de Cadarços da empresa. Este setor é responsável pela fabricação de um amplo mix de cadarços por meio do processo de tecelagem, conforme ilustrado na Figura 3.1a, em que fios de trama (azul) e de urdume (vermelho) são entrelaçados para formar o tecido. Para realizar o processamento, a Empresa conta com um conjunto de teares em paralelo, como ilustrado na Figura 3.1b.

Figura 3.1 – Tecelagem

(a) Tecido fabricado por tecelagem

Fonte: Adaptado de página de Wikipédia¹.

(b) Tear de cadarços planos

Fonte: Página de venda de tear².

Periodicamente, o departamento recebe dados sobre a demanda de produtos por períodos, sendo o processo em análise responsável por definir o planejamento da produção. Cada produto pode possuir um estoque inicial, além uma quantidade mínima e máxima de produção por máquina, a serem definidos com base em fatores como custos fixos de operação, economias de escala e disponibilidade de recursos.

Os teares são capazes de processar qualquer modelo de cadarço do mix, exigindo uma única operação por produto. Além disso, a velocidade de processamento de cada cadarço varia conforme o tear, caracterizando um ambiente de Máquinas Paralelas Não Relacionadas. As disponibilidades dos teares podem ainda variar de um período para outro, conforme necessidades de produção da empresa, de manutenções planejadas, dentre outros fatores operacionais. Para fabricar um cadarço, é necessário ainda realizar um *setup* relacionado a fatores como dimensão de produto, matéria prima e máquina. Desse modo, o *setup* se torna dependente da sequência de processamento de produtos e da máquina.

Os cadarços podem ainda passar por uma etapa de tingimento conforme as especificações do cliente. Para isso, a Empresa utiliza uma caldeira à lenha, responsável por fornecer energia térmica a todos os teares da empresa. Nesse contexto, é possível recorrer a tipos de madeira distintos, cada uma com capacidade energética própria, proporcionais a seu poder calorífico e outros fatores. Ressalta-se que, na empresa analisada, a quantidade total de madeira disponível para o planejamento da produção encontra-se inteiramente disponível desde o primeiro período.

Por fim, vale destacar o objetivo do processo decisório, que é de minimizar os custos totais. Neste trabalho, divide-se os custos em operacionais e ambientais. Os custos operacionais são compostos por custos de: estocagem por tipo de produto; produção por tipo de produto e máquina utilizada; compra por tipo madeira para a caldeira; e *setup* por sequência de produção e máquina. Tais custos podem ser calculados por meio de rateios proporcionais ao volume do produto, tempo de produção, de *setup*, ao tipo de matéria-prima e a outros fatores relevantes. Já os custos ambientais de emissão durante o *setup* e durante a queima de poluentes da madeira

¹ Disponível em: https://goodfore.en.made-in-china.com/product/dGrYbkRyXgWH/China-Flat-Shoelace-for-High-Weaving-Density-Ygf-655-Elite-Jacquard-Needle-Loom-Machine.html?utm_source=brainx&utm_medium=cpc&utm_campaign=108729.

² Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Kette_und_Schu%C3%9F_num_col.png.

podem ser contabilizados de acordo com o mercado de carbono (BRASIL, 2024). A próxima seção introduz conceitos relacionados ao uso da caldeira na operação.

3.2 CONSUMO DE COMBUSTÍVEL

Caldeiras são equipamentos responsáveis por transferir o calor gerado pela queima de combustíveis para a água, e assim, gerar vapor. Para uma efetiva transferência de calor, as caldeiras são construídas para comportar altas temperaturas e pressões. A depender da máquina, diferentes tipos de materiais podem ser utilizados como combustíveis. Para leitores interessados sobre o funcionamento desse equipamento, referencia-se Mallick (2014).

Na empresa em análise, as caldeiras são alimentadas por lenha. No presente trabalho, a estimativa da quantidade de madeira necessária para o tingimento dos produtos envolve três etapas. Primeiro, determina-se o calor exigido para o tingimento de cada cadarço com base na massa de água utilizada e na variação de temperatura necessária para o processamento do item. Em seguida, o consumo de energia do *setup* das máquinas é calculado. Por fim, estima-se a quantidade de calor fornecida pela queima da lenha. Desse modo, é possível calcular a massa de madeira necessária para atender a demanda energética da produção.

Para a primeira etapa, utiliza-se a Equação (3.1) para o cálculo da energia necessária q_i^p para a produção de um item i (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

$$q_i^p = c_{H_2O} w_i^{H_2O} \Delta T_i, \quad (3.1)$$

Onde c_{H_2O} é o calor específico da água, $w_i^{H_2O}$ é a massa de água utilizada e ΔT_i , a variação de temperatura necessária para o tingimento do produto i . Conforme Halliday, Resnick e Walker (2009), o calor específico de um material corresponde a quantidade de calor necessária para elevar 1 unidade de massa em 1 unidade de temperatura. Com esses parâmetros, pode-se calcular o calor total requerido para aquecer a água no interior da caldeira até a temperatura necessária para o processo de tingimento.

Por sua vez, apesar de haver múltiplos fatores que influenciam o consumo de energia de uma caldeira durante o *setup* - como os sistemas de ar e de vapor da máquina, ou a variação de temperatura entre produtos sucessivos -, adotou-se a Equação (3.2) para o cálculo da quantidade de energia consumida q_{ijk}^s no *setup* entre os itens i e j na máquina k .

$$q_{ijk}^s = \rho_k l_{ijk}^s, \quad (3.2)$$

onde ρ_k corresponde a uma taxa de consumo de energia por unidade de tempo pela máquina k , a ser multiplicado pelo tempo de *setup* l_{ijk}^s entre as tarefas i e j na máquina k .

Já para calcular a quantidade de energia produzida ao se queimar o combustível, introduz-se o conceito de Poder Calorífico (PC), definido como a quantidade de calor liberado por unidade de massa durante a combustão do material. Assim, a energia produzida Q_m ao queimar uma

massa w_m do combustível m , o qual possui um PC igual a q_m^f , pode ser calculado conforme a Equação (3.3) (MORAN et al., 2013).

$$Q_m^f = q_m^f w_m, \quad (3.3)$$

Há ainda o Poder Calorífico Superior (PCS) e o Poder Calorífico Inferior (PCI), sendo o que diferencia cada o estado da água gerada na combustão: enquanto no PCS a água termina em estado líquido; no PCI, a água termina em estado gasoso. A relação entre ambos os conceitos pode ser visto na Equação (3.4) (LOO; KOPPEJAN, 2007; MORAN et al., 2013). Para o cálculo da energia produzida na Equação (3.3), foi utilizado o PCI por levar em conta perda de energia por fatores como umidade do material.

$$NCV = GCV (1 - w^m) - 2,444 w^m - 2,444 h^m 8,936 (1 - w^m) \quad \text{tudo em } \frac{MJ}{kg} \quad (3.4)$$

Onde:

- 2,444 Diferença na entalpia entre água líquida e gasosa à 25°C;
- 8,936 = $\frac{M_{H_2O}}{M_{H_2}}$; i.e. a razão da massa molecular de H_2O e H_2 ;
- w^m percentual de umidade contida no combustível;
- h^m percentual de concentração de hidrogênio.

Para estabelecer uma relação entre as Equações (3.1) de energia requerida para tingimento e (3.3) de energia produzida, recorre-se a **Primeira Lei da Termodinâmica**,

$$\Delta E_{int} = Q - W,$$

a qual estabelece que a variação de energia interna do sistema ΔE_{int} está em função do calor Q e do trabalho W . Caso seja aplicado trabalho ou se receba calor, a energia interna do sistema tende a crescer. Por outro lado, quando o sistema fornece calor ou realiza trabalho, a energia tende a diminuir (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

Ao atingir a temperatura necessária para o tingimento do cadarço, o sistema deve permanecer estável. Sendo assim, a variação de energia interna deve ser 0. Considerando o tingimento de um único item, a queima da madeira libera uma quantidade de energia Q_m^f , a qual parte se perde para o ambiente Q_l , parte é destinada ao *setup* q_{jik}^s da máquina e parte é destinada ao processo de tingimento do produto q_i^p , conforme representa a Equação (3.5).

$$Q_m^f - (Q_l + q_i^p + q_{jik}^s) = 0 \quad (3.5)$$

No presente trabalho, assumiu-se que o calor perdido ao ambiente Q_l , assim como o trabalho W exercido pelo sistema são desprezíveis. A seguir, o modelo é definido formalmente.

3.3 DEFINIÇÃO FORMAL

Seja $I = \{1, \dots, |I|\}$ o conjunto de $|I|$ produtos a serem produzidos em lotes ao longo do horizonte de planejamento discreto $T = \{1, \dots, |T|\}$. Para realizar o processamento, a organização conta com um conjunto $K = \{1, \dots, |K|\}$ de $|K|$ máquinas paralelas não relacionadas, alimentadas por uma caldeira que utiliza $|M|$ diferentes combustíveis, representados pelo conjunto $M = \{1, \dots, |M|\}$. Este trabalho apresenta $i, j, o \in I, k \in K$ e $m \in M$ como índices para tarefas, máquinas e combustíveis, respectivamente. Adicionalmente, introduz-se o produto fictício 0 para representar o estado de repouso da máquina no início e no fim de cada período, e o período 0 para indicar o intervalo imediatamente anterior ao horizonte de planejamento. Assim, temos também os conjuntos $I' = I \cup \{0\}$ e $T' = T \cup \{0\}$.

O custo de estocar uma unidade por período c_i^h e o estoque inicial h_i do produto i são conhecidos. É dada a demanda d_{it} de cada produto i em cada período t , sendo necessário atendê-la sem atrasos. A demanda é atendida a partir da fabricação em lotes dos produtos, os quais são dados tempo de processamento unitário l_{ik}^p , custo unitário c_{ik}^p , tamanho mínimo do lote $a_{ik}^{\min}$ e tamanho máximo do lote $a_{ik}^{\max}$ do produto i da máquina k . No modelo proposto, x_{ikt} representa a variável de decisão responsável por definir o tamanho do lote do produto i fabricado na máquina k no período t . Já o tamanho do estoque do produto i disponível no final do período t é controlado pela variável s_{it} . Vale ainda mencionar a variável binária y_{ikt} , uma variável auxiliar que assume valor 1 quando o produto i é fabricado na máquina k no período t .

Há tempos l_{ijk}^s , custos operacionais c_{ijk}^s e custos específicos à emissão de carbono e_{ijk}^s ao se realizar o *setup* do produto i para o produto j na máquina k . Também é dada a capacidade máxima de tempo disponível L_{kt} que a máquina k possui no período t , destinada ao processamento e aos setups entre produtos. Para controlar a ordem de produção das tarefas, foi definido a variável de decisão z_{ijkt} , uma variável binária que assume valor 1 caso o produto j seja processado imediatamente após o produto i na máquina k no período t , e 0 caso contrário. Para que a ordem de processamentos gerada seja válida, é necessário que ela parta da máquina em repouso, ou seja, que inclua o produto fictício 0.

Além dos fatores já mencionados, é necessário introduzir parâmetros relacionados ao consumo energético. Cada produto i necessita de q_i^p unidades de energia para ser processado. Para realizar o *setup* para o produto j a partir do produto i na máquina k , gasta-se q_{ijk}^s unidades de energia. Cada unidade de combustível m tem características próprias, das quais vale destacar: o poder calorífico q_m^f , o qual representa a energia liberada quando queimado; os custos de compra c_m^f ; e os custos de emissão e_m^f definido pelo mercado de carbono, proporcionais à liberação de GEE durante a queima do combustível. Além disso, a empresa tem acesso a uma capacidade limitada de geração de energia Q_m para todo combustível m disponível no horizonte de planejamento T . Neste problema, a taxa de liberação de energia a partir da queima é superior ao consumo das máquinas independentemente do item em produção. A variável de decisão responsável por controlar a quantidade de madeira m utilizada é w_m .

O objetivo do PDSLFAE é encontrar um plano de dimensionamento e sequenciamento de lotes que minimize os custos totais, composto pelos custos operacionais e ambientais. A seguir, o modelo é apresentado.

3.4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Dado o exposto, esta seção define os elementos fundamentais do modelo para, em seguida, apresentar a formulação do modelo proposto.

3.4.1 Conjuntos

- $I = \{1, \dots, |I|\}$: Conjunto de $|I|$ produtos.
- $I' = I \cup \{0\}$: Conjunto de $|I| + 1$ itens, composto pela união entre os $|I|$ produtos e 0, um dummy que representa o início e o fim da produção.
- $K = \{1, \dots, |K|\}$: Conjunto de $|K|$ máquinas paralelas.
- $T = \{1, \dots, |T|\}$: Conjunto de $|T|$ períodos do horizonte de planejamento.
- $T' = T \cup \{0\}$: Conjunto de todos os $|T| + 1$ períodos, onde 0 representa o período imediatamente anterior ao planejamento.
- $M = \{1, \dots, |M|\}$: Conjunto de $|M|$ tipos de combustíveis utilizados para fabricação; neste trabalho, os combustíveis considerados são diferentes espécies de madeira.

3.4.2 Parâmetros

- c_{ik}^p : custo de produção do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$.
- e_m^f : custo de emissão de poluentes ao se utilizar a madeira $m \in M$.
- c_m^f : custo de aquisição de combustível $m \in M$.
- e_{ijk}^s : custo de emissão ao realizar o *setup* entre o item $i \in I'$ e o $j \in I'$ na máquina $k \in K$.
- c_{ijk}^s : custo ao realizar o *setup* entre o item $i \in I'$ e o $j \in I'$ na máquina $k \in K$.
- c_i^h : custo unitário de estocar o produto $i \in I$ por período.
- h_i : estoque inicial do produto $i \in I$.
- d_{it} : demanda do produto $i \in I$ no período $t \in T$.
- l_{ik}^p : tempo unitário de produção do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$.
- l_{ijk}^s : tempo de *setup* entre o item $i \in I'$ para o item $j \in I'$ na máquina $k \in K$.
- L_{kt} : tempo disponível na máquina $k \in K$ no período $t \in T$.
- q_i^p : quantidade de energia necessária para processar o produto $i \in I$.
- q_{ijk}^s : quantidade de energia utilizada para realizar o *setup* do produto $i \in I$ para o $j \in I$ na máquina $k \in K$.
- q_m^f : poder calorífico do combustível $m \in M$.
- Q_m : quantidade de energia liberada pela queima de uma unidade do combustível $m \in M$.
- $\alpha_{ik}^{\min}$: lote de produção mínimo do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$.
- $\alpha_{ik}^{\max}$: lote de produção máximo do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$.

- $a_{ikt}^{\max} = \min(\frac{L_{kt} - l_{0ik}^s - l_{i0k}^s}{l_{ik}^p}, \sum_{t'=t}^{|I|} d_{it'}, \alpha_{ik}^{\max})$: quantidade máxima que a máquina $k \in K$ pode produzir do produto $i \in I$ no período $t \in T$.

3.4.3 Variáveis de Decisão

- x_{ikt} = tamanho do lote produzido do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$ a ser entregue no início do período $t \in T$.
- y_{ikt} = variável binária, assume valor 1 se houver produção do produto $i \in I$ na máquina $k \in K$ no período $t \in T$, ou 0, caso contrário.
- z_{ijkt} = variável binária, assume valor 1 se houver troca de produção do item $i \in I'$ para o item $j \in I'$ na máquina $k \in K$ no período $t \in T$, ou 0, caso contrário.
- s_{it} = estoque do produto $i \in I$ ao final do período $t \in T'$
- w_m = quantidade de unidades do combustível $m \in M$ utilizada no planejamento.

3.4.4 Modelo

$$\begin{aligned} \min \sum_{i \in I'} \sum_{j \in I'} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (e_{ijk}^s + c_{ijk}^s) z_{ijkt} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ik}^p x_{ikt} \\ + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} c_i^h s_{it} + \sum_{m \in M} (c_m^f + e_m^f) w_m \end{aligned} \quad (3.6)$$

A Função Objetivo (3.6) representa o custo total do planejamento, o qual deve ser minimizado. Ela é composta por quatro componentes distintos relacionados a decisões de controle da programação da produção, conforme evidenciado pelos quatro somatórios separados na função. Cada componente representa respectivamente os custos de *setup*, de produção, de estocagem e dos combustíveis.

Para o componente de custos de *setup*, consideram-se tanto os custos operacionais - a serem calculados por meio de rateio -, quanto os custos ambientais relacionados a preparação da máquina. Em particular, a troca de tipo de produto em produção pode exigir a manutenção ou alteração da temperatura da caldeira durante o *setup*, o que demanda a queima de combustível. Essa queima resulta na emissão de GEE, implicando em custos no mercado de carbono.

Por sua vez, os custos de produção e de estocagem contém apenas custos operacionais relacionados com a atividade produtiva, calculados por meio de rateio. Por fim, há os custos de aquisição do combustível, que podem ser calculados a partir do preço de compra, transporte e outros fatores relevantes para a empresa. Já os custos de emissão são relacionados a quantidade de GEE liberados a partir da queima de uma unidade de combustível, o que resulta em custos no mercado de carbono. Com a função objetiva definida, segue-se para as restrições do problema abaixo:

$$\sum_{k \in K} x_{ikt} + s_{i,t-1} - s_{it} = d_{it} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (3.7)$$

$$s_{i0} = h_i \quad \forall i \in I \quad (3.8)$$

As Restrições (3.7) balanceiam a demanda com a produção ao relacionar a demanda com a quantidade produzida, o estoque inicial e final do período. Para definir o estoque inicial de cada produto no horizonte de planejamento, é utilizado as Restrições (3.8).

$$\sum_{i \in I} l_{ik}^p x_{ikt} + \sum_{i \in I'} \sum_{j \in I'} l_{ijk}^s z_{ijkt} \leq L_{kt} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (3.9)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} q_i^p x_{ikt} + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I'} \sum_{j \in I'} q_{ijk}^s z_{ijkt} \leq \sum_{m \in M} q_m^f w_m \quad (3.10)$$

$$q_m^f w_m \leq Q_m \quad \forall m \in M \quad (3.11)$$

As Restrições (3.9) garantem que a capacidade necessária para a produção e o *setup* das máquinas não exceda a capacidade disponível para a máquina no período. De forma análoga, as Restrições (3.10) impedem que a energia necessária para a produção e o *setup* ultrapasse a quantidade de energia gerada pela queima de combustível. Estas são complementadas pelas Restrições (3.11), que impedem que a energia total gerada a partir do conjunto de combustíveis disponíveis seja maior que a energia disponível desse material durante o horizonte de planejamento.

$$a_{ik}^{\min} y_{ikt} \leq x_{ikt} \leq a_{ikt}^{\max} y_{ikt} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.12)$$

$$(3.13)$$

As Restrições (3.12) obrigam que a quantidade de produtos produzida esteja dentro do intervalo de produção possível.

$$\sum_{i \in I'} z_{ijkt} = y_{jkt} \quad \forall j \in I, k \in K, t \in T \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in I'} z_{ijkt} = y_{ikt} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.15)$$

$$\sum_{j \in I'} z_{0jkt} = 1 \quad \forall k \in K, t \in T \quad (3.16)$$

$$z_{iikt} = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.17)$$

Por sua vez, as Restrições (3.14) e (3.15) garantem que, se um produto for produzido, ele precisa ser, respectivamente, precedido ou sucedido por outro item. As Restrições (3.16) obrigam que o item 0 preceda algum outro item. Já as Restrições (3.17) impedem que um produto suceda a si mesmo.

$$\text{Não incluir sequências de produção sem partir do item 0} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (3.18)$$

Para a geração de sequências válidas, é necessário que a sequência parta da máquina em repouso, representado pelo item 0. Para garantir que a sequência gerada seja válida, é necessário a inserção de restrições de eliminação de subciclos, isto é, de sequências de produção que não iniciam no item 0. As Restrições (3.18) impedem a geração de subciclos para todas as máquinas e em todos os períodos. No presente trabalho, diferentes restrições foram implementadas com esta finalidade, as quais serão abordadas na Seção 3.5.

$$x_{ikt} \in \mathcal{Z}_+ \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.19)$$

$$s_{it} \in \mathcal{Z}_+ \quad \forall i \in I, t \in T' \quad (3.20)$$

$$w_m \in \mathcal{R}_+ \quad \forall m \in M \quad (3.21)$$

$$z_{ijkt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I', k \in K, t \in T \quad (3.22)$$

$$y_{ikt} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.23)$$

Por fim, as Restrições (3.19)-(3.23) são relacionadas aos domínios das variáveis.

Este problema pode ser generalizado por meio de extensões, ampliando seu escopo de aplicação. Uma possível expansão consiste em considerar que cada combustível possui uma taxa de liberação de energia específica durante sua queima, e que esta pode ser inferior à demanda instantânea, dependendo das características das máquinas e dos produtos em fabricação. Somado a isso, poderia se considerar a limitação de capacidade da caldeira em adicionar combustível. Desse modo, seria necessário considerar o consumo de energia e material disponível ao realizar o sequenciamento dos lotes. Além disso, nesse contexto, a operação poderia incluir mais de uma caldeira, em vez de apenas uma, como definido no problema atual. Assim, seria necessário novas adaptações ao modelo para atender a essa configuração.

3.5 RESTRIÇÕES DE ELIMINAÇÃO DE SUBCICLO

Como já discutido, a presença de setups dependentes da sequência em Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (PDSL) exige o controle da sequência de produção no modelo, o que torna obrigatório a presença de restrições para evitar subciclos. Para isso, diferentes formulações podem ser adotadas, as quais podem ser classificadas com base em duas abordagens: formulações compactas, que utilizam apenas as variáveis originais do modelo para prevenir subciclos; e formulações estendidas, que introduzem variáveis auxiliares específicas com esse mesmo propósito. Para este trabalho, foi adotada a Restrições de Eliminação de Subciclo Geral (RESG) para construir uma formulação compacta, além de formulações estendidas baseadas em Fluxo de Commodities Única (FCU), Fluxo de Commodities Múltipla (FCM), Fluxo de Tempo (FT) e Miller-Tucker-Zemlin (MTZ).

Adicionalmente, vale definir grafos direcionados como $G = (I', A')$, no qual I' representa o conjunto de nós (vértices), e $A' = \{(i, j) : i, j \in I', i \neq j, \}$ representa o conjunto de arcos. Para um conjunto arbitrário $S \subseteq I'$, é possível ainda definir os arcos de entrada $\delta^-(S) = \{(i, j) \in A' : i \notin S, j \in S\}$, e arcos de saída $\delta^+(S) = \{(i, j) \in A' : i \in S, j \notin S\}$, com $\delta(S) = \delta^+(S) \cup \delta^-(S)$ sendo o conjunto de todos os arcos com exatamente um vértice em S . Fora isso, define-se $A(S) = \{(i, j) \in A' : i, j \in S\}$ como o conjunto de arcos de conexão de S (TOTH; VIGO, 2014). A seguir, são introduzidas as formulações adotadas.

3.5.1 Formulação compacta

3.5.1.1 Restrições de Eliminação de Subciclo Geral

Utilizada comumente para resolver Problemas do Caixeiro Viajante e de Roteamento de Veículos (TOTH; VIGO, 2014), a RESG é definida abaixo.

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(S)} z_{ijkt} \geq y_{hkt} \quad \forall S \subseteq I, h \in S, k \in K, t \in T \quad (3.24)$$

Restrições (3.24) impedem a geração de subciclos ao garantir que, para qualquer subconjunto de produtos $S \subseteq I$, um produto $h \in S$ só possa ser processado se houver ao menos um arco de saída de S selecionado. Caso contrário, proíbe-se a produção para todo $h \in S$. Como exemplo, considere um conjunto de produtos a serem fabricados $I' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. A Figura 3.2 representa por grafos, com os valores das variáveis de controle de sequência explicitados, uma sequência de processamento válida na ordem 0 - 1 - 4 - 2, e uma sequência inviável 3 - 5 - 6, a qual viola as Restrições (3.24). Este exemplo será retomado na seção seguinte para apresentar as formulações estendidas de restrições de eliminação de subciclos.

Figura 3.2 – Exemplo de funcionamento de Restrições RESG



Para simplificação, os índices de tempo e máquina das variáveis foram omitidos. Considere o maior subconjunto da sequência válida $S_1 = \{1, 2, 4\}$. Conforme apresentado, o arco $(2, 0)$ é

selecionado ($z_{20} = 1$), representando uma saída de S_1 que, por sua vez, possibilita que todos os elementos de S_1 possam ser incluídos na sequência. Por outro lado, para a sequência inválida, não foi selecionado um arco que sai do subconjunto $S_2 = \{3, 5, 6\}$, o que torna o lado direito da Restrição (3.24) igual a zero, impedindo que qualquer elemento de S_2 seja selecionado.

Desse modo, pode-se definir o conjunto de soluções viáveis de PDSLFAE como $\mathcal{X} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{w}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) \in \mathcal{Z}_+^{|I||K||T|+|I||T'|} \times \mathcal{R}_+^{|M|} \times \mathcal{B}^{(|I'|^2+|I|)|K||T|} : \text{atende restrições (3.7)-(3.17), (3.19)-(3.23), (3.24)}\}$. Esta formulação é denominada como RESG.

3.5.2 Formulações estendidas

3.5.2.1 Formulações de Miller-Tucker-Zemlin

Inicialmente definida para resolver o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) (MILLER; TUCKER; ZEMLIN, 1960), mas já adaptada a uma ampla gama de problemas, incluindo o PDSL (GUIMARÃES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2014), as restrições Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) propõem o uso de variáveis $u_{ikt} \in \mathcal{R}_+$ para $i \in I, k \in K, t \in T$ com o objetivo de impedir a geração de subciclos.

$$u_{ikt} + 1 \leq |I| (1 - z_{ijkt}) + u_{jkt} \quad \forall (i, j) \in A(I), k \in K, t \in T \quad (3.25a)$$

$$0 \leq u_{ikt} \leq |I| - 1 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.25b)$$

É possível interpretar as variáveis u_{ikt} como posições relativas de cada produto i na máquina k e período t . Para simplificar a discussão a seguir, os índices de tempo e máquina das variáveis foram omitidos. Conforme Restrições (3.25a), caso seja definido que o produto i seja seguido pelo j ($z_{ij} = 1$), a posição da tarefa j é obrigatoriamente superior a da tarefa i ($u_i + 1 \leq u_j$). Caso contrário, os valores de u_i e u_j não são relacionados diretamente pela Restrição (3.25a) correspondente. Por sua vez, as Restrições (3.25b) definem o limite inferior e superior às variáveis u_i . Assim, a tarefa i^1 , alocada na posição inicial da produção, tem valor $u_{i^1} = 0$, sendo esse valor incrementado em 1 unidade para as tarefas subsequentes, de modo a tarefa i^k , alocada na k -ésima posição, assume valor $u_{i^k} = k - 1$. Para ilustrar o funcionamento da MTZ, retoma-se o exemplo da Figura 3.2 na Figura 3.3, agora com os valores de u_i para as sequências 0 - 1 - 4 - 2 (válida) e 3 - 5 - 6 (subciclo).

Para a ordem de processamento válida, a primeira tarefa recebe valor $u_1 = 0$, e a cada tarefa i processada em sequência, o valor de u_i é incrementado em 1. Já para o subciclo, perceba $z_{35} = z_{56} = z_{63} = 1$. Por consequência, conforme as Restrições (3.25a), $u_3 + 1 \leq u_5$, $u_5 + 1 \leq u_6$, e $u_6 + 1 \leq u_3$, o que leva à contradição $u_3 < u_5 < u_6 < u_3$. Assim, tanto para os valores u_3, u_5 e u_6 exibidos na figura ou para quaisquer outros, o subciclo é proibido pelas Restrições (3.25).

As Restrições (3.25) podem ainda ser fortalecida com a inclusão das Restrições (3.26), a qual aperta o valor das variáveis u_{jkt} a partir do valor de z_{0jkt} (KARA; UZUN, 2025). Com

Figura 3.3 – Exemplo de funcionamento de Restrições MTZ



isto, o conjunto de soluções viáveis da formulação MTZ é definido pelo conjunto de restrições $\{(3.7)-(3.17), (3.19)-(3.23), (3.25), (3.26)\}$.

$$u_{jkt} \geq z_{0jkt} \quad \forall j \in I, k \in K, t \in T \quad (3.26)$$

3.5.2.2 Formulações de Fluxo de Commodities Única

Formulações de Fluxo de Commodities Única (FCU), proposta por Gavish e Graves (1978) para o PCV, foram utilizadas em problemas diversos, como o PDSL (GUIMARÃES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2014), de modo a impedir a geração de soluções com subciclos. Para isso, a FCU faz uso das variáveis $f_{ijkt} \in \mathcal{R}_+$ para $(i, j) \in A', k \in K, t \in T$.

$$\sum_{i \in I} f_{0ikt} = \sum_{i \in I} y_{ikt} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (3.27a)$$

$$\sum_{j \in I' \setminus \{i\}} f_{jikt} = \sum_{j \in I' \setminus \{i\}} f_{ijkt} + y_{ikt} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.27b)$$

$$0 \leq f_{ijkt} \leq |I| z_{ijkt} \quad \forall (i, j) \in A', k \in K, t \in T \quad (3.27c)$$

Para simplificar a discussão a seguir, os índices de tempo e máquina das variáveis foram omitidos. Uma possível interpretação é que cada produto (ou vértice) $i \in I$ demanda 1 unidade de *commodity*. A movimentação de *commodities* é representada pelas variáveis f_{ij} , que indicam o fluxo de i para j . As Restrições (3.27a) definem que a quantidade total de *commodities* a sair da origem 0 seja igual ao número de vértices visitados na sequência. Já as Restrições (3.27b) estabelecem o balanço de fluxo em cada vértice $i \in I$: se i faz parte da sequência ($y_i = 1$), o fluxo que sai de i é uma unidade menor que o que entra; caso contrário, o fluxo permanece inalterado. Por fim, as Restrições (3.27c) limitam os valores das variáveis de fluxo e estabelecem um vínculo com as variáveis de controle de sequência. As sequências representadas na Figura 3.2 retornam na Figura 3.4 com os valores das variáveis de fluxo.

Figura 3.4 – Exemplo de funcionamento de Restrições FCU



Para a sequência válida 0 - 1 - 4 - 2, o fluxo de *commodities* inicia com valor 3, e, conforme define Restrições (3.27b), a cada vértice visitado, esse valor diminui em 1 unidade até chegar vértice 0 com 0 *commodities*. Por sua vez, para o subciclo 3 - 5 - 6, é necessário que alguma variável de fluxo ligada ao subconjunto $\{3, 5, 6\}$ possua valor maior ou igual a 2 para ser possível atender a demanda dos vértices subsequente. Tome $f_{35} = 2$. Como ocorre na sequência válida, com a redução unitária de *commodities* por vértice visitado, o fluxo de saída de um vértice se torna inferior em uma unidade a seu fluxo de entrada (Restrições (3.27b)). Contudo, não há entrada de *commodities* no vértice 3 ($f_{63} = 0$), sendo que há fluxo de saída ($f_{35} = 2$). Logo, com essa inconsistência de valores, impede-se a geração do subciclo.

É possível tornar o espaço de busca da FCU mais apertado com a inclusão das Restrições (3.28), de modo a limitar as variáveis de fluxo. Assim, a formulação FCU tem seu conjunto de soluções viáveis definido pelas restrições $\{(3.7)-(3.17), (3.19)-(3.23), (3.27a)-(3.27b), (3.28)\}$.

$$z_{0ikt} \leq f_{0ikt} \leq |I| z_{0ikt} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.28a)$$

$$z_{ijkt} \leq f_{ijkt} \leq (|I| - 1) z_{ijkt} \quad \forall (i, j) \in A(I), k \in K, t \in T \quad (3.28b)$$

$$f_{i0kt} = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.28c)$$

3.5.2.3 Formulações de Fluxo de Commodities Múltipla

Formulações de Fluxo de Commodities Múltipla (FCM), proposta por Sarin, Sherali e Yao (2011) para impedir a geração de subciclos em uma variante do PCV, utilizam as variáveis $b_{ijkt}^o \in \{0, 1\}$ para $i \in I', j \in I, o \in I, k \in K$ e $t \in T$, as quais assumem valor 1 se a *commodity* o , a ser levada do vértice 0 para u , precisa percorrer o arco (i, j) , na máquina k e período t ; ou 0 caso contrário.

$$\sum_{j \in I} b_{0jkt}^o = y_{okt} \quad \forall o \in I, k \in K, t \in T \quad (3.29a)$$

$$\sum_{j \in I' \setminus \{o\}} b_{ijkt}^o = y_{okt} \quad \forall o \in I, k \in K, t \in T \quad (3.29b)$$

$$\sum_{j \in I' \setminus \{i\}} b_{jikt}^o = \sum_{j \in I \setminus \{i\}} b_{ijkt}^o \quad \forall (i, o) \in A(I), k \in K, t \in T \quad (3.29c)$$

$$b_{ojkt}^o = 0 \quad \forall (j, o) \in A(I), k \in K, t \in T \quad (3.29d)$$

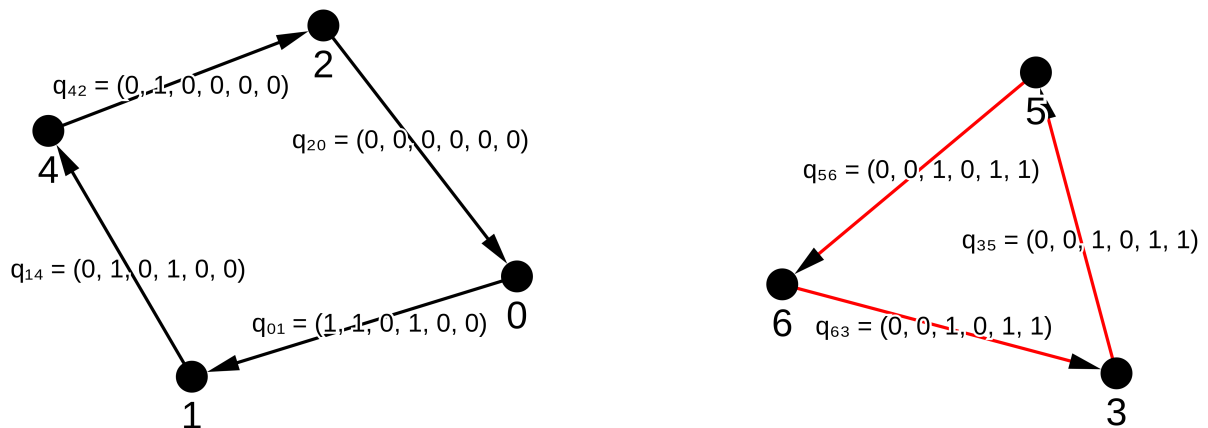
$$b_{ijkt}^o \leq z_{ijkt} \quad \forall i \in I', j \in I, o \in I, k \in K, t \in T \quad (3.29e)$$

$$b_{ijkt}^o \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I', j \in I, o \in I, k \in K, t \in T \quad (3.29f)$$

As Restrições (3.29a) obrigam que, caso um vértice seja visitado, é necessário que algum arco partindo da origem em direção ao vértice seja percorrido. De forma semelhante, as Restrições (3.29b) delimitam que, se um vértice é visitado, é necessário que um arco em direção ao vértice seja selecionado. As Restrições (3.29c) obrigam que o fluxo de *commodities* em cada vértice seja conservado, isto é, a quantidade que entra deve ser igual ao total que sai. Por sua vez, as Restrições (3.29d) impedem que um arco posterior a um determinado vértice seja selecionado para atender à sua própria demanda. As Restrições (3.29e) impõem um limite superior às variáveis de *commodities*. Por fim, as Restrições (3.29f) delimitam o domínio das variáveis.

Para exemplificar o funcionamento das Restrições (3.29), retoma-se o exemplo da Figura 3.2 na Figura 3.5, agora contando com o valor das variáveis b_{ijkt}^o . Por questões de simplificação, são omitidos os índices k e t . Além disso, na figura em análise, $b_{ij} = (b_{ij}^1, b_{ij}^2, \dots, b_{ij}^{|I|})$.

Figura 3.5 – Exemplo de funcionamento de Restrições FCM



Para a sequência válida 0 - 1 - 4 - 2, a *commodity* destinada a cada vértice da sequência é carregada a partir do primeiro arco da sequência (0, 1), sendo depositada no vértice devido. Em contraste, o subciclo 3 - 5 - 6 não pode ser selecionado, pois, pelas Restrições (3.29a), o fluxo

de *commodity* de cada vértice em $S_2 = \{3, 5, 6\}$ precisaria partir da origem - o que é proibido pelas Restrições (3.29e).

É possível ainda tornar a formulação baseada em FCM ainda mais apertada com a incorporação das Restrições (3.30). Assim, a formulação FCM tem seu conjunto de soluções viáveis definido pelas restrições $\{(3.7)-(3.17), (3.19)-(3.23), (3.29), (3.30)\}$.

$$\sum_{i \in I, j \in I \setminus \{i\}} l_{ijk}^s b_{ijkt}^o + l_{ok} * x_{okt} \leq L_{kt} y_{okt} \quad \forall o \in I, k \in K, t \in T \quad (3.30a)$$

$$l_{ijk}^s b_{ijkt}^j + l_{jik}^s b_{jikt}^i + l_{ik}^p x_{ikt} + l_{jk}^p x_{jkt} \leq L_{kt} (y_{ikt} + y_{jkt} - z_{ijkt} - z_{jikt}) \quad \forall (i, j) \in A(I), k \in K, t \in T \quad (3.30b)$$

3.5.2.4 Formulações de Fluxo de Tempo

Formulações de Fluxo de Tempo (FT), já utilizadas para proibir subciclos em PDSL (LEE; LEE, 2023), utilizam variáveis $v_{ijkt} \in \mathcal{R}_+$ para $(i, j) \in A', k \in K, t \in T$, as quais simbolizam a capacidade restante ao iniciar o *setup* do item i para j na máquina k e período t .

$$\sum_{j \in I' \setminus \{i\}} (v_{jikt} - l_{jik}^s z_{jikt}) - l_{ik}^p x_{ikt} = \sum_{j \in I' \setminus \{i\}} v_{ijkt} \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \quad (3.31a)$$

$$0 \leq v_{ijkt} \leq L_{kt} z_{ijkt} \quad \forall i \in I', j \in I' \setminus \{i\}, k \in K, t \in T \quad (3.31b)$$

Restrições (3.31a) balanceiam o fluxo de capacidade disponível em um vértice. Para isso, é subtraído da capacidade disponível o tempo gasto com a fabricação do produto e o tempo de *setup*, para calcular a capacidade restante. As Restrições (3.31b) delimitam o intervalo de valores para as variáveis de fluxo de tempo.

O funcionamento das Restrições (3.31) é ilustrado a partir do exemplo anterior da Figura 3.2 retomado na Figura 3.6, agora com o valor das variáveis v_{ijkt} . Por questões de simplificação, são omitidos os índices k e t . Tome a capacidade disponível $L = 50$, o tempo de *setup* $l_{ij}^s = 5$ para $(i, j) \in A'$, demanda $d_i = 1$ para $i \in I$, e tempo de processamento $l_i^p = 10$.

Para a sequência válida 0 - 1 - 4 - 2, a capacidade inicial de 50 unidades ($v_{01} = 50$) é reduzida pelo *setup* de 5 unidades ($l_{01}^s = 5$) e pelo processamento do produto 1 ($l_1^p = 10$), resultando em uma capacidade restante de $v_{14} = 35$. Para os arcos subsequentes, aplica-se o mesmo cálculo. Já no subciclo 3 - 5 - 6, conforme Restrições (3.31a), a capacidade restante (lado direito da restrição) após vértice $i \in I$ é calculada a partir de uma capacidade inicial (lado esquerdo). Assim, os únicos arcos com capacidade não definidas em uma capacidade inicial partem da origem. Como no subciclo não há arcos selecionados saindo da origem, as Restrições (3.31b) tornam impossível atribuir capacidade inicial a qualquer arco do ciclo, inviabilizando-o.

Dessa forma, o conjunto de soluções viáveis da formulação FT1 é definido pelo conjunto de restrições $\{(3.7)-(3.17), (3.19)-(3.23), (3.31)\}$.

Figura 3.6 – Exemplo de funcionamento de Restrições FT



3.6 DESIGUALDADES VÁLIDAS

Na presente seção, serão apresentadas desigualdades válidas utilizadas para o PDSLFAE, baseadas no trabalho de Lee e Lee (2023).

3.6.1 S-Star

As Desigualdades (3.32) são discutidas abaixo.

$$\sum_{i \in S} l_{ik}^p x_{ikt} + \sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} l_{ijk}^s z_{ijkt} + \sum_{(i,j) \in A(S)} l_{ijk}^s z_{ijkt} \leq L_{kt} \sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} z_{ijkt} \quad \forall S \subseteq I, k \in K, t \in T \quad (3.32)$$

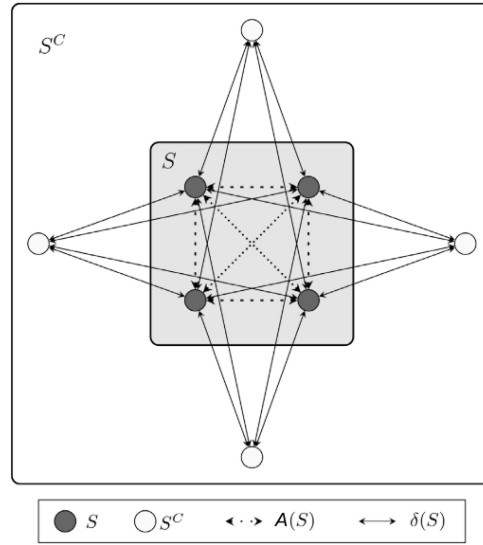
As desigualdades acima são chamadas de S-Star devido a forma de estrela centrada em S que os termos do lado esquerdo da equação podem assumir, como ilustra a Figura 3.7. Na figura, o conjunto de vértices cinzas pertencem a S , sendo complementado pelo conjunto S^c de vértices brancos não pertencentes a S . Os arcos pontilhados $A(S)$ correspondem aos arcos internos de S , sendo os arcos sólidos $\delta(S)$ conexões entre 1 vértice de S e 1 vértice de S^c .

Conforme Desigualdade (3.32), o tempo de produção de produtos em S e o tempo de *setup* necessário para produção desses produtos deve ser inferior à $L_{kt} \sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} z_{ijkt}$. É possível verificar que a S-Star é válida para o PDSLFAE, bem como pode eliminar subciclos gerados, sendo isso detalhado a seguir.

Proposição 3.1 *Para um dado $S \subseteq I$, $k \in K$, $t \in T$, a Desigualdade (3.32) é válida para $\mathcal{X}$. Além disso, ela previne a geração de ciclos que não incluem o vértice 0.*

Demonstração: dado uma solução válida de $\mathcal{X}$, se ao menos um arco de entrada de S for selecionado ($\sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} z_{ijkt} \geq 1$), o tempo total de *setup* e processamento de produtos em S deve respeitar a capacidade disponível L_{kt} . Já quando não são selecionados arcos de entrada

Figura 3.7 – Ilustração de Desigualdade S-Star



Fonte: Lee e Lee (2023)

em S ($\sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} z_{ijkt} = 0$), produtos em S não podem ser produzidos e setups necessários para iniciar a produção de algum produto em S também não podem ser realizados. Desse modo, ambos os lados da equação se tornam 0 e a desigualdade continua válida.

Demonstra-se por contradição que a desigualdade S-Star impede a formação de subciclos. Suponha que seja selecionado um ciclo que não contém a origem, com N como seu conjunto de nós ($|N| \geq 2$). Neste caso, não são selecionados arcos de entrada ou saída de N , o que implica $\sum_{(i,j) \in \delta^-(N)} z_{ijkt} = 0$, tornando o lado direito da Desigualdade (3.32) correspondente igual a 0. Em contrapartida, para formar um subciclo, devem existir arcos internos a N selecionados. Como consequência, $\sum_{(i,j) \in A(N)} z_{ijkt} > 0$. Associado a isso, com $l_{ijk}^s > 0 \forall (i,j) \in A'$, o lado esquerdo se torna maior que 0, violando a desigualdade. Desse modo, proíbe-se a geração de subciclos.

3.6.1.1 Problema de Separação para Desigualdade S-Star

As Desigualdades (3.32) são declaradas para cada subconjunto S de nós, máquina k e período t , o que leva a um número exponencial de desigualdades. Por isso, ao invés de serem adicionadas na formulação desde o início, Lee e Lee (2023) propõe utilizá-las como planos de corte, ou seja, as restrições são adicionadas dinamicamente a partir da resolução de problemas de separação que identificam desigualdades violadas por soluções fracionárias. Sendo assim, dado uma solução fracionária $(\bar{x}, \bar{s}, \bar{w}, \bar{z}, \bar{y})$, o problema de separação visa encontrar para cada máquina $k \in K$ e período $t \in T$ um subconjunto $N \subseteq I$ tal que

$$\sum_{i \in N} l_{ik}^p \bar{x}_{ikt} + \sum_{(i,j) \in \delta(N)} l_{ijk}^s \bar{z}_{ijkt} + \sum_{(i,j) \in A(N)} l_{ijk}^s \bar{z}_{ijkt} > L_{kt} \sum_{(i,j) \in \delta^+(N)} \bar{z}_{ijkt},$$

ou ainda

$$\sum_{i \in N} (l_{ik}^p \bar{x}_{ikt} + \sum_{j \in I' \setminus \{i\}} l_{ijk}^s \bar{z}_{ijkt}) + \sum_{i \in N} \sum_{j \in I' \setminus N} (l_{ijk}^s - L_{kt}) \bar{z}_{ijkt} > 0 \quad (3.33)$$

É possível ainda declarar este problema como de Programação Linear Inteira (PLI) (LEE; LEE, 2023). Para uma máquina $k \in K$, no período $t \in T$, define-se as variáveis $g_{ikt}^s \in \{0, 1\}$ para $i \in I$, que assume valor 1 caso i seja selecionado para compor N , ou 0 caso contrário. Já $r_{ijkt}^s \in \{0, 1\}$ para $(i, j) \in A'$ assume valor 1 se o arco (i, j) for selecionado para compor $\delta^+(N)$, ou seja, $i \in N$ e $j \notin N$. Para simplificar notação, é definido $\theta_{ikt}^s = l_{ik}^p \bar{x}_{ikt} + \sum_{j \in I' \setminus \{i\}} l_{ijk}^s \bar{z}_{ijkt}$, e $\nu_{ijkt}^s = (l_{ijk}^s - L_{kt}) \bar{z}_{ijkt}$. Desse modo, para cada máquina $k \in K$ e período $t \in T$, é estabelecido um problema de separação conforme o modelo abaixo.

$$(\text{SEP-S-STAR}) \quad \max \quad \sum_{i \in I} \theta_{ikt}^s g_{ikt}^s + \sum_{(i,j) \in A'} \nu_{ijkt}^s r_{ijkt}^s \quad (3.34a)$$

$$\text{S. t.} \quad r_{ijkt}^s \leq g_{ikt}^s \quad \forall (i, j) \in A' \quad (3.34b)$$

$$r_{ijkt}^s \leq 1 - g_{jkt}^s \quad \forall (i, j) \in A' \quad (3.34c)$$

$$g_{ikt}^s - g_{jkt}^s \leq r_{ijkt}^s \quad \forall (i, j) \in A' \quad (3.34d)$$

$$g_{ikt}^s \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (3.34e)$$

$$r_{ijkt}^s \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A' \quad (3.34f)$$

O (SEP-S-STAR) busca, por meio da Função Objetivo (3.34a), maximizar o valor do lado esquerdo da Restrição (3.33). Caso este valor seja positivo, um conjunto N que viola sua respectiva restrição nas Desigualdades (3.32) foi encontrado. As Restrições (3.34b) e (3.34c) obrigam respectivamente que, para um arco ser selecionado para compor $\delta^+(N)$, o vértice de origem deve necessariamente pertencer a N , enquanto o vértice de destino não pode pertencer ao conjunto. De forma complementar, as Restrições (3.34d) impõem que um arco deve ser selecionado quando o vértice de origem pertence e o vértice de destino não pertence ao conjunto N . Já as Restrições (3.34e)-(3.34f) delimitam o domínio das variáveis.

Embora o (SEP-S-STAR) seja declarado como um problema de programação inteira, sua solução pode ser encontrada em tempo polinomial utilizando algoritmos como os de Programação Linear (PL). É possível ainda descartar as Restrições (3.34b)-(3.34c) (LEE; LEE, 2023).

3.6.2 U-Star

Para $\lambda_{ijkt} = \min\{L_{kt} - l_{ijk}^s - a_{ikt}^{\max}, a_{jkt}^{\max}\}$, as desigualdades U-Star são apresentadas.

$$\sum_{i \in S} l_{ik}^p x_{ikt} - \sum_{(i,j) \in A(S)} \lambda_{ijkt} z_{ijkt} \leq \sum_{(i,j) \in \delta^-(S)} a_{jkt}^{\max} z_{ijkt} \quad \forall S \subseteq I, k \in K, t \in T \quad (3.35)$$

Como discutido por Lee e Lee (2023), as Desigualdades (3.35) são válidas para o conjunto de soluções viáveis $\mathcal{X}$.

Proposição 3.2 Para um dado $S \subseteq I$ na máquina $k \in K$ e período $t \in T$, a Desigualdade (3.35) é válida para $\mathcal{X}$.

3.6.2.1 Problema de Separação para Desigualdade U-Star

Assim como ocorre com as Desigualdades S-Star, o número de desigualdades U-Star também é exponencial, o que torna inviável incluí-las de forma integral na formulação desde o início. Por isso, torna-se vantajoso utilizar as Desigualdades (3.35) como planos de corte, adicionando-as a medida que soluções fracionárias as violarem. Assim, dado uma solução fracionária $(\bar{x}, \bar{s}, \bar{w}, \bar{z}, \bar{y})$, busca-se identificar se existe alguma desigualdade violada pela solução e, havendo, qual o subconjunto N , bem como os índices de máquina k e período t , correspondem à violação. Para isso, é possível resolver o problema de separação

$$\sum_{i \in N} l_{ik}^p \bar{x}_{ikt} - \sum_{(i,j) \in A(N)} \min\{L_{kt} - l_{ijk}^s - a_{ikt}^{\max}, a_{jkt}^{\max}\} \bar{z}_{ijkt} > \sum_{(i,j) \in \delta^-(N)} a_{jkt}^{\max} \bar{z}_{ijkt}.$$

Visto que $\min(x, y) = y - [y - x]^+$, onde $[a]^+ = \max\{0, a\}$, é possível reescrever o problema como

$$- \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} [a_{jkt}^{\max} + a_{ikt}^{\max} + l_{ijk}^s - L_{kt}]^+ \bar{z}_{ijkt} + \sum_{i \in N} (a_{ikt}^{\max} \bar{y}_{ikt} - l_{ik} \bar{x}_{ikt}) < 0 \quad (3.36)$$

Para definir este problema como um problema de PLI, é necessário adicionar as seguintes variáveis. Para cada produto $i \in I$, máquina $k \in K$ e período $t \in T$, define-se uma variável $g_{ikt}^u \in \{0, 1\}$, que assume valor 1 caso i seja selecionado para compor N , ou 0 caso contrário. Já para $(i, j) \in A$, $r_{ijkt}^u \in \{0, 1\}$ recebe valor 1 se o arco (i, j) for selecionado para compor $A(N)$, isto é, $i \in N$ e $j \in N$. Além disso, para $(i, j) \in A$, $k \in K$, $t \in T$ define-se os parâmetros $\theta_{ikt}^u = a_{ikt}^{\max} \bar{y}_{ikt} - l_{ik} \bar{x}_{ikt}$, e $\nu_{ijkt}^u = [a_{jkt}^{\max} + a_{ikt}^{\max} + l_{ijk}^s - L_{kt}]^+ \bar{z}_{ijkt}$. Assim, para cada máquina $k \in K$ e período $t \in T$, o problema de separação é resolvido pelo modelo abaixo.

$$(\text{SEP-U-STAR}) \quad \min \quad \sum_{i \in I} \theta_{ikt}^u g_{ikt}^u - \sum_{(i,j) \in A} \nu_{ijkt}^u r_{ijkt}^u \quad (3.37a)$$

$$\text{S. t.} \quad r_{ijkt}^u \leq g_{ikt}^u \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.37b)$$

$$r_{ijkt}^u \leq g_{jkt}^u \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.37c)$$

$$g_{ikt}^u + g_{jkt}^u - 1 \leq r_{ijkt}^u \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.37d)$$

$$g_{ikt}^u \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (3.37e)$$

$$r_{ijkt}^u \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.37f)$$

A Função Objetivo (3.37a) visa minimizar o lado esquerdo da Equação (3.36). Caso o conjunto N escolhido consiga minimizar a função objetivo a ponto de tornar seu valor negativo, o conjunto N para a máquina k no período t viola a Restrição (3.35) correspondente e deve ser adicionada ao problema. Caso contrário, a solução fracionária para a máquina k no período t

não viola a restrição. As Restrições (3.37b) e (3.37c) obrigam que, para o arco ser selecionado para compor o conjunto $A(N)$, é necessário que ambos os vértices sejam incluídos. Ao mesmo tempo, as Restrições impõem que, se os vértices forem incluídos no conjunto N , o arco correspondente deve ser adicionado. Por fim, as Restrições (3.37e)-(3.37f) definem o domínio das variáveis.

Assim como o (SEP-S-STAR), O (SEP-U-STAR) pode ser resolvido em tempo polinomial aplicando algoritmos como os de PL. É possível descartar as Restrições (3.37d) por serem redundantes (LEE; LEE, 2023). Embora os autores Lee e Lee (2023) utilizem algoritmos baseados em fluxo máximo e corte mínimo para este fim, este trabalho utiliza o solver comercial CPLEX para resolver os problemas (SEP-S-STAR) e (SEP-U-STAR) como problemas de PL.

4 RESULTADOS

4.1 CONFIGURAÇÕES DO EXPERIMENTO

Os experimentos foram realizados com o objetivo de verificar qual das combinações entre as formulações propostas e os planos de cortes tem a melhor performance. As combinações testadas são apresentadas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Configurações propostas para resolução de PDSL

ID	Formulação	Algoritmos de Separação
RESG-1	RESG	Sem algoritmos de separação
RESG-2	RESG	(SEP-S-Star)
RESG-3	RESG	(SEP-U-Star)
MTZ-1	MTZ	Sem algoritmos de separação
MTZ-2	MTZ	(SEP-S-Star)
MTZ-3	MTZ	(SEP-U-Star)
FCU-1	FCU	Sem algoritmos de separação
FCU-2	FCU	(SEP-S-Star)
FCU-3	FCU	(SEP-U-Star)
FCM-1	FCM	Sem algoritmos de separação
FCM-2	FCM	(SEP-S-Star)
FCM-3	FCM	(SEP-U-Star)
FT-1	FT	Sem algoritmos de separação
FT-2	FT	(SEP-S-Star)
FT-3	FT	(SEP-U-Star)

Os experimentos foram conduzidos em um computador Intel Core i5-8265U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz com 16.0 GB RAM no Ubuntu 24.04.2 LTS. O PLIM foi implementado na linguagem de programação matemática JuMP. O solver comercial CPLEX 20.1 foi empregado para resolver o problema, com tempo de resolução máximo para cada instância de 1 hora e gap relativo de $1e - 4$.

4.2 GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS

Para realização dos experimentos, foi gerado um conjunto de instâncias aleatórias. Dado os conjuntos $N^i = \{4, 6, 8, 10\}$ de tarefas, $N^m = \{2, 2, 3, 3\}$ de combustíveis, $N^k = \{2, 3, 4, 5\}$ de máquinas e $N^t = \{5, 10, 15, 20\}$ de períodos, foram geradas 10 instâncias para as combinações ordenadas dos conjuntos, totalizando 40 instâncias. A maior parte dos parâmetros foram gerados conforme distribuição uniforme discreta (UD), apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Distribuições para Geração de Instâncias

Parâmetro	Distribuição
Custo de produção c_{ik}^p	$UD[2, 4]$
Custo de compra da madeira c_m^f	$UD[1, 2]$
Custo de emissão da madeira e_m^f	$UD[1, 2]$
Custo de emissão de <i>setup</i> e_{ijk}^s	$UD[1, 5]$
Custo de <i>setup</i> c_{ijk}^s	$UD[10, 20]$
Custo de estocagem c_i^h	$UD[1, 2]$
Estoque inicial h_i	$UD[0, 1]$
Demanda d_{it}	$UD[10, 20]$
Tempo de produção l_{ik}^p	$UD[1, 3]$
Tempo de <i>setup</i> l_{ijk}^s	$UD[5, 10]$
Lote mínimo $\alpha_{ik}^{\min}$	$UD[5, 10]$
Lote máximo $\alpha_{ik}^{\max}$	$UD[100, 170]$

Já para os parâmetros relacionados com a energia para produção, foi estabelecido a massa m_i de cada produto conforme a distribuição uniforme $U[0.1, 0.5]$. A variação de temperatura ΔT_i segue $U[90, 120]$. Desse modo, utilizando o calor específico da água $c_{H_2O}^v = 4.186 kJ/kg K$, é possível calcular a quantidade de energia q_i^p a partir da Equação 3.1, a qual fica contida no intervalo $37.684 \leq q_i^p \leq 251.16$. Por sua vez, para calcular o gasto de energia pelo *setup* q_{ijk}^s , foi estabelecido um uso de energia por tempo para cada máquina ρ_k conforme $UD[10, 40]$, sendo $q_{ijk}^s = \rho_k l_{ijk}^s$.

Para definir o poder calorífico q_m^f , são selecionados aleatoriamente o Poder Calorífico Inferior (PCI) de $|M|$ tipos de madeiras presentes na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Poder Calorífico de Madeiras

Madeira	Poder Calorífico Superior (MJ/kg)	PCI (MJ/kg)
<i>Pinus pinaster</i>	20,23789	16,93572
<i>Prosopis juliflora</i>	18,940	16,95934
<i>Acer pseudoplatanus</i>	18,63791	15,61505
<i>Eucalyptus globulus</i>	17,63166	14,41154
<i>Salix babilonica</i>	18,27941	15,37232

Fonte: Telmo e Lousada (2011), Cirilo et al. (2023), Cavalcanti et al. (2020)

É importante mencionar que o LCV da *Prosopis juliflora* foi calculado a partir da Equação 3.4, considerando uma umidade de 10.45% e concentração de hidrogênio de 6% (CAVALCANTI et al., 2020; CIRILO et al., 2023). Os valores de PCI da tabela foram arredondados, de modo a q_m^f ser selecionado do conjunto $\{17, 17, 16, 14, 15\}$.

O tempo disponível de máquinas L_{kt} é calculado a partir da capacidade total necessária para a máquina atender a toda a demanda do período, e pelos parâmetros λ_{kt} e η^l .

$$L_{kt} = \left\lceil \lambda_{kt} \frac{\sum_{i \in I} l_{ik}^p d_{it} + \sum_{j \in I} (\max_{i \in I'} l_{ijk}^s)}{\eta^l} \right\rceil,$$

onde $\lambda_{kt} \in [0, 1]$ é gerado aleatoriamente para definir a capacidade atendida por cada máquina, $\sum_{k \in K} \lambda_{kt} = 1$. Já η^l representa um parâmetro de meta de capacidade. Para as instâncias geradas, $\eta^l = 0,95$.

Por fim, de forma semelhante, para a quantidade de energia disponível por tipo de madeira Q_m , calcula-se o consumo total de energia e utiliza-se os parâmetros μ , η^m e $\bar{q}^s$.

$$Q_m = \left\lceil \mu_m \frac{\sum_{t \in T} \sum_{i \in I} q_i^p d_{it} + \bar{q}^s |I| |T|}{\eta^m} \right\rceil,$$

onde $\mu_m \in [0, 1]$ é gerado aleatoriamente para definir a energia disponibilizada por cada tipo de madeira, $\sum_{m \in M} \mu_m = 1$; $\bar{q}^s = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{k \in K} q_{ijk}^s}{n^2 m}$ é a média de energia consumida pelo *setup*. Já η^m representa um parâmetro de meta de energia. Para as instâncias geradas, $\eta^m = 0,95$.

4.3 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A comparação entre as formulações é realizada, inicialmente, de forma individual, considerando as três variações quanto ao uso de algoritmos de separação: sem algoritmo de separação, com SEP-S-*Star* e com SEP-U-*Star*. Assim, os resultados são apresentados nas Tabelas 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, as quais correspondem respectivamente às formulações RESG, MTZ, FCU, FCM e FT. As comparações realizadas aqui tem como base os tempos de resolução e nos valores do Gap entre solução inteira viável e solução fracionária.

Tabela 4.3 – Comparação entre Formulações de RESG

Instâncias	Tempo de resolução			Gap (%)		
	RESG-1	RESG-2	RESG-3	RESG-1	RESG-2	RESG-3
j4_m2_k2_t5_1	0.365267	1.781669	2.094273	0.000086	0.000097	0.000094
j4_m2_k2_t5_2	0.270151	0.657939	1.016493	0.000099	0.000096	0.000078
j4_m2_k2_t5_3	0.138301	0.312604	0.379540	0.000098	0.000040	0.000090
j4_m2_k2_t5_4	0.257332	1.075744	1.098518	0.000079	0.000032	0.000078
j4_m2_k2_t5_5	0.054717	0.097252	0.277653	0.000068	0.000048	0.000089
j4_m2_k2_t5_6	0.201337	0.787833	1.460253	0.000096	0.000098	0.000095
j4_m2_k2_t5_7	0.016683	0.016984	0.031505	0.000000	0.000000	0.000047
j4_m2_k2_t5_8	0.066623	0.266818	0.320947	0.000068	0.000096	0.000069
j4_m2_k2_t5_9	0.447194	2.075585	2.582162	0.000092	0.000100	0.000093
j4_m2_k2_t5_10	0.065570	0.397092	0.549159	0.000055	0.000052	0.000048
j6_m2_k3_t10_1	216.055699	188.581009	202.182702	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	6.365711	20.681971	19.676528	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_3	120.445388	160.180500	230.471074	0.000100	0.000099	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	15.101449	13.058785	23.722400	0.000099	0.000099	0.000099
j6_m2_k3_t10_5	22.371255	46.634282	49.152975	0.000099	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_6	62.078566	166.486188	124.206396	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	6.521923	15.563226	17.328698	0.000069	0.000096	0.000083
j6_m2_k3_t10_8	11.491091	33.152106	41.635430	0.000100	0.000100	0.000098
j6_m2_k3_t10_9	16.614546	52.626610	48.552002	0.000098	0.000088	0.000100
j6_m2_k3_t10_10	4.250031	11.172967	4.701324	0.000049	0.000097	0.000099
j8_m3_k4_t15_1	100.024169	354.292170	199.981081	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	811.810072	2941.709243	3600.002811	0.000100	0.000100	0.000375
j8_m3_k4_t15_3	3600.003898	3600.007940	3600.001493	0.001035	0.000709	0.001864
j8_m3_k4_t15_4	18.111078	51.444224	88.597942	0.000097	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_5	3600.003850	3600.009474	3600.001731	0.001610	0.001184	0.002002
j8_m3_k4_t15_6	3600.001862	3600.024855	3600.002119	0.003976	0.003969	0.005350
j8_m3_k4_t15_7	48.424343	144.776760	253.992785	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3600.002551	3600.004976	3600.020171	0.001480	0.000998	0.001612
j8_m3_k4_t15_9	3600.004324	3600.001901	3600.008502	0.001264	0.001255	0.001590
j8_m3_k4_t15_10	2629.985426	3544.925217	3600.006245	0.000100	0.000100	0.001237
j10_m3_k5_t20_1	3600.005223	3600.004624	3600.079241	0.003734	0.004191	0.004735
j10_m3_k5_t20_2	3600.006175	3600.004698	3600.009446	0.000717	0.001550	0.001251
j10_m3_k5_t20_3	3600.007599	3600.003774	3600.020753	0.001146	0.000627	0.000741
j10_m3_k5_t20_4	3333.828924	3600.010890	3600.014589	0.000100	0.000563	0.001060
j10_m3_k5_t20_5	3600.007915	3600.020350	3600.007371	0.001779	0.001516	0.003303
j10_m3_k5_t20_6	3600.007868	3600.002615	3600.014766	0.000823	0.000422	0.000699
j10_m3_k5_t20_7	2130.143757	3600.003007	3600.013020	0.000100	0.000497	0.001256
j10_m3_k5_t20_8	3600.004991	3600.003748	3600.005673	0.002555	0.002802	0.002520
j10_m3_k5_t20_9	2166.360950	563.339680	1826.270406	0.000100	0.000100	0.000100
j10_m3_k5_t20_10	3600.006549	3600.015138	3600.007920	0.002183	0.001726	0.002397
Média	1373.048259	1467.905311	1518.512452	0.000619	0.000606	0.000854
Desvio Padrão	1664.946713	1732.299463	1744.523934	0.001001	0.001012	0.001288

Tabela 4.4 – Comparação entre Formulações de MTZ

Instâncias	Tempo de resolução			Gap (%)		
	MTZ-1	MTZ-2	MTZ-3	MTZ-1	MTZ-2	MTZ-3
j4_m2_k2_t5_1	0.367407	1.315024	1.693372	0.000086	0.000086	0.000082
j4_m2_k2_t5_2	0.169955	1.086562	1.272953	0.000048	0.000093	0.000091
j4_m2_k2_t5_3	0.131180	0.452806	0.431112	0.000099	0.000091	0.000086
j4_m2_k2_t5_4	0.153082	0.893034	1.033149	0.000096	0.000000	0.000094
j4_m2_k2_t5_5	0.058341	0.113944	0.104153	0.000000	0.000000	0.000047
j4_m2_k2_t5_6	0.146250	1.682703	1.540020	0.000079	0.000098	0.000099
j4_m2_k2_t5_7	0.024066	0.016490	0.015784	0.000000	0.000000	0.000073
j4_m2_k2_t5_8	0.063648	0.257980	0.146266	0.000081	0.000077	0.000000
j4_m2_k2_t5_9	0.521047	1.511330	2.599337	0.000100	0.000000	0.000097
j4_m2_k2_t5_10	0.109676	0.289508	0.642039	0.000099	0.000082	0.000087
j6_m2_k3_t10_1	77.149681	183.014723	305.895216	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	8.934751	20.289865	17.406174	0.000098	0.000100	0.000095
j6_m2_k3_t10_3	146.156364	179.387800	317.157769	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	9.671781	17.105143	18.313652	0.000100	0.000098	0.000099
j6_m2_k3_t10_5	17.866536	38.588802	51.745170	0.000099	0.000099	0.000100
j6_m2_k3_t10_6	63.447272	141.916230	188.933310	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	7.177784	12.795583	12.318836	0.000094	0.000099	0.000097
j6_m2_k3_t10_8	13.833697	46.946496	53.746176	0.000099	0.000099	0.000099
j6_m2_k3_t10_9	15.726047	37.376358	33.253507	0.000096	0.000098	0.000098
j6_m2_k3_t10_10	3.231265	11.336664	7.553980	0.000069	0.000083	0.000100
j8_m3_k4_t15_1	119.040708	300.564482	353.614206	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	908.027322	1187.785086	3158.401733	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_3	3600.635681	3600.001752	3600.006532	0.001088	0.000367	0.001142
j8_m3_k4_t15_4	30.413527	47.409499	49.591728	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_5	3600.287060	3600.004114	3600.007232	0.001401	0.001069	0.001580
j8_m3_k4_t15_6	3600.572271	3600.004334	3600.011154	0.002789	0.003382	0.004116
j8_m3_k4_t15_7	68.094276	126.639225	172.451092	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3600.581098	3600.008236	3600.007192	0.000839	0.000870	0.001418
j8_m3_k4_t15_9	3600.322280	3600.002019	3600.003864	0.000753	0.001428	0.001691
j8_m3_k4_t15_10	2292.202777	3600.002835	3600.001700	0.000100	0.000714	0.001022
j10_m3_k5_t20_1	3600.015985	3600.005086	3600.012752	0.002249	0.002014	0.002341
j10_m3_k5_t20_2	3096.974091	3600.004207	3600.004928	0.000100	0.000536	0.000810
j10_m3_k5_t20_3	3600.788874	3600.016447	3600.006739	0.000569	0.000741	0.000913
j10_m3_k5_t20_4	3600.012968	3600.020399	3600.009029	0.000257	0.000598	0.000625
j10_m3_k5_t20_5	3600.800569	3600.014817	3600.006765	0.001496	0.001324	0.001409
j10_m3_k5_t20_6	3600.015527	3600.016096	3600.004755	0.000153	0.000435	0.000507
j10_m3_k5_t20_7	3600.006726	3600.014308	3600.011663	0.000233	0.000404	0.000640
j10_m3_k5_t20_8	3600.631430	3600.013369	3600.007063	0.001550	0.001252	0.001631
j10_m3_k5_t20_9	302.465024	699.394455	953.246012	0.000100	0.000100	0.000100
j10_m3_k5_t20_10	3600.257101	3600.017241	3600.005982	0.001759	0.002010	0.002342
Média	1349.677128	1426.457876	1492.580352	0.000437	0.000479	0.000611
Desvio Padrão	1690.576095	1718.006324	1728.848298	0.000680	0.000716	0.000879

Tabela 4.5 – Comparação entre Formulações de FCU

Instâncias	Tempo de resolução			Gap (%)		
	FCU-1	FCU-2	FCU-3	FCU-1	FCU-2	FCU-3
j4_m2_k2_t5_1	0.258474	1.078710	0.861034	0.000095	0.000054	0.000062
j4_m2_k2_t5_2	0.228698	0.745095	0.922757	0.000096	0.000087	0.000099
j4_m2_k2_t5_3	0.184637	0.542753	0.565270	0.000070	0.000070	0.000016
j4_m2_k2_t5_4	0.128917	0.872028	1.266788	0.000085	0.000099	0.000088
j4_m2_k2_t5_5	0.105051	0.123518	0.130185	0.000019	0.000071	0.000000
j4_m2_k2_t5_6	0.181836	1.556691	1.242333	0.000097	0.000098	0.000089
j4_m2_k2_t5_7	0.022342	0.025916	0.023096	0.000050	0.000050	0.000050
j4_m2_k2_t5_8	0.104163	0.290935	0.256291	0.000082	0.000081	0.000057
j4_m2_k2_t5_9	0.545050	2.932858	2.575598	0.000098	0.000099	0.000089
j4_m2_k2_t5_10	0.080021	0.359199	0.386281	0.000038	0.000040	0.000007
j6_m2_k3_t10_1	242.396169	351.254188	295.553625	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	9.815008	25.759570	30.092361	0.000087	0.000100	0.000099
j6_m2_k3_t10_3	104.917738	184.809833	182.457872	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	13.648467	22.047991	25.380686	0.000099	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_5	20.692056	60.415146	73.308411	0.000099	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_6	69.309728	215.290720	204.859688	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	7.925351	24.780093	16.910515	0.000098	0.000061	0.000100
j6_m2_k3_t10_8	15.987471	53.148435	49.413520	0.000098	0.000099	0.000100
j6_m2_k3_t10_9	16.219228	54.023329	43.005923	0.000099	0.000092	0.000100
j6_m2_k3_t10_10	4.272523	12.861481	12.043297	0.000098	0.000094	0.000089
j8_m3_k4_t15_1	220.141068	254.946798	388.228401	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	907.855059	1902.179032	3062.451792	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_3	3600.889638	3600.009037	3600.003025	0.000624	0.000558	0.000607
j8_m3_k4_t15_4	24.195389	60.566290	69.362592	0.000099	0.000099	0.000100
j8_m3_k4_t15_5	3601.168863	3600.008490	3600.008293	0.001019	0.001119	0.001639
j8_m3_k4_t15_6	3600.784254	3600.011736	3600.007051	0.003610	0.004063	0.004093
j8_m3_k4_t15_7	63.625398	344.717627	347.162163	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3601.207270	3600.011025	3600.002896	0.001484	0.001225	0.001565
j8_m3_k4_t15_9	3601.088804	3600.008586	3600.002579	0.001341	0.001584	0.001809
j8_m3_k4_t15_10	3600.006032	3600.004064	3600.004268	0.000451	0.001020	0.001273
j10_m3_k5_t20_1	3601.274139	3600.019935	3600.009891	0.002331	0.002163	0.002282
j10_m3_k5_t20_2	3601.184872	3600.016357	3600.007069	0.000435	0.000425	0.000880
j10_m3_k5_t20_3	3601.443049	3600.006497	3600.005375	0.000841	0.000754	0.000871
j10_m3_k5_t20_4	3600.788314	3600.009228	3600.012934	0.000321	0.000512	0.000849
j10_m3_k5_t20_5	3600.759384	3600.006652	3600.004435	0.001064	0.001335	0.001404
j10_m3_k5_t20_6	3600.006580	3600.004928	3600.034831	0.000320	0.000537	0.000562
j10_m3_k5_t20_7	2490.117106	3600.006619	3600.011582	0.000100	0.000504	0.000731
j10_m3_k5_t20_8	3600.942636	3600.006418	3600.007112	0.001231	0.001405	0.001383
j10_m3_k5_t20_9	268.198104	643.201580	1051.504195	0.000100	0.000100	0.000100
j10_m3_k5_t20_10	3600.771151	3600.005788	3600.046849	0.001803	0.002020	0.002133
Média	1372.336751	1455.466629	1496.503322	0.000480	0.000535	0.000603
Desvio Padrão	1705.362156	1710.453236	1722.810150	0.000753	0.000815	0.000870

Tabela 4.6 – Comparação entre Formulações de FCM

Instâncias	Tempo de resolução			Gap (%)		
	FCM-1	FCM-2	FCM-3	FCM-1	FCM-2	FCM-3
j4_m2_k2_t5_1	0.446014	2.139796	1.320501	0.000073	0.000097	0.000097
j4_m2_k2_t5_2	0.231525	0.955902	0.582464	0.000025	0.000090	0.000039
j4_m2_k2_t5_3	0.202281	0.453677	0.484752	0.000099	0.000086	0.000091
j4_m2_k2_t5_4	0.151963	1.355529	0.697619	0.000032	0.000077	0.000094
j4_m2_k2_t5_5	0.149430	0.202701	0.219874	0.000000	0.000000	0.000070
j4_m2_k2_t5_6	0.247251	1.330148	1.071271	0.000099	0.000069	0.000092
j4_m2_k2_t5_7	0.039895	0.040283	0.041541	0.000000	0.000000	0.000000
j4_m2_k2_t5_8	0.211586	0.542403	0.486351	0.000021	0.000095	0.000004
j4_m2_k2_t5_9	0.653693	2.043299	2.343987	0.000099	0.000083	0.000086
j4_m2_k2_t5_10	0.144330	0.433064	0.457188	0.000045	0.000098	0.000008
j6_m2_k3_t10_1	468.006773	741.666461	514.385455	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	33.203657	67.645311	82.102197	0.000100	0.000099	0.000100
j6_m2_k3_t10_3	481.408726	787.291392	601.509683	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	40.715605	59.848921	62.566462	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_5	83.745823	123.196044	181.561351	0.000100	0.000100	0.000000
j6_m2_k3_t10_6	217.801851	272.843320	394.563734	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	20.312212	26.352100	29.380971	0.000099	0.000098	0.000096
j6_m2_k3_t10_8	70.039805	67.985194	98.763773	0.000100	0.000097	0.000099
j6_m2_k3_t10_9	36.672696	75.474224	179.256865	0.000099	0.000094	0.000100
j6_m2_k3_t10_10	10.002410	16.552400	18.971486	0.000100	0.000099	0.000100
j8_m3_k4_t15_1	696.222437	905.731109	922.656360	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	3601.440072	3600.006886	3600.008306	0.000438	0.000410	0.000312
j8_m3_k4_t15_3	3600.010064	3600.016557	3600.006913	0.001195	0.000791	0.000956
j8_m3_k4_t15_4	73.887208	188.294660	161.925603	0.000099	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_5	3600.016573	3600.014692	3600.009211	0.001483	0.001532	0.001860
j8_m3_k4_t15_6	3600.013484	3600.012060	3600.012954	0.004497	0.004321	0.004639
j8_m3_k4_t15_7	231.961474	247.726806	1100.226849	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3600.899711	3600.013569	3600.008847	0.001968	0.001579	0.001700
j8_m3_k4_t15_9	3600.013509	3600.009596	3600.006120	0.001691	0.001729	0.001885
j8_m3_k4_t15_10	3600.011266	3600.006498	3600.005964	0.001161	0.001495	0.001534
j10_m3_k5_t20_1	3600.060323	3600.027039	3600.023841	0.003365	0.003059	0.004348
j10_m3_k5_t20_2	3600.027035	3600.026045	3600.028897	0.000768	0.000737	0.000758
j10_m3_k5_t20_3	3600.019220	3600.018145	3600.042261	0.001074	0.001033	0.001290
j10_m3_k5_t20_4	3600.029284	3600.012370	3600.036077	0.001183	0.001268	0.000984
j10_m3_k5_t20_5	3600.025763	3600.017914	3600.019192	0.001905	0.001603	0.001867
j10_m3_k5_t20_6	3600.026406	3600.024031	3600.018270	0.000799	0.000567	0.000599
j10_m3_k5_t20_7	3600.050848	3600.020297	3600.019225	0.000703	0.000960	0.000782
j10_m3_k5_t20_8	3600.033674	3600.021935	3600.043818	0.001159	0.001578	0.001511
j10_m3_k5_t20_9	3600.022342	965.730126	3600.013327	0.000150	0.000100	0.000200
j10_m3_k5_t20_10	3603.338517	3600.022054	3600.018153	0.002170	0.002316	0.002392
Média	1591.812418	1553.902614	1638.897443	0.000687	0.000677	0.000735
Desvio Padrão	1754.609814	1708.997243	1723.441412	0.000996	0.000956	0.001109

Tabela 4.7 – Comparação entre Formulações de FT

Instâncias	Tempo de resolução			Gap (%)		
	FT-1	FT-2	FT-3	FT-1	FT-2	FT-3
j4_m2_k2_t5_1	0.771132	3.385456	3.910036	0.000092	0.000090	0.000089
j4_m2_k2_t5_2	0.359362	0.662397	1.062549	0.000075	0.000032	0.000079
j4_m2_k2_t5_3	0.194145	0.725517	0.558246	0.000092	0.000097	0.000097
j4_m2_k2_t5_4	0.232632	1.096896	1.350767	0.000095	0.000015	0.000006
j4_m2_k2_t5_5	0.142726	0.203387	0.223300	0.000047	0.000000	0.000000
j4_m2_k2_t5_6	0.248122	1.103975	1.282708	0.000088	0.000065	0.000000
j4_m2_k2_t5_7	0.029308	0.028808	0.031713	0.000007	0.000007	0.000007
j4_m2_k2_t5_8	0.115651	0.417690	0.353866	0.000097	0.000000	0.000020
j4_m2_k2_t5_9	1.076917	4.517800	3.051556	0.000087	0.000000	0.000095
j4_m2_k2_t5_10	0.142460	0.399974	0.430973	0.000079	0.000093	0.000051
j6_m2_k3_t10_1	193.073128	374.052241	288.420740	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	12.890262	27.854218	31.704163	0.000094	0.000099	0.000099
j6_m2_k3_t10_3	50.742684	142.539188	190.466950	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	11.516141	22.779294	26.891147	0.000100	0.000098	0.000099
j6_m2_k3_t10_5	25.812136	76.109994	61.493685	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_6	84.735040	179.080562	227.395951	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	10.119478	19.373885	17.576439	0.000057	0.000099	0.000097
j6_m2_k3_t10_8	18.277714	40.580908	46.737625	0.000099	0.000099	0.000100
j6_m2_k3_t10_9	17.284769	41.442912	34.680192	0.000100	0.000100	0.000095
j6_m2_k3_t10_10	3.294395	13.045023	15.976549	0.000100	0.000098	0.000087
j8_m3_k4_t15_1	204.111535	645.482517	804.574665	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	1401.349133	2362.274123	2249.015400	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_3	3600.606943	3600.004313	3600.002925	0.000478	0.000619	0.000649
j8_m3_k4_t15_4	36.528436	55.714643	48.770243	0.000100	0.000098	0.000099
j8_m3_k4_t15_5	3600.003517	3600.011731	3600.005574	0.000496	0.001189	0.001097
j8_m3_k4_t15_6	3600.007346	3600.002198	3600.005299	0.003029	0.003760	0.003427
j8_m3_k4_t15_7	87.226302	221.258020	231.043310	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3600.400091	3600.002041	3600.005777	0.000636	0.001087	0.001278
j8_m3_k4_t15_9	3600.696163	3600.004381	3600.007462	0.001372	0.001485	0.001359
j8_m3_k4_t15_10	2772.464715	3600.002390	3600.004869	0.000100	0.000772	0.000846
j10_m3_k5_t20_1	3600.028252	3600.006374	3600.006935	0.002417	0.002198	0.001960
j10_m3_k5_t20_2	3600.649540	3600.026501	3600.024524	0.000260	0.000514	0.000740
j10_m3_k5_t20_3	3600.860524	3600.012141	3600.004371	0.000538	0.000740	0.000644
j10_m3_k5_t20_4	3600.835218	3600.007965	3600.005080	0.000395	0.000564	0.000654
j10_m3_k5_t20_5	3600.942498	3600.004966	3600.024696	0.001032	0.001277	0.001405
j10_m3_k5_t20_6	3600.014743	3600.014050	3600.013987	0.000104	0.000444	0.000285
j10_m3_k5_t20_7	3600.555548	3600.005850	3600.009155	0.000260	0.000603	0.000631
j10_m3_k5_t20_8	3600.015993	3600.004630	3600.021171	0.001131	0.001347	0.001281
j10_m3_k5_t20_9	303.751709	585.180572	783.692399	0.000100	0.000100	0.000100
j10_m3_k5_t20_10	3600.939877	3600.005356	3600.004800	0.001795	0.001954	0.001706
Média	1391.076157	1470.485622	1476.771045	0.000406	0.000511	0.000497
Desvio Padrão	1709.141707	1713.464972	1707.622091	0.000671	0.000775	0.000718

Como é possível verificar pelas tabelas acima, as formulações que não utilizam problemas de separação para aplicação de planos de corte apresentam, em geral, melhor desempenho médio nas métricas de tempo e gap, com exceção apenas do gap da formulação FCM-2, com desempenho superior que as demais nesse aspecto, ainda que a diferença em relação à FCM-1 seja pequena.

É importante ressaltar que os autores Lee e Lee (2023) recomendam o uso de algoritmos de fluxo máximo e corte mínimo na resolução dos problemas SEP-S-STAR e SEP-U-STAR, por apresentarem complexidade computacional inferior à alternativa Programação Linear - abordagem adotada neste trabalho. Esta escolha pode ajudar a explicar o desempenho inferior observado nas formulações que utilizam planos de corte, sendo necessária a realização de experimentos futuros para confirmação.

Assim sendo, as formulações que não utilizam problemas de separação para declaração de planos de corte são comparadas na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Comparação entre Formulações

Instâncias	Tempo de resolução					Gap (%)				
	RESG-1	MTZ-1	FCU-1	FCM-2	FT-1	RESG-1	MTZ-1	FCU-2	FCM-1	FT-1
j4_m2_k2_t5_1	0.365267	0.367407	0.258474	2.139796	0.771132	0.000086	0.000086	0.000095	0.000097	0.000092
j4_m2_k2_t5_2	0.270151	0.169955	0.228698	0.955902	0.359362	0.000099	0.000048	0.000096	0.000090	0.000075
j4_m2_k2_t5_3	0.138301	0.131180	0.184637	0.453677	0.194145	0.000098	0.000099	0.000070	0.000086	0.000092
j4_m2_k2_t5_4	0.257332	0.153082	0.128917	1.355529	0.232632	0.000079	0.000096	0.000085	0.000077	0.000095
j4_m2_k2_t5_5	0.054717	0.058341	0.105051	0.202701	0.142726	0.000068	0.000000	0.000019	0.000000	0.000047
j4_m2_k2_t5_6	0.201337	0.146250	0.181836	1.330148	0.248122	0.000096	0.000079	0.000097	0.000069	0.000088
j4_m2_k2_t5_7	0.016683	0.024066	0.022342	0.040283	0.029308	0.000000	0.000000	0.000050	0.000000	0.000007
j4_m2_k2_t5_8	0.066623	0.063648	0.104163	0.542403	0.115651	0.000068	0.000081	0.000082	0.000095	0.000097
j4_m2_k2_t5_9	0.447194	0.521047	0.545050	2.043299	1.076917	0.000092	0.000100	0.000098	0.000083	0.000087
j4_m2_k2_t5_10	0.065570	0.109676	0.080021	0.433064	0.142460	0.000055	0.000099	0.000038	0.000098	0.000079
j6_m2_k3_t10_1	216.055699	77.149681	242.396169	741.666461	193.073128	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_2	6.365711	8.934751	9.815008	67.645311	12.890262	0.000100	0.000098	0.000087	0.000099	0.000094
j6_m2_k3_t10_3	120.445388	146.156364	104.917738	787.291392	50.742684	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_4	15.101449	9.671781	13.648467	59.848921	11.516141	0.000099	0.000100	0.000099	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_5	22.371255	17.866536	20.692056	123.196044	25.812136	0.000099	0.000099	0.000099	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_6	62.078566	63.447272	69.309728	272.843320	84.735040	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j6_m2_k3_t10_7	6.521923	7.177784	7.925351	26.352100	10.119478	0.000069	0.000094	0.000098	0.000098	0.000057
j6_m2_k3_t10_8	11.491091	13.833697	15.987471	67.985194	18.277714	0.000100	0.000099	0.000098	0.000097	0.000099
j6_m2_k3_t10_9	16.614546	15.726047	16.219228	75.474224	17.284769	0.000098	0.000096	0.000099	0.000094	0.000100
j6_m2_k3_t10_10	4.250031	3.231265	4.272523	16.552400	3.294395	0.000049	0.000069	0.000098	0.000099	0.000100
j8_m3_k4_t15_1	100.024169	119.040708	220.141068	905.731109	204.111535	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_2	811.810072	908.027322	907.855059	3600.006886	1401.349133	0.000100	0.000100	0.000100	0.000410	0.000100
j8_m3_k4_t15_3	3600.003898	3600.635681	3600.889638	3600.016557	3600.606943	0.001035	0.001088	0.000624	0.000791	0.000478
j8_m3_k4_t15_4	18.111078	30.413527	24.195389	188.294660	36.528436	0.000097	0.000100	0.000099	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_5	3600.003850	3600.287060	3601.168863	3600.014692	3600.003517	0.001610	0.001401	0.001019	0.001532	0.000496
j8_m3_k4_t15_6	3600.001862	3600.572271	3600.784254	3600.012060	3600.007346	0.003976	0.002789	0.003610	0.004321	0.003029
j8_m3_k4_t15_7	48.424343	68.094276	63.625398	247.726806	87.226302	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j8_m3_k4_t15_8	3600.002551	3600.581098	3601.207270	3600.013569	3600.400091	0.001480	0.000839	0.001484	0.001579	0.000636
j8_m3_k4_t15_9	3600.004324	3600.322280	3601.088804	3600.009596	3600.696163	0.001264	0.000753	0.001341	0.001729	0.001372
j8_m3_k4_t15_10	2629.985426	2292.202777	3600.006032	3600.006498	2772.464715	0.000100	0.000100	0.000451	0.001495	0.000100
j10_m3_k5_t20_1	3600.005223	3600.015985	3601.274139	3600.027039	3600.028252	0.003734	0.002249	0.002331	0.003059	0.002417
j10_m3_k5_t20_2	3600.006175	3096.974091	3601.184872	3600.026045	3600.649540	0.000717	0.000100	0.000435	0.000737	0.000260
j10_m3_k5_t20_3	3600.007599	3600.788874	3601.443049	3600.018145	3600.860524	0.001146	0.000569	0.000841	0.001033	0.000538
j10_m3_k5_t20_4	3333.828924	3600.012968	3600.788314	3600.012370	3600.835218	0.000100	0.000257	0.000321	0.001268	0.000395
j10_m3_k5_t20_5	3600.007915	3600.800569	3600.759384	3600.017914	3600.942498	0.001779	0.001496	0.001064	0.001603	0.001032
j10_m3_k5_t20_6	3600.007868	3600.015527	3600.006580	3600.024031	3600.014743	0.000823	0.000153	0.000320	0.000567	0.000104
j10_m3_k5_t20_7	2130.143757	3600.006726	2490.117106	3600.020297	3600.555548	0.000100	0.000233	0.000100	0.000960	0.000260
j10_m3_k5_t20_8	3600.004991	3600.631430	3600.942636	3600.021935	3600.015993	0.002555	0.001550	0.001231	0.001578	0.001131
j10_m3_k5_t20_9	2166.360950	302.465024	268.198104	965.730126	303.751709	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100	0.000100
j10_m3_k5_t20_10	3600.006549	3600.257101	3600.771151	3600.022054	3600.939877	0.002183	0.001759	0.001803	0.002316	0.001795
Média	1373.048259	1349.677128	1372.336751	1553.902614	1391.076157	0.000619	0.000437	0.000480	0.000677	0.000406
Desvio Padrão	1664.946713	1690.576095	1705.362156	1708.997243	1709.141707	0.001001	0.000680	0.000753	0.000956	0.000671

Conforme pode ser analisado, a formulação MTZ-1 apresenta o melhor desempenho médio tanto em relação ao tempo de resolução quanto ao gap. Além disso, ela exibe o menor desvio padrão no gap e uma variação de tempo relativamente baixa, indicando desempenho consistente em ambas as métricas.

4.3.1 Implicações práticas

Nesta seção, destaca-se o impacto gerencial da abordagem, tanto do ponto de vista de uso de recursos conforme dados levantados na Tabela 4.9, quanto na consideração de parâmetros ambientais na qualidade das soluções obtidas, apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.9 – Capacidade e estoque utilizado

Instância	% Capacidade usada	% Energia usada	Demanda média	Estoque médio	% Estoque por demanda
j4_m2_k2_t5_1	0.739829	0.936058	14.650000	5.100000	0.348123
j4_m2_k2_t5_2	0.747097	0.935462	15.150000	6.300000	0.415842
j4_m2_k2_t5_3	0.741818	0.918923	15.500000	6.400000	0.412903
j4_m2_k2_t5_4	0.800234	0.937137	14.050000	3.500000	0.249110
j4_m2_k2_t5_5	0.634715	0.901936	15.450000	7.700000	0.498382
j4_m2_k2_t5_6	0.759690	0.934081	14.300000	6.550000	0.458042
j4_m2_k2_t5_7	0.733690	0.923537	15.500000	4.900000	0.316129
j4_m2_k2_t5_8	0.771712	0.921306	16.300000	8.650000	0.530675
j4_m2_k2_t5_9	0.868530	0.937143	13.750000	2.050000	0.149091
j4_m2_k2_t5_10	0.747204	0.934221	16.150000	3.400000	0.210526
j6_m2_k3_t10_1	0.794314	0.904379	14.533333	8.283333	0.569954
j6_m2_k3_t10_2	0.686101	0.917156	14.583333	10.866667	0.745143
j6_m2_k3_t10_3	0.709035	0.914750	15.000000	7.333333	0.488889
j6_m2_k3_t10_4	0.699474	0.925095	14.700000	7.566667	0.514739
j6_m2_k3_t10_5	0.715990	0.916590	15.416667	7.700000	0.499459
j6_m2_k3_t10_6	0.852219	0.925916	14.783333	7.916667	0.535513
j6_m2_k3_t10_7	0.794457	0.929823	15.366667	5.516667	0.359002
j6_m2_k3_t10_8	0.772286	0.919847	15.466667	6.366667	0.411638
j6_m2_k3_t10_9	0.674074	0.917514	14.450000	8.516667	0.589389
j6_m2_k3_t10_10	0.753865	0.914492	15.016667	6.283333	0.418424
j8_m3_k4_t15_1	0.770451	0.917441	14.441667	8.216667	0.568956
j8_m3_k4_t15_2	0.727778	0.907683	14.241667	8.875000	0.623171
j8_m3_k4_t15_3	0.713998	0.910937	15.625000	7.091667	0.453867
j8_m3_k4_t15_4	0.741110	0.916862	15.291667	8.075000	0.528065
j8_m3_k4_t15_5	0.785944	0.926544	14.891667	8.283333	0.556240
j8_m3_k4_t15_6	0.800907	0.893465	15.341667	8.750000	0.570342
j8_m3_k4_t15_7	0.716381	0.916117	14.758333	9.216667	0.624506
j8_m3_k4_t15_8	0.780576	0.913088	14.775000	10.916667	0.738861
j8_m3_k4_t15_9	0.751093	0.928627	15.266667	10.091667	0.661026
j8_m3_k4_t15_10	0.739403	0.904331	15.150000	13.575000	0.896040
j10_m3_k5_t20_1	0.823220	0.911422	14.900000	8.440000	0.566443
j10_m3_k5_t20_2	0.716118	0.912156	15.140000	9.745000	0.643659
j10_m3_k5_t20_3	0.684004	0.910604	14.820000	8.805000	0.594130
j10_m3_k5_t20_4	0.741583	0.908808	15.070000	8.615000	0.571666
j10_m3_k5_t20_5	0.695227	0.908940	14.880000	9.150000	0.614919
j10_m3_k5_t20_6	0.713905	0.923291	15.155000	8.275000	0.546024
j10_m3_k5_t20_7	0.615472	0.899822	14.725000	12.750000	0.865874
j10_m3_k5_t20_8	0.695611	0.905943	15.130000	9.945000	0.657303
j10_m3_k5_t20_9	0.725172	0.915996	15.100000	12.310000	0.815232
j10_m3_k5_t20_10	0.704028	0.903625	15.220000	8.985000	0.590342
Média	0.740958	0.917527	15.001000	8.025292	0.535191
Desvio Padrão	0.051917	0.011115	0.509443	2.392464	0.160952

Como apresenta a Tabela 4.9, a capacidade das máquinas utilizada é, em média, inferior ao percentual de energia utilizada, indicando que, para as instâncias analisadas, a disponibilidade de energia se mostra um fator mais crítico que a própria capacidade produtiva. Em relação ao estoque, observou-se uma média de aproximadamente 8 unidades por período e produto, o que corresponde a cerca de 53,52% da demanda média. No entanto, o desvio padrão indica uma variação significativa entre as instâncias - para a instância j4_m2_k2_t5_9, há um estoque médio de 2 produtos, já para a instância j8_m3_k4_t15_10 esse número sobe para 13 unidades.

Já a Tabela 4.10 apresenta a diferença absoluta média - por dimensão de instâncias - de custo entre as soluções encontradas ao se considerar apenas os custos operacionais (c_{ik}^p , c_m^f , c_{ijk}^s) e aquelas obtidas levando em conta custos operacionais e ambientais (e_m^f , e_{ijk}^s). Para fins de comparação, o custo ambiental é incorporado à solução originalmente gerada sem levá-lo em conta, assumindo-se que a empresa será responsabilizada financeiramente por seus impactos ambientais. Valores negativos e positivos na tabela indicam, respectivamente, redução e aumento de custos ao se utilizar a abordagem ambiental para encontrar soluções, em comparação àquela baseada exclusivamente nos custos operacionais.

Tabela 4.10 – Diferença absoluta média ao considerar parâmetros ambientais

Dimensão	Custo operacional	Custo ambiental	% Total	Custo total
j4_m2_k2_t5	18,483036	-55,751470	-0,003672	-37,268435
j6_m2_k3_t10	52,882745	-201,908627	-0,004798	-149,025882
j8_m3_k4_t15	509,675462	-1057,094216	-0,008211	-547,418753
j10_m3_k5_t20	270,107290	-868,501922	-0,006198	-598,394632
Média	212,787133	-545,814059	-0,005720	-333,026926

Como pode ser observado na Tabela 4.10, a diferença percentual nos custos totais entre as duas abordagens é baixa - com média inferior a 0,6% -, indicando que, sob a ótica de custos, o impacto da incorporação dos aspectos ambientais para as instâncias analisadas é reduzido. Contudo, ainda que isso ocorra, considerar custos ambientais na busca por melhor dimensionamento e sequenciamento de lotes permite reduzir o impacto ambiental da empresa e gerar economia financeira adicional, ainda que modesta. Para citar um exemplo, na instância j8_m3_k4_t15_4, embora a diferença percentual no custo total esteja na casa dos 1,46%, para os custos ambientais a diferença percentual está na casa dos 10,52% (ou 2217,90 unidades financeiras). Esta economia é explicada principalmente pelo uso de combustíveis mais eficientes que, isoladamente, promovem uma redução de 2167,90 unidades financeiras nos custos totais.

Por fim, a depender da instância, o impacto de considerar os custos ambientais pode ser maior. Vale destacar isso pois, a medida que leis tornem o impacto ambiental mais oneroso para as organizações, a relevância de abordagens como a proposta no presente trabalho tenderão a crescer.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho propôs o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com Fontes Alternativas de Energia (PDSLFAE), baseado na produção de cadarços de uma empresa B2B do Polo de Confeccões do Agreste, e incorporando custos ambientais e produção de energia. Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica nos campos de Problema de Dimensionamento de Lotes, Problema de Sequenciamento e PDSL. Em seguida, o problema foi proposto, sendo acompanhado por diversas formulações - compactas e estendidas -, para a modelagem de restrições de eliminação de subciclo. Estas ainda foram combinadas a problemas de separação para auxiliar na declaração de desigualdades válidas.

Os resultados mostraram que a resolução dos problemas SEP-S-STAR e SEP-U-STAR por meio de programação linear não compensou em termos de eficiência computacional. Além disso, a formulação baseada em restrições Miller-Tucker-Zemlin obteve o melhor desempenho médio, com baixa variação relativa para o gap e o tempo de solução. Por fim, a inclusão de custos ambientais no modelo não só fortalece a tomada de decisão em relação a recursos críticos, como também estimula práticas de produção mais sustentáveis.

REFERÊNCIAS

- ABSI, N. et al. Lot sizing with carbon emission constraints. **European Journal of Operational Research**, v. 227, p. 55–61, 2013. ISSN 03772217. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S037722171200896X>.
- ALMADA-LOBO, B. et al. Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups. **International Journal of Production Research**, v. 45, p. 4873–4894, 2007. ISSN 00207543.
- ALMADA-LOBO, B. et al. Multiple machine continuous setup lotsizing with sequence-dependent setups. **Computational Optimization and Applications**, v. 47, p. 529–552, 2010. ISSN 09266003.
- ALMADA-LOBO, B.; OLIVEIRA, J. F.; CARRAVILLA, M. A. A note on “the capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 1374–1376, 2008. ISSN 03050548. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054806002012>.
- ANTHONY, R. N. **Planning and control systems: a framework for analysis**. Boston MA: Division of Research Harvard Business School, 1965.
- ARAÚJO, K. A. G. et al. Relax-and-fix heuristics applied to a real-world lot sizing and scheduling problem in the personal care consumer goods industry. **Operations Research Forum**, Springer International Publishing, v. 4, p. 47, 2023. ISSN 2662-2556. Disponível em: <https://link.springer.com/10.1007/s43069-023-00230-7>.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2011.
- BAHL, H. C.; RITZMAN, L. P.; GUPTA, J. N. Determining lot sizes and resource requirements: a review. **Operations Research**, v. 35, p. 329–345, 1987. ISSN 0030364X.
- BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. The pollution-routing problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 45, n. 8, p. 1232–1250, 2011. ISSN 0191-2615. Supply chain disruption and risk management. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126151100018X>.
- BENJAAFAR, S.; LI, Y.; DASKIN, M. Carbon footprint and the management of supply chains: Insights from simple models. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, v. 10, p. 99–116, 2013. ISSN 15455955.
- BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. **Management Science**, v. 28, p. 1174–1186, 1982.
- BRASIL. Lei nº15.042, de 11 de dezembro de 2024. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2024. Disponível em: <https://normas.leg.br/api/public/binario/3b0747f2-4e41-4e50-9ab2-e0faf4914560/texto>.
- CARVALHO, D. M.; NASCIMENTO, M. C. Hybrid matheuristics to solve the integrated lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent and non-triangular setup. **European Journal of Operational Research**, Elsevier B.V., v. 296, p. 158–173, 2022. ISSN 03772217.

CAVALCANTI, I. L. R. et al. Caracterização química do resíduo da biomassa da algaroba para fins de estudos energéticos. **Brazilian Journal of Development**, Brazilian Journal of Development, v. 6, p. 872–881, 2020. ISSN 25258761.

CIRILO, N. R. M. et al. Lenha ou carvão vegetal? avaliando o potencial energético da espécie *Prosopis juliflora* para indústria de cerâmica vermelha. In: _____. Editora Científica Digital, 2023. p. 1204–1218. Disponível em: <http://www.editoracientifica.com.br/articles/code/230312564>.

CLAASSEN, G. D. et al. On production planning and scheduling in food processing industry: modelling non-triangular setups and product decay. **Computers and Operations Research**, Elsevier Ltd, v. 76, p. 147–154, 2016. ISSN 03050548.

COPIL, K. et al. Simultaneous lot sizing and scheduling problems: a classification and review of models. **OR Spectrum**, Springer Verlag, v. 39, p. 1–64, 2017. ISSN 14366304.

CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M. **Planejamento, Programação e Controle da Produção - MRP II / ERP**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

DASTIDAR, S. G.; NAGI, R. Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs. **Computers & Operations Research**, v. 32, p. 2987–3005, 2005. ISSN 03050548. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054804000899>.

DEKKER, R. et al. **Reverse Logistics**. Springer Berlin Heidelberg, 2004. ISBN 9783540248033. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-24803-3>.

DILTS, D. M.; RAMSING, K. D. Joint lot sizing and scheduling of multiple items with sequence-dependent setup costs. **Decision Sciences**, v. 20, p. 120–133, 1989. ISSN 15405915.

DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling — survey and extensions. **European Journal of Operational Research**, v. 99, p. 221–235, 1997. ISSN 03772217. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221797000301>.

FARHANA, K. et al. Energy consumption, environmental impact, and implementation of renewable energy resources in global textile industries: an overview towards circularity and sustainability. **Materials Circular Economy**, Springer Science and Business Media LLC, v. 4, n. 1, 2022. ISSN 2524-8154. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s42824-022-00059-1>.

FLORIAN, M.; LENSTRA, J. K.; KAN, A. M. G. R. Deterministic production planning: Algorithms and complexity. **Management Science**, v. 26, p. 669–679, 1980. ISSN 00251909.

GAVISH, B.; GRAVES, S. C. The travelling salesman problem and related problems. Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1978.

GIGLIO, D.; PAOLUCCI, M.; ROSHANI, A. Integrated lot sizing and energy-efficient job shop scheduling problem in manufacturing/remanufacturing systems. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier Ltd, v. 148, p. 624–641, 2017. ISSN 09596526. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.01.166>.

GLOCK, C. H.; GROSSE, E. H.; RIES, J. M. The lot sizing problem: A tertiary study. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 155, p. 39–51, 2014. ISSN 09255273.

GRAHAM, R. et al. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. In: HAMMER, P.; JOHNSON, E.; KORTE, B. (Ed.). **Discrete Optimization II**. Elsevier, 1979, (Annals of Discrete Mathematics, v. 5). p. 287–326. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016750600870356X>.

GUIMARÃES, L.; KLABJAN, D.; ALMADA-LOBO, B. Pricing, relaxing and fixing under lot sizing and scheduling. **European Journal of Operational Research**, Elsevier B.V., v. 230, p. 399–411, 2013. ISSN 03772217. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.04.030>.

GUIMARÃES, L.; KLABJAN, D.; ALMADA-LOBO, B. Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 239, p. 644–662, 2014. ISSN 03772217.

GUPTA, D.; MAGNUSSON, T. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times. **Computers and Operations Research**, v. 32, p. 727–747, 2005. ISSN 03050548.

HAASE, K. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. **OR Spectrum**, v. 18, p. 51–59, 1996. ISSN 01716468.

HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. **International Journal of Production Economics**, v. 66, p. 159–169, 2000. ISSN 09255273.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física: volume 2 : gravitação, ondas e termodinâmica**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

HARRIS, F. W. How many parts to make at once. The magazine of management, 1913.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

IEA. **World Energy Outlook 2024**. Paris: International Energy Agency, 2024. <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2024>. Licence: CC BY 4.0 (report); CC BY-NC-SA 4.0 (Annex A). Disponível em: <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2024>.

IEMI. **Resenha do Relatório Setorial da Indústria Têxtil Brasileira**. São Paulo: Inteligência de Mercado, 2024. 1-88 p. <https://iemi.com.br/brasil-textil-2024/>. Disponível em: <https://iemi.com.br/brasil-textil-2024/>.

JAMES, R. J.; ALMADA-LOBO, B. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. **Computers and Operations Research**, v. 38, p. 1816–1825, 2011. ISSN 03050548.

JUCEVIČIUS, R.; RYBAKOVAS, E. Competitiveness of lithuanian textile and clothing industry. In: **The 6th International Scientific Conference “Business and Management 2010”. Selected papers**. Vilnius Gediminas Technical University Publishing House Technika, 2010. p. 390–398. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3846/bm.2010.053>.

KARA, I.; UZUN, G. O. A remark on the formulation given in “a note on the lifted miller-tucker-zemlin subtour elimination constraints for routing problems with time windows”. **Discrete Optimization**, Elsevier BV, v. 56, p. 100888, 2025. ISSN 1572-5286. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.disopt.2025.100888>.

KARIMI, B.; GHOMI, S. M. F.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: A review of models and algorithms. **Omega**, v. 31, p. 365–378, 2003. ISSN 03050483.

KHASNIS, A. A.; NETTLEMAN, M. D. **Global warming and infectious disease**. 2005. 689-696 p.

KIM, J.-O.; TRAORE, M. K.; WARFIELD, C. The textile and apparel industry in developing countries. **Textile Progress**, Informa UK Limited, v. 38, n. 3, p. 1–64, 2006. ISSN 1754-2278. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1533/tepr.2006.0003>.

KISSINGER, M. et al. Accounting for greenhouse gas emissions of materials at the urban scale-relating existing process life cycle assessment studies to urban material and waste composition. **Low Carbon Economy**, CRC Press, v. 04, p. 36–44, 2013. ISSN 2158-7000. Disponível em: <http://www.sci.org/journal/doi.aspx?DOI=10.4236/lce.2013.41004>.

LEE, Y.; LEE, K. Valid inequalities and extended formulations for lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setups. **European Journal of Operational Research**, Elsevier B.V., v. 310, p. 201–216, 2023. ISSN 03772217. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.03.003>.

LEUNG, J. Y. T. Introduction and notation. In: LEUNG, J. Y. T. (Ed.). **Handbook of Scheduling: Algorithms, models, and performance analysis**. [S.l.]: Chapman & Hall/CRC, 2004. p. 1224.

LOO, S. van; KOPPEJAN, J. (Ed.). **The handbook of biomass combustion and co-firing**. London, England: Earthscan, 2007.

MACULAN, N.; FAMPA, M. H. C. Otimização linear. **Editora Universidade de Brasília**, Brasília, 2006.

MALLICK, A. R. **Practical Boiler Operation Engineering and Power Plant**. 3. ed. Delhi, India: PHI Learning, 2014.

MANNE, A. S. Programming of economic lot sizes. **Management Science**, v. 4, p. 115–135, 1958. ISSN 0025-1909. Disponível em: <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/mnsc.4.2.115>.

MANSOURI, S. A.; AKTAS, E.; BESI KCI, U. Green scheduling of a two-machine flowshop: Trade-off between makespan and energy consumption. **European Journal of Operational Research**, Elsevier B.V., v. 248, p. 772–788, 2016. ISSN 03772217. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.08.064>.

MENEZES, A. A.; CLARK, A.; ALMADA-LOBO, B. Capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent, period-overlapping and non-triangular setups. **Journal of Scheduling**, v. 14, p. 209–219, 2011. ISSN 10946136.

MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Integer programming formulation of traveling salesman problems. **Journal of the ACM**, Association for Computing Machinery (ACM), v. 7, n. 4, p. 326–329, 1960. ISSN 1557-735X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1145/321043.321046>.

MORABITO, R. Pesquisa operacional. In: BATALHA, M. O. (Ed.). **Introdução à engenharia de produção**. 7. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. p. 157–182.

MORAN, M. J. et al. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

NIINIMÄKI, K. et al. The environmental price of fast fashion. **Nature Reviews Earth and Environment**, Springer Nature, v. 1, p. 189–200, 2020. ISSN 2662138X.

PIELKE, R. A. Are there trends in hurricane destruction? **Nature**, v. 438, 2005. ISSN 14764687.

PINEDO, M. L. **Scheduling: Theory, algorithms, and systems**. 5. ed. London: Springer London, Limited, 2016.

QUADT, D. **Lot-sizing and scheduling for flexible flow lines**. Berlin, Germany: Springer, 2004. (Lecture notes in economics and mathematical systems).

RAPINE, C. et al. Capacity acquisition for the single-item lot sizing problem under energy constraints. **Omega**, v. 81, p. 112–122, 2018. ISSN 03050483. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305048316304236>.

SAHLING, F. A column-generation approach for a short-term production planning problem in closed-loop supply chains. **Business Research Official Open Access Journal of VHB German Academic Association for Business Research**, v. 6, p. 55–75, 2013.

SARIN, S. C.; SHERALI, H. D.; YAO, L. New formulation for the high multiplicity asymmetric traveling salesman problem with application to the chesapeake problem. **Optimization Letters**, v. 5, p. 259–272, 2011. ISSN 18624472.

SCHIERMEIER, Q. Increased flood risk linked to global warming. **Nature**, v. 470, p. 316–316, 2011. ISSN 0028-0836. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/470316a>.

SEL, Ç.; GURKAN, M. E.; HAMZADAYI, A. Energy-aware production lot-sizing and parallel machine scheduling with the product-specific machining tools and power requirements. **Computers & Industrial Engineering**, v. 196, p. 110503, 2024. ISSN 03608352. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835224006247>.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional: Uma visão geral**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TELMO, C.; LOUSADA, J. Heating values of wood pellets from different species. **Biomass and Bioenergy**, v. 35, p. 2634–2639, 2011. ISSN 09619534.

TOTH, P.; VIGO, D. **Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition**. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014. ISBN 9781611973594. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1137/1.9781611973594>.

VAEZ, P.; SABOUHI, F.; JABALAMELI, M. S. Sustainability in a lot-sizing and scheduling problem with delivery time window and sequence-dependent setup cost consideration. **Sustainable Cities and Society**, Elsevier, v. 51, p. 101718, 2019. ISSN 22106707. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.scs.2019.101718>.

VASTAG, G.; MONTABON, F. **Linkages among manufacturing concepts, inventories, delivery service and competitiveness**. 2001. 195-204 p.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. **Management Science**, v. 5, p. 89–96, 1958. ISSN 0025-1909. Disponível em: <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/mnsc.5.1.89>.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. Nashville, TN: John Wiley & Sons, 2020.

WU, T. et al. The green capacitated multi-item lot sizing problem with parallel machines. **Computers and Operations Research**, Elsevier Ltd, v. 98, p. 149–164, 2018. ISSN 03050548. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.05.024>.

XAVIER, T. M. C. Polo de confecções do agreste de pernambuco: formação de aglomerado produtivo e suas dinâmicas espaciais. **Caminhos de Geografia**, EDUFU - Editora da Universidade Federal de Uberlândia, v. 21, p. 429–444, 2020.

XIAO, J. et al. Mip-based fix-and-optimize algorithms for the parallel machine capacitated lot-sizing and scheduling problem. **International Journal of Production Research**, v. 51, p. 5011–5028, 2013. ISSN 00207543.

YANG, Y.; ZHONG, C. China's textile and clothing exports in a changing world economy. **The Developing Economies**, Wiley, v. 36, n. 1, p. 19–22, 1998. ISSN 1746-1049. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1746-1049.1998.tb00858.x>.

ZHANG, C.; ZHANG, D.; WU, T. Data-driven branching and selection for lot-sizing and scheduling problems with sequence-dependent setups and setup carryover. **Computers and Operations Research**, Elsevier Ltd, v. 132, 2021. ISSN 03050548.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. **Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review**. 2006. 987-1007 p.