



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS DO AGreste PROFESSOR MARIANO ARAGÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

EMMANUEL SILVA BATISTA

**ECOEFICIÊNCIA OPERACIONAL DO FORNECIMENTO DE ÁGUA POTÁVEL
NO BRASIL: UMA ABORDAGEM INTEGRADA COM ANÁLISE ENVOLTÓRIA
DE DADOS E REGRESSÃO TOBIT**

Caruaru

2025

EMMANUEL SILVA BATISTA

**ECOEFICIÊNCIA OPERACIONAL DO FORNECIMENTO DE ÁGUA POTÁVEL
NO BRASIL: UMA ABORDAGEM INTEGRADA COM ANÁLISE ENVOLTÓRIA
DE DADOS E REGRESSÃO TOBIT**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Recursos Naturais e Meio Ambiente

Orientador: Prof. Dr. Saulo de Tarso Marques Bezerra

Coorientador: Prof. Dr. Thyago Celso Cavalcante Nepomuceno

Caruaru

2025

Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Batista, Emmanuel Silva.

Ecoeficiência operacional do fornecimento de água potável no Brasil: uma abordagem integrada com análise envoltória de dados e regressão Tobit / Emmanuel Silva Batista. - Caruaru, 2025.
101f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2025.

Orientação: Saulo de Tarso Marques Bezerra.

Coorientação: Thyago Celso Cavalcante Nepomuceno.

Inclui referências.

1. Avaliação da eficiência; 2. Desempenho ambiental; 3. Abastecimento de água; 4. DEA; 5. Análise em dois estágios. I. Bezerra, Saulo de Tarso Marques. II. Nepomuceno, Thyago Celso Cavalcante. III. Título.

UFPE-Biblioteca Central

EMMANUEL SILVA BATISTA

**ECOEFICIÊNCIA OPERACIONAL DO FORNECIMENTO DE ÁGUA POTÁVEL
NO BRASIL: UMA ABORDAGEM INTEGRADA COM ANÁLISE ENVOLTÓRIA
DE DADOS E REGRESSÃO TOBIT**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Recursos Naturais e Meio Ambiente.

Aprovado em: 21/11/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Saulo de Tarso Marques Bezerra (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Prof. Dr. Diogo Henrique Fernandes da Paz (Examinador Interno)
Instituto Federal de Pernambuco - IFPE

Prof. Dr. Armando Dias Duarte (Examinador Externo)
Universidade Federal do Oeste da Bahia - UFOB

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Marluce e Valderê, meu eterno alicerce. Agradeço pelos ensinamentos que moldaram quem sou e por terem me guiado nos momentos em que eu não conseguia enxergar o caminho. E que hoje, por livre discernimento, continuam sendo meus guias.

À minha irmã, Emanuelle, pela força compartilhada em todos os momentos. És inspiração diária que tenho a honra de dividir a vida. Sou grato por compartilharmos mais uma importante etapa vencida.

À minha noiva, Raíssa, pelo amor incondicional, pelos infinitos incentivos e por estar sempre ao meu lado, especialmente nos momentos em que a dedicação perde a referência do limite. Essa conquista é por você. É por nós.

Ao meu orientador, Saulo, pela orientação dedicada e pela confiança depositada ao longo de todo o processo. Por incentivar o pensamento crítico e apontar os caminhos possíveis para o amadurecimento deste trabalho. Agradeço por cada contribuição e conselho.

Aos membros das bancas, Eloim, Armando e Diogo (duplamente), agradeço pelas leituras atentas, pelas observações criteriosas e contribuições que ampliaram a qualidade deste trabalho. De maneira especial, registro minha gratidão a Thyago, cujo conhecimento e disponibilidade elevaram o nível desta pesquisa, antes mesmo de assumir papel de coorientador.

À UFPE e PPGECAM, por tornarem possível que estudantes do interior, como eu, tenham acesso a formação de excelência e encontrem meios de elevar suas condições acadêmicas e profissionais.

À FACEPE, pela confiança depositada, pelo apoio que tornou possível a realização desta pesquisa e pelo compromisso contínuo com o fortalecimento da ciência e da formação acadêmica em nosso estado.

RESUMO

A água potável é um recurso essencial à vida e ao desenvolvimento socioeconômico, cuja gestão eficiente torna-se cada vez mais urgente diante da escassez hídrica, do crescimento populacional e das mudanças climáticas emergentes. Nesse contexto, a busca por eficiência no fornecimento de água não se limita à redução de perdas reais ou à melhoria da produtividade operacional, mas também abrange a minimização dos impactos ambientais associados à atividade antrópica. O presente estudo tem como objetivo avaliar a ecoeficiência operacional do fornecimento público de água potável das concessionárias regionais brasileiras, por meio da aplicação integrada da Análise Envoltória de Dados e da regressão Tobit. Para tanto, adota-se uma abordagem metodológica em duas etapas: na primeira, são estimados os níveis de eficiência de prestadores de serviços de abastecimento de água, na segunda etapa, emprega-se a regressão censurada Tobit com o objetivo de identificar os fatores explicativos que influenciam os escores de eficiência obtidos. A modelagem contempla retornos variáveis de escala e diferentes orientações, permitindo uma análise abrangente da ecoeficiência dos serviços analisados. Os resultados mostraram variações expressivas entre as concessionárias, com poucas prestadoras mantendo níveis máximos de eficiência. CAER (RR), SABESP (SP) e ATS (TO) destacaram-se como plenamente eficientes. No recorte regional, o Sudeste apresentou o melhor desempenho médio. A regressão Tobit indicou influência significativa do Produto Interno Bruto (PIB) e do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), portanto, a eficiência no abastecimento de água depende tanto da gestão interna quanto das condições socioeconômicas locais. Assim, os resultados desta pesquisa contribuem para o aprimoramento da governança no setor de saneamento, oferecendo subsídios técnicos e estratégicos ao desenvolvimento de políticas públicas que promovam serviços de abastecimento de água mais eficientes e ambientalmente sustentáveis.

Palavras-chave: avaliação da eficiência; desempenho ambiental; abastecimento de água; DEA; análise em dois estágios.

ABSTRACT

Drinking water is an essential resource for life and socioeconomic development, whose efficient management becomes increasingly urgent in the face of water scarcity, population growth, and emerging climate change. In this context, the search for efficiency in water supply is not limited to reducing physical losses or improving operational productivity, but also encompassing the minimization of the environmental impacts associated with anthropogenic activity. This study aims to evaluate the operational eco-efficiency of public drinking water supply from Brazilian regional concessionaires through the integrated application of Data Envelopment Analysis and Tobit regression. To this end, a two-stage methodological approach is adopted: in the first stage, operational efficiency and environmental efficiency scores of water supply service providers are estimated, in the second stage, the censored Tobit regression model is applied to identify the explanatory factors influencing the efficiency scores obtained. The modeling considers variable returns to scale and different orientations, enabling a comprehensive assessment of the efficiency of the services analyzed. The results showed expressive variations among the concessionaires, with few providers maintaining maximum efficiency levels. CAER (RR), SABESP (SP), and ATS (TO) stood out as fully efficient. In the regional analysis, the Southeast presented the best average performance. The Tobit regression indicated a significant influence from the Gross Domestic Product (GDP) and the Human Development Index (HDI), therefore, efficiency in water supply depends on both internal management and local socioeconomic conditions. Thus, the results of this research contribute to the improvement of governance in the sanitation sector by providing technical and strategic support for the development of public policies that promote more efficient and environmentally sustainable water supply services.

Keywords: efficiency evaluation; environmental performance; water suply; DEA; two-stage analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Fronteira de produção proposta por Farrell (1957)	19
Figura 2 -	Fronteira de eficiência do modelo CCR	22
Figura 3 -	Fronteira de eficiência do modelo BCC	24
Figura 4 -	Comparação entre as fronteiras de eficiência dos modelos CCR e BCC	25
Mapa 1 -	Mapa coroplético das eficiências médias por estado	79
Mapa 2 -	Mapa coroplético das eficiências médias por região do país	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Concessionárias da Região Norte.	45
Tabela 2 -	Concessionárias da Região Nordeste.	48
Tabela 3 -	Concessionárias da Região Sul.	51
Tabela 4 -	Concessionárias da Região Sudeste.	53
Tabela 5 -	Concessionárias da Região Centro-Oeste.	55
Tabela 6 -	Indicadores mais utilizados em pesquisas DEA.	59
Tabela 7 -	Parâmetros e orientação da análise da eficiência operacional.	60
Tabela 8 -	Fator médio mensal para os cálculos da emissão de CO ₂ .	61
Tabela 9 -	Parâmetros e orientação da análise da eficiência ambiental.	62
Tabela 10 -	Parâmetros e orientação da análise da ecoeficiência.	63
Tabela 11 -	Estatística descritiva dos parâmetros utilizados (2018-2022).	63
Tabela 12 -	Resultados da eficiência operacional entre 2018 e 2022.	68
Tabela 13 -	Distribuição da eficiência operacional por classes.	69
Tabela 14 -	Estatísticas do teste de separabilidade para a análise operacional.	69
Tabela 15 -	Resultados da regressão Tobit da análise operacional.	70
Tabela 16 -	Resultados da eficiência ambiental entre 2018 e 2022.	71
Tabela 17 -	Distribuição da eficiência ambiental por classes.	72
Tabela 18 -	Estatísticas do teste de separabilidade para a análise ambiental.	73
Tabela 19 -	Resultados da regressão Tobit da análise ambiental.	73
Tabela 20 -	Resultados da ecoeficiência entre 2018 e 2022.	75
Tabela 21 -	Distribuição da ecoeficiência por classes.	76
Tabela 22 -	Estatísticas do teste de separabilidade para a análise da ecoeficiência.	76
Tabela 23 -	Resultados da regressão Tobit da análise da ecoeficiência.	77
Tabela 24 -	Eficiências médias das análises.	78
Tabela 25 -	Ranking das concessionárias com base nas eficiências médias.	80
Tabela 26 -	Ranking das regiões do país com base nas eficiências médias.	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AESBE	Associação Brasileira das Empresas Estaduais de Saneamento
AGESPISA	Águas e Esgotos do Piauí S/A
ATS	Agência Tocantinense de Saneamento
BCC	Banker, Charnes <i>and</i> Cooper
CAEMA	Companhia de Saneamento Ambiental do Maranhão
CAER	Companhia de Águas e Esgotos de Roraima
CAERD	Companhia de Águas e Esgotos de Rondônia
CAERN	Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte
CAESA	Companhia de Água e Esgoto do Amapá
CAESB	Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal
CAGECE	Companhia de Água e Esgoto do Ceará
CAGEPA	Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba
CASAL	Companhia de Saneamento de Alagoas
CASAN	Companhia Catarinense de Águas e Saneamento
CCR	Charnes, Cooper <i>and</i> Rhodes
CEDAE	Companhia Estadual de Águas e Esgotos
CESAN	Companhia Espírito-Santense de Saneamento
COMPESA	Companhia Pernambucana de Saneamento
COPANOR	Copasa Serviços de Saneamento Integrado do Norte e Nordeste de Minas Gerais S/A
COPASA	Companhia de Saneamento de Minas Gerais
CORSAN	Companhia Rio-Grandense de Saneamento
COSAMA	Companhia de Saneamento do Amazonas
COSANPA	Companhia de Saneamento do Pará
CRS	<i>Constant Returns to Scale</i>
DDF	<i>Directional Distance Function</i>
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DEPASA	Departamento Estadual de Pavimentação e Saneamento
DESO	Companhia de Saneamento de Sergipe
DMU	<i>Decision Making Units</i>
EMBASA	Empresa Baiana de Águas e Saneamento S.A.
ETA	Estação de Tratamento de Água
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i>
PIB	Produto Interno Bruto
PNUD	Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento
SABESP	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo
SANEACRE	Serviço de Água e Esgoto do Estado do Acre
SANEAGO	Saneamento de Goiás S/A
SANEATINS	Companhia de Saneamento do Tocantins
SANEMAT	Companhia de Saneamento do Estado de Mato Grosso
SANEPAR	Companhia de Saneamento do Paraná
SANESUL	Empresa de Saneamento de Mato Grosso do Sul S/A
SEEG	Sistema de Estimativas de Emissões de Gases de Efeito Estufa
SEMAP	Sociedades de Economia Mista Vinculadas à Administração Pública
SINISA	Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento Ambiental
SIRENE	Sistema de Registro Nacional de Emissões
SNIS	Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento
VRS	<i>Variable Returns to Scale</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

β'	Vetor de parâmetros a serem estimados
Eff_o	Eficiência da unidade tomadora de decisão o
ε_i	Termo de erro aleatório
Φ	Função de distribuição acumulada da normal padrão
ϕ	Função densidade normal
h_o	Escalar de eficiência
λ_j	Peso atribuído à unidade tomadora de decisão j
Ψ	Conjunto tecnológico estimado sem condicionamento às variáveis ambientais
Ψ_z	Conjunto tecnológico condicionado ao vetor ambiental z
σ	Desvio padrão
u_j	Pesos atribuídos aos <i>outputs</i>
u_o	Termo livre referente aos <i>outputs</i>
v_i	Pesos atribuídos aos <i>inputs</i>
v_o	Termo livre referente aos <i>inputs</i>
x_i	Variável explicativa
x_{ij}	Quantidade do <i>input</i> i utilizado pela unidade tomadora de decisão j
x_{io}	Quantidade do <i>input</i> i utilizado pela unidade tomadora de decisão o
y_i	Valor da eficiência operacional
y_i^*	Variável dependente estimada
y_i^c	Valor censurado da variável dependente y_i
y_{rj}	Quantidade do <i>output</i> r gerado pela unidade tomadora de decisão j
y_{ro}	Quantidade do <i>output</i> r gerado pela unidade tomadora de decisão o

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS E ESTRUTURA	13
2.1	OBJETIVO GERAL	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
2.3	ESTRUTURA	13
3	REVISÃO DA LITERATURA	14
3.1	EFICIÊNCIA	14
3.2	MÉTODOS DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO	17
3.3	ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS	20
3.3.1	Classificação dos modelos DEA	21
3.3.2	Orientação	25
3.3.2.1	Orientação a <i>input</i>	25
3.3.2.1.1	<i>CCR orientado a input</i>	26
3.3.2.1.2	<i>BCC orientado a input</i>	28
3.3.2.2	Orientação a <i>output</i>	30
3.3.2.2.1	<i>CCR orientado a output</i>	31
3.3.2.2.2	<i>BCC orientado a output</i>	33
3.3.3	Outputs indesejáveis	35
3.4	INTRODUÇÃO À VARIÁVEIS EXÓGENAS	36
3.5	CONDIÇÃO DE SEPARABILIDADE	37
3.6	REGRESSÃO TOBIT	40
4	ÁREA DE ESTUDO	44
4.1	CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO NORTE	44
4.1.1	Serviço de Água e Esgoto do Estado do Acre (SANEACRE/ DEPASA)	45
4.1.2	Companhia de Água e Esgoto do Amapá (CAESA)	45

4.1.3	Companhia de Saneamento do Amazonas (COSAMA)	46
4.1.4	Companhia de Saneamento do Pará (COSANPA)	46
4.1.5	Companhia de Águas e Esgotos de Rondônia (CAERD)	46
4.1.6	Companhia de Águas e Esgotos de Roraima (CAER)	46
4.1.7	Companhia de Saneamento do Tocantins (SANEATINS)	47
4.1.8	Agência Tocantinense de Saneamento (ATS)	47
4.2	CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO NORDESTE	47
4.2.1	Companhia de Saneamento de Alagoas (CASAL)	48
4.2.2	Empresa Baiana de Águas e Saneamento S.A. (EMBASA)	48
4.2.3	Companhia de Água e Esgoto do Ceará (CAGECE)	49
4.2.4	Companhia de Saneamento Ambiental do Maranhão (CAEMA)	49
4.2.5	Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba (CAGEPA)	49
4.2.6	Companhia Pernambucana de Saneamento (COMPESA)	50
4.2.7	Águas e Esgotos do Piauí S/A (AGESPISA)	50
4.2.8	Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte (CAERN)	50
4.2.9	Companhia de Saneamento de Sergipe (DESO)	51
4.3	CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO SUL	51
4.3.1	Companhia de Saneamento do Paraná (SANEPAR)	52
4.3.2	Companhia Rio-Grandense de Saneamento (CORSAN)	52
4.3.3	Companhia Catarinense de Águas e Saneamento (CASAN)	52
4.4	CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO SUDESTE	52
4.4.1	Companhia Espírito-Santense de Saneamento (CESAN)	53
4.4.2	Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA)	53
4.4.3	COPASA Serviços De Saneamento Integrado do Norte e Nordeste de Minas Gerais S/A (COPANOR)	54
4.4.4	Companhia Estadual de Águas e Esgotos (CEDAE)	54
4.4.5	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP)	55

4.5	CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO CENTRO-OESTE	55
4.5.1	Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal (CAESB)	56
4.5.2	Saneamento de Goiás S/A (SANEAGO)	56
4.5.3	Empresa de Saneamento de Mato Grosso do Sul S/A (SANESUL)	56
5	METODOLOGIA	57
5.1	ESTRUTURA DA PESQUISA	57
5.2	COLETA E PREPARAÇÃO DOS DADOS	58
5.2.1	Dados da análise da eficiência operacional	60
5.2.2	Dados da análise da eficiência ambiental	61
5.2.3	Dados da análise da ecoeficiência	62
5.3	LINGUAGEM R E SOFTWARE RSTUDIO	64
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	67
6.1	RESULTADOS DA EFICIÊNCIA OPERACIONAL	67
6.2	RESULTADOS DA EFICIÊNCIA AMBIENTAL	70
6.3	RESULTADOS DA ECOEFICIÊNCIA	74
6.4	PANORAMA GERAL DAS AVALIAÇÕES DE EFICIÊNCIA	77
7	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
	REFERÊNCIAS	85

1 INTRODUÇÃO

O crescimento populacional, aliado à urbanização acelerada e ao desenvolvimento econômico, tem intensificado a demanda por recursos hídricos, especialmente para o abastecimento público. Segundo Almeida (2024), o consumo de água tem aumentado em ritmo superior ao crescimento demográfico, refletindo mudanças nos padrões de uso e ampliando as pressões sobre os sistemas de saneamento. Esse cenário se agrava diante da escassez hídrica, potencializada pelas mudanças climáticas e pela degradação dos mananciais.

No Brasil, conforme Chaves *et al.* (2024), o setor de abastecimento de água potável enfrenta desafios significativos relacionados à eficiência operacional, à universalização do acesso e à preservação ambiental. Com o agravamento das mudanças climáticas e a intensificação dos eventos extremos, cresce também a necessidade de avaliar não apenas a quantidade e a qualidade dos serviços prestados, mas também os impactos ambientais associados à sua operação (IPCC, 2021).

A importância dessa abordagem é reforçada pela Lei nº 11.445/2007, que institui a Política Nacional de Saneamento Básico e estabelece diretrizes para que os serviços de abastecimento de água sejam prestados com eficiência, sustentabilidade econômica e respeito ao meio ambiente. No entanto, mesmo com esse marco regulatório, ainda existem disparidades regionais e operacionais entre as concessionárias responsáveis pelo fornecimento de água no país. Estudos apontam que o setor de saneamento precisa se adaptar às novas condições climáticas, considerando seus impactos diretos sobre a saúde da população (Correia *et.al.*, 2021).

A eficiência pode ser compreendida como a capacidade de utilizar os recursos disponíveis da forma mais racional possível, buscando alcançar os melhores resultados com o menor desperdício. Segundo Barbosa e Fuchigami (2018), essa noção está associada à otimização dos insumos na geração de um determinado produto ou serviço. De forma complementar, Coelho *et al.* (2024) apontam que a eficiência corresponde à razão entre a produção obtida e aquela que seria idealmente alcançável, dadas as condições operacionais existentes, o que permite avaliar o desempenho de uma unidade produtiva frente ao seu potencial máximo.

Nesse cenário, a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis - DEA*) se apresenta como uma ferramenta metodológica para mensurar a eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão (*Decision Making Units - DMUs*), como concessionárias estaduais, ao comparar o uso de insumos com os resultados obtidos. O modelo permite identificar quais

organizações operam na fronteira de eficiência e quais apresentam potencial de melhoria (Cooper; Seiford; Zhu, 2011).

Complementarmente, a regressão Tobit é um modelo estatístico que lida com situações em que a variável dependente é censurada, ou seja, quando os valores observáveis são limitados superior ou inferiormente. Ao aplicar a regressão Tobit, é possível identificar e quantificar os efeitos de variáveis explicativas sobre os valores obtidos, respeitando suas limitações naturais e evitando vieses que poderiam ocorrer com métodos de regressão linear tradicionais (McDonald; Moffitt, 1980).

Além da busca por eficiência operacional, outro aspecto que ganha relevância na contemporaneidade é a necessidade de integrar critérios ambientais à avaliação de desempenho das concessionárias de saneamento, o que se traduz no conceito de ecoeficiência operacional. No Brasil, as emissões de gases de efeito estufa no setor de saneamento básico começaram a ser mais visibilizadas a partir da intensificação das políticas ambientais. A lacuna de cobertura e a baixa eficiência de muitos sistemas contribuem para elevar essas emissões. Segundo Fogliatto *et al.* (2023), a emissão de gases de efeito estufa (GEE) decorrente das atividades de captação, tratamento e distribuição de água potável representa um impacto ambiental significativo, principalmente devido ao uso intensivo de energia elétrica, ao consumo de elementos químicos e às perdas ao longo do sistema.

Diante desses desafios, esta pesquisa busca avaliar a ecoeficiência operacional das concessionárias estaduais de abastecimento de água no Brasil, por meio da aplicação da Análise Envoltória de Dados associada à análise de regressão Tobit para investigação de variáveis explicativas. A proposta é contribuir com evidências empíricas que possam subsidiar políticas públicas, práticas de regulação e processos de tomada de decisão que incentivem a melhoria contínua dos serviços, promovendo a gestão racional dos recursos hídricos, a eficiência energética e a redução das emissões de GEE no setor de saneamento.

2 OBJETIVOS E ESTRUTURA

2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar a ecoeficiência operacional do fornecimento público de água potável pelas concessionárias regionais brasileiras por meio da aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA) e da regressão Tobit.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Avaliar o desempenho operacional, ambiental e ecoeficiente das concessionárias brasileiras por meio da aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA).
- Investigar a influência de fatores socioeconômicos e estruturais (PIB, IDH e densidade demográfica) sobre os escores de eficiência por meio da regressão Tobit.
- Comparar o desempenho das concessionárias nas diferentes análises de eficiência e entre as regiões do país.

2.3 ESTRUTURA

Este trabalho está dividido em sete capítulos. O primeiro capítulo apresenta a introdução da pesquisa, contextualizando a temática, sua relevância e a delimitação do problema. O segundo expõe os objetivos geral e específicos do estudo, além de descrever a estrutura da pesquisa. No terceiro capítulo é realizada a revisão da literatura, abordando o conceito de eficiência, os métodos de fronteira de produção, os modelos da Análise Envoltória de Dados e da regressão Tobit, assim como as formulações envolvidas. O quarto caracteriza a área de estudo, com foco nas particularidades das concessionárias regionais de abastecimento de água no Brasil. O quinto capítulo detalha a metodologia adotada, contemplando a estrutura da pesquisa, os recursos computacionais e os dados utilizados. O sexto apresenta os resultados obtidos e suas discussões, destacando as principais análises e interpretações decorrentes da aplicação dos métodos propostos. Por fim, o sétimo capítulo mostra as conclusões da pesquisa e as considerações finais.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos que sustentam a realização desta pesquisa. Inicialmente, discute-se o conceito de eficiência e sua relevância no contexto da avaliação de desempenho. Em seguida, é abordada a origem e a evolução dos métodos de fronteira de produção, com ênfase na Análise Envoltória de Dados, incluindo suas classificações, orientações e variações de modelos. Por fim, apresenta-se o modelo de regressão Tobit, utilizado na segunda etapa da metodologia para investigar os fatores externos que influenciam os níveis de eficiência obtidos.

3.1 EFICIÊNCIA

O conceito de eficiência é amplamente discutido nos campos da economia e da gestão, sendo considerado um dos principais indicadores de desempenho em organizações públicas e privadas. Farrell (1957) foi pioneiro no assunto ao propor a mensuração da eficiência técnica a partir da comparação entre a quantidade de insumos utilizados e os produtos gerados, estabelecendo bases para análises mais robustas em contextos produtivos.

Segundo Lovell (1993), eficiência refere-se à capacidade de uma unidade produtiva operar de forma a maximizar os resultados com os recursos disponíveis ou, alternativamente, minimizar os insumos para um nível fixo de produção. No setor público, essa noção ganha relevância à medida que cresce a demanda por serviços de qualidade com menor custo para os cofres públicos (Afonso; Schuknecht; Tanzi, 2005).

No contexto do saneamento básico, a eficiência é especialmente crítica, pois envolve a prestação de um serviço essencial à saúde pública e ao bem-estar social. Ademais, a escassez de recursos naturais e os impactos ambientais impõem a necessidade de um uso racional da água, energia e demais insumos, tornando a avaliação da eficiência uma ferramenta estratégica para a melhoria da gestão e da perenidade dos serviços (Correia *et.al*, 2021).

A busca pela eficiência no setor público tem sido impulsionada por reformas administrativas que visam maior transparência, controle de resultados e uso racional dos recursos públicos. No setor de saneamento básico, essa exigência é ainda mais premente diante da necessidade de ampliar a cobertura dos serviços, reduzir perdas e garantir viabilidade econômica (Coelli *et al.*, 2005).

Marques, Simões e Pires (2011) destacam que a avaliação da eficiência das concessionárias de água permite identificar ineficiências operacionais, subsidiar políticas regulatórias e melhorar a alocação de recursos públicos. Além disso, a análise da eficiência contribui para a promoção da equidade e da justiça ambiental, uma vez que serviços mais eficientes tendem a ser mais acessíveis, sustentáveis e abrangentes.

Nesse contexto, torna-se fundamental o uso de ferramentas analíticas que permitam quantificar a eficiência relativa entre diferentes unidades, como a Análise Envoltória de Dados, especialmente útil em setores com múltiplos insumos e produtos, como é o caso do abastecimento de água (Thanassoulis, 2001).

Ablanedo-Rosas *et al.* (2020) conduziram um estudo buscando avaliar a eficiência operacional de concessionárias de água mexicanas por meio de uma abordagem de duas etapas com Análise Envoltória de Dados e duplo *bootstrap*. Na primeira etapa, aplicaram um modelo DEA orientado a *input* sob a suposição de retornos constantes de escala, com correção de viés via *bootstrap*. Na segunda etapa, foi utilizado uma regressão truncada *bootstrap* para identificar variáveis contextuais que influenciam a eficiência. Os dados utilizados compreendem 36 organizações. Os resultados revelaram que apenas uma variável contextual teve impacto significativo nos escores de eficiência das concessionárias. A principal contribuição metodológica foi a aplicação do duplo *bootstrap* para corrigir o viés dos escores de eficiência e fornecer intervalos de confiança mais precisos. No entanto, o estudo limita-se a uma transversal de um único ano, o que pode restringir a compreensão das variações temporais na eficiência operacional das concessionárias.

Por sua vez, Mocholi-Arce *et al.* (2022) realizaram um estudo na Inglaterra e no País de Gales, aplicando a Análise Envoltória de Dados em rede de duas etapas para avaliar a ecoeficiência na prestação de serviços de abastecimento de água potável. O modelo adotado foi orientado a *input* e incorporou emissões de gases de efeito estufa como *outputs* indesejáveis, permitindo uma análise integrada dos aspectos econômicos e ambientais. A primeira etapa focou na eficiência econômica, enquanto a segunda abordou a eficiência operacional e ambiental. Os autores identificaram que, em média, as empresas poderiam reduzir em 22,3% os custos operacionais e em 32,6% os insumos e emissões para alcançar níveis ótimos de eficiência. A principal contribuição metodológica foi a aplicação do modelo DEA em rede para desagregar as etapas do processo produtivo, proporcionando uma compreensão mais detalhada das fontes de ineficiência.

Também no México, Moran-Valencia, Flegl e Güemes-Castorena (2023) realizaram um estudo para avaliar a eficiência da gestão dos sistemas de água em nível estadual, utilizando uma abordagem de duas etapas. Na primeira etapa, foi aplicada a DEA orientada a *output*, com o objetivo de maximizar a cobertura e qualidade dos serviços de abastecimento de água a partir de recursos financeiros e operacionais disponíveis. Na segunda etapa, os escores de eficiência foram analisados por meio de regressão Tobit, com a inclusão de variáveis contextuais como densidade demográfica e nível de investimento público. O estudo identificou disparidades significativas entre os estados e destacou fatores socioeconômicos como determinantes importantes da eficiência. A principal limitação apontada pelos autores foi a escassez de dados uniformes sobre variáveis ambientais e técnicas operacionais específicas, o que restringiu a análise a indicadores macro.

Já o estudo de Pereira *et al.* (2023), realizado em Portugal, aplicou uma abordagem condicional robusta da Análise Envoltória de Dados para avaliar a eficiência de serviços atacadistas de abastecimento de água e tratamento de esgoto. A metodologia utilizada incorporou variáveis regulatórias e operacionais por meio de uma estrutura que permite lidar com heterogeneidades no ambiente de produção. O modelo foi orientado a *input*, com foco na minimização de custos operacionais, considerando múltiplos *inputs* e *outputs* físicos e financeiros. A pesquisa abrangeu um período de cinco anos (2017-2021) e destacou uma estabilidade nos escores de eficiência, além de estimativas de economia de custos entre 2% e 3%. A principal contribuição metodológica está na integração de fatores regulatórios ao modelo DEA, o que aumenta a robustez da avaliação, embora o estudo se limite à escala atacadista e não incorpore métricas ambientais como emissões de gases do efeito estufa.

Em relação aos estudos das concessionárias brasileiras, Smiderle e Pertel (2018) avaliaram a eficiência econômica na prestação dos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário. A pesquisa teve como objetivos verificar as metodologias utilizadas pelos reguladores brasileiros de saneamento para definir custos operacionais eficientes e avaliar os ganhos de eficiência econômica nos custos operacionais. Para isso, aplicaram a metodologia de DEA orientada a *input*, utilizando dados do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento referentes ao ano de 2017. O estudo indicou que, em média, os prestadores poderiam ter reduzido 62% de seus custos operacionais. A principal contribuição do estudo reside na aplicação da DEA para identificar potenciais ganhos de eficiência econômica e na análise das práticas regulatórias adotadas no setor de saneamento no Brasil. Apesar da relevância dos resultados, a análise restringe-se a um único ano, o que dificulta a observação

de possíveis tendências ou flutuações na eficiência operacional das concessionárias ao longo do tempo.

Chaves *et al.* (2024) realizaram uma revisão sistemática da literatura sobre avaliação de desempenho de prestadores de serviços de abastecimento de água no país, abrangendo estudos publicados entre 2000 e 2023. A busca bibliográfica, realizada em novembro de 2023, identificou 299 publicações. Após a aplicação dos critérios de inclusão, foram selecionados 44 estudos voltados à avaliação de desempenho de prestadores de serviços de água, sendo 30 abordagens quantitativas, 6 métodos qualitativos, 4 híbridos e 4 revisões bibliográficas. A análise identificou que a maioria dos estudos utilizou métodos quantitativos com foco na eficiência operacional e financeira. A revisão destacou a influência de fatores como modelos de gestão (público e privado), estrutura de mercado, densidade demográfica e aspectos regulatórios no desempenho dos prestadores. Além disso, foram apontadas lacunas na literatura, como a escassez de estudos qualitativos e a limitada consideração das perspectivas sociais e dos usuários dos serviços.

Assim, observa-se que, embora haja avanços significativos na avaliação da eficiência de prestadores de serviços de abastecimento de água, permanecem lacunas importantes, especialmente no que se refere à incorporação de variáveis ambientais e à análise da evolução temporal da eficiência. Nesse contexto, o presente estudo avança ao propor uma abordagem integrada, combinando a Análise Envoltória de Dados com a Regressão Tobit, aplicadas a uma base nacional abrangente e considerando a ecoeficiência operacional das concessionárias. Dessa forma, a pesquisa contribui não apenas com uma avaliação técnica da eficiência, mas também com uma reflexão crítica sobre os impactos ambientais associados à operação dos sistemas de abastecimento de água, ampliando o escopo das investigações existentes.

3.2 MÉTODOS DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO

As abordagens tradicionais para a mensuração da eficiência partem da comparação entre valores observados e valores considerados ótimos, sejam eles relacionados aos produtos (*outputs*) ou aos recursos utilizados (*inputs*) de uma Unidade Tomadora de Decisão (Camanho; D'inverno, 2023). Essa comparação pode ocorrer de duas formas principais: a partir da razão entre o *output* observado e o máximo *output* possível com os insumos disponíveis, ou pela razão entre o *input* mínimo necessário para gerar determinado produto e o *input* efetivamente

utilizado. Em ambos os casos, a eficiência avaliada é a eficiência operacional, que considera os limites físicos da produção sob determinada tecnologia.

Entretanto, também é possível definir eficiência sob uma ótica econômica, incorporando os objetivos financeiros da organização, como minimizar custos ou maximizar receitas ou lucros. Nesse caso, a eficiência é obtida por meio da comparação entre os custos, receitas ou lucros observados e aqueles que seriam ideais, respeitando as restrições técnicas. Essa diferenciação entre eficiência operacional e econômica é fundamental para a escolha do modelo mais adequado às finalidades do estudo.

Desde esse estágio conceitual inicial, dois desafios centrais surgem na avaliação de eficiência: quais e quantas variáveis (*inputs* e *outputs*) devem ser consideradas e como definir os níveis ótimos de produção para cada DMU. O primeiro desafio exige uma escolha criteriosa das variáveis, pois os resultados da análise são fortemente influenciados pela seleção e pela forma de mensuração dessas variáveis. As mesmas devem refletir, de forma fiel, os objetivos do estudo (Thanassoulis; Dunstan, 1994).

O segundo desafio, relacionado à definição do nível ótimo de produção, é mais complexo. A teoria econômica tradicional busca responder a essa questão por meio da definição de uma função de produção, que representa a relação máxima possível entre os insumos e os produtos. Por décadas utilizou-se a estimativa de funções de produção médias, deixando de lado a análise de fronteira produtiva, que busca identificar os limites superiores da produção com a tecnologia disponível, devido à dificuldade de estimar tais fronteiras com precisão (Aigner; Lovell; Schmidt, 1977).

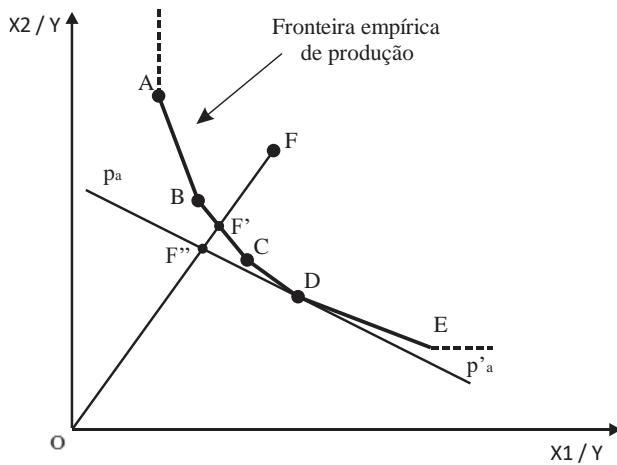
O grande avanço na mensuração da eficiência ocorreu com Farrell (1957), que expandiu os conceitos de utilização de recursos (Debreu, 1951) e eficiência técnica (Koopmans, 1951), ao propor uma abordagem empírica capaz de aplicar a análise de eficiência em contextos com múltiplos insumos e produtos, superando a limitação decorrente de escalas distintas. Nesse contexto, foi introduzido o conceito de análise de atividades, destacando-se que a avaliação da eficiência deve ser feita com base em comparações relativas entre unidades semelhantes, a partir de dados efetivamente observados.

O mesmo propôs que a eficiência fosse interpretada como a distância relativa de uma DMU em relação a uma fronteira empírica, formada a partir do desempenho observado de outras unidades. Essa fronteira delimita o conjunto de possibilidades de produção e reflete os limites impostos pela tecnologia vigente. O grau de eficiência, por sua vez, indica a posição da unidade em relação a essa fronteira, sendo que um posicionamento distante pode indicar

desperdício de recursos ou processos ineficientes. Assim, o desempenho pode melhorar tanto por avanços tecnológicos que deslocam a fronteira quanto por ganhos de eficiência que reduzem a distância até ela (Camanho; D'inverno, 2023).

O modelo gráfico proposto por Farrell (1957), ilustrado na Figura 1, tornou-se clássico ao representar visualmente os conceitos de eficiência técnica. Considera-se um conjunto de unidades tomadoras de decisão (A, B, C, D, E e F), que produzem um único produto (Y) utilizando dois insumos (X1 e X2) em quantidades variáveis, sob a suposição de retornos constantes de escala e foco na minimização dos insumos necessários para manter o mesmo nível de produto. A fronteira de eficiência técnica é representada por segmentos lineares formados a partir da combinação convexa de DMUs eficientes (\overline{ABCDE}), possibilitando visualizar a performance relativa das unidades avaliadas.

Figura 1- Fronteira de produção proposta por Farrell (1957).



Fonte: O autor (2025).

A análise de Farrell (1957) tinha um foco na redução de insumos e assumia que, sob transformações eficientes de insumo em produto, escalar os níveis de insumo por um fator qualquer leva a um aumento proporcional nos produtos pelo mesmo fator. Como as DMUs estão produzindo um nível normalizado de produto, é possível realizar sua representação em um diagrama bidimensional.

A eficiência técnica da DMU F, utilizada para ilustrar os conceitos de eficiência, é dada pela razão $\frac{OF'}{OF}$. Uma razão menor que um indica que é possível construir uma DMU composta que emprega a mesma proporção de insumos e pode produzir o mesmo produto que a DMU avaliada usando apenas uma fração dos insumos desta (Camanho; D'inverno, 2023).

Indo além da eficiência técnica, Farrell (1957) propôs uma medida de eficiência econômica baseada em um comportamento de minimização de custos. A medida de eficiência, como mostra a Figura 1, exige a especificação de uma linha de isocusto ($P\alpha P'\alpha'$), cuja inclinação é igual à razão entre os preços dos insumos da DMU em análise.

Em síntese, a proposta representou um marco na mensuração da eficiência produtiva, ao permitir comparações entre unidades produtivas com múltiplos insumos e produtos sem exigir a definição de uma função específica. Embora inicialmente negligenciado, o modelo tornou-se base teórica para métodos desenvolvidos posteriormente, como a Análise Envoltória de Dados.

3.3 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

A Análise Envoltória de Dados pode ser definida como uma metodologia não paramétrica desenvolvida para mensurar a eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão, especialmente em contextos onde múltiplos insumos e produtos estão envolvidos e a análise tradicional torna-se limitada. Segundo Thanassoulis (2001), a DEA é particularmente eficaz em ambientes onde os objetivos das unidades avaliadas não podem ser reduzidos a uma única métrica de eficiência, permitindo a consideração simultânea de diversos fatores.

O modelo pioneiro, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) destacou-se rapidamente por sua capacidade de identificar ineficiências sem a necessidade de especificar uma função de produção pré-definida, o que a tornou bastante atrativa em áreas como educação, saúde, energia, transportes e saneamento básico. Para Cook, Tone e Zhu (2014), o diferencial da DEA está na sua flexibilidade e capacidade de fornecer diagnósticos detalhados sobre o desempenho relativo das unidades, revelando tanto os níveis de eficiência quanto as possíveis fontes de ineficiência.

Em 1984, a metodologia foi ampliada por Banker, Charnes e Cooper, com o desenvolvimento de um novo modelo, que permite maior flexibilidade na análise de unidades operando sob diferentes condições produtivas. Desde então, a DEA passou por diversas inovações metodológicas, incluindo modelos orientados a *inputs* ou *outputs*, modelos com restrições de pesos (DEA Assurance Region), modelos com dados intervalares ou estocásticos, e abordagens dinâmicas e de rede, que consideram a estrutura interna e o desempenho ao longo do tempo das DMUs (Cooper; Seiford; Tone, 2007).

Esses avanços ampliaram a aplicabilidade da DEA e sua precisão na avaliação de eficiência técnica, sendo particularmente úteis em contextos complexos, onde as unidades operam com diferentes capacidades, estruturas e restrições. Além disso, a incorporação de análises complementares, como regressões Tobit e modelos *bootstrapped*, tem permitido o aprofundamento na interpretação dos escores de eficiência e a investigação dos fatores contextuais que possam influenciar o desempenho das unidades analisadas (Simar; Wilson, 2007).

3.3.1 Classificação dos modelos DEA

A evolução da Análise Envoltória de Dados passou a incorporar diferentes modelos, desenvolvidos para atender a especificidades de contextos produtivos e aprimorar a precisão das análises. O modelo original, desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), conhecido como modelo CCR, em homenagem aos fundadores, assume retornos constantes de escala (CRS – *Constant Returns to Scale*), o que significa que qualquer variação proporcional nos insumos resulta em uma variação proporcional nos produtos.

O modelo CCR estima a eficiência bruta de uma DMU, compreendida pela eficiência técnica e a eficiência de escala. A primeira descreve a eficiência na conversão de *inputs* em *outputs*, enquanto a segunda reconhece que a economia de escala não pode ser alcançada em todas as escalas de produção, e que há um tamanho de escala mais produtivo, onde a eficiência da escala é máxima (Ramanathan, 2003).

Graficamente, a fronteira de eficiência no modelo CCR é representada por um segmento de reta que parte da origem, cuja inclinação é determinada pelas unidades produtivas mais eficientes. Essa fronteira delimita o conjunto de possibilidades de produção tecnicamente eficientes, ou seja, aquelas em que não é possível reduzir a quantidade de insumos utilizados sem comprometer o nível dos produtos gerados.

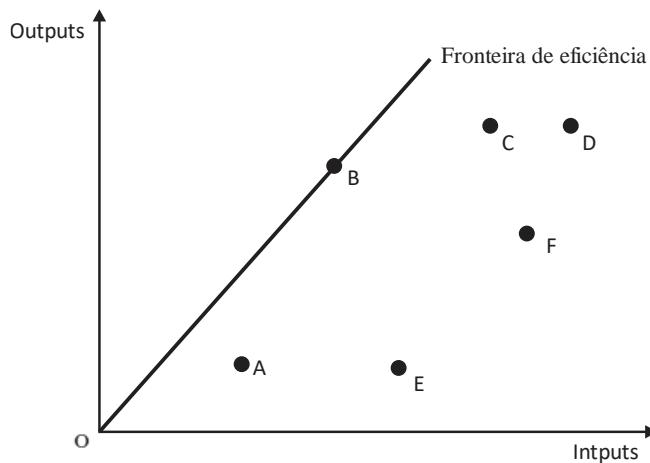
Neste modelo, uma DMU é considerada eficiente se estiver sobre essa fronteira, operando com a melhor combinação possível entre insumos e produtos sob a hipótese de proporcionalidade entre eles. Como os retornos de escala são constantes, a fronteira mantém uma estrutura linear, e todas as DMUs que estiverem em uma combinação proporcional aos insumos e produtos de uma DMU eficiente também serão consideradas eficientes.

As DMUs abaixo da fronteira são tecnicamente ineficientes, pois é possível identificar combinações convexas de DMUs eficientes que, com menos insumos, produziriam a mesma

quantidade de produtos, ou ainda, produziriam mais com os mesmos recursos. Dessa forma, a fronteira de eficiência estabelece um padrão de comparação para avaliar o desempenho relativo das unidades analisadas.

Para ilustrar o funcionamento do modelo CCR, segue na Figura 2 um exemplo gráfico no qual os eixos representam, respectivamente, os insumos (*inputs*) e os produtos (*outputs*), contendo seis unidades tomadoras de decisão (A, B, C, D, E e F). A linha de fronteira de eficiência técnica, que se origina na origem (ponto O) e passa pelo ponto B, representa a melhor combinação observada entre insumos e produtos sob a suposição de proporcionalidade entre esses fatores.

Figura 2 - Fronteira de eficiência do modelo CCR.



Fonte: O autor (2025).

Neste caso, a DMU B, situada sobre a fronteira de eficiência, é classificada como tecnicamente eficiente, pois, para o nível de insumo empregado, não há evidência empírica de que seja possível obter maior quantidade de produto. Em contrapartida, as DMUs posicionadas abaixo da fronteira (A, C, D, E e F) são consideradas tecnicamente ineficientes, uma vez que poderiam, teoricamente, reduzir o uso de insumos ou aumentar a produção mantendo os mesmos níveis de entrada, caso operassem com a mesma eficiência de uma unidade de referência sobre a fronteira.

Segundo Mehdiloozad e Sahoo (2015), o modelo CCR é eficaz para avaliar unidades operando em condições ótimas de escala, mas sua aplicação pode ser limitada em ambientes onde tal suposição não se sustenta. Isso ocorre porque o modelo assume proporcionalidade perfeita entre insumos e produtos, o que pode não refletir a realidade de operações sujeitas a

economias ou deseconomias de escala. Nesses contextos, a análise baseada em retornos constantes pode superestimar ou subestimar a eficiência das unidades.

Para contornar essa limitação, Banker, Charnes e Cooper (1984) propuseram o modelo BCC, sigla dada também em homenagem aos fundadores, que introduz a hipótese de retornos variáveis de escala (*VRS – Variable Returns to Scale*). O modelo BCC permite que unidades operem sob rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala, oferecendo uma avaliação mais realista da eficiência técnica em ambientes heterogêneos. Essa diferenciação entre modelos orientados a retornos constantes ou variáveis é essencial na análise da eficiência, pois a suposição incorreta pode conduzir a interpretações equivocadas sobre o desempenho das unidades.

Segundo Belloni (2000), o modelo BCC separa explicitamente a eficiência técnica da eficiência de escala ao incorporar a hipótese de retornos variáveis de escala. Com isso, permite avaliar a eficiência pura de uma unidade produtiva, ou seja, sua capacidade de transformar insumos em produtos sem que o resultado seja influenciado por economias ou deseconomias de escala. Diferente do modelo CCR, que avalia a eficiência total, o modelo BCC isola a eficiência técnica e identifica se a unidade está operando abaixo, acima ou na escala ideal de produção.

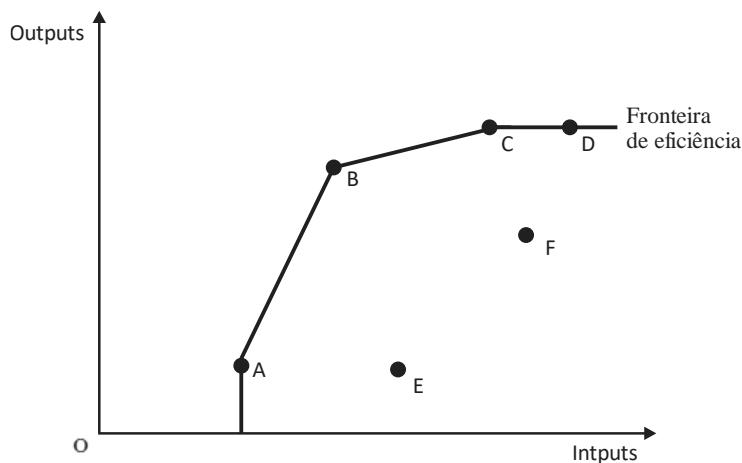
Graficamente, a fronteira de eficiência no modelo BCC é formada por segmentos de reta conectando as DMUs eficientes sob a hipótese de retornos variáveis de escala. Essa fronteira, ao contrário da fronteira linear do modelo CCR, assume uma forma linear por partes, adaptando-se à curvatura da tecnologia observada nos dados. Isso significa que a fronteira não precisa passar pela origem, refletindo de forma mais realista as operações em contextos produtivos heterogêneos.

Nesse modelo, uma DMU é considerada eficiente se estiver sobre a fronteira de produção tecnicamente eficiente, construída por combinações convexas de DMUs que operam com rendimentos constantes, crescentes ou decrescentes de escala. As DMUs localizadas abaixo da fronteira continuam sendo ineficientes. Assim, para Banker, Charnes e Cooper (1984), o modelo BCC oferece uma avaliação mais acurada da eficiência relativa das unidades analisadas, especialmente em ambientes onde a hipótese de proporcionalidade entre insumos e produtos não é realista.

A Figura 3 representa o mesmo exemplo ilustrado na Figura 2, porém agora aplicado ao modelo BCC. Diferentemente do modelo CCR, a fronteira no modelo BCC é composta por segmentos lineares que conectam diversas DMUs eficientes. Isso ocorre porque o modelo BCC

considera que unidades produtivas podem operar sob diferentes escalas, permitindo retornos crescentes, constantes ou decrescentes. Por essa razão, mais DMUs são classificadas como eficientes, uma vez que a comparação é feita entre unidades com condições operacionais semelhantes, ajustando melhor a análise à realidade de sistemas heterogêneos.

Figura 3 - Fronteira de eficiência do modelo BCC.



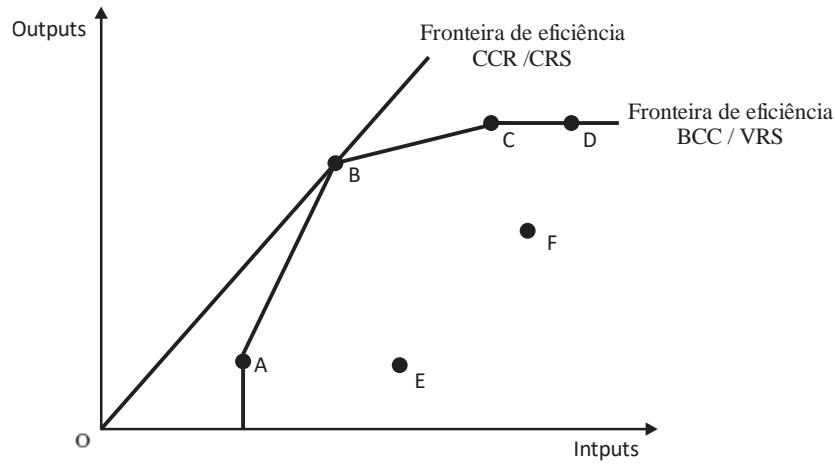
Fonte: O autor (2025).

As DMUs A, B, C e D estão localizadas exatamente sobre a fronteira de eficiência, o que indica que são consideradas eficientes segundo o modelo. Essas unidades operam de forma ótima na transformação de insumos em produtos, dentro do contexto dos retornos variáveis de escala. Por outro lado, as DMUs E e F, situadas abaixo da fronteira, continuam sendo classificadas como ineficientes.

Percebe-se que, apesar de eficientes, as DMUs C e D apresentam um comportamento diferente das demais. Ambas operam com o mesmo nível de *output*, porém com diferentes níveis de *input*, o que indica que aumentos nos insumos não estão gerando retornos adicionais. Para Gomes, Mangabeira e Mello (2005), a DMU D é dominada pela DMU C e esse segmento é, portanto, chamado de fronteira não Pareto eficiente ou fronteira fracamente eficiente, onde é impossível melhorar o desempenho de uma unidade sem prejudicar outra.

Em forma de comparação, a Figura 4 ilustra graficamente a diferença entre os métodos CCR e BCC. Enquanto que no primeiro método, a fronteira de eficiência é representada por um segmento de reta que parte da origem e cuja inclinação é determinada pela única unidade eficiente (B), no segundo, que assume retornos variáveis de escala, a fronteira é formada por segmentos de reta que conectam as DMUs eficientes (A, B, C e D).

Figura 4 - Comparação entre as fronteiras de eficiência dos modelos CCR e BCC.



Fonte: O autor (2025)

3.3.2 Orientação

Além das classificações quanto aos retornos de escala, os modelos DEA também podem ser divididos com base em sua orientação: orientados aos insumos (*input*), ou aos produtos (*output*). A definição da orientação dos modelos é um aspecto fundamental para a estruturação da avaliação de eficiência, uma vez que a escolha entre modelos orientados a *input* ou *output* depende dos objetivos da análise e das características do sistema avaliado. Esta seção apresenta uma contextualização sobre as diferentes abordagens de orientação, destacando suas formulações, particularidades e aplicações.

3.3.2.1 Orientação a *input*

Nos modelos orientados a *input*, busca-se minimizar a quantidade de insumos utilizados sem reduzir a produção, sendo apropriado em contextos onde o controle gerencial recai principalmente sobre os recursos consumidos. Essa abordagem é adequada quando se entende que é mais viável ajustar o *input* do que influenciar os níveis de *output* (Cooper; Seiford; Tone, 2007).

Segundo Ramanathan (2003), a orientação a *input* é particularmente indicada para organizações que possuem maior domínio sobre a gestão de seus recursos do que sobre a demanda ou a quantidade de produtos gerados. Em outras palavras, quando os insumos estão

sob o controle direto da unidade decisora, a minimização eficiente desses recursos torna-se o principal objetivo da avaliação de desempenho.

3.3.2.1.1 CCR orientado a input

Este modelo determina a eficiência pela otimização da divisão entre a soma ponderada das saídas (*output* virtual) e a soma ponderada das entradas (*input* virtual) generalizando, assim, a definição de Farrel (1957). O modelo permite que cada DMU escolha os pesos para cada variável (entrada ou saída) da forma que lhe for mais benevolente, desde que esses pesos aplicados às outras DMUs não gerem uma razão superior a 1 (Mello *et al.*, 2005). Tais condições são formalizadas na Equação 1.

$$\text{Max } Eff_o = \left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io}} \right) \quad (1)$$

sujeito a

$$\left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij}} \right) \leq 1, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i$$

onde Eff_o representa a eficiência da DMU o em análise; as variáveis v_i e u_r correspondem, respectivamente, aos pesos atribuídos aos *inputs* (com i variando de 1 até m) e *outputs* (com r variando de 1 até s); os termos x_{ij} e y_{rj} representam os valores observados dos *inputs* e *outputs* para cada unidade j (variando de 1 até n); e x_{io} e y_{ro} referem-se, respectivamente, aos valores dos *inputs* e *outputs* da unidade o que está sendo avaliada.

O problema descrito é inicialmente caracterizado como uma programação fracionária, necessitando ser resolvido separadamente para cada unidade de tomada de decisão. Para possibilitar a utilização de técnicas convencionais de otimização, essa estrutura fracionária é transformada em um problema de programação linear (Mello *et al.*, 2005). Tal adaptação é realizada fixando o denominador da função objetivo em uma constante, geralmente assumida

como igual a um. A formulação obtida para o modelo CCR, apresentada na Equação 2, utiliza como variáveis de decisão os pesos atribuídos às variáveis de entrada (v_i) e de saída (u_r).

$$\text{Max } Eff_o = \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro} \quad (2)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij} \leq 0, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i$$

Conhecida como modelo dos multiplicadores, a formulação possibilita a obtenção da eficiência por meio de distintas combinações de pesos atribuídos aos insumos e produtos. Tal característica implica que, em determinadas avaliações, alguns *inputs* ou *outputs* poderão receber peso nulo, o que equivale à sua exclusão do processo de aferição da eficiência. A partir da formulação do modelo dos multiplicadores, é possível obter o modelo dual, conhecido como modelo envelope (Equação 3).

$$\text{Min } h_o \quad (3)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \lambda_j \leq h_o \cdot x_{io}, \forall i$$

$$\sum_{k=1}^n y_{rj} \cdot \lambda_j \geq y_{ro}, \forall r$$

$$\lambda_j \geq 0, \forall j$$

onde h_o representa o escalar pelo qual os insumos da unidade avaliada devem ser proporcionalmente reduzidos para que ela atinja a fronteira de eficiência; a variável x_{ij} corresponde à quantidade do insumo i utilizada pela DMU j ; y_{rj} representa a quantidade do produto r gerado pela DMU j ; e o termo λ_j é um peso atribuído a cada DMU j na construção da fronteira de referência, permitindo a combinação convexa das unidades avaliadas.

O modelo envelope reformula o problema de otimização de modo a avaliar diretamente cada unidade, comparando-a com combinações lineares das demais observações da amostra. Por meio do teorema da dualidade forte, ambos os modelos apresentam o mesmo valor ótimo para a função objetivo, quando existente.

3.3.2.1.2 BCC orientado a input

O modelo BCC, por sua vez, estende a formulação do modelo CCR ao incorporar a variável de retorno à escala, possibilitando a avaliação de unidades que operam sob condições de rendimentos variáveis. Nesse modelo, a eficiência é determinada de forma semelhante, porém, além da adição de uma restrição que permite retornos crescentes, constantes ou decrescentes de escala, seu objetivo é minimizar o fator de contração radial (h_o) aplicado aos insumos da unidade avaliada.

Ou seja, busca-se o menor valor de h_o tal que os *inputs* da DMU possam ser reduzidos proporcionalmente sem afetar os *outputs*, ajustando-a à fronteira eficiente. Um valor de h_o igual a 1 indica que a unidade é tecnicamente eficiente, enquanto valores inferiores sinalizam ineficiência. Tais condições estão formalizadas na Equação 4.

$$\text{Min } h_o \tag{4}$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \lambda_j \leq h_o \cdot x_{io}, \forall i$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \cdot \lambda_j \geq y_{ro}, \forall r$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \forall j$$

O somatório das variáveis λ_j igual a 1 assegura a convexidade da combinação, característica essencial para modelar retornos variáveis de escala. As condições de não negatividade impostas sobre os λ_j garantem que apenas combinações lineares positivas sejam consideradas no processo de avaliação.

Conhecida como modelo envelope, a Equação 4 atua diretamente sobre as quantidades físicas de *inputs* e *outputs*, minimizando o fator h_o enquanto combina as DMUs por meio dos pesos λ_j . Já a Equação 5 (modelo dos multiplicadores) trabalha com variáveis de pesos virtuais atribuídos aos *inputs* e *outputs*, e busca maximizar uma medida de eficiência construída a partir desses pesos, facilitando a interpretação econômica do modelo e reduzindo a complexidade computacional.

$$\text{Max } Eff_o = \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro} + u_o \quad (5)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj} + u_o \leq \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij}, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, u_o \in \mathbb{R}$$

O modelo apresentado busca maximizar o valor de Eff_o , que corresponde à eficiência da DMU avaliada, calculada a partir da soma ponderada dos *outputs*, representados por y_{ro} , multiplicados pelos respectivos pesos u_r acrescida de um termo livre u_o . As restrições impostas garantem que a combinação ponderada dos *inputs* x_{io} , ponderados pelos pesos v_i , seja unitário, estabelecendo a base para a comparação de eficiência.

Além disso, a combinação dos *inputs* ponderados subtraída da combinação dos *outputs* ponderados, acrescida do termo livre u_o , deve ser menor ou igual a zero para todas as DMUs consideradas. Isso assegura que nenhuma unidade seja avaliada de forma mais favorável do que a unidade analisada. Os pesos v_i e u_r são variáveis não negativas, garantindo a coerência do modelo, enquanto u_o é um valor livre pertencente ao conjunto dos números reais.

Enquanto o modelo envelope se concentra na combinação convexa das unidades, o dos multiplicadores interpreta a eficiência como o melhor conjunto possível de pesos para *inputs* e *outputs*, mantendo as condições de viabilidade e eficiência. Apesar das diferenças formais, ambos os modelos são equivalentes em termos de resultados (Zhu, 2014).

3.3.2.2 Orientação a *output*

O principal objetivo dos modelos orientados a *output* é maximizar a quantidade de produtos gerados sem aumentar os recursos consumidos, sendo particularmente apropriados para contextos onde a gestão possui maior controle sobre os resultados do que sobre os insumos utilizados (Cooper; Seiford; Tone, 2007). Nessa perspectiva, a eficiência é avaliada considerando o potencial de expansão dos *outputs*, permitindo identificar em que medida uma unidade poderia aumentar sua produção mantendo seus *inputs* constantes.

Essa abordagem é útil em setores nos quais os gestores visam ampliar a oferta de serviços ou produtos como forma de melhorar o desempenho organizacional, mesmo diante de restrições de recursos (Charnes; Cooper; Rhodes, 1978). Além disso, a orientação a *output* possibilita uma análise mais sensível em ambientes nos quais o aumento da produção é o

principal vetor de competitividade e crescimento, reforçando a necessidade de estratégias voltadas para a otimização dos resultados.

3.3.2.2.1 CCR orientado a output

A partir da lógica de maximizar resultados, é possível formular um modelo orientado a *outputs*, no qual se busca expandir as saídas sem alterar o nível de insumos utilizados. Nesse modelo, apresentado na Equação 6, as variáveis de decisão permanecem as mesmas do modelo orientado a *inputs*. No entanto, com a inserção do escalar h_o , que assume o papel de indicador, apontando o fator pelo qual todos os *outputs* da unidade avaliada devem ser multiplicados para que ela alcance a fronteira de eficiência, mantendo os *inputs* constantes (Mello *et al.*, 2005).

$$\text{Max } h_o \quad (6)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \lambda_j \leq x_{io}, \forall i$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \cdot \lambda_j \geq h_o \cdot y_{ro}, \forall r$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall j$$

Nesse contexto, h_o assume valores superiores a um, e a eficiência operacional da unidade é obtida pelo inverso desse valor. Assim, quanto maior o escalar necessário para atingir a fronteira eficiente, menor será a eficiência da unidade avaliada. No modelo aqui descrito, apesar das diferenças entre as abordagens orientadas a *inputs* e a *outputs*, ambas resultam no mesmo valor de eficiência, embora as combinações de unidades de referência utilizadas para formar a fronteira possam ser distintas em cada orientação.

Além do modelo envelope, a formulação fracionária do modelo (Equação 7), busca minimizar o valor do escalar h_o , que representa a expansão necessária dos *outputs* para que a unidade de tomada de decisão alcance a fronteira eficiente, mantendo os *inputs* constantes.

$$\text{Min } h_o = \left(\frac{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io}}{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro}} \right) \quad (7)$$

sujeito a

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj}} \right) \geq 1, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i$$

O objetivo da equação é encontrar a combinação de pesos que maximize proporcionalmente a produção da unidade avaliada em relação às demais, respeitando as condições de viabilidade e não negatividade dos coeficientes atribuídos aos *inputs* e *outputs*. Para viabilizar a resolução por métodos tradicionais de programação linear, a formulação fracionária pode ser reescrita em um formato linear equivalente (Equação 8).

$$\text{Min } h_o = \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io} \quad (8)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij} \leq 0, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i$$

A reformulação apresentada transforma o modelo fracionário em um problema de programação linear padrão, no qual o objetivo é minimizar uma função linear dos *inputs* ponderados. A principal diferença em relação à formulação original é que a soma ponderada dos *outputs* da unidade avaliada é normalizada para ser igual a 1, enquanto a eficiência é verificada pelo custo mínimo em termos dos *inputs* utilizados. Essa abordagem facilita a resolução computacional e preserva a equivalência dos resultados entre o modelo fracionário e o modelo linear.

3.3.2.2 BCC orientado a output

O modelo BCC orientado a *output* surge da necessidade de avaliar unidades de tomada de decisão sob a hipótese de retornos variáveis de escala, focando no aumento proporcional dos *outputs*, mantendo os *inputs* constantes. O modelo incorpora uma variável adicional para capturar as economias ou deseconomias de escala, proporcionando uma análise mais realista em cenários onde a proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* não se mantém (Banker; Charnes; Cooper, 1984). Assim, o objetivo principal é expandir os resultados obtidos pelas unidades, considerando que nem sempre os processos operam em escala ótima (Cooper; Seiford; Zhu, 2011).

A adição da restrição de convexidade ao modelo, exigindo que a soma dos pesos das unidades comparadas seja igual a um, permite captar essas variações. Dessa forma, o modelo torna-se uma ferramenta crucial para identificar não apenas a eficiência operacional, mas também a natureza dos retornos de escala, fornecendo subsídios para melhorias gerenciais mais precisas (Zhu, 2014; Tone, 2001). Tais condições estão formalizadas na Equação 9.

$$\text{Max } h_o \tag{9}$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \lambda_j \leq x_{io}, \forall i$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \cdot \lambda_j \geq h_o \cdot y_{ro}, \forall r$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall j$$

O modelo apresentado busca maximizar o escalar h_o , que representa o fator pelo qual todos os *outputs* da unidade avaliada podem ser proporcionalmente expandidos sem a necessidade de alterar os *inputs* consumidos. A primeira restrição garante que os *inputs* ponderados da unidade avaliada não sejam inferiores aos da combinação convexa das demais unidades. A segunda restrição assegura que a expansão dos *outputs* não ultrapasse a fronteira de eficiência estabelecida pelas unidades comparativas, enquanto a terceira impõe a condição de convexidade necessária para considerar retornos variáveis de escala.

Nesse contexto, h_o atua na avaliação da eficiência operacional, onde valores iguais a 1 indicam eficiência plena, e valores superiores apontam potencial de melhoria na produção de *outputs*. A Equação 10 apresenta as formulações equivalentes no formato de programação linear fracionária, que utilizam variáveis associadas aos pesos dos *inputs*, *outputs* e uma constante livre.

$$\text{Min } Eff_o = \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{io} + v_o \quad (10)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{ro} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{ij} - v_o \leq 0, \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0, v_o \in \mathbb{R}$$

O objetivo da Equação 10 é minimizar uma função que combina os *inputs* ponderados e uma constante livre. Essa abordagem permite interpretar a eficiência como o menor custo relativo para sustentar uma determinada quantidade de *outputs*, considerando a possibilidade de retornos variáveis de escala. As restrições asseguram que a combinação ponderada dos *outputs* e *inputs* das unidades comparadas respeite a viabilidade da operação, ao mesmo tempo em que introduzem maior flexibilidade na avaliação dos desempenhos.

A escolha da orientação é um aspecto fundamental na modelagem de eficiência, pois deve refletir as características operacionais e os objetivos gerenciais das unidades avaliadas. Conforme ressaltam Cooper, Seiford e Tone (2007), a seleção adequada do tipo de orientação assegura que a análise de eficiência produza resultados mais alinhados à realidade prática e às possibilidades de intervenção. Dessa forma, a definição prévia da orientação é essencial para garantir a validade e a utilidade das conclusões obtidas com a Análise Envoltória de Dados.

3.3.3 Outputs indesejáveis

Nas análises de eficiência produtiva, especialmente aquelas baseadas em fronteiras de produção, assume-se tradicionalmente que todos os *outputs* são desejáveis, isto é, quanto maior a sua produção, maior a eficiência da unidade avaliada. Contudo, em diversos contextos reais, coexistem produtos desejáveis e indesejáveis, sendo estes últimos subprodutos inevitáveis dos processos produtivos, mas que impactam negativamente o desempenho ou o meio ambiente (Färe *et al.*, 1989; Seiford; Zhu, 2002).

Os produtos indesejáveis (*undesirable outputs*) são resultados não desejados de uma operação produtiva. A consideração explícita desses *outputs* é essencial para refletir de forma mais realista a eficiência das unidades de decisão (Scheel, 2001). Ignorar esses fatores pode levar à superestimação da eficiência e a interpretações equivocadas sobre o desempenho relativo das organizações (Chung; Färe; Grosskopf, 1997).

Para lidar com esses *outputs*, diferentes estratégias metodológicas foram desenvolvidas. Uma das abordagens mais utilizadas é o tratamento por inversão, que transforma o produto indesejável em uma variável desejável por meio de operações matemáticas simples, como o inverso ($1/y$), mantendo a coerência direcional da função de produção, embora possa distorcer parcialmente a escala de variação dos dados (Seiford; Zhu, 2002).

Há também o método de transformação aditiva dos dados, onde tal abordagem consiste em ajustar os *outputs* indesejáveis por meio de uma transformação linear ($\max(y) - y + 1$), de modo que valores originalmente altos, representando desempenho ambiental inferior, sejam convertidos em valores reduzidos e compatíveis com a lógica de maximização da eficiência mantendo a coerência direcional da função de produção.

Outra abordagem é o uso de modelos não radiais ou modelos direcionais de distância, como o *Directional Distance Function* (DDF) proposto por Chung, Färe e Grosskopf (1997), que permite simultaneamente aumentar os *outputs* desejáveis e reduzir os indesejáveis. Esses modelos são considerados mais consistentes com os princípios da teoria da produção e são amplamente aplicados em estudos sobre ecoeficiência e sustentabilidade ambiental (Zhou; Ang; Poh, 2008).

De forma geral, o tratamento adequado dos produtos indesejáveis representa uma etapa fundamental para a coerência e a validade das análises de eficiência, especialmente em estudos que envolvem aspectos ambientais. A consideração explícita desses *outputs* evita interpretações equivocadas, uma vez que seu aumento não indica melhor desempenho, mas sim maior ineficiência. Assim, reconhecer e tratar corretamente as variáveis indesejáveis permite que o modelo utilizado represente de maneira mais fiel a realidade produtiva das unidades avaliadas, assegurando resultados consistentes e compatíveis com os princípios do conceito de eficiência.

3.4 INTRODUÇÃO À VARIÁVEIS EXÓGENAS

Nas análises de eficiência, as variáveis são normalmente classificadas conforme sua natureza e relação com o processo produtivo. Enquanto os *inputs* e *outputs* representam fatores endógenos, ou seja, controlados ou resultantes das decisões gerenciais, as variáveis exógenas (também denominadas variáveis contextuais) correspondem a fatores externos que influenciam o desempenho das unidades produtivas, mas não estão sob controle direto dos gestores (Banker; Morey, 1986; Fried *et al.*, 2008).

Essas variáveis captam condições estruturais, socioeconômicas, geográficas ou institucionais que afetam a eficiência observada, tais como nível de urbanização, densidade demográfica, renda per capita, disponibilidade de recursos naturais, ou ainda características regulatórias e tecnológicas. Tais fatores não representam ineficiências propriamente ditas, mas restrições ambientais que condicionam o desempenho (Cooper; Seiford; Tone, 2007).

A consideração das variáveis exógenas é essencial para distinguir a eficiência “pura” da eficiência observada, uma vez que o desempenho de cada unidade pode ser influenciado por circunstâncias externas. Ignorar esses fatores pode resultar em viés na estimativa da eficiência, atribuindo a fatores gerenciais diferenças que, na realidade, decorrem de condições externas (Simar; Wilson, 2007).

Existem diferentes abordagens metodológicas para incorporar as variáveis exógenas nas análises de eficiência (Badin; Daraio; Simar, 2012). Em modelos paramétricos, como a Análise de Fronteira Estocástica (SFA), é comum incluí-las diretamente na função de ineficiência. Já em modelos não paramétricos, como a Análise Envoltória de Dados, a prática mais recorrente é o modelo de dois estágios, no qual os escores de eficiência obtidos inicialmente são utilizados como variável dependente em uma regressão subsequente, permitindo avaliar a direção e a intensidade do impacto das variáveis exógenas sobre a eficiência das unidades analisadas (Fried *et al.*, 2008).

No entanto, o uso de modelos em dois estágios pressupõe a condição de separabilidade, segundo a qual as variáveis exógenas não alteram a forma da fronteira de produção, mas apenas afetam a eficiência relativa das unidades (Banker; Morey, 1986; Simar; Wilson, 2007). Portanto, a adequada identificação e tratamento das variáveis exógenas constitui uma etapa fundamental nas análises de eficiência, permitindo maior robustez interpretativa e validade estatística dos resultados, ao separar de forma mais precisa os efeitos gerenciais daqueles decorrentes do contexto operacional e ambiental.

3.5 CONDIÇÃO DE SEPARABILIDADE

A condição de separabilidade (*separability condition*) é um pressuposto fundamental nas análises de eficiência que utilizam modelos em dois estágios. Essa condição infere que os fatores externos influenciam somente a distribuição de ineficiência das unidades avaliadas, não interferindo diretamente na estrutura ou na localização da fronteira de produção estimada. Em outras palavras, os determinantes exógenos explicam as diferenças de desempenho entre as

unidades, mas não modificam o padrão tecnológico subjacente representado pela fronteira eficiente.

Em termos conceituais, a condição de separabilidade implica que a tecnologia de produção é independente das condições contextuais, de modo que todas as unidades analisadas compartilham a mesma fronteira tecnológica. Assim, as diferenças de eficiência observadas podem ser atribuídas a fatores externos sem que se suponha que esses fatores modifiquem a estrutura tecnológica subjacente (Badin; Daraio; Simar, 2012).

No contexto da análise de eficiência, o processo produtivo pode ser compreendido como a geração conjunta dos vetores de insumos (X), produtos (Y) e fatores ambientais (Z), os quais são observados simultaneamente e pertencem a um espaço probabilístico apropriado. Os vetores X e Y representam, respectivamente, as quantidades utilizadas e produzidas pelas unidades avaliadas, enquanto Z corresponde às variáveis contextuais, que não são controladas pelos gestores, mas podem influenciar o desempenho observado.

Embora os fatores ambientais não componham diretamente a tecnologia de produção, eles podem afetar tanto a distribuição da ineficiência quanto, potencialmente, a própria forma da fronteira tecnológica. A distribuição conjunta (X, Y, Z) possui densidade $f_{XYZ}(x, y, z)$ que pode ser decomposta de acordo com a Equação 11.

$$f_{XYZ}(x, y, z) = f_{XY|Z}(x, y|z) \cdot f_Z(z) \quad (11)$$

onde $f_{XYZ}(x, y, z)$ representa a densidade conjunta das variáveis (X, Y, Z); $f_{XY|Z}(x, y | z)$ descreve a tecnologia condicionada às características ambientais; e $f_Z(z)$ é a densidade marginal da variável ambiental Z .

Seja Ψ_z o conjunto que representa todas as combinações possíveis de insumos e produtos das unidades de produção que operam sob um nível específico do fator ambiental ($Z=z$), descreve a tecnologia disponível para as unidades condicionadas a esse contexto ambiental, indicando quais vetores de insumos X são capazes de gerar quais vetores de produtos Y quando o ambiente assume o valor z .

A condição de separabilidade, proposta por Simar e Wilson (2007), estabelece que os fatores ambientais influenciam a eficiência das unidades apenas por meio da distribuição da ineficiência, sem alterar a tecnologia subjacente. Assim, a hipótese nula (H_0) representa a situação em que a tecnologia condicionada não se altera entre diferentes níveis do fator

ambiental. Formalmente, essa condição implica que a fronteira condicionada é idêntica para todos os valores de Z , conforme a Equação 12.

$$H_0: \Psi_z = \Psi, \forall z \quad (12)$$

onde Ψ representa o conjunto tecnológico comum, compartilhado por todas as unidades.

Nesse cenário, a fronteira eficiente não é modificada pelos fatores ambientais, permitindo que a eficiência estimada no primeiro estágio seja utilizada como variável dependente em um segundo estágio. Por outro lado, quando a separabilidade não é válida, isto é, quando fatores ambientais afetam diretamente a forma ou o nível da fronteira tecnológica, a hipótese alternativa (H_1) é caracterizada na Equação 13.

$$H_1: \Psi_z \neq \Psi \quad (13)$$

Isso significa que diferentes níveis de fatores ambientais geram diferentes conjuntos tecnológicos, implicando que as unidades não compartilham a mesma fronteira de produção. Nessa situação, a eficiência tradicional deixa de ter interpretação econômica adequada, e o uso de um modelo de dois estágios pode conduzir a estimativas viesadas. Assim, seria necessário recorrer a abordagens alternativas, como os modelos DEA condicionais (Simar; Wilson, 2011) ou meta-frontier (Badin; Daraio; Simar, 2012).

Essas duas hipóteses são avaliadas pelo teste de separabilidade, que compara a fronteira estimada com e sem a inclusão das variáveis ambientais. Quando o P-valor permanece acima do nível usual de significância de 5%, não se rejeita H_0 , indicando que a separabilidade é válida e que a regressão no segundo estágio pode ser aplicada de forma metodologicamente consistente. Por outro lado, caso o P-valor fique abaixo desse limite, rejeita-se a separabilidade (aceitando H_1), o que significa que as variáveis ambientais afetam diretamente a tecnologia produtiva, inviabilizando a abordagem tradicional em dois estágios e demandando métodos mais robustos de estimação.

Em síntese, a condição de separabilidade representa um critério de consistência metodológica nas análises de eficiência, assegurando que o efeito das variáveis exógenas seja interpretado de forma correta e que os resultados do modelo sejam estatisticamente válidos e comparáveis entre as unidades analisadas.

3.6 REGRESSÃO TOBIT

A regressão Tobit, proposta originalmente por James Tobin (1958), é uma técnica econométrica destinada à modelagem de variáveis dependentes censuradas, ou seja, aquelas cujo valor observável está limitado superior e/ou inferiormente (Fried; Lovell; Schmidt, 2008). Esse modelo é especialmente útil em situações em que os dados assumem um valor constante para um subconjunto significativo das observações. O modelo permite estimar relações lineares latentes que estão parcialmente ocultas devido à censura dos dados, superando as limitações dos modelos de regressão linear clássica que não consideram essa estrutura (Tobin, 1958).

A principal vantagem do modelo Tobit reside em sua capacidade de aproveitar tanto as observações censuradas quanto as não censuradas na estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança, o que garante maior eficiência estatística dos estimadores. Segundo Wooldridge (2010), a utilização do Tobit é apropriada nos casos em que a variável dependente limitada é uma resposta de solução de canto.

Greene (2012) destaca que, ao incorporar informações da parte censurada da distribuição, o modelo evita vieses que ocorreriam caso essa porção dos dados fosse ignorada ou tratada inadequadamente. Além disso, a função de verossimilhança do Tobit é formulada de maneira a considerar a contribuição distinta de cada tipo de observação, reforçando sua adequação a contextos em que a censura é estrutural ao fenômeno analisado.

A censura em variáveis dependentes pode ocorrer por diversas razões, entre elas restrições físicas, legais ou de mensuração. No caso específico dos escores de eficiência obtidos por meio da Análise Envoltória de Dados, a censura se manifesta pelo fato de que os valores são naturalmente limitados de 0 a 1. Greene (2012) explica que esse tipo de estrutura censurada inviabiliza o uso direto de modelos lineares ordinários, pois estes assumem que a variável dependente pode assumir qualquer valor real.

Nesse contexto, o modelo Tobit mostra-se adequado ao lidar com escores de eficiência gerados pela DEA. Segundo Simar e Wilson (2007), esse uso se justifica porque os escores de eficiência obtidos pela DEA são limitados superiormente por 1, sendo inadequado o uso de regressões lineares, que podem gerar estimativas inconsistentes. Nessa perspectiva, a regressão Tobit torna-se uma alternativa estatisticamente apropriada para lidar com os aspectos censurados desses dados.

Contudo, Hoff (2007) ressalta que a dependência entre os escores de eficiência da DEA e suas variáveis explicativas pode violar a suposição de independência dos resíduos do modelo

Tobit, comprometendo a validade das inferências. Para contornar essas limitações, Simar e Wilson (2007) propuseram o uso de técnicas de reamostragem *bootstrap*, que permitem obter estimativas robustas e corrigidas para os problemas de viés e inconsistência que podem surgir na análise em duas etapas.

Além disso, como argumentam Fried, Lovell e Schmidt (2008), o uso do modelo Tobit em análise de eficiência apresenta a vantagem de permitir a avaliação dos efeitos de variáveis ambientais ou organizacionais sobre os níveis de eficiência observados. Essas análises são particularmente úteis em estudos de *benchmarking* ou comparação de desempenho entre unidades produtivas. Segundo Kumbhakar e Lovell (2000), ao integrar essas variáveis como regressoras em uma segunda etapa, obtém-se uma compreensão mais refinada das fontes de ineficiência.

A regressão Tobit é adequadamente complementar à Análise Envoltória de Dados, uma vez que os escores de eficiência obtidos pela DEA apresentam acúmulo considerável no limite superior igual a 1, caracterizando um caso típico de censura à direita. Conforme descrito por Greene (2012), a relação entre as variáveis está definida na Equação 14.

$$y_i^* = \beta' \cdot x_i + \varepsilon_i \quad (14)$$

onde y_i^* é a variável dependente estimada; β corresponde ao vetor de parâmetros a serem estimados, que quantificam a relação entre as variáveis independentes e a variável latente; x_i representa as variáveis explicativas; e, ε_i representa o termo de erro aleatório da equação, assumido como normalmente distribuído com média zero e variância constante.

No entanto, y_i , que corresponde ao escore de eficiência operacional obtido, é sujeito a censura no ponto superior. Assim, a variável assume a estrutura disposta na Equação 15.

$$\begin{cases} y_i = y_i^* & \text{se } y_i^* < y_i^c \\ y_i = y_i^c & \text{se } y_i^* \geq y_i^c \end{cases} \quad (15)$$

onde y_i^c representa o ponto de censura, ou seja, o valor limite a partir do qual a variável latente y_i^* deixa de ser observada em sua forma contínua, passando a ser registrada como um valor constante.

Essa estrutura reflete uma censura à direita, em que os escores estimados estão limitados superiormente. Assim, quando y_i^* é inferior ao ponto de censura, observa-se diretamente seu valor, caso contrário, registra-se o ponto de censura como valor observado. Considerando-se que, neste estudo, os escores de eficiência estão naturalmente limitados ao valor máximo de 1, adota-se o ponto de censura y_i^c como unitário. Tais condições estão definidas na Equação 16.

$$\begin{cases} y_i = y_i^* \text{ se } y_i^* < 1 \\ y_i = 1 \text{ se } y_i^* \geq 1 \end{cases} \quad (16)$$

As estimativas do modelo Tobit são obtidas por meio do Método da Máxima Verossimilhança. Esse método consiste em encontrar os valores dos parâmetros que maximizam a probabilidade de os dados observados ocorrerem, aproveitando integralmente as informações disponíveis em todas as observações (Gujarati, 2000). Tal modelo, diferentemente do Método dos Mínimos Quadrados Ordinários, permite obter estimativas consistentes e não tendenciosas, mesmo diante da ausência parcial de informações ou da limitação estrutural dos dados (Moreira, 2018).

Dessa forma, é possível derivar a esperança condicional da variável dependente censurada, considerando o efeito das observações censuradas e não censuradas. Essa expectativa condicional permite interpretar o impacto das variáveis explicativas sobre a variável resposta observada, levando em conta a estrutura de censura dos dados. Segundo Greene (2012), as expressões matemáticas da esperança condicional do valor observado y_i , dado o vetor de regressoras x_i , são apresentadas nas Equações 17 e 18.

$$E(y_i|x_i) = Prob(y_i = 1) * E(y_i|y_i = 1) + Prob(y_i < 1) * E(y_i|y_i < 1) \quad (17)$$

$$E(y_i|x_i) = x_i' \cdot \beta \cdot \Phi\left(\frac{\beta \cdot x_i'}{\sigma}\right) + \sigma \cdot \phi\left(\frac{\beta \cdot x_i'}{\sigma}\right) \quad (18)$$

onde, Φ representa a função de distribuição acumulada da normal padrão; σ corresponde ao desvio-padrão do termo de erro ε_i , assumido como normalmente distribuído; e, ϕ representa a função densidade normal.

A Equação 15 mostra que a esperança condicional de y_i depende não apenas da média latente ($x'_i \cdot \beta$), mas também da dispersão dos erros e da probabilidade de censura. Como destacado por Wooldridge (2010), esse resultado é fundamental para interpretar os efeitos marginais em modelos Tobit, pois reflete a composição entre a parte censurada e a parte efetivamente observada da variável dependente.

4 ÁREA DE ESTUDO

Neste capítulo são apresentadas as concessionárias de abastecimento de água incluídas na análise, com base nas informações disponibilizadas pelo Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS), referentes ao ano de 2022. São descritos aspectos gerais das prestadoras, tais como natureza jurídica, municípios atendidos, população total abastecida, entre outros parâmetros operacionais e estruturais que caracterizam a dimensão de atuação de cada concessionária. Tais informações são fundamentais para contextualizar o conjunto de unidades avaliadas na pesquisa e compreender as diferenças regionais e institucionais que podem influenciar o desempenho observado na análise de eficiência.

De forma geral, foram analisadas 28 concessionárias regionais de abastecimento de água, distribuídas pelas cinco regiões do país, sendo oito na Região Norte, nove no Nordeste, três no Sul, cinco no Sudeste e três no Centro-Oeste. O estudo abrange todos os estados brasileiros, com exceção do Mato Grosso, cuja companhia estadual de saneamento deixou de operar em 1999, conforme registros do SNIS. À época, a prestação dos serviços estava a cargo da extinta Companhia de Saneamento do Estado de Mato Grosso (SANEMAT), responsável pela execução das atividades de abastecimento até sua descontinuidade.

Destaca-se que cada estado brasileiro conta com uma única concessionária estadual responsável pelos serviços de abastecimento de água. Apenas o Tocantins e Minas Gerais constituem exceções, por apresentarem duas concessionárias estaduais em operação, ambas consideradas nas análises.

4.1 CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO NORTE

A Região Norte conta, no conjunto analisado, com oito concessionárias responsáveis pelo fornecimento de água potável, distribuídas entre diferentes naturezas jurídicas. Dentre elas, identificou-se uma empresa privada, duas autarquias e cinco sociedades de economia mista vinculadas à administração pública (SEMAP), como mostra a Tabela 1. Nos subtópicos seguintes, serão apresentados os principais aspectos de cada concessionária, com destaque para suas características administrativas, operacionais e populacionais.

Tabela 1 - Concessionárias da Região Norte.

Estado	Concessionária	Natureza Jurídica	Municípios atendidos	População total atendida	Economias ativas	Extensão da rede
			-	(Habitantes)	-	(km)
AC	SANEACRE / DEPASA	Autarquia	21	203.307	55.886	1.026,82
AP	CAESA	SEMAP	16	19.150	2.589	50,35
AM	COSAMA	SEMAP	15	112.377	36.595	479,80
PA	COSANPA	SEMAP	52	2.305.167	626.993	5.460,10
RO	CAERD	SEMAP	37	509.123	158.387	3.254,41
RR	CAER	SEMAP	15	505.536	127.403	2.010,81
TO	SANEATINS	Empresa privada	52	1.081.226	463.938	8.309,78
TO	ATS	Autarquia	45	125.570	45.682	747,11
Total			232	4.658.149	1.461.587	20.312,36

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2023), com ano base 2022.

4.1.1 Serviço de Água e Esgoto do Estado do Acre (SANEACRE/ DEPASA)

O Serviço de Água e Esgoto do Estado do Acre (SANEACRE) é a autarquia estadual encarregada da prestação dos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no interior do estado do Acre (SANEACRE, 2025). Conforme a Associação Brasileira das Empresas Estaduais de Saneamento (2025), a SANEACRE foi oficialmente criada em 31 de março de 2022, sucedendo o antigo Departamento Estadual de Água e Saneamento (DEPASA), em conformidade com a Lei Complementar nº 395.

4.1.2 Companhia de Água e Esgoto do Amapá (CAESA)

A Companhia de Água e Esgoto do Amapá (CAESA) foi criada em 1969, por meio do Decreto-Lei nº 003, com a finalidade de executar os serviços públicos de abastecimento de água e esgotamento sanitário no estado do Amapá. Inicialmente organizada como uma autarquia, a companhia passou a ser uma sociedade de economia mista vinculada ao Governo do Estado, desempenhando papel fundamental na expansão do saneamento básico na região (CAESA, 2025). De acordo com o SNIS (2023), a CAESA atende 16 municípios com abastecimento de água, dos quais apenas 6 possuem cobertura de esgotamento sanitário.

4.1.3 Companhia de Saneamento do Amazonas (COSAMA)

A Companhia de Saneamento do Amazonas (COSAMA) é uma sociedade anônima de economia mista, enquadrada no regime jurídico de direito privado, criada em novembro de 1969 com o objetivo de atuar na captação, tratamento e distribuição de água no estado do Amazonas (COSAMA, 2025). Conforme dados do SNIS (2023), a companhia conta com aproximadamente 480 quilômetros de extensão de rede de água e realiza o abastecimento em 15 municípios amazonenses, atendendo um total de 112.377 habitantes.

4.1.4 Companhia de Saneamento do Pará (COSANPA)

A Companhia de Saneamento do Pará (COSANPA), instituída em 21 de dezembro de 1970, é a empresa responsável pelos serviços de abastecimento de água, coleta e tratamento de esgoto em diversas regiões do estado do Pará (COSANPA, 2025). Dados do SNIS (2023) indicam que a COSANPA presta serviços de abastecimento de água em 52 dos 144 municípios paraenses, alcançando mais de 2 milhões de habitantes, cerca de 25% da população estadual. Em relação aos serviços de esgotamento sanitário, são ofertados em apenas seis municípios.

4.1.5 Companhia de Águas e Esgotos de Rondônia (CAERD)

A Companhia de Águas e Esgotos do Estado de Rondônia (CAERD), é uma empresa pública responsável pelos serviços de abastecimento de água e saneamento básico no estado de Rondônia. Segundo a CAERD (2025), tendo sido fundada em 11 de setembro de 1969, com sede localizada na capital Porto Velho. De acordo com dados fornecidos pelo SNIS (2023), a CAERD é responsável pela prestação de serviços de abastecimento de água em 37 municípios, sendo o volume anual de água produzida aproximado em 64 milhões de metros cúbicos.

4.1.6 Companhia de Águas e Esgotos de Roraima (CAER)

A Companhia de Águas e Esgotos de Roraima (CAER) foi fundada em 4 de março de 1969, com a missão de universalizar os serviços de abastecimento de água tratada e de esgotamento sanitário no estado. Segundo dados fornecidos pela CAER (2025), a primeira

Estação de Tratamento de Água (ETA) foi implantada em 1972, seguida por uma segunda unidade em 1979. A expansão dos serviços continuou ao longo das décadas subsequentes, e, segundo dados do SNIS (2023), apresenta um valor superior a 32 milhões de metros cúbicos de água tratada no ano base do senso.

4.1.7 Companhia de Saneamento do Tocantins (SANEATINS)

A Saneamento de Tocantins S/A (SANEATINS) é a concessionária responsável pelos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário em várias localidades do estado do Tocantins. De acordo com a AESBE (2025), embora a empresa atue sob essa denominação desde 2017, após ser assumida pela BRK Ambiental, a prestação de serviços de saneamento na região tem raízes em concessões privadas iniciadas em 2011. Segundo o SNIS (2023), a SANEATINS atende 52 municípios com abastecimento de água. Dos 52 municípios atendidos, apenas 15 contam com a coleta do esgotamento sanitário.

4.1.8 Agência Tocantinense de Saneamento (ATS)

A Agência Tocantinense de Saneamento (ATS) é uma entidade vinculada à administração indireta do Poder Executivo do Estado do Tocantins, criada pela Lei Estadual nº 2.332, de 2 de junho de 2010 (ATS, 2025). Segundo dados do SNIS (2023), a ATS presta serviços de abastecimento de água em 45 municípios, atendendo a uma população estimada em 125.570 habitantes, representando aproximadamente 86% da população total do estado, 146.135 habitantes.

4.2 CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO NORDESTE

A Região Nordeste é composta por nove concessionárias estaduais de abastecimento de água, representando o maior número de companhias entre todas as regiões do país. Tais concessionárias se destacam também por atenderem ao maior conjunto de municípios, evidenciando a ampla capilaridade e relevância dos sistemas de abastecimento na região. Todas as empresas analisadas possuem, como mostra a Tabela 2, natureza jurídica de Sociedade de

Economia Mista com Administração Pública. Cada concessionária é melhor detalhada nos subtópicos seguintes.

Tabela 2 - Concessionárias da Região Nordeste.

Estado	Concessionária	Natureza Jurídica	Municípios atendidos	População total atendida	Economias ativas	Extensão da rede
			-	(Habitantes)	-	(km)
AL	CASAL	SEMAP	41	393.214	113.331	2.711,59
BA	EMBASA	SEMAP	367	9.703.669	4.227.722	46.350,00
CE	CAGECE	SEMAP	152	4.199.578	2.009.049	16.401,00
MA	CAEMA	SEMAP	139	2.274.430	678.334	6.369,39
PB	CAGEPA	SEMAP	200	2.794.648	985.399	13.009,39
PE	COMPESA	SEMAP	173	7.615.903	2.482.990	23.111,51
PI	AGESPISA	SEMAP	155	1.225.347	450.843	5.608,16
RN	CAERN	SEMAP	156	2.279.347	850.844	11.741,81
SE	DESO	SEMAP	72	1.890.071	671.595	8.853,13
Total			1455	32.376.207	12.470.107	134.155,98

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2023), com ano base 2022.

4.2.1 Companhia de Saneamento de Alagoas (CASAL)

A Companhia de Saneamento de Alagoas (CASAL) foi instituída em dezembro de 1962, por meio da Lei Estadual nº 2.491, sucedendo o antigo Departamento de Água e Esgoto (DAE), extinto no mesmo ano. Trata-se de uma sociedade de economia mista, cuja governança está atualmente orientada pelas diretrizes da Lei Federal nº 13.303/2016, segundo CASAL (2025). De acordo com dados do SNIS (2023), a companhia opera em 41 municípios alagoanos, incluindo a capital Maceió, com serviços de abastecimento de água tratada. No que se refere ao esgotamento sanitário, a companhia atende apenas 3 municípios do estado.

4.2.2 Empresa Baiana de Águas e Saneamento S.A. (EMBASA)

A Empresa Baiana de Águas e Saneamento (EMBASA) foi instituída em 1971 com a finalidade de gerir os serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no estado da Bahia. Segundo informações da EMBASA (2025), a empresa assumiu as atribuições anteriormente exercidas pela Companhia Metropolitana de Água e Esgoto (COMAE) e pela Companhia de Saneamento do Estado da Bahia (COSEB), ambas extintas em 1975. De acordo

com dados do SNIS (2023), a EMBASA atende 367 municípios com abastecimento de água, dos quais apenas 113 contam com serviços de esgotamento sanitário, totalizando 9.703.669 habitantes atendidos.

4.2.3 Companhia de Água e Esgoto do Ceará (CAGECE)

A Companhia de Água e Esgoto do Estado do Ceará (CAGECE) é uma sociedade de economia mista de capital aberto, fundada em 1971. A companhia atua em 152 dos 184 municípios do estado do Ceará e sua finalidade é a prestação dos serviços de abastecimento de água tratada, coleta e tratamento de esgoto sanitário, conforme informações fornecidas pela própria companhia (CAGECE, 2025). Segundo dados do SNIS (2023), a CAGECE contabiliza mais de 2 milhões de economias ativas, beneficiando mais de 4 milhões habitantes.

4.2.4 Companhia de Saneamento Ambiental do Maranhão (CAEMA)

A Companhia de Saneamento Ambiental do Maranhão (CAEMA) é uma sociedade de economia mista instituída em julho de 1966, com a finalidade de gerir a política de saneamento básico no estado do Maranhão (CAEMA, 2025). Segundo dados do SNIS (2023), a CAEMA é responsável pelo fornecimento de água tratada em 139 dos 217 municípios maranhenses. Em relação ao esgotamento sanitário, a companhia atende diretamente 6 municípios.

4.2.5 Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba (CAGEPA)

A Companhia de Água e Esgotos da Paraíba (CAGEPA) é uma sociedade de economia mista criada em 26 de julho de 1972, por meio da fusão das antigas companhias SANECAP (Saneamento da Capital) e SANESA (Saneamento de Campina Grande), segundo informações divulgadas pela CAGEPA (2025). Sediada em João Pessoa, a CAGEPA é responsável pela prestação dos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário do estado da Paraíba. De acordo com dados do SNIS (2023), a empresa atende a 200 dos 223 municípios com serviços de abastecimento de água, sendo que 24 desses municípios também contam com a cobertura de esgotamento sanitário.

4.2.6 Companhia Pernambucana de Saneamento (COMPESA)

A Companhia Pernambucana de Saneamento (COMPESA) é uma sociedade anônima de economia mista, vinculada à Secretaria de Recursos Hídricos e Saneamento do Governo do Estado de Pernambuco. Criada pela Lei Estadual nº 6.307, de 29 de julho de 1971, a companhia surgiu com o propósito de expandir os serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário em Pernambuco (COMPESA, 2025).

De acordo com a COMPESA (2025), sua criação substituiu o extinto Fundo de Saneamento de Pernambuco (FUNDESPE) e incorporou as companhias SANER e SANEPE, promovendo a centralização das ações de saneamento no estado. Essa reestruturação, concluída em 1974, alinhou-se ao Plano Nacional de Saneamento (PLANASA), que buscava viabilizar técnica e financeiramente a ampliação dos serviços.

Segundo dados do SNIS (2023), a COMPESA atende 173 dos 184 municípios pernambucanos, além do distrito de Fernando de Noronha, com serviços de abastecimento de água, sendo que 38 municípios também contam com esgotamento sanitário. Do total de 8.787.018 habitantes, 7.615.903 possuem acesso regular à água, com um volume anual superior à de 315 milhões de metros cúbicos distribuídos.

4.2.7 Águas e Esgotos do Piauí S/A (AGESPISA)

Segundo a Resolução AGESPISA nº 2, de 2021, a Águas e Esgotos do Piauí S.A. (AGESPISA) é uma sociedade de economia mista, pessoa jurídica de direito privado, cujo acionista majoritário é o Governo do Estado do Piauí. A companhia foi criada pelas Leis Estaduais nº 2.281, de 27 de julho de 1962, e nº 2.387, de 12 de dezembro de 1962, com a finalidade de executar a política estadual de abastecimento de água e de esgotamento sanitário. De acordo com dados do SNIS (2023), a AGESPISA presta serviços de abastecimento de água, para 155 municípios piauienses, além de operar o sistema de esgotamento sanitário em 21 deles.

4.2.8 Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte (CAERN)

A Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte (CAERN), sediada em Natal, é uma sociedade de economia mista criada pela Lei Estadual nº 3.742, de 1969, com a finalidade

de prestar serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no estado do Rio Grande do Norte. Vinculada à Secretaria do Meio Ambiente e dos Recursos Hídricos (SEMARH), a companhia é responsável, segundo dados fornecidos pela SNIS (2023), pelo atendimento a 156 dos 167 municípios do estado com abastecimento de água e a 45 municípios com serviços de esgotamento sanitário.

4.2.9 Companhia de Saneamento de Sergipe (DESO)

A Companhia de Saneamento de Sergipe (DESO) é uma sociedade de economia mista criada em 25 de agosto de 1969, cuja maior parte acionária (99%) pertence ao Governo do Estado de Sergipe (DESO, 2025). De acordo com o SNIS (2023), a companhia atua em 72 dos 75 municípios sergipanos, fornecendo abastecimento de água a 1.890.071 habitantes, com um volume total consumido superior a 75 milhões de metros cúbicos por ano.

4.3 CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO SUL

A Região Sul é, neste estudo, composta por três concessionárias responsáveis pelos serviços de abastecimento de água, todas caracterizadas como Sociedades de Economia Mista com Administração Pública. Em conjunto, como mostra a Tabela 3, as companhias atendem a um total superior a 19,3 milhões de habitantes, distribuídos em mais de 8,3 milhões de economias ativas. As especificidades de cada concessionária são apresentadas nos subtópicos a seguir.

Tabela 3 - Concessionárias da Região Sul.

Estado	Concessionária	Natureza Jurídica	Municípios atendidos	População total atendida		Economias ativas	Extensão da rede
				-	(Habitantes)		
PR	SANEPAR	SEMAP	345	10.221.786	4.236.724	66.506,92	
RS	CORSAN	SEMAP	316	6.148.357	2.873.402	29.835,01	
SC	CASAN	SEMAP	194	2.962.645	1.234.591	15.236,42	
Total			855	19.332.788	8.344.717	111.578,35	

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2023), com ano base 2022.

4.3.1 Companhia de Saneamento do Paraná (SANEPAR)

A Companhia de Saneamento do Paraná (SANEPAR), fundada em 16 de abril de 1963, é responsável pela gestão dos serviços de abastecimento de água e coleta e tratamento de esgoto no estado do Paraná (SANEPAR, 2025). De acordo com o SNIS (2023), a SANEPAR atende 345 municípios, alcançando mais de 10 milhões de habitantes, equivalendo a aproximadamente 99% da população urbana do estado, o que, no contexto brasileiro, representa um indicador altamente relevante de cobertura e eficiência na prestação dos serviços.

4.3.2 Companhia Rio-Grandense de Saneamento (CORSAN)

A Companhia Riograndense de Saneamento (CORSAN) é uma empresa pública de economia mista que foi fundada em 28 de março de 1966 com a finalidade de executar estudos, projetos, construções e a operação de serviços públicos de abastecimento de água potável e esgotamento sanitário no Estado do Rio Grande do Sul (CORSAN, 2025). De acordo com o SNIS (2023), a CORSAN atua em 316 municípios gaúchos, atendendo a cerca de 6,1 milhões de habitantes com abastecimento de água.

4.3.3 Companhia Catarinense de Águas e Saneamento (CASAN)

A Companhia Catarinense de Águas e Saneamento (CASAN) é uma empresa pública de economia mista, que atua como concessionária no setor de saneamento básico em Santa Catarina. De acordo com o Portal de Serviços do Governo de Santa Catarina (2025), a CASAN tem sede em Florianópolis e coordena suas operações a partir de quatro Superintendências Regionais de Negócios localizadas em Rio do Sul, Chapecó, Criciúma e na própria capital. De acordo com o SNIS (2023), a companhia presta serviços de abastecimento de água em 194 municípios e de esgotamento sanitário em 29 deles.

4.4 CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO SUDESTE

A Região Sudeste conta com cinco concessionárias responsáveis pelos serviços de abastecimento de água, sendo quatro delas constituídas sob a forma de Sociedades de Economia

Mista e uma classificada como Empresa Pública. A região apresenta os maiores indicadores entre todas as analisadas, destacando-se pela maior população atendida, pelo maior número de economias ativas e pela maior extensão de rede de distribuição, como mostra a Tabela 4, refletindo a elevada concentração populacional, que demanda sistemas de abastecimento de maior porte e complexidade operacional. As particularidades de cada concessionária serão abordadas detalhadamente nos subtópicos subsequentes.

Tabela 4 - Concessionárias da Região Sudeste.

Estado	Concessionária	Natureza Jurídica	Municípios atendidos	População total atendida (Habitantes)	Economias ativas	Extensão da rede
			-		-	(km)
ES	CESAN	SEMAP	53	2.205.999	968.782	9.159,85
MG	COPASA	SEMAP	584	11.322.914	5.528.955	61.986,04
MG	COPANOR	Empresa pública	79	238.834	115.231	2.481,21
RJ	CEDAE	SEMAP	17	719.584	289.278	2.514,01
SP	SABESP	SEMAP	375	28.223.437	12.897.968	91.601,10
Total			1108	42.710.768	19.800.214	167.742,21

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2023), com ano base 2022.

4.4.1 Companhia Espírito-Santense de Saneamento (CESAN)

A Companhia Espírito-santense de Saneamento (CESAN) foi criada pela Lei Estadual nº 2.282, de 1967, e regulamentada pelo Decreto nº 2.575 do mesmo ano. Conforme informações do Governo do Estado do Espírito Santo (2025), a empresa tem como funções principais a captação, o tratamento e a distribuição de água, bem como a coleta e o tratamento de esgoto. A partir da publicação da Lei nº 9.772, em 2011, sua área de atuação foi ampliada, permitindo também a participação em atividades como limpeza urbana e manejo de resíduos sólidos (CESAN, 2025). De acordo com o SNIS (2023), a CESAN presta serviços de abastecimento de água em 53 municípios capixabas e de esgotamento sanitário em 36 deles.

4.4.2 Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA)

A Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA) teve origem na fundação da Companhia Mineira de Água e Esgoto (COMAG) em 1963, instituída pelo Governo do Estado

de Minas Gerais com a finalidade de prestar serviços públicos de abastecimento de água e de esgotamento sanitário. De acordo com a COPASA (2025), em 1974, após um processo de expansão e reestruturação, a empresa passou a ser denominada COPASA MG, consolidando-se como a principal operadora estadual do setor de saneamento. Conforme dados do SNIS (2023), a companhia atende 584 municípios com abastecimento de água e 228 com esgotamento sanitário.

4.4.3 COPASA Serviços De Saneamento Integrado do Norte e Nordeste de Minas Gerais S/A (COPANOR)

A COPANOR (COPASA Serviços de Saneamento Integrado do Norte e Nordeste de Minas Gerais S/A), de acordo com a AESBE (2025), foi criada em 2014 como uma subsidiária da COPASA, visando melhorar o atendimento de saneamento básico em Minas Gerais, especialmente nas regiões norte e nordeste do estado. Segundo dados do SNIS (2023), a COPANOR atende um total de 79 municípios com abastecimento de água, abrangendo um total de 238.834 habitantes, aproximadamente 22% da população total do estado. Dos 79 municípios abrangidos, 59 contam com a coleta do esgotamento sanitário.

4.4.4 Companhia Estadual de Águas e Esgotos (CEDAE)

A Companhia Estadual de Água e Esgoto do Rio de Janeiro (CEDAE) foi oficialmente instituída em 1975, a partir da fusão de três empresas: CEDAG, ESAG e SANERJ. Sua história está profundamente ligada ao desenvolvimento do saneamento básico no Brasil, com marcos desde o século XVI, como o primeiro poço escavado no Rio em 1561, e a construção do Aqueduto da Carioca em 1723 (CEDAE, 2025). A consolidação dos serviços se intensificou no século XIX com concessões a empresas estrangeiras, até culminar na fundação da CEDAE como operadora estadual responsável pelo abastecimento de água e esgotamento sanitário no Rio de Janeiro. Conforme dados do SNIS (2023), 719.584 de habitantes são atendidos pelo abastecimento de água, presente em 17 municípios fluminenses.

4.4.5 Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP)

A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) foi criada em 1973 por meio da fusão de diversas companhias públicas de saneamento atuantes no território paulista. Desde sua fundação, a SABESP tem se dedicado ao fornecimento de água potável, bem como à coleta e ao tratamento de esgoto, consolidando-se como uma das maiores empresas de saneamento do mundo (SABESP, 2025). Segundo dados do SNIS (2023), a companhia atende 375 municípios com abastecimento de água, alcançando aproximadamente 28,2 milhões de habitantes, e realiza a coleta de esgoto em 373 municípios. No contexto brasileiro, a ausência de coleta de esgoto em apenas dois municípios representa um indicador altamente significativo de cobertura e eficiência na prestação dos serviços.

4.5 CONCESSIONÁRIAS DA REGIÃO CENTRO-OESTE

A região Centro-Oeste é composta, como mostra a Tabela 5, por três concessionárias responsáveis pelos serviços de abastecimento de água, todas de sociedade de economia mista, sendo a região com o menor número de economias ativas entre as analisadas. Apesar de possuir apenas três concessionárias, sendo uma delas responsável pelo atendimento de um único município (Distrito Federal), a região não é a que abrange o menor número de municípios atendidos. Essa característica reflete uma distribuição territorial mais concentrada, mas com cobertura que se estende por áreas de significativa importância econômica e populacional. As concessionárias são melhor detalhadas nos subtópicos seguintes.

Tabela 5 - Concessionárias da Região Centro-Oeste.

Estado	Concessionária	Natureza Jurídica	Municípios atendidos	População total atendida	Economias ativas	Extensão da rede
			-	(Habitantes)	-	(km)
DF	CAESB	SEMAP	1	2.788.897	1.116.158	9.681,55
GO	SANEAGO	SEMAP	224	5.760.747	2.578.846	32.592,94
MS	SANESUL	SEMAP	68	1.339.074	560.430	10.797,71
Total			293	9.888.718	4.255.434	53.072,20

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2023), com ano base 2022.

4.5.1 Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal (CAESB)

A Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal (CAESB) é a responsável pela prestação dos serviços públicos de saneamento básico no Distrito Federal, em parte da Região Integrada de Desenvolvimento do Distrito Federal e Entorno (RIDE). Conforme informações da Associação Brasileira das Empresas Estaduais de Saneamento (2025), a CAESB é uma sociedade de economia mista que detém o monopólio da utilização e comercialização dos recursos hídricos no território do Distrito Federal, com contrato de exclusividade vigente até 21 de maio de 2032.

4.5.2 Saneamento de Goiás S/A (SANEAGO)

A Saneamento de Goiás S/A (SANEAGO), foi criada em 12 de novembro de 1960, com o objetivo de proporcionar serviços de saneamento básico em Goiás, de acordo com a SANEAGO (2025). Desde a sua fundação, a companhia tem se expandido e atualmente, segundo dados do SNIS (2023), a companhia atende 224 municípios, beneficiando aproximadamente 5,7 milhões de pessoas com o abastecimento de água, o que representa cerca de 78% da população goiana, que demandam um volume de água anual superior a 290 milhões de metros cúbicos.

4.5.3 Empresa de Saneamento de Mato Grosso do Sul S/A (SANESUL)

A Companhia de Saneamento de Mato Grosso do Sul (SANESUL) foi criada em 26 de janeiro de 1979, por meio do Decreto Estadual nº 071/79, após a divisão do antigo estado de Mato Grosso (SANESUL, 2025). Desde então, a empresa atua como entidade pública vinculada ao Governo do Estado de Mato Grosso do Sul, com autonomia administrativa e financeira. Conforme o SNIS (2023), a SANESUL atende 68 municípios com abastecimento de água e 58 com serviços de esgotamento sanitário.

5 METODOLOGIA

5.1 ESTRUTURA DA PESQUISA

A presente pesquisa adotou uma abordagem quantitativa, estruturada em duas etapas principais (DEA em dois estágios). Na primeira etapa, conduziu-se a modelagem da eficiência das concessionárias de abastecimento de água no Brasil via Análise Envoltória de Dados, e, para tanto, foram definidas as unidades de decisão (DMUs), correspondentes às 28 companhias regionais de abastecimento de água.

Em seguida, com o objetivo de obter uma compreensão mais abrangente do desempenho das unidades de análise, definiu-se a condução de três abordagens distintas: uma análise exclusivamente voltada à eficiência operacional, uma análise apenas ambiental, e uma análise conjunta (ecoeficiência), que combina os aspectos ambientais e de desempenho produtivo.

Com isso, foram selecionadas as variáveis de entrada (*inputs*) e saída (*outputs*) com base em revisão da literatura (detalhados no Tópico 5.2), onde os *inputs* representam os recursos utilizados para a operação dos sistemas de abastecimento, enquanto os *outputs* expressam seus respectivos produtos gerados.

Posteriormente, optou-se pela utilização do modelo BCC, que adota retornos variáveis de escala, o que permite considerar que as companhias não operam necessariamente em proporções fixas entre *inputs* e *outputs*, possibilitando ganhos ou perdas de eficiência conforme a escala de operação.

Além disso, adotou-se tanto a orientação a insumo (*input-oriented*), que busca minimizar os recursos utilizados mantendo o nível de produtos gerados, quanto a orientação a produto (*output-oriented*), que visa maximizar os resultados obtidos a partir dos mesmos recursos disponíveis, a depender do tipo de análise. As orientações definidas para cada análise encontram-se detalhadas no Tópico 5.2 deste trabalho.

Nas análises com orientação aos produtos, os escores de eficiência assumem valores superiores a 1, refletindo o potencial de expansão proporcional dos *outputs*. Para manter a comparabilidade entre os modelos estimados e padronizar a interpretação, esses valores foram transformados para a sua forma inversa (*1/eficiência*), permitindo que todas as métricas de eficiência sejam analisadas de maneira uniforme, em uma escala compreendida entre 0 e 1.

Na segunda etapa, os escores de eficiência estimados pela DEA foram utilizados como variável dependente em um modelo de regressão censurada do tipo Tobit, com o objetivo de identificar os fatores externos que influenciam o desempenho das concessionárias, permitindo compreender não apenas o nível de eficiência das companhias, mas também os determinantes associados às diferenças observadas entre elas.

Para tal, foram selecionados indicadores estratégicos que representam o ambiente operacional das concessionárias. A análise incluiu o Produto Interno Bruto (PIB) per capita do estado (Li *et al.*, 2022; Yang, 2020), introduzido como um indicador macroeconômico local. Adicionalmente, foi incluído o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) por estado (Ferreira, 2025), contemplando dimensões como saúde, educação e renda. Também foi incorporada a densidade demográfica (Mocholi-Arce *et al.*, 2022; Li *et al.*, 2022; Yang, 2020), integrando ao estudo as características geográficas regionais do país.

Para aprimorar a sensibilidade e a interpretação dos resultados da regressão Tobit, procedeu-se a um ajuste de escala das variáveis socioeconômicas. O PIB per capita foi dividido por 1.000.000, de modo que cada unidade passasse a representar um aumento de um milhão de reais, facilitando a leitura dos coeficientes. Da mesma forma, o IDH foi multiplicado por 10, permitindo que variações muito pequenas, típicas desse indicador, fossem captadas pelo modelo, de forma que uma unidade na regressão corresponde a 0,1 ponto no IDH real. Esses ajustes não alteram a relação entre as variáveis, mas tornam os coeficientes mais interpretáveis e estatisticamente estáveis.

Essas variáveis, consideradas exógenas e fora do controle gerencial das concessionárias, foram incorporadas ao modelo Tobit como variáveis independentes, com o intuito de testar a hipótese de que o desempenho da gestão é moldado pelas condições ambientais e sociais da Unidade da Federação onde a concessionária opera.

5.2 COLETA E PREPARAÇÃO DOS DADOS

Os dados utilizados na Análise Envoltória de Dados foram obtidos a partir do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS), fonte oficial e amplamente reconhecida de dados sobre os serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no Brasil, e por meio da plataforma do Sistema de Registro Nacional de Emissões (SIRENE), plataforma do governo federal voltada ao monitoramento e à divulgação de dados sobre emissões atmosféricas.

Para garantir a atualidade e a relevância das análises, foram utilizados os cinco anos mais recentes de dados disponibilizados pelo SNIS, correspondentes ao período de 2018 a 2022. Vale ressaltar que não foram utilizados dados mais recentes provenientes do Sistema Nacional de Informações de Saneamento (SINISA) de modo a evitar possíveis vieses nas análises decorrentes de mudanças metodológicas e estruturais entre as bases de dados.

Para as variáveis contextuais utilizadas na regressão Tobit, o PIB per capita estadual e a densidade demográfica foram obtidos junto ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), órgão oficial responsável pela produção de estatísticas econômicas do país, e o IDH foi extraído do Atlas Brasil, plataforma elaborada pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) e seus parceiros. Ambas as fontes são oficiais e consolidadas, garantindo a confiabilidade dos dados utilizados para mensurar o impacto do desenvolvimento econômico e social sobre a eficiência das concessionárias.

Entretanto, observou-se uma limitação temporal na coleta de dados do IDH. Tendo em vista que, até a conclusão desta pesquisa, os dados oficiais consolidados referentes ao ano de 2022 ainda não estavam disponíveis nas plataformas do Atlas Brasil, optou-se por utilizar o valor do IDH do ano anterior (2021) como valor representativo, mantendo a fidelidade à condição de desenvolvimento socioeconômico da Unidade da Federação, uma vez que o IDH é um indicador estrutural que demonstra baixa volatilidade no curto prazo.

A definição dos parâmetros de entrada e saída desta pesquisa baseou-se no estudo de Chaves *et al.* (2024), que, como mencionado anteriormente, realizou uma revisão sistemática sobre a avaliação do desempenho de prestadores de serviços de abastecimento de água no Brasil. O trabalho analisou 44 publicações, abrangendo o período de 2004 a 2023, e evidenciou a diversidade de variáveis utilizadas em modelos DEA. Tais indicadores, apesar da heterogeneidade, podem ser agrupados em duas categorias: índices operacionais e índices econômicos. A Tabela 6 apresenta aqueles que foram identificados com frequência igual ou superior a cinco.

Tabela 6 - Indicadores mais utilizados em pesquisas DEA.

	Indicador	Frequência
Operacional	Cobertura dos serviços (percentual)	21
	Perdas de água (percentual ou por ligação)	14
	Extensão da rede	12
	Número de ligações	12
	Medição da água (micro ou macromedição)	10

	Água produzida (volume)	8
	Água faturada (volume)	8
	Número de clientes ou economias	7
	População atendida (habitantes)	6
	Água consumida (por ligação ou per capita)	5
Econômico	Custos e/ou despesas	20
	Mão de obra (número de empregados ou despesa)	12
	Água não faturada	7
	Energia elétrica (despesa ou consumo)	5

Fonte: Adaptado de Chaves *et al.* (2024).

5.2.1 Dados da análise da eficiência operacional

A análise exclusivamente operacional concentra-se na eficiência produtiva tradicional, cujo objetivo é identificar quais unidades conseguem transformar de forma mais eficaz os recursos disponíveis em produtos ou serviços. Esse enfoque prioriza a relação entre insumos e resultados, permitindo mensurar o desempenho das concessionárias sob a ótica da produtividade. No entanto, essa análise inicial não incorpora variáveis de caráter ambiental.

Para essa abordagem foram utilizados dois *inputs*: a despesa média anual por empregado e o índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água. Como *outputs*, adotaram-se três variáveis representativas do desempenho técnico e da cobertura dos serviços: a população total atendida com abastecimento de água, o volume de água faturado e o índice de atendimento total de água. A orientação do modelo para a análise da eficiência operacional é à *input*. A Tabela 7 mostra resumidamente os parâmetros com seus respectivos códigos do SNIS e a orientação utilizados na análise da eficiência operacional.

Tabela 7 - Parâmetros e orientação da análise da eficiência operacional.

Inputs	Outputs
IN008 - Despesa média anual por empregado (R\$/empregado)	AG001 - População total atendida com abastecimento de água (habitantes)
IN058 - Índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água (kWh/m ³)	AG011 - Volume de água faturado (1.000 m ³ /ano)
IN055 - Índice de atendimento total de água (%)	
Orientação: <i>Inputs</i>	

Fonte: O autor (2025).

5.2.2 Dados da análise da eficiência ambiental

Para a realização da análise ambiental, verificou-se uma limitação importante: o SNIS não disponibiliza dados específicos sobre as emissões de dióxido de carbono (CO₂) geradas pelas concessionárias de abastecimento de água, e tampouco há bases públicas consolidadas com essas informações. Diante disso, adotou-se como alternativa metodológica a estimativa das emissões indiretas de CO₂ a partir do consumo de energia elétrica nos sistemas de água, utilizando os fatores médios de emissão disponibilizados pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), por meio da plataforma do Sistema de Registro Nacional de Emissões (SIRENE).

Para tanto, foi selecionado o “Fator médio – Inventários corporativos”, o qual representa a média ponderada das emissões por unidade de energia consumida, considerando a matriz elétrica brasileira em um determinado ano. Este fator é calculado a partir dos dados consolidados dos inventários setoriais e é indicado para organizações que desejam mensurar suas emissões com base em seu consumo energético, mesmo sem informações diretas sobre a fonte específica de geração elétrica utilizada (BRASIL, 2025). A Tabela 8 apresenta o fator médio mensal para o cálculo indireto da emissão de gás carbônico de todos os anos da análise.

Tabela 8 - Fator médio mensal para os cálculos da emissão de CO₂.

Mês	Fator Médio Mensal (tCO ₂ /MWh)				
	2018	2019	2020	2021	2022
Janeiro	0,0640	0,0355	0,0916	0,1164	0,0732
Fevereiro	0,0608	0,0667	0,0558	0,0820	0,0503
Março	0,0635	0,0530	0,0384	0,0673	0,0406
Abril	0,0523	0,0514	0,0296	0,0764	0,0216
Maio	0,0607	0,0482	0,0358	0,0883	0,0280
Junho	0,0915	0,0426	0,0491	0,1491	0,0441
Julho	0,1076	0,0906	0,0400	0,1634	0,0419
Agosto	0,1181	0,1070	0,0414	0,1743	0,0457
Setembro	0,1182	0,1024	0,0329	0,1699	0,0491
Outubro	0,0802	0,1040	0,0961	0,1786	0,0471
Novembro	0,0366	0,1078	0,1191	0,1484	0,0402
Dezembro	0,0343	0,0913	0,1109	0,1029	0,0294
Mediana	0,0638	0,0787	0,0453	0,1324	0,0430
Média	0,0740	0,0750	0,0617	0,1264	0,0426

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de BRASIL (2025).

Com isso, foi possível estimar as emissões de CO₂ de forma indireta e padronizada, a partir da multiplicação do fator médio anual de emissão de dióxido de carbono pelo índice de consumo total de energia elétrica nos sistemas de água (AG028) declarado pelas concessionárias, possibilitando a inclusão dessa variável nas análises do estudo.

Para essa abordagem, foram utilizados dois *inputs*: a despesa média anual por empregado e o índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água. Como *outputs*, adotou-se três variáveis representativas do desempenho ambiental: índice de perdas por ligação, índice de perdas na distribuição (IN049) em relação à extensão total da rede (AG005), para manter a coerência entre os valores, além da emissão de dióxido de carbono. Vale ressaltar que os três parâmetros utilizados como variáveis de saída serão tratados como *outputs* indesejáveis. A orientação do modelo para a análise é à *output*, como mostra a Tabela 9.

Tabela 9 - Parâmetros e orientação da análise da eficiência ambiental.

<i>Inputs</i>	<i>Outputs</i>
IN008 - Despesa média anual por empregado (R\$/empregado)	IN051 - Índice de perdas por ligação (l/lig./dia)
IN058 - Índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água (kWh/m ³)	PRDs - Índice de perdas na distribuição por extensão da rede (%/km) *
<u>CO₂ - Emissão de dióxido de carbono (tCO₂) *</u>	
Orientação: <i>Outputs</i>	

* A variável, por se tratar de um parâmetro indireto, não possui código no SNIS.

Fonte: O autor (2025).

5.2.3 Dados da análise da ecoeficiência

A análise da ecoeficiência busca integrar, em uma única estrutura, aspectos relacionados aos dois tópicos anteriores: eficiência operacional e desempenho ambiental das unidades de análise. Ao combinar variáveis produtivas e ambientais, essa abordagem permite uma avaliação mais abrangente e alinhada aos princípios do desenvolvimento sustentável. Para isso, foram utilizados os mesmos *inputs* adotados nas análises anteriores (IN008 e IN058), e como *outputs*, foram considerados tanto indicadores operacionais, como a população total atendida com abastecimento de água (AG001), quanto as variáveis ambientais, como o índice de perdas por

ligação (IN051) e emissão de dióxido de carbono, onde essas também serão tratadas como *outputs* indesejáveis. A orientação do modelo será à *output*, como mostra a Tabela 10.

Tabela 10 - Parâmetros e orientação da análise da ecoeficiência.

<i>Inputs</i>	<i>Outputs</i>
IN008 - Despesa média anual por empregado (R\$/empregado)	AG001 - População total atendida com abastecimento de água (habitantes)
IN058 - Índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água (kWh/m ³)	IN051 - Índice de perdas por ligação (l/lig./dia) CO ₂ - Emissão de dióxido de carbono (tCO ₂) *

Orientação: *Outputs*

* A variável, por se tratar de um parâmetro indireto, não possui código no SNIS.

Fonte: O autor (2025).

De forma complementar, a Tabela 11 apresenta as estatísticas descritivas das variáveis consideradas na análise, permitindo uma visão geral da distribuição dos dados e da variabilidade entre as concessionárias avaliadas. A análise descritiva auxilia, portanto, na identificação de possíveis discrepâncias, tendências e padrões que possam influenciar o desempenho operacional e ambiental das unidades estudadas.

Tabela 11 - Estatística descritiva dos parâmetros utilizados (2018-2022).

	Variável	Soma	Máx.	Mín.	Média	Mediana	Desv. Pad.
<i>Inputs</i>	IN008	20.134.742,75	465.687,42	31.743,13	143.819,59	139.300,05	73.140,63
	IN058	102,78	1,53	0,25	0,73	0,73	0,27
<i>Outputs</i>	AG001	608.209.486,00	30.539.511,00	19.150,00	4.344.353,47	2.269.742,50	5.910.614,90
	AG011	37.056.362,52	2.189.613,39	3.759,45	264.688,30	129.551,28	430.676,75
	IN051	72.195,64	2.234,60	97,00	515,68	327,04	435,93
	IN055	9.547,57	99,00	2,61	68,20	78,65	23,48
	PRDs	3,9884	0,0004	0,0020	0,0046	0,0285	0,0111
	CO ₂	3.400.394,74	288.355,70	167,84	24.288,53	12.766,40	37.276,67

Fonte: O autor (2025). Nota: Elaborado com informações de SNIS (2019-2023)

Devido às diferentes magnitudes entre as variáveis utilizadas, todos os valores foram normalizados em relação ao seu valor máximo, de modo que passassem a variar entre 0 e 1. Tal padronização é fundamental, uma vez que evita que variáveis com maior escala numérica

exerçam influência desproporcional sobre os resultados, garantindo uma comparação equilibrada e uma interpretação mais consistente dos escores de eficiência.

Além disso, durante a análise dos dados, verificou-se a existência de inconsistências nos registros referentes ao ano de 2018 para a Agência Tocantinense de Saneamento (ATS). As falhas foram identificadas especificamente nos parâmetros Consumo total de energia elétrica nos sistemas de água (AG028), utilizado no cálculo das emissões de dióxido de carbono associadas ao consumo energético, e Índice de consumo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água (IN058), utilizado diretamente como *input* em todas as análises.

Para o parâmetro AG028, adotou-se uma reconstrução do valor por meio de regressão linear (Ribeiro, 2021), considerando as séries históricas disponíveis dos anos anteriores (2013 a 2015) e posteriores (2019 a 2022), de modo a estimar o valor correspondente ao ano ausente. Já para o parâmetro IN058, o valor foi obtido a partir da razão entre o valor encontrado para o parâmetro AG028 e o volume de água produzido (AG006), conforme informações disponibilizadas pelo SNIS, assegurando a coerência interna entre os indicadores e a continuidade das análises subsequentes.

5.3 LINGUAGEM R E SOFTWARE RSTUDIO

Para a execução das etapas metodológicas propostas, foi utilizada a linguagem R, amplamente reconhecida por sua robustez em análise estatística e modelagem quantitativa (Ritter; They; Konzen, 2019). A aplicação da DEA foi implementada nessa mesma linguagem, devido à sua flexibilidade, confiabilidade estatística e ampla adoção nos meios acadêmico e profissional, especialmente em estudos voltados à avaliação de eficiência produtiva.

O R é uma linguagem de programação de código aberto voltada para computação estatística, que se destaca por sua capacidade de lidar com grandes volumes de dados, por sua integração com pacotes estatísticos de última geração e pela forte comunidade científica que contribui continuamente para seu desenvolvimento (R Core Team, 2023).

Para apoiar a implementação dos procedimentos metodológicos, a organização dos dados e a interpretação dos resultados, adotou-se o ambiente de desenvolvimento integrado RStudio. Conforme Allaire, *et al.* (2023), o RStudio expande as funcionalidades da linguagem R ao oferecer uma interface gráfica intuitiva, suporte a projetos organizados, controle de versões e integração com bibliotecas externas, consolidando-se como um padrão de facto em pesquisas acadêmicas que demandam elevado rigor metodológico.

Especificamente, os pacotes utilizados para a análise DEA foram o deaR, o FEAR e o *benchmarking*, ambos amplamente referenciados na literatura técnica da área. O pacote deaR foi utilizado para facilitar a implementação de modelos com diferentes orientações e retornos de escala, e para padronizar os objetos gerados, o que facilitará o encadeamento com a análise estatística seguinte. O pacote FEAR foi empregado para realizar os testes estatísticos associados ao teste de separabilidade, permitindo operacionalizar procedimentos formais de verificação das hipóteses necessárias para a regressão Tobit.

O pacote *benchmarking*, por sua vez, descrito por Bogetoft e Otto (2010) como uma ferramenta robusta para modelagens DEA básicas e avançadas, foi utilizado no estudo comparativo pela precisão e simplicidade de seu código, além de ser compatível com os princípios da reproduzibilidade científica, algo essencial para estudos empíricos que envolvem avaliação e comparação entre unidades decisórias. As equações empregadas pelos pacotes deaR e *benchmarking* encontram-se descritas no Tópico 3.3.2 deste trabalho.

A Análise Envoltória de Dados requer que todas as variáveis utilizadas, tanto de entrada quanto de saída, assumam valores não negativos e estejam orientadas na mesma direção de otimização do modelo. No entanto, nas análises da eficiência ambiental e da ecoeficiência, há a presença de variáveis de saída indesejáveis (perdas na distribuição, perdas por ligação e emissão de dióxido de carbono), cujos aumentos não representam melhoria de desempenho. Para contornar essa incompatibilidade, os pacotes utilizados adotam a transformação aditiva de dados (Equação 19) proposta por Seiford e Zhu (2002).

$$y_{rj}^* = y_r^{max} - y_{rj} + 1 \quad (19)$$

onde y_{rj}^* representa o valor transformado do *output* indesejável r para a unidade j ; y_r^{max} é o valor máximo observado na amostra; e y_{rj} é o valor original do *output* indesejável.

Essa abordagem consiste em inverter a direção dos *outputs* indesejáveis de modo que valores originalmente elevados (indicativos de ineficiência) passem a assumir valores reduzidos, compatíveis com a lógica de maximização da DEA. Essa transformação é linear, simples e decrescente, ou seja, preserva a ordenação relativa dos dados, ou seja, quanto maior o valor original do indicador indesejável, menor será o valor transformado (y_{rj}^*). Dessa forma, as variáveis passam a se comportar como *outputs* “desejáveis”, sem distorcer as relações proporcionais entre as unidades avaliadas.

Para a aplicação da Regressão Tobit, foi utilizado o pacote AER, uma das principais bibliotecas utilizadas para a estimação da eficiência em R, que disponibiliza a função Tobit para modelagem com censura inferior, superior ou bilateral. As estimativas foram obtidas por meio do método da máxima verossimilhança.

Complementarmente, outra biblioteca relevante utilizada foi a censReg, que também permite ajustar modelos Tobit com maior flexibilidade quanto à especificação da censura. Esse pacote possibilita maior controle sobre os parâmetros da função de verossimilhança em amostras com censura assimétrica ou observações múltiplas por unidade. As equações empregadas pelos pacotes utilizados encontram-se apresentadas no Tópico 3.6 deste trabalho.

Com base nas etapas apresentadas, considera-se concluída a metodologia adotada para o desenvolvimento deste estudo. As definições acerca das variáveis, do tratamento estatístico dos dados, das transformações e dos procedimentos analíticos empregados asseguram a consistência e a robustez do modelo proposto. Dessa forma, o delineamento metodológico descrito estabelece o suporte necessário para a realização das análises propostas, permitindo a transição para a etapa seguinte, na qual serão apresentados e discutidos os resultados obtidos.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados da pesquisa, correspondentes à avaliação da eficiência operacional, ambiental e ecoeficiente das concessionárias analisadas. Além disso, examina-se a influência de fatores contextuais por meio da regressão Tobit, bem como a comparação dos diferentes tipos de eficiência tanto por unidade avaliada quanto por região do país, permitindo uma interpretação mais clara e articulada dos resultados, oferecendo uma visão abrangente e sistematizada do desempenho das unidades gestoras de serviços de abastecimento de água.

6.1 RESULTADOS DA EFICIÊNCIA OPERACIONAL

Na Tabela 12 são apresentados os resultados da eficiência operacional referentes aos anos de 2018 a 2022. Os resultados revelam um conjunto de 4 concessionárias que se mantiveram consistentemente eficientes ao longo dos anos avaliados: CAESB (DF), SABESP (SP), CAER (RR) e ATS (TO). Além delas, destaca-se também a SANEPAR (PR), que apresentou desempenho eficiente em todos os anos, com pequena oscilação em 2020.

Por outro lado, observa-se um grupo de prestadoras que apresentaram eficiência média abaixo de 50% ao longo da série histórica, evidenciando desafios operacionais persistentes e limitações estruturais mais profundas, que dificultam ganhos consistentes de produtividade. Esse conjunto inclui a CASAL (AL), COSANPA (PA), CAGEPA (PB), AGESPISA (PI), e DESO (SE), todas com desempenho sistematicamente inferior ao observado no restante das concessionárias analisadas.

Além disso, algumas concessionárias apresentaram significativas variações na eficiência ao longo do período. A DEPASA/SANEACRE (AC) mostrou uma grande evolução, partindo de níveis intermediários em 2018 e alcançando eficiência plena em 2021 e 2022. Em contraste, a SANEATINS (TO) iniciou a análise com desempenho máximo em 2018 e 2019, mas registrou queda nos anos seguintes, revelando dificuldades na manutenção da eficiência alcançada.

Tabela 12 - Resultados da eficiência operacional entre 2018 e 2022.

Concessionária (DMU)	Ano					Média
	2018	2019	2020	2021	2022	
DEPASA / SANEACRE (AC)	0,60	0,76	0,75	1,00	1,00	0,82
CASAL (AL)	0,45	0,41	0,35	0,36	0,43	0,40
COSAMA (AM)	0,88	1,00	1,00	0,93	0,83	0,93
CAESA (AP)	0,78	1,00	1,00	0,72	0,87	0,87
EMBASA (BA)	0,67	0,72	0,56	0,55	0,53	0,60
CAGECE (CE)	0,57	0,57	0,62	0,54	0,52	0,56
CAESB (DF)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CESAN (ES)	0,62	0,67	0,61	0,53	0,47	0,58
SANEAGO (GO)	0,60	1,00	1,00	0,68	0,68	0,79
CAEMA (MA)	0,74	0,55	0,58	0,56	0,53	0,59
COPASA (MG)	0,77	0,82	0,76	0,67	0,77	0,76
COPANOR (MG)	1,00	0,70	1,00	0,64	0,83	0,83
SANESUL (MS)	0,61	0,64	0,52	0,50	0,46	0,55
COSANPA (PA)	0,38	0,38	0,39	0,41	0,42	0,40
CAGEPA (PB)	0,49	0,52	0,44	0,40	0,37	0,44
COMPESA (PE)	0,72	0,74	0,66	0,62	0,62	0,67
AGESPISA (PI)	0,42	0,42	0,44	0,52	0,45	0,45
SANEPAR (PR)	1,00	1,00	0,93	1,00	1,00	0,99
CEDAE (RJ)	0,78	0,80	1,00	0,66	1,00	0,85
CAERN (RN)	0,59	0,58	0,49	0,45	0,51	0,53
CAERD (RO)	0,53	0,61	0,65	0,50	0,46	0,55
CAER (RR)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CORSAN (RS)	0,52	0,59	0,54	0,50	0,47	0,52
CASAN (SC)	0,50	0,74	0,57	0,52	0,50	0,57
DESO (SE)	0,40	0,57	0,32	0,32	0,54	0,43
SABESP (SP)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANEATINS (TO)	1,00	1,00	0,74	0,62	0,56	0,79
ATS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fonte: O autor (2025).

De forma complementar à análise dos escores de eficiência, a Tabela 13 apresenta a distribuição das concessionárias por classes de desempenho, considerando a média dos resultados da Análise Envoltória de Dados referentes aos anos analisados. Tal Tabela exibe a

quantidade de concessionárias para cada classe, os valores de desvio padrão médio (DPm), e o mínimo e máximo observados em cada grupo.

Tabela 13 - Distribuição da eficiência operacional por classes.

Classes	Quantidade	DPm	Mínimo	Máximo
0,40 - 0,49	5	0,02	0,40	0,45
0,50 - 0,59	8	0,02	0,52	0,59
0,60 - 0,69	2	0,05	0,60	0,67
0,70 - 0,79	3	0,02	0,76	0,79
0,80 - 0,89	4	0,02	0,82	0,87
0,90 - 1,00	6	0,03	0,93	1,00

Fonte: O autor (2025).

Antes da aplicação da regressão Tobit, faz-se necessário verificar a validade da condição de separabilidade, a fim de identificar se os fatores ambientais alteram ou não a fronteira de eficiência. Para isso, foi realizado o teste de separabilidade, cujo resultado é interpretado a partir do P-Valor. O Teste de Separabilidade retorna dois P-valores: o primeiro, geralmente mais estrito, e o segundo, associado a uma variação da medida de distância, são fornecidos para atestar a robustez do resultado e estão dispostos na Tabela 14.

Tabela 14 - Estatísticas do teste de separabilidade para a análise operacional.

Ano	PIB		IDH		Dens. Demográfica	
	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2
2018	0,447	0,568	0,447	0,568	0,447	0,568
2019	0,777	0,880	0,777	0,880	0,552	0,568
2020	0,594	0,997	0,594	0,997	0,485	0,800
2021	0,509	0,768	0,057	0,342	0,480	0,451
2022	0,686	0,943	0,686	0,943	0,686	0,943

Fonte: O autor (2025).

Como, na análise realizada, todos os P-Valores foram superiores a 0,05, não há evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula de separabilidade, segundo a qual as variáveis ambientais não alteram a fronteira tecnológica. Dessa forma, conclui-se que a

condição de separabilidade é satisfeita, permitindo prosseguir de forma adequada com a aplicação da Regressão Tobit no segundo estágio, conforme a Tabela 15.

Tabela 15 - Resultados da regressão Tobit da análise operacional.

Coeficientes e Efeito Marginal					
Variáveis	Coeficiente	Erro padrão	Estatística t	Pr (> t)	Efeito Marginal
PIB	9,370	4,000	2,346	0,020	7,766
IDH	0,323	0,129	2,100	0,036	0,271
Dens.	0,001	0,001	1,367	0,203	0,001
Estatísticas de Ajustamento (Verossimilhança)					
Variáveis	Constante	Sigma	Log	X ²	Pr (> X ²)
PIB	0,439	0,255	-7,851	6,348	0,014
IDH	-1,675	0,252	-7,916	6,218	0,023
Dens.	0,682	0,276	-9,826	2,398	0,187

Fonte: O autor (2025).

A análise da regressão Tobit evidenciou que o modelo é estatisticamente consistente para duas das variáveis investigadas: PIB per capita e IDH. O Teste da Razão de Verossimilhança (X²) reforça essa conclusão, já que ambos os modelos apresentaram P-valores inferiores a 0,05, demonstrando que a inclusão dessas variáveis melhora significativamente o poder explicativo do modelo em relação ao modelo nulo. Em contraste, o modelo estimado com a densidade demográfica não apresentou significância estatística (P-valor = 0,187), sendo, portanto, considerado um fator não determinante na explicação da eficiência.

Quanto aos coeficientes, o PIB per capita apresentou P-valor de 0,020, confirmando sua significância ao nível de 5%. Seu efeito marginal indica que um acréscimo de R\$ 1.000.000 no PIB per capita está associado a um aumento aproximado de 7,766% na eficiência operacional das concessionárias. De forma semelhante, o IDH apresentou significância estatística (P-valor = 0,036), e seu efeito marginal revela que um aumento de um ponto na escala utilizada (0,1) está relacionado a um incremento de 0,271% na eficiência operacional.

6.2 RESULTADOS DA EFICIÊNCIA AMBIENTAL

A análise ambiental, por sua vez, revela um cenário mais favorável em comparação aos resultados operacionais, com um número expressivo de concessionárias alcançando eficiência máxima ao longo do período avaliado, como mostra a Tabela 16.

Tabela 16 - Resultados da eficiência ambiental entre 2018 e 2022.

Concessionária (DMU)	Ano					Média
	2018	2019	2020	2021	2022	
DEPASA / SANEACRE (AC)	0,62	1,00	0,57	1,00	1,00	0,84
CASAL (AL)	0,70	0,74	0,68	0,58	0,60	0,66
COSAMA (AM)	0,58	1,00	1,00	0,61	0,64	0,77
CAESA (AP)	0,64	1,00	1,00	0,64	1,00	0,86
EMBASA (BA)	0,80	0,97	0,72	0,74	0,72	0,79
CAGECE (CE)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CAESB (DF)	0,79	0,79	0,75	0,71	0,72	0,75
CESAN (ES)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANEAGO (GO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CAEMA (MA)	1,00	0,67	0,58	0,61	0,59	0,69
COPASA (MG)	1,00	1,00	0,87	0,80	1,00	0,94
COPANOR (MG)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANESUL (MS)	0,78	0,79	0,75	0,73	0,78	0,77
COSANPA (PA)	0,64	0,63	0,62	0,61	0,64	0,63
CAGEPA (PB)	0,69	0,69	0,68	0,71	0,83	0,72
COMPESA (PE)	0,79	0,65	0,64	0,65	0,63	0,67
AGESPISA (PI)	0,73	0,70	0,67	0,65	0,66	0,68
SANEPAR (PR)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CEDAE (RJ)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CAERN (RN)	0,65	0,67	0,69	0,66	0,69	0,67
CAERD (RO)	0,65	1,00	1,00	0,81	0,61	0,82
CAER (RR)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CORSAN (RS)	0,81	0,82	0,76	0,73	0,77	0,78
CASAN (SC)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DESO (SE)	0,65	0,66	0,65	0,65	0,62	0,65
SABESP (SP)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANEATINS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
ATS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fonte: O autor (2025).

Entre as prestadoras que se mantiveram consistentemente eficientes em todos os anos estão CAGECE (CE), CESAN (ES), SANEAGO (GO), COPANOR (MG), SANEPAR (PR), CEDAE (RJ), CAER (RR), CASAN (SC), SABESP (SP), SANEATINS (TO) e ATS (TO). Essas concessionárias demonstram um sólido domínio sobre os aspectos ambientais do abastecimento de água, indicando controle efetivo das perdas, boa gestão de recursos hídricos e processos alinhados a práticas sustentáveis.

Por outro lado, algumas prestadoras apresentaram desempenho ambiental sistematicamente inferior, com médias de eficiência situadas abaixo de 70%. Entre elas destacam-se CASAL (AL), CAEMA (MA) COSANPA (PA), COMPESA (PE), AGESPISA (PI), CAERN (RN), DESO (SE). Embora não sejam, em sua maioria, casos críticos, os resultados sugerem a existência de limitações estruturais e desafios persistentes na gestão ambiental.

Além disso, algumas concessionárias demonstraram padrões de variação relevantes ao longo do período de análise. A DEPASA/SANEACRE (AC), por exemplo, alternou entre anos de eficiência plena e anos de desempenho abaixo dos 60%, alcançando uma média elevada, mas marcada por oscilações significativas. Assim como a CAERD (RO) que apresentou forte evolução entre 2018 e 2020, atingindo eficiência máxima por dois anos consecutivos, embora com queda brusca nos anos subsequentes.

Complementando a interpretação dos escores médios, a Tabela 17 organiza as concessionárias em faixas de desempenho, permitindo visualizar a distribuição das prestadoras segundo as classes definidas a partir dos resultados obtidos na Análise Envoltória de Dados ao longo do período considerado.

Tabela 17 - Distribuição da eficiência ambiental por classes.

Classes	Quantidade	DPm	Mínimo	Máximo
0,60 - 0,69	7	0,02	0,63	0,69
0,70 - 0,79	6	0,02	0,72	0,79
0,80 - 0,89	3	0,02	0,82	0,86
0,90 - 1,00	12	0,02	0,94	1,00

Fonte: O autor (2025).

Em continuidade ao procedimento metodológico, foi novamente aplicado o teste de separabilidade para verificar se as variáveis contextuais influenciam a posição da fronteira de

eficiência da análise ambiental. Os resultados, sintetizados na Tabela 18, baseiam-se nos P-valores produzidos pelo teste e indicam se a estrutura da fronteira permanece consistente diante da inclusão dos fatores externos avaliados.

Tabela 18 - Estatísticas do teste de separabilidade para a análise ambiental.

Ano	PIB		IDH		Dens. Demográfica	
	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2
2018	0,657	0,649	0,628	0,978	0,628	0,978
2019	0,790	0,858	0,790	0,858	0,790	0,858
2020	0,724	0,365	0,724	0,365	0,724	0,365
2021	0,755	0,835	0,755	0,835	0,755	0,835
2022	0,871	0,402	0,871	0,402	0,871	0,402

Fonte: O autor (2025).

Diante dos resultados obtidos, observa-se que todos os P-valores permanecem acima do limite de 0,05, o que indica ausência de evidências para rejeitar a hipótese nula de separabilidade. Isso significa que os fatores contextuais não modificam a posição da fronteira estimada e, portanto, o modelo mantém sua coerência interna. Assim, a condição necessária é atendida, permitindo o avanço seguro para a etapa seguinte, em que a Regressão Tobit é empregada para avaliar os efeitos dos determinantes externos sobre os escores de eficiência, ilustrados na tabela 19.

Tabela 19 - Resultados da regressão Tobit da análise ambiental.

Coeficientes e Efeito Marginal					
Variáveis	Coeficiente	Erro padrão	Estatística t	Pr (> t)	Efeito Marginal
PIB	3,821	3,420	1,128	0,274	2,233
IDH	0,348	0,133	2,622	0,011	0,207
Dens.	0,000	0,001	-0,041	0,795	0,000
Estatísticas de Ajustamento (Verossimilhança)					
Variáveis	Constante	Sigma	Log	X ²	Pr (> X ²)
PIB	0,823	0,277	-12,187	1,318	0,276
IDH	-1,646	0,242	-9,342	7,008	0,010
Dens.	0,954	0,287	-12,798	0,097	0,795

Fonte: O autor (2025).

A avaliação dos modelos Tobit revelou comportamentos distintos entre as variáveis consideradas. O modelo estimado com o IDH apresentou significância estatística global, conforme indicado pelo Teste da Razão de Verossimilhança, cujo P-valor foi igual a 0,010. Esse resultado demonstra que a inclusão do IDH contribui de forma significativa para explicar as variações nos escores de eficiência. Em contrapartida, os modelos formulados com o PIB per capita e com a densidade demográfica não atingiram o nível convencional de significância, apresentando P-valores de 0,276 e 0,795, respectivamente, o que indica que essas variáveis não ampliam de maneira estatisticamente relevante o ajuste do modelo.

No exame dos coeficientes individuais, o IDH apresentou P-valor de 0,011, confirmando a significância ao nível de 5% e sugerindo que o índice exerce influência positiva sobre o desempenho das concessionárias. O efeito marginal associado revela que um aumento de 0,1 ponto no IDH está associado a um incremento de aproximadamente 0,207% ponto na eficiência ambiental esperada.

Em sentido oposto, o PIB per capita apresentou coeficiente positivo, mas sem significância estatística (P-valor = 0,274), indicando ausência de evidências robustas de que maiores níveis de renda per capita, isoladamente, contribuem para elevar a eficiência. Já a densidade demográfica exibiu coeficiente praticamente nulo e um P-valor elevado (0,795), reforçando que este fator não se mostra determinante na explicação das diferenças observadas no desempenho das concessionárias.

6.3 RESULTADOS DA ECOEFICIÊNCIA

A avaliação dos escores médios de ecoeficiência (Tabela 20) revela um quadro marcado por elevada heterogeneidade entre as concessionárias ao longo do período analisado. Observa-se um conjunto de 6 de prestadores que atingiram desempenho eficiente em todos os anos: CAGECE (CE), SANEAGO (GO), COPANOR (MG), CAER (RR), SABESP (SP) e ATS (TO), indicando operações capazes de equilibrar produtividade e impactos ambientais.

Em contraste, as concessionárias CASAL (AL), COSANPA (PA) e DESO (SE), apresentaram médias inferiores a 70%, sugerindo desafios contínuos na integração entre desempenho operacional e gestão ambiental. De forma geral, a distribuição dos resultados evidencia que, embora exista um grupo consolidado de prestadores ambientalmente eficientes, há também concessionárias que ainda operam com margem expressiva para melhorias.

Tabela 20 - Resultados da ecoeficiência entre 2018 e 2022.

Concessionária (DMU)	Ano					Média
	2018	2019	2020	2021	2022	
DEPASA / SANEACRE (AC)	0,57	0,64	0,60	1,00	1,00	0,76
CASAL (AL)	0,71	0,73	0,68	0,42	0,28	0,56
COSAMA (AM)	0,60	1,00	1,00	0,73	0,61	0,79
CAESA (AP)	0,71	1,00	1,00	0,60	1,00	0,86
EMBASA (BA)	1,00	1,00	0,85	0,88	0,85	0,92
CAGECE (CE)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CAESB (DF)	0,81	0,79	0,76	0,76	0,74	0,77
CESAN (ES)	0,80	0,85	0,83	0,84	0,80	0,82
SANEAGO (GO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CAEMA (MA)	0,83	0,70	0,66	0,68	0,68	0,71
COPASA (MG)	0,93	0,92	0,88	0,86	1,00	0,92
COPANOR (MG)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANESUL (MS)	0,79	0,81	0,77	0,76	0,78	0,78
COSANPA (PA)	0,69	0,64	0,67	0,67	0,73	0,68
CAGEPA (PB)	0,80	0,81	0,80	0,78	0,80	0,80
COMPESA (PE)	0,84	0,80	0,79	0,79	0,78	0,80
AGESPISA (PI)	0,87	0,85	0,83	0,78	0,76	0,82
SANEPAR (PR)	0,95	0,92	1,00	1,00	1,00	0,98
CEDAE (RJ)	0,77	0,94	1,00	0,86	1,00	0,91
CAERN (RN)	0,75	0,73	0,73	0,68	0,78	0,74
CAERD (RO)	0,67	0,84	0,80	0,66	0,70	0,73
CAER (RR)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CORSAN (RS)	0,83	0,84	0,81	0,80	0,82	0,82
CASAN (SC)	0,83	0,89	0,81	0,83	0,84	0,84
DESO (SE)	0,64	0,65	0,60	0,61	0,62	0,62
SABESP (SP)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SANEATINS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00
ATS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fonte: O autor (2025).

Em complemento à análise dos resultados médios, a Tabela 21 apresenta a categorização das concessionárias em diferentes níveis de desempenho, permitindo identificar como as

prestadoras se distribuem entre as faixas de ecoeficiência estabelecidas a partir dos escores calculados.

Tabela 21 - Distribuição da ecoeficiência por classes.

Classes	Quantidade	DPm	Mínimo	Máximo
0,50 - 0,59	1	0,00	0,56	0,56
0,60 - 0,69	2	0,04	0,66	0,68
0,70 - 0,79	7	0,03	0,71	0,79
0,80 - 0,89	7	0,02	0,80	0,86
0,90 - 1,00	11	0,04	0,91	1,00

Fonte: O autor (2025).

Em sequência, realizou-se uma nova verificação da condição de separabilidade com o objetivo de avaliar se as variáveis ambientais têm impacto sobre a configuração da fronteira na análise de ecoeficiência. Os resultados apresentados na Tabela 22, expressos por meio dos respectivos P-valores, permitem identificar se a fronteira tecnológica se mantém estável mesmo após a consideração dos fatores externos incluídos nesta etapa.

Tabela 22 - Estatísticas do teste de separabilidade para a análise da ecoeficiência.

Ano	PIB		IDH		Dens. Demográfica	
	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2	P-Valor 1	P-Valor 2
2018	0,742	0,949	0,742	0,949	0,742	0,949
2019	0,741	0,969	0,738	0,979	0,741	0,969
2020	0,510	0,450	0,510	0,450	0,510	0,450
2021	0,799	0,822	0,799	0,822	0,799	0,822
2022	0,861	0,345	0,861	0,345	0,861	0,345

Fonte: O autor (2025).

Os resultados obtidos mostram que todos os P-valores ultrapassam o nível de 0,05, não havendo, portanto, suporte estatístico para rejeitar a hipótese nula de separabilidade. Isso indica que os fatores ambientais não provocam deslocamentos na fronteira estimada, preservando a consistência do modelo. Dessa forma, a condição é atendida e torna-se possível avançar para a aplicação da regressão Tobit, que examina a influência das variáveis externas sobre os escores de ecoeficiência, conforme apresentado na Tabela 23.

Tabela 23 - Resultados da regressão Tobit da análise da ecoeficiência.

Coeficientes e Efeito Marginal					
Variáveis	Coeficiente	Erro padrão	Estatística t	Pr (> t)	Efeito Marginal
PIB	1,483	2,415	0,604	0,556	1,035
IDH	0,176	0,094	1,837	0,076	0,127
Dens.	0,000	0,000	-0,432	0,672	0,000
Estatísticas de Ajustamento (Verossimilhança)					
Variáveis	Constante	Sigma	Log	X ²	Pr (> X ²)
PIB	0,839	0,202	-5,466	0,411	0,558
IDH	-0,422	0,188	-4,030	3,282	0,083
Dens.	0,902	0,204	-5,556	0,231	0,672

Fonte: O autor (2025).

Diferentemente das análises anteriores, os resultados da regressão Tobit aplicada aos escores de ecoeficiência mostram um cenário no qual nenhuma das variáveis contextuais analisadas apresenta força estatística suficiente para explicar o desempenho das concessionárias. Os modelos estimados para PIB, IDH e densidade demográfica não atingiram níveis adequados de significância no Teste da Razão de Verossimilhança. Embora o IDH apresente o menor P-valor entre os três, ainda permanece acima do limiar de 5%, não sustentando evidência estatística sólida.

Na avaliação dos coeficientes, o PIB per capita exibe coeficiente sem significância estatística, sinalizando que variações na renda estadual não se traduzem em mudanças perceptíveis no desempenho ambiental das prestadoras. O IDH, apesar de apresentar coeficiente positivo, também não se confirma como determinante significativo. A densidade demográfica, por sua vez, apresenta efeito marginal de baixíssima magnitude, resultando nulo para três casas decimais, sugerindo inexistência de influência operacional decorrente da concentração populacional.

6.4 PANORAMA GERAL DAS AVALIAÇÕES DE EFICIÊNCIA

A Tabela 24 apresenta uma análise comparativa integrada entre as três avaliações realizadas ao longo do estudo: eficiência operacional, eficiência ambiental e ecoeficiência. Para cada concessionária, calculou-se a média aritmética dos escores obtidos, e suas médias gerais.

Tabela 24 - Eficiências médias das análises.

Concessionária (DMU)	Eficiência Operacional	Eficiência Ambiental	Ecoeficiência	Média
DEPASA / SANEACRE (AC)	0,82	0,84	0,76	0,81
CASAL (AL)	0,40	0,66	0,56	0,54
COSAMA (AM)	0,93	0,77	0,79	0,83
CAESA (AP)	0,87	0,86	0,86	0,86
EMBASA (BA)	0,60	0,79	0,92	0,77
CAGECE (CE)	0,56	1,00	1,00	0,85
CAESB (DF)	1,00	0,75	0,77	0,84
CESAN (ES)	0,58	1,00	0,82	0,80
SANEAGO (GO)	0,79	1,00	1,00	0,93
CAEMA (MA)	0,59	0,69	0,71	0,66
COPASA (MG)	0,76	0,94	0,92	0,87
COPANOR (MG)	0,83	1,00	1,00	0,94
SANESUL (MS)	0,55	0,77	0,78	0,70
COSANPA (PA)	0,40	0,63	0,68	0,57
CAGEPA (PB)	0,44	0,72	0,80	0,65
COMPESA (PE)	0,67	0,67	0,80	0,72
AGESPISA (PI)	0,45	0,68	0,82	0,65
SANEPAR (PR)	0,99	1,00	0,98	0,99
CEDAE (RJ)	0,85	1,00	0,91	0,92
CAERN (RN)	0,53	0,67	0,74	0,64
CAERD (RO)	0,55	0,82	0,73	0,70
CAER (RR)	1,00	1,00	1,00	1,00
CORSAN (RS)	0,52	0,78	0,82	0,71
CASAN (SC)	0,57	1,00	0,84	0,80
DESO (SE)	0,43	0,65	0,62	0,57
SABESP (SP)	1,00	1,00	1,00	1,00
SANEATINS (TO)	0,79	1,00	1,00	0,93
ATS (TO)	1,00	1,00	1,00	1,00

Fonte: O autor (2025).

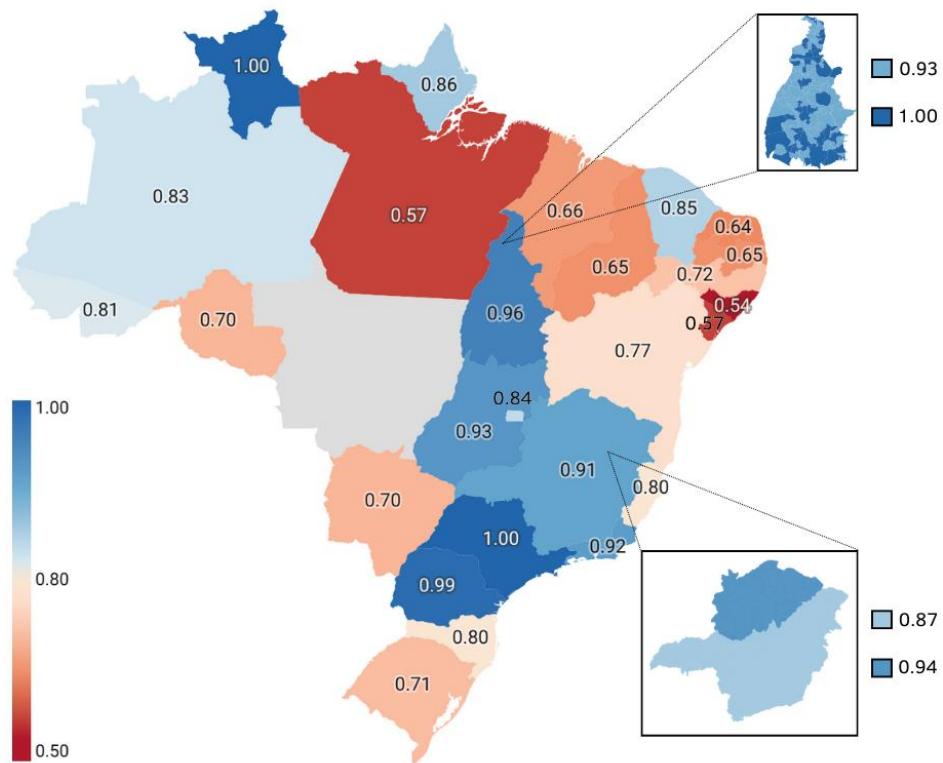
Observa-se que algumas concessionárias atingiram eficiência máxima nas três análises realizadas, demonstrando desempenho plenamente eficiente no conjunto dos indicadores. Esse

grupo é formado por CAER (RR), SABESP (SP) e ATS (TO), que se mostraram eficientes de forma consistente nas avaliações operacional, ambiental e de ecoeficiência.

Também merece destaque o desempenho da SANEPAR (PR), que obteve 99% de eficiência média, posicionando-se entre as concessionárias mais bem avaliadas do país. De forma semelhante, COPANOR (MG), SANEAGO (GO) e SANEATINS (TO) apresentaram médias superiores a 90%, revelando forte alinhamento entre práticas operacionais e ambientais, ainda que não tenham obtido eficiência máxima em todas as dimensões.

O Mapa 1 ilustra tal classificação por meio de um mapa coroplético, no qual a coloração dos estados representa visualmente as diferentes classes de eficiência. Ressalta-se que o estado de Mato Grosso não foi incluído na análise, uma vez que sua companhia estadual não consta na análise. Para os estados que possuem mais de uma concessionária (Minas Gerais e Tocantins), foi calculada a média dos escores correspondentes.

Mapa 1 - Mapa coroplético das eficiências médias por estado.



Fonte: O autor (2025).

Com base nas médias gerais obtidas para cada concessionária, elaborou-se um ranking de desempenho (Tabela 25) que sintetiza os resultados das três avaliações conduzidas no estudo. Para fins de apresentação, os escores foram arredondados para duas casas decimais, entretanto,

a classificação considera os valores calculados com maior precisão, de modo que algumas concessionárias possam aparentar empate apesar de possuírem diferenças numéricas sutis.

Tabela 25 - Ranking das concessionárias com base nas eficiências médias.

Ranking	Concessionária (DMU)	Média	Ranking	Concessionária (DMU)	Média
1º	ATS (TO)	1,00	15º	CASAN (SC)	0,80
1º	CAER (RR)	1,00	16º	CESAN (ES)	0,80
1º	SABESP (SP)	1,00	17º	EMBASA (BA)	0,77
4º	SANEPAR (PR)	0,99	18º	COMPESA (PE)	0,72
5º	COPANOR (MG)	0,94	19º	CORSAN (RS)	0,71
6º	SANEAGO (GO)	0,93	20º	CAERD (RO)	0,70
7º	SANEATINS (TO)	0,93	21º	SANESUL (MS)	0,70
8º	CEDAE (RJ)	0,92	22º	CAEMA (MA)	0,66
9º	COPASA (MG)	0,87	23º	CAGEPA (PB)	0,65
10º	CAESA (AP)	0,86	24º	AGESPISA (PI)	0,65
11º	CAGECE (CE)	0,85	25º	CAERN (RN)	0,64
12º	CAESB (DF)	0,84	26º	COSANPA (PA)	0,57
13º	COSAMA (AM)	0,83	27º	DESO (SE)	0,57
14º	DEPASA / SANEACRE (AC)	0,81	28º	CASAL (AL)	0,54

Fonte: O autor (2025).

Outra forma de analisar os resultados obtidos, é através da perspectiva regional. A Tabela 26 apresenta o ranking das médias de eficiência por região do país, permitindo comparar o desempenho das cinco regiões brasileiras a partir dos resultados obtidos em cada análise.

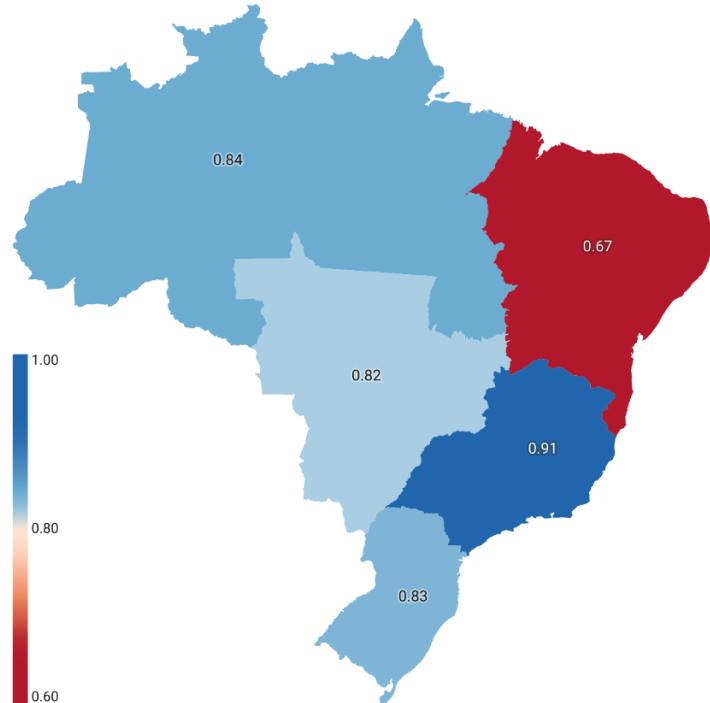
Tabela 26 - Ranking das regiões do país com base nas eficiências médias.

Ranking	Região	Eficiência Operacional	Eficiência Ambiental	Ecoeficiência	Média
1º	Sudeste	0,80	0,99	0,93	0,91
2º	Norte	0,79	0,86	0,85	0,84
3º	Sul	0,69	0,93	0,88	0,83
4º	Centro-Oeste	0,78	0,84	0,85	0,82
5º	Nordeste	0,52	0,73	0,77	0,67

Fonte: O autor (2025).

Complementarmente, o Mapa 2 apresenta a classificação das regiões por meio de um mapa coroplético, permitindo visualizar de forma intuitiva a distribuição das eficiências médias.

Mapa 2 - Mapa coroplético das eficiências médias por região do país.



Fonte: O autor (2025).

Embora exista, em geral, relação entre desempenho das concessionárias e indicadores socioeconômicos como IDH e PIB, os resultados regionais revelam nuances importantes. O Sudeste, região com os maiores PIBs estaduais e alguns dos melhores índices de desenvolvimento humano do país, aparece em primeiro lugar, resultado que reflete maior capacidade de investimento, infraestrutura mais consolidada e gestão historicamente mais estruturada dos serviços de água.

Entretanto, o segundo lugar ocupado pela Região Norte rompe parcialmente essa expectativa. Apesar de apresentar, em média, IDH e PIB inferiores aos das regiões Sul e Centro-Oeste, o desempenho das concessionárias da região se mostra relativamente elevado.

As regiões Sul e Centro-Oeste, que possuem PIB e IDH superiores ao Norte, aparecem logo em seguida, demonstrando bom desempenho, mas ligeiramente inferior ao observado no Norte. Já o Nordeste, que historicamente apresenta os menores indicadores socioeconômicos, concentra as menores médias de eficiência, refletindo desafios estruturais mais acentuados tanto na gestão operacional quanto ambiental dos sistemas de abastecimento de água.

7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A água, enquanto recurso essencial à vida, ao desenvolvimento socioeconômico e ao equilíbrio ambiental, demanda uma gestão cada vez mais eficiente por parte das instituições responsáveis pelo seu fornecimento. Em um cenário de crescente pressão sobre os sistemas hídricos, avaliar o desempenho das concessionárias torna-se fundamental para assegurar a prestação adequada dos serviços e a sustentabilidade do setor.

A utilização da Análise Envoltória de Dados permitiu mensurar a capacidade de cada prestadora em transformar seus insumos em resultados, avaliando o desempenho tanto sob a ótica dos serviços prestados quanto do uso sustentável dos recursos. Essa estrutura de análise comparativa foi fundamental para identificar padrões e variações de desempenho entre as diferentes Unidades da Federação ao longo do tempo.

Os índices de eficiência apresentaram disparidades relevantes, evidenciando diferenças estruturais e de gestão entre as concessionárias analisadas. A variação observada demonstra que o setor de abastecimento de água no Brasil opera de forma heterogênea, com unidades que alcançam desempenho elevado ao lado de outras que enfrentam limitações. Esses resultados reforçam a necessidade de análises regionais e estruturais mais profundas para compreensão das causas dessas discrepâncias.

A análise regional evidenciou padrões coerentes com a literatura e com os resultados individuais das concessionárias. A região Sudeste apresentou nível de eficiência consistentemente superior nas três perspectivas avaliadas, destacando-se como referência nacional em termos de desempenho. Esse resultado reflete o forte desenvolvimento socioeconômico da região, aliado à capacidade técnica e institucional de suas concessionárias, que historicamente apresentam maior aporte financeiro e infraestrutura mais consolidada.

Por outro lado, o Nordeste registrou o pior desempenho em todas as análises, apresentando as menores médias de eficiência operacional, ambiental e ecoeficiência. Esse resultado revela limitações estruturais importantes e reforça a necessidade de políticas públicas mais direcionadas, investimentos em infraestrutura e aprimoramento das capacidades institucionais das concessionárias da região.

De uma forma geral, regiões com melhores indicadores socioeconômicos, como Sul e Sudeste, concentraram médias mais elevadas de eficiência, enquanto regiões historicamente mais vulneráveis apresentaram desempenho inferior. Com exceção da região Norte, posicionado em segundo lugar no ranking regional das eficiências médias.

A identificação dos determinantes ambientais do desempenho também se mostrou positivo. Primeiramente, o Teste de Separabilidade validou a metodologia de análise em dois estágios, confirmando que os fatores ambientais externos não alteram a fronteira de eficiência. A regressão Tobit, por sua vez, mostrou os parâmetros que influenciam a eficiência das concessionárias dependendo dos dados analisados. Os resultados desta regressão foram cruciais para compreender se as diferenças de eficiência observadas são de natureza estritamente gerencial ou se são condicionadas pelo contexto socioeconômico e estrutural de cada estado.

O PIB per capita e o IDH mostraram-se estatisticamente significantes na análise operacional, indicando que fatores socioeconômicos exercem influência direta sobre a eficiência das concessionárias. Esse resultado sugere que contextos mais desenvolvidos economicamente tendem a favorecer melhores condições de operação.

Na análise ambiental, apenas o Índice de Desenvolvimento Humano apresentou significância, revelando que a qualidade de vida e condições sociais da população atendida possuem relação mais direta com a capacidade das concessionárias de operar de forma ambientalmente mais adequada. O fato de o PIB não ter sido significante nesse modelo indica que os aspectos ambientais podem depender mais de fatores sociais do que estritamente econômicos.

Nenhuma das variáveis exógenas apresentou impacto significativo sobre a ecoeficiência, o que sugere que, quando se considera simultaneamente o desempenho operacional e ambiental, o efeito das características socioeconômicas se dilui. Esse resultado indica que a ecoeficiência depende fortemente da gestão interna e das escolhas tecnológicas realizadas pelas concessionárias, tornando-se menos sensível ao contexto externo.

A densidade demográfica não apresentou significância estatística válida em nenhuma das análises, sugerindo que a concentração populacional não é determinante para explicar diferenças de eficiência entre as unidades. Isso indica que concessões densas e dispersas podem alcançar níveis semelhantes de desempenho, desde que adotem estratégias de gestão adequadas às suas especificidades territoriais.

Em suma, a integração dos resultados da DEA e da Regressão Tobit permitiu uma análise clara e organizada, revelando uma heterogeneidade significativa no desempenho das concessionárias. Tais resultados contribuem de forma substancial para o debate sobre o desempenho do setor de saneamento no Brasil, oferecendo subsídios diretos para gestores públicos, reguladores e pesquisadores na formulação de estratégias que promovam maior eficiência, sustentabilidade e equidade no acesso à água potável.

Por fim, para trabalhos futuros, diversos ramos podem ser explorados a partir dos resultados desta dissertação. Sugere-se primeiramente a expansão do período temporal da análise, permitindo uma investigação mais robusta das tendências de longo prazo e dos efeitos de choques macroeconômicos. Em seguida, dada a não significância de algumas variáveis no modelo Tobit, é recomendável a inclusão de outros fatores ambientais e institucionais para verificar se a ineficiência é determinada por aspectos de governança e não apenas por indicadores socioeconômicos. Por fim, uma aplicação da metodologia DEA que utilize modelos metafronteira poderia ser considerada, o que permitiria a comparação da eficiência entre concessionárias de diferentes naturezas sob um referencial tecnológico comum.

REFERÊNCIAS

- ABLANEDO-ROSAS, J. H. *et al.* Operational efficiency of Mexican water utilities: results of a double-bootstrap data envelopment analysis. **Water**, v. 12, n. 2, p. 553, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/w12020553>. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-4441/12/2/553>. Acesso em: 15 maio 2025.
- ACRE. **Lei complementar nº 395, de 29 de março de 2022**. Altera a Lei nº 1.248, de 4 de dezembro de 1997, que “Cria o Departamento Estadual de água e Saneamento – DEAS, e dá outras providências”; altera a Lei Complementar nº 355, de 28 de dezembro de 2018, que “Dispõe sobre a estrutura administrativa, política e operacional do Poder Executivo”. Rio Branco: Assembleia Legislativa do estado do Acre. Disponível em: <https://app.al.ac.leg.br/legisla-e/legislacao/visualizar/6801/pdf>. Acesso em: 12 maio 2025.
- AFONSO, A.; SCHUKNECHT, L.; TANZI, V. Public Sector Efficiency: An International Comparison. **Public Choice**, v. 123, n. 3-4, p. 321–347, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11127-005-7165-2>. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/5154436_Public_Sector_Efficiency_An_International_Comparison. Acesso em: 12 maio 2025.
- AGÊNCIA TOCANTINENSE DE SANEAMENTO (ATS). **Notícias**. Disponível em: <https://www.to.gov.br/ats/noticias/data/2025/>. Acesso em: 12 maio 2025.
- ÁGUAS E ESGOTOS DO PIAUÍ S/A (AGESPISA). **História**. Disponível em: <https://www.agespisa.com.br/site/pages/public/aAgespisa.jsf>. Acesso em: 12 maio 2025.
- AIGNER, D.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**, v. 6, n. 1, p. 21–37, 1977. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90052-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/240321479_P_Schmidt_1977Formulation_and_estimation_of_stochastic_frontierproduction_function_models. Acesso em: 04 maio 2025.
- ALLAIRE, J. J. *et al.* **RStudio**: Integrated Development Environment for R. Versão 2023.06.2. Boston: Posit PBC, 2023. Disponível em: <https://posit.co/products/open-source/rstudio/?sid=1>. Acesso em: 14 maio 2025.
- ALMEIDA, S. V. **Escassez hídrica: desafios mitigatórios**. 2024. 95 f. Dissertação (Mestrado em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos) – Universidade Estadual Paulista - Unesp, Ilha Solteira, 2024. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/entities/publication/d9a66ed9-fd2d-4b47-9bc7-9192e0b46993>. Acesso em: 23 maio 2025.
- AMEMIYA, T. Tobit models: A survey. **Journal of Econometrics**, v. 24, n. 1-2, p. 3–61, 1984. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(84\)90074-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(84)90074-5). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0304407684900745>. Acesso em: 04 maio 2025.

BRASIL. Ministério das Cidades. **Sistema nacional de informações sobre saneamento (SNIS)**. Brasília, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/cidades/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/saneamento/snisd>. Acesso em: 21 jun. 2025.

COLL-SERRANO, V.; BOLÓS, V.; SUÁREZ, R. B. **deaR**: Data Envelopment Analysis in R. R package version 1.4.0, 2020. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=deaR>. Acesso em: 04 maio 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS ESTADUAIS DE SANEAMENTO (AESBE). CAESB implementou diversos serviços com vistas à modernização do atendimento. Brasília, DF: Aesbe, 18 set. 2017. Disponível em: <https://aesbe.org.br/caesb-2/#:~:text=A%20Companhia%20de%20Saneamento%20Ambiental,99%25%20da%20popula%C3%A7%C3%A3o%20atendida%20com>. Acesso em: 12 maio 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS ESTADUAIS DE SANEAMENTO (AESBE). COPASA divulga evolução do índice de atendimento em MG entre 2006 e 2018. Brasília, DF: Aesbe, 25 jan. 2019. Disponível em: <https://aesbe.org.br/copasa-divulga-evolucao-do-indice-de-atendimento-em-mg-entre-2006-e-2018/>. Acesso em: 12 maio 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS ESTADUAIS DE SANEAMENTO (AESBE). BRK Ambiental. 2018. Disponível em: <https://aesbe.org.br/novo;brk-ambiental/>. Acesso em: 12 maio 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS ESTADUAIS DE SANEAMENTO (AESBE). Sanesul chega aos 45 anos como força motriz na transformação positiva do cenário do saneamento no país. Brasília, DF: Aesbe, 26 jan. 2024. Disponível em: <https://aesbe.org.br/sanesul-chega-aos-45-anos-como-forca-motriz-na-transformacao-positiva-do-cenario-do-saneamento-no-pais/>. Acesso em: 12 maio 2025.

BADIN, L.; DARAIO, C.; SIMAR, L. How to measure the impact of environmental factors in a nonparametric production model. **European Journal of Operational Research**, v. 223, n. 3, p. 818-833, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.028>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221712004833>. Acesso em: 31 ago. 2025.

BADUNENKO, O.; TAUCHMANN, H. Simar and Wilson two-stage efficiency analysis for Stata. **The Stata Journal**, v. 19, n. 4, p. 950–988, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1177/1536867X19893640>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1536867X19893640>. Acesso em: 23 jun. 2025.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078–1092, 1984. DOI: <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>. Disponível em : <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.30.9.1078>. Acesso em : 02 set. 2025.

BANKER, R. D.; MOREY, R. C. Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs. **Operations research**, v. 34, n. 4, p. 513-521, 1986. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.34.4.513>. Disponível em: <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.34.4.513>. Acesso em: 02 set. 2025.

BANKER, R. D.; NATARAJAN, R. Evaluating contextual variables affecting productivity using data envelopment analysis. **Operations Research**, v. 56, n. 1, p. 48–58, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.1070.0460>. Disponível em: <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1070.0460>. Acesso em: 03 maio 2025.

BARBIERI, J. C. **Desenvolvimento sustentável: das origens à agenda 2030**. 1. ed. São Paulo: Editora Vozes, 2020.

RODRIGUES, V. **Desenvolvimento sustentável: uma introdução crítica**. 1. ed. Lisboa: Principia Editora, 2009.

BARBOSA, F. C.; FUCHIGAMI, H. Y. **Análise Envoltória de Dados: Teoria e Aplicações Práticas**. 1. ed. Itumbiara: ULBRA, 2018.

BELLONI, J. Â. **Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras**. 2000. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/78457>. Acesso em: 18 maio 2025.

BOGETOFT, P.; OTTO, L. **Benchmarking with DEA, SFA, and R**. New York: Springer, 2010.

BRASIL. **Lei nº 11.445, de 5 de janeiro de 2007**. Estabelece as diretrizes nacionais para o saneamento básico; cria o Comitê Interministerial de Saneamento Básico; altera as Leis nº 6.766, de 19 de dezembro de 1979, 8.666, de 21 de junho de 1993, e 8.987, de 13 de fevereiro de 1995; e revoga a Lei nº 6.528, de 11 de maio de 1978. Brasília: Casa Civil. Disponível em: <https://legislacao.presidencia.gov.br/atos/?tipo=LEI&numero=11445&ano=2007&ato=9bacXWU90MRpWTad7>. Acesso em: 12 mar. 2025.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação. **Fatores de emissão**. Brasília: MCTI. Disponível em: <https://www.gov.br/mcti/pt-br/accompanhe-o-mcti/sirene/dados-e-ferramentas/fatores-de-emissao>. Acesso em: 14 abr. 2025.

CAMANHO, A. S.; D'INVERNO, G. Data envelopment analysis: a review and synthesis. In: MACEDO, P.; MOUTINHO, V.; MADALENO, M. (ed.). **Advanced mathematical methods for economic efficiency analysis**. Cham: Springer, 2023. v. 692, p. 33-54. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-29583-6_3. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/371777676_Data_Envvelopment_Analysis_A_Review_and_Synthesis. Acesso em: 12 maio 2025.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429–444, 1978. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0377221778901388>. Acesso em: 23 maio 2025.

CHAVES, H. P. et al. Performance evaluation of water supply service providers: a review with a focus on Brazil. **Water Supply**, v. 24, n. 9, p. 3118-3131, 2024. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2024.198>. Disponível em: <https://iwaponline.com/ws/article/24/9/3118/104263>. Acesso em: 15 jun. 2025.

CHUNG, Y. H.; FARE, R.; GROSSKOPF, S. Productivity and undesirable outputs: a directional distance function approach. **Journal of Environmental Management**, v. 51, n. 3, p. 229-240, 1997. DOI: <https://doi.org/10.1006/jema.1997.0146>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0301479797901468>. Acesso em: 31 set. 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO AMBIENTAL DO MARANHÃO (CAEMA). História da CAEMA. São Luís, MA: Caema. Disponível em: <https://www.caema.ma.gov.br/index.php/a-caema/institucional/historia>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUAS E ESGOTOS DE RORAIMA (CAER). História. Roraima, RR: CAER. Disponível em: <https://www.caer.com.br/empresa/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUAS E ESGOTOS DE RONDÔNIA (CAERD). A Empresa. Porto Velho, RO: CAERD. Disponível em: <https://caerd.ro.gov.br/a-empresa>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUAS E ESGOTOS DO RIO GRANDE DO NORTE (CAERN). A Companhia. Rio Grande do Norte, RN: CAERN, 24 jan. 2024. Disponível em: <http://adcon.rn.gov.br/ACERVO/caern/Conteudo.asp?TRAN=ITEM&TARG=496&ACT=&PAGE=0&PARM=&LBL=A+Caern>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTO DO AMAPÁ (CAESA). História. Macapá, AP: CAESA. Disponível em: <https://caesa.portal.ap.gov.br/pagina/institucional/historia>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO AMBIENTAL DO DISTRITO FEDERAL (CAESB). A Caesb. Brasília, DF: CAESB. Disponível em: <https://www.caesb.df.gov.br/a-caesb/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTO DO CEARÁ (CAGECE). Nossa história. Fortaleza, CE: CAGECE. Disponível em: <https://www.cagece.com.br/quem-somos/historia/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTOS DA PARAÍBA (CAGEPA). História. João Pessoa, PB: CAGEPA. Disponível em: <https://www.cagepa.pb.gov.br/institucional/historia/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE ALAGOAS (CASAL). História. Maceió, AL: CASAL. Disponível em: <https://www.casal.al.gov.br/historia/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA CATARINENSE DE ÁGUAS E SANEAMENTO (CASAN). História da CASAN. Florianópolis, SC: CASAN. Disponível em: <https://www.casan.com.br/menu-conteudo/index/url/historia-da-casan#0>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA ESTADUAL DE ÁGUAS E ESGOTOS DO RIO DE JANEIRO (CEDAE). História. Rio de Janeiro, RJ: CEDAE. Disponível em: <https://www.cedae.com.br/ahistoria>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA ESPÍRITO SANTENSE DE SANEAMENTO (CESAN). A CESAN. Vitória, ES: CESAN. Disponível em: <https://www.cesan.com.br/a-cesan/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA PERNAMBUCANA DE SANEAMENTO (COMPESA). **História e perfil.** Recife, PE: COMPESA. Disponível em: <https://servicos.compesa.com.br/historia-e-perfil/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS (COPASA). **História.** Minas Gerais, MG: COPASA. Disponível em: <https://ri.copasa.com.br/a-companhia/historico/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA RIOGRANDENSE DE SANEAMENTO (CORSAN). **Quem somos.** Porto Alegre, RS: CORSAN. Disponível em: <https://corsan.com.br/quem-somos/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO AMAZONAS (COSAMA). A COSAMA. Disponível em: <https://cosama.am.gov.br/institucional/a-cosama/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARÁ (COSANPA). Belém, PA: COSANPA. **Histórico.** Disponível em: <https://www.cosanpa.pa.gov.br/historico/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARÁ (COSANPA). Belém, PA: COSANPA. **Missão, Visão e Valores.** Disponível em: <https://www.cosanpa.pa.gov.br/missao-2/>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE SERGIPE (DESO). Quem somos. Aracaju, SE: DESO. Disponível em: <https://www.deso-se.com.br/menu/quem-somos>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA ESPÍRITO-SANTENSE DE SANEAMENTO (CESAN). Vitória, ES: CESAN. **CESAN – Companhia Espírito-Santense de Saneamento.** Disponível em: <https://www.es.gov.br/cesan>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO BÁSICO DO ESTADO DE SÃO PAULO (SABESP). São Paulo, SP: SABESP. **Nossa história.** Disponível em: <https://www.sabesp.com.br/a-sabesp/institucional/nossa-historia>. Acesso em: 12 maio 2025.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ (SANEPAR). **Perfil.** Curitiba, PR: SANEPAR. Disponível em: <https://site.sanepar.com.br/a-sanepar/perfil>. Acesso em: 12 maio 2025.

COELHO, M. B. *et al.* Project Management Efficiency Measurement with Data Envelopment Analysis: A case in a petrochemical company. **Applied System Innovation**, v. 7, n. 1, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/asi7010002>. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2571-5577/7/1/2>. Acesso em: 24 jun. 2025.

COELLI, T. J. *et al.* **An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis.** 2. ed. New York: Springer, 2005.

COOK, W. D.; TONE, K.; ZHU, J. Data Envelopment Analysis: prior to choosing a model. **Omega**, v. 44, p. 1–4, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.09.004>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0305048313000947>. Acesso em: 12 jun. 2025.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. **Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software**. 2.ed. New York: Springer, 2007.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; ZHU, J. Data Envelopment Analysis: History, Models, and Interpretations. In: **Handbook on Data Envelopment Analysis**. Boston: Springer, 2011. p. 1–39.

CORREIA, C. V. *et al.* Doenças de veiculação hídrica e seu grande impacto no Brasil: consequência de alterações climáticas ou ineficiência de políticas públicas? **Brazilian Medical Students**, v. 5, n. 8, 2021. DOI: <https://doi.org/10.53843/bms.v5i8.100>. Disponível em: <https://revistas.ifmsabrazil.org/bms/article/view/100>. Acesso em: 02 fev. 2025.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 273-292, 1951. v. 19, n. 3, p. 273–292, 1951. DOI: <https://doi.org/10.2307/1906814>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1906814>. Acesso em: 05 jun. 2025.

D'INVERNO, G.; CAROSI, L.; RAVAGLI, L. Global public spending efficiency in Tuscan municipalities. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 61, p. 102-113, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.01.006>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S003801211630009X>. Acesso em: 13 jul. 2025.

EMPRESA BAIANA DE ÁGUAS E SANEAMENTO (EMBASA). **História**. Bahia, BA: EMBASA. Disponível em: <https://www.embasa.ba.gov.br/a-embasa/quem-somos/historia>. Acesso em: 12 maio 2025.

EMPRESA DE SANEAMENTO DE MATO GROSSO DO SUL (SANESUL). Campo Grande, MS: SANESUL. **Memória**. Disponível em: <https://www.sanesul.ms.gov.br/memoria#:~:text=A%20Sanesul%20foi%20criada%20em,de%20Mato%20Grosso%20do%20Sul>. Acesso em: 12 maio 2025.

EMROUZNEJAD, A.; YANG, G. A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 61, p. 4–8, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.01.008>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038012117300174>. Acesso em: 14 ago. 2025.

FABRE, V. V.; SCHLUP, D. Influência da Aplicação de Recursos Públicos sobre o Desenvolvimento Ambiental Sustentável, sob a ótica da Teoria das Escolhas Públicas. **Revista Metropolitana de Sustentabilidade (ISSN 2318-3233)**, São Paulo, v. 11, n. 3, 2024. Disponível em: <https://revistaseletronicas.fmu.br/index.php/rms/article/view/1941>. Acesso em: 31 maio. 2025.

FARE, R. *et al.* Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. **The American economic review**, v. 84, n. 1, p. 66-83, 1994. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2117971>. Acesso em: 31 set. 2025.

FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)**, v. 120, n. 3, p. 253–281, 1957. DOI: <https://doi.org/10.2307/2343100>. Disponível em: <https://academic.oup.com/jrsssa/article/120/3/253/7101561>. Acesso em: 31 set. 2025.

FERREIRA, B. A. **Avaliação qualiquantitativa do modelo de gestão do saneamento básico no Nordeste**. 2025. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2025. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/81424/5/2025_tese_bgferreira.pdf. Acesso em: 20 nov. 2025.

FOGLIATTO, M. S. S. *et al.* Greenhouse gas emissions analysis for electricity generation. **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**, v. 1, n. 2, 2023. DOI: <https://doi.org/10.20906/SBAI-SBSE-2023/4070>. Disponível em: https://www.sba.org.br/open_journal_systems/index.php/sbai/article/view/4070. Acesso em: 14 set. 2025.

FRIED, H. O.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, S. S. **The measurement of productive efficiency and productivity growth**. 1. ed. New York: Oxford University Press, 2008.

FUNDAÇÃO NACIONAL DE SAÚDE (FUNASA). **Manual de Saneamento**. Brasília: Fundação Nacional de Saúde, 2014. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/ccz/files/2016/03/FUNASA-MANUAL-SANEAMENTO.pdf>. Acesso em: 31 set. 2025.

GOMES, E. G.; MANGABEIRA, J. A. da C.; MELLO, J. C. C. B. S. Análise de envoltória de dados para avaliação de eficiência e caracterização de tipologias em agricultura: um estudo de caso. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 43, n. 4, p. 607–631, 2005. DOI: [https://doi.org/10.1590/S0103-2005000400001](https://doi.org/10.1590/S0103-20032005000400001). Disponível em: <https://www.scielo.br/j/resr/a/ncSqKwGQvzb4sYV3wpdNHB/?lang=pt>. Acesso em: 15 jul. 2025.

GREENE, W. H. **Econometric Analysis**. 7. ed. Boston: Pearson Education, 2012.

GUANAIS, A. L. da S. R. **Avaliação energética e das emissões de gases de efeito estufa do Sistema Integrado de Abastecimento de Água de Feira de Santana**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2015. Disponível em: <http://tede2.ufes.br:8080/handle/tede/290>. Acesso em: 05 maio 2025.

GUJARATI, D. N. **Econometria básica**. 3. ed. Tradução de Ernesto Yoshida. São Paulo: Elsevier Brasil, 2006.

HENNINGSEN, A. **censReg: Censored Regression (Tobit) Models**. R package version 0.5-30, 2017. Disponível em: <https://cran.r-project.org/package=censReg>. Acesso em: 04 maio 2025.

HERNÁNDEZ, M. J. B.; GARCÉS, A. T. Aplicación de los modelos de regresión tobit en la modelización de variables epidemiológicas censuradas. **Gaceta Sanitaria**, v. 16, n. 2, p. 188–195, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0213-9111\(02\)71651-8](https://doi.org/10.1016/S0213-9111(02)71651-8). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0213911102716518>. Acesso em: 31 jul. 2025.

HOFF, A. Second stage DEA: Comparison of approaches for modelling the DEA score. **European Journal of Operational Research**, v. 181, n. 1, p. 425–435, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.05.019>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221706003821>. Acesso em: 27 jul. 2025.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo Demográfico 2022: Primeiros Resultados e Estimativas Anuais da População**. Rio de Janeiro, RJ: IBGE, 2023. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/22827-censo-demografico-2022.html>. Acesso em: 02 nov. 2025.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Contas Regionais do Brasil: Séries 2018–2022**. Rio de Janeiro, RJ: IBGE, 2024. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9089-contas-regionais-do-brasil.html>. Acesso em: 02 nov. 2025.

LEGG, S. IPCC, Climate Change 2021: The Physical Science Basis. **Cambridge University Press**, v. 49, n. 4, 2021. Disponível em: <https://search.informit.org/doi/10.3316/informit.315096509383738>. Acesso em: 17 set. 2025.

JUBRAN, L. M. P. **Aplicação da análise por envoltória de dados: um estudo da eficiência das companhias seguradoras**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001481672>. Acesso em: 01 jun. 2025.

KLEIBER, C.; ZEILEIS, A. **Applied Econometrics with R**. 1. ed. New York: Springer, 2008.

KOOPMANS, T. C. An analysis of production as an efficient combination of activities. **Activity Analysis of Production and Allocation**, p. 33–97, 1951.

KUMBHAKAR, S. C.; LOVELL, C. A. K. **Stochastic Frontier Analysis**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

LI, W. *et al.* Evaluation of regional water resources management performance and analysis of the influencing factors: A case study in China. **Water**, v. 14, n. 4, p. 574, 2022. DOI: <https://doi.org/10.3390/w14040574>. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-4441/14/4/574>. Acesso em: 20 nov. 2025.

LONG, J. S. **Regression models for categorical and limited dependent variables**. 1. ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1997.

- LOVELL, C. A. K. Production Frontiers and Productive Efficiency. In: Fried, H. O.; Lovell, C. A. K.; Schmidt, S. S. (Ed.). **The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications**. New York: Oxford University Press, 1993.
- MADDALA, G. S. **Limited-dependent and qualitative variables in econometrics**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- MARDANI, A. *et al.* Application of multiple-criteria decision-making techniques and approaches to evaluating of service quality: a systematic review of the literature. **Journal of Business Economics and Management**, v. 16, n. 5, p. 1034–1068, 2015. DOI: <https://doi.org/10.3846/16111699.2015.1095233>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3846/16111699.2015.1095233>. Acesso em: 12 jun. 2025.
- MARQUES, R. C; SIMÕES, P.; PIRES, J. S. Performance benchmarking in utility regulation: the worldwide experience. **Polish Journal of Environmental Studies**, v. 20, n. 1, p. 125-132, 2011.
- McDONALD, J. F.; MOFFITT, R. A. The uses of Tobit analysis. **The Review of Economics and Statistics**, v. 62, n. 2, p. 318–321, 1980. DOI: <https://doi.org/10.2307/1924766>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1924766>. Acesso em: 04 ago. 2025.
- MELLO, J. C. C. B. S. de. *et al.* Curso de análise de envoltória de dados. In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL (SBPO)**. 2005, Gramado: **Anais...** Gramado: SBPO, 2005. Disponível em: <https://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2005/pdf/arq0289.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2025.
- MOCHOLI-ARCE, M. *et al.* Measuring the eco-efficiency of the provision of drinking water by two-stage network data envelopment analysis. **Environment, Development and Sustainability**, v. 24, n. 11, p. 12883-12899, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10668-021-01972-2>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10668-021-01972-2>. Acesso em: 14 jun. 2025.
- MORÁN-VALENCIA, M.; FLEGL, M.; GUEMES-CASTORENA, D. A state-level analysis of the water system management efficiency in Mexico: two-stage DEA approach. **Journal of Environmental Management**, v. 29, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wri.2022.100200>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212371722000336?via%3Dihub>. Acesso em: 05 jun. 2025.
- MOREIRA, N. P. **Análise espacial e temporal da eficiência relativa em universidades federais brasileiras sob a política pública REUNI**. 2018. 142 f. Dissertação (Mestrado em Administração Pública) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2018. Disponível em: <https://ufv-br.academia.edu/NEYPAULOMOREIRA>. Acesso em: 18 jul. 2025.
- PEREIRA, M. A. *et al.* A regulatory robust conditional approach to measuring the efficiency of wholesale water supply and wastewater treatment services. **Utilities Policy**, v. 83, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jup.2023.101594>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957178723001066>. Acesso em: 23 ago. 2025.

PIAUÍ. Resolução AGESPISA Nº 2 de 29 de novembro de 2021. Dispõe sobre a criação do Serviço de Água e Esgoto do Estado do Acre – SANEACRE. 2021. Disponível em: <https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=423748>. Acesso em: 12 maio 2025.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO (PNUD). Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil. Brasília, DF: PNUD, 2025. Disponível em: <http://www.atlasbrasil.org.br/>. Acesso em: 02 nov. 2025.

R CORE TEAM. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Version 4.5.2. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 04 maio 2025.

RAMANATHAN, R. An Introduction to Data Envelopment Analysis: A Tool for Performance Measurement. 1. ed. Thousand Oaks: Sage Publications, 2003.

RIBEIRO, S. M. Imputation by decomposition and by time series nature: novel imputation methods for missing data in time series. 2021. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Belo Horizonte, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/server/api/core/bitstreams/ceb08fdb-d8a5-4ec-bba7-93a758aa2557/content>. Acesso em: 20 nov. 2025.

RITTER, M. do N.; THEY, N. H.; KONZEN, E. Introdução ao software estatístico R. Imbé, RS: Centro de Estudos Costeiros, Limnológicos e Marinhos (Ceclimar) – UFRGS, 2019. Disponível em: https://biblioteca.unisced.edu.mz/bitstream/123456789/3420/1/Apostila_introducao_ao_r_-_ritter_they_and_konzen.pdf. Acesso em: 07 ago. 2025.

SERVIÇO DE ÁGUA E ESGOTO DO ESTADO DO ACRE (SANEACRE). Rio Branco, Acre: SANEACRE. **SOBRE O SANEACRE.** Disponível em: <https://saneacre.ac.gov.br/saneacre/>. Acesso em: 12 maio 2025.

SANEAMENTO DE GOIÁS (SANEAGO). Histórico da Companhia. Disponível em: <https://ri.saneago.com.br/historico-da-companhia>. Acesso em: 12 maio 2025.

SCHEEL, H. Undesirable outputs in efficiency valuations. **European journal of operational research**, v. 132, n. 2, p. 400-410, Jul. 2001. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00160-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00160-0). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221700001600>. Acesso em: 31 set. 2025.

SISTEMA DE ESTIMATIVAS DE EMISSÕES DE GASES DE EFEITO ESTUFA (SEEG). Emissões totais por setor: resíduos. 2024. Observatório do Clima. Disponível em: <https://seeg.eco.br>. Acesso em: 20 abr. 2025.

SEIFORD, L. M.; ZHU, J. Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. **European Journal of Operational Research**, v. 142, n. 1, p. 16–20, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00293-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00293-4). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221701002934>. Acesso em: 25 maio 2025.

SILVA, J. C. da *et al.* Inventário das emissões de gases de efeito estufa (GEE) em uma companhia de saneamento. **Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica**, v. 15, n. 2, p. 265–278, 2022. DOI: 10.22201/iingen.0718378xe.2022.15.2.75644. Disponível em: <https://revistas.unam.mx/index.php/aidis/article/view/75644>. Acesso em: 15 set. 2025.

SILVA, F. G. F. da; MACAMBIRA, J. K.; ROCHA, C. H. Medindo a eficiência produtiva do transporte por ferrovias brasileiras: uma aplicação dos modelos DEA e Tobit. **Revista de Economia Política**, v. 49, n. 3, p. 455–474, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ipea.gov.br/entities/publication/d1045c36-0196-4472-9c9d-4ef9e864a642>. Acesso em: 07 out. 2025.

SIMAR, L.; WILSON, P. W. Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. **Journal of econometrics**, v. 136, n. 1, p. 31-64, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.07.009>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0304407605001594>. Acesso em: 02 set. 2025.

SIMAR, L.; WILSON, P. W. Two-stage DEA: caveat emptor. **Journal of Productivity Analysis**, v. 36, n. 2, p. 205-218, Jul. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11123-011-0230-6>. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/225701499_Twostage_DEA_caveat_emptor. Acesso em: 02 set. 2025.

SMIDERLE, J. J.; PERTEL, M. Avaliação da eficiência da prestação dos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no Brasil: aplicação da Análise Envoltória de Dados. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL (SBPO). 2020, Vitória. **Anais...2020**. Vitória: SBPO, 2020.

SISTEMA NACIONAL DE INFORMAÇÕES SOBRE SANEAMENTO (SNIS).
Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgoto – 2022. Ministério das Cidades, Brasília, 2023.
 Disponível em: <https://www.gov.br/cidades/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/saneamento/snис/produtos-do-snис/diagnosticos-snис>. Acesso em: 14 jul. 2025.

TABOADA, G. L. *et al.* Exploratory data analysis and data envelopment analysis of construction and demolition waste management in the European Economic Area. **Sustainability**, v. 12, n. 12, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/su12124995>. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/12/12/4995>. Acesso em: 16 maio 2025.

THANASSOULIS, E. **Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis: A Foundation Text with Integrated Software**. 1. ed. Boston, MA: Springer US, 2006.

THANASSOULIS, E.; DUNSTAN, P. Guiding schools to improved performance using Data Envelopment Analysis: An illustration with data from a local education authority. **Journal of the Operational Research Society**, v. 45, n. 11, p. 1247–1262, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1057/jors.1994.198>. Disponível: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1057/jors.1994.198>. Acesso em: 21 set. 2025.

TOBIN, J. Estimation of relationships for limited dependent variables. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 26, n. 1, p. 24–36, 1958. DOI: <https://doi.org/10.2307/1907382>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1907382>. Acesso em: 01 jun. 2025.

TOCANTINS. **Relatório panorâmico: Relatório CGE nº 29/2022/SUGACI – SGD nº 2022/09049/007800, exercício 2021**. Palmas: Controladoria Geral do estado do Tocantins. Disponível em: <https://central.to.gov.br/download/316793>. Acesso em: 18 maio 2025.

TONE, K. A Slack-Based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 130, n. 3, p. 498–509, 2001. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00407-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00407-5). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221799004075>. Acesso em: 28 out. 2025.

WILSON, P. W. FEAR: A software package for frontier efficiency analysis with R. **Socio-economic planning sciences**, v. 42, n. 4, p. 247-254, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seps.2007.02.001>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0038012107000109>. Acesso em: 31 set. 2025.

WOOLDRIDGE, J. M. **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**. 2. ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2010.

YANG, Y. Evaluation of China's water-resource utilization efficiency based on a DEA-Tobit two-stage model. **Water Supply**, v. 21, n. 4, p. 1764-1777, 2021. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2020.349>. Disponível em: <https://iwaponline.com/ws/article/21/4/1764/78528/Evaluation-of-China-s-water-resource-utilization>. Acesso em: 20 nov. 2025.

YANG, Y. Research on evaluation of ChinaDs water-resource utilization efficiency based on DEA-Tobit two-stage model. 2020. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2020.349>.

ZHOU, P.; ANG, B. W.; POH, K. L. A survey of data envelopment analysis in energy and environmental studies. **European journal of operational research**, v. 189, n. 1, p. 1-18, Ago. 2008. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.04.042>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221707004651>. Acesso em: 31 set. 2025.

ZHU, J. **Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets**. 2. ed. Boston: Springer, 2014.