UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUIZ FILIPE CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

DOBRADURAS QUE ENSINAM GEOMETRIA: O ORIGAMI COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DOS PONTOS NOTÁVEIS DOS TRIÂNGULOS

Recife – PE
2025

LUIZ FILIPE CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

DOBRADURAS QUE ENSINAM GEOMETRIA: O ORIGAMI COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DOS PONTOS NOTÁVEIS DOS TRIÂNGULOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Paulo Roberto Câmara de Souza

Recife PE

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Albuquerque, Luiz Filipe.
Dobraduras que ensinam geometria: o origami como recurso didático para o ensino dos pontos notáveis do triângulo / Luiz Filipe Cavalcanti de Albuquerque. - Recife, 2025.
48 : il.

Orientador(a): Paulo Roberto Câmara
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática - Licenciatura, 2025.
8.

1. Origami. 2. Geometria. 3. Pontos Notáveis. 4. Triângulos. 5. Educação Matemática. I. Câmara, Paulo Roberto. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

LUIZ FILIPE CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

DOBRADURAS QUE ENSINAM GEOMETRIA: O ORIGAMO COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DOS PONTOS NOTÁVEIS DOS TRIÂNGULOS

TCC de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Aprovado em: 22/10/2025.

BANCA EXAMINADORA

____
Profº. Dr. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profº. Dr. Roberto de Almeida C. Filho (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profº. Willikat Bezerra de Melo (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Antes de qualquer coisa, eu preciso agradecer a Deus. Foi Ele quem me deu forças nos momentos em que eu mais pensei em desistir, quem me deu coragem quando tudo parecia pesado demais, e quem me deu a oportunidade de realizar um dos maiores sonhos da minha vida: entrar e concluir o curso de Licenciatura. Esse era um sonho antigo, algo que eu sempre quis, e chegar até aqui é mais do que uma conquista acadêmica, é uma conquista de vida. Em segundo lugar, agradeço a minha mãe. Ela sempre foi minha referência em tudo. Além de mãe, é também professora e pedagoga, e mesmo com todas as dificuldades que enfrentamos dentro de casa, ela nunca deixou de me tratar com carinho, de me escutar, de me apoiar em tudo, inclusive nas dificuldades da universidade. Ter alguém como ela ao meu lado fez toda a diferença e eu só consegui chegar até aqui porque tive esse apoio sincero e cheio de amor. Também sou muito grato ao meu pai e ao meu irmão. Eles foram parte essencial dessa caminhada, sempre me ajudando de todas as formas possíveis para que eu conseguisse me manter na universidade. Sei que não foi fácil pra eles também, e por isso minha gratidão é imensa. Quero deixar um agradecimento especial ao Professor Tullio Melo. Foi ele, meu professor de geometria, o principal motivador para que eu escolhesse a Licenciatura em Matemática. Sua paixão pela disciplina e a forma como a ensinava foram uma inspiração gigantesca e me mostraram o caminho que eu queria seguir. Também não posso deixar de agradecer aos meus amigos Erica, Diogenes e Vanessa. Eles tornaram os dias dentro da universidade muito mais suportáveis, e a amizade que construí com eles foi essencial pra eu continuar. Um agradecimento mais que especial vai pra Erica e para Diogenes, que foram mais do que colegas: se tornaram amigos próximos mesmo. Eles me ajudaram muito na área da educação, me aconselharam, me escutaram e me lembraram do meu valor. Esse TCC só existe porque eles estavam do meu lado quando eu já não acreditava mais que era capaz de continuar. Não posso esquecer de mencionar também o Anderson, meu amigo desde os 14 anos, que também está nessa caminhada da licenciatura comigo. Eu fui pra área de exatas, ele para história, e ver ele trilhando esse caminho ao meu lado sempre me deu força. Saber que, no futuro, terei alguém como ele, um amigo de longa data, como colega de profissão, me motivou ainda mais a chegar até o final. Anderson sempre foi alguém com quem dividia sonhos e ideias, e agora poder dividir essa conquista também é muito especial. E por fim, mas não de forma alguma menos importante, eu quero agradecer ao meu amigo Miguel, que, infelizmente, não está mais entre nós. Miguel sempre acreditou em mim, sempre me

incentivou a ser alguém mais forte, mais comunicativo, mais corajoso. Ele me desafiava a crescer e me fazia acreditar que eu era capaz de muito mais do que eu imaginava. E sei, no fundo do meu coração, que você está vendo tudo isso de algum lugar, com orgulho. Hoje eu sou mais forte, mais seguro de mim mesmo, e sei que grande parte disso veio da sua influência, das suas palavras e da sua amizade verdadeira. Nesse trabalho, nesse diploma, nesse momento, ele também faz parte disso. Cada pessoa citada aqui fez parte direta da minha trajetória. Nenhuma vitória é solitária, e este trabalho carrega um pedacinho de todos vocês. Esse TCC é nosso. Muito obrigado, de coração.

“Não importa quão inteligente você seja. Se você não usar o seu dom, ele não serve para nada.”

(Gênio Indomável)

RESUMO

O presente trabalho investiga a pertinência do origami como linguagem geométrica para o ensino dos pontos notáveis dos triângulos, examinando-o como recurso didático capaz de articular gesto, visualização e prova em consonância com objetivos formativos da Geometria escolar. Para tanto, foi adotada uma revisão integrativa para mapear e sintetizar evidências, justificativas e condições de implementação reportadas em literatura acadêmica, abrangendo oficinas, cursos e estudos de desenvolvimento, com coleta sistemática de informações sobre tarefas, propriedades mobilizadas, papéis docentes e formas de avaliação. Nesse escopo, delimita-se um estudo em que o origami é centralizado e alcança explicitamente bissetrizes e incentro, mediatrizes e circuncentro, medianas e baricentro, alturas e ortocentro, excluindo, portanto, usos meramente ilustrativos ou desvinculados de fundamentação geométrica. Em seguida, descreve-se a estratégia de busca em repositórios e bases nacionais e internacionais, com registro de descritores em português e inglês e triagem em duas etapas, seguida de leitura integral dos textos elegíveis e síntese em eixos temáticos e matemático-argumentativos. Além disso, enfatiza-se que os axiomas de Huzita-Hatori conferem estatuto formal às dobras, com construção equiparável ao repertório euclidiano e adequado para justificar coincidências, simetrias e perpendicularidades que aparecem nas construções dos quatro centros, recomendando-se, assim, a comparação entre sequências por régua e compasso e por dobragem, com verificação por sobreposição. Do mesmo modo, discute-se que a função formativa da Geometria integra visualização, linguagem e argumento, e que materiais manipuláveis e suportes audiovisuais favorecem a passagem do fazer ao compreender quando as ações são explicitamente ancoradas em propriedades e teoremas. Nessa direção, analisam-se contribuições representativas da área: um estudo que articula estática arquimediana, construções clássicas e axiomas de dobragem para tratar centro de gravidade e pontos notáveis, com orientação de verificação empírica e equivalência estrutural entre métodos. Além disso, uma investigação que compara resoluções por régua e compasso e por origami sob a moldura praxeológica, revelando e comprovando economia de passos e clareza de justificativas, também, um relato de oficina que organiza peças geradoras, construção de sólidos e dedução de fórmulas por recomposição, destacando engajamento para transitar do empírico ao conceitual e por fim, um programa de desenvolvimento de recursos em vídeo que mitiga obstáculos de diagramação, amplia acessibilidade e documenta o processo de argumentação durante a execução de dobras. À vista desse conjunto, recomenda-se estruturar sequências didáticas que partam de situações geradoras, avancem por construções em ambientes distintos, comparem resultados por sobreposição e inspeção métrica e concluam com formalização escrita, incluindo rubricas de precisão e argumentação, além da integração com softwares de geometria dinâmica para observar invariâncias. Em síntese, conclui-se que o origami é estratégia promissora para os anos finais do Ensino Fundamental e para a formação docente, pela coerência entre ação, representação e prova e pela possibilidade de alinhar fundamentos geométricos, mediação e documentação multimodal, ao mesmo tempo que se apontam caminhos de pesquisa com validação ampliada e protocolos robustos de análise de aprendizagem para consolidar evidências e orientar adoção em escala.

Palavras-chave: origami; geometria; pontos notáveis; triângulos; educação matemática.

ABSTRACT

This study investigates the relevance of origami as a geometric language for teaching notable points of triangles, examining it as a teaching resource capable of articulating gesture, visualization, and proof in line with the educational objectives of school geometry. To this end, an integrative review was adopted to map and synthesize evidence, justifications, and implementation conditions reported in academic literature, covering workshops, courses, and development studies, with systematic collection of information on tasks, properties mobilized, teaching roles, and forms of assessment. Within this scope, a study is defined in which origami is central and explicitly addresses bisectors and incenters, medians and circumcenters, medians and barycenters, heights and orthocenters, thus excluding purely illustrative uses or those unrelated to geometric reasoning. Next, the search strategy in national and international repositories and databases is described, with descriptors recorded in Portuguese and English and screening in two stages, followed by a full reading of the eligible texts and synthesis in thematic and mathematical-argumentative axes. Furthermore, it is emphasized that the Huzita-Hatori axioms confer formal status on folds, with a construction comparable to the Euclidean repertoire and suitable for justifying coincidences, symmetries, and perpendicularities that appear in the constructions of the four centers, thus recommending the comparison between sequences by ruler and compass and by folding, with verification by superimposition. Similarly, it is argued that the formative function of geometry integrates visualization, language, and argument, and that manipulable materials and audiovisual supports favor the transition from doing to understanding when actions are explicitly anchored in properties and theorems. In this way, representative contributions from the field are analyzed: a study that articulates Archimedean statics, classical constructions, and folding axioms to address center of gravity and notable points, with a focus on empirical verification and structural equivalence between methods. In addition, an investigation that compares resolutions by ruler and compass and by origami under the praxeological framework, revealing and proving economy of steps and clarity of justifications, as well as a workshop report that organizes generating pieces, construction of solids, and deduction of formulas by recomposition, highlighting engagement to transition from the empirical to the conceptual, and finally, a video resource development program that mitigates diagramming obstacles, expands accessibility, and documents the argumentation process during the execution of folds. In view of this set, it is recommended to structure teaching sequences that start from generating situations, advance through constructions in different environments, compare results by superimposition and metric inspection, and conclude with written formalization, including rubrics for precision and argumentation, in addition to integration with dynamic geometry software to observe invariants. In summary, it can be concluded that origami is a promising strategy for the final years of elementary school and for teacher training, due to the coherence between action, representation, and proof, and the possibility of aligning geometric fundamentals, mediation, and multimodal documentation, while pointing to avenues for research with expanded validation and robust learning analysis protocols to consolidate evidence and guide adoption on a large scale.

KEYWORDS: origami; geometry; notable points; triangles; mathematics education.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Geometria requer propostas que favoreçam a observação, a formulação de argumentos e a passagem de ações concretas para justificativas conceituais. Quando o foco recai sobre os pontos notáveis do triângulo, a experiência escolar costuma oscilar entre definições formais e exercícios de aplicação, o que por vezes limita a construção de sentido e a percepção de relações internas entre linhas e centros. A dobragem de papel, entendida como linguagem com regras próprias e poder construtivo adequado, cria um ambiente de trabalho no qual propriedades podem ser investigadas por meio de ações controladas, registros visuais e validações progressivas. Nesse cenário, as dobras deixam de ser ilustrações para assumir o papel de operações que espelham objetivos clássicos da Geometria e convocam discussões sobre concorrência, lugares geométricos e dependências entre elementos do triângulo, sem romper a coerência com o repertório escolar.

O tema deste estudo foi baseado nesse encontro entre prática e fundamentação. Foi proposto o exame, com rigor analítico, daquilo que a literatura especializada descreve e justifica sobre o uso do origami como recurso didático para o ensino dos pontos notáveis, e também de que maneira as ideias matemáticas mobilizadas pelas fontes sustentam as construções relatadas e as mediações docentes sugeridas. A escolha por uma revisão integrativa decorre da necessidade de reunir pesquisas com distintos desenhos metodológicos, articulando dissertações, relatos de oficinas e textos de formação que tratam explicitamente de bissetrizes, mediatrizes, medianas e alturas, e de seus pontos de concorrência, com atenção à equivalência entre procedimentos por régua e compasso e por dobragem. Nesse quadro, interessa compreender tanto os resultados de aprendizagem e as condições de implementação quanto os argumentos geométricos que dão estatuto às operações com o papel, de modo a evitar leituras meramente empíricas ou decorativas.

O objetivo geral é construir uma análise bibliográfica sobre a pertinência do origami como recurso para abordar os pontos notáveis do triângulo. Como desdobramentos, também houve a tentativa de identificar e organizar os principais argumentos presentes nas publicações, caracterizar metodologias recorrentes, explicitar forças e limites reconhecidos pelos autores, reconstruir justificativas matemáticas para as construções por dobragem e discutir implicações didáticas para o planejamento de tarefas. A pergunta orientadora, portanto, interroga o que a produção acadêmica tem fundamentado e avaliado sobre o uso de dobraduras nesse recorte de conteúdo e como tais fundamentações se traduzem em propostas de sala coerentes com a Geometria escolar.

O percurso adotado está ancorado em procedimentos explícitos de busca, triagem e síntese, com registro de descritores, plataformas consultadas e critérios de elegibilidade. A análise enfatiza o alinhamento entre objetivos didáticos e justificativas formais, reconhece que a eficácia das atividades depende do papel da mediação e da clareza na explicitação das propriedades envolvidas, e dá ênfase a evidências sobre acessibilidade e documentação multimodal quando pertinentes.

2. METODOLOGIA DA ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

Esta investigação foi configurada como uma revisão integrativa de literatura de cunho analítico-crítico, orientada por uma pergunta central que organiza todo o percurso: o que a produção acadêmica descreve, fundamenta e avalia a respeito do uso de dobraduras de papel (origami) como recurso didático para o ensino dos pontos notáveis dos triângulos, e de que modo as ideias matemáticas mobilizadas pelas fontes justificam as construções e as mediações didáticas relatadas. A escolha por uma revisão integrativa decorre da necessidade de abarcar diferentes tipos de documentos, desde artigos em periódicos a dissertações e teses, com vistas a compor um quadro amplo e crítico das evidências, das justificativas e das condições de implementação reportadas na área. Foi tomada como referência metodológica uma revisão recente que mapeia o diálogo entre origami e educação matemática e explicita o objetivo de apresentar pesquisas, descritores e critérios de seleção, o que orienta a organização do presente estudo e a escrita das seções subsequentes.

O escopo da revisão foi definido para incluir publicações que tratem o origami de modo central na proposta didática ou analítica e que alcancem, explicitamente, as linhas e os pontos notáveis do triângulo, compreendidos aqui como bissetrizes e incentro, mediatrizes e circuncentro, medianas e baricentro, alturas e ortocentro, entendidos pela literatura de base como conteúdos estruturantes do estudo de triângulos. Trabalhos em que as dobraduras aparecem apenas como mote ilustrativo, ponto de partida difuso para outros conteúdos não geométricos, ou suporte para atividades de recorte e colagem sem fundamentação geométrica, não compõem o corpus de análise.

A estratégia de busca articulou repositórios institucionais de produção brasileira e plataformas indexadoras com abrangência internacional, preservando o registro de datas, horários e combinações de descritores em cada plataforma. As consultas tomaram como ponto de partida os repositórios Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e a BDTD, nos quais se empregaram combinações em português "origami", "educação matemática" e "dobraduras", bem como suas traduções "origami", "paper folding" e "mathematics education" em buscas em língua inglesa, compondo um conjunto de cinco plataformas com seus resultados acompanhados em quadro próprio, conforme procedimento detalhado em revisão anterior cuja transparência metodológica serviu de guia para este estudo. A decisão por operar com pares de descritores, alternando "origami" e "dobraduras", ampara-se ainda no entendimento, também registrado na literatura, de que ambos os termos são sinonímias úteis para recuperar o universo de estudos sobre o ato de dobrar papel com finalidades matemáticas.

O processo de triagem deu-se em duas etapas complementares. Em uma primeira leitura de títulos e resumos, eliminaram-se duplicatas, registros inacessíveis em texto completo e publicações cujo foco não contemplasse a articulação entre dobraduras e educação matemática; em seguida, realizou-se a leitura integral dos textos elegíveis para confirmar a aderência aos critérios e para coletar informações necessárias à análise. A organização do percurso contemplou, desde o início, a descrição dos procedimentos de busca e seleção, a discussão dos estudos incluídos, a explicitação de convergências e a redação de considerações finais, tal qual orienta um roteiro metodológico já consolidado na revisão de literatura sobre origami na educação, o que reforça a rastreabilidade do corpus e a coerência entre objetivo e recorte.

A extração de dados foi conduzida por meio de alguns critérios preestabelecidos, concebidos para registrar metadados (autoria, ano, nível de ensino e tipo de publicação), a descrição das tarefas de dobragem, os conteúdos geométricos efetivamente trabalhados, as ideias matemáticas invocadas nas justificativas, os papéis docentes e as formas de avaliação, bem como resultados e limitações reconhecidas pelos próprios autores. A inclusão de campos específicos para as tarefas decorre da observação, corrente nas fontes, de que construções como mediatriz, bissetriz e demais elementos notáveis são frequentemente operacionalizadas por coincidência de pontos e alinhamentos, com explicitação das propriedades utilizadas no vinco, como se vê em relatos de execução de mediatrizes por sobreposição de extremos do segmento e de bissetrizes por rebatimento dos lados do ângulo. Do mesmo modo, a presença de campos para registrar justificativas teóricas foi motivada por estudos que estruturam as construções de circuncentro, incentro e ortocentro com remissão explícita a propriedades e axiomas, incluindo referências a proposições clássicas e a procedimentos de dobragem inspirados em formulações conhecidas da literatura.

A síntese analítica dos estudos ocorreu em dois movimentos integrados. No primeiro, de natureza temática, agregaram-se resultados em eixos que abrangem aprendizagem de propriedades e relações em triângulos, desenho e organização de tarefas com papel, mediação docente e uso de mídias, condições de implementação e acessibilidade. No segundo, de natureza matemático-argumentativa, foram reconstituídas as justificativas que sustentam as equivalências entre operações de dobragem e construções euclidianas, destacando-se a produção de argumentos e de provas visuais como dimensão formativa valorizada na literatura.

A avaliação da qualidade dos estudos considerou a clareza dos objetivos e do recorte conceitual, a adequação do desenho metodológico aos problemas investigados, a consistência entre procedimentos e resultados e a explicitação de limitações, com atenção particular ao modo como as publicações articulam seus argumentos a referenciais teóricos. Esse cuidado responde a diagnósticos presentes no próprio campo, segundo os quais há indícios de que a investigação com origami, embora promissora para o ensino de Geometria, apresenta por vezes articulação teórica incipiente e carece de maior aprofundamento na justificação dos motivos pelos quais a exploração de conceitos por dobras se mostra educativa, além de apontar inseguranças docentes ligadas a tempo e conhecimento. Registrar tais tendências como critérios de leitura ajuda a qualificar as inferências desta revisão e a situá-las no contexto de produção em que surgem.

Por fim, a rastreabilidade do percurso foi assegurada por meio do registro datado das buscas, das combinações de descritores utilizadas e do fluxo de seleção, com documentação dos motivos de exclusão e organização de quadros de síntese do corpus. Esse arranjo metodológico segue práticas já explicitadas em revisão de literatura sobre o tema, que torna públicos os termos de busca, as plataformas consultadas e a distribuição de resultados, o que fortalece a reprodutibilidade do presente estudo e prepara o caminho para a leitura dos fundamentos e das análises subsequentes.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Geometria escolar e finalidades formativas

A Geometria ocupa, no currículo, um lugar de integração entre visualização, linguagem e argumento, pois mobiliza leitura de formas, relações e medidas para interpretar situações do cotidiano e para organizar demonstrações acessíveis ao nível da educação básica. Na formação básica desse componente, é possível destacar o entendimento de que a aprendizagem geométrica contribui para "melhor se ler e interpretar o mundo", formulação que associa o estudo de figuras e transformações a finalidades culturais e cognitivas que atravessam disciplinas e contextos de uso do conhecimento (CABRITA; SANTOS; NETO; LOPES, 2020, p. 7 – 8).

Nesse enquadramento, documentos normativos recentes explicitam competências e aprendizagens necessárias, combinando conhecimentos, capacidades e atitudes, o que impõe ao planejamento de tarefas de Geometria uma preocupação com a passagem progressiva do empírico ao formal e com a articulação entre resolução de problemas, modelagem e argumentação. A literatura didática converge para esse desenho quando indica o uso de materiais manipuláveis e de recursos digitais como meios de mediação semiótica, favorecendo deslocamentos entre ação, representação e prova, sem perder de vista a exigência de justificar propriedades e procedimentos. Em síntese, a finalidade formativa da Geometria conecta o fazer com o compreender, estruturando o estudo pela combinação de tarefas, técnicas e explicações com sentido para o estudante (CABRITA; SANTOS; NETO; LOPES, 2020, p. 8; BRASIL, 2018).

3.2 Aprendizagem mediada por materiais manipuláveis e níveis de pensamento geométrico

O uso de materiais manipuláveis em Geometria vem sendo descrito como mediador da transição entre o gesto e a explicitação de propriedades, com ênfase no registro de procedimentos que permitem converter ações em argumentos. Estudos de ensino com dobraduras indicam benefícios no engajamento e na compreensão quando a exploração manual é orientada por objetivos conceituais e por justificativas explícitas. No âmbito de oficinas e sequências investigativas com origami, há relatos de que a técnica "despertou grande interesse" por permitir montar figuras, recombinar peças e deduzir fórmulas, condição que sustenta discussões de área e relações métricas em contextos nos quais a observação de rearranjos geométricos apoia a passagem ao discurso explicativo (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 8).

Além do interesse, a adoção de suportes audiovisuais melhora o acompanhamento das ações de dobragem e nivela, entre professor e estudantes, a verificação de cada passo. Na justificativa técnica de um repositório de tutoriais, é registrado que a filmagem “propõe uma melhor dinâmica na visualização das peças”, ao mesmo tempo em que a repetição de trechos favorece a estabilização do estado do papel e a revisão de decisões durante a execução, com a inclusão de “legendas dinâmicas” para fins de acessibilidade (SILVA, 2009, p. 25–26).

Em sintonia com a atenção à inclusão, a pesquisa sobre ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual têm reconhecido o origami como estratégia tátil, combinando sequência de ações, controle de simetria e verificação por sobreposição, o que sugere pertinência de adaptações e de instruções verbais precisas para sustentar a construção conceitual nessa população (ALENCAR et al., 2022).

3.3 Origami como linguagem: notações, axiomas e ações geométricas

A formalização da dobragem como linguagem geométrica organiza-se por um sistema de axiomas que determina quais operações são possíveis a partir de dados elementares de pontos e retas. Na literatura de referência, é afirmado que “é possível construir com dobraduras em papel todas as construções euclidianas bidimensionais a régua e compasso” e, adicionalmente, resolver problemas clássicos que excedem esse repertório instrumental, como a trissecção do ângulo e a duplicação do cubo, o que legitima o origami como ambiente matemático com regras próprias e poder construtivo bem delimitado (FRANÇA, 2016, p. 20).

A apresentação dos seis axiomas de Huzita-Hatori em materiais de formação inicial e continuada, frequentemente apoiada em diagramas de Cavamí e Furuya, converge com a dupla finalidade de explicitar condições de existência e unicidade de vincos e de orientar a leitura de cada dobra como operação sobre objetos geométricos, com destaque para as construções de retas, mediatrizes, alinhamentos e coincidências por sobreposição controlada dos elementos dados (CAVAMI; FURUYA, 2009, apud PEREIRA, 2021, p. 63–67).

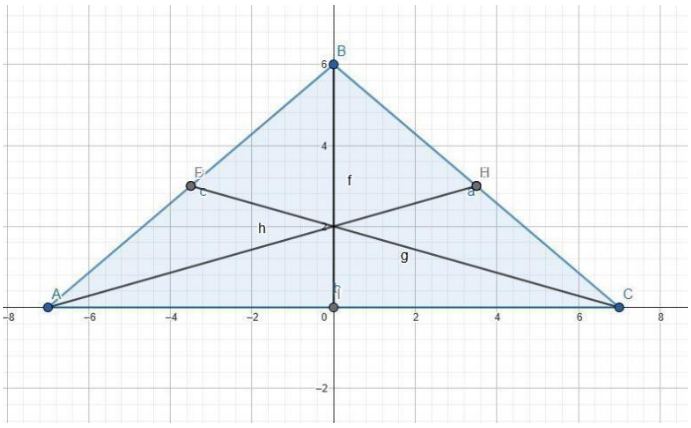
A convergência com o repertório euclidiano aparece, ainda, na orientação didática para que se comparem, para cada objetivo de construção, a sequência por régua e compasso e a sequência por dobragens, verificando os resultados por sobreposição de traços e por inspeção de simetrias, de modo a deixar claro por que o vinco produzido satisfaz a propriedade pretendida. Essa equivalência metodológica tem sido proposta em materiais que alternam retomada de proposições clássicas, leitura de leis de equilíbrio para o centro de gravidade e introdução gradual dos axiomas, compondo uma base comum de justificações para as ações sobre o papel e para a redação de argumentos na linguagem da Geometria escolar (PEREIRA, 2021).

3.4 Pontos notáveis do triângulo: base conceitual para a revisão

A sistematização dos pontos notáveis do triângulo estabelece um campo privilegiado para articular registros, pois permite que a construção manual e a demonstração dialoguem com a interpretação de propriedades. Em propostas que adotam o origami como recurso didático, a localização do baricentro (Figura 1) por medianas pode ser realizada por coincidência de vértice com ponto médio oposto e por inspeção do equilíbrio do papel, o que reforça definições clássicas e introduz, de modo intuitivo, ideias de centro de gravidade e de simetria de massas (PEREIRA, 2021, p. 110).

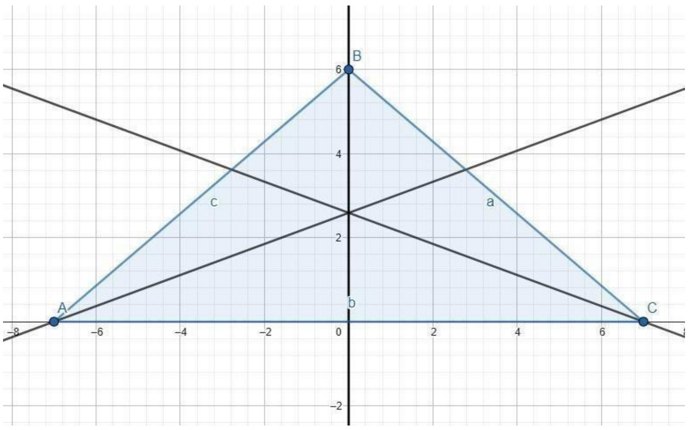
Nesse mesmo espírito, a obtenção de incentro (Figura 2), circuncentro (Figura 3) e ortocentro (Figura 4) pode ser comparada em dois ambientes, em que são verificadas coincidências por vinco e por traçado com régua e compasso, com justificativas que recorrem às propriedades de bissetrizes internas, mediatrizes e alturas. Em plano epistemológico, a equivalência entre as sequências por dobragem e por instrumentos tradicionais decorre do fundamento axiomático já referido, pois a dobragem realiza, na linguagem do papel, relações de simetria e de perpendicularidade avaliadas no repertório euclidiano. A literatura mais recente sobre o uso de softwares de Geometria Dinâmica complementa esse cenário com tarefas que exploram a invariância de alinhamentos e interseções em movimentos controlados, o que abre possibilidades de comparação entre papel e meio digital na verificação de propriedades associadas aos quatro centros (ZIVIANI; HOTT, 2014).

Figura 1 – Baricentro



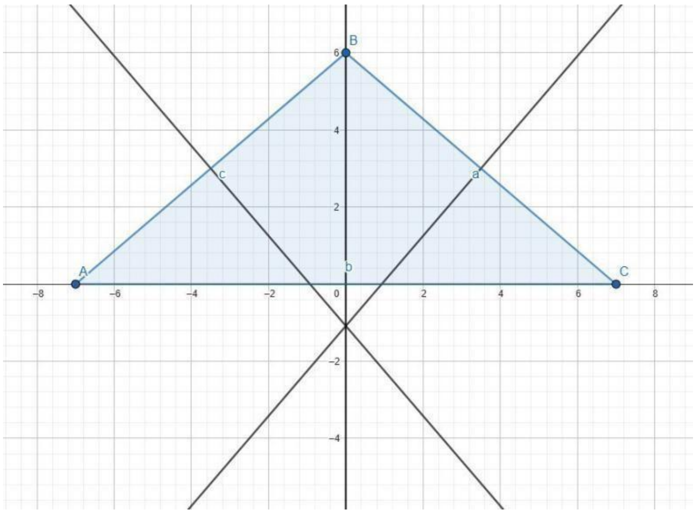
Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 2 – Incentro: encontro das bissetrizes



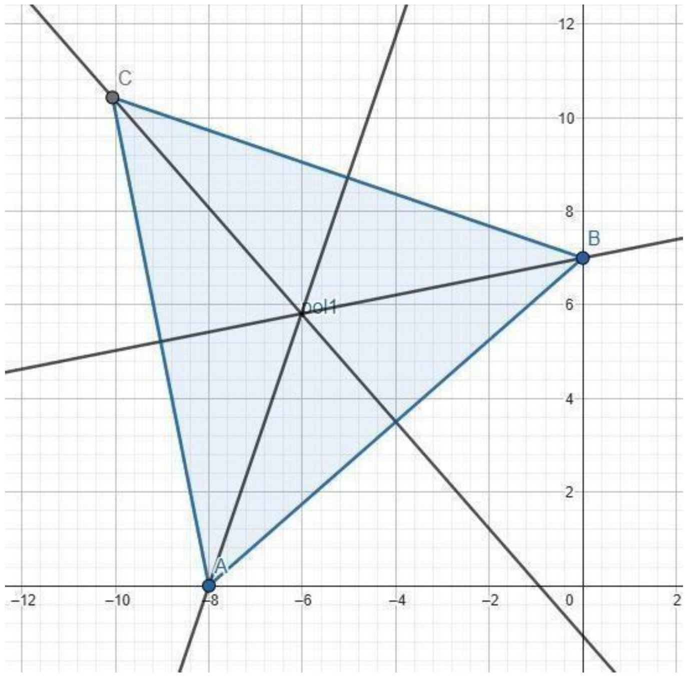
Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 3 – Circuncentro: encontro das mediatrizes



Fonte: Autoria própria, 2025.

Figura 4 – Ortocentro



Fonte: Autoria própria, 2025.

Nessa composição, o percurso que alterna construção manual, inspeção dinâmica e formalização escrita atende às finalidades da Geometria escolar enunciadas nos referenciais e nos estudos de base, uma vez que o estudante transita entre ação, representação e explicação com apoio de justificativas que explicitam a razão pela qual cada vinco ou traço satisfaz a propriedade enunciada.

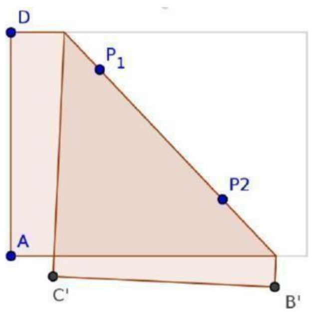
4. ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

4.1 O equilíbrio dos planos e os pontos notáveis do triângulo – Pereira, 2021

4.1.1 Principais argumentos

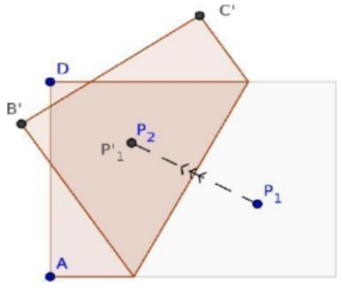
Em sua dissertação, Pereira (2021) defende que a articulação entre construções euclidianas, resultados da estática arquimediana e procedimentos de dobragem formalizados pelos axiomas de Huzita-Hatori oferece um caminho consistente para introduzir e justificar os pontos notáveis do triângulo e o centro de gravidade. O texto aponta que os axiomas de dobragem conferem estatuto demonstrativo às construções por vinco e permitem dialogar com o repertório clássico por régua e compasso. Em passagem programática, o autor afirma que os "seis axiomas propostos por Huzita representam para a origametria o mesmo que os axiomas de Euclides são para a Geometria plana" (PEREIRA, 2021, p. 62), indicação que orienta toda a comparação entre rotas construtivas e tipos de justificativa. No desenvolvimento do produto educacional, a meta é mostrar, pela justaposição de procedimentos, que a obtenção por origami de elementos como medianas e baricentros possui lastro teórico explícito e conduz a verificações empíricas de superposição dos resultados, compondo um argumento didático centrado na equivalência de métodos e na conexão conceitual entre Geometria e física.

Figura 5 – Primeiro Axioma de Huzita



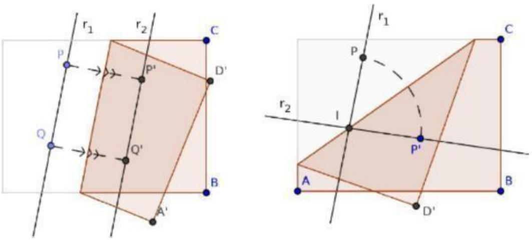
Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 3), apud PEREIRA (2021, p. 63)

Figura 6 – Segundo Axioma de Huzita



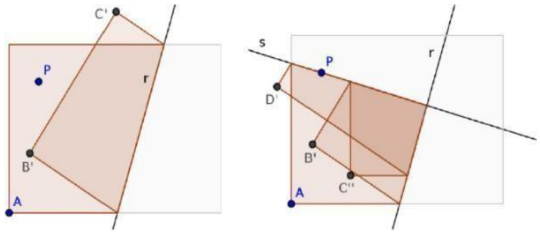
Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 3), apud PEREIRA (2021, p. 63)

Figura 7 – Terceiro Axioma de Huzita



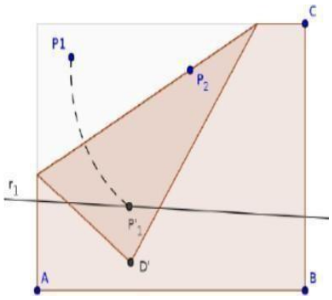
Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 4), apud PEREIRA (2021, p. 64)

Figura 8 – Quarto Axioma de Huzita



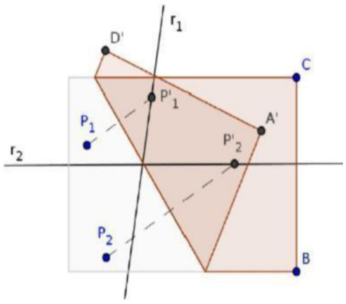
Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 4), apud PEREIRA (2021, p. 66)

Figura 9 – Quinto Axioma de Huzita



Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 4), apud PEREIRA (2021, p. 67)

Figura 10 – Sexto Axioma de Huzita

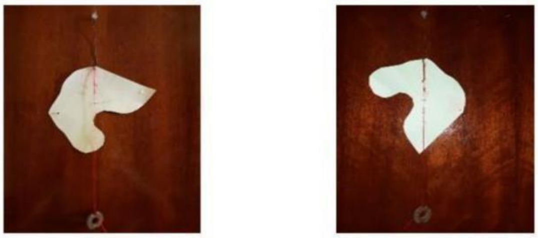


Fonte: CAVAMI e FURUYA (2009, p. 5), apud PEREIRA (2021, p. 67)

4.1.2 Metodologia utilizada

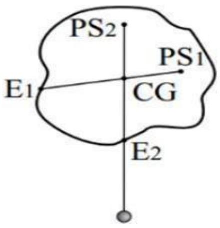
A metodologia adotada por Pereira (2021) combina reconstrução histórico-conceitual, estudo documental e engenharia didática de pequena escala, culminando em uma Atividade Didática que explicita objetivos, materiais e um roteiro de aulas. O planejamento temporal é apresentado de modo direto: “Serão necessárias duas aulas, com cinquenta minutos cada, para a realização desta atividade didática, que trata do centro de gravidade das figuras planas e está estruturada em cinco etapas” (PEREIRA, 2021, p. 107). As etapas alternam mobilização fenomenológica do problema de equilíbrio, sistematização arquimediana do centro de gravidade (Figura 11 e Figura 12), retomada de técnicas euclidianas com régua e compasso e introdução de dobras elementares a partir dos axiomas de Huzita, seguidas de comparação de resultados e encerramento conceitual. O capítulo de materiais complementares inclui referências a vídeos e demonstrações que apoiam a transposição, indicando uma curadoria de objetos culturais de divulgação científica e de canais específicos sobre origami e Geometria, o que reforça o caráter de estudo documental aplicado ao desenho do produto.

Figura 11 – Centro de Gravidade de figuras irregulares – experiência



Fonte: PEREIRA (2021, p. 107)

Figura 12 – Centro de Gravidade de figuras irregulares – representação



Fonte: ASSIS (2008, p. 73), apud PEREIRA (2021, p. 108)

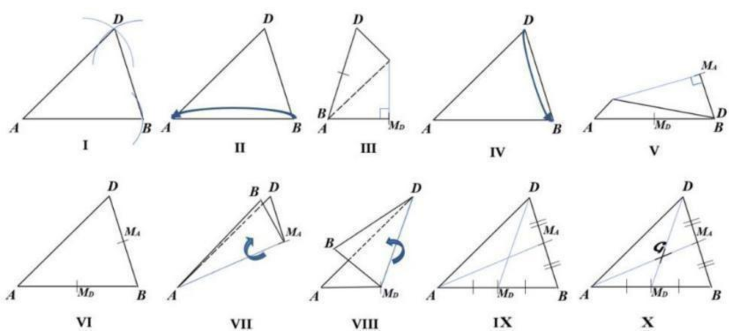
4.1.3 Pontos fortes e fracos

Entre os pontos fortes, destaca-se a convergência entre três frentes que costumam aparecer separadas no ensino: o repertório euclidiano de construções, os fundamentos de centro de gravidade e o aparato axiomático das dobras. A disposição paralela de procedimentos por régua e compasso e por origami favorece a leitura das equivalências, enquanto o enquadramento histórico e a sistematização de capítulos dão visibilidade à continuidade entre fundamentação e proposta didática. Há, ainda, um cuidado em situar a Geometria no currículo, aspecto que sustenta a pertinência da escolha temática. Como limites, foi observada a ausência de validação empírica com turmas reais, pois são apresentadas sugestões e um produto educacional sem relato de implementação, análise de aprendizagem ou discussão de dificuldades recorrentes dos estudantes. Nota-se também a dependência de tradução própria do texto arquimediano, sem referência a revisão externa desse material, o que restringe a avaliação de fidelidade terminológica. Esses elementos são verificados na descrição dos objetivos, na estrutura do documento e no modo como o produto é apresentado ao final.

4.1.4 Relação com teorias existentes

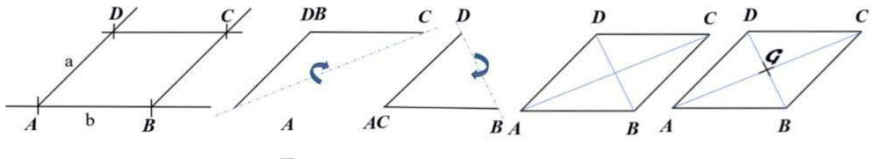
A relação com teorias se organiza em três eixos. O primeiro é a Geometria Euclidiana, na qual se definem e justificam incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro a partir de propriedades e construções clássicas. O segundo é a estática arquimediana, que introduz centro de gravidade e leis de equilíbrio como apoio para leituras de balanço de figuras planas e para conexões com propriedades métricas. O terceiro é a teoria matemática do origami, formalizada pelos axiomas de Huzita-Hatori, que estabelecem condições de existência e unicidade de dobras associadas a dados elementares de pontos e retas. Pereira enfatiza a equivalência estrutural ao registrar que os axiomas de Huzita ocupam, para a origametria, o papel dos axiomas de Euclides na Geometria plana, e orienta o professor a introduzir dobras iniciais pela leitura do primeiro e do segundo axiomas para construir retas e mediatrizes. Por fim, o fechamento do roteiro recomenda a verificação por sobreposição, pois "ressalvados os erros de construção, espera-se que todos os elementos estejam sobrepostos", o que funciona como validação empírica dos resultados e como síntese entre as três perspectivas teóricas (PEREIRA, 2021, p. 62; p. 110-111).

Figura 13 – Localização do baricentro do triângulo - origami



Fonte: PEREIRA (2021, p. 110)

Figura 14 – Localização do baricentro do paralelogramo - origami



Fonte: PEREIRA (2021, p. 110)

4.2 Origami Euclidiano – França, 2016

4.2.1 Principais argumentos

O texto de França (2016) defende a pertinência do origami como tecnologia analógica para sustentar a aprendizagem de construções euclidianas e propõe uma comparação sistemática entre dois ambientes de resolução, um com régua e compasso e outro com dobragens, a fim de identificar técnicas e elementos tecnológicos e teóricos mobilizados pelos estudantes. O texto formula a hipótese de que dificuldades acumuladas na formação básica fragilizam o domínio de conteúdos de Geometria e que o trabalho com dobragens pode favorecer a evocação de conhecimentos prévios e a compreensão de procedimentos, sem pretender substituir instrumentos tradicionais.

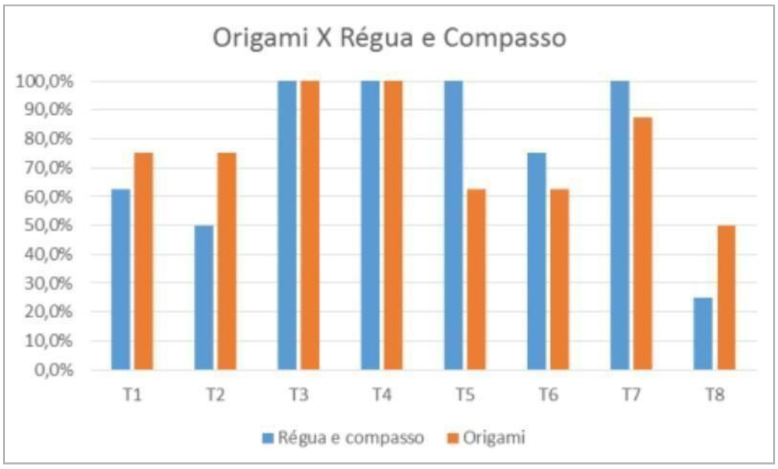
Ao justificar a opção metodológica, a pesquisa afirma que a escolha do origami se deve à acessibilidade do material, à facilidade de manipulação e à possibilidade de representar objetos geométricos por meio de vincos no papel, estabelecendo uma passagem controlada entre o físico, o gráfico e o geométrico, articulada pela observação e pela ação do estudante (FRANÇA, 2016, p. 18).

Ainda no enquadramento teórico, a autora defende que todas as construções com régua e compasso são reproduzíveis por dobragens a partir dos axiomas de Huzita-Hatori, além de certas construções adicionais que ultrapassam o repertório clássico, de modo que a comparação entre ambientes permita identificar técnicas, tecnologias e teorias acionadas nas resoluções analisadas (FRANÇA, 2016, p. 20 – 21).

4.2.2 Metodologia utilizada

A pesquisa organizou um experimento com ingressantes do curso de Licenciatura em Expressão Gráfica, no contexto da disciplina de Geometria Gráfica Bidimensional, em que os participantes resolveram construções em dois ambientes e tiveram suas produções analisadas com base em categorias praxeológicas. O procedimento envolveu duas etapas articuladas a instrumentos distintos. Na etapa inicial foram aplicados questionários para caracterização do perfil e sondagem de conhecimentos, incluindo domínio de instrumentos de desenho e relação prévia com o origami. Na sequência são propostas tarefas de construção euclidiana com régua e compasso e tarefas análogas por dobragens, com documentação dos passos e das decisões técnicas, além do registro de materiais empregados e justificativas declaradas pelos participantes (FRANÇA, 2016, p. 123). A análise considerou economia de passos e precisão das construções, explorou a passagem do gesto ao argumento e cotejou as tecnologias e teorias evocadas, segundo a estrutura T, τ, θ e Θ da Teoria Antropológica do Didático (FRANÇA, 2016, p. 21).

Figura 15 – Comparação de acertos nas atividades entre Origami versus Régua e Compasso.



Fonte: FRANÇA (2016, p. 123)

O corpus de análise integrou questionários de caracterização e sondagem de conteúdos, séries de tarefas em cada ambiente e quadros de análise praxeológica, compondo um percurso que permite observar passagens do gesto ao argumento e distinguir quando a economia de passos ou a precisão emergem como efeitos das técnicas escolhidas em cada cenário de resolução (FRANÇA, 2016, p. 66 – 68; p. 97 – 118).

4.2.3 Pontos fortes e fracos

O estudo apresenta como ponto forte a articulação explícita entre axiomas de dobragem e fundamentos euclidianos, o que confere inteligibilidade às operações realizadas no papel e facilita a leitura de equivalência de poder construtivo. Nesse quadro, a autora registra que, na percepção dos participantes, "o origami pode sim ser um facilitador na compreensão de conteúdos simples aos mais complexos da Geometria euclidiana", declaração que alinha a experiência vivida em sala ao argumento de equivalência e de potencial de mediação do origami no ensino de construções (FRANÇA, 2016, p. 123).

A adoção da Teoria Antropológica do Didático organiza a análise em níveis de descrição que conectam a execução material às justificativas e às referências teóricas, permitindo observar como os participantes sustentam suas escolhas ao passar de tarefas a técnicas e destas a tecnologias e teorias, com documentação das sequências de passos e dos produtos obtidos.

Além desse reconhecimento, a pesquisa aponta limitações e caminhos de aperfeiçoamento do delineamento, ao afirmar que "apesar de os resultados serem satisfatórios, algumas perguntas poderiam ter sido feitas no processo", como inverter a ordem dos ambientes, testar influências de sequência de tarefas e verificar estabilidade de respostas em repetição de atividades, o que dimensiona a natureza exploratória do estudo e aponta novos recortes para validação empírica ampliada (FRANÇA, 2016, p. 124).

O reconhecimento de dificuldades conceituais identificadas nos questionários, por exemplo confusões na definição de mediatriz e bissetriz, reforça a relevância do problema investigado e aproxima a análise de um diagnóstico didático que justifica a comparação entre ambientes e a aposta na materialidade das dobras para sustentar definições e propriedades em linguagem acessível ao nível de formação dos participantes (FRANÇA, 2016, p. 66 – 67).

4.2.4 Relação com teorias existentes

A relação teórica se organiza a partir de dois eixos. No primeiro, a obra recupera a formalização dos axiomas de Huzita-Hatori e enuncia que "é possível construir com dobraduras em papel todas as construções euclidianas bidimensionais a régua e compasso" e ainda resolver problemas clássicos não solucionáveis por instrumentos tradicionais, como a trissecção do ângulo e a duplicação do cubo, o que legitima o uso do origami como ambiente matemático com regras próprias e poder construtivo determinado por um sistema axiomático (FRANÇA, 2016, p. 20).

No segundo, a Teoria Antropológica do Didático oferece a moldura analítica para descrever as praxeologias que emergem nas resoluções, conforme a autora enfatiza ao estabelecer que as atividades humanas "seguem uma praxeologia", de modo que tarefas, técnicas, tecnologias e teorias se articulam e permitem interpretar como os estudantes justificam procedimentos e constroem explicações em cada ambiente de resolução (FRANÇA, 2016, p. 21).

Essa dupla ancoragem, que combina um sistema axiomático de dobragens e uma teoria didática de análise de práticas, dá suporte à comparação entre origami. régua e compasso fundamentando a leitura de quando e por que as dobras favorecem a economia de construção, a precisão e a explicitação de propriedades, sem propor substituição de instrumentos, propondo uma integração metodológica coerente com a história e a epistemologia da Geometria (FRANÇA, 2016, p. 18; p. 20 – 21).

4.3 A geometria dos origamis – BUSSOLOTTO et al., 2012

4.3.1 Principais argumentos

O artigo sustenta que o origami pode ser utilizado como recurso didático para explorar conteúdos de Geometria, com foco em atividades de caráter prático que favorecem a visualização, a construção de sólidos e a dedução de expressões de área e volume a partir da manipulação de peças de papel. No resumo, é declarado que o objetivo é relatar a execução de uma oficina destinada a licenciandos e professores em que o origami é empregado para abordar conceitos de Geometria Espacial, destacando-se a necessidade de aulas mais práticas e interativas que possibilitem a participação ativa dos estudantes (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 1).

Ao apresentar a proposta, os autores registram que a oficina foi aplicada a licenciandos de Matemática e Física e a docentes da rede pública, com a intenção de posterior adaptação para turmas do Ensino Fundamental e Médio, o que indica a preocupação em articular a experiência formativa com a transposição para a educação básica (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 3).

Além disso, é reforçada a centralidade da ação e da percepção tátil no processo de construção, como sintetiza a afirmação de que "todo origami começa quando pomos as mãos em movimento", utilizada para justificar a ênfase na manipulação de materiais e na passagem do fazer para o compreender (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 3).

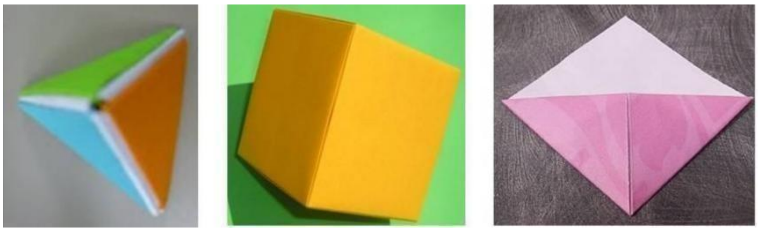
4.3.2 Metodologia utilizada

O formato escolhido foi de um relato de experiência de uma oficina de curta duração, realizada no Instituto Federal do Rio Grande do Sul, campus Bento Gonçalves, estruturada em etapas que combinam apresentação de objetivos, demonstração de técnicas de dobragem e realização de tarefas de construção de peças e sólidos. O delineamento informa que a equipe apresentou "a proposta da oficina, sua aplicabilidade, e as formas que serão trabalhadas" e que a montagem foi mostrada "passo a passo" com diagramas de referência, o que permite reconstruir o percurso de aprendizagem proposto e os artefatos mobilizados (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 3 – 4).

Em seguida, é descrito o conjunto de peças básicas adotadas como núcleo gerador das tarefas, composto pelo quadrado, pelo triângulo equilátero e pela peça de conexão, com a explicitação de que o material é exclusivamente o papel e de que a peça de conexão realiza o encaixe sem outros recursos, o que preserva a coerência interna do ambiente de resolução por dobragens (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 4).

A intervenção culmina com a construção de sólidos (Figura 16) e com a elaboração de relações métricas, pois as peças montadas “poderão formar diversos sólidos” e servir de base para dedução de fórmulas como a da área do trapézio e a do hexágono regular por composição de triângulos, além de problemas com caixas para cálculo de área e volume, o que indica a intenção de transitar do objeto construído para generalizações e expressões simbólicas (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 5 – 7).

Figura 16 – Sólidos construídos a partir das peças elaboradas.

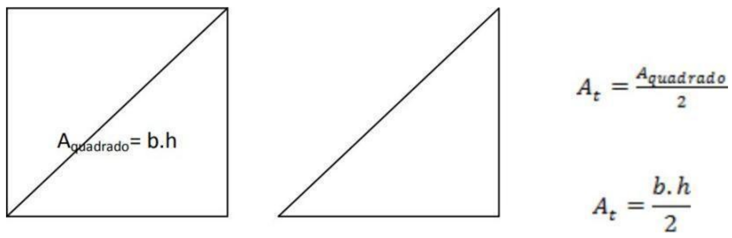


Fonte: BUSSOLOTTO (2012, p. 5)

4.3.3 Pontos fortes e fracos

Entre os pontos fortes, é possível observar o encadeamento metodológico que vai da introdução das peças elementares à composição de sólidos e à dedução de fórmulas, mantendo o foco em tarefas que exigem a passagem do gesto ao argumento. Os trechos de “Conceitos matemáticos com dobraduras” mostram como a exploração com o quadrado e o triângulo equilátero serve de base para relações de área e para a construção de expressões (Figura 17), o que favorece a leitura de propriedades a partir da recombinação de peças e apoia o professor no planejamento de discussões que desloquem a atividade do nível empírico para o conceitual (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 6 – 7).

Figura 17 – Demonstração da equivalência entre a área de um triângulo e a metade da área de um quadrilátero



Fonte: BUSSOLOTTO (2012, p. 6)

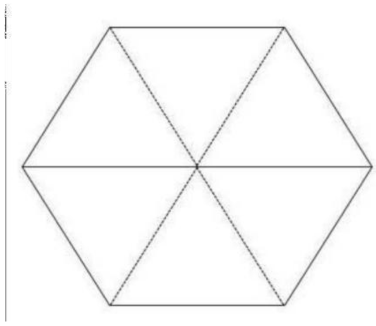
A seção de considerações sintetiza indícios de engajamento dos participantes e a percepção de que o manuseio de materiais contribuiu para a compreensão, ao afirmar que a técnica "despertou grande interesse" por possibilitar a montagem de figuras e a elaboração de fórmulas, o que reforça a adequação do formato de oficina ao objetivo proposto (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 8).

Quanto aos limites, a ausência de instrumentos sistemáticos de avaliação de aprendizagem impede a verificação de ganhos conceituais de modo mais robusto, uma vez que o texto não apresenta medidas de desempenho antes e depois das atividades nem critérios de análise das produções além do relato narrativo. Adicionalmente, as referências bibliográficas incluem fontes de natureza variada, entre elas páginas de blog utilizadas para consulta de diagramas e imagens, o que sugere a necessidade de complementar a bibliografia com obras acadêmicas e artigos revisados por pares quando o propósito é consolidar fundamentos e dialogar com debates da educação matemática e da Geometria (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 5; 8).

4.3.4 Relação com teorias existentes

A relação com referenciais teóricos aparece de forma implícita, sobretudo no uso de materiais manipuláveis como mediadores da passagem da atividade manual para a construção de conceitos e na valorização de composições e decomposições como estratégia para deduzir fórmulas. O segmento em que se propõe "mostrar a construção da fórmula da área do trapézio" por meio de recombinações de triângulos equiláteros, bem como aquele que orienta a organização do hexágono a partir de seis triângulos (Figura 18) para expressão de sua área em função do lado, remete à tradição didática de trabalhar com equivalências e rearranjos geométricos na demonstração de resultados métricos e conecta a oficina a práticas consagradas de ensino de Geometria (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 7).

Figura 18 – Construção da fórmula do hexágono unindo seis triângulos equiláteros em função de seus lados (b)



$$A_{Hexágono} = 6.\left(\frac{b.h}{2}\right) \rightarrow$$

$$A_{Hexágono} = 3.(b.h)$$

Ou

$$A_{Hexágono} = 6.\left(\frac{b^2.\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3b^2.\sqrt{3}}{2}$$

Fonte: BUSSOLOTTO (2012, p. 7)

Nesse mesmo sentido, a construção e o encaixe de módulos para formar poliedros situam o origami modular como linguagem para explorar propriedades de sólidos e para discutir relações entre figuras planas e espaciais, em consonância com abordagens que integram visualização, manipulação e formalização progressiva em ambientes escolares (BUSSOLOTTO et al., 2012, p. 1 – 5).

4.4 Origamática – Silva, 2009

4.4.1 Principais argumentos

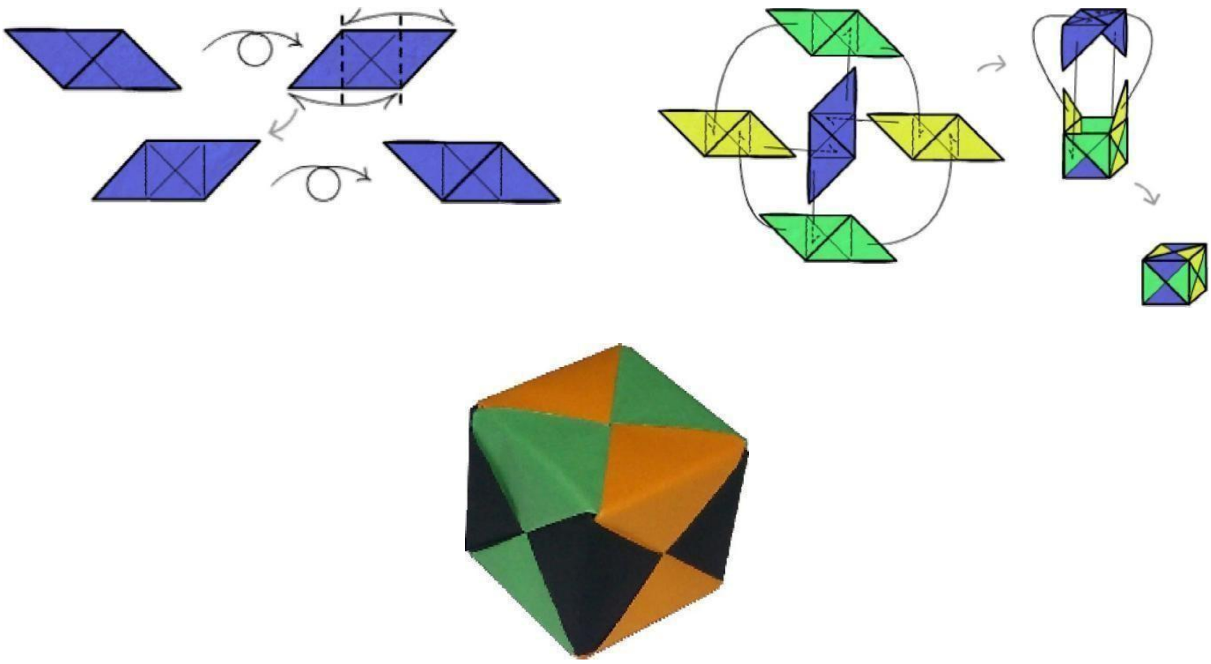
O texto de Silva (2009) argumenta que o origami pode constituir uma ferramenta para a sala de aula de matemática e, ao mesmo tempo, um eixo articulador entre visualização, construções euclidianas e sistematizações conceituais. Logo no resumo, o autor explicita o propósito de "caracterizar o origami como possível ferramenta para utilização em sala de aula" e de produzir material que sustente práticas "com professores […] e […] diretamente com o aluno" com vistas a verificar aceitação e possibilidades de trabalho com Geometria (SILVA, 2009, p. 6). A defesa desse papel pedagógico se prolonga na introdução, em que se sustenta que a análise das sequências de dobras e de suas combinações é "rica fonte para o raciocínio matemático", pois permite examinar a ordem e a relevância de passos na obtenção do resultado, promovendo perguntas sobre propriedades e relações geométricas que emergem do processo de construção (SILVA, 2009, p. 10 – 11). Ainda como parte do argumento central, o trabalho afirma que há uma "infinidade de origamis que representam sólidos geométricos" e que tais modelos favorecem o estudo de relações entre sólidos, a identificação de características e a passagem de representações planas para espaciais, aspecto que sustenta a pertinência do recurso para conteúdos de Geometria Espacial no ensino básico (SILVA, 2009, p. 11). Por fim, o autor associa o poder construtivo do origami à formalização dos axiomas de Huzita-Hatori, com a intenção de conferir "rigorosidade matemática às dobraduras" e de explicitar o vínculo entre a arte do papel e a tradição euclidiana de construções (SILVA, 2009, p. 12– 13; 41 – 42).

4.4.2 Metodologia utilizada

O delineamento metodológico integra a elaboração de um repositório de recursos, a realização de um minicurso com professores e a aplicação de atividades com estudantes, compondo um estudo de desenvolvimento com coleta de indícios de uso e aceitação. O autor descreve duas frentes de prática: uma "desenvolvida com professores, a fim de verificar a aceitação […] do uso do material em sala de aula, e uma desenvolvida diretamente com o aluno, buscando comprovações quanto à possibilidade de desenvolvimento de atividades relacionadas à geometria com o auxílio do origami" (SILVA, 2009, p. 6). Para apoiar a circulação e a reprodutibilidade do material, o estudo cria o "Portal Origamática", estruturado em um canal de vídeos e em um sítio com propostas de uso, de modo que "um professor […]

pode se inscrever em nosso canal, e será avisado sempre que postarmos novidades", além de acessar diretamente o link de cada vídeo e consultar sugestões de atividades associadas (SILVA, 2009, p. 27 – 29). Na justificativa técnica, o trabalho relata "desvantagens no trabalho com diagramas" para iniciantes e defende o uso de vídeo como alternativa para representar o movimento e equalizar a experiência de repetição de passos entre docente e discente, registrando ainda a adoção de "legendas dinâmicas" para fins de acessibilidade (SILVA, 2009, p. 25 – 26). O corpus inclui modelos básicos selecionados por critérios de aplicabilidade didática, como caixa simples, Módulo Sonobe, Cubo Sonobe e tetraedro estrutural (Figuras 19, 20 e 21), com links diretos para cada tutorial, o que permite reconstruir o percurso metodológico das oficinas e das aulas descritas (SILVA, 2009, p. 20 – 24; 27 – 32).

Figuras 19, 20 e 21 – Cubo Sonobe

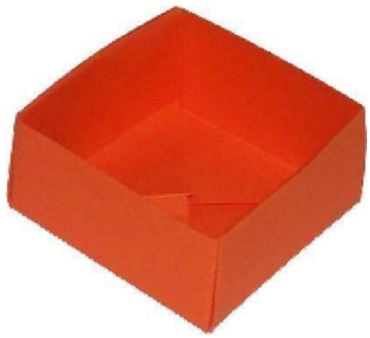


Fonte: SILVA (2009, p. 22)

4.4.3 Pontos fortes e fracos

O estudo se destaca pelo encadeamento entre desenho de material, estratégia de difusão e avaliação de uso em dois contextos complementares, o que favorece a leitura de pertinência e de viabilidade. A opção por vídeo mitiga obstáculos associados a códigos de diagramação e amplia a clareza do gesto de dobrar, como sintetiza a constatação de que a filmagem “propõe uma melhor dinâmica na visualização das peças” e que a possibilidade de repetição equaliza o estado do papel entre professor e estudante durante a revisão de um passo específico (SILVA, 2009, p. 25 – 26). A incorporação de legendas torna a proposta sensível aos requisitos de acessibilidade e documenta a preocupação com a inclusão no desenho de recursos (SILVA, 2009, p. 26). Além disso, a arquitetura do portal e a seleção de modelos com diferentes potencialidades curriculares sinalizam um esforço de instrumentalização docente ancorado em usos plausíveis para conteúdos de área e de volume, bem como para exploração de poliedros com módulos (SILVA, 2009, p. 27 – 32).

Figuras 22 – Caixa simples



Fonte: SILVA (2009, p. 30)

Figuras 23 – Tetraedro estrutural

Fonte: SILVA (2009, p. 32)

Quanto às limitações, é possível observar a ausência de instrumentos sistemáticos de avaliação de aprendizagem nas práticas reportadas, pois não há relato de medidas de desempenho ou de protocolos analíticos que permitam estimar ganhos conceituais para além das evidências anedóticas. Também se nota que parte das imagens e referências históricas se apoia em fontes de divulgação, como verbetes de Wikipédia citados nas ilustrações da seção de história, o que sugere a necessidade de complementar a bibliografia com obras acadêmicas e edições críticas quando o objetivo é sustentar enquadramentos históricos e epistemológicos para o ensino de Geometria (SILVA, 2009, p. 33 – 40). Ainda, embora o texto anuncie o vínculo com axiomas de Huzita-Hatori e com construções euclidianas, a discussão permanece programática em alguns trechos, sem análise praxeológica de resoluções que detalhe tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, o que constituiria um passo adiante na documentação de como os estudantes justificam procedimentos em cada ambiente.

4.4.4 Relação com teorias existentes

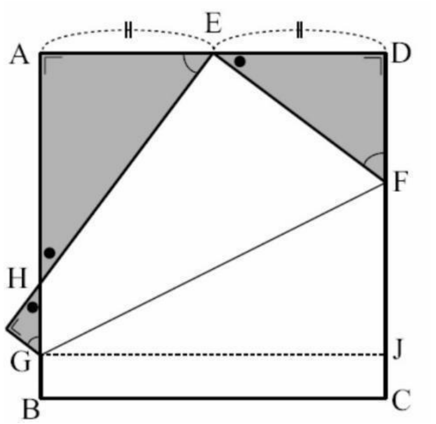
A obra estabelece uma continuidade entre a tradição euclidiana e a formalização do origami ao recuperar construções com régua e compasso e aproximá-las de procedimentos de dobragem, o que permite examinar justificativas e resultados sob um mesmo horizonte conceitual (SILVA, 2009, p. 38 – 41).

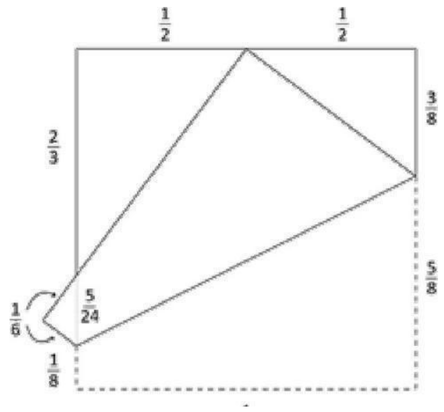
Além disso, ao explicitar os axiomas de Huzita-Hatori, confere rigor às dobras ao tratar a existência e a unicidade de vincos como consequências de dados de pontos e retas, posicionando o origami como sistema formal com poder construtivo próprio em diálogo com o repertório clássico da Geometria (SILVA, 2009, p. 41 – 42).

O quadro teórico é ainda complementado por resultados característicos da literatura de origami geométrico, como o Primeiro Teorema de Haga (Figuras 24 e 25), por meio do qual se demonstra que sequências simples de dobras permitem localizar pontos e produzir relações mensuráveis aptas a serem tematizadas didaticamente em tarefas de sala de aula, sem romper a coerência entre ação, representação e argumento (SILVA, 2009, p. 43 – 45).

Dessa integração decorre uma contribuição que não propõe a substituição de instrumentos, mas a incorporação, no planejamento de atividades, do repertório euclidiano, da axiomatização do origami e de exemplos clássicos de geometria por dobragens, a fim de tornar visível aos estudantes a passagem do gesto para o conceito.

Figuras 24 e 25 – Visualização do Primeiro Teorema de Haga





Fonte: HAGA (2008, p. 4), apud SILVA (2009, p. 43)

4.5 Origami e produção de vídeos digitais – Graciolli, 2021

4.5.1 Principais argumentos

O eixo argumentativo do estudo sustenta que a articulação entre dobragens e produção audiovisual cria um ambiente propício para tornar visível a atividade matemática dos participantes, especialmente quando se analisam as justificativas que ligam o gesto de dobrar às propriedades e relações geométricas. A autora formula como questão norteadora "o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária" (GRACIOLLI, 2021, s. p.). Nesse quadro, defende que os encontros possibilitaram discussão conceitual, validação de resultados e reorganização de ideias, uma vez que os estudantes "discutiram conceitos, verificaram, validaram, criaram conjecturas e reorganizaram o pensamento", sendo decisivo o papel das mídias origami e vídeo para constituir coletivos de seres-humanos-com-mídias (GRACIOLLI, 2021, s. p.). Esses enunciados, apresentados logo na síntese do trabalho, amparam a tese central de que a mediação por vídeo registra o processo e condiciona o pensar durante a construção, o roteiro e a comunicação das soluções.

4.5.2 Metodologia utilizada

O percurso metodológico é qualitativo com abordagem fenomenológica, orientado à compreensão do que se mostra no fenômeno da produção matemática quando se propõem tarefas de dobragens e elaboração de vídeos. A autora explicita a escolha: "decidiu-se pela pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, uma vez que se pretende compreender a produção matemática dos alunos quando envolvidos em um contexto específico" (GRACIOLLI, 2021, p. 51). Em termos operacionais, o estudo organiza um curso de extensão universitária intitulado "Origami, Matemática e Produção de Vídeos Digitais", com encontros semanais (Figura 26) e registro integral por gravações e transcrições, cujos dados são tratados por análise ideográfica e nomotética (GRACIOLLI, 2021, s. p.).

Os módulos contemplam introdução à origamis, exploração do Teorema de Haga com softwares, construção de poliedros de Platão de faces triangulares, elaboração de roteiros, produção e socialização dos vídeos; a autora enumera: "Introdução à matemática e origamis; Explorar o Teorema de Haga por meio de softwares; Construção de poliedros de Platão de face triangular; Elaboração dos roteiros dos vídeos; Produção de vídeos; Apresentação e discussão dos vídeos produzidos" (GRACIOLLI, 2021, p. 55 – 56). Esse desenho didático-metodológico é coerente com o objetivo de observar, em situação formativa real, como tarefas de origami e vídeo suscitam explicações, provas e decisões técnicas, e como a re-visualização do processo favorece o trânsito do gesto ao argumento.

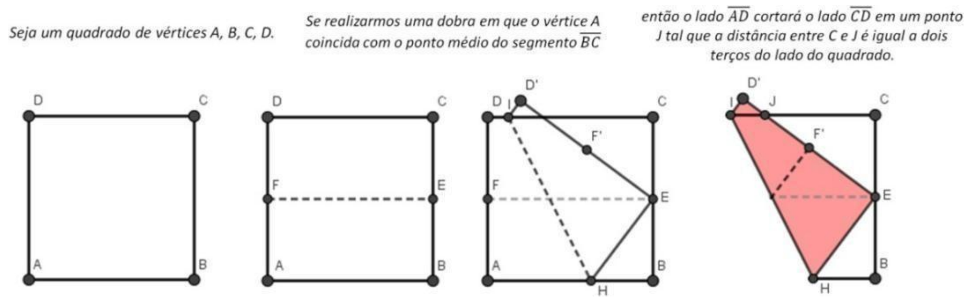
Figura 26 – Participação no primeiro módulo

Fonte: GRACIOLLI (2021, p. 56)

4.5.3 Pontos fortes e fracos

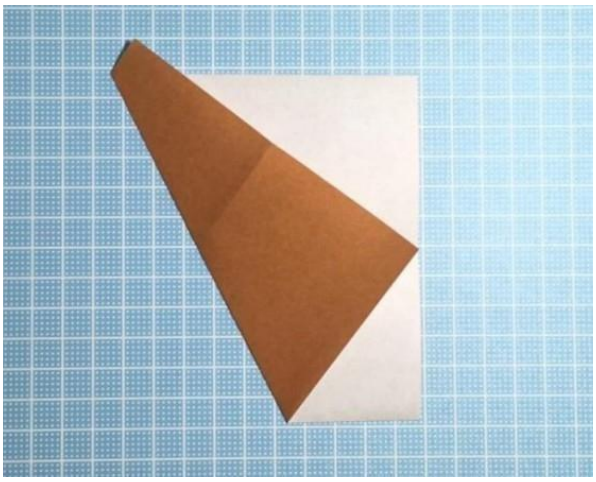
Entre os pontos fortes, é destacada a nitidez da pergunta de pesquisa e a aderência entre abordagem fenomenológica e objeto de estudo, pois a autora descreve e interpreta "o que se mostra significativo" no curso à luz de registros primários de fala, gesto e produto (GRACIOLLI, 2021, p. 51). O encadeamento dos módulos dá densidade à experiência, pois mobiliza conceitos por meio de modelos artísticos, teoremas como o de Haga (Figura 27) e tarefas que terminam em produtos audiovisuais, permitindo observar momentos em que os participantes formulam conjecturas, justificam escolhas e negociam critérios de precisão. A categoria "produção de vídeos" revela um mérito adicional, onde a própria mídia promove decisões técnicas que afetam o tratamento matemático e a comunicação, como quando os participantes avaliam captação de áudio, enquadramento e sequenciamento para garantir inteligibilidade do argumento matemático, discutindo que "o áudio [seja] claro e sem ruídos" e que a gravação evite "eco e ruído externo" (GRACIOLLI, 2021, p. 118 – 119).

Figura 27 – Passo a passo do primeiro Teorema de Haga



Fonte: GRACIOLLI (2021, p. 58)

Figura 28 – Teorema de Haga dobrado no papel



Fonte: GRACIOLLI (2021, p. 102)

Quanto às limitações, há recorte amostral pequeno, concentrado em oito participantes de um único curso de extensão, o que restringe generalizações externas e o acompanhamento longitudinal de aprendizagem. A natureza situada das tarefas e a ausência de instrumentos comparativos pré-pós também limitam a mensuração de progressos conceituais. Ademais, embora o andamento seja rico em episódios de argumentação, seria proveitoso reservar, no desenho das atividades, espaços mais sistemáticos para o registro das propriedades e axiomas acionados em cada dobra, de modo a reduzir a distância entre execução, explicação e validação formal. Ainda assim, a autora documenta categorias analíticas que cobrem prova, pensar-com-dobras e produção de vídeos, o que dá lugar à discussão e evidencia coerência entre a questão e os materiais coletados (GRACIOLLI, 2021, s. p.).

4.5.4 Relação com teorias existentes

A fundamentação dialoga com duas frentes principais. No plano metodológico, é inserida na tradição fenomenológica em Educação Matemática para a qual investigar é descrever o fenômeno tal como se mostra, assumindo que “fenômeno é, então, tudo o que se mostra, se manifesta, se desvela ao sujeito que o interroga”, formulação que a autora convoca para sustentar o foco em como a produção matemática emerge nas interações do curso (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 141, apud GRACIOLLI, 2021, p. 51). No plano teórico-tecnológico, junto à representação de seres-humanos-com-mídias, assumindo que a mídia vídeo condiciona e reorganiza o pensar durante a produção, e registra que a autoria audiovisual ofereceu “oportunidade de desenvolver uma linguagem própria para falar de matemática”, com efeitos sobre explicitação e ressignificação de conhecimentos (FONTES, 2019, p. 61, apud GRACIOLLI, 2021, p. 118 – 119). Ao articular esses referenciais à prática com origami e à organização do curso em módulos que incluem teoremas, modelos e edição de vídeos.

CONCLUSÃO

A análise bibliográfica realizada permite afirmar que o origami oferece um caminho metodológico consistente para tratar os pontos notáveis do triângulo nos anos finais do Ensino Fundamental. A literatura converge sobre três eixos que se reforçam mutuamente. Em primeiro lugar, o diálogo entre construções euclidianas e os axiomas de Huzita-Hatori confere legitimidade matemática às sequências de vinco e possibilita analisar, com clareza, procedimentos por régua e compasso e por dobragem, o que favorece a compreensão de por que mediatrizes, bissetrizes, medianas e alturas surgem de sobreposições e alinhamentos controlados. Em segundo, o uso de materiais manipuláveis e de suportes audiovisuais cria condições para que o estudante transite do gesto à explicação, pois a documentação do processo evidencia decisões técnicas, justificativas e critérios de precisão que habitualmente ficam implícitos quando se trabalha apenas com desenhos estáticos. Em terceiro, propostas que articulam tarefas práticas, enquadramento histórico-conceitual e produtos de comunicação ampliam o espaço para conjectura e validação, deixando que propriedades e relações sejam discutidas em linguagem acessível, sem perder a conexão com noções estruturais da Geometria escolar. Esse conjunto de resultados se alinha aos objetivos delineados no estudo, ao propósito de integrar fundamentos e prática docente e ao recorte temático que prioriza os centros do triângulo como núcleo organizador do currículo.

Do ponto de vista crítico, a revisão que possui uma força pedagógica, ao ponto que limites recorrentes merecem atenção quando se pensa em adoção em larga escala. Predominam relatos de oficina, cursos de extensão e estudos de desenvolvimento com amostras reduzidas e curta duração, o que restringe generalizações e dificulta estimar ganhos conceituais. Em muitos casos, a avaliação é concentrada em percepções de engajamento e na descrição de produtos, enquanto a mensuração de aprendizagem e a análise das produções escritas e gráficas ainda carecem de instrumentos mais precisos. Para qualificar o uso do origami na abordagem dos pontos notáveis, é preciso explicitar, em cada tarefa, as propriedades acionadas e o vínculo com um ou mais axiomas, registrar erros típicos de construção e suas correções, e adotar protocolos que documentem a passagem do vinco à prova, com a redação de argumentos que justifiquem existência e unicidade dos elementos construídos. A integração com ambientes digitais de geometria dinâmica pode operar como mecanismo adicional de validação, quando permite acompanhar invariâncias sob arraste e conferir medidas, mantendo a centralidade das justificativas geométricas. A literatura aponta que a mediação docente é decisiva para orientar a sequência de ações, orquestrar momentos de comparação entre rotas de construção, estabilizar definições e promover conexões com problemas do cotidiano que deem sentido às propriedades discutidas.

No planejamento didático, é uma possibilidade estruturar sequências em ciclos que iniciem com uma situação geradora, avancem para construções por régua e compasso e por dobragem, comparem resultados por sobreposição e por inspeção métrica, e encerrem com formalização escrita em termos de propriedades e teoremas. A documentação por vídeo pode ser incorporada como componente de avaliação e como objeto de estudo, estimulando que os estudantes explicitem razões e critérios adotados, enquanto rubricas analíticas qualificam o feedback sobre precisão e argumentação. Na formação de professores, é recomendável trabalhar com o par tarefa-justificativa desde o início, para que o uso do origami não se restrinja apenas à execução de modelos, mas acabe se convertendo em exploração de ideias matemáticas com linguagem comum. Em pesquisa, fazem falta estudos controlados que comparem desempenhos por tópicos específicos, com instrumentos pré e pós, amostras amplas e análise de estabilidade no tempo, além de investigações sobre acessibilidade que detalhem adaptações para diferentes públicos. Por fim, a consolidação desse programa tende a produzir evidências de aprendizagem mais sólidas e a tornar replicáveis as propostas aqui discutidas, preservando a centralidade do raciocínio geométrico e a coerência entre o fazer e o compreender que orientou toda a construção do trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, Edvonete A.; SILVA, Nayana L.; MACÊDO, Sâmara A. de; CRUZ, Edna C. R. **O uso do origami na educação matemática de deficientes visuais**. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 10, n. 2, 2022. Disponível em: https://essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/recima/article/view/18373. Acesso em: 17 jun. 2025.

BUSSOLOTTO, Débora; CARRARO, Marcos Antonio; RAMPON, Marina; VALÉRIO, Felipe Luy. **A geometria dos origamis.** In: III EIEMAT – Escola de Inverno de Educação Matemática. 1º Encontro Nacional PIBID - Matemática, 2012, 03 ago. 2012.

CABRITA, Isabel; SANTOS, Vanda; NETO, Teresa B.; LOPES, J. Bernardino (org.). **Matemática com vida**: diferentes olhares sobre a Geometria. Aveiro: UA Editora, 2020.

FRANÇA, Emanuella Martins de. **Origami Euclidiano.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

GRACIOLLI, Carolina Yumi Lemos Ferreira. **Origami e Produção de Vídeos Digitais**: um estudo sobre a produção matemática em um curso de extensão universitária. 2021. 205 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.

PEREIRA, Luiz Fernando. **O equilíbrio dos planos e os pontos notáveis do triângulo:** Arquimedes, Euclides, Huzita e Hatori trabalhando juntos. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2021.

SILVA, Guilherme Nogueira da. **Origamática:** o origami no ensino-aprendizagem de matemática. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

ZIVIANI, Cláudio Henrique; HOTT, Clemência Aparecida. **Pontos notáveis do triângulo**

por meio do GeoGebra. Pensar Acadêmico, v. 11, n. 2, p. 70-74, 2014.