



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CAMPUS AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**JOSÉ MARIA DE SOUSA NETO**

**ANÁLISE ESPECTRAL DE HARMÔNICOS E APLICAÇÕES NO  
MONITORAMENTO DA QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA**

Caruaru  
2025

JOSÉ MARIA DE SOUSA NETO

**ANÁLISE ESPECTRAL DE HARMÔNICOS E APLICAÇÕES NO  
MONITORAMENTO DA QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Produção do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Produção.

**Área de concentração:** Pesquisa Operacional.

**Orientador:** Renato José de Sobral Cintra

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Sousa Neto, José Maria de.

ANÁLISE ESPECTRAL DE HARMÔNICOS E APLICAÇÕES NO  
MONITORAMENTO DA QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA / José  
Maria de Sousa Neto. - Caruaru, 2025.

83 : il., tab.

Orientador(a): Renato José de Sobral Cintra

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de  
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Engenharia de Produção, 2025.

Inclui referências, apêndices.

1. Qualidade da energia elétrica. 2. Análise harmônica. 3. Transformada  
discreta de Fourier. 4. Transformada discreta de Hartley. 5. Análise espectral.  
6. Distorção harmônica total . I. Cintra, Renato José de Sobral . (Orientação). II.  
Título.

620 CDD (22.ed.)

JOSÉ MARIA DE SOUSA NETO

**ANÁLISE ESPECTRAL DE HARMÔNICOS E APLICAÇÕES NO  
MONITORAMENTO DA QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Produção do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Produção.

Aprovado em: 16/12/2025

**Banca Examinadora**

---

Prof. Dr. Renato José de Sobral Cintra  
(Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Augusto José da Silva Rodrigues  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Lucimário Gois de Oliveira Silva  
Universidade Federal de Pernambuco

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder saúde, força e sabedoria para seguir firme durante toda a graduação e na construção deste trabalho.

Agradeço à minha mãe, Maria de Fátima de Sousa, e ao meu pai, Severino Gerson da Silva, pelo apoio constante, pela confiança e pelos sacrifícios que fizeram para que eu pudesse estudar e seguir em frente, mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Renato José de Sobral Cintra, pela orientação técnica ao longo de todo o trabalho, pela paciência nas correções e pelas cobranças no momento certo, que foram decisivas para dar direção, rigor e consistência ao desenvolvimento deste TCC.

Agradeço aos professores do curso de Engenharia de Produção, que contribuíram para minha formação acadêmica e profissional, e que, direta ou indiretamente, ajudaram a construir a base necessária para que este estudo fosse possível.

Agradeço aos meus amigos e colegas, pela parceria ao longo do curso, pelas conversas, pelos incentivos e por tornarem a caminhada mais leve em muitos momentos.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho, seja com apoio técnico, palavras de incentivo ou presença nos momentos decisivos.

“A disciplina é a ponte entre metas e resultados.”

--- *Jim Rohn*

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia computacional reprodutível para análise harmônica de sinais de tensão em baixa tensão, com ênfase na quantificação da distorção provocada pela presença de harmônicos. O objetivo é avaliar, em condições controladas e com parâmetros coerentes com a prática, o desempenho de estimadores espectrais baseados na Transformada Discreta de Fourier (DFT) e na Transformada Discreta de Hartley (DHT) para identificação de componentes harmônicas e para cálculo da Distorção Harmônica Total (THD), conectando os resultados a requisitos de diagnóstico, rastreabilidade e comparabilidade de indicadores em ambientes industriais. As simulações foram implementadas em Python (ambiente Jupyter Notebook), a abordagem baseia-se na geração de cenários sintéticos monofásicos com frequência fundamental de 60 Hz, tensão nominal de 220 V<sub>rms</sub> e harmônicos de 2ª a 7ª ordem, com amplitudes definidas como frações da componente fundamental. Para representar as incertezas típicas de aquisição presentes em instrumentos de medição, adiciona-se ruído branco gaussiano em volts, com semente fixa para garantir repetibilidade. A análise no domínio da frequência é realizada por dois caminhos: (i) cálculo da DFT via FFT, com obtenção de  $|X[k]|$  e extração de magnitudes eficazes no semiespectro positivo; e (ii) aplicação direta da Transformada Discreta de Hartley (DHT), resultando no espectro real  $H[k]$  e permitindo a estimativa das magnitudes em valores eficazes pelo mesmo protocolo de escalonamento. Os resultados incluem verificação de consistência energética por meio do Teorema de Parseval, comparando a energia no domínio do tempo com a energia no domínio espectral. Adicionalmente, são apresentadas tabelas de magnitudes harmônicas (RMS) e comparação lado a lado do THD (%) obtido por DFT e DHT, bem como uma análise de sensibilidade do THD em função do nível de ruído. Os achados indicam que ambos os métodos identificam corretamente as componentes harmônicas nas condições avaliadas.

**Palavras-chave:** Qualidade da energia elétrica; Harmônicos; DFT; FFT; DHT; THD; Ruído branco gaussiano; Teorema de Parseval; Monitoramento industrial.

## ABSTRACT

This work presents a reproducible computational methodology for harmonic analysis of low-voltage signals, with emphasis on quantifying the distortion caused by the presence of harmonics. The objective is to evaluate, under controlled conditions and with parameters consistent with practice, the performance of spectral estimators based on the Discrete Fourier Transform (DFT) and the Discrete Hartley Transform (DHT) for identifying harmonic components and calculating the Total Harmonic Distortion (THD), connecting the results to diagnostic requirements, traceability, and comparability of indicators in industrial environments. The simulations were implemented in Python (within a Jupyter Notebook environment). The approach relies on the generation of synthetic single-phase scenarios with a fundamental frequency of 60 Hz, a nominal voltage of 220 V<sub>rms</sub>, and harmonics from the 2nd to the 7th order, with amplitudes defined as fractions of the fundamental component. To represent typical acquisition uncertainties present in measurement instruments, additive white Gaussian noise in volts is included, using a fixed seed to ensure repeatability. Frequency-domain analysis is carried out through two paths: (i) the calculation of the DFT via FFT, obtaining  $|X[k]|$  and extracting RMS magnitudes on the positive half-spectrum; and (ii) the direct application of the Discrete Hartley Transform (DHT), resulting in the real spectrum  $H[k]$  and enabling the estimation of RMS magnitudes under the same scaling protocol. The results include verification of energy consistency through Parseval's Theorem, comparing time-domain energy with spectral-domain energy. Additionally, tables of harmonic magnitudes (RMS) and side-by-side comparisons of THD (%) obtained through DFT and DHT are presented, as well as a sensitivity analysis evaluating the influence of noise level on THD. The findings indicate that both methods correctly identify the components harmonics under the evaluated conditions.

**Keywords:** Power quality; Harmonics; DFT; FFT; DHT; THD; Additive white Gaussian noise; Parseval's theorem; Industrial monitoring.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxo geral da metodologia para geração, processamento e análise dos sinais.	34
Figura 2 – Sinal da componente fundamental com ruído branco gaussiano (referência).	44
Figura 3 – Sinal no tempo com o 2° harmônico (com ruído).	45
Figura 4 – Sinal no tempo com o 3° harmônico (com ruído).	46
Figura 5 – Cenário composto no tempo: fundamental + 2° + 3° (com ruído).	47
Figura 6 – Cenário composto no tempo: fundamental + ordens de 2° a 7° (com ruído).	48
Figura 7 – Exemplo representativo de harmônico par: comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 2ª harmônico.	49
Figura 8 – Exemplo representativo de harmônico ímpar: comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 3ª harmônico.	50
Figura 9 – Cenário composto principal: espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal.	51
Figura 10 – Sinal no tempo com o 4° harmônico (com ruído).	71
Figura 11 – Sinal no tempo com o 6° harmônico (com ruído).	72
Figura 12 – Sinal no tempo com o 5° harmônico (com ruído).	73
Figura 13 – Sinal no tempo com o 7° harmônico (com ruído).	74
Figura 14 – Sinal no tempo com fundamental + 2° + 3° + 4° + 5° (com ruído).	75
Figura 15 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 4ª harmônico.	76
Figura 16 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 6ª harmônico.	77
Figura 17 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 5ª harmônico..	78
Figura 18 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 7ª harmônico.	79
Figura 19 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos de 2ª e 3ª ordem.	80
Figura 20 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 4ª ordem.	81
Figura 21 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 5ª ordem.	82
Figura 22 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 6ª ordem.	83

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Limites recomendados de distorção harmônica no PCC (IEEE Std 519-2014).	25
Tabela 2 – Níveis típicos de compatibilidade de THD de tensão por classe. . . . .	26
Tabela 3 – Limites de distorção harmônica total de tensão. . . . .	26
Tabela 4 – Parâmetros fixos da simulação e do processamento espectral. . . . .	35
Tabela 5 – Critérios de referência para distorção harmônica de tensão. . . . .	42
Tabela 6 – Validação pelo teorema de Parseval para os cenários simulados (DFT e DHT).	53
Tabela 7 – Valores de THD obtidos por DFT e por DHT. . . . .	54
Tabela 8 – THD estimada para diferentes níveis de ruído no cenário composto (2° a 7°).	55
Tabela 9 – Interpretação operacional de faixas de THD para tomada de decisão em ambientes industriais. . . . .	58

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>ANEEL</b>	Agência Nacional de Energia Elétrica
<b>CA</b>	Corrente Alternada
<b>DHT</b>	<i>Discrete Hartley Transform</i> (Transformada Discreta de Hartley)
<b>DSP</b>	<i>Digital Signal Processing</i> (Processamento Digital de Sinais)
<b>DFT</b>	<i>Discrete Fourier Transform</i> (Transformada Discreta de Fourier)
<b>FFT</b>	<i>Fast Fourier Transform</i> (Transformada Rápida de Fourier)
<b>IEC</b>	<i>International Electrotechnical Commission</i> (Comissão Eletrotécnica Internacional)
<b>IEEE</b>	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
<b>MTBF</b>	<i>Mean Time Between Failures</i> (Tempo Médio Entre Falhas)
<b>MTTR</b>	<i>Mean Time To Repair</i> (Tempo Médio para Reparo)
<b>OEE</b>	<i>Overall Equipment Effectiveness</i> (Eficiência Global do Equipamento)
<b>PCC</b>	<i>Point of Common Coupling</i> (Ponto de Acoplamento Comum)
<b>PRODIST</b>	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
<b>PWM</b>	<i>Pulse Width Modulation</i> (Modulação por Largura de Pulso)
<b>QEE</b>	Qualidade da Energia Elétrica
<b>RMS</b>	<i>Root Mean Square</i> (Valor eficaz)
<b>THD</b>	<i>Total Harmonic Distortion</i> (Distorção Harmônica Total)
<b>UPS</b>	<i>Uninterruptible Power Supply</i> (Sistema de Alimentação Ininterrupta)
<b>Hz</b>	Hertz
<b>kHz</b>	Quilohertz
$V_{rms}$	Tensão eficaz (RMS)
$f_s$	Frequência de amostragem
$f_0$	Frequência fundamental
$\Delta f$	Resolução espectral

## LISTA DE SÍMBOLOS

$t[n]$	Instante do eixo temporal discreto, $t[n] = n/f_s$ (s)
$x[n]$	Amostras do sinal no domínio do tempo (V)
$X[k]$	Coefficientes complexos da DFT (obtidos via FFT) no índice $k$
$H[k]$	Coefficientes reais da DHT no índice $k$
$N$	Número de amostras do sinal
$n$	Índice de amostragem no tempo, $n = 0, 1, \dots, N - 1$
$f_s$	Frequência de amostragem (Hz)
$T$	Duração da janela de observação (s)
$f_0$	Frequência fundamental (Hz)
$\Delta f$	Resolução espectral, $\Delta f = f_s/N$ (Hz)
$k$	Índice discreto no domínio da frequência, $k = 0, 1, \dots, N - 1$
$h$	Ordem harmônica, $h = 1, 2, \dots, H$
$\omega_0$	Frequência angular fundamental, $\omega_0 = 2\pi f_0$ (rad/s)
$\phi$	Fase inicial (rad)
$V_{1,\text{rms}}$	Valor eficaz (RMS) da componente fundamental (V)
$V_{1p}$	Amplitude de pico da componente fundamental, $V_{1p} = V_{1,\text{rms}}\sqrt{2}$ (V)
$V_{hp}$	Amplitude de pico da harmônica de ordem $h$ (V)
$V_h$	Magnitude eficaz (RMS) da harmônica de ordem $h$ (V)
$ X[k] $	Módulo do coeficiente espectral da FFT no índice $k$
$ H[k] $	Módulo do coeficiente espectral da DHT no índice $k$
$\sigma$	Desvio padrão do ruído branco gaussiano, $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ (V)
$w[n]$	Ruído branco gaussiano aditivo no tempo (V)
$z[n]$	Realização base normal padrão, $z[n] \sim \mathcal{N}(0, 1)$
$\text{THD}_{2-7}$	Distorção Harmônica Total considerando as ordens 2 a 7 (%)
$E_t$	Energia no domínio do tempo, $E_t = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2$
$E_{\text{FFT}}$	Energia no domínio espectral pela FFT, $E_{\text{FFT}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1}  X[k] ^2$
$E_{\text{DHT}}$	Energia no domínio espectral pela DHT, $E_{\text{DHT}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H[k]^2$
$\varepsilon_{\text{FFT}}$	Diferença numérica entre energias (FFT), $\varepsilon_{\text{FFT}} =  E_t - E_{\text{FFT}} $
$\varepsilon_{\text{DHT}}$	Diferença numérica entre energias (DHT), $\varepsilon_{\text{DHT}} =  E_t - E_{\text{DHT}} $
$\text{cas}(\cdot)$	Núcleo da DHT, $\text{cas}(\alpha) = \cos(\alpha) + \sin(\alpha)$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1	MOTIVAÇÃO .....	14
1.2	ESTADO DA ARTE .....	15
1.3	RELAÇÃO COM A ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E IMPACTOS .....	16
1.4	OBJETIVOS .....	17
<b>1.4.1</b>	<b>Objetivo Geral .....</b>	<b>17</b>
<b>1.4.2</b>	<b>Objetivos Específicos .....</b>	<b>17</b>
1.5	PROBLEMA DE PESQUISA .....	18
1.6	DELIMITAÇÕES E PREMISSAS .....	18
1.7	CONTRIBUIÇÕES .....	18
1.8	ESTRUTURA DO DOCUMENTO .....	19
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS DA QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA .....</b>	<b>20</b>
2.1	CONCEITOS BÁSICOS DE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA ....	20
2.2	DISTÚRBIOS ELÉTRICOS .....	21
2.3	HARMÔNICOS: DEFINIÇÃO, ORIGEM E EFEITOS .....	21
2.4	INDICADORES E GRANDEZAS USADAS EM HARMÔNICOS .....	23
<b>2.4.1</b>	<b>Espectro Harmônico .....</b>	<b>23</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Valor eficaz (RMS), Valor de Pico e Fator de Crista .....</b>	<b>23</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Distorção Harmônica Total .....</b>	<b>24</b>
2.5	NORMAS E LIMITES .....	24
<b>2.5.1</b>	<b>IEEE Std 519-2014 .....</b>	<b>25</b>
<b>2.5.2</b>	<b>IEC 61000-2-4 .....</b>	<b>25</b>
<b>2.5.3</b>	<b>PRODIST/ANEEL --- Módulo 8 .....</b>	<b>26</b>
<b>2.5.4</b>	<b>ABNT NBR 5410 .....</b>	<b>26</b>
<b>3</b>	<b>TRANSFORMADAS DISCRETAS PARA ANÁLISE HARMÔNICA ....</b>	<b>28</b>
3.1	AMOSTRAGEM E DISCRETIZAÇÃO (FS, JANELA, NYQUIST, ALIASING) .....	28
3.2	TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER E SUA COMPUTAÇÃO VIA FFT .....	29
3.3	TRANSFORMADA DE HARTLEY E SUA APLICAÇÃO À ANÁLISE HARMÔNICA .....	29
3.4	RESOLUÇÃO ESPECTRAL, ÍNDICES E VAZAMENTO .....	30
3.5	ESTIMAÇÃO DE AMPLITUDE E CONVERSÃO PARA RMS .....	30
3.6	TEOREMA DE PARSEVAL E CONSISTÊNCIA ENERGÉTICA .....	32
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>33</b>
4.1	AMBIENTE COMPUTACIONAL E REPRODUTIBILIDADE .....	33
4.2	VISÃO GERAL DO PIPELINE .....	33
4.3	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO E CONVENÇÕES .....	34

4.4	GERAÇÃO DOS SINAIS E CENÁRIOS .....	35
4.5	ADIÇÃO DE RUÍDO BRANCO GAUSSIANO E REPRODUTIBILIDADE .	36
4.6	PROCESSAMENTO ESPECTRAL E EXTRAÇÃO DE MAGNITUDES RMS	37
4.6.1	<b>RMS no espectro não negativo a partir de <math>X[k]</math> (DFT) .....</b>	<b>37</b>
4.6.2	<b>RMS no espectro não negativo a partir de <math>H[k]</math> (DHT).....</b>	<b>38</b>
4.7	VALIDAÇÃO NUMÉRICA PELO TEOREMA DE PARSEVAL .....	39
4.8	EXTRAÇÃO DAS COMPONENTES ESPECTRAIS E CÁLCULO DO THD	40
4.8.1	<b>Definição de <math>M[k]</math> para DFT e para DHT .....</b>	<b>40</b>
4.8.2	<b>Cálculo do <math>THD_{2..7}</math> .....</b>	<b>41</b>
4.9	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: THD VS. $\sigma$ .....	41
4.10	CRITÉRIOS NORMATIVOS (REFERÊNCIA DE INTERPRETAÇÃO) ....	42
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>43</b>
5.1	ABERTURA DO CAPÍTULO E ROTEIRO DOS RESULTADOS .....	43
5.2	ANÁLISE DOS SINAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	43
5.2.1	<b>Harmônicos de ordem par .....</b>	<b>44</b>
5.2.2	<b>Harmônicos de ordem ímpar .....</b>	<b>45</b>
5.2.3	<b>Cenários compostos .....</b>	<b>46</b>
5.2.4	<b>Síntese da análise temporal .....</b>	<b>48</b>
5.3	ANÁLISE ESPECTRAL COM DFT E DHT .....	49
5.3.1	<b>Cenários com harmônicos pares.....</b>	<b>49</b>
5.3.2	<b>Cenários com harmônicos ímpares .....</b>	<b>50</b>
5.3.3	<b>Cenários compostos .....</b>	<b>51</b>
5.3.4	<b>Síntese da análise espectral .....</b>	<b>52</b>
5.4	ANÁLISES QUANTITATIVAS E COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS ...	52
5.4.1	<b>Energia do sinal: validação pelo Teorema de Parseval.....</b>	<b>53</b>
5.4.2	<b>Evolução da Distorção Harmônica ao Longo dos Cenários.....</b>	<b>53</b>
5.4.3	<b>Influência do nível de ruído na estimativa de THD .....</b>	<b>54</b>
5.5	INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS NA TOMADA DE DECISÃO ...	55
5.5.1	<b>Limitações e alcance prático dos resultados .....</b>	<b>56</b>
6	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>57</b>
6.1	CONCLUSÕES OBJETIVAS .....	57
6.2	TRABALHOS FUTUROS .....	57
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>60</b>
	<b>APÊNDICE A - CÓDIGO PYTHON PARA ANÁLISE HARMÔNICA ..</b>	<b>62</b>
	<b>APÊNDICE B - CENÁRIOS TEMPORAIS COMPLEMENTARES .....</b>	<b>71</b>
	<b>APÊNDICE C - CENÁRIOS ESPECTRAIS COMPLEMENTARES.....</b>	<b>76</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A qualidade da energia elétrica (QEE) tornou-se um requisito operacional para a indústria, pois a estabilidade do suprimento energético influencia diretamente a continuidade da produção, a confiabilidade de sistemas automatizados e o desempenho de ativos ao longo do tempo (DUGAN *et al.*, 2012). O crescimento de tecnologias associadas à Indústria 4.0 intensificou o uso de eletrônica de potência, instrumentação digital e controle avançado, elevando a sensibilidade dos processos produtivos a distúrbios elétricos e, em especial, à distorção harmônica (KAGERMANN, 2013).

Em plantas industriais modernas, é comum a presença de cargas não lineares, como inversores de frequência, retificadores, fontes chaveadas e sistemas de alimentação ininterrupta (UPS), que podem distorcer correntes e tensões e modificar o comportamento elétrico da instalação (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Como consequência, podem ocorrer perdas adicionais, aquecimento em transformadores, motores e cabos, atuação indevida de dispositivos de proteção e redução da vida útil de equipamentos (DUGAN *et al.*, 2012).

Entre as componentes harmônicas, a terceira harmônica e seus múltiplos (harmônicos *triplen*) são especialmente relevantes em sistemas trifásicos com neutro, pois tendem a se somar no condutor neutro e podem elevar a corrente eficaz e o risco de sobreaquecimento (BOLLEN, 2000). Em circuitos de baixa tensão, esse fenômeno influencia critérios de dimensionamento e segurança das instalações, conforme diretrizes da ABNT NBR 5410 (NBR 5410, 2004).

A avaliação de distorções harmônicas exige referências técnicas para interpretação e tomada de decisão, Normas, como a IEEE Std 519-2014, são amplamente utilizadas para orientar o controle de harmônicos em sistemas elétricos, especialmente no ponto de acoplamento comum (PCC) (IEEE Std 519, 2014). Em ambientes industriais, recomendações, como as da IEC 61000-2-4, contribuem para o enquadramento de níveis de compatibilidade de perturbações conduzidas (IEC 61000, 2024). No contexto brasileiro, o PRODIST/ANEEL consolida conceitos e critérios associados à qualidade do fornecimento e à avaliação de parâmetros de QEE (PRODIST Módulo 8, 2020).

Apesar da existência de normas e recomendações, limitações de instrumentação e de monitoramento contínuo ainda dificultam diagnósticos em parte do parque industrial. Na prática, o monitoramento contínuo de distorções harmônicas é limitado pela necessidade de instrumentos com classe de medição adequada, sincronização temporal estável e janelas de agregação compatíveis com normas de qualidade de energia (IEEE Std 519, 2014). A implementação desses requisitos implica custo elevado, complexidade de instalação e dependência de infraestrutura de comunicação e armazenamento de dados, o que faz com que, em muitas plantas, as medições sejam realizadas de forma pontual ou com resolução temporal insuficiente para análise de tendência e diagnóstico sistemático.

Ao empregar sinais sintéticos compostos por harmônicos inteiros e ruído branco gaussiano,

não são capturados fenômenos característicos de sinais reais de redes industriais, como inter-harmônicos associados a conversores controlados, variações lentas de amplitude e frequência decorrentes de flutuações de carga, transitórios de comutação e ruídos impulsivos de curta duração (DUGAN *et al.*, 2012). Esses efeitos introduzem componentes espectrais não estacionárias e assimetrias temporais que não são representadas em modelos estacionários, mas que influenciam a estimação harmônica em medições reais.

Diante disso, este trabalho é motivado pela necessidade de caracterizar e quantificar, por meio de simulação, a distorção harmônica em sinais elétricos e apoiar decisões técnicas com base em análise espectral e métricas consolidadas de distorção, incluindo a avaliação sob presença de ruído.

## 1.2 ESTADO DA ARTE

A análise harmônica em sinais amostrados é tradicionalmente construída a partir da Transformada Discreta de Fourier (DFT), usualmente calculada de forma eficiente por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT) (BRITANAK, 2007). Como forma de verificação em domínio real, emprega-se frequentemente a Transformada Discreta de Hartley (DHT) (BRACEWELL, 1983), cuja coerência com os resultados da DFT serve como checagem adicional da estimação espectral. A partir do espectro obtido, a qualidade da forma de onda é avaliada por métricas, como a Distorção Harmônica Total (THD), que quantifica o conteúdo não fundamental em termos de valores eficazes (RMS) (IEEE Std 519, 2014).

A DFT é uma ferramenta clássica para análise espectral, pois representa o sinal como combinação de componentes senoidais discretas em frequência (OPPENHEIM, 1999). Apesar da utilidade, o cálculo direto da DFT apresenta custo computacional proporcional a  $O(N^2)$ , em que  $N$  é o número de amostras do sinal analisado, o que limita aplicações com necessidade de processamento frequente ou em tempo real (SMITH, 1997).

A FFT reduz esse custo para  $O(N \log N)$  e viabiliza a análise espectral em instrumentação digital e aplicações industriais (COOLEY; TUKEY, 1965). Em sistemas de monitoramento de qualidade de energia, rotinas baseadas em FFT são amplamente empregadas em analisadores (DUGAN *et al.*, 2012).

Em sinais reais, a FFT envolve aritmética complexa, o que pode aumentar demanda de memória e processamento em dispositivos embarcados (SMITH, 1997). Nesse contexto, a DHT é uma alternativa por operar apenas com números reais e manter relação direta com a análise espectral de sinais reais (BRACEWELL, 1983). A literatura também discute algoritmos rápidos e estratégias de implementação para reduzir custo computacional em transformadas e rotinas espectrais, especialmente em aplicações limitadas por energia e processamento (BLAHUT, 2010).

Além da escolha da transformada, também existe a preocupação com a padronização da medição e interpretação, uma vez que a janela de observação, a resolução espectral e o critério de associação entre cada ordem harmônica e o índice de frequência discreta mais próximo influ-



enciam a estimação de harmônicos e inter-harmônicos (IEC 61000, 2002). Por isso, abordagens comparativas adotam critérios consistentes de normalização e cálculo em valores eficazes (RMS), em que as métricas, como THD, são computadas em RMS conforme estabelecido em normas de qualidade de energia (PRODIST Módulo 8, 2020).

Para sinais não estacionários e eventos transitórios, técnicas tempo-frequência como wavelets ampliam a capacidade de detectar distúrbios de curta duração (MALLAT, 1999). De forma complementar, métodos adaptativos como a decomposição modal empírica (EMD) foram propostos para análise de dados não lineares e não estacionários (HUANG *et al.*, 1998). Entretanto, para cenários estacionários e voltados à quantificação harmônica em regime permanente, abordagens por transformadas discretas continuam sendo a base predominante em estudos e aplicações (IEC 61000, 2002).

Sob a perspectiva da Engenharia de Produção, a QEE pode ser tratada como fator de risco técnico, pois se traduz em impacto sobre disponibilidade, qualidade e performance dos ativos (ISO 55000, 2024). Em ambientes com cargas não-lineares, distorções harmônicas aumentam perdas e aquecimento e podem acelerar a degradação de componentes, elevando a probabilidade de falhas (DUGAN *et al.*, 2012). Ademais, a distorção das formas de onda pode comprometer a operação de equipamentos eletrônicos sensíveis e sistemas de controle, refletindo-se em paradas e instabilidades de processo (BOLLEN, 2000).

### 1.3 RELAÇÃO COM A ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E IMPACTOS

A quantificação do nível de distorção é frequentemente resumida por índices como a THD (IEEE Std 519, 2014). Assim, permanece atual a necessidade de estudos que comparem ferramentas espectrais sob ruído e parâmetros realistas, com procedimentos reprodutíveis e alinhados a práticas normativas de medição (IEC 61000, 2002).

Nesse contexto, quando a QEE se deteriora, indicadores de produção e manutenção tendem a ser afetados, pois o sistema produtivo opera com menor previsibilidade e maior variabilidade de desempenho (ISO 55000, 2024). Em particular, podem ser monitorados alguns indicadores chave de desempenho (KPI) diretamente afetados por condições elétricas adversas:

- Eficiência Global do Equipamento (OEE): indicador proposto por Nakajima no contexto do TPM, que combina disponibilidade, performance e qualidade e incorpora perdas por paradas, microparadas e refugo (NAKAJIMA, 1988). Distúrbios de qualidade de energia, como afundamentos de tensão e distorção harmônica, podem se manifestar justamente como paradas e microparadas adicionais, reduzindo o OEE efetivo (MELO, 2008);
- Tempo Médio Entre Falhas (MTBF): indicador clássico de confiabilidade utilizado em gestão de ativos e de manutenção, frequentemente adotado em sistemas alinhados à ISO 55000 (PANEGOSSÍ; SILVA, 2021). Níveis elevados de distorção de tensão aumentam perdas e temperatura em motores e transformadores, acelerando o envelhecimento de

isoladores e, na prática, tendendo a reduzir o MTBF de equipamentos críticos (ABREU; EMANUEL, 2002);

- Tempo Médio Para Reparo (MTTR): indicador de desempenho de manutenção associado à rapidez de restabelecimento do equipamento (PANEGOSSO; SILVA, 2021). Falhas intermitentes ou de causa não evidente, muitas vezes relacionadas a distúrbios de qualidade de energia em sistemas de automação e eletrônica de potência, costumam exigir diagnóstico mais demorado, o que pode aumentar o MTTR (MELO, 2008);
- Indicadores de desempenho energético e custo de energia: em sistemas de gestão de energia baseados na ISO 50001, recomenda-se acompanhar indicadores de desempenho energético (*Energy Performance Indicators*, EnPIs), como consumo ou custo de energia elétrica por unidade de produto (ISO 50001, 2018). A presença de harmônicos aumenta as perdas em condutores, transformadores e motores, podendo elevar a energia necessária para produzir a mesma saída (MELO, 2008).

Nesse contexto, o THD de tensão em pontos de conexão críticos pode ser tratado como um *KPI técnico de qualidade de energia*, que auxilia a interpretação de variações em OEE, MTBF, MTTR e indicadores energéticos, apoiando decisões de priorização de intervenções e investimentos em mitigação de harmônicos (KUKHUN; SAYENKO, 2013).

## 1.4 OBJETIVOS

### 1.4.1 Objetivo Geral

Analisar, por meio de simulações computacionais reproduzíveis, sinais de tensão contendo componentes harmônicas até a 7ª ordem e ruído branco gaussiano, aplicando a DFT via FFT e DHT para diagnóstico espectral e cálculo do THD, tendo como referência de simulação à confiabilidade de sistemas produtivos industriais.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Revisar conceitos de QEE e harmônicos, com base em normas e referências técnicas aplicáveis à avaliação de distorção harmônica.
- Definir parâmetros de simulação e gerar cenários com combinações de harmônicos controlados.
- Incluir ruído branco gaussiano e garantir reprodutibilidade.
- Implementar DFT e DHT e obter magnitudes em RMS com normalização consistente, permitindo comparação justa entre as abordagens.
- Calcular o THD para cada cenário e comparar os resultados entre DFT e DHT.

- Verificar consistência energética por meio do teorema de Parseval.
- Realizar análise de sensibilidade do THD em função do nível de ruído, por varredura do desvio padrão do ruído.
- Interpretar os resultados sob a ótica industrial e propor recomendações técnicas de diagnóstico.

## 1.5 PROBLEMA DE PESQUISA

Este trabalho investiga como quantificar e comparar a distorção harmônica em sinais monofásicos de tensão simulados em regime permanente, avaliando o impacto do ruído e de escolhas de processamento na estimação espectral e no cálculo do THD. O foco é a análise de sinais estacionários de tensão com harmônicos de ordem inteira, de forma a permitir comparação controlada entre abordagens baseadas em DFT via FFT e DHT.

## 1.6 DELIMITAÇÕES E PREMISSAS

Como delimitação, o estudo considera frequência fundamental de 60 Hz, tensão nominal de 220 V<sub>rms</sub>, harmônicos até a 7ª ordem e ruído branco gaussiano aditivo. A estimação das componentes harmônicas é realizada por seleção consistente de componentes espectrais, com magnitude em RMS. A validação do escalonamento espectral é apoiada por verificação da consistência energética via Teorema de Parseval. Não são tratados, nesta etapa, fenômenos não estacionários, transitórios rápidos e inter-harmônicos variáveis no tempo, que permanecem com possibilidade de continuidade.

## 1.7 CONTRIBUIÇÕES

As contribuições do trabalho incluem:

- um conjunto reprodutível de cenários simulados com múltiplos harmônicos e ruído controlado;
- um procedimento consistente de comparação entre DFT e DHT com magnitudes em RMS;
- tabelas de magnitudes harmônicas e de THD para os cenários avaliados;
- análise de sensibilidade do THD em função do nível de ruído;
- interpretação dos resultados sob a ótica industrial.

## 1.8 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Este trabalho está organizado em seis capítulos. O Capítulo 1 apresenta a contextualização do problema, a motivação, o panorama do tema, a relação com a Engenharia de Produção e os objetivos do estudo. O Capítulo 2 reúne os fundamentos de QEE e distorção harmônica, incluindo conceitos, efeitos e referências normativas relevantes. O Capítulo 3 descreve as bases necessárias para a análise espectral no domínio discreto, abordando amostragem, DFT e DHT. O Capítulo 4 detalha a metodologia computacional adotada, incluindo a geração de cenários com reprodutibilidade e procedimento de estimação das componentes espectrais. O Capítulo 5 apresenta e discute os resultados, com comparação entre DFT e DHT, tabelas de harmônicos e THD e análise de sensibilidade ao nível de ruído. Por fim, o Capítulo 6 consolida as conclusões, limitações do estudo e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTOS DA QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA

Este capítulo apresenta os fundamentos necessários para a análise de QEE, com ênfase em distorção harmônica em regime permanente e nos principais efeitos associados em instalações industriais. Também são discutidas referências normativas utilizadas para enquadramento e interpretação de resultados, conectando conceitos técnicos a critérios práticos de avaliação. Essa fundamentação orienta as etapas de processamento no domínio discreto adotadas neste trabalho, usadas para estimar componentes espectrais e calcular índices como o THD.

### 2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA

A qualidade da energia elétrica é descrita por um conjunto de características mensuráveis da tensão e da corrente que determinam a adequação do suprimento para o funcionamento correto das cargas conectadas (BOLLEN, 2000). Em regime permanente, a referência mais simples é uma forma de onda senoidal na frequência fundamental do sistema, com amplitude dentro de faixas aceitáveis e com distorções limitadas (DUGAN *et al.*, 2012). Qualquer desvio relevante desse comportamento pode ser interpretado como um distúrbio de QEE, com potencial de afetar desempenho, confiabilidade e segurança de operação (IEC 61000, 2015).

O interesse pela QEE ganhou força a partir das décadas de 1970 e 1980, quando a disseminação de eletrônica e automação industrial aumentou a ocorrência e a percepção de distúrbios como variações de tensão e deformações de forma de onda (BOLLEN, 2000). Com a ampliação do uso de eletrônica de potência nas décadas seguintes, as distorções harmônicas passaram a ser tratadas como um problema recorrente em instalações industriais com cargas não-lineares (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Esse movimento impulsionou o desenvolvimento de guias e limites técnicos para controle de harmônicos, com destaque para recomendações amplamente adotadas como a IEEE Std 519 (IEEE Std 519, 2014).

A avaliação de distorções em regime permanente exige a decomposição da forma de onda em componentes de frequência, permitindo identificar harmônicos inteiros e inter-harmônicos que se somam à fundamental. Esses elementos são definidos conceitualmente como componentes periódicas ou quase periódicas que alteram a forma de onda original, e sua quantificação depende de critérios consistentes de agrupamento e resolução espectral. Nesse contexto, métodos baseados em transformadas discretas fornecem a estrutura matemática necessária para representar o sinal no domínio da frequência, associando cada ordem harmônica ao índice correspondente no espectro e permitindo a obtenção de grandezas em RMS. Esse arcabouço matemático constitui a base conceitual sobre a qual normas e procedimentos de medição são posteriormente construídos, e permite compreender de forma rigorosa como a distorção se manifesta nos sinais elétricos.

## 2.2 DISTÚRBIOS ELÉTRICOS

De forma prática, a literatura técnica e as normas de medição organizam os distúrbios em categorias para padronizar identificação, registro e comparação entre instalações (IEC 61000, 2015). Entre os distúrbios recorrentes em sistemas elétricos, destacam-se:

- variações de tensão de curta e longa duração;
- interrupções momentâneas;
- afundamentos e elevações de tensão;
- flutuações e cintilação luminosa (*flicker*);
- desequilíbrios entre fases;
- ruído elétrico;
- transitórios;
- distorção harmônica.

A classificação é relevante porque diferentes fenômenos exigem estratégias distintas de medição, janelas de observação e critérios de agregação. Em particular, a distorção harmônica em regime permanente é tratada por métodos espectrais e por regras de agrupamento que influenciam a estimação de harmônicos e inter-harmônicos (IEC 61000, 2002). A não consideração explícita de inter-harmônicos neste trabalho limita o alcance dos resultados a cenários em regime permanente com componentes periódicas bem definidas. Efeitos associados a frequências não inteiras da fundamental, tipicamente observados em medições reais, não são capturados, restringindo a análise à parcela dominante da distorção harmônica clássica. Assim, a comparação entre resultados deve respeitar coerência entre o procedimento de estimação (resolução e janela) e o tipo de referência normativa adotada (IEC 61000, 2002).

No escopo deste trabalho, o foco recai sobre distorção harmônica em regime permanente, por ser o caso diretamente relacionado à análise espectral e ao cálculo do THD, mantendo consistência com procedimentos normativos de agrupamento e medição (IEEE Std 519, 2014).

## 2.3 HARMÔNICOS: DEFINIÇÃO, ORIGEM E EFEITOS

A distorção harmônica está fortemente associada ao comportamento não-linear de cargas, isto é, cargas cuja corrente não varia proporcionalmente à tensão aplicada ao longo do tempo (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Em cargas lineares, a corrente tende a preservar o formato senoidal quando alimentada por tensão senoidal, mantendo o conteúdo espectral concentrado na componente fundamental (DUGAN *et al.*, 2012). Em contrapartida, cargas não-lineares drenam correntes com forma de onda não senoidal mesmo sob tensão senoidal, introduzindo componentes em múltiplos inteiros da frequência fundamental (BOLLEN, 2000).

Em instalações industriais, a presença de eletrônica de potência torna esse cenário comum em aplicações de acionamento, conversão e alimentação (DUGAN *et al.*, 2012). Entre exemplos típicos de cargas não lineares em ambiente industrial, destacam-se:

- Inversores de frequência aplicados a motores, que tendem a introduzir harmônicos de baixa ordem, com destaque para as ordens ímpares não múltiplas de três, como a 5ª e a 7ª;
- Fontes chaveadas em computadores, painéis e controladores, caracterizadas por correntes pulsantes que produzem harmônicos ímpares de ordem elevada, com forte presença da 3ª harmônica e de seus múltiplos, especialmente em sistemas monofásicos;
- Retificadores em processos industriais e em barramentos de Corrente Contínua (CC), que geram harmônicos bem definidos de acordo com a topologia, sendo comuns as ordens 5ª, 7ª, 11ª e 13ª em retificadores trifásicos de seis pulsos;
- Sistemas de iluminação com reatores eletrônicos, que introduzem harmônicos ímpares de baixa e média ordem, frequentemente com contribuição relevante da 3ª harmônica;
- Acionamentos e controladores baseados em Modulação por Largura de Pulso (PWM) em robôs e em máquinas de Comando Numérico Computadorizado (CNC), nos quais predominam harmônicos ímpares de baixa ordem associados à fundamental, com destaque para as ordens 5ª e 7ª, podendo ocorrer contribuição da 3ª em sistemas monofásicos.

Do ponto de vista físico, a distorção é produzida por mecanismos de chaveamento e não linearidades magnéticas e eletrônicas presentes nos componentes do sistema (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Em particular, estratégias de comutação, retificação e modulação, como PWM, alteram a forma de onda de corrente e, conseqüentemente, o espectro do sinal (DUGAN *et al.*, 2012). E ainda, saturação e histerese em elementos magnéticos podem intensificar o conteúdo harmônico em condições específicas de operação (BOLLEN, 2000).

Em sistemas trifásicos, a interpretação dos harmônicos também é feita pela classificação por sequência, pois isso ajuda a explicar efeitos em máquinas e condutores (ARRILLAGA; WATSON, 2003). De modo geral, componentes de sequência positiva tendem a contribuir para o campo girante no sentido normal, componentes de sequência negativa tendem a produzir efeitos associados a campo girante no sentido oposto e componentes de sequência zero tendem a se propagar de forma comum às fases (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Os harmônicos *triplen* (múltiplos de 3) merecem atenção em circuitos com neutro, pois suas correntes podem se somar no condutor neutro em vez de se cancelarem (DUGAN *et al.*, 2012). Em baixa tensão, esse efeito é relevante para critérios de dimensionamento do neutro quando o conteúdo de terceira harmônica e seus múltiplos é elevado (NBR 5410, 2004).

Em sistemas industriais, harmônicos podem produzir efeitos térmicos e funcionais indesejáveis, com impacto direto em confiabilidade, disponibilidade e desempenho de operação (BOLLEN, 2000). Correntes não senoidais aumentam a corrente eficaz e, por consequência, elevam as perdas por efeito Joule  $I^2R$ , em que  $I$  é a corrente eficaz (RMS) e  $R$  é a resistência

do condutor (DUGAN *et al.*, 2012). Em motores de indução, harmônicos podem gerar torque pulsante, variações no fluxo magnético e aquecimento suplementar, modificando o ponto de operação e reduzindo a eficiência (BOLLEN, 2000). Em transformadores, correntes harmônicas elevam a corrente de magnetização e deslocam o fluxo do núcleo, reduzindo a margem térmica disponível (DUGAN *et al.*, 2012). Em equipamentos eletrônicos de controle, componentes espectrais de alta frequência podem interferir no funcionamento de fontes e circuitos sensíveis, resultando em perturbações elétricas perceptíveis nos sinais internos (BOLLEN, 2000). Efetivamente, isso pode aparecer como reinicializações, alarmes falsos, falhas esporádicas de comunicação e instabilidades de controle, aumentando o tempo de diagnóstico (DUGAN *et al.*, 2012). Esses efeitos físicos constituem a base técnica para a necessidade de avaliação harmônica detalhada.

## 2.4 INDICADORES E GRANDEZAS USADAS EM HARMÔNICOS

A análise de harmônicos utiliza grandezas e indicadores para resumir o comportamento do sinal e permitir comparação entre condições de operação (DUGAN *et al.*, 2012). Em regime permanente, magnitudes RMS são particularmente importantes, pois se conectam a perdas térmicas e carregamento de condutores e equipamentos (BOLLEN, 2000). No domínio da frequência, a descrição por espectro harmônico permite identificar a contribuição de ordens específicas e comparar a severidade relativa de componentes dominantes (ARRILLAGA; WATSON, 2003). A seguir apresentam-se as grandezas fundamentais utilizadas na quantificação harmônica.

### 2.4.1 Espectro Harmônico

O espectro harmônico descreve como a energia do sinal se distribui em função da frequência, tipicamente destacando a componente fundamental e as componentes em múltiplos inteiros da fundamental  $hf_0$ , com  $h = 2, 3, \dots$  (OPPENHEIM, 1999). Em aplicações de QEE, o espectro é usado para identificar ordens dominantes, avaliar distorção individual por ordem e fornecer suporte ao cálculo de índices agregados (IEEE Std 519, 2014). A estimação do espectro, no entanto, depende da escolha de janela, do tempo de observação e da resolução em frequência, pontos que são tratados posteriormente no Capítulo 3 (IEC 61000, 2002).

### 2.4.2 Valor eficaz (RMS), Valor de Pico e Fator de Crista

O RMS é uma medida central na engenharia elétrica por estar relacionado ao efeito térmico equivalente de um sinal variável (DUGAN *et al.*, 2012). Em sinais distorcidos, o RMS incorpora a contribuição conjunta da fundamental e das harmônicas, motivo pelo qual harmônicos podem elevar perdas e aquecimento mesmo quando a tensão nominal aparente não muda significativamente (BOLLEN, 2000). O valor de pico e o fator de crista (razão entre pico e RMS) podem ser úteis para caracterizar sinais com distorções e impulsos, embora sua aplicação dependa do tipo



de distúrbio analisado e do objetivo de medição (BOLLEN, 2000). Neste trabalho, as análises espectrais são feitas principalmente com magnitudes RMS por ordem harmônica e com o índice THD, mantendo compatibilidade com a forma de cálculo por energia.

### 2.4.3 Distorção Harmônica Total

A THD é um dos índices mais utilizados para quantificar o nível de distorção harmônica em formas de onda de tensão e corrente (DUGAN *et al.*, 2012). Para tensão, a definição clássica em regime estacionário relaciona a energia das harmônicas com a componente fundamental:

$$\text{THD}_V = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{h=7} V_h^2}}{V_1}, \quad (2.1)$$

em que  $V_1$  é a magnitude RMS da componente fundamental e  $V_h$  é a magnitude RMS das ordens harmônicas consideradas nesse estudo (DUGAN *et al.*, 2012). A THD é expresso em porcentagem, isto é,  $\text{THD}_V(\%) = 100 \cdot \text{THD}_V$  (IEEE Std 519, 2014). Em avaliações instrumentadas, o resultado depende do método de estimação espectral, da resolução em frequência e das regras de agrupamento usadas para harmônicos e inter-harmônicos (IEC 61000, 2015).

O IEEE 519 também discute critérios para correntes no PCC e utiliza medidas como a Distorção Total de Demanda (TDD), que normaliza o conteúdo harmônico de corrente por uma corrente de referência de demanda (IEEE Std 519, 2014). Como este trabalho foca em sinais de tensão simulados e em THD de tensão estimado a partir do espectro, a TDD é mencionada apenas como contexto normativo e não é calculada nas análises posteriores (IEEE Std 519, 2014).

Neste trabalho, como o estudo utiliza cenários simulados com harmônicos até a 7ª ordem, a soma do THD é avaliada até  $h = 7$ . Essa escolha é adequada do ponto de vista industrial, pois as componentes de baixa ordem concentram a maior parcela da energia harmônica em sistemas de baixa tensão e são as principais responsáveis por efeitos como aquecimento de condutores, sobrecarga de transformadores, distorção da forma de onda e interferência em equipamentos eletrônicos sensíveis. Harmônicos de ordem superior tendem a apresentar amplitudes significativamente menores e maior atenuação devido às características de impedância do sistema elétrico, além de estarem mais associados a ruído de medição do que a impactos operacionais relevantes (ARRILLAGA; WATSON, 2003).

## 2.5 NORMAS E LIMITES

Normas técnicas fornecem critérios objetivos para avaliação e limites recomendados de distorção harmônica em sistemas elétricos (DUGAN *et al.*, 2012). Esses limites são usados como referência para interpretar os valores estimados de THD de tensão e de componentes harmônicas obtidas por análise espectral, sempre declarando o nível de tensão e o ponto de avaliação considerados (IEEE Std 519, 2014). Também é importante notar que documentos normativos podem adotar regras específicas de agregação, janela e estatística (por exemplo, percentis), que

não necessariamente coincidem com uma estimação por janela única em simulação (PRODIST Módulo 8, 2020).

### 2.5.1 IEEE Std 519-2014

O IEEE Std 519-2014 é uma das referências mais adotadas para planejamento e controle de distorção harmônica no PCC, isto é, no ponto onde a instalação se conecta ao sistema de suprimento (IEEE Std 519, 2014). A norma traz limites recomendados para distorção harmônica de tensão no PCC, incluindo a THD e a distorção individual de tensão por ordem harmônica (IHV) (IEEE Std 519, 2014). Os limites variam com o nível de tensão no PCC. Para o caso simulado neste trabalho (baixa tensão, 220 V<sub>rms</sub>), aplica-se a faixa  $V \leq 1$  kV (IEEE Std 519, 2014).

Tabela 1 – Limites recomendados de distorção harmônica no PCC (IEEE Std 519-2014).

Nível de tensão no PCC	IHV máximo (%)	THD máximo (%)
$V \leq 1,0$ kV	5,0	8,0
$1,0$ kV < $V \leq 69$ kV	3,0	5,0
$69$ kV < $V \leq 161$ kV	1,5	2,5
$161$ kV < $V$	1,0	1,5

Fonte: IEEE Std 519-2014.

O indicador IHV permite verificar se uma ordem harmônica específica está acima do recomendado, mesmo quando o valor total ainda parece moderado (IEEE Std 519, 2014). Já o THD resume o efeito agregado das componentes harmônicas em um único número, facilitando comparações entre cenários (IEEE Std 519, 2014).

### 2.5.2 IEC 61000-2-4

A IEC 61000-2-4 estabelece níveis de compatibilidade para perturbações conduzidas de baixa frequência em ambientes industriais, servindo como referência para caracterizar o “ambiente elétrico” interno e apoiar a especificação, o projeto e a avaliação de cargas (IEC 61000, 2024). A norma organiza o problema por classes de ambiente (Classes 1, 2 e 3), que representam diferentes condições de severidade e sensibilidade das cargas atendidas (IEC 61000, 2024).

Do ponto de vista prático, essas classes podem ser associadas a exemplos típicos de ambientes industriais. A Classe 1 está relacionada a setores com alta sensibilidade à qualidade de energia, como salas de controle de processos, centros de instrumentação e laboratórios industriais, nos quais pequenas distorções de tensão podem comprometer a confiabilidade operacional. A Classe 2 representa o ambiente industrial mais comum, abrangendo indústrias de manufatura leve e média, como fábricas de alimentos e bebidas, indústrias têxteis e plantas com uso intensivo de inversores de frequência e sistemas de automação. A Classe 3 está associada a ambientes industriais mais severos, típicos de indústria pesada, como siderúrgicas e metalúrgicas.

Para manter a interpretação consistente ao longo do trabalho, adota-se como referência

principal a Classe 2, por representar um ambiente típico de instalação industrial com cargas de automação e acionamentos, utilizando-se a Classe 1 como referência mais restritiva e a Classe 3 como referência para áreas de indústria pesada (IEC 61000, 2024).

Tabela 2 – Níveis típicos de compatibilidade de THD de tensão por classe.

Classe do ambiente	THD de tensão (%)
Classe 1	5
Classe 2	8
Classe 3	10

Fonte: IEC 61000-2-4.

Esses valores devem ser interpretados como níveis de compatibilidade do ambiente no ponto analisado, e a comparação prática depende do método de medição, do tempo de agregação e do procedimento de monitoramento adotado (IEC 61000, 2024; IEC 61000, 2015).

### 2.5.3 PRODIST/ANEEL --- Módulo 8

No Brasil, a avaliação regulamentar de distorção harmônica de tensão em regime permanente é tratada no PRODIST/ANEEL (Módulo 8), que define indicadores para distorção total e distorção individual por ordem harmônica (PRODIST Módulo 8, 2020). Para comparação com o que este trabalho estima a partir do espectro (THD de tensão por janela), a referência mais próxima é o indicador de distorção harmônica total de tensão expresso por percentil, DTT95%, pois resume o nível de distorção com uma regra estatística (PRODIST Módulo 8, 2020). Como os limites são definidos por faixas de tensão nominal do ponto de conexão, a classe de tensão deve ser declarada ao interpretar resultados (PRODIST Módulo 8, 2020).

Tabela 3 – Limites de distorção harmônica total de tensão.

Faixa de tensão nominal ( $V_n$ )	Limite DTT95%
$V_n \leq 1 \text{ kV}$	10%
$1 \text{ kV} < V_n < 69 \text{ kV}$	8%
$69 \text{ kV} \leq V_n < 230 \text{ kV}$	5%

Fonte: PRODIST/ANEEL (Módulo 8).

Além do indicador total, o PRODIST estabelece limites para distorção individual por ordem, o que é útil quando a análise exige identificar quais harmônicos dominam a distorção e orientar a mitigação (PRODIST Módulo 8, 2020).

### 2.5.4 ABNT NBR 5410

Em instalações de baixa tensão, a ABNT NBR 5410 estabelece requisitos de projeto, dimensionamento e segurança das instalações elétricas, não definindo limites numéricos específicos para distorção harmônica de tensão ou corrente. No entanto, a norma é relevante para a interpretação dos resultados deste trabalho ao tratar dos efeitos térmicos, das condições de sobrecarga e da

integridade dos componentes da instalação quando submetidos a formas de onda não puramente senoidais (NBR 5410, 2004).

Em redes monofásicas, a presença de distorção harmônica pode aumentar o valor eficaz da corrente, elevar perdas por efeito Joule e intensificar o aquecimento de condutores, conexões e dispositivos de proteção, mesmo quando a tensão nominal é mantida dentro dos limites estabelecidos. (NBR 5410, 2004).

### 3 TRANSFORMADAS DISCRETAS PARA ANÁLISE HARMÔNICA

Este capítulo apresenta os fundamentos formais das transformadas discretas empregadas ao longo do estudo, com ênfase na formulação matemática da DFT, nas propriedades decorrentes da amostragem em janelas finitas e nos procedimentos de escalonamento necessários para expressar componentes espectrais em RMS. A abordagem se concentra nos aspectos matemáticos e computacionais que determinam como um sinal contínuo passa a ser representado no domínio discreto e como essa representação influencia a estimação de harmônicos.

O ponto central é discutir o processo de discretização, destacando o papel da taxa de amostragem, do intervalo temporal e da observação em janelas finitas na formação do espectro. Isso permite derivar a expressão da DFT e interpretar a relação entre índices discretos de frequência e componentes harmônicas inteiras presentes no sinal. Em seguida, são apresentadas condições práticas que afetam a nitidez espectral, como leakage, resolução em frequência e efeitos associados ao alinhamento entre a duração da janela e a frequência fundamental.

Também se discute a FFT, essencial para reduzir custo computacional e viabilizar processamento em tempo quase real (SMITH, 1997). E apresenta-se a DHT, por operar no domínio real e ser atrativa em cenários de implementação com recursos computacionais limitados (BRACEWELL, 1983).

#### 3.1 AMOSTRAGEM E DISCRETIZAÇÃO (FS, JANELA, NYQUIST, ALIASING)

O processamento digital parte de uma sequência discreta  $x[n]$ , obtida ao amostrar um sinal contínuo  $x(t)$  com período de amostragem  $T_s$  e taxa de amostragem  $f_s = 1/T_s$ . Em que  $t$  é o tempo contínuo (s),  $n$  é o índice de amostra,  $x(t)$  é o sinal contínuo e  $x[n] = x(nT_s)$  é sua representação amostrada.

Em medições reais, aplica-se pré-filtragem analógica anti-aliasing antes do conversor A/D, de modo a limitar a banda e reduzir componentes acima de  $f_s/2$  (OPPENHEIM, 1999). Em que  $f_s/2$  é a frequência de Nyquist. O aliasing ocorre quando existem componentes com frequência maior que  $f_s/2$ , pois elas podem aparecer em frequências menores após a amostragem, contaminando o espectro e comprometendo a estimação harmônica.

A análise espectral é realizada sobre uma janela finita de  $N$  amostras. Em que  $N$  é o número de amostras na janela. A duração temporal do trecho analisado é  $T = N/f_s$ . Em que  $T$  é o tempo total de observação. Essa escolha impõe um compromisso entre resolução em frequência e capacidade de acompanhar mudanças: aumentar  $N$  melhora a resolução, mas aumenta  $T$  e reduz a atualização temporal (OPPENHEIM, 1999).

No contexto deste trabalho, os sinais analisados são sintéticos e gerados diretamente no domínio discreto, com frequência fundamental e harmônicos explicitamente definidos abaixo da frequência de Nyquist ( $f_s/2$ ). Dessa forma, não foi necessária a aplicação de pré-filtragem analógica, pois não existem componentes espectrais acima da banda representável. O aliasing é evitado por construção do sinal, uma vez que todas as componentes harmônicas simuladas

satisfazem a condição de Nyquist, garantindo que o espectro obtido represente fielmente as frequências impostas no modelo.

### 3.2 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER E SUA COMPUTAÇÃO VIA FFT

Para uma sequência  $x[n]$  com  $N$  amostras, a DFT é definida por:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.1)$$

Em que  $X[k]$  é o coeficiente espectral no índice  $k$ ,  $k$  é o índice de frequência discreta,  $j = \sqrt{-1}$  e  $N$  é o tamanho da janela. O resultado  $X[k]$  é complexo, e sua representação usual é dada por magnitude  $|X[k]|$  e fase  $\angle X[k]$  (OPPENHEIM, 1999).

O cálculo direto da DFT exige, em ordem de grandeza,  $O(N^2)$  operações (SMITH, 1997). A FFT é uma família de algoritmos que computa os mesmos  $X[k]$  com custo típico  $O(N \log_2 N)$ , por meio de decomposições recursivas e recombinação via fatores de fase (*twiddle factors*) (BRITANAK, 2007). No contexto deste trabalho, a FFT é tomada como referência para a estimação espectral, pois viabiliza o processamento de múltiplas janelas e cenários com baixo custo computacional.

Para sinais reais, vale a simetria conjugada  $X[N-k] = X^*[k]$ , o que permite trabalhar com o espectro unilateral (frequências não negativas) sem perda de informação para quantificação por magnitude (OPPENHEIM, 1999).

### 3.3 TRANSFORMADA DE HARTLEY E SUA APLICAÇÃO À ANÁLISE HARMÔNICA

A DHT utiliza o núcleo real

$$\text{cas}(\theta) = \cos(\theta) + \sin(\theta), \quad (3.2)$$

em que  $\theta$  é um ângulo (rad). A DHT é definida por:

$$H[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \text{cas}\left(\frac{2\pi kn}{N}\right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.3)$$

em que  $H[k]$  é o coeficiente real associado à  $k$ -ésima amplitude espectral  $k$ ,  $x[n]$  é o sinal discreto e  $N$  é o número de amostras na janela (BRACEWELL, 1983).

Para  $x[n]$  real, a DHT e a DFT carregam a mesma informação espectral. Uma relação útil é:

$$H[k] = \Re\{X[k]\} - \Im\{X[k]\}, \quad (3.4)$$

em que  $\Re\{\cdot\}$  e  $\Im\{\cdot\}$  são, respectivamente, as partes real e imaginária (BRACEWELL, 1983). A reconstrução de  $X[k]$  a partir de  $H[k]$  e  $H[N-k]$  é dada por:

$$X[k] = \frac{1}{2} \left( H[k] + H[N-k] \right) - \frac{j}{2} \left( H[k] - H[N-k] \right), \quad k = 1, \dots, N-1. \quad (3.5)$$

Essas expressões mostram que a diferença entre os métodos está na representação e na forma de extração, e não na informação espectral disponível. Por isso, para comparação justa, a estimação de amplitude deve ser feita com um protocolo que torne os valores em RMS diretamente comparáveis.

### 3.4 RESOLUÇÃO ESPECTRAL, ÍNDICES E VAZAMENTO

Ao analisar uma janela de  $N$  amostras com taxa  $f_s$ , os coeficientes transformados correspondem a frequências igualmente espaçadas:

$$f_k = k \frac{f_s}{N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.6)$$

em que  $f_k$  é a frequência associada ao índice  $k$  (Hz). A resolução em frequência é:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}, \quad (3.7)$$

em que  $\Delta f$  é a separação entre as componentes espectrais (Hz). A resolução influencia diretamente o erro de extração por índice espectral e a capacidade de separar componentes próximas (OPPENHEIM, 1999).

O uso de janela finita implica assumir repetição periódica do trecho analisado. Quando a janela contém um número inteiro de ciclos da fundamental (e, conseqüentemente, dos harmônicos inteiros), a energia tende a se concentrar nos índices corretos (amostragem coerente). Caso contrário, ocorre vazamento espectral: a energia se espalha por índices vizinhos, reduzindo a nitidez de picos e alterando amplitudes estimadas (OPPENHEIM, 1999; IEC 61000, 2002).

Uma mitigação é aplicar janelas  $w[n]$  ao sinal:

$$x_w[n] = x[n] w[n], \quad (3.8)$$

em que  $w[n]$  é uma janela de ponderação (por exemplo, Hann ou Hamming). Esse procedimento reduz vazamento, mas altera a escala de amplitude e pode exigir correções (ganho coerente) quando o objetivo é estimar amplitudes absolutas (OPPENHEIM, 1999). Neste trabalho, a estratégia principal é priorizar coerência entre janela e ciclos sempre que possível, reduzindo a dependência de correções de janelamento e mantendo o pipeline reproduzível.

### 3.5 ESTIMAÇÃO DE AMPLITUDE E CONVERSÃO PARA RMS

O objetivo operacional neste trabalho é obter magnitudes por ordem harmônica em RMS, de forma consistente entre os métodos DFT e DHT, para posterior cálculo do THD. Os protocolos a seguir assumem espectro unilateral e condição ideal de alinhamento (energia concentrada na amplitude espectral desejada). A opção pelo espectro unilateral é adequada para sinais reais, pois a simetria conjugada da DFT garante que toda a informação espectral esteja contida nas frequências não negativas. Essa escolha reduz redundância e simplifica a extração de magnitudes em RMS por ordem harmônica.

**Extração a partir de  $X[k]$  (espectro unilateral)**

A amplitude de pico associada ao índice  $k$  pode ser estimada por:

$$A_k \approx \frac{2}{N} |X[k]|, \quad k = 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (3.9)$$

em que  $A_k$  é a amplitude de pico. Os casos especiais são:

$$A_0 = \frac{1}{N} |X[0]|, \quad A_{N/2} = \frac{1}{N} |X[N/2]| \quad (\text{se } N \text{ par}), \quad (3.10)$$

em que  $A_0$  representa a componente DC e  $A_{N/2}$  corresponde ao índice de Nyquist. O valor eficaz correspondente é:

$$V_{k,\text{rms}} = \frac{A_k}{\sqrt{2}}, \quad (3.11)$$

em que  $V_{k,\text{rms}}$  é a magnitude RMS no índice  $k$ .

**Extração a partir de  $H[k]$  com equivalência à magnitude de Fourier  $X[k]$** 

Para tornar os resultados comparáveis, a magnitude deve combinar  $H[k]$  e  $H[N-k]$ . A partir da relação entre  $X[k]$  e  $H[\cdot]$ , tem-se:

$$|X[k]| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{H[k]^2 + H[N-k]^2}. \quad (3.12)$$

Assim, uma expressão direta para a magnitude RMS no espectro unilateral é:

$$V_{k,\text{rms}} \approx \frac{1}{N} \sqrt{H[k]^2 + H[N-k]^2}, \quad k = 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (3.13)$$

com casos especiais:

$$V_{0,\text{rms}} = \frac{1}{N} |H[0]|, \quad V_{N/2,\text{rms}} = \frac{1}{N} |H[N/2]| \quad (\text{se } N \text{ par}), \quad (3.14)$$

em que  $H[0]$  corresponde ao termo DC e  $H[N/2]$  representa a componente de Nyquist.

Observação: Uma alternativa seria calcular magnitudes RMS diretamente a partir de  $|H[k]|$  no semiespectro positivo. Esse procedimento, embora mais simples, seria sensível à fase do sinal no tempo e poderia introduzir diferenças artificiais entre os valores de THD obtidos pela DHT e pela DFT via FFT.

**Mapeamento da ordem harmônica**

Quando a fundamental é  $f_0$  e a ordem harmônica é  $h$ , a componente espectral alvo é:

$$k_h = \text{round}\left(\frac{hf_0}{\Delta f}\right) = \text{round}\left(\frac{hf_0 N}{f_s}\right), \quad (3.15)$$

em que  $\text{round}$  denota o arredondamento para o inteiro mais próximo. Esse operador é necessário porque, na prática,  $hf_0$  nem sempre coincide exatamente com um múltiplo inteiro da resolução espectral  $\Delta f$ . Em condições de amostragem coerente,  $k_h$  assume valor inteiro e a extração por índice torna-se mais estável.



### 3.6 TEOREMA DE PARSEVAL E CONSISTÊNCIA ENERGÉTICA

O Teorema de Parseval estabelece a equivalência entre a energia de um sinal no domínio do tempo e a energia representada no domínio da frequência. Para uma sequência discreta  $x[n]$  com  $N$  amostras, a relação para a DFT é dada por:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2, \quad (3.16)$$

em que  $X[k]$  é a DFT de  $x[n]$ . A igualdade mostra que, ao adotar uma normalização apropriada, a energia total do sinal pode ser computada de forma equivalente no tempo ou na frequência (OPPENHEIM, 1999).

Para sinais reais, o espectro apresenta simetria conjugada, de modo que a energia pode ser interpretada utilizando o espectro unilateral por meio da identificação dos pares  $X[k]$  e  $X[N - k]$ . Nessa forma, os coeficientes positivos concentram a mesma energia presente nos índices negativos omitidos.

A DHT também satisfaz uma identidade análoga de conservação de energia:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H[k]^2, \quad (3.17)$$

uma vez que seus coeficientes são reais e carregam a mesma informação energética contida nos coeficientes complexos da DFT (BRACEWELL, 1983).

Essas relações são fundamentais para verificar consistência de escalonamento em transformadas discretas, garantindo que a energia computada no domínio da frequência seja compatível com a energia do sinal no domínio do tempo.

## 4 METODOLOGIA

Este capítulo descreve, de forma completa, os procedimentos utilizados para gerar, simular, processar e analisar sinais de tensão com conteúdo harmônico e ruído de medição. O objetivo é garantir reprodutibilidade, rastreabilidade e comparabilidade direta entre cenários, detalhando desde o ambiente computacional utilizado até os parâmetros adotados na construção dos sinais e no processamento espectral.

As etapas foram implementadas em Python, organizadas em notebook, e seguem um fluxo padronizado: definição do ambiente e das configurações globais, geração dos cenários puros, inserção do ruído, obtenção dos espectros por DFT e por DHT, extração de magnitudes por índice espectral discreto mais próximo, cálculo dos indicadores (com ênfase no THD) e validações numéricas (incluindo a conservação de energia via Teorema de Parseval). Ao longo do capítulo, são apresentadas as escolhas operacionais e as convenções adotadas para assegurar que os resultados sejam diretamente comparáveis entre métodos e entre cenários.

Como as definições matemáticas e propriedades das transformadas já foram estabelecidas no Capítulo 3, aqui o foco recai sobre a execução prática do *pipeline* e sobre cuidados de implementação que afetam diretamente os resultados, como taxa de amostragem, duração da janela, normalização para RMS, tratamento de termos DC e Nyquist, uso de semente para reprodutibilidade e critério de associação entre ordem harmônica e o índice de frequência discreta mais próximo. Além disso, o ambiente computacional empregado é documentado para permitir replicação do experimento sem ambiguidade.

### 4.1 AMBIENTE COMPUTACIONAL E REPRODUTIBILIDADE

As simulações foram executadas em computador pessoal com sistema operacional Windows 10, processador AMD Ryzen 5 3600, 16 GB de memória RAM e armazenamento em SSD NVMe de 1 TB. A implementação foi desenvolvida em Python 3.11, utilizando bibliotecas científicas para computação numérica, manipulação de dados e visualização gráfica.

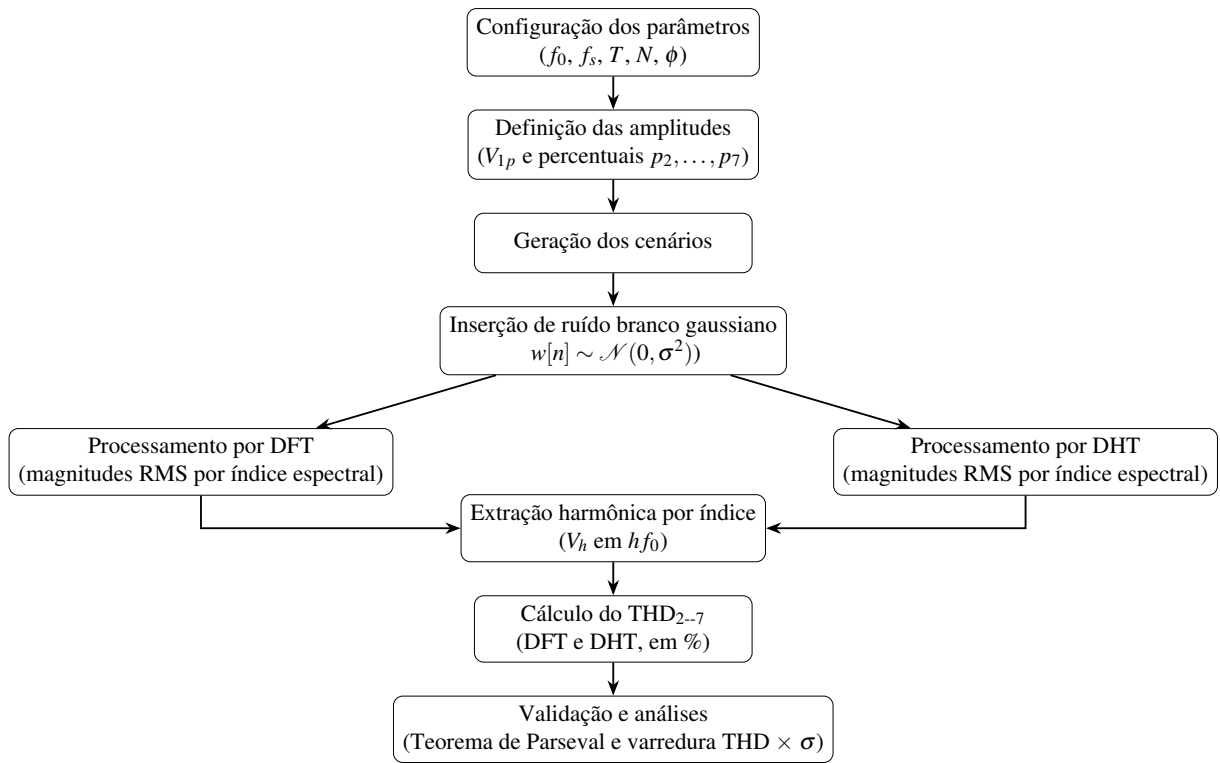
Para garantir reprodutibilidade, a geração de ruído aleatório foi controlada por semente fixa (*seed*), assegurando que uma mesma configuração de parâmetros produza a mesma realização de ruído e, conseqüentemente, resultados replicáveis. Todas as configurações globais do experimento (frequência fundamental, taxa de amostragem, duração da janela, amplitudes harmônicas e nível de ruído) foram declaradas explicitamente antes da geração dos cenários e mantidas constantes durante as comparações entre DFT e DHT. Todo código desenvolvido é apresentado no Apêndice A.

### 4.2 VISÃO GERAL DO PIPELINE

O fluxo metodológico foi organizado em blocos sequenciais: (i) configuração de parâmetros globais ( $f_0$ ,  $f_s$ ,  $T$ ,  $N$ ,  $\phi$ ); (ii) definição das amplitudes em escala realista e montagem de cenários

determinísticos (sinais puros); (iii) inserção de ruído branco gaussiano aditivo no domínio do tempo (sinais ruidosos); (iv) processamento espectral por dois caminhos (DFT e DHT) com obtenção de magnitudes em RMS por índice espectral discreto; (v) extração das magnitudes harmônicas por índice de frequência discreta mais próximo e cálculo do  $\text{THD}_{2-7}$ ; (vi) validação numérica do escalonamento via Teorema de Parseval; e (vii) análise de sensibilidade do THD em função do nível de ruído  $\sigma$  em um cenário composto fixo. A Figura 1 sintetiza esse *pipeline*.

Figura 1 – Fluxo geral da metodologia para geração, processamento e análise dos sinais.



Fonte: Autor.

### 4.3 PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO E CONVENÇÕES

Todas as simulações foram conduzidas em um modelo monofásico, representando a tensão de uma fase em regime permanente. A abordagem monofásica simplifica a análise e permite concentrar-se exclusivamente nas componentes espectrais resultantes das ordens harmônicas e na avaliação do THD, sem efeitos adicionais presentes em sistemas trifásicos, como sequências harmônicas e acúmulo de correntes triplen no neutro.

A Tabela 4 reúne os parâmetros fixos adotados. A janela de observação  $T = 0,1$  s contém 6 ciclos da fundamental ( $f_0 = 60$  Hz), o que favorece a amostragem coerente e reduz o vazamento espectral quando as amplitudes harmônicas são extraídas pelo índice de frequência discreta mais próximo. Como consequência, a resolução em frequência é

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{T} = 10 \text{ Hz}, \quad (4.1)$$

o que alinha exatamente  $h f_0$  com índices inteiros para  $h = 1, \dots, 7$ .

Tabela 4 – Parâmetros fixos da simulação e do processamento espectral.

Parâmetro	Valor
Frequência fundamental ( $f_0$ )	60 Hz
Fase inicial ( $\phi$ )	0
Frequência de amostragem ( $f_s$ )	10000 Hz
Duração da janela ( $T$ )	0,1 s
Número de amostras ( $N = f_s T$ )	1000
Resolução espectral ( $\Delta f = f_s / N$ )	10 Hz
Tensão fundamental ( $V_{1,\text{rms}}$ )	220 V
Percentuais harmônicos (pico, em % de $V_{1p}$ )	$p_2 = 1\%$ , $p_3 = 5\%$ , $p_4 = 2\%$ , $p_5 = 4\%$ , $p_6 = 1\%$ , $p_7 = 3\%$
Ruído branco gaussiano (caso-base)	$\sigma = 10$ V
Semente do gerador pseudoaleatório	seed = 42
Varredura de ruído (um cenário composto)	$\sigma \in \{0, 0.5, 1, 2, 5\}$ V

Fonte: Autor.

Em que  $f_0$  é a frequência fundamental (Hz),  $f_s$  é a frequência de amostragem (Hz),  $T$  é a duração da janela (s),  $N$  é o número de amostras,  $\Delta f$  é a resolução (Hz),  $\phi$  é a fase inicial (rad),  $V_{1,\text{rms}}$  é o valor eficaz da fundamental (V),  $V_{1p} = V_{1,\text{rms}}\sqrt{2}$  é o valor de pico da fundamental (V),  $p_h$  são percentuais aplicados a  $V_{1p}$ , e  $\sigma$  é o desvio-padrão do ruído (V).

#### 4.4 GERAÇÃO DOS SINAIS E CENÁRIOS

As componentes senoidais foram sintetizadas em escala realista, adotando-se para a fundamental  $V_{1,\text{rms}} = 220$  V. Como a síntese no domínio do tempo é feita diretamente pela função seno, os sinais foram gerados a partir de amplitudes de pico. Assim, utilizou-se a conversão padrão entre valor eficaz e valor de pico para senóides,

$$V_{1p} = V_{1,\text{rms}}\sqrt{2}, \quad (4.2)$$

em que  $V_{1p}$  é a amplitude de pico da componente fundamental. Essa escolha é operacional que permite representar diretamente a amplitude de pico da forma de onda, e a conversão para grandezas em RMS é realizada posteriormente na etapa espectral, quando necessário para o cálculo de métricas.

As amplitudes de pico dos harmônicos foram definidas como frações de  $V_{1p}$ , segundo

$$V_{hp} = p_h V_{1p}, \quad h = 2, \dots, 7, \quad (4.3)$$

em que  $p_h$  é o percentual atribuído ao harmônico de ordem  $h$ . Esses percentuais representam um regime com distorções moderadas e permitem controlar de forma direta a contribuição relativa de cada ordem. Em referências técnicas, como o PRODIST Módulo 8 da ANEEL e o IEEE 519, observa-se que o 3º harmônico costuma apresentar magnitudes mais elevadas, tipicamente na faixa de 3% a 8% da fundamental, enquanto componentes pares tendem a ocorrer em níveis mais baixos, frequentemente abaixo de 2%. Desse modo, os valores utilizados nas simulações buscam refletir proporções coerentes com cenários reais de distorção harmônica

Em seguida, os cenários foram montados por superposição linear, incluindo casos isolados (fundamental combinada com uma ordem específica) e casos compostos com adição progressiva de ordens até a 7ª. Os sinais resultantes são armazenados no dicionário puros, mantendo rastreabilidade entre o nome do cenário e as componentes que o formam.

---

**Algoritmo 1:** Geração dos sinais puros por cenário
 

---

**Entrada:**  $f_0, f_s, T, \phi, V_{1,\text{rms}},$  percentuais  $p_2, \dots, p_7$   
**Saída:** dicionário puros (cenário  $\rightarrow$  vetor do sinal no tempo)

```

1  $N \leftarrow \text{round}(f_s T); \quad t[n] \leftarrow n/f_s$ 
2  $V_{1p} \leftarrow V_{1,\text{rms}} \sqrt{2}$ 
3 for  $h \leftarrow 2$  to 7 do
4    $V_{hp} \leftarrow p_h V_{1p}$ 
5 end
6 Definir o conjunto de cenários  $\mathcal{S}$  (nome  $\rightarrow$  conjunto de ordens harmônicas)
7 foreach cenário  $s \in \mathcal{S}$  do
8    $x_s[n] \leftarrow V_{1p} \sin(2\pi f_0 t[n] + \phi)$ 
9   foreach  $h \in \mathcal{S}(s) \setminus \{1\}$  do
10     $x_s[n] \leftarrow x_s[n] + V_{hp} \sin(2\pi h f_0 t[n] + \phi)$ 
11  end
12  puros[s]  $\leftarrow x_s[n]$ 
13 end
```

---

#### 4.5 ADIÇÃO DE RUÍDO BRANCO GAUSSIANO E REPRODUTIBILIDADE

Para aproximar os sinais das condições de medição, adicionou-se ruído branco gaussiano aditivo no domínio do tempo, modelado por  $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . O nível de ruído é controlado por  $\sigma$  em Volts, permitindo interpretação direta em termos absolutos de tensão. Para cada cenário puro  $x[n]$ , gera-se o sinal ruidoso

$$x_r[n] = x[n] + w[n], \quad (4.4)$$

em que  $w[n]$  é a adição do ruído e o resultado é armazenado no dicionário ruidosos com a mesma chave do cenário, preservando a rastreabilidade entre o sinal determinístico e sua versão com ruído.

O desvio-padrão do ruído adotado para a simulação dos cenários foi fixado em  $\sigma = 10$  V. Esse valor corresponde a uma perturbação da ordem de 5 por cento da tensão nominal de 220 V<sub>rms</sub>, representando um cenário propositalmente severo para avaliar a robustez do cálculo de THD na presença de ruído de medição. Em aplicações reais, o nível efetivo de ruído e de incerteza na aquisição depende do tipo de transdutor, da classe de exatidão do analisador e das condições de instalação (proximidade de inversores, motores, cabos paralelos etc.), sendo usualmente caracterizado em termos relativos e por parâmetros de desempenho definidos em

normas como a IEC 61000-4-7, que padroniza os métodos de medição e o tratamento espectral.

A comparação entre os dois caminhos espectrais é feita sempre sobre o mesmo  $x_r[n]$  (comparação *um-para-um*), evitando que diferenças entre métodos sejam confundidas com diferenças entre realizações do ruído. Para garantir reprodutibilidade, o gerador pseudoaleatório é inicializado com uma semente fixa (*seed*), de modo que, para um mesmo cenário e um mesmo valor de  $\sigma$ , o ruído adicionado seja replicável em novas execuções.

---

**Algoritmo 2:** Geração dos sinais ruidosos

---

**Entrada:** dicionário puros, desvio padrão  $\sigma$ , *seed*

**Saída:** dicionário ruidosos

```

1 Inicializar gerador pseudoaleatório com seed
2 foreach cenário s em puros do
3    $x[n] \leftarrow \text{puros}[s]$ 
4   gerar  $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  com  $N$  amostras
5    $\text{ruidosos}[s] \leftarrow x[n] + w[n]$ 
6 end
```

---

#### 4.6 PROCESSAMENTO ESPECTRAL E EXTRAÇÃO DE MAGNITUDES RMS

Os sinais ruidosos foram processados no domínio da frequência por dois caminhos distintos, com o objetivo de comparar como a informação espectral é representada e como isso afeta a estimação de amplitudes harmônicas e, consequentemente, o THD.

No primeiro caminho, calcula-se a DFT por meio da FFT, obtendo-se os coeficientes complexos  $X[k]$ . No segundo caminho, calcula-se a DHT pela sua definição, obtendo-se  $H[k]$ , uma representação espectral inteiramente real.

##### 4.6.1 RMS no espectro não negativo a partir de $X[k]$ (DFT)

Seja  $X[k]$  a DFT de  $x[n]$ , computada via FFT. Para trabalhar apenas com o espectro não negativo, definem-se  $K = N/2$  (para  $N$  par) e utiliza-se  $k = 0, \dots, K$ . A magnitude RMS associada a cada índice no espectro não negativo é calculada por:

$$M_{\text{FFT}}[k] = \begin{cases} \frac{1}{N} |X[0]|, & k = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{N} |X[k]|, & k = 1, \dots, K-1, \\ \frac{1}{N} |X[K]|, & k = K \text{ (se } N \text{ par)}, \end{cases} \quad (4.5)$$

em que  $M_{\text{FFT}}[k]$  é a magnitude RMS no índice  $k$ ,  $N$  é o número de amostras.

**Algoritmo 3:** Magnitude RMS no espectro não negativo via FFT (DFT)

---

**Entrada:** sinal ruidoso  $x[n]$ ,  $f_s$   
**Saída:**  $M_{\text{FFT}}[k]$  (RMS),  $f[k]$

```

1  $N \leftarrow \text{len}(x)$ 
2  $X \leftarrow \text{FFT}(x)$ 
3  $K \leftarrow \lfloor N/2 \rfloor$ 
4 for  $k \leftarrow 0$  to  $K$  do
5    $f[k] \leftarrow k f_s / N$ 
6 end
7 for  $k \leftarrow 0$  to  $K$  do
8   if  $k = 0$  then
9      $M_{\text{FFT}}[0] \leftarrow |X[0]|/N$ 
10  end
11  else if  $N$  é par e  $k = K$  then
12     $M_{\text{FFT}}[K] \leftarrow |X[K]|/N$ 
13  end
14  else
15     $M_{\text{FFT}}[k] \leftarrow (\sqrt{2}/N) |X[k]|$ 
16  end
17 end

```

---

**4.6.2 RMS no espectro não negativo a partir de  $H[k]$  (DHT)**

Para obter uma estimativa de magnitude compatível com a FFT, este trabalho adota a reconstrução de  $X[k]$  a partir do par de Hartley  $(H[k], H[N-k])$  e extrai a amplitude pela magnitude equivalente da DFT. Para sinais reais, Define-se uma magnitude auxiliar:

$$H[k] = \sqrt{\frac{H[k]^2 + H[(N-k) \bmod N]^2}{2}}, \quad k = 0, \dots, K, \quad (4.6)$$

em que  $K = \lfloor N/2 \rfloor$ .

A partir de  $H[k]$ , as magnitudes RMS no espectro unilateral da DHT são obtidas com o mesmo escalonamento utilizado na FFT, respeitando o tratamento especial de DC e Nyquist:

$$M_{\text{DHT}}[k] = \begin{cases} \frac{1}{N} |H[0]|, & k = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{N} H[k], & k = 1, \dots, K-1, \\ \frac{1}{N} |H[K]|, & k = K \text{ (se } N \text{ par)}. \end{cases} \quad (4.7)$$

Com essa definição,  $M_{\text{DHT}}[k]$  passa a representar, para cada componente, uma magnitude RMS diretamente comparável às magnitudes obtidas pela FFT.

**Algoritmo 4:** Cálculo de  $H[k]$  e magnitude RMS no espectro não negativo

---

**Entrada:** sinal ruidoso  $x[n]$ ,  $N$   
**Saída:**  $M_{\text{DHT}}[k]$  (RMS),  $k = 0, \dots, K$

```

1 for  $k \leftarrow 0$  to  $N - 1$  do
2    $H[k] \leftarrow \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left( \cos(2\pi kn/N) + \sin(2\pi kn/N) \right)$ 
3 end
4  $K \leftarrow \lfloor N/2 \rfloor$ 
5 for  $k \leftarrow 0$  to  $K$  do
6   if  $k = 0$  then
7      $H[0] \leftarrow |H[0]|$ 
8   else
9     if  $N$  é par e  $k = K$  then
10       $H[K] \leftarrow |H[K]|$ 
11    else
12       $H[k] \leftarrow \sqrt{(H[k]^2 + H[(N - k) \bmod N]^2) / 2}$ 
13    end
14  end
15 end
16 for  $k \leftarrow 0$  to  $K$  do
17   if  $k = 0$  then
18      $M_{\text{DHT}}[0] \leftarrow |H[0]|/N$ 
19   else
20     if  $N$  é par e  $k = K$  then
21        $M_{\text{DHT}}[K] \leftarrow |H[K]|/N$ 
22     else
23        $M_{\text{DHT}}[k] \leftarrow (\sqrt{2}/N) H[k]$ 
24     end
25  end
26 end

```

---

## 4.7 VALIDAÇÃO NUMÉRICA PELO TEOREMA DE PARSEVAL

Para cada sinal ruidoso  $x[n]$ , calcula-se a energia discreta no tempo, em seguida, para a DFT, computada via FFT, usando a convenção usual de FFT não normalizada, e para a DHT, considerando a definição equivalente a DFT.

Idealmente, tem-se  $E_t \approx E_{\text{FFT}} \approx E_{\text{DHT}}$ , e pequenas diferenças são atribuídas a arredondamentos e precisão de ponto flutuante.



Para quantificar a concordância, define-se o erro relativo para cada transformada:

$$\text{erro}_{\text{FFT}} = \frac{|E_t - E_{\text{FFT}}|}{E_t + \varepsilon}, \quad \text{erro}_{\text{DHT}} = \frac{|E_t - E_{\text{DHT}}|}{E_t + \varepsilon}, \quad (4.8)$$

em que  $\varepsilon$  é um termo pequeno para evitar divisão por zero em casos degenerados.

---

**Algoritmo 5:** Verificação pelo teorema de Parseval por cenário (DFT e DHT)

---

**Entrada:** sinal ruidoso  $x[n]$ ,  $\varepsilon$

**Saída:**  $E_t$ ,  $E_{\text{FFT}}$ ,  $E_{\text{DHT}}$ ,  $\text{erro}_{\text{FFT}}$ ,  $\text{erro}_{\text{DHT}}$

- 1  $E_t \leftarrow \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2$
  - 2  $X[k] \leftarrow \text{FFT}(x[n])$
  - 3  $E_{\text{FFT}} \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2$
  - 4  $H[k] \leftarrow \text{DHT}(x[n])$
  - 5  $E_{\text{DHT}} \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H[k]^2$
  - 6  $\text{erro}_{\text{FFT}} \leftarrow \frac{|E_t - E_{\text{FFT}}|}{E_t + \varepsilon}$
  - 7  $\text{erro}_{\text{DHT}} \leftarrow \frac{|E_t - E_{\text{DHT}}|}{E_t + \varepsilon}$
- 

## 4.8 EXTRAÇÃO DAS COMPONENTES ESPECTRAIS E CÁLCULO DO THD

Após o processamento espectral, o procedimento de extração é feito diretamente sobre as componentes espectrais discretas associadas a cada ordem harmônica  $h \in \{1, \dots, 7\}$ . Define-se o índice espectral associado à frequência-alvo como:

$$k_h = \arg \min_k |f[k] - hf_0|, \quad V_h = M[k_h], \quad (4.9)$$

em que  $k_h$  é o índice discreto da componente espectral selecionada,  $V_h$  é a magnitude RMS extraída (em Volts) e  $M[k]$  é a sequência de magnitudes RMS no espectro.

### 4.8.1 Definição de $M[k]$ para DFT e para DHT

No caminho baseado na DFT, as magnitudes harmônicas são obtidas diretamente do espectro unilateral em termos RMS,  $M_{\text{FFT}}[k]$ , calculado a partir dos coeficientes complexos  $X[k]$ , conforme descrito na Seção 4.6.1. Para cada ordem  $h$  de interesse, identifica-se o índice  $k_h$  tal que  $f[k_h] \approx hf_0$  e define-se  $V_h = M_{\text{FFT}}[k_h]$ .

No caminho baseado na DHT, procede-se de modo análogo, porém utilizando o espectro  $M_{\text{DHT}}[k]$ , construído em duas etapas: (i) combinação do par  $H[k]$  e  $H[(N - k) \bmod N]$  em uma magnitude auxiliar  $H[k]$ , que recompõe a informação equivalente à da DFT; e (ii) aplicação do mesmo fator de escalonamento adotado para a DFT, obtendo  $M_{\text{DHT}}[k]$  em termos RMS. As amplitudes harmônicas  $V_h$  usadas no cálculo do THD<sub>2-7</sub> no caminho DHT são então obtidas como  $V_h = M_{\text{DHT}}[k_h]$ , reutilizando os mesmos índices  $k_h$  definidos a partir da malha de frequências.

### 4.8.2 Cálculo do THD<sub>2--7</sub>

O indicador THD<sub>2--7</sub> é calculado a partir das magnitudes RMS extraídas:

$$\text{THD}_{2--7}(\%) = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^7 V_h^2}}{V_1}, \quad (4.10)$$

em que  $V_1$  é a magnitude RMS da fundamental. O cálculo é executado separadamente para o conjunto  $\{V_h\}$  obtido através da DFT via FFT e para o conjunto  $\{V_h\}$  obtido via DHT.

---

**Algoritmo 6:** Extração das componentes harmônicas e cálculo de THD<sub>2--7</sub>

---

**Entrada:** magnitudes RMS  $M[k]$ ,  $f_s$ ,  $N$ ,  $f_0$

**Saída:**  $V_1, \dots, V_7$  e THD<sub>2--7</sub>

1 Definir  $f[k] \leftarrow kf_s/N$ , para  $k = 0, \dots, \lfloor N/2 \rfloor$

2 **for**  $h \leftarrow 1$  **to** 7 **do**

3      $k_h \leftarrow \arg \min_k |f[k] - hf_0|$

4      $V_h \leftarrow M[k_h]$

5 **end**

6 THD<sub>2--7</sub>  $\leftarrow 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^7 V_h^2}}{V_1}$

---

## 4.9 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: THD VS. $\sigma$

Para avaliar a sensibilidade do THD<sub>2--7</sub> ao ruído de medição, selecionou-se um cenário composto fixo contendo as ordens harmônicas de 2° a 7° somadas à fundamental. Em seguida, realizou-se uma varredura do desvio padrão do ruído  $\sigma$  (em Volts), gerando-se, para cada valor, um sinal ruidoso

$$x_r[n] = x[n] + w[n], \quad w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (4.11)$$

A comparação entre DFT e DHT é feita sempre sobre o mesmo  $x_r[n]$  em cada nível de  $\sigma$ , garantindo uma comparação um-para-um. No procedimento adotado no código, utiliza-se uma mesma realização base  $z[n] \sim \mathcal{N}(0, 1)$  e o ruído é escalonado como  $w[n] = \sigma z[n]$ . Assim, ao variar  $\sigma$ , isola-se o efeito do nível de ruído (escala) sem introduzir mudanças na forma do ruído por troca de realização. A reprodutibilidade é garantida pela fixação da semente do gerador pseudoaleatório.

Para cada  $x_r[n]$ , obtêm-se as magnitudes espectrais e extraem-se as componentes  $V_h$  ( $h = 1, \dots, 7$ ) pela associação do ponto espectral mais próximo, conforme Eq. (4.9). Em seguida, calcula-se o THD<sub>2--7</sub> pela Eq. (4.10) para cada caminho espectral.

**Algoritmo 7:** Varredura do THD<sub>2--7</sub> em função de  $\sigma$ 


---

**Entrada:** sinal puro  $x[n]$  (cenário fixo), lista  $\{\sigma\}$ , seed,  $\varepsilon$

**Saída:** tabela com  $\sigma$ , THD<sub>FFT</sub> e THD<sub>DHT</sub>

- 1 Inicializar gerador pseudoaleatório com seed
- 2 Gerar  $z[n] \sim \mathcal{N}(0, 1)$  (realização base)
- 3 **foreach**  $\sigma$  na lista **do**
- 4      $w[n] \leftarrow \sigma z[n]$
- 5      $x_r[n] \leftarrow x[n] + w[n]$
- 6     Calcular  $X[k] \leftarrow \text{FFT}(x_r[n])$  e  $H[k] \leftarrow \text{DHT}(x_r[n])$
- 7     Obter magnitudes unilaterais  $M_{\text{FFT}}[k]$  a partir de  $|X[k]|$  e  $M_{\text{DHT}}[k]$  a partir de  $|H[k]|$
- 8     Extrair  $\{V_h\}_{h=1}^7$  por associação espectral (Eq. (4.9)) em cada método
- 9     Calcular THD<sub>2--7</sub> pela Eq. (4.10) para FFT e para DHT
- 10    Armazenar  $\sigma$ , THD<sub>FFT</sub> e THD<sub>DHT</sub>
- 11 **end**

---

## 4.10 CRITÉRIOS NORMATIVOS (REFERÊNCIA DE INTERPRETAÇÃO)

Os resultados de distorção foram interpretados por comparação com referências normativas aplicáveis à distorção harmônica de tensão em baixa tensão, assumindo  $V \leq 1$  kV como faixa de enquadramento. Para evitar ambiguidade, os valores calculados neste trabalho são reportados explicitamente como THD<sub>2--7</sub>, pois as definições normativas de THD podem considerar ordens superiores e procedimentos de agregação distintos (por exemplo, percentis e janelas de medição). Assim, a comparação aqui tem caráter interpretativo, preservando a coerência, mesmo índice, mesma janela e mesma convenção de RMS entre os métodos.

Tabela 5 – Critérios de referência para distorção harmônica de tensão.

Referência	Grandeza	Critério (para $V \leq 1$ kV)
IEEE Std 519-2014	IHV, THD <sub>V</sub>	$\text{IHV} \leq 5\%$ ; $\text{THD}_V \leq 8\%$
IEC 61000-2-4 (Classe 2)	THD <sub>V</sub>	$\text{THD}_V \leq 8\%$
PRODIST/ANEEL (M8)	DTT95%	$V_n < 1$ kV: 10%

Fonte: Autor.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 ABERTURA DO CAPÍTULO E ROTEIRO DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir dos cenários simulados, permitindo comparar diretamente as magnitudes espectrais e os valores de  $\text{THD}_{2-7}$  calculados por DFT e por DHT. Todos os sinais analisados incluem ruído branco gaussiano, garantindo que a avaliação considere condições próximas às encontradas em medições reais.

A estrutura do capítulo segue quatro eixos principais: (i) inspeção visual dos sinais no domínio do tempo; (ii) comparação entre os espectros obtidos pela DFT e por DHT em cenários representativos; (iii) síntese quantitativa dos resultados; (iv) análise de sensibilidade da  $\text{THD}_{2-7}$  em função do nível de ruído  $\sigma$  em um cenário composto fixo.

Ao final, comenta-se a consistência entre os métodos, bem como as implicações práticas para interpretação de medições harmônicas em sistemas elétricos.

### 5.2 ANÁLISE DOS SINAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO

A análise no domínio do tempo é utilizada como primeira leitura dos efeitos de distorção harmônica, permitindo observar visualmente como a forma de onda se afasta do comportamento senoidal ideal. Nesta etapa, o interesse é qualitativo, ou seja, identificar padrões de deformação, repetitividade entre ciclos e o impacto visual do ruído sobre a forma de onda.

Os gráficos a seguir não têm como objetivo representar uma escala realista de tensão, mas sim evidenciar a deformação causada pela presença de componentes harmônicas. Assim, prioriza-se a clareza visual da assinatura temporal dos harmônicos, especialmente quando combinados ao ruído de medição.

Os sinais analisados nesta etapa tem a forma geral:

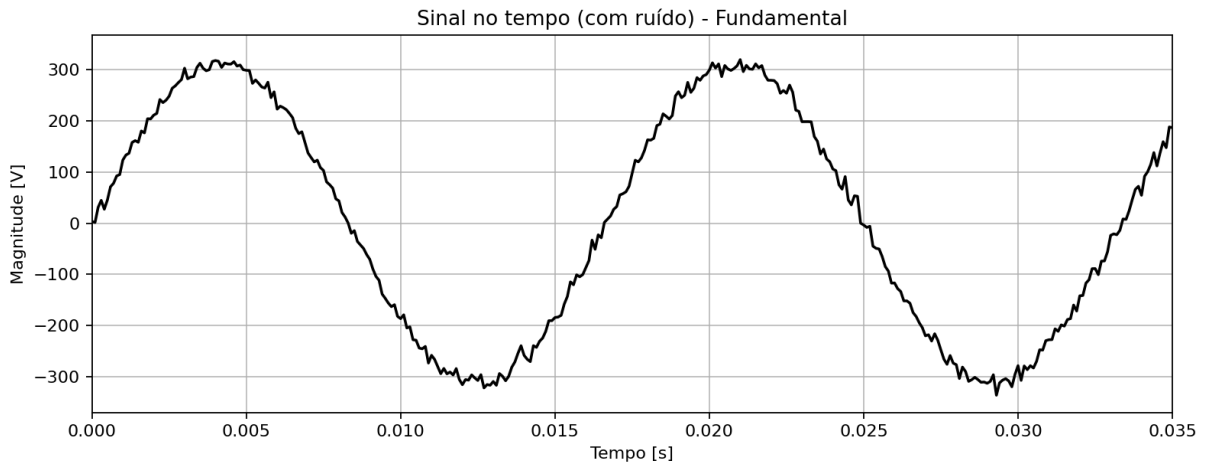
$$x_r[n] = \sum_{h \in \mathcal{H}} V_{hp} \sin(2\pi h f_0 t[n] + \phi) + w[n], \quad (5.1)$$

em que  $\mathcal{H}$  é o conjunto de ordens harmônicas presentes no cenário,  $V_{hp}$  é a amplitude de pico da ordem  $h$ ,  $f_0$  é a frequência fundamental,  $t[n] = n/f_s$  é o eixo temporal discreto e  $w[n]$  é o ruído branco gaussiano.

Como referência inicial, a Figura 2 apresenta o caso-base contendo apenas a fundamental com ruído:

$$x_r[n] = V_{1p} \sin(2\pi f_0 t[n] + \phi) + w[n]. \quad (5.2)$$

Figura 2 – Sinal da componente fundamental com ruído branco gaussiano (referência).



Fonte: Autor.

Essa referência permite comparar os demais cenários, pois ajuda a distinguir facilmente o que é deformação causada por harmônicos e o que corresponde apenas a flutuações aleatórias do ruído.

A apresentação dos resultados no domínio do tempo segue uma organização que reduz repetições e evidencia padrões característicos. Inicialmente são analisados os casos com harmônicos de ordem par; em seguida, os de ordem ímpar; e, por fim, os cenários compostos.

### 5.2.1 Harmônicos de ordem par

Os harmônicos de ordem par tendem a introduzir assimetrias na forma de onda, alterando de maneira distinta os semiciclos positivo e negativo da senoide fundamental. Esses efeitos aparecem como pequenas mudanças no alinhamento de picos e vales e como variações sutis na inclinação do sinal. Mesmo na presença de ruído branco gaussiano, tais deformações permanecem identificáveis porque são periódicas e se repetem a cada ciclo, ao contrário do ruído, que não apresenta estrutura temporal.

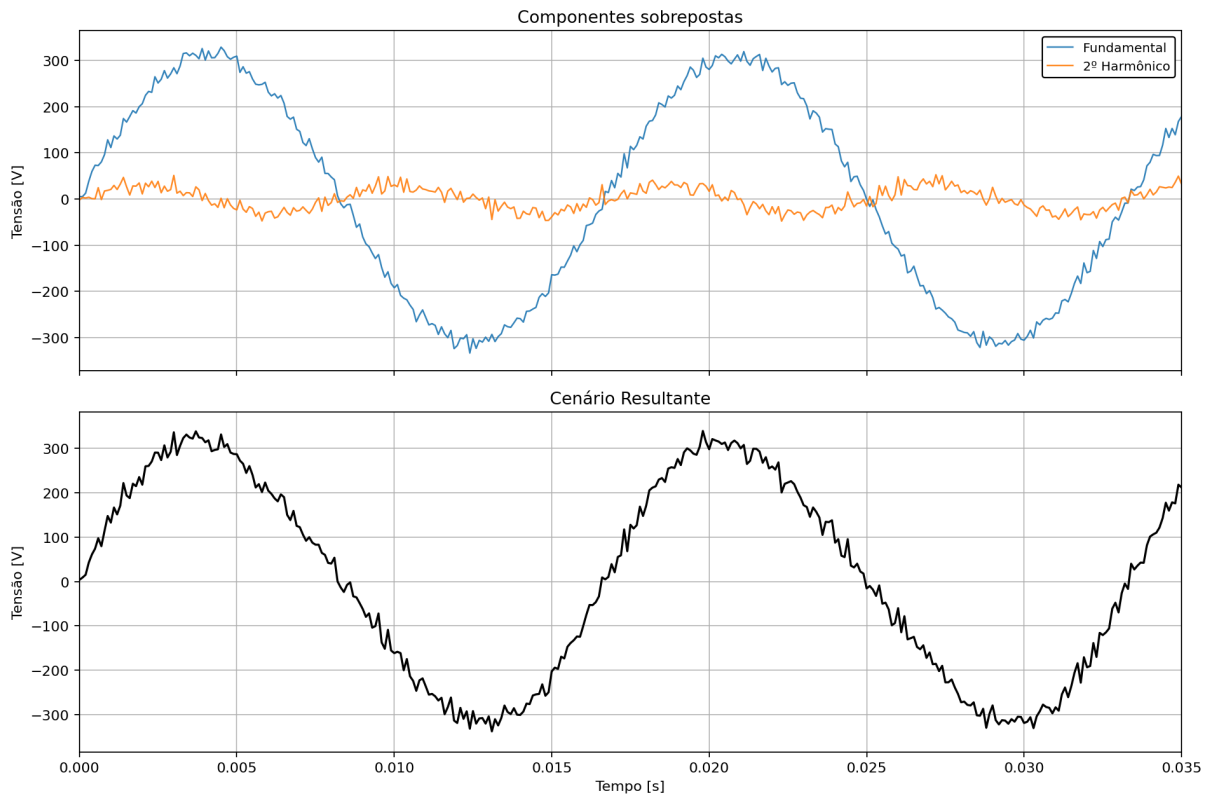
Nas simulações, foram utilizados percentuais de amplitude em pico iguais a  $p_2 = 10\%$ ,  $p_4 = 20\%$  e  $p_6 = 10\%$  para as componentes harmônicas de ordens 2, 4 e 6, respectivamente, em relação à amplitude de pico da componente fundamental. Esses valores foram escolhidos propositalmente bem acima dos que definidos na tabela 4, com o objetivo de tornar mais evidente, no domínio do tempo, a deformação introduzida pelos harmônicos. Para exemplificar o comportamento típico dos pares, apresenta-se aqui apenas o caso com o 2º harmônico, cujo valor de pico é  $V_{2p} = p_2 V_{1p}$ . O sinal ruidoso correspondente pode ser descrito por:

$$x_r(t) = V_{1p} \sin(2\pi 60t + \phi) + V_{2p} \sin(2\pi 120t + \phi) + w(t), \quad (5.3)$$

onde  $w(t)$  representa o ruído branco gaussiano aditivo.

A Figura 3 mostra a forma de onda resultante, ilustrando a quebra da simetria e a presença de pequenas irregularidades ao longo de cada ciclo.

Figura 3 – Sinal no tempo com o 2º harmônico (com ruído).



Fonte: Autor.

Os demais harmônicos pares seguem o mesmo princípio de formação. Suas representações encontram-se no Apêndice B.

### 5.2.2 Harmônicos de ordem ímpar

Os harmônicos ímpares produzem ondulações internas mais evidentes na forma de onda, caracterizadas por um aumento do número de pontos de inflexão e por variações rápidas sobre a senoide fundamental. Esses harmônicos não afetam de maneira significativa a simetria entre semiciclos, mas alteram fortemente o contorno local da onda. A presença de ruído adiciona flutuações não determinísticas, porém não impede a visualização das assinaturas impostas pelas componentes ímpares, que permanecem sincronizadas com o período fundamental.

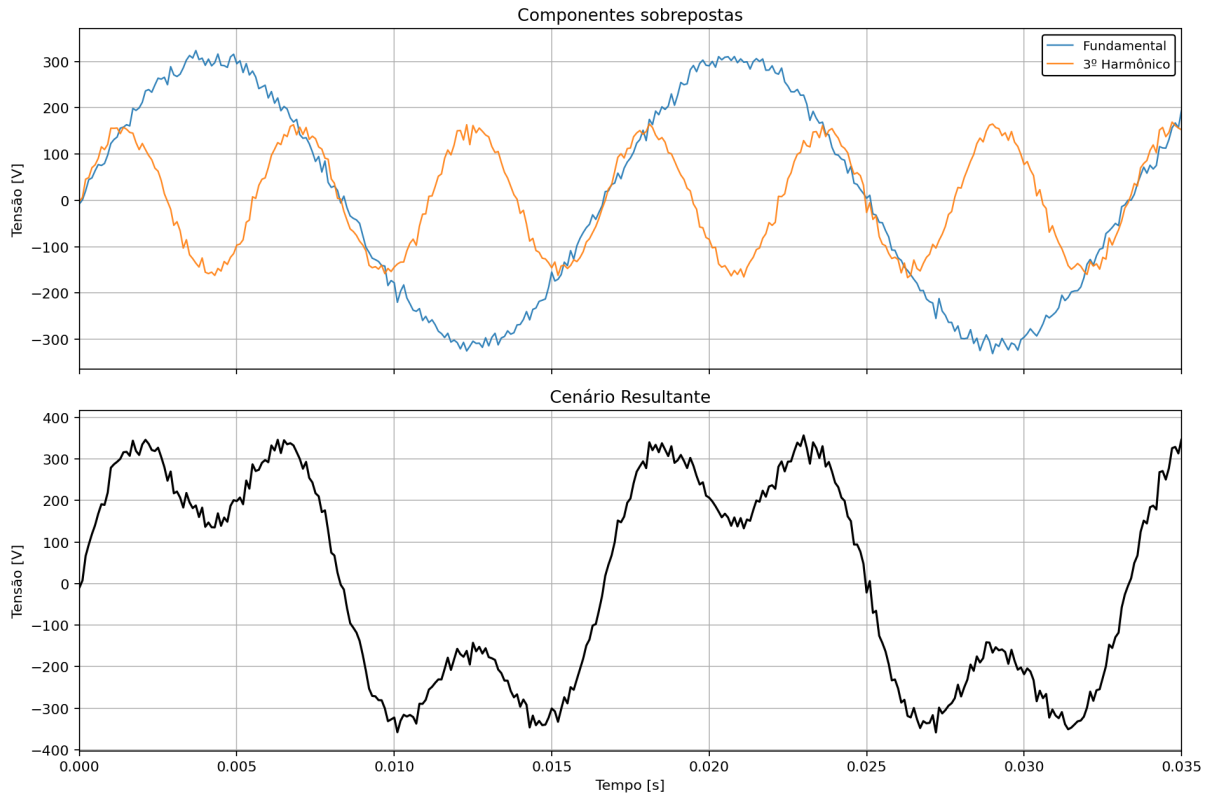
Foram utilizados percentuais de amplitude de pico iguais a  $p_3 = 50\%$ ,  $p_5 = 40\%$  e  $p_7 = 30\%$  para cada componente harmônica de ordens 3, 5 e 7, respectivamente, em relação à amplitude de pico da componente fundamental. Valores, assim como no caso anterior, definidos com finalidade ilustrativa. Para exemplificar o comportamento típico dessa classe apresenta-se o caso com o 3º harmônico, cujo valor de pico é  $V_{3p} = p_3 V_{1p}$ . O sinal correspondente é descrito por:

$$x_r(t) = V_{1p} \sin(2\pi 60t + \phi) + V_{3p} \sin(2\pi 180t + \phi) + w(t), \quad (5.4)$$

sendo mostrado na Figura 4. Observa-se que as ondulações são marcantes e se repetem de forma

clara ao longo do tempo.

Figura 4 – Sinal no tempo com o 3º harmônico (com ruído).



Fonte: Autor.

Os demais harmônicos ímpares apresentam comportamento semelhante, diferenciando-se apenas pela frequência e pela intensidade relativa. Suas representações encontram-se no Apêndice B.

### 5.2.3 Cenários compostos

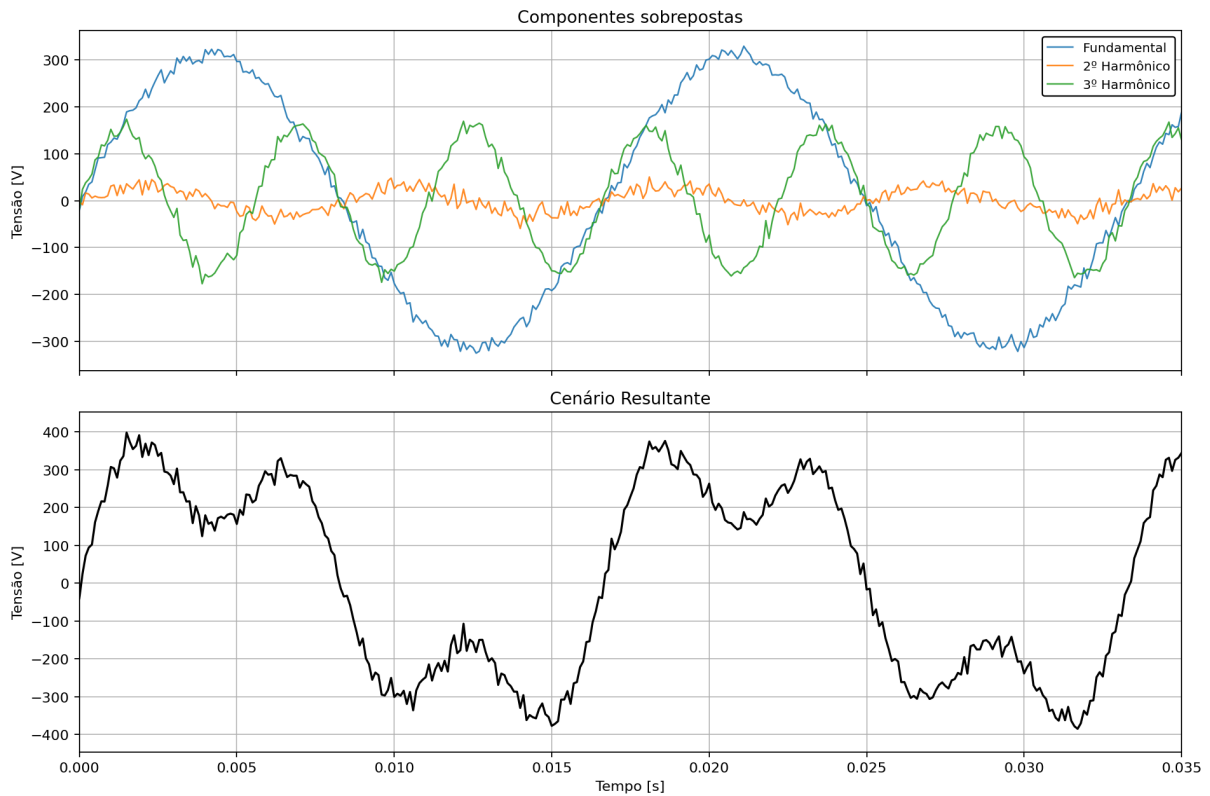
Nos cenários compostos, múltiplos harmônicos são somados simultaneamente à fundamental. A forma de onda resultante combina assimetria, ondulações e variações de diferentes escalas temporais em um mesmo ciclo, aproximando-se de situações reais encontradas em sistemas elétricos industriais. Mesmo na presença de ruído branco gaussiano, a estrutura determinística da distorção permanece evidente e repetitiva ao longo do tempo.

O primeiro cenário composto apresentado combina o 2º e o 3º harmônicos com a fundamental. O sinal pode ser descrito por:

$$x_r(t) = V_{1p} \sin(2\pi 60t + \phi) + V_{2p} \sin(2\pi 120t + \phi) + V_{3p} \sin(2\pi 180t + \phi) + w(t), \quad (5.5)$$

sendo mostrado na Figura 5. Esse cenário ilustra como a superposição de um harmônico par e um ímpar resulta em um traçado misto, combinando assimetrias e ondulações internas.

Figura 5 – Cenário composto no tempo: fundamental + 2° + 3° (com ruído).



Fonte: Autor.

O cenário composto mais carregado inclui as ordens de 2° a 7°, cada uma com seu respectivo percentual aplicado. O modelo geral utilizado é

$$x_r(t) = V_{1p} \sin(2\pi 60t + \phi) + \sum_{h=2}^7 V_{hp} \sin(2\pi h 60t + \phi) + w(t), \quad (5.6)$$

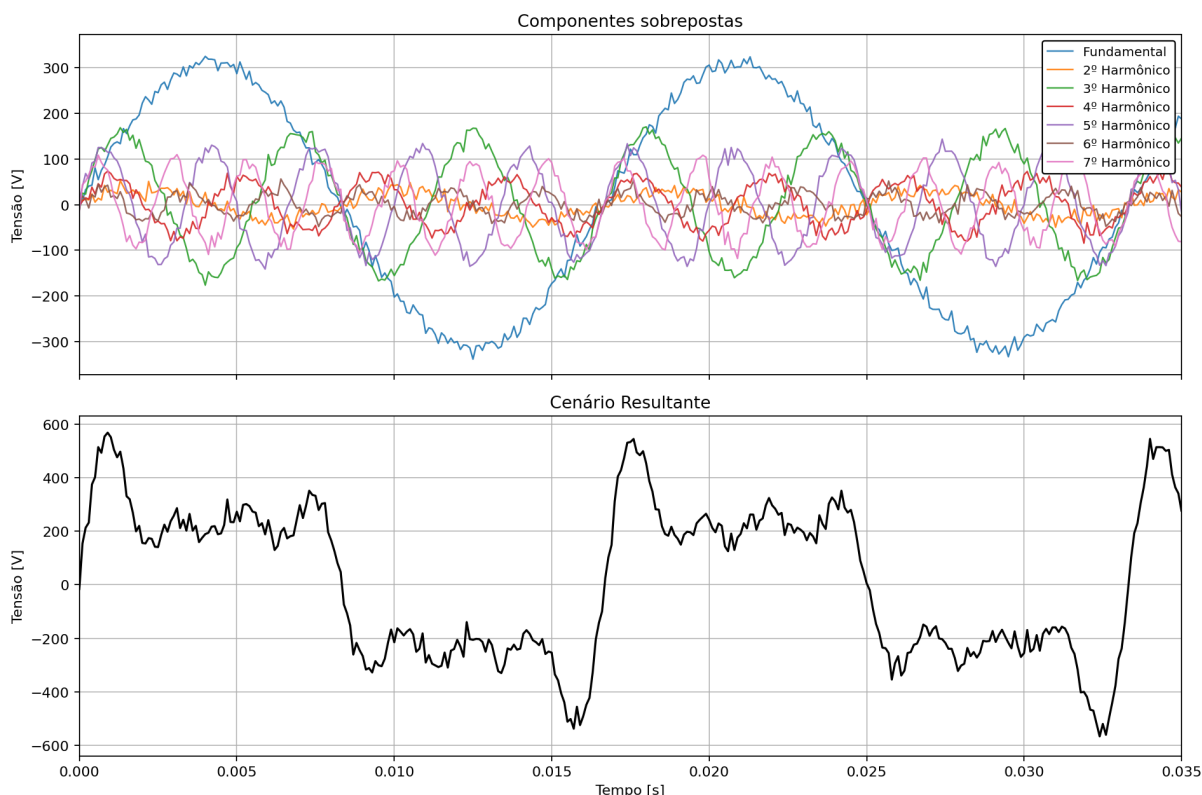
A Figura 6 deixa claro que cada harmônico atua de forma distinta sobre o sinal. Quando todos são somadas, a combinação gera uma estrutura temporal altamente complexa, na qual deformações de diferentes escalas se sobrepõem continuamente.

Percebe-se também um comportamento que não pode mais ser interpretado apenas como uma senoide suavemente distorcida, surgem regiões com declives abruptos, picos assimétricos e vales irregulares, além de trechos onde a inclinação muda rapidamente devido à influência simultânea dos harmônicos de maior ordem. Apesar disso, o sinal mantém periodicidade global, evidenciada pela repetição de padrões característicos a cada ciclo. Essa repetição permite distinguir fenômenos determinísticos das flutuações estocásticas do ruído branco.

Outro ponto relevante é a amplitude aparente do sinal resultante, significativamente maior que a amplitude dos harmônicos isolados. Isso ocorre porque, em determinados instantes, várias componentes somam-se construtivamente, elevando temporariamente o valor instantâneo da tensão. Em outros instantes, a soma é destrutiva, produzindo quedas abruptas. Esse mecanismo explica a variação pronunciada observada na forma de onda e está diretamente relacionado ao aumento do THD nos cenários compostos.



Figura 6 – Cenário composto no tempo: fundamental + ordens de 2° a 7° (com ruído).



Fonte: Autor.

Todos os demais cenários compostos simulados são apresentados integralmente no Apêndice B.

#### 5.2.4 Síntese da análise temporal

Na análise no tempo, ficou claro a diferença entre o que é ruído e o que é harmônico. O ruído branco gaussiano aparece como uma variação aleatória de curto prazo, sem padrão fixo, mudando de um ciclo para o outro. Já os harmônicos geram deformações determinísticas, ou seja, o formato da onda se repete ao longo dos ciclos, porque a distorção está sincronizada com a fundamental. É justamente essa repetição que permite dizer que existe distorção harmônica de verdade, e não apenas flutuação aleatória.

Nos casos isolados, a leitura visual é mais direta sendo possível enxergar com mais facilidade como cada ordem altera o contorno da senoide, porque existe uma única “assinatura” dominante na forma de onda. Quando passo para cenários compostos, como os mostrados nas Figuras 5 e 6, várias ordens atuam ao mesmo tempo e o sinal fica mais complexo, com ondulações em diferentes escalas dentro do mesmo ciclo. Nesse ponto, a inspeção no tempo ajuda a perceber que a onda está distorcida, mas já não é suficiente para separar a contribuição de cada ordem.

Por isso, a etapa seguinte precisa ser no domínio da frequência. A análise espectral permite identificar e quantificar cada componente harmônica.

### 5.3 ANÁLISE ESPECTRAL COM DFT E DHT

A seguir são apresentados os espectros obtidos a partir dos sinais no tempo, com o objetivo de comparar a DFT e a DHT na identificação das componentes harmônicas inseridas, relação de magnitude entre as ordens e no efeito do ruído branco.

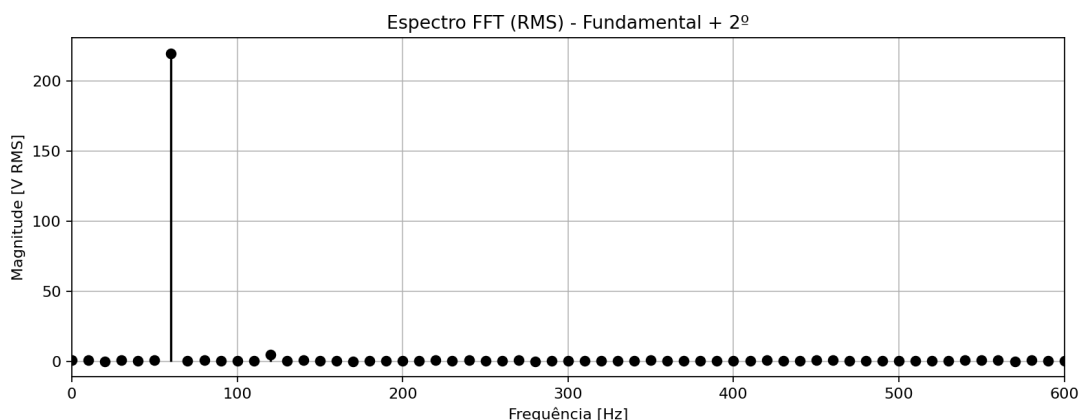
Os parâmetros de janela e amostragem foram escolhidos de modo que as componentes harmônicas fiquem alinhadas às frequências discretas do espectro. Dessa forma, a comparação entre DFT e DHT mantém a coerência de localização e a consistência do conteúdo espectral sob as mesmas condições de aquisição e o mesmo sinal ruidoso no tempo. Além disso, os percentuais de amplitude utilizados nos harmônicos foram os adotados na Tabela 4.

#### 5.3.1 Cenários com harmônicos pares

Nos cenários com harmônicos pares, os espectros apresentaram sempre duas características visuais marcantes, a manutenção da fundamental como componente dominante e a aparição de um ponto adicional exatamente na frequência do harmônico inserido. A Figura 7 ilustra o caso do 2º harmônico, no qual ambas as transformadas exibem um pico claro em 60Hz e um sinal leve em 120Hz, mesmo sob a presença de ruído.

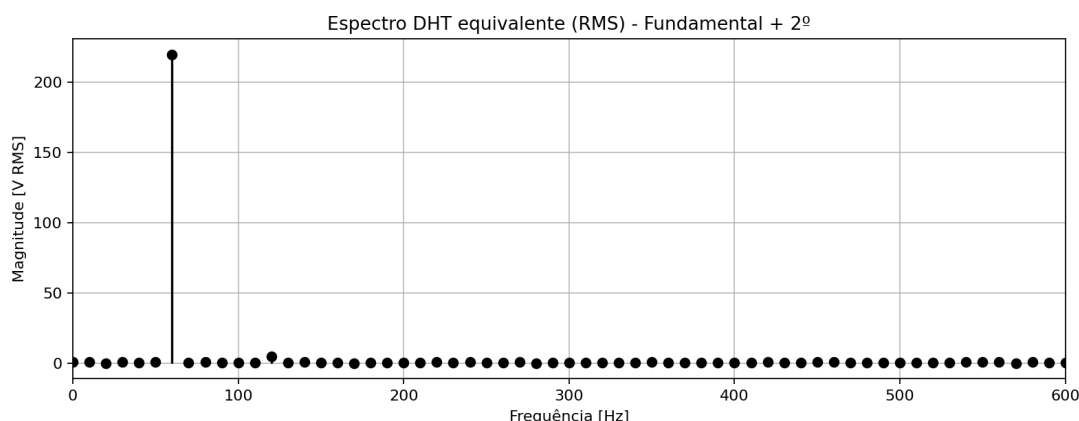
A DFT e a DHT coincidem plenamente na localização das linhas, e o ruído aparece apenas como pequenas flutuações distribuídas ao longo do espectro. A diferença entre as duas transformadas fica restrita ao comportamento do piso espectral, que varia levemente entre DFT e DHT, mas sem afetar a identificação das componentes determinísticas.

Figura 7 – Exemplo representativo de harmônico par: comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 2ª harmônico.



(a) Espectro DFT.

Fonte: Autor.



(b) Espectro DHT.

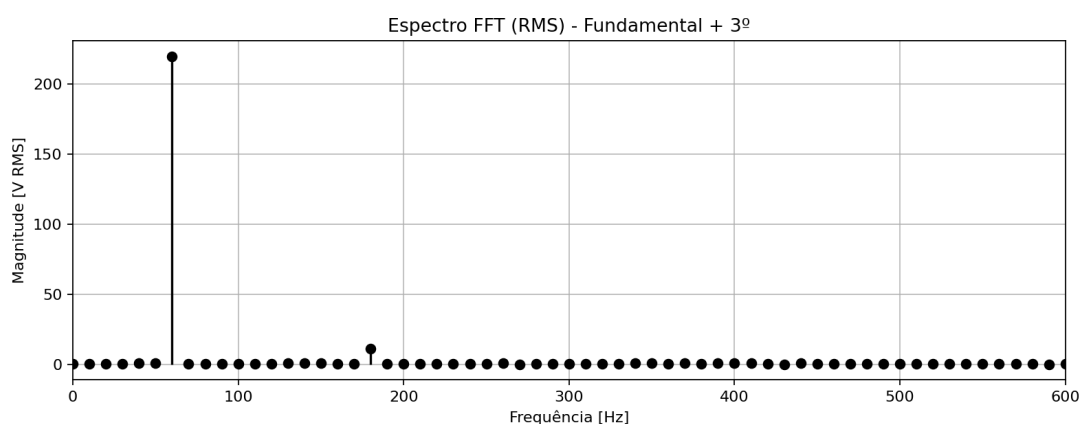
Fonte: Autor.

Os demais cenários com harmônico par (componente fundamental + 4º e componente fundamental + 6º) apresentam comportamento espectral semelhante ao observado no caso com a componente fundamental + 2º. Para evitar repetição, as figuras correspondentes são apresentadas no Apêndice C.

### 5.3.2 Cenários com harmônicos ímpares

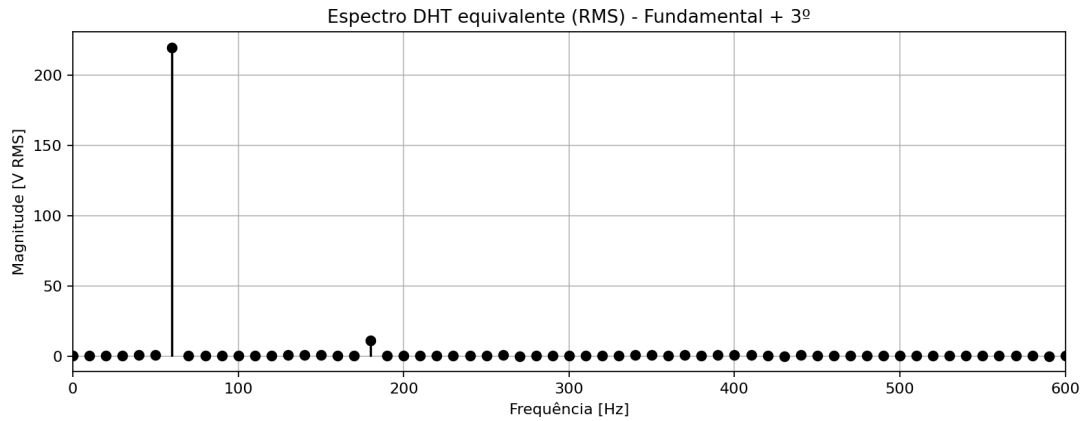
Nos cenários com harmônicos ímpares, a estrutura geral dos espectros permanece semelhante, mas com picos visivelmente mais pronunciados nas ordens consideradas. A Figura 8, referente ao 3º harmônico, mostra um ponto mais nítido em 180 Hz, novamente com perfeita coincidência entre DFT e DHT.

Figura 8 – Exemplo representativo de harmônico ímpar: comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 3º harmônico.



(a) Espectro DFT.

Fonte: Autor.



(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

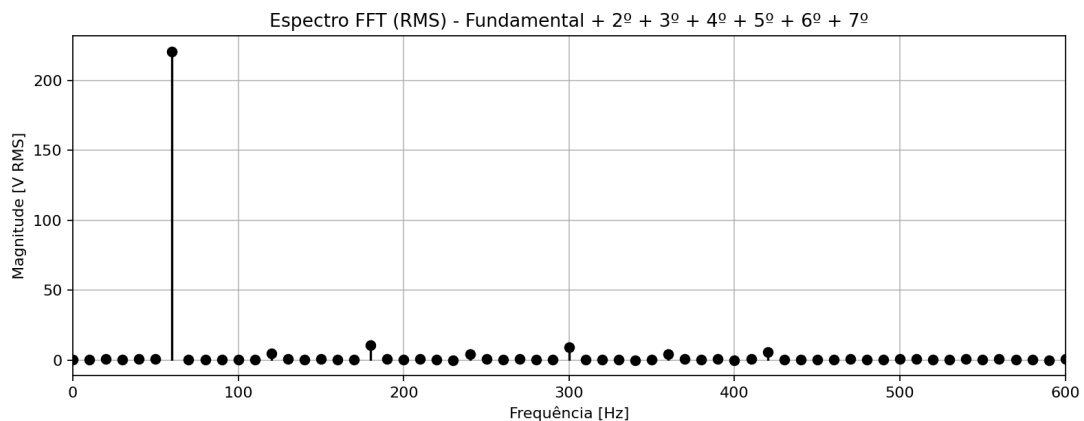
Para os harmônicos ímpares de ordem superior, isto é, 5º e 7º, observa-se o mesmo padrão espectral do caso com 3º. Assim, as figuras correspondentes foram reunidas no Apêndice C.

### 5.3.3 Cenários compostos

Nos cenários compostos, o espectro passa a exibir múltiplos pontos simultaneamente. A Figura 9, que contempla as ordens harmônicas de 2º a 7º, mostra picos distribuídos exatamente nas frequências esperadas, com destaque para a fundamental e para os harmônicos de magnitudes mais elevadas.

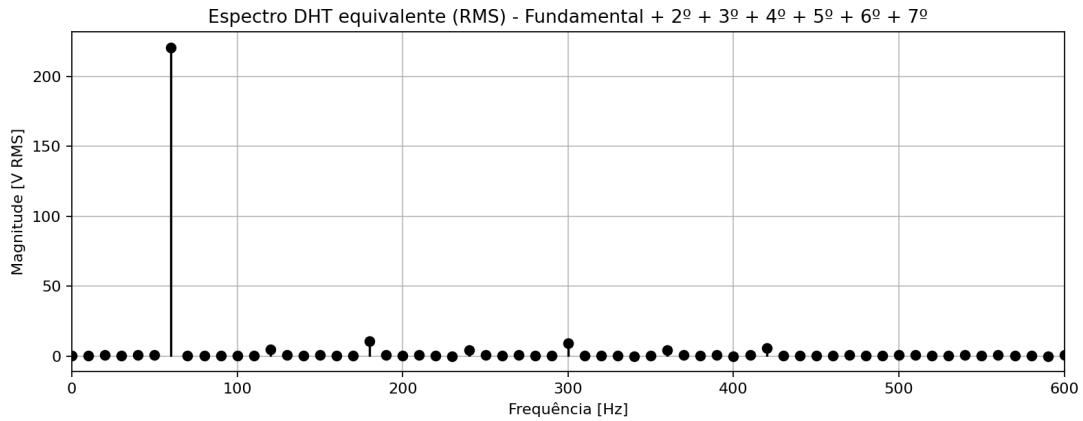
A DFT e a DHT continuam alinhadas quanto à posição das componentes, porém apresentam pequenas diferenças no piso espectral, o que se torna mais perceptível quando várias ordens coexistem. Mesmo assim, todos os picos permanecem claramente distinguíveis, permitindo identificar cada componente isoladamente.

Figura 9 – Cenário composto principal: espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal.



(a) Espectro DFT.

Fonte: Autor.



(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Os cenários compostos são apresentados no Apêndice C.

### 5.3.4 Síntese da análise espectral

A observação dos espectros mostra que ambos os métodos identificam corretamente as componentes harmônicas inseridas, tanto nos cenários simples quanto nos compostos. Em todos os casos, as linhas aparecem exatamente nas frequências esperadas, e o ruído se manifesta apenas como elevação discreta do piso espectral, sem comprometer a visualização das componentes principais.

As diferenças entre DFT e DHT tornam-se perceptíveis apenas na forma como cada método representa o nível de fundo do espectro. Embora a localização das linhas seja a mesma, a DHT tende a apresentar pequenas variações no piso espectral quando comparada à DFT, especialmente em cenários com várias ordens simultâneas. Ainda assim, os picos permanecem bem definidos e visualmente equivalentes nas duas representações.

A etapa seguinte quantifica essas observações ao comparar numericamente as amplitudes extraídas de cada espectro e o THD resultante, incluindo o efeito da variação de  $\sigma$  a diferentes níveis de ruído branco.

## 5.4 ANÁLISES QUANTITATIVAS E COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS

A leitura visual dos espectros confirma a presença das componentes harmônicas, mas não permite quantificar diferenças entre DFT e DHT nem avaliar o impacto do ruído com precisão. Por isso, reúne-se agora os resultados numéricos extraídos diretamente dos espectros obtidos pelos dois métodos.

O objetivo é acompanhar, de forma comparativa, como a distorção varia entre os cenários simulados e como o valor de THD muda quando calculado a partir de  $X[k]$  (FFT) e de  $H[k]$  (DHT). Em todos os casos, a comparação é feita sobre o mesmo sinal ruidoso no tempo, assegurando

que qualquer diferença observada resulte apenas do método de processamento espectral.

#### 5.4.1 Energia do sinal: validação pelo Teorema de Parseval

Para ter certeza de que todo *pipeline* numérico está consistente, foi usado o Teorema de Parseval em todos os cenários simulados. A ideia foi comparar a energia calculada no tempo com a energia calculada no domínio da frequência pelos dois caminhos, DFT e DHT.

Do ponto de vista teórico, vale  $E_t = E_f$ , isto é, o módulo  $|E_t - E_f|$  é matematicamente nulo. Nos resultados numéricos desta simulação, o que aparece é apenas erro de arredondamento em ponto flutuante, para a DFT,  $|E_t - E_{f,\text{DFT}}|$  ficou em torno de  $10^{-16}$ ; para a DHT,  $|E_t - E_{f,\text{DHT}}|$  ficou em torno de  $10^{-14}$ . Esses valores estão abaixo da precisão típica da máquina e confirmam que a energia do sinal é preservada pelos dois métodos. Assim, qualquer possível diferença posterior entre os indicadores calculados a partir de  $X[k]$  e de  $H[k]$  não vem de perda ou ganho artificial de energia, e sim da forma como cada representação espectral carrega a informação de fase.

Tabela 6 – Validação pelo teorema de Parseval para os cenários simulados (DFT e DHT).

Cenário	$N$	Energia no tempo $E_t$	Energia no espectro DFT	Energia no espectro DHT
Fundamental	1000	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$
Fundamental+2°	1000	$4,85 \times 10^7$	$4,85 \times 10^7$	$4,85 \times 10^7$
Fundamental+3°	1000	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$
Fundamental+4°	1000	$4,82 \times 10^7$	$4,82 \times 10^7$	$4,82 \times 10^7$
Fundamental+5°	1000	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$
Fundamental+6°	1000	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$
Fundamental+7°	1000	$4,83 \times 10^7$	$4,83 \times 10^7$	$4,83 \times 10^7$
Fundamental+2°e3°	1000	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$
Fundamental+2°a4°	1000	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$	$4,86 \times 10^7$
Fundamental+2°a5°	1000	$4,89 \times 10^7$	$4,89 \times 10^7$	$4,89 \times 10^7$
Fundamental+2°a6°	1000	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$	$4,84 \times 10^7$
Fundamental+2°a7°	1000	$4,90 \times 10^7$	$4,90 \times 10^7$	$4,90 \times 10^7$

Fonte: Autor.

#### 5.4.2 Evolução da Distorção Harmônica ao Longo dos Cenários

A Tabela 7 apresenta os valores de THD obtidos em cada cenário. Mesmo no caso que contém apenas a fundamental com ruído, o índice já assume um valor pequeno devido à energia espalhada ao longo do espectro. A partir daí, à medida que novas ordens são acrescentadas, o THD cresce de forma progressiva, refletindo diretamente o aumento da contribuição harmônica no sinal. Os cenários compostos exibem os valores mais elevados, como esperado, já que concentram várias componentes simultâneas.

A comparação entre DFT e DHT mostra que ambos os métodos produzem valores idênticos

para todos os cenários apresentados. Isso indica que, sob as condições de simulação utilizadas, os dois caminhos extraem as mesmas amplitudes para as componentes relevantes, resultando em estimativas de THD plenamente consistentes entre si. Assim, a tabela evidencia que a evolução da distorção ao longo dos cenários é capturada de forma equivalente pelas duas abordagens, sem diferenças significativas ao longo de todo o conjunto de sinais analisados.

Tabela 7 – Valores de THD obtidos por DFT e por DHT.

Cenário	THD_DFT (%)	THD_DHT (%)	Dif. abs. (%)
Fundamental	0.566067	0.566067	0.000000
Fundamental + 2°	1.246498	1.246498	0.000000
Fundamental + 3°	5.013858	5.013858	0.000000
Fundamental + 4°	2.202511	2.202511	0.000000
Fundamental + 5°	3.957297	3.957297	0.000000
Fundamental + 6°	0.908999	0.908999	0.000000
Fundamental + 7°	2.912349	2.912349	0.000000
Fundamental + 2° + 3°	5.049839	5.049839	0.000000
Fundamental + 2° + 3° + 4°	5.413394	5.413394	0.000000
Fundamental + 2° + 3° + 4° + 5°	6.619821	6.619821	0.000000
Fundamental + 2° + 3° + 4° + 5° + 6°	6.613380	6.613380	0.000000
Fundamental + 2° + 3° + 4° + 5° + 6° + 7°	7.356557	7.356557	0.000000

Fonte: Autor.

### 5.4.3 Influência do nível de ruído na estimativa de THD

Para investigar o impacto do ruído branco na estimativa da distorção harmônica, foi refeito o experimento variando o desvio padrão do ruído adicionado ao sinal no domínio do tempo. Manteve-se fixo o cenário composto com harmônicos do 2° ao 7° e foi reavaliado os seguintes desvios:

$$\sigma \in \{0,0, 0,5, 1,0, 2,0, 5,0\} \text{ V.}$$

Em cada valor de  $\sigma$ , foi calculado o THD a partir do espectro obtido pela DFT (via  $X[k]$ ) e, separadamente, a partir do espectro obtido pela DHT (via  $H[k]$ ), sempre sobre o mesmo sinal ruidoso  $x_r[n]$ . Para isolar o efeito do nível de ruído e evitar que a comparação fosse influenciada por diferentes realizações aleatórias, utilizou-se uma única realização base  $z[n] \sim \mathcal{N}(0, 1)$  e apenas escalei sua intensidade por  $\sigma$ , isto é,  $x_r[n] = x[n] + \sigma z[n]$ .

A Tabela 8 resume os resultados. Nota-se que, nesta simulação, a estimativa de THD aumenta levemente com  $\sigma$ . Na prática, isso acontece porque o ruído adiciona energia ao espectro e parte dessa energia aparece nas componentes usadas no numerador do THD, ao mesmo tempo em que também contamina a leitura da fundamental no denominador. Como o THD é uma razão, esse comportamento não precisa ser monótono em geral, mas, para esta realização específica, a tendência ficou claramente crescente.

Tabela 8 – THD estimada para diferentes níveis de ruído no cenário composto (2° a 7°).

$\sigma$ (V)	THD <sub>DFT</sub> (%)	THD <sub>DHT</sub> (%)	Dif. abs. (%)
0,0	7,483315	7,483315	0,000000
0,5	7,498763	7,498763	0,000000
1,0	7,514259	7,514259	0,000000
2,0	7,545393	7,545393	0,000000
5,0	7,639911	7,639911	0,000000

Fonte: Autor.

Observa-se também, para todos os níveis de ruído considerados, as estimativas de THD obtidas pela DFT e pela DHT coincidem numérica e exatamente dentro da precisão mostrada, resultando em diferença absoluta nula na última coluna. Esse comportamento confirma que, quando a DHT é utilizada como descrito na Seção 4.6.2, combinando o par de índices  $(k, N - k)$  para formar  $H[k]$ , as magnitudes harmônicas empregadas no cálculo do THD são fisicamente equivalentes às obtidas pela DFT.

## 5.5 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS NA TOMADA DE DECISÃO

Os resultados numéricos apresentados permitem avaliar como o THD se comporta em condições próximas às de medição industrial, considerando ruído, diferentes composições harmônicas e dois métodos de processamento espectral. As Tabelas 7, 6 e 8, permitem interpretar a confiabilidade e a estabilidade do indicador.

A validação energética confirma que o processamento preserva a coerência do sinal, garantindo que as variações observadas no THD decorrem apenas das mudanças impostas nos cenários simulados. Assim, o indicador responde de modo consistente ao aumento progressivo do conteúdo harmônico, evidenciando crescimento do THD nos cenários isolados e, principalmente, nos compostos.

O crescimento observado do THD<sub>2..7</sub> está associado principalmente à adição progressiva das componentes harmônicas de ordem inteira, que aumentam diretamente a energia não fundamental presente no sinal. O ruído branco gaussiano, presente em todos os cenários, não introduz componentes harmônicas coerentes, mas eleva o piso espectral e contribui para pequenas variações nas magnitudes estimadas, especialmente nas ordens de menor amplitude. Assim, o ruído atua como fator de dispersão e instabilidade da estimativa, enquanto o crescimento sistemático do THD decorre da inclusão controlada das ordens harmônicas simuladas.

A comparação entre DFT e DHT mostra que ambos produzem valores idênticos de THD em todos os casos. Isso indica que, sob o protocolo de cálculo adotado, os dois métodos são plenamente equivalentes para fins de estimação da distorção harmônica. Em termos industriais, essa equivalência significa que a escolha entre DFT e DHT não altera o diagnóstico final, desde que a extração de amplitude seja realizada de forma coerente.

Do ponto de vista computacional, embora a DFT e a DHT produzam estimativas equivalentes de THD, os dois métodos diferem quanto à estrutura algorítmica e ao custo de implementação. A



DFT opera no domínio complexo, exigindo operações com números complexos e maior volume de multiplicações, enquanto a DHT utiliza apenas aritmética real, o que pode reduzir o custo computacional e a complexidade de hardware em implementações embarcadas ou em tempo real. Assim, quando a aplicação impõe restrições de processamento, memória ou consumo energético, a DHT pode representar uma alternativa mais eficiente, sem prejuízo da confiabilidade do indicador de distorção harmônica.

A análise da varredura de ruído mostra que o THD aumenta conforme cresce o desvio-padrão do ruído, mesmo mantendo-se fixo o conteúdo harmônico do sinal. O comportamento observado é estável e reproduzido de maneira idêntica pelos dois métodos, confirmando que a sensibilidade do indicador está associada ao nível de ruído e não ao algoritmo espectral utilizado. Em ambiente industrial, isso reforça a necessidade de considerar tendências e valores médios ao invés de leituras pontuais, especialmente quando a medição é realizada em condições de maior variabilidade.

Como ambos os métodos convergem para os mesmos valores em todos os cenários, conclui-se que o THD é um indicador estável e confiável dentro das condições avaliadas, desde que o procedimento de cálculo seja mantido consistente ao longo do tempo.

#### **5.5.1 Limitações e alcance prático dos resultados**

As limitações do modelo não comprometem o objetivo comparativo, mas delimitam o alcance de generalização. Por se tratar de sinais sintéticos e ruído modelado, os valores absolutos de THD não devem ser interpretados como retrato de uma planta específica, e sim como evidência de comportamento do indicador frente a (i) aumento do conteúdo harmônico, (ii) presença de ruído e (iii) escolhas de estimação no caminho da DHT. Assim, o principal ganho prático foi estabelecer um critério de uso do indicador, qualquer comparação histórica deve preservar o protocolo de cálculo, caso contrário parte da variação observada pode ser artefato metodológico e não alteração real do sistema monitorado.

## 6 CONCLUSÕES

Este capítulo consolida as conclusões do estudo, explicita as contribuições obtidas e aponta possibilidades de continuidade, mantendo coerência com os objetivos e as delimitações definidos no Capítulo 1.

### 6.1 CONCLUSÕES OBJETIVAS

Com base nos cenários simulados e nos resultados apresentados, conclui-se que:

- As componentes harmônicas inteiras foram identificadas de forma consistente no espectro, e explicam a maior parte da deformação observada no sinal. Já o ruído branco gaussiano atuou principalmente elevando o piso espectral e aumentando a variabilidade das estimativas de magnitude e de  $\text{THD}_{2-7}$ .
- A superposição progressiva de ordens de 2 a 7 aumentou a deformação da forma de onda e elevou o  $\text{THD}_{2-7}$ .
- A verificação pelo teorema de Parseval confirmou a integridade numérica do processamento. Esse resultado sustenta que eventuais diferenças observadas nos indicadores decorrem do ruído e do critério de estimação, e não de erro de escalonamento.
- Os resultados mostraram equivalência total entre DFT e DHT para os cenários avaliados. Ambas as abordagens produziram amplitudes e valores de THD numericamente idênticos, inclusive na presença de ruído. Assim, a escolha do método espectral não influenciou o diagnóstico final.
- A sensibilidade ao ruído ficou evidente na varredura de  $\sigma$ .
- Do ponto de vista de aplicação industrial, os resultados reforçam que a confiabilidade do THD depende da estabilidade do método adotado para o cálculo.
- Sob a ótica da Engenharia de Produção, a distorção harmônica se confirma como variável de desempenho e risco operacional. Seus efeitos sobre perdas, aquecimento e falhas intermitentes impactam diretamente indicadores de disponibilidade, confiabilidade e custo do ciclo de vida dos equipamentos, justificando sua inclusão em rotinas de monitoramento contínuo.

### 6.2 TRABALHOS FUTUROS

Como continuidade, recomenda-se:

1. Incorporar medições experimentais (laboratório e/ou planta industrial) para calibrar amplitudes harmônicas, níveis de ruído, variações de carga e condições de operação, permitindo validação direta do modelo e comparação com dados reais (IEC 61000, 2015).

2. Ampliar o escopo para incluir inter-harmônicos e procedimentos de agregação compatíveis com normas, além de avaliar janelamento e tempos de observação para reduzir variabilidade do piso espectral em ambiente de monitoramento (IEC 61000, 2002).
3. Tratar fenômenos não estacionários (transitórios, afundamentos/elevações e eventos de curta duração) com abordagens tempo-frequência, visando capturar distúrbios não bem descritos apenas por regime permanente (MALLAT, 1999).
4. Integrar análise e mitigação, avaliando o efeito de soluções (filtros passivos, ativos ou híbridos) sobre as componentes harmônicas e sobre índices agregados, conectando diagnóstico a decisão de engenharia (ARRILLAGA; WATSON, 2003).
5. Desenvolver rotinas de classificação automática de distúrbios com base em características espectrais e indicadores, visando aplicações de monitoramento contínuo e manutenção preditiva (DUGAN *et al.*, 2012).
6. Os resultados numéricos obtidos permitem ir além da verificação normativa, fornecendo insumos para decisões práticas de engenharia de produção. A Tabela 9 propõe uma interpretação operacional para faixas de THD, conectando o indicador elétrico a ações de manutenção e gestão.

Tabela 9 – Interpretação operacional de faixas de THD para tomada de decisão em ambientes industriais.

Faixa de THD <sub>V</sub>	Status	Impacto Esperado em KPIs	Ações Recomendadas
THD < X%	<b>Ótimo</b>	Impacto desprezível em MTBF/OEE.	Monitoramento rotineiro conforme plano de manutenção preventiva.
$X\% \leq \text{THD} \leq 8\%$	<b>Atenção</b>	Redução leve do MTBF; aumento de perdas energéticas; risco de microparadas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar fonte dominante via espectro.</li> <li>• Reforçar manutenção preditiva.</li> <li>• Considerar balanceamento de cargas.</li> </ul>
THD > 8%	<b>Crítico</b>	Redução do MTBF; aumento do MTTR; penalidades regulatórias; perdas de produção.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaborar plano de mitigação (filtros passivos/ativos).</li> <li>• Implementar monitoramento contínuo em tempo real.</li> </ul>

Fonte: Autor

Ressalta-se que o limite inferior X% apresentado na Tabela 9 não corresponde a um valor normativo fixo. Ele representa um limiar operacional a ser definido a partir do refinamento do processo de medição, considerando características do ponto monitorado, estabilidade temporal

do indicador, incertezas de instrumentação e critérios estatísticos de agregação. Assim,  $X\%$  deve ser interpretado como um parâmetro ajustável, dependente do contexto da instalação e do método de monitoramento adotado, e não como um novo limite regulatório.

Dessa forma, o valor de THD se transforma em um indicador de desempenho operacional quantificável, atuando como KPI técnico de qualidade de energia integrado ao monitoramento de OEE, MTBF, MTTR e indicadores energéticos nas práticas de gestão de ativos, confiabilidade e melhoria contínua da Engenharia de Produção.

Embora os objetivos propostos tenham sido atingidos dentro das delimitações estabelecidas, os resultados obtidos evidenciam diversas possibilidades de continuidade e aprofundamento do estudo. As extensões sugeridas visam ampliar a aderência do indicador THD e explorar aplicações práticas do diagnóstico.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, J. P.; EMANUEL, A. E. Induction motor thermal aging caused by voltage distortion and imbalance: loss of useful life and its estimated cost. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 38, n. 1, p. 12--20, 2002.
- ARRILLAGA, Jos; WATSON, Neville R. **Power System Harmonics**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003. ISBN 9780470851296.
- BLAHUT, Richard E. **Fast Algorithms for Signal Processing**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. ISBN 9780521118630.
- BOLLEN, Math H. J. **Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions**. [S.l.]: IEEE Press, 2000. ISBN 9780780317133.
- BRACEWELL, Ronald N. The discrete hartley transform. **Journal of the Optical Society of America**, v. 73, n. 12, p. 1832--1835, 1983.
- BRITANAK, V. **Discrete Cosine and Sine Transforms: General Properties, Fast Algorithms and Integer Approximations**. [S.l.]: Academic Press, Elsevier, 2007.
- COOLEY, James W.; TUKEY, John W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of Computation**, v. 19, n. 90, p. 297--301, 1965.
- DUGAN, Roger C. *et al.* **Electrical Power Systems Quality**. 3. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2012. ISBN 9780071761550.
- HUANG, Norden E. *et al.* The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. **Proceedings of the Royal Society A**, v. 454, n. 1971, p. 903--995, 1998.
- IEC 61000. **Testing and measurement techniques -- General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto**. [S.l.], 2002.
- IEC 61000. **Testing and measurement techniques -- Power quality measurement methods**. [S.l.], 2015.
- IEC 61000. **Electromagnetic compatibility (EMC) -- Part 2-4: Environment -- Compatibility levels in industrial locations for low-frequency conducted disturbances**. [S.l.], 2024.
- IEEE Std 519. **IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems**. [S.l.], 2014. Disponível em: <<https://standards.ieee.org/ieee/519/3710/>>.
- ISO 50001. **Energy management systems -- Requirements with guidance for use**. [S.l.], 2018. Disponível em: <<https://www.iso.org/standard/69426.html>>.
- ISO 55000. **Asset management -- Vocabulary, overview and principles**. [S.l.], 2024. Disponível em: <<https://www.iso.org/standard/83053.html>>.
- KAGERMANN, H. **Recommendations for Implementing the Strategic Initiative INDUSTRIE 4.0: Final Report of the Industrie 4.0 Working Group**. [S.l.], 2013.

KUKHUN, W. R.; SAYENKO, Y. L. Modelling of electrical equipment lifetime at low power quality. **International Journal of Power and Energy Systems**, v. 33, n. 4, p. 139--143, 2013.

MALLAT, Stéphane. **A Wavelet Tour of Signal Processing**. [S.l.]: Academic Press, 1999.

MELO, M. B. Avaliação do impacto da qualidade de energia elétrica na produção industrial: proposta de metodologia. **Produto & Produção**, v. 9, n. 3, p. 15--25, 2008.

NAKAJIMA, S. **Introduction to TPM: Total Productive Maintenance**. [S.l.]: Productivity Press, 1988.

NBR 5410. **Instalações elétricas de baixa tensão**. [S.l.], 2004. 2ª edição (30/09/2004).

OPPENHEIM, A. **Discrete-Time Signal Processing**. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1999. ISBN 9780137549207.

PANEGOSI, A. C.; SILVA, E. C. Indicadores de desempenho da gestão de ativos físicos: estudo de caso em uma média empresa de manufatura. In: **Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia de Produção (ConBREPRO 2021)**. Curitiba: APREPRO, 2021.

PRODIST Módulo 8. **PRODIST -- Módulo 8: Qualidade da Energia Elétrica (Revisão 11)**. [S.l.], 2020.

SMITH, Steven W. **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing**. California Technical Publishing, 1997. Disponível em: <<https://www.dspguide.com/>>.

## APÊNDICE A - CÓDIGO PYTHON PARA ANÁLISE HARMÔNICA

Neste apêndice é apresentado o código desenvolvido em linguagem Python utilizado para a geração dos sinais, inserção de ruído e análise espectral por meio da DFT e DHT. O script também contempla o cálculo da THD, permitindo avaliar o comportamento dos harmônicos em relação à componente fundamental.

```

1      # =====
2      # CELULA 0 - Imports
3      # =====
4      import numpy as np
5      import matplotlib.pyplot as plt
6      import pandas as pd
7
8      # =====
9      # CELULA 1 - Parametros globais e eixo do tempo (N exato)
10     # =====
11     fs = 10000
12     T = 0.1
13     f0 = 60.0
14     phi = 0.0
15
16     N = int(round(T * fs))
17     t = np.arange(N) / fs
18     df = fs / N
19
20     print("N =", N, "amostras")
21     print("df =", df, "Hz")
22     print("ciclos =", f0 * T)
23     print("N//2+1 =", N // 2 + 1, "pontos no espectro positivo")
24
25     # =====
26     # CELULA 2 - Amplitudes (pico) a partir de Vrms e percentuais
27     # =====
28     Vrms1 = 220.0
29     V1p = Vrms1 * np.sqrt(2.0)
30
31     V2p = 0.01 * V1p
32     V3p = 0.05 * V1p
33     V4p = 0.02 * V1p
34     V5p = 0.04 * V1p
35     V6p = 0.01 * V1p
36     V7p = 0.03 * V1p

```

```

37
38     ruido_branco = 10.0
39
40     print("V1p =", V1p)
41     print("sigma_ruido =", ruido_branco)
42
43     # =====
44     # CELULA 3 - Sinais puros (monofasicos)
45     # =====
46     x1 = V1p * np.sin(2*np.pi*1*f0*t + phi)
47     x2 = V2p * np.sin(2*np.pi*2*f0*t + phi)
48     x3 = V3p * np.sin(2*np.pi*3*f0*t + phi)
49     x4 = V4p * np.sin(2*np.pi*4*f0*t + phi)
50     x5 = V5p * np.sin(2*np.pi*5*f0*t + phi)
51     x6 = V6p * np.sin(2*np.pi*6*f0*t + phi)
52     x7 = V7p * np.sin(2*np.pi*7*f0*t + phi)
53
54     puros = {
55         "Fundamental": x1,
56         "Fundamental + 2": x1 + x2,
57         "Fundamental + 3": x1 + x3,
58         "Fundamental + 4": x1 + x4,
59         "Fundamental + 5": x1 + x5,
60         "Fundamental + 6": x1 + x6,
61         "Fundamental + 7": x1 + x7,
62         "Fundamental + 2 + 3": x1 + x2 + x3,
63         "Fundamental + 2 + 3 + 4": x1 + x2 + x3 + x4,
64         "Fundamental + 2 + 3 + 4 + 5": x1 + x2 + x3 + x4 + x5,
65         "Fundamental + 2 + 3 + 4 + 5 + 6": x1 + x2 + x3 + x4 + x5
66         + x6,
67         "Fundamental + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7": x1 + x2 + x3 + x4
68         + x5 + x6 + x7,
69     }
70
71     nome = "Fundamental"
72     plt.figure(figsize=(10,4), dpi=160)
73     plt.plot(t, puros[nome], color="black", linewidth=1.3)
74     plt.title(f"Sinal no tempo (puro) - {nome}")
75     plt.xlabel("Tempo [s]")
76     plt.ylabel("Tensao [V]")
77     plt.grid(True, alpha=0.85)
78     plt.xlim(0, 0.035)

```



```

77 plt.tight_layout()
78 plt.show()
79
80 # =====
81 # CELULA 4 - Ruído branco gaussiano (reprodutível)
82 # =====
83 SEED = 42
84 rng = np.random.default_rng(SEED)
85
86 def add_noise(x, sigma, rng):
87     x = np.asarray(x, dtype=float)
88     return x + rng.normal(0.0, sigma, size=x.size)
89
90 ruidosos = {k: add_noise(v, ruído_branco, rng) for k, v in
91             puros.items()}
92
93 nome = "Fundamental + 5"
94 plt.figure(figsize=(10,4), dpi=160)
95 plt.plot(t, ruidosos[nome], color="black", linewidth=1.0)
96 plt.title(f"Sinal no tempo (com ruído) - {nome}")
97 plt.xlabel("Tempo [s]")
98 plt.ylabel("Tensão [V]")
99 plt.grid(True, alpha=0.85)
100 plt.xlim(0, 0.035)
101 plt.tight_layout()
102 plt.show()
103
104 # =====
105 # CELULA 5 - Parseval: DFT e DHT (definição sem normalização)
106 # DFT:  $\sum x^2 = (1/N) \sum |X|^2$ 
107 # DHT:  $\sum x^2 = (1/N) \sum H^2$ 
108 # =====
109 _DHT_CACHE = {}
110
111 def dht_matrix(Nsig):
112     n = np.arange(Nsig)
113     k = n[:, None]
114     theta = 2*np.pi * k * n / Nsig
115     return np.cos(theta) + np.sin(theta)
116
117 def dht_true(x):
118     x = np.asarray(x, dtype=float)

```

```

118     Nsig = x.size
119     if Nsig not in _DHT_CACHE:
120         _DHT_CACHE[Nsig] = dht_matrix(Nsig)
121     return _DHT_CACHE[Nsig] @ x
122
123     def sci_str(x, nd=2):
124         if x == 0:
125             return "0"
126         s = f"{x:.{nd}e}"
127         mant, exp = s.split("e")
128         exp_i = int(exp)
129         return f"{mant}x10^{exp_i}"
130
131     linhas = []
132     for nome, x in ruidosos.items():
133         x = np.asarray(x, dtype=float)
134         Nsig = x.size
135
136         E_tempo = float(np.sum(x**2))
137
138         X = np.fft.fft(x)
139         E_fft = float((1.0/Nsig) * np.sum(np.abs(X)**2))
140
141         H = dht_true(x)
142         E_dht = float((1.0/Nsig) * np.sum(H**2))
143
144         erro_fft_rel = abs(E_tempo - E_fft) / (E_tempo + 1e-12)
145         erro_dht_rel = abs(E_tempo - E_dht) / (E_tempo + 1e-12)
146
147         linhas.append({
148             "Cenario": nome,
149             "N": Nsig,
150             "E_tempo_sum_x2": E_tempo,
151             "E_fft_1N_sum_absX2": E_fft,
152             "E_dht_1N_sum_H2": E_dht,
153             "Erro_rel_fft": float(erro_fft_rel),
154             "Erro_rel_dht": float(erro_dht_rel),
155         })
156
157     df_parseval = pd.DataFrame(linhas)
158
159     df_parseval_fmt = df_parseval.copy()

```

```

160     for col in ["E_tempo_sum_x2", "E_fft_1N_sum_absX2", "
161               E_dht_1N_sum_H2", "Erro_rel_fft", "Erro_rel_dht"]:
162     df_parseval_fmt[col] = df_parseval_fmt[col].map(lambda v:
163               sci_str(v, nd=2))
164
165     df_parseval_fmt
166
167     # =====
168     # CELULA 6 - Espectro positivo e THD (DFT e DHT)
169     # DFT: magnitude por |X[k]|
170     # DHT: magnitude por H[k] = sqrt((H[k]^2 + H[N-k]^2)/2)
171     # =====
172     Hmax = 7
173
174     def f_axis_pos(Nsig, fs):
175         k = np.arange(0, Nsig//2 + 1)
176         return k * fs / Nsig
177
178     def harmonic_indices(Nsig, fs, f0, H=7):
179         f_axis = f_axis_pos(Nsig, fs)
180         idx = {h: int(np.argmin(np.abs(f_axis - h*f0))) for h in
181               range(1, H+1)}
182         return f_axis, idx
183
184     def fft_mag_rms_pos_true(x, fs):
185         x = np.asarray(x, dtype=float)
186         Nsig = x.size
187
188         X = np.fft.fft(x)
189         K = Nsig//2 + 1
190         Xpos = X[:K]
191
192         mag_pico = (2.0 / Nsig) * np.abs(Xpos)
193         mag_pico[0] *= 0.5
194         if Nsig % 2 == 0:
195             mag_pico[-1] *= 0.5
196
197         return mag_pico / np.sqrt(2.0)
198
199     def dht_mag_rms_pos_true(x, fs):
200         x = np.asarray(x, dtype=float)
201         Nsig = x.size

```

```

199
200     H = dht_true(x)
201     k = np.arange(0, Nsig//2 + 1)
202     comp = (-k) % Nsig
203
204     A = np.sqrt(0.5 * (H[k]**2 + H[comp]**2))
205
206     mag_pico = (2.0 / Nsig) * A
207     mag_pico[0] *= 0.5
208     if Nsig % 2 == 0:
209         mag_pico[-1] *= 0.5
210
211     return mag_pico / np.sqrt(2.0)
212
213     def thd_from_rms(mag_rms, idx_h, H=7):
214         V1 = mag_rms[idx_h[1]]
215         num = sum(mag_rms[idx_h[h]]**2 for h in range(2, H+1))
216         return 100.0 * np.sqrt(num) / (V1 + 1e-12)
217
218     # =====
219     # CELULA 7 - Exemplo de espectros e THD
220     # =====
221     nome = "Fundamental + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7"
222     x = np.asarray(ruidosos[nome], dtype=float)
223     Nsig = x.size
224
225     f_axis, idx_h = harmonic_indices(Nsig, fs, f0, H=Hmax)
226
227     mag_fft = fft_mag_rms_pos_true(x, fs)
228     mag_dht = dht_mag_rms_pos_true(x, fs)
229
230     plt.figure(figsize=(10,4), dpi=160)
231     plt.plot(f_axis, mag_fft, color="black", linewidth=1.0,
232             marker="o", markersize=2)
233     plt.title(f"FFT (RMS) - {nome}")
234     plt.xlabel("Frequencia [Hz]")
235     plt.ylabel("Magnitude [V RMS]")
236     plt.grid(True, alpha=0.85)
237     plt.xlim(0, 10*f0)
238     plt.tight_layout()
239     plt.show()

```

```

240 plt.figure(figsize=(10,4), dpi=160)
241 plt.plot(f_axis, mag_dht, color="black", linewidth=1.0,
242          marker="o", markersize=2)
243 plt.title(f"DHT (RMS via H[k]) - {nome}")
244 plt.xlabel("Frequencia [Hz]")
245 plt.ylabel("Magnitude [V RMS]")
246 plt.grid(True, alpha=0.85)
247 plt.xlim(0, 10*f0)
248 plt.tight_layout()
249 plt.show()
250
251 thd_fft = thd_from_rms(mag_fft, idx_h, H=Hmax)
252 thd_dht = thd_from_rms(mag_dht, idx_h, H=Hmax)
253
254 print("THD_FFT_% =", thd_fft)
255 print("THD_DHT_% =", thd_dht)
256 print("Diff_abs_% =", abs(thd_fft - thd_dht))
257
258 # =====
259 # CELULA 8 - Tabelas: V1..V7 e THD lado a lado
260 # =====
261 ordem = list(puros.keys())
262 linhas_h = []
263 linhas_thd = []
264
265 for nome, x in ruidosos.items():
266     x = np.asarray(x, dtype=float)
267     Nsig = x.size
268     f_axis, idx_h = harmonic_indices(Nsig, fs, f0, H=Hmax)
269
270     mag_fft = fft_mag_rms_pos_true(x, fs)
271     mag_dht = dht_mag_rms_pos_true(x, fs)
272
273     linha = {"Cenario": nome}
274     for h in range(1, Hmax+1):
275         linha[f"V{h}_FFT_rms"] = float(mag_fft[idx_h[h]])
276         linha[f"V{h}_DHT_rms"] = float(mag_dht[idx_h[h]])
277         linhas_h.append(linha)
278
279     thd_fft = float(thd_from_rms(mag_fft, idx_h, H=Hmax))
280     thd_dht = float(thd_from_rms(mag_dht, idx_h, H=Hmax))
281     linhas_thd.append({

```

```

281         "Cenario": nome,
282         "THD_DFT_%": thd_fft,
283         "THD_DHT_%": thd_dht,
284         "Diff_abs_%": abs(thd_fft - thd_dht),
285     })
286
287     df_h = pd.DataFrame(linhas_h)
288     df_thd = pd.DataFrame(linhas_thd)
289
290     for df in (df_h, df_thd):
291         df["Cenario"] = pd.Categorical(df["Cenario"], categories=
292             ordem, ordered=True)
293
294     df_h = df_h.sort_values("Cenario").reset_index(drop=True)
295     df_thd = df_thd.sort_values("Cenario").reset_index(drop=True)
296
297     df_h.round(3)
298     df_thd.round(6)
299
300     # =====
301     # CELULA 9 - Varredura do ruído: THD x sigma (mesma
302     # realizacao base)
303     # =====
304     cenario = "Fundamental + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7"
305     x_puro = np.asarray(puros[cenario], dtype=float)
306
307     sigmas = [0.0, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0]
308
309     rng2 = np.random.default_rng(123)
310     z_base = rng2.normal(0.0, 1.0, size=x_puro.size)
311
312     linhas = []
313     for sigma in sigmas:
314         x_ruído = x_puro + sigma * z_base
315         Nsig = x_ruído.size
316         f_axis, idx_h = harmonic_indices(Nsig, fs, f0, H=Hmax)
317
318         mag_fft = fft_mag_rms_pos_true(x_ruído, fs)
319         mag_dht = dht_mag_rms_pos_true(x_ruído, fs)
320
321         thd_fft = float(thd_from_rms(mag_fft, idx_h, H=Hmax))
322         thd_dht = float(thd_from_rms(mag_dht, idx_h, H=Hmax))

```

```

321
322     linhas.append({
323         "sigma_V": sigma,
324         "THD_DFT_%": thd_fft,
325         "THD_DHT_%": thd_dht,
326         "Diff_abs_%": abs(thd_fft - thd_dht),
327     })
328
329     df_thd_sigma = pd.DataFrame(linhas).round(6)
330     df_thd_sigma
331
332     # =====
333     # CELULA 10 - Grafico THD x sigma
334     # =====
335     plt.figure(figsize=(8,4), dpi=160)
336     plt.plot(df_thd_sigma["sigma_V"], df_thd_sigma["THD_DFT_%"],
337             marker="o", color="black", linewidth=1.2, label="DFT")
338     plt.plot(df_thd_sigma["sigma_V"], df_thd_sigma["THD_DHT_%"],
339             marker="s", color="black", linewidth=1.2, label="DHT")
340     plt.xlabel("sigma [V]")
341     plt.ylabel("THD [%]")
342     plt.grid(True, alpha=0.85)
343     plt.legend()
344     plt.tight_layout()
345     plt.show()

```

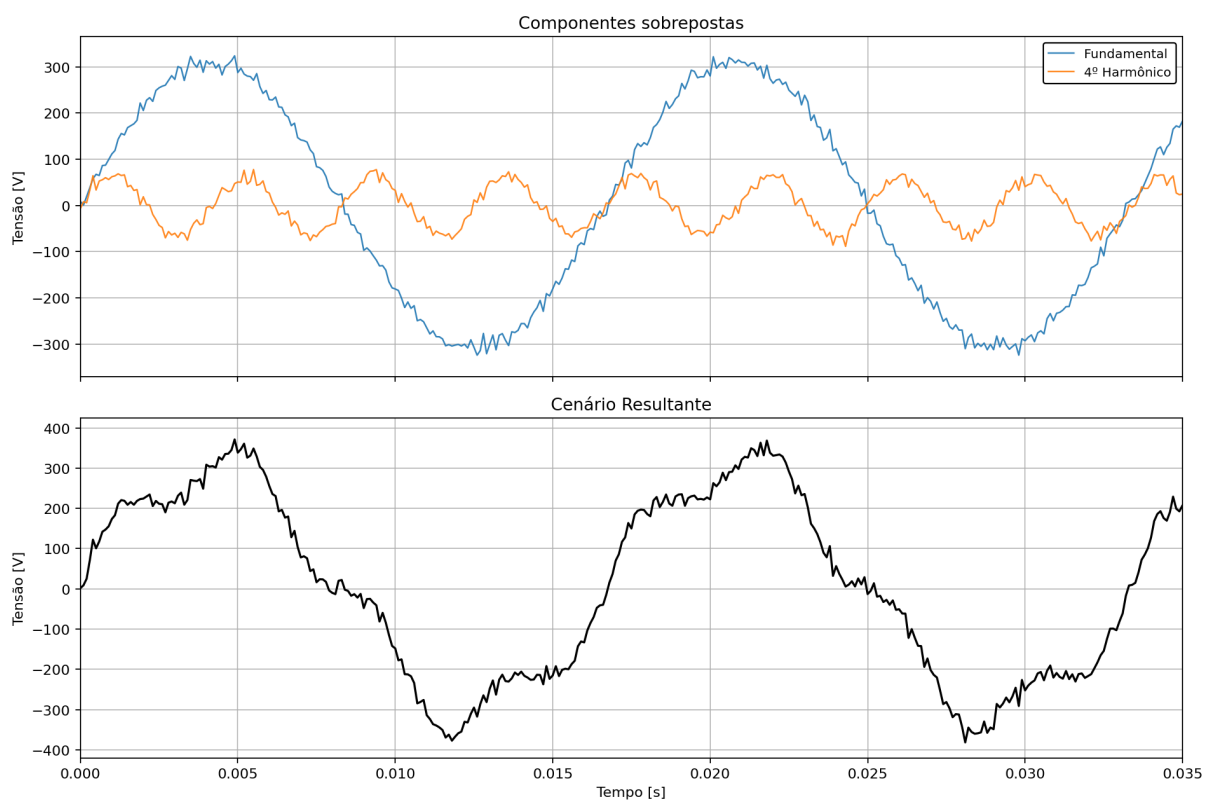
Listing 6.1 – Código Python para simulação, DFT/DHT verdadeiras, Parseval e THD

## APÊNDICE B - SINAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

Este apêndice reúne todas as formas de onda geradas nas simulações que não foram apresentadas no Capítulo 5. Incluem-se os harmônicos pares e ímpares adicionais, bem como cenários compostos intermediários. O objetivo é permitir a consulta completa dos sinais utilizados, mantendo o corpo principal do trabalho mais claro e objetivo.

### Harmônico de 4º ordem

Figura 10 – Sinal no tempo com o 4º harmônico (com ruído).

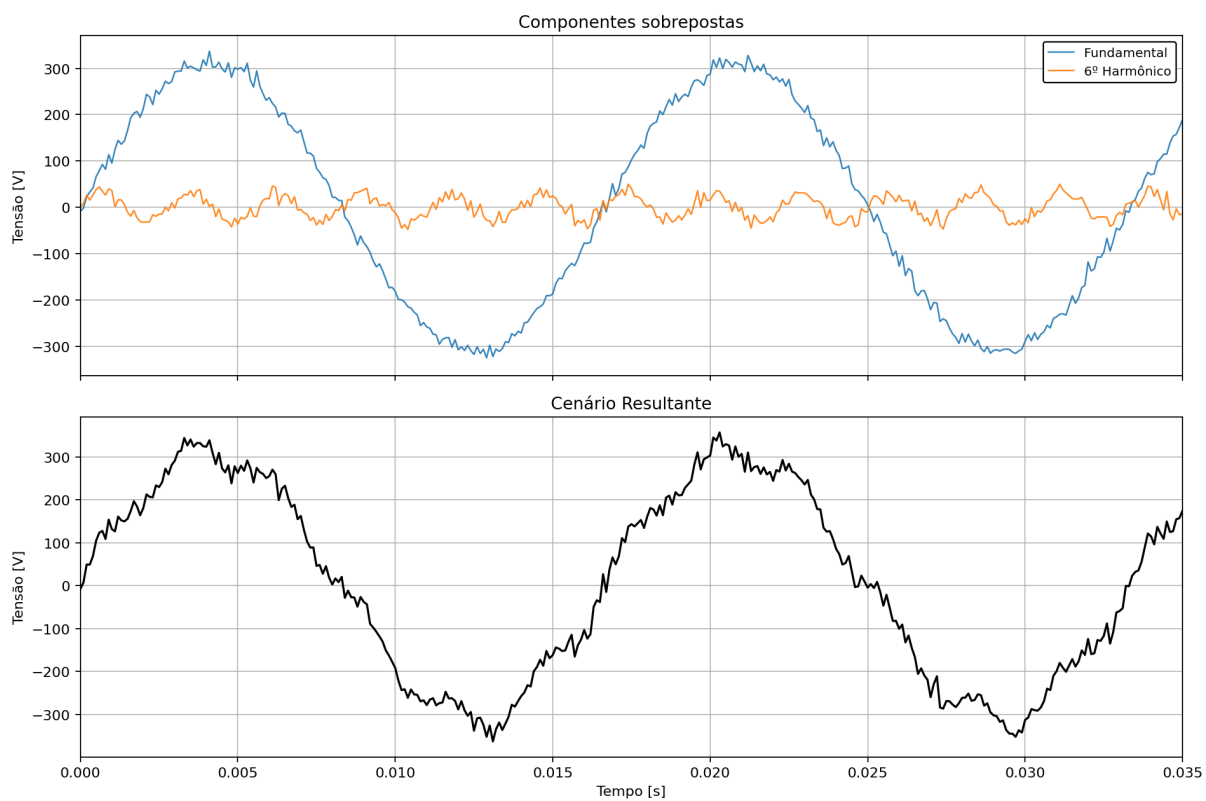


Fonte: Autor.



## Harmônico de 6º ordem

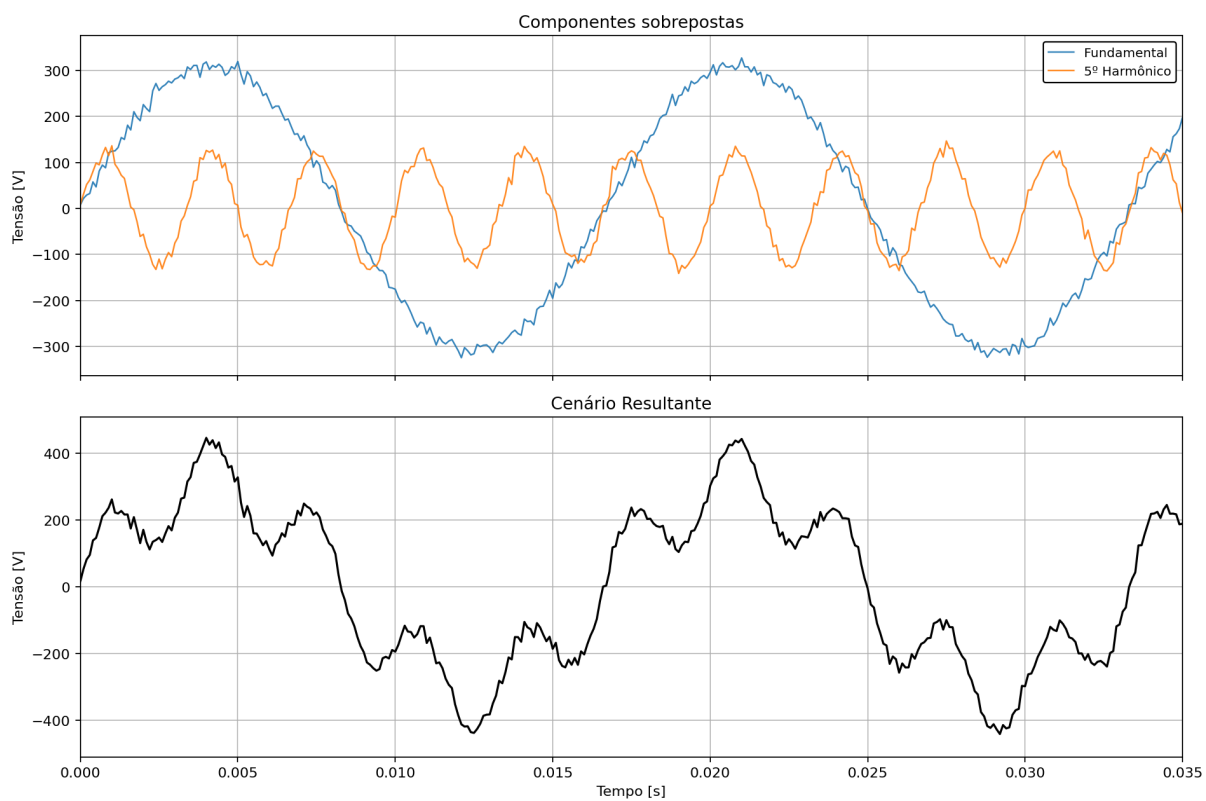
Figura 11 – Sinal no tempo com o 6º harmônico (com ruído).



Fonte: Autor.

## Harmônico de 5º ordem

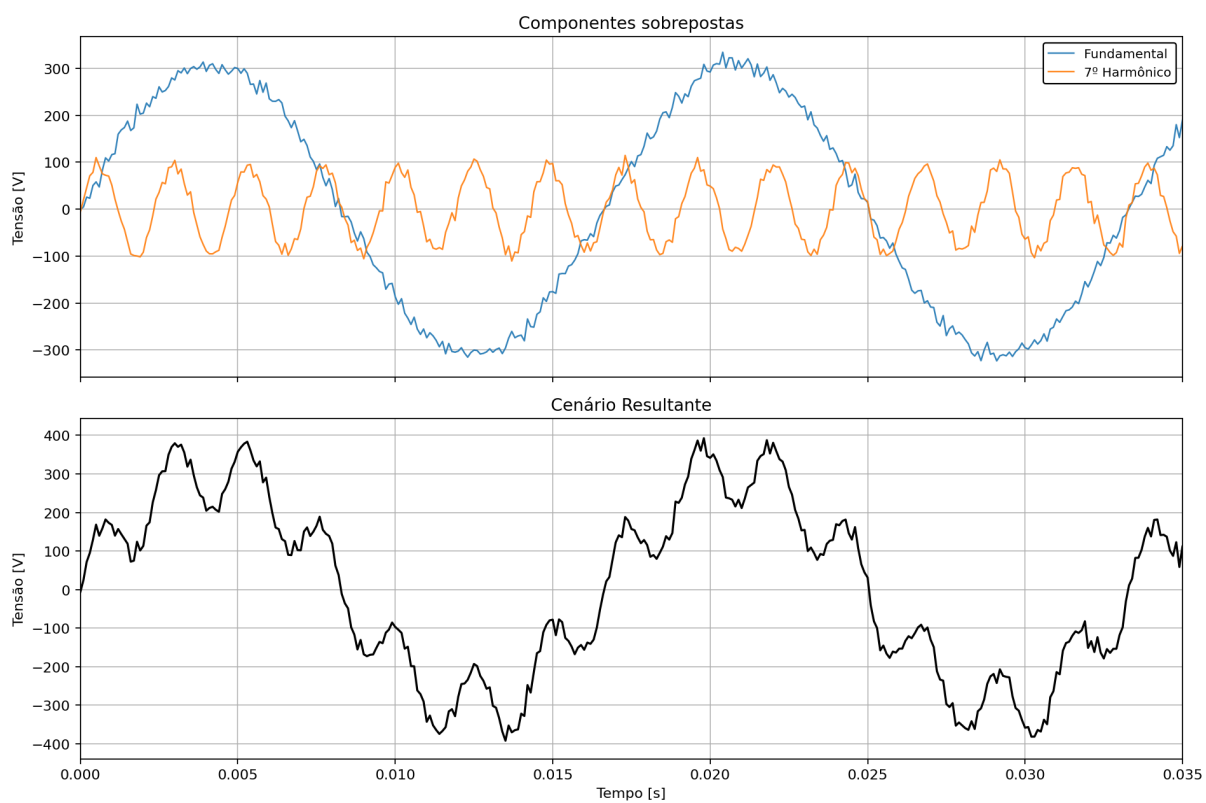
Figura 12 – Sinal no tempo com o 5º harmônico (com ruído).



Fonte: Autor.

## Harmônico de 7º ordem

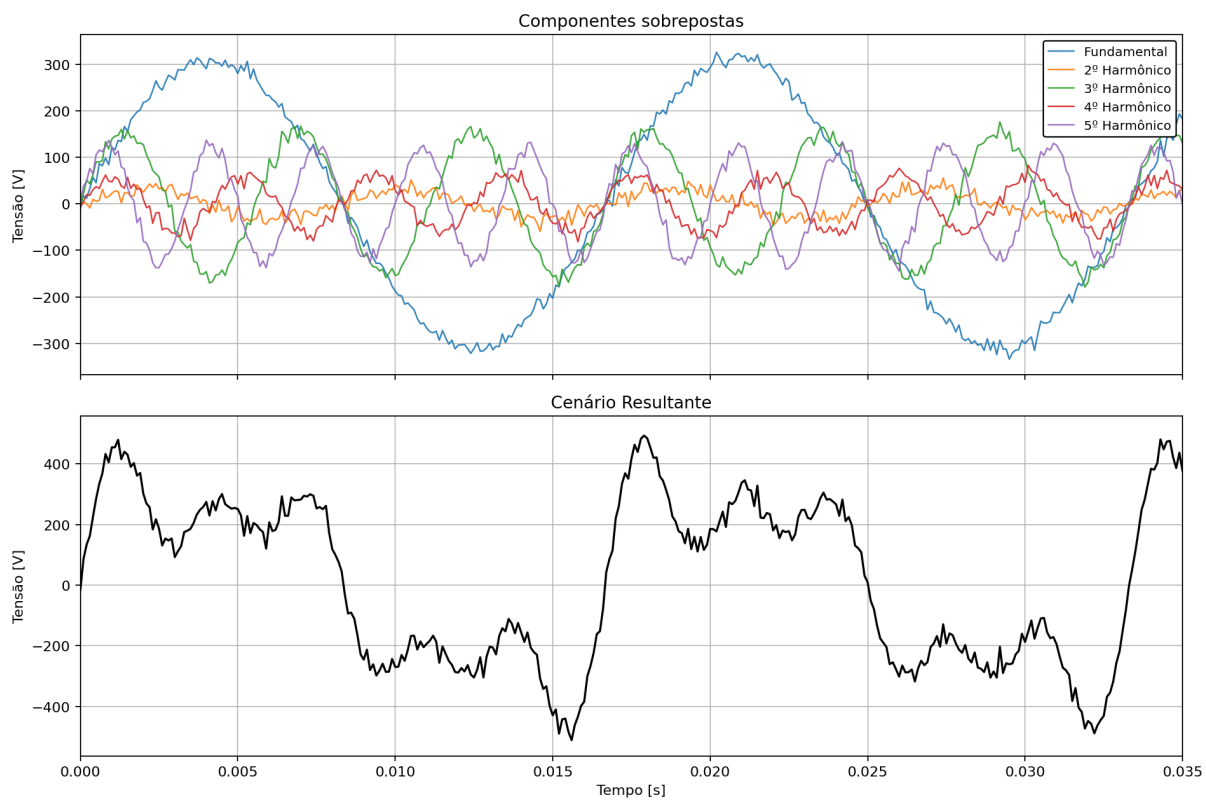
Figura 13 – Sinal no tempo com o 7º harmônico (com ruído).



Fonte: Autor.

**Cenário composto: fundamental + 2° + 3° + 4° + 5°**

Figura 14 – Sinal no tempo com fundamental + 2° + 3° + 4° + 5° (com ruído).



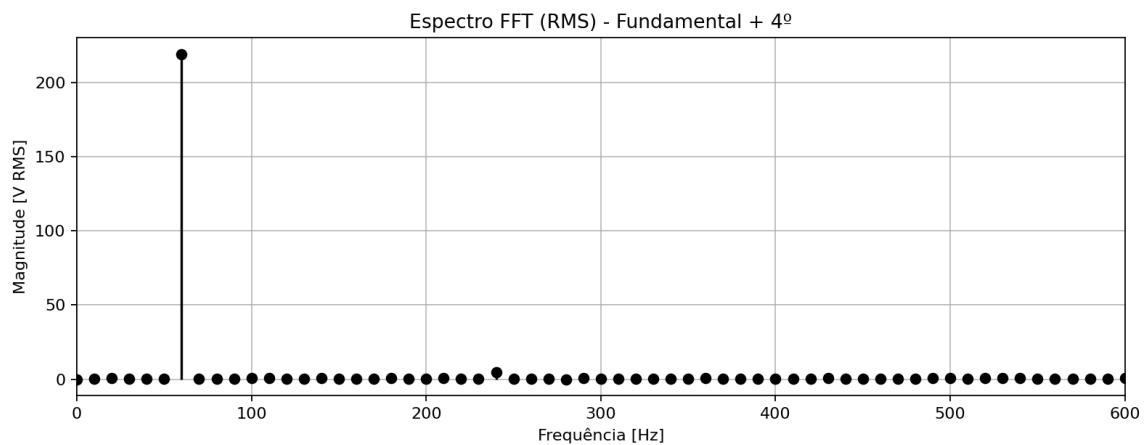
Fonte: Autor.

## APÊNDICE C - ANÁLISE ESPECTRAL DOS CENÁRIOS COMPLEMENTARES

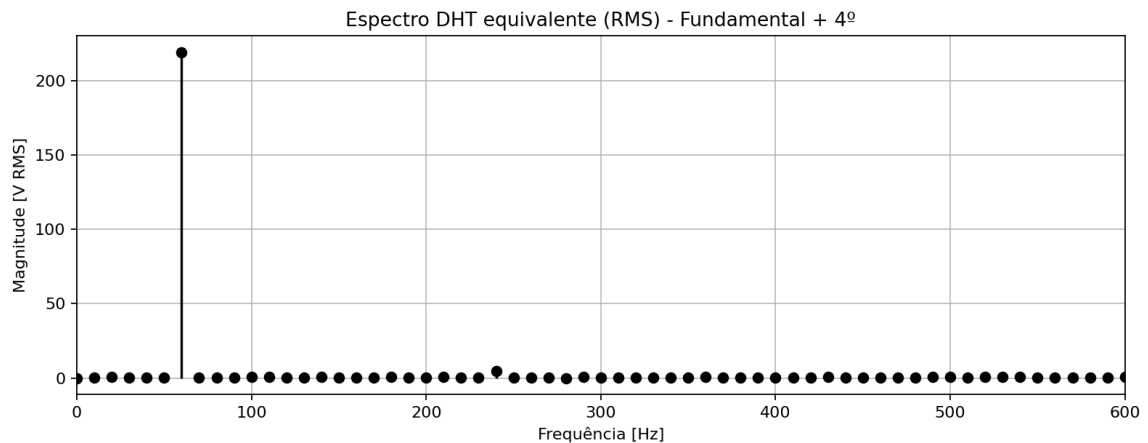
Este apêndice reúne comparações DFT e DHT para cenários que não foram discutidos em detalhe no texto principal, evitando repetição descritiva. As figuras preservam o registro completo dos espectros para todas as combinações avaliadas.

### Harmônicos pares

Figura 15 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 4<sup>a</sup> harmônico.



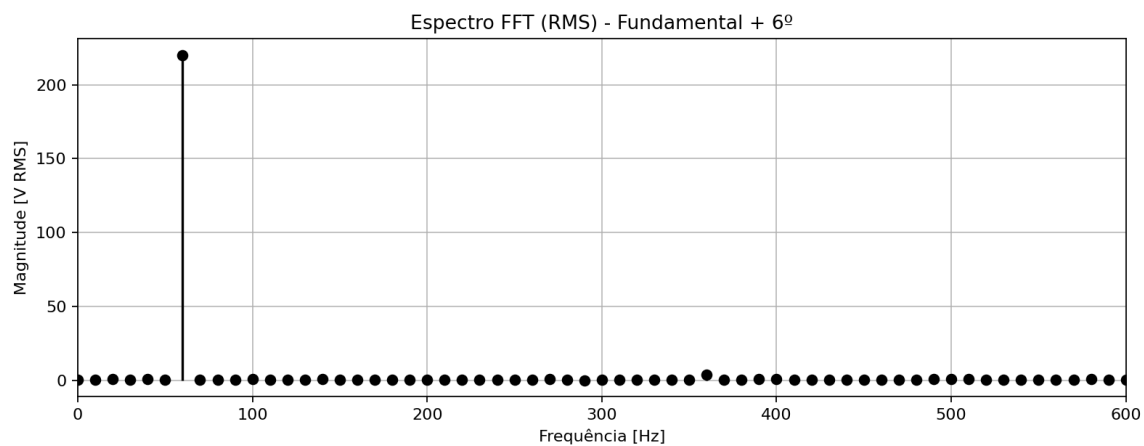
(a) Espectro DFT.



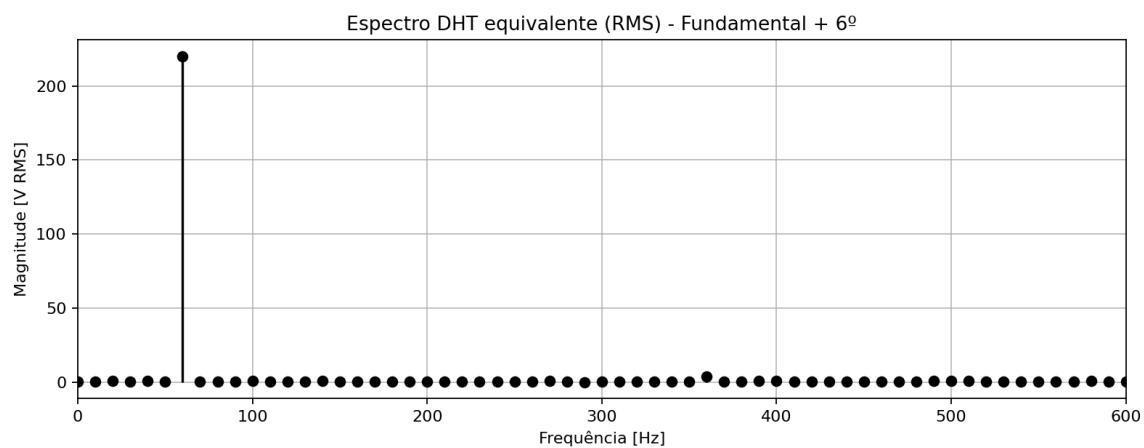
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Figura 16 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 6<sup>a</sup> harmônico.



(a) Espectro DFT.

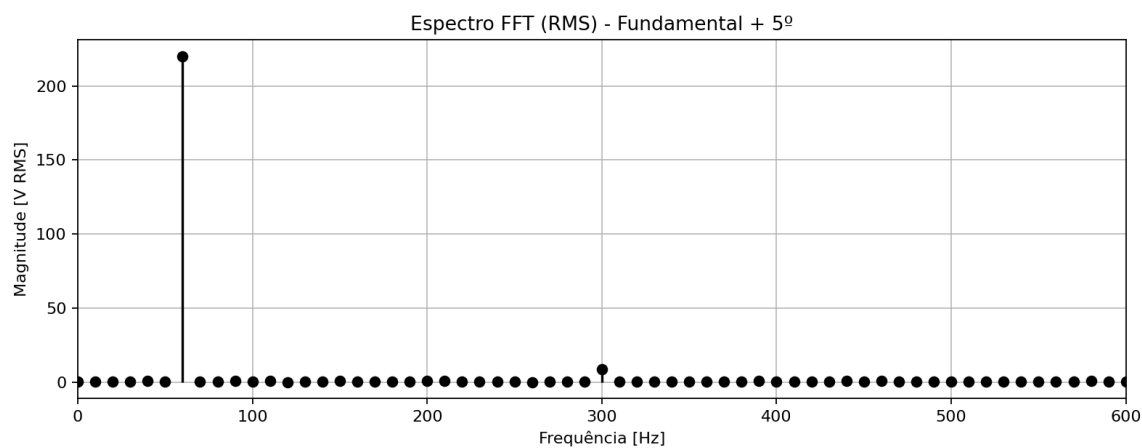


(b) Espectro DHT.

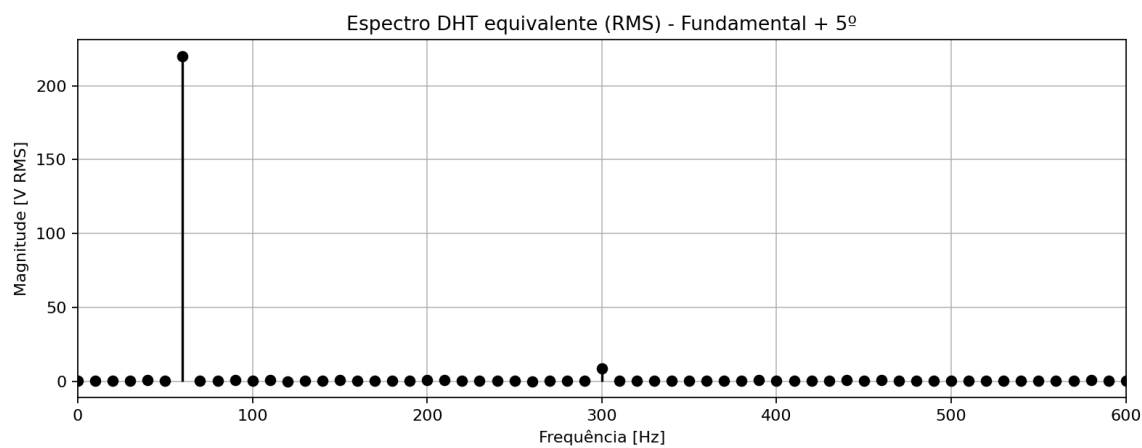
Fonte: Autor.

## Harmônicos ímpares

Figura 17 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 5<sup>a</sup> harmônico..



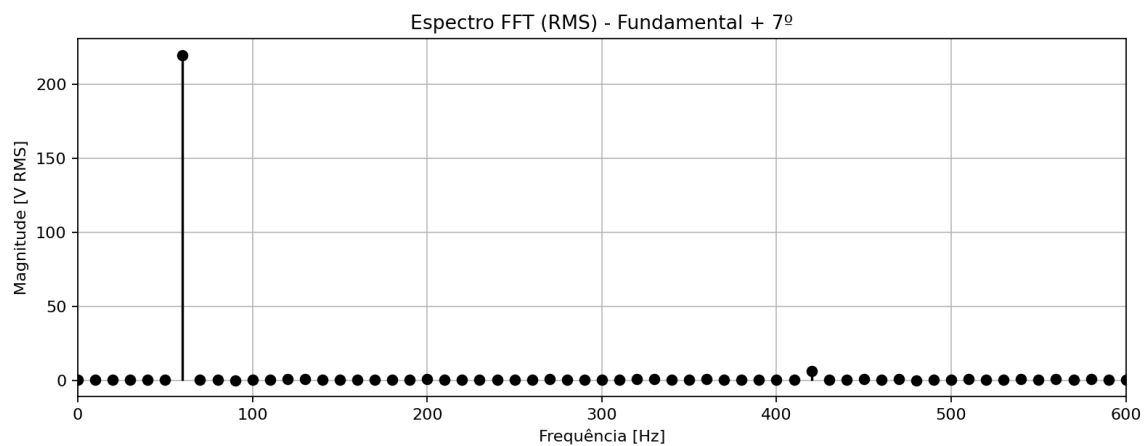
(a) Espectro DFT.



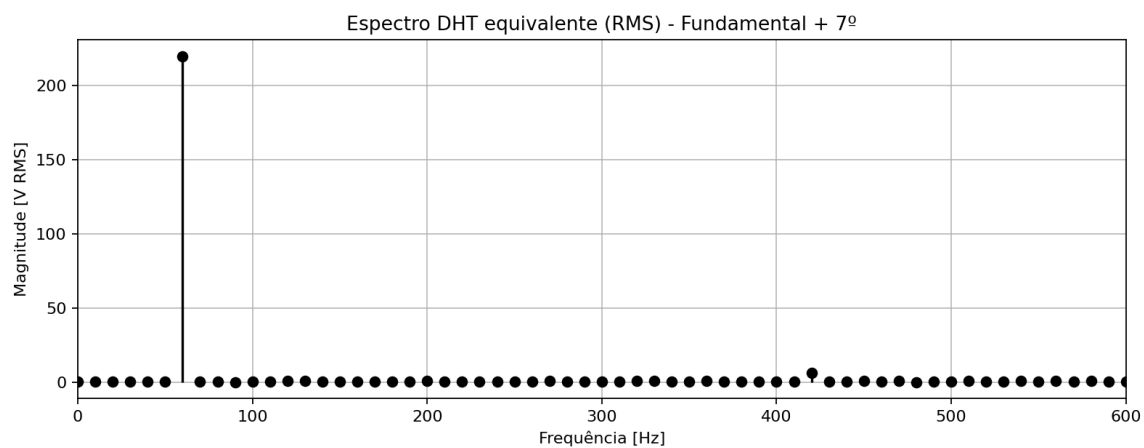
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Figura 18 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal contendo a componente fundamental e o 7<sup>a</sup> harmônico.



(a) Espectro DFT.



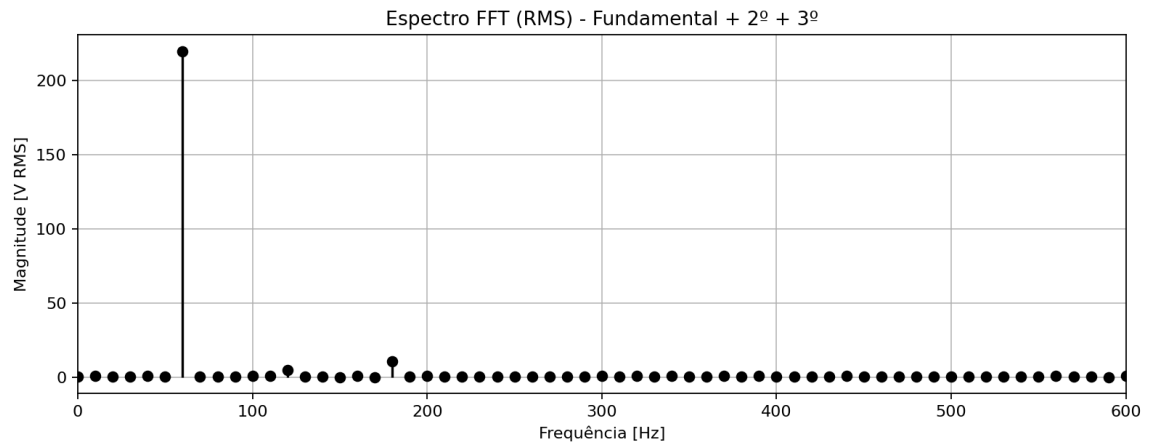
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

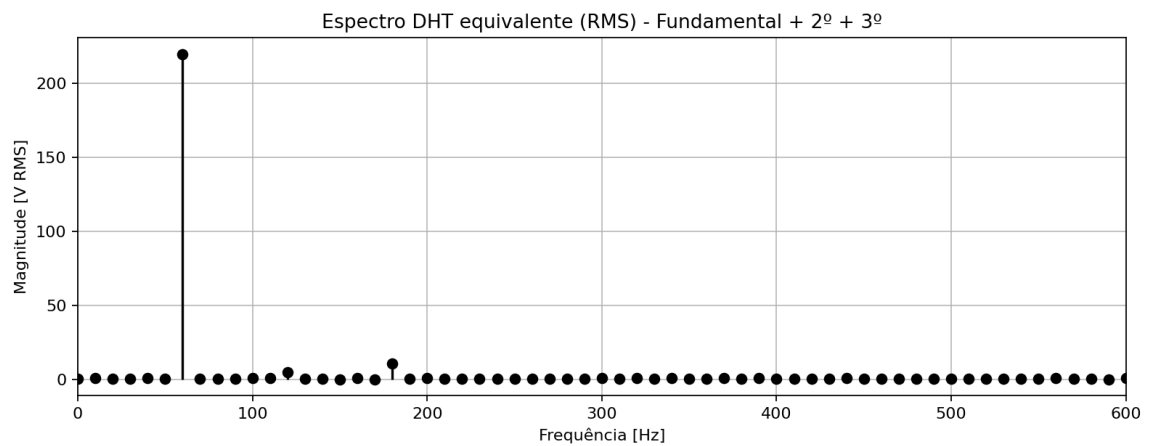


### Cenários compostos

Figura 19 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos de 2ª e 3ª ordem.



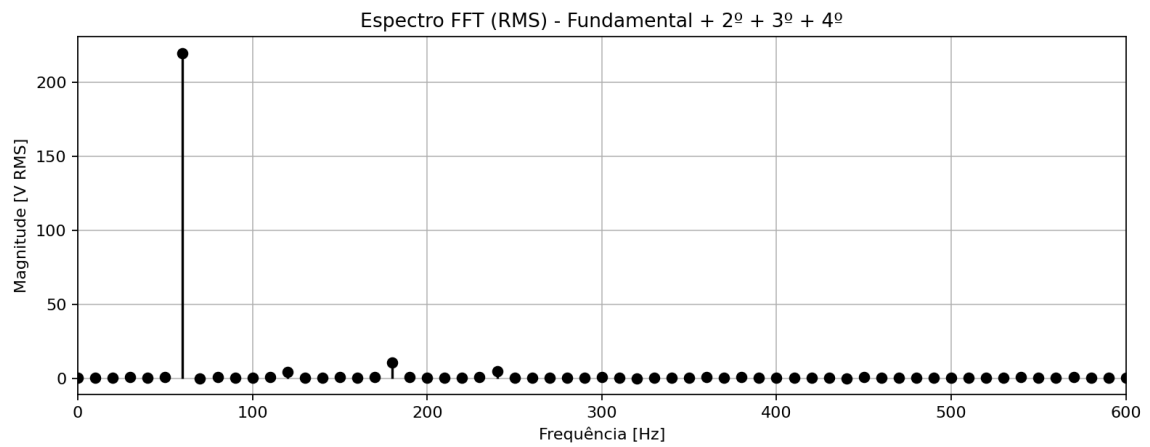
(a) Espectro DFT.



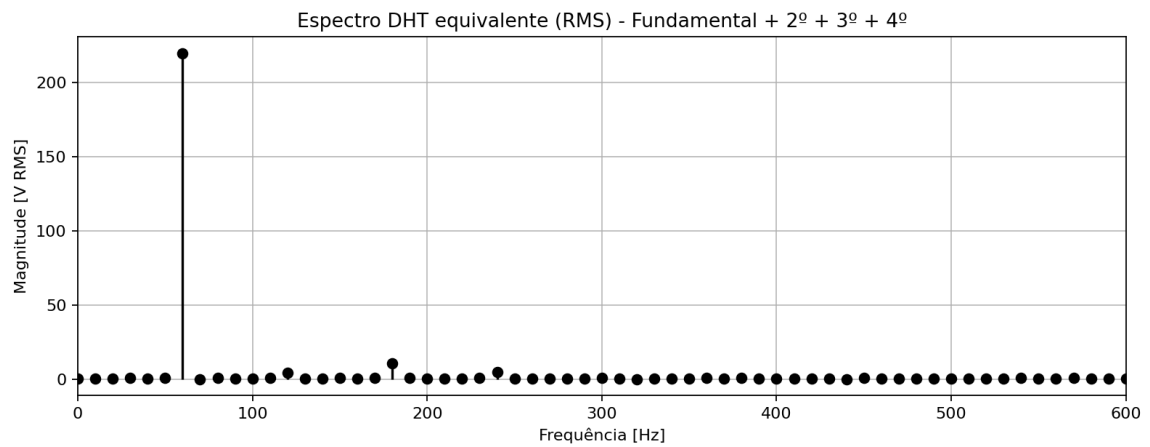
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Figura 20 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 4ª ordem.



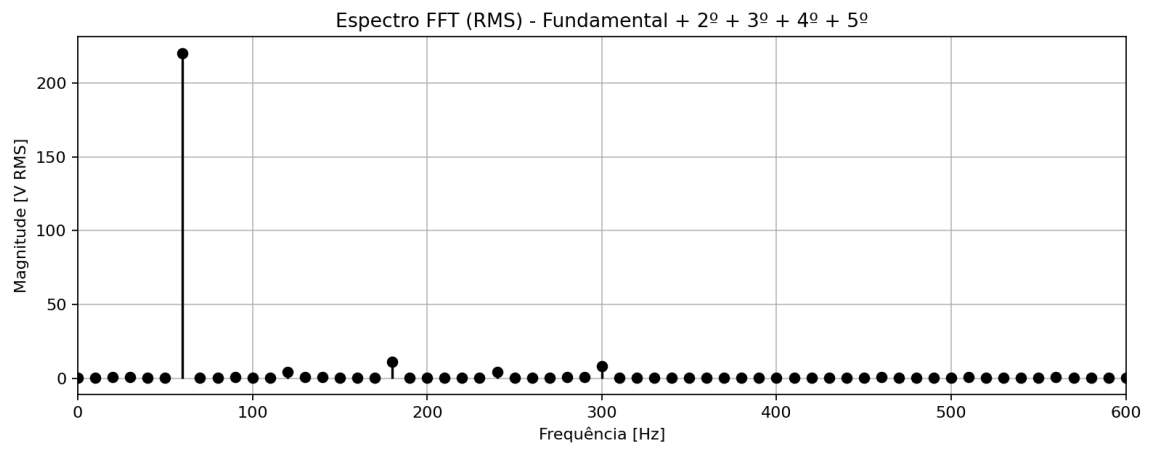
(a) Espectro DFT.



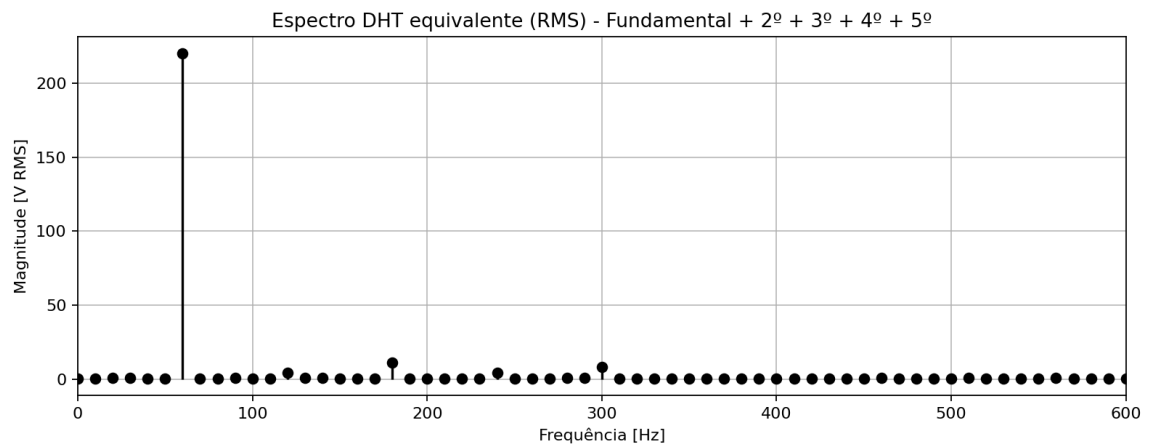
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Figura 21 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 5ª ordem.



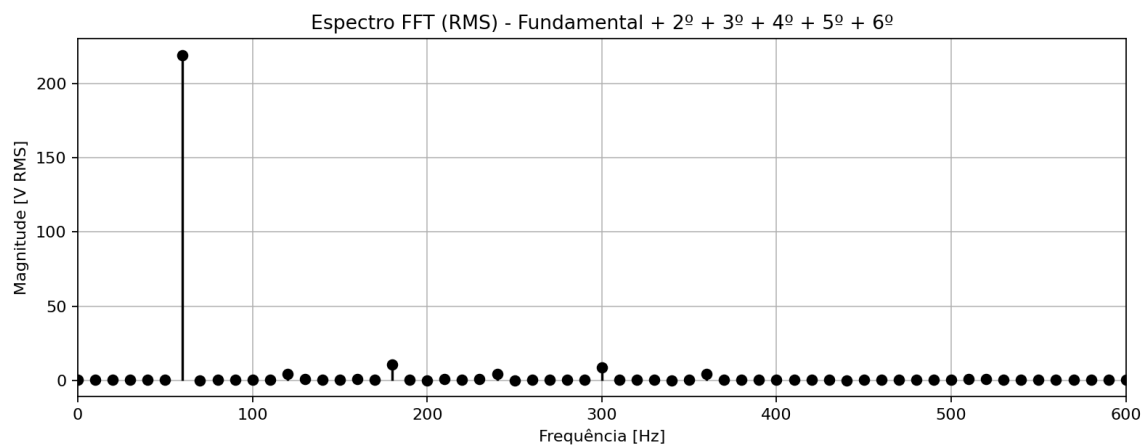
(a) Espectro DFT.



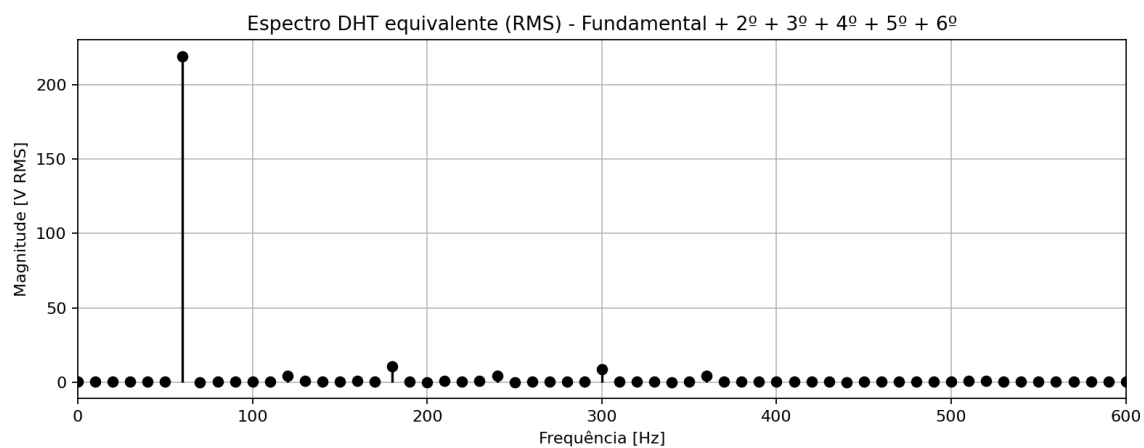
(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.

Figura 22 – Comparação entre os espectros obtidos por DFT e DHT para o sinal com harmônicos da 2ª à 6ª ordem.



(a) Espectro DFT.



(b) Espectro DHT.

Fonte: Autor.