UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

ELISÂNGELA FERNANDA BEZERRA VASCONCELOS

# A COMBINATÓRIA NAS SITUAÇÕES ADVINDAS DO JOGO SENHA

Caruaru

2025

ELISÂNGELA FERNANDA BEZERRA VASCONCELOS

# A COMBINATÓRIA NAS SITUAÇÕES ADVINDAS DO JOGO SENHA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

**Área de concentração**: Ensino (Matemática).

**Orientador (a):** Valdir Bezerra dos Santos Júnior

Caruaru

2025

ELISÂNGELA FERNANDA BEZERRA VASCONCELOS

**A COMBINATÓRIA NAS SITUAÇÕES ADVINDAS DO JOGO SENHA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Aprovada em: 18/12/2025

**BANCA EXAMINADORA**

_____________________________________________

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____________________________________________

Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

_____________________________________________

Profª. Ma. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinadora Externa)
Secretaria de Educação e Esportes de Pernambuco

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Vasconcelos, Elisângela Fernanda Bezerra .
A Combinatória nas situações advindas do Jogo Senha / Elisângela Fernanda Bezerra Vasconcelos. - Caruaru, 2025.
43p. : il., tab.

Orientador(a): Valdir Bezerra dos Santos Junior
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2025.
Inclui referências.

1. Análise Combinatória. 2. Jogo Senha. 3. Teoria dos Campos Conceituais. I. Santos Junior, Valdir Bezerra dos. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

Dedico este trabalho, este curso e o exercício desta profissão à minha vovó Rosarinho *(In Memoriam),* que me ensinou em vida o que há de mais bonito, mas partiu cedo demais, sem me ensinar como viver no mundo sem ela.

## AGRADECIMENTOS

Ninguém é feliz sozinho, acredito. Também acredito que os sonhos só têm sentido quando se tem com quem compartilhá-los. Ao realizar este sonho e tornar-me professora de matemática, sou grata às muitas pessoas que com gestos, palavras, presenças e exemplos me trouxeram até aqui.

Agradeço...

aos meus pais, Fátima e Elson, que me deram tudo: a vida, os sonhos e a força que eu precisava para realizá-los. Tudo o que sou, o que fui e o que pretendo ser é resultado desta extraordinária combinação entre as duas pessoas que mais amo no mundo.

Elson, papai, meu primeiro professor de matemática, minha inspiração, meu porto seguro. O homem a quem recorro nos momentos em que a vida lembra o quanto sou pequena. Fátima, mamãe, que nunca mediu esforços para que fosse possível acontecer. A mulher que me incentiva todos os dias, de quem herdei minhas melhores qualidades e que, para sempre, será meu maior exemplo de vida.

À minha vovó Rosarinho *(In Memoriam)*, serei para sempre grata pela admiração, cuidado, amor, carinho e pela fé que me mantém. Sem ela eu não sou e não seria ninguém.

À vida que, tão generosa comigo, trouxe Helton. A Helton, que enche minha vida de amor, conforto e felicidade. Agradeço por me ouvir pacientemente falando desta e de outras pesquisas. Por me acalmar quando tudo parecia uma grande tempestade e por acreditar em mim, a todo custo. É bom saber que você está aqui, justamente onde eu mais preciso.

Ao meu orientador, professor Valdir, pelas oportunidades que me concedeu durante meus anos de graduação, o apoio na elaboração deste trabalho e pelo conhecimento compartilhado neste tempo. Sou grata pelas reuniões de quinta à tarde para discutir a TCC e os significados de função afim, quando na Iniciação Científica. Afinal, tudo isto me trouxe aqui. Admiro, sobretudo, o profissional excelente que o senhor é. Obrigada por tudo.

O curso de Matemática Licenciatura, no coração do Agreste Pernambucano, carrega um pedaço do meu próprio coração. Nele, estão os grandes amigos que fiz ao longo desses quatro anos, a quem pretendo expressar minha eterna gratidão. Construir e trilhar quaisquer caminhos sempre será mais fácil se eu puder contar com vocês.

À Cris, agradeço pela generosidade, pelas palavras de acalento, pelas oportunidades, pela parceria e pela amizade. O curso de Matemática Licenciatura deve à Cris e às suas atitudes esse sentimento de casa, que nos acolhe e tenta nos tornar professores mais humanos. Eu, devo

à Cris um exemplo a seguir, de como transformar vidas e realizar sonhos através da educação. Doutora Cris, obrigada por tudo e por tanto!

A Isaac, devo agradecer por chegar e me ouvir, me apoiar, fofocar e dividir comigo as dores e as delícias desta vida acadêmica. Sua amizade é um ímã de coisas boas, estar com você é estar sempre em boa companhia. Obrigada por ser você. Obrigada por iluminar meus dias.

A Aurélio, meu amigo Auau, que fez e faz meus dias muito mais felizes. Obrigada pelo companheirismo e pela amizade que existe entre nós. Admiro sua fé e seu jeito de expressá-la. Sua forma de enxergar o mundo e pertencer a ele me fazem querer ver sempre o melhor lado de todas as situações.

Ao meu grande amigo Lutero, agradeço pela jornada que começamos juntos, desde 2021, e que seguirá para sempre. Lutero é grande em tamanho, virtudes e inteligência. Obrigada pelas discussões sobre matemática e educação, pelos puxões de orelha e pelas inúmeras monitorias particulares de tantas matérias. Agradeço por tudo.

À turma de 2021.1, pela união nos momentos difíceis, os sorrisos sinceros e as piadas internas. Cada um de vocês tem um futuro brilhante, que bom que a gente torce pelos nossos: que continue assim! Em especial, agradeço à Maria Luiza, Isabella, Lucivaldo, Kalina, Ana Clara, Warlyson, Malcolm, Jennyfer, Camilla, Pedro Miguel e tantos outros que marcaram minha passagem por esse curso tão especial.

À Josinalva Menezes, por sua bondade imensurável e grandeza de espírito, agradeço pelo cuidado, carinho e gentileza.

Aos demais professores do curso de Matemática Licenciatura, os quais admiro profundamente: Jaqueline Lixandrão, pela dedicação em cuidar dos discentes da melhor maneira possível. Prema, pela beleza que enxerga na vida e na existência. Marcos Henrique, por mostrar a matemática como ela é, de maneira tão cativante. Janiely, pela dedicação e força de vontade que inspiram. Simone, pelo acolhimento e partilha nas disciplinas ministradas, um exemplo de mulher e professora. Ivanildo, pelas risadas e eventos. Ewellen, pela leveza com a qual nos contagia e pelo carisma que cativa todos nós. Edson, com quem pude dividir tantos momentos e risadas, admiro sua trajetória.

Aos encontros bonitos que a educação me concedeu.

À, Lidiane, obrigada pela amizade, eventos científicos, shows de rock, boas risadas, brincadeiras, trabalhos publicados e pela ajuda no processo seletivo do mestrado acadêmico. Que honra conviver com uma mulher brilhante e inspiradora como você.

À Luciana Cavalcanti, obrigada pela amizade carnavalesca, junina e literária, delimitada pelas curvas da BR 232, sentido Recife. Agradeço pelo cuidado nos momentos mais difíceis e pelas palavras bonitas, quando a vida já não parecia assim.

A César, obrigada pelo apoio, parceria e pela mão amiga que me estendeu em diversos momentos. Pela brilhante supervisão do PIBID mesmo em meio à correria de assumir um concurso (merecidíssimo!). Você é um professor extraordinário e um ser humano melhor ainda.

Ao LEMAPE, por ressignificar minha vida acadêmica.

Aos amigos que o LEMAPE me deu. Obrigada por fazerem deste laboratório a nossa segunda casa, repleta de boas risadas, aperreio, jogos, café quentinho e muita matemática. Em especial, agradeço a Zé Eric, Jéssica Lima, Samara, João Teixeira, José Eduardo e tantos outros que encheram de alegria minhas tardes no laboratório.

Aos professores que, de alguma forma, contribuíram para que eu estivesse aqui hoje. Em especial, Lidiane Carmen, que na sala de aula de uma escola da zona rural, me fez perceber que era possível ser sempre mais.

À minha prima, madrinha, amiga e confidente: Angélica Suanny, que abriu as portas da sua casa para que eu pudesse começar esta vida e o fez com enorme dedicação. Minha eterna gratidão e amor. À família que partilhou comigo estes momentos: Henrique, Arthur, Isabela e Antônio, serei sempre grata.

À minha família, que se mantém através do companheirismo, da fé e do amor que herdamos das raízes. Aos tios, tias e muitos primos que continuam aqui, obrigada pela união. Ao meu irmão caçula, Elisson Valdemar, que segue em busca de um futuro brilhante. O ver crescendo e tornando-se um ser humano competente e bondoso é meu grande presente.

Aos meus sogros, Vânia e Everaldo, por me acolherem tão bem.

Às amigas que fiz no ensino médio e vi se tornarem mulheres competentes e brilhantes. Andrielly Karine e Natália Costa, obrigada por marcarem minha trajetória. Tenho muito orgulho de vocês.

A Igor José, que continuou aqui mesmo a milhares de quilômetros. Sua amizade me fortalece desde que éramos monitores de matemática no ensino médio, obrigada por acreditar em mim.

“Para ser grande, sê inteiro: nada teu exagera ou exclui. Sê todo em cada coisa. Põe quanto és no mínimo que fazes [...]”. (Reis, 2000, p. 130).

**RESUMO**

O presente trabalho objetivou identificar as situações que podem ser apresentadas a partir do Jogo Senha para o ensino de conceitos relacionados à Análise Combinatória. Nos fundamentamos na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Além desta teoria e dos aspectos a ela associados, a classificação das situações combinatórias se dá, aqui, a partir de Borba (2013) e Braz (2013), que mencionam os significados de *Arranjo, Combinação, Produto de Medidas e Permutação,* baseados nos diferentes critérios de agrupamento que podem ser vistos em alguns conjuntos de elementos. No que diz respeito aos aspectos metodológicos, a pesquisa aqui desenvolvida possui natureza qualitativa e caráter bibliográfico. Para coletar os dados que seriam analisados, utilizamos como ferramenta de pesquisa alguns *sites* como o Google Acadêmico e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e, a partir do estabelecimento de palavras-chaves como “Jogo Senha” e *“Mastermind”,* foram selecionados os trabalhos analisados, justamente por dispor de situações do jogo, que puderam ser exploradas por esta pesquisa. Como resultados para estas classificações, obtivemos 10 situações de *Arranjo* e 6 situações de *Permutação.* Quanto aos invariantes operatórios que poderiam ser mobilizados pelos sujeitos na resolução dessas situações, salientamos o entendimento dos fatores condicionais como ordem e posição dos elementos, além dos mecanismos que poderiam ser utilizados para determinar a quantidade de senhas a serem formadas. Nesse caso, destacamos o uso de fórmulas e listagem de possibilidades para que fossem expressas as senhas possíveis nas diferentes situações apresentadas. De maneira geral, consideramos que foi possível analisar uma variedade de significados das situações que podem ser exploradas a partir do Jogo Senha para o ensino dos conceitos associados à Análise Combinatória, evidenciando no recurso didático as possibilidades de situações que podem ser utilizadas para o ensino de combinatória.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória; Jogo Senha; Teoria dos Campos Conceituais

**ABSTRACT**

This study aimed to identify situations that can be presented using the Password Game to teach concepts related to Combinatorial Analysis. We based our work on Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields. In addition to this theory and its associated aspects, the classification of combinatorial situations here is based on Borba (2013) and Braz (2013), who mention the meanings of Arrangement, Combination, Product of Measures, and Permutation, based on the different grouping criteria that can be seen in some sets of elements. Regarding methodological aspects, the research developed here is qualitative and bibliographic in nature. To collect the data to be analyzed, we used websites such as Google Scholar and the Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) as research tools. Using keywords such as "Password Game" and "Mastermind," we selected the analyzed works, precisely because they presented game situations that could be explored in this research. As a result of these classifications, we obtained 10 Arrangement situations and 6 Permutation situations. Regarding the operational invariants that could be mobilized by the subjects in solving these situations, we highlight the understanding of conditional factors such as the order and position of the elements, as well as the mechanisms that could be used to determine the number of passwords to be formed. In this case, we emphasize the use of formulas and listing of possibilities to express the possible passwords in the different situations presented. In general, we consider that it was possible to analyze a variety of meanings of the situations that can be explored from the Password Game for teaching concepts associated with Combinatorial Analysis, highlighting in the didactic resource the possibilities of situations that can be used for teaching combinatorics.

Keywords: Combinatorial Analysis; Password Game; Conceptual Fields Theory

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho se desenvolve com o intuito de corroborar com as pesquisas que discutem os jogos como recurso para o ensino de Matemática. Em específico, exploramos como o Jogo Senha pode servir de ferramenta para a compreensão de conceitos associados à Análise Combinatória.

O Jogo Senha - ou *Mastermind*, como chamam as empresas que comercializam o jogo no Brasil e em demais países, consiste em um desafio a ser disputado em dupla (um jogador contra o outro), no qual um dos participantes determina a senha formada por quatro cores e seu adversário deverá descobri-la a partir de palpites. Para que seja possível descobrir este código podem ser mobilizados alguns conhecimentos da Análise Combinatória discutidos na educação básica, como arranjo e permutação.

É conveniente salientar que este trabalho foi idealizado a partir de um interesse pessoal em pesquisas sobre a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e sobre o uso de jogos para o ensino, justamente por isso, aqui apresentamos uma junção destes dois recortes temáticos.

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, serão mencionados os aspectos que se relacionam à Análise Combinatória na educação básica. Pessoa e Borba (2010, p. 2) concebem a Análise Combinatória como "a parte da matemática que estuda agrupamentos a partir de alguns critérios". De maneira complementar, Borba, Rocha e Azevedo (2015, p. 1350) acrescentam que:

> A Combinatória[1] estuda técnicas de contagem – direta e implícita – de agrupamentos possíveis, a partir de elementos dados, que satisfaçam a determinadas condições. A contagem nos problemas combinatórios vai além de uma mera enumeração de objetos expostos, pois são contadas maneiras possíveis de combinar dados elementos, de modo que todas as combinações, que atendem certos critérios, sejam consideradas. (Borba, Rocha e Azevedo, 2015, p. 1350)

Ao buscar um panorama das orientações fornecidas pelos documentos curriculares oficiais sobre o ensino de matemática, em específico o domínio da Análise Combinatória, na educação básica, cabe mencionar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ela organiza sistematicamente os conteúdos referentes às aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas pelos estudantes durante todas as etapas da escolarização (Brasil, 2018).

---

[1] As autoras utilizam o termo "Combinatória" como sinônimo direto para Análise Combinatória. Por isso, aqui também iremos tratar estes termos como sinônimos.

A área do conhecimento referente à Matemática e suas Tecnologias, na BNCC, é descrita em duas etapas escolares: o ensino fundamental e o ensino médio. Ela é, ainda, subdividida em 5 unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, que conferem habilidades específicas aos conteúdos matemáticos. As habilidades de Análise Combinatória aparecem nas unidades de Números e operações e Probabilidade e Estatística. No Quadro 1 listamos essas habilidades, indicando também a série e a unidade temática a que se referem.

Quadro 1 - Habilidades relacionadas a Análise Combinatória para o ensino fundamental anos finais e ensino médio na BNCC

| Habilidade | Unidade Temática | Série escolar |
| --- | --- | --- |
| (EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo. | Números | 8° ano |
| (EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1. | Probabilidade e Estatística | 8° ano |
| (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore. | Probabilidade e Estatística | Ensino Médio |

Fonte: Brasil (2018).

Vale salientar que as demais habilidades da unidade temática Probabilidade e Estatística referem-se ao cálculo de probabilidade, análise de gráficos e observação de fenômenos associados à abordagem da probabilidade frequentista, bem como na unidade temática Números aparecem outras habilidades de demais objetos de conhecimento da matemática. Dessa forma, é possível perceber que a BNCC prevê apenas duas habilidades no ensino fundamental e uma no ensino médio, que mencionam conhecimentos específicos da Análise Combinatória.

Julgamos crucial, portanto, contribuir com o desenvolvimento de pesquisas que discutem formas diversas de apresentar esse conteúdo e que, para além disso, aproximem o estudante dos objetivos da aprendizagem matemática.

Traçando a seguir as motivações pessoais que justificam a escolha deste tema, cabe citar a afinidade por desenvolver textos que abordam a TCC, que se deu a partir da participação da autora em um projeto de iniciação científica, inserido no Programa Institucional de Bolsas de

Iniciação Científica (PIBIC), cujos objetivos de pesquisa mencionaram a categorização de situações de função afim sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais.

Ainda sobre como nossa experiência interfere nas decisões das temáticas abordadas, citamos que a abordagem de jogos para o ensino de Matemática ganha significado e desempenha um papel notável durante minha formação inicial docente e este deve-se, sobretudo, à atuação do Laboratório de Ensino de Matemática do Agreste Pernambucano (LEMAPE)[2].

Este, é um espaço no qual o uso de jogos e recursos para o ensino de Matemática é uma das principais características presentes nas atividades desenvolvidas. Enquanto monitora do LEMAPE, desde o 4º período da graduação, pude experimentar a execução, o planejamento e as discussões de atividades com jogos dos mais variados tipos. As experiências no convívio do LEMAPE me fizeram conjecturar que o trabalho com os jogos pode ser benéfico para o ensino de Matemática, quando realizado com planejamento e intencionalidade didática.

O que corrobora com a nossa conjectura, é que o professor que busca levar jogos à uma aula de matemática passa a ser visto, pelos alunos, como incentivador da aprendizagem e facilitador na construção de conhecimentos (Silva e Kodama, 2004). Isso porque o jogo desempenha o papel de aproximar os estudantes de suas próprias culturas, fazendo também com que interajam e se interessem mais pelo objeto de estudo de determinada aula – neste caso, a Matemática. Além disso, o uso de jogos em sala também auxilia na mediação dos conhecimentos propostos pelo docente (Silva Júnior e Régnier, 2008).

De modo mais amplo, buscando compreender o cenário das pesquisas relacionadas, mais especificamente, às temáticas do Jogo Senha e ensino de Análise Combinatória, foi realizada uma busca em sítios como o *Google Acadêmico* e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) a fim de coletar artigos, teses e dissertações que pudessem demonstrar material de pesquisa já desenvolvido com o Jogo Senha.

Destacamos que foram utilizadas na busca as palavras-chave "Jogo Senha" e "*Mastermind*" (este último termo se deve ao nome que o jogo recebeu das empresas que o comercializam no mundo inteiro, fazendo com que este sinônimo se popularizasse entre o público geral). Dessa forma, o Quadro 2 expõe as pesquisas que atenderam aos critérios de filtro, estabelecidos pelas palavras-chave supracitadas. Assim, os trabalhos que mencionam "Jogo Senha" e "*Mastermind*" são apontados a seguir.

---

[2] Acesse o *site* do LEMAPE (https://sitelemape.wixsite.com/lemape) para acompanhar as atividades desenvolvidas e os materiais didáticos disponíveis.

Quadro 2 - Trabalhos encontrados sobre o jogo senha no google acadêmico e na BDTD

| Tipo de trabalho | Título do trabalho | Autor (ano) |
|---|---|---|
| Dissertação | O Jogo Senha como recurso didático para o ensino dos métodos de contagem | Gonçalves Filho (2016) |
| Monografia | Aprendendo e se divertindo com combinatória: uma proposta com uso do jogo Mastermind para anos finais do ensino fundamental | Silva (2017) |
| Dissertação | O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no ensino médio | Silva (2018) |
| Dissertação | O Jogo da Senha Numérica: uma proposta para o ensino dos Princípios Multiplicativo e Aditivo baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica | Silva Junior (2024) |
| Dissertação | O Jogo Senha sob a perspectiva da metodologia resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de análise combinatória e probabilidade na EJA. | Menezes (2023) |
| Monografia | O uso da ludicidade para o desenvolvimento do cognitivo: o Jogo Senha na análise combinatória | Nascimento (2022) |
| Dissertação | Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6° ano do Ensino Fundamental Utilizando o Jogo da Senha | Gonçalves (2017) |
| Dissertação | A análise combinatória e o jogo Mastermind na forma de aplicativo como recurso didático | Santos Junior (2020) |

Fonte: Própria (2025).

Convém ressaltar, portanto, que foi encontrado um número significativo de dissertações, a maioria delas referentes ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT). O cenário das pesquisas encontradas é descrito tanto nos parágrafos a seguir quanto no desenvolvimento do corpo deste texto.

Silva (2017) apresenta um estudo que busca investigar quais os impactos do jogo *Mastermind* na compreensão dos conceitos de Análise Combinatória em turmas dos anos finais do ensino fundamental. Para isso, o autor realizou uma sessão expositiva deste recurso em uma turma do 8° ano. A partir disso, os estudantes responderam a um questionário que visava verificar seu desempenho frente aos problemas de Análise Combinatória presentes em situações do jogo, validando, assim, a hipótese do uso de jogos para o ensino introdutório ou complementar de determinado conteúdo matemático.

A aplicabilidade do Jogo Senha na educação básica também é discutida no trabalho de Silva (2018), que objetivou compreender se a utilização deste recurso em uma turma do ensino médio teria a potencialidade de auxiliar na aprendizagem do Princípio Fundamental da Contagem (PFC), conteúdo previsto para a 2ª série dessa etapa de escolarização. Ao realizar a análise das respostas dos estudantes envolvidos nesta pesquisa, que foram obtidas através de um questionário aplicado, o autor comprovou que o Jogo Senha agiu como facilitador no processo de aprendizagem deste conteúdo, de modo que os alunos apresentaram resultados satisfatórios na resolução dos problemas que envolviam o PFC (Silva, 2018).

Gonçalves Filho (2016) objetivou apresentar uma maneira alternativa para o ensino de Análise Combinatória e, para isso, propôs uma sequência de atividades que relacionam o Jogo Senha com métodos de contagem referentes a este conteúdo. O autor destaca o caráter bibliográfico desta pesquisa, ressaltando que a proposta não foi aplicada com o público alvo. Nesse sentido, acrescenta que se espera com esta pesquisa "mostrar que essa metodologia poderá estimular o raciocínio combinatório dos discentes" (2016, p. 70).

Silva Júnior (2024) e Sato (2021) são exemplos de trabalhos que relacionam o Jogo Senha com a teoria dos Registros de Representações Semióticas, descrita por Raymond Durval. Silva Junior (2024) utiliza uma variação do Jogo Senha, que denomina como Jogo da Senha Numérica e, com este, busca avaliar os principais aspectos em uma sequência de atividades investigativas sob a perspectiva da semiótica. O autor apresenta algumas situações extraídas deste jogo e analisa o tratamento das informações nelas contidas de acordo com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Silva Junior (2024) concluiu, portanto, que "Iniciar um ambiente de investigação e mobilizar os diferentes registros pode favorecer o ensino" (2024, p. 74).

Sato (2021), por sua vez, aplica o Jogo Senha em uma turma do 8° ano do ensino fundamental, buscando compreender como este contribui para o desenvolvimento do pensamento combinatório dos alunos em questão, através de aspectos ligados à teoria dos Registros de Representações Semióticas. Ao analisar os dados da pesquisa, referentes aos registros feitos por estes estudantes, Sato (2021) acrescenta que o Jogo Senha se mostrou muito eficaz para o desenvolvimento deste pensamento matemático específico, justamente porque a partir da língua materna e das representações materiais, os participantes conseguiram concluir as partidas.

Considerando as justificativas pessoais que explicitamos anteriormente, a possibilidade da utilização do jogo como recurso para o ensino de matemática, especificamente, o domínio da Análise Combinatória, o cenário de pesquisa já desenvolvidas com Jogo Senha e por fim o aporte teórico escolhido que é a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990). Apresentamos como questão norteadora para essa pesquisa*: que situações de Análise Combinatória podem ser identificadas a partir do Jogo Senha?*

Para responder à questão de pesquisa, destacamos como objetivo geral identificar as situações que podem ser apresentadas a partir do Jogo Senha para o ensino de conceitos relacionados à Análise Combinatória. Além deste, propomos os objetivos específicos de: Apresentar situações do Jogo Senha propostas em trabalhos; Classificar essas situações a partir dos significados de Análise Combinatória presentes na TCC; Investigar possíveis invariantes operatórios que podem ser mobilizados na resolução dessas situações.

Em relação à estrutura e organização deste trabalho, os capítulos que seguem após esta introdução buscam levar o leitor a compreender os principais pontos desenvolvidos na pesquisa.

O segundo capítulo aborda os principais aspectos da Teoria dos Campos Conceituais e seus desdobramentos na Análise Combinatória, fundamentais ao cumprimento dos objetivos postos nesta monografia. Além desses aspectos, nesse capítulo é apresentado um breve panorama das discussões sobre o ensino de Análise Combinatória na educação básica.

A seguir, no terceiro capítulo, nos dedicamos em discorrer sobre o uso de jogos no ensino de matemática, tendo em vista, sobretudo, seu impacto no ensino dos conceitos associados à Análise Combinatória. Nos concentramos, além disso, em descrever e explorar as principais características do objeto de estudo deste trabalho, o Jogo Senha.

Os procedimentos metodológicos são descritos no capítulo quatro, que classifica o tipo e a natureza da pesquisa aqui desenvolvida, além de traçar os caminhos que levarão à análise dos resultados. A análise e discussão dos resultados, por sua vez, seguem no quinto capítulo, que busca consolidar os objetivos antes mencionados na introdução.

Por fim, o capítulo seis é destinado às considerações finais, onde é possível observar um apanhado geral das percepções que puderam ser construídas ao longo deste texto.

# 2 ELEMENTOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Para conceder aporte teórico a este trabalho, iremos apresentar os conceitos que estão relacionados com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida por Gérard Vergnaud.

Ao estudar a Teoria dos Campos Conceituais, é possível perceber a existência de alguns fatores que corroboram com os processos de construção do conhecimento (Magina, *et al.* 2008). Sob essa perspectiva, faz-se necessário ampliar as pesquisas que discutem quais são estes aspectos e quais as suas contribuições para o ensino de matemática, justamente visando atingir os sujeitos responsáveis pelo ensino na educação básica.

## 2.1 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A TCC é uma teoria cognitivista, ou seja, tem como foco investigar os processos que conduzem as crianças e adolescentes à aprendizagem. Vergnaud (1993) assegura que esta teoria é associada à didática, justamente porque fornece uma estrutura que leva a aprendizagem.

A principal definição desta teoria é o Campo Conceitual, que Vergnaud (1990) evidencia ser composto pelo conjunto de tarefas, conceitos e esquemas que apresentam a mesma natureza. Existe, para isso, um trio de conjuntos que compõem um conceito, chamados *S; I; R* que ilustram, respectivamente o conjunto das *Situações, Invariantes e Representações* (Vergnaud, 1993).

As situações, aqui, se configuram como um sinônimo de tarefas, de maneira que os problemas mais complexos da matemática podem ser obtidos a partir da combinação entre diferentes tarefas. Um exemplo de situação trazido em Vergnaud (2019) é: *"Roberto quer comprar peras a 6 euros o kg. Ele dispõe de 24 euros. Quantos kg ele pode comprar?"* (2019, p. 14). Nesse caso, são mobilizados *teoremas-em-ação*, que permitirão a compreensão e resolução desta situação por parte do sujeito.

Neste caso, vale salientar que os *teoremas-em-ação* (que também podem aparecer como *conceitos-em-ação*) constituem o conjunto dos invariantes operatórios. Segundo Vergnaud (1996, p. 4), este conjunto representa "os conhecimentos contidos nos esquemas". Podemos, então, conceber os invariantes operatórios como as ferramentas utilizadas na resolução de uma tarefa.

Nesse sentido, para a situação das peras que Roberto deseja comprar, mostrada em Vergnaud (2019), é possível identificar os *teoremas-em-ação* mobilizados pelo sujeito na resolução desta tarefa. O autor identifica, nesse caso, que é preciso realizar a quotição entre os dois valores monetários da situação, ou seja, é preciso dividir 24 por 6 para obter a proporcionalidade (o número de quilos) que Roberto conseguiria comprar com seus 24 euros, para o caso de cada quilo custar 6 euros. Assim, identificamos esta divisão como o *conceito-em-ação* que deve ser mobilizado pelo sujeito no desenvolvimento da tarefa em questão.

Para fechar a trinca de conjuntos proposta por Vergnaud, é importante destacar o conjunto das representações, que se constitui das diferentes formas de expressar simbolicamente um conceito e suas propriedades (Vergnaud, 1996). Uma situação matemática, portanto, é passível de diferentes representações que podem ser escritas, por exemplo, através de símbolos, gráficos ou tratamentos algébricos.

De modo geral, um Campo Conceitual é definido como o conjunto de situações que estão relacionadas entre si e, por isso, utilizam processos semelhantes na resolução das tarefas (Vergnaud, 1993). O autor destaca a existência do Campo Conceitual das estruturas aditivas, que envolve situações de adição, subtração e a combinação entre estas. De maneira análoga, convém salientar o Campo Conceitual das estruturas multiplicativas, o qual dedicamos nossos estudos neste trabalho, que compreende "o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações" (Vergnaud, 1996, p. 167).

Dessa forma, Magina, Merlini e Santos (2012), ao desenvolverem um arcabouço que permite a compreensão do campo conceitual das estruturas multiplicativas, identificam que a classe de situações de Análise Combinatória pode se configurar tanto como uma relação terciária, presente no eixo determinado pelo produto de medida, quando por uma relação quaternária, do isomorfismo de medidas.

A classificação das situações de Análise Combinatória dada por Borba (2013) delimita que os "problemas típicos de Combinatória são os que solicitam que se determine - por levantamento direto ou indireto - o número total de possíveis agrupamentos que atendem a específicas formas de escolha e de ordenação de elementos" (2013, p. 3). A autora acrescenta que a diferenciação entre os problemas de Análise Combinatória acontece pela forma como são *escolhidos* e *ordenados* os elementos de um ou mais conjuntos, justamente por isso, temos quatro tipos de situações combinatórias: os *produtos cartesianos, arranjos, permutações e combinações.* O Quadro 3 demonstra cada um destes significados, apresentando suas características, conforme trazido por Borba (2013).

Quadro 3 - Definição de Situações Combinatórias, segundo Borba (2013)

| Tipo de Situação Combinatória | Definição |
|---|---|
| Produto Cartesiano | Os elementos são escolhidos a partir de dois ou mais conjuntos diferentes e a ordem na qual estes elementos são enumerados não constituem possibilidades distintas. |
| Arranjo | Os elementos são escolhidos a partir de um conjunto único, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas. Neste tipo de problema a ordem na qual os elementos são escolhidos constituem possibilidades distintas. |
| Permutação | Nas permutações, todos os elementos do conjunto são utilizados em cada uma das possibilidades que podem ser listadas. |
| Combinação | São escolhidos alguns elementos de um conjunto único e a ordem de escolha desses elementos não constituem possibilidades distintas. |

Fonte: Borba (2013).

De modo complementar, Barbosa (2025) apresenta quatro problemas contextualizados, podendo ser destinados ao ensino médio e identifica as situações combinatórias que melhor caracterizam cada um destes problemas. O Quadro 4 ilustra a situação e sua respectiva categorização, trazida por Barbosa (2025), com base no que é proposto por Borba (2013).

Quadro 4 - Exemplo de categorização das situações combinatórias, com base em Borba (2013)

| Problema contextualizado | Classificação da situação combinatória |
|---|---|
| Uma startup de design digital oferece 6 modelos (A, B, C, D, E e F) diferentes de capas para celular. Cada modelo pode ser personalizado com 8 cores distintas (Azul, Rosa, Roxo, Amarelo, Verde, Vermelho, Preto e Branco). De quantas maneiras distintas um cliente pode montar uma capa personalizada, escolhendo um modelo e uma estampa? | Produto cartesiano |
| 10 alunos estão participando de uma competição de dança em um evento da escola. Ao fim da competição, serão premiados os três primeiros colocados (1º, 2º e 3º lugares). De quantas formas distintas esse pódio pode ser composto? | Arranjo |
| De quantas maneiras diferentes é possível organizar 5 livros distintos em uma prateleira? | Permutação |
| Em uma turma, um grupo de 6 amigos (Ana (A), Bruno (B), Clara (C), Daniel (D), Erika (E) e Felipe (F)) vai realizar um trabalho em duplas. Eles decidiram fazer um sorteio para formar a dupla que se apresentará primeiro. Quantas duplas distintas podem ser formadas com esses amigos? | Combinação |

Fonte: Barbosa (2025).

Nos parágrafos que seguem, serão apresentadas as justificativas trazidas por Barbosa (2025) na categorização destes problemas quanto às situações de Análise Combinatória.

Para o primeiro problema, de *produto cartesiano*, a questão utiliza dois conjuntos distintos (modelos e cores), dos quais podem ser escolhidos e ordenados os elementos para listar a totalidade de possibilidades. A classificação deste problema como um *produto cartesiano* é evidenciada, também, quando levamos em consideração que não existe nenhum critério excludente na listagem das possibilidades e, portanto, a ordem de escolha dos conjuntos não gera possibilidades distintas (Barbosa, 2025). Cabe perceber, ainda, que "o conceito de multiplicação é mobilizado como operador fundamental da contagem, presentes a ideia de independência entre as escolhas (modelo e cor), o que leva à aplicação direta do produto de medidas" (Barbosa, 2025, p. 40).

Já no segundo problema exposto no Quadro 4, classificado como uma situação de *arranjo,* destacamos que esta atribuição é dada tendo em vista a ordem explicitada no enunciado, que deve ser seguida ao construir essas possibilidades. Ou seja, a ordem de escolha do conjunto apresentado no problema (alunos) gera possibilidades distintas quando também é mudada. Nesse caso, portanto, "os sujeitos devem reconhecer que não estão apenas escolhendo três alunos, mas atribuindo a cada um uma posição específica" (Barbosa, 2025, p. 40).

A situação de *permutação* é assim associada ao terceiro problema, tendo em vista que todos os livros serão organizados na prateleira, sem a repetição de nenhum exemplar em dois ou mais lugares e com importância da ordem de posicionamento. Dessa forma, "todas as posições são distintas e relevantes, o que distingue essa situação de outras formas de contagem" (Barbosa, 2025, p. 41).

Por fim, para o quarto problema evidenciado no Quadro 4, tem-se a categorização de uma situação de *combinação.* A escolha desse significado é justificada, portanto, porque a ordem de escolha entre os elementos deste conjunto não interfere na construção da resolução final do problema. Assim, podemos perceber a necessidade de que "o sujeito reconheça que todas as seleções de dois amigos são equivalentes, independentemente da ordem em que forem feitas" (Barbosa, 2025, p. 41).

É conveniente explicitar, ainda, que ao longo das etapas escolares, algumas situações distintas de Análise Combinatória podem ser percebidas nos problemas contextualizados. Isto ocorre sobretudo no ensino médio, e deve-se, essencialmente, ao amadurecimento do tratamento matemático nos problemas apresentados aos indivíduos. Estas situações possuem como diferencial relações de *repetição* dos elementos de um conjunto, somadas também com condições de *posicionamento e proximidade* (Borba e Braz, 2012). Isto as difere das relações mais simples, de *escolha* e *ordem,* como discute Borba (2013).

Nesse sentido, Borba e Braz (2012) apresentam categorizações distintas para o que chamam de *problemas combinatórios condicionais.* As classes apresentadas pelas autoras advém das situações de *arranjo,* que a partir de determinados invariantes (como elementos explícitos fixados em ordens e posições específicas), podem ser resolvidas a partir da *permutação, combinação ou produto cartesiano.*

Um exemplo de *problema combinatório condicional* é: "Quantos anagramas da palavra AMOR podemos encontrar em que o A seja seguido do O?" (Braz, 2013, p. 10). Neste exemplo, a autora identifica que mais de um elemento explícito do conjunto (as letras A e O) devem seguir sempre a mesma ordem (A seguido de O), o que pode ser resolvido através de uma *permutação,* tendo em vista que todos os elementos devem ser utilizados e uma ordenação diferente gera possibilidades distintas umas das outras. De forma análoga, as situações que fixam um determinado elemento em alguma posição, por exemplo, quantos anagramas podem ser formados tendo sempre a letra A na primeira posição, também se classificam no tipo de situação das permutações (Braz, 2013).

De modo geral, nosso foco está nas classificações das diferentes situações da Análise Combinatória que serão exploradas neste trabalho a partir dos problemas extraídos do Jogo Senha. O que nos leva, portanto, à discussão dos principais temas referentes ao ensino de Análise Combinatória na educação básica, na próxima seção.

## 2.2 PERSPECTIVAS SOBRE O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Análise combinatória tratada na educação básica é apresentada, ainda, de forma mecânica e com uma tímida variedade de situações que podem ser exploradas pelos estudantes. Dessa forma, é comum ouvir relatos e testemunhar contextos em que os próprios alunos demonstram fragilidade em desenvolver atividades referentes a este conteúdo. Não obstante, Morgado *et al.* (2006) afirmam que a Análise Combinatória é tida pelos professores como a parte mais complexa ao ensinar matemática no ensino médio.

Visando compreender o cenário das pesquisas que envolvem as tendências para o ensino de Análise Combinatória, traremos neste tópico um breve apanhado do que dizem alguns pesquisadores ao se dedicarem em explorar esses aspectos.

Nesse sentido, sabendo dos desafios de se ensinar Análise Combinatória na educação básica, é preciso que o estudante seja estimulado por um certo senso de curiosidade, que trará como resultado o desenvolvimento de pensamentos criativos e o levarão, mais tarde, a buscar o aprofundamento dos desdobramentos desta área da matemática (Bastos; Lopes e Victer, 2020).

Borba, Rocha e Azevedo (2015) apontam como um problema recorrente na educação básica a limitação de situações e problemas combinatórios apresentados aos estudantes. As autoras reforçam, ainda, "a natureza variada, e por vezes complexa, dos problemas de Combinatória" (2015, p. 1351), principalmente nos problemas do ensino médio quando existe a inserção do elemento *repetição* nos casos de arranjo, permutação e combinação, nos quais compete ao estudante avaliar com mais atenção quais conhecimentos e estratégias serão mobilizadas para resolvê-los.

As percepções dos professores de matemática sobre o ensino da Análise Combinatória se apresentam como um dado significativo para a análise da construção desse conhecimento, afinal, para que a aprendizagem aconteça é preciso que os participantes do processo educacional estejam cientes de seus papéis e os desenvolvam de maneira eficiente.

Dessa forma, Borba, Rocha e Azevedo (2015) apresentam alguns trabalhos que discutem essas percepções desenvolvidos por diferentes autores.

Em Rocha (2011), o objetivo foi analisar os conhecimentos referentes à Análise Combinatória e seu ensino com professores que atuam em diferentes níveis da educação básica. A autora pontua, de forma aqui resumida, que os professores com formação específica em matemática (portanto, atuando no ensino fundamental anos finais e ensino médio) apontaram como principal dificuldade dos estudantes os problemas envolvendo combinação.

Ainda assim, ao serem questionados por meios de mitigar as dificuldades desses estudantes, os entrevistados sugeriram dois tipos de cenários. Enquanto os professores responsáveis pelos anos iniciais propuseram uso de materiais concretos e diversificados, os demais (professores do ensino médio e fundamental) se apegaram aos aspectos mais formais e tradicionais da matemática. Com isso, é possível concluir que os professores de matemática devem buscar por modos diferentes e atrativos para apresentar e desenvolver o raciocínio combinatório em alunos das fases finais da escolarização (Rocha, 2011).

Pessoa e Borba (2009) também reforçam, além disso, o papel do professor no processo de ensino da Análise Combinatória, de modo que estes "tenham conhecimento sobre os diferentes tipos de problemas combinatórios" (2009, p. 142), buscando auxiliar o aluno no processo de aprendizagem de maneira mais significativa.

Em suma, consideramos essencial levantar discussões sobre os aspectos referentes ao ensino de Análise Combinatória na educação básica, buscando promover estratégias e soluções para as dificuldades mencionadas acerca do tema exposto.

O capítulo seguinte é dedicado a explorar as pesquisas que abordam o jogo como recurso pedagógico nas aulas de matemática e, além disso, relacionar especificamente os jogos combinatórios a esse contexto escolar de desenvolvimento do raciocínio combinatório. Além destes temas, será abordado mais adiante o Jogo Senha e suas regras de funcionamento.

# 3 PANORAMA SOBRE O USO DE JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, objetivamos apresentar alguns trabalhos que versam sobre o uso de jogos no ensino de combinatória. Consideramos que a apresentação dos trabalhos pode nos ajudar na análise das situações relacionadas ao jogo senha e ainda nos ajudar a elaborar possíveis situações.

Além de apresentar os trabalhos com jogos relacionados a combinatória, nos dedicaremos também a apresentar o jogo senha. Esperamos que a apresentação do jogo possa oportunizar ao leitor a visualização da dinâmica do jogo, o que poderá ajudar a compreender as situações analisadas.

## 3.1 JOGOS PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Os trabalhos aqui apresentados foram escolhidos a partir de buscas *em sites* como o *Google Acadêmico*. Para filtrar essas produções e garantir que seu tema central fosse pertinente ao desenvolvimento desta pesquisa, utilizamos como critério a expressão chave: “Jogos para o ensino de Análise Combinatória”. Assim sendo, os trabalhos que seguem nos próximos parágrafos demonstram como o uso de jogos desempenha um papel significativo na construção do conhecimento matemático e, especificamente, nos conhecimentos atrelados à Análise Combinatória.

Ambrozi (2017) evidencia o auxílio de jogos combinatórios para o desenvolvimento de atividades com estudantes da educação básica que utilizam os conceitos da Análise Combinatória.

Neste trabalho, o autor propõe sequências didáticas com diversos jogos em uma série do ensino médio e analisa o comportamento dos estudantes quanto ao conteúdo matemático explorado pelo jogo. Ao delimitar as considerações finais, Ambrozi (2017) destaca que a partir do Jogo Senha os estudantes puderam utilizar estratégias e métodos criativos para resolver os problemas que envolveram arranjo e permutação.

Por sua vez, Nascimento (2022) contribui que, ao ter contato com materiais concretos como o jogo, o estudante pode desenvolver experiências que o auxiliam no processo de resolução dos problemas atrelados às situações enfrentadas nos jogos.

Reis (2019, p. 30) discute que nos jogos combinatórios “a busca de uma estratégia pelo aluno num primeiro momento, as descobertas e constatações feitas ao longo de uma partida e a percepção de jogadas boas ou ruins estimulam-no a desenvolver um pensamento lógico-dedutivo mais apurado". Ainda nesse sentido, o autor acrescenta como aspecto primordial na utilização de jogos a formalização do conhecimento, que ocorre quando esta ferramenta é trabalhada com êxito e intencionalidade didática por parte do professor responsável.

De maneira geral, consideramos pertinente apresentar esta discussão sobre o papel do jogo como ferramenta para o ensino de Matemática e, especificamente, para o ensino de Análise Combinatória, tendo em vista os objetivos e tema deste trabalho. Os trabalhos citados nesta parte nos fazem vislumbrar que nosso trabalho é pertinente à medida em que pode subsidiar os professores a partir da compreensão das situações que podem ser abordadas a partir do jogo senha.

Na seção a seguir, nos dedicamos em apresentar os principais aspectos do Jogo Senha, que dizem respeito à sua criação, regras e utilização pelo público educacional.

## 3.2 O JOGO SENHA

Também conhecido como *Mastermind,* o Jogo Senha data de 1971 e foi criado pelo empreendedor Mordecai Meirowitz (Menezes, 2023). No jogo comercializado e distribuído por diversas empresas, o desafio consiste em um jogador adivinhar a senha de quatro cores proposta pelo seu adversário em dez tentativas, que são compostas por dicas em um espaço destinado à análise. A figura 1 apresenta um exemplar do jogo *Mastermind*.

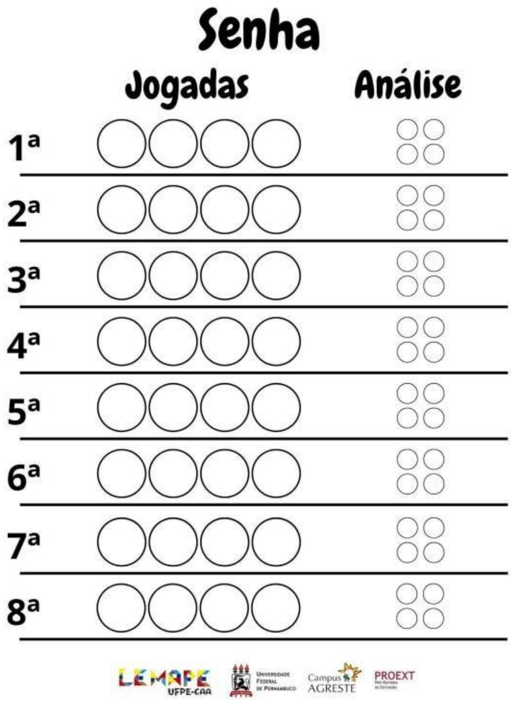
Figura 1 - Tabuleiro do Jogo Senha

Fonte: Autoria Própria (2025).

Também é possível encontrar tabuleiros do Senha disponibilizados em *sites* ou confeccionar o próprio tabuleiro utilizando ferramentas gráficas gratuitas, como o aplicativo *Canva.* Em um projeto de extensão realizado pelo Laboratório de Ensino de Matemática do

Agreste Pernambucano (LEMAPE), são construídas versões simplificadas de alguns jogos do acervo deste laboratório buscando, justamente, democratizar seu acesso aos professores e estudantes da educação básica. O Jogo Senha está incluso na lista dos materiais disponibilizados, a figura 2 ilustra o tabuleiro desenvolvido por alguns dos monitores responsáveis.

Figura 2 - Versão do tabuleiro confeccionada pelo LEMAPE




Fonte: Acervo do LEMAPE (2025).

Para jogar o Senha, é preciso que haja ao menos dois jogadores que disputarão um contra o outro. Chamemos de Jogador 1 o que propõe a senha e de Jogador 2 o que terá de adivinhá-la. No momento inicial, o Jogador 1 deverá escolher uma senha secreta de quatro cores, a princípio sem repetição, entre sete cores diferentes disponíveis no jogo. Cabe destacar que alguns tabuleiros e versões do *Mastermind* podem apresentar mais ou menos opções de cores para formar a senha, aqui, porém, iremos considerar sete. Após isso, o Jogador 2 dispõe de 10 tentativas para adivinhar esse padrão.

O espaço destinado à análise (no tabuleiro da Figura 1) deve ser preenchido pelo Jogador 1 com pinos brancos ou pretos, a depender da posição que a cor ocupa na senha. Os pinos pretos representam que a cor da respectiva casa está posicionada corretamente, e os pinos brancos representam que a cor não está posicionada na casa correta, mas faz parte da combinação escolhida pelo Jogador 1. É importante salientar que estamos considerando uma ordem dos pinos pretos e brancos, assim como existe na posição da senha, neste caso, cada casa da senha possui um espaço correspondente na análise.

Ao interpretar a informação dada pelo Jogador 1 após cada jogada, o Jogador 2 deverá traçar estratégias para posicionar as cores no tabuleiro. Nesse caso, ao observar o pino preto, o cenário ideal é repetir a cor nesta posição e, ao observar o pino branco, o jogador deverá trocar a posição da cor em uma das demais casas disponíveis. No caso de não haver nenhum pino nesta respectiva casa, o Jogador 2 deve interpretar que a cor referente à esta casa não pertence à senha e, portanto, escolher outra das que ainda estão disponíveis.

No caso do tabuleiro da Figura 2, confeccionado pelos monitores do LEMAPE, o material é geralmente impresso em folhas de papel (justamente por sua proposta de democratização ao acesso de materiais didáticos na educação básica). Assim sendo, caso não disponham de fichas brancas e pretas para substituir os pinos, os jogadores podem definir outros padrões para sua análise.

Por exemplo, uma sugestão é utilizar um X para substituir os pinos brancos e preencher a bolinha inteira (como um gabarito) para representar um pino preto. Além dessa alternativa, os pinos que representam as cores podem ser adaptados para fichas de papel colorido ou emborrachado, como ilustra a Figura 3.

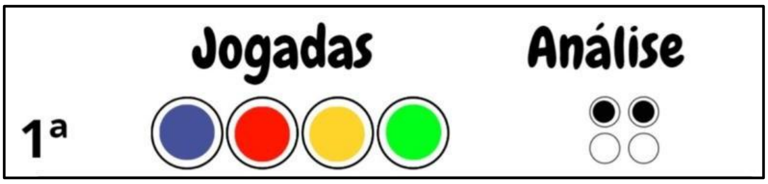
Figura 3 - Fichas coloridas do Jogo Senha

Fonte: Autoria Própria (2025).

O jogo encerra, portanto, quando o Jogador 2 consegue decifrar a sequência proposta pelo Jogador 1. Analogamente, caso o Jogador 2 não consiga decifrar a senha nas dez tentativas que dispõe, o jogo acaba e vence o Jogador 1, proponente da senha.

Para fins de ilustração do funcionamento do Jogo Senha, a Figura 4 demonstra um cenário possível durante o desenvolvimento das jogadas.

Figura 4 - Possível cenário do Jogo Senha




Fonte: Vasconcelos, Carvalho e Correia (2024).

Nesse caso, tem-se que o desafiado acertou a posição das duas primeiras cores (azul e vermelho), e, ainda, que as cores amarela e verde não pertencem à senha. Portanto, dentre as sete cores disponíveis, restarão três cores a serem escolhidas e distribuídas nas casas restantes. Para determinar essa quantidade, é possível realizar o cálculo de um arranjo simples, justamente porque queremos determinar a ordenação das cores em posições específicas, dispondo de dois lugares para organizar esses dados. Dessa forma, existem seis possibilidades de novas senhas a serem tentadas pelo jogador, até que seja descoberta a senha correta.

Para a segunda tentativa desse jogador, existem algumas configurações que podem ser adotadas no espaço de Análise, na figura 4, considerando os pinos pretos e brancos, ou a não existência de fichas. O Quadro 5 demonstra as relações entre as quantidades de fichas e sua relação com o prosseguimento do jogo.

Quadro 5 - Relação entre a quantidade de pinos e as tentativas possíveis

| Número de pinos brancos e pretos | Configuração do jogo a partir dessa configuração |
|---|---|
| Brancos = 0<br>Pretos = 2 | Tendo em vista que das seis cores disponíveis, duas já estão corretas (azul e vermelha) e as demais não pertencem à senha, sobrarão duas cores para ser dispostas nos dois espaços disponíveis. Sendo assim, são mais duas possibilidades de senha. |
| Brancos = 0<br>Pretos = 1 | Entre as três cores que ainda estavam disponíveis, o Jogador 2 escolheu uma que pertence à senha e está no lugar correto, portanto, sobram duas cores para serem distribuídas em um único espaço. É possível perceber, ainda, que a nova cor escolhida estará de cara no lugar correto. |
| Brancos = 2<br>Pretos = 0 | Ambas as cores escolhidas pelo Jogador 2 pertencem à senha, porém estão em lugares errados. Como existem agora apenas duas posições, na próxima tentativa é fácil perceber que basta trocar a posição dessas duas cores para que a senha seja descoberta. |

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

É conveniente notar, a partir da análise do Quadro 5, que alguns cenários são impossíveis nesta configuração do jogo, como o de não haver nenhum pino branco. Isso acontece porque existem três cores para serem distribuídas em dois espaços, sem repetição, então, duas destas três com certeza pertencem à nova senha formada.

Além dessa situação, também é possível destacar que o par 1 pino branco e 1 pino preto não pertence ao desenvolvimento da jogada, justamente porque se há apenas duas posições e uma delas foi ocupada por uma cor que está posicionada corretamente, a segunda cor não pode estar no lugar errado e pertencer à senha ao mesmo tempo.

A partir de análises como esta, é viável propor problemas contextualizados sobre o cenário das partidas do Jogo Senha. É justamente nesses problemas que nos dedicamos no decorrer deste trabalho, tendo em vista as classificações das situações contextualizadas da Análise Combinatória que podem ser exploradas à partir do jogo em questão. Por isso, a seguir apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados para coleta e análise dos dados que estruturam a pesquisa aqui desenvolvida.

# 4 METODOLOGIA

Neste capítulo, buscamos descrever os procedimentos que serão adotados para contemplar os objetivos antes mencionados.

Temos em vista identificar as situações que podem ser apresentadas a partir do Jogo Senha para o ensino de conceitos relacionados à Análise Combinatória, nesse sentido, destacamos a natureza qualitativa desta pesquisa. Segundo Lösh; Rambo e Ferreira (2023), as pesquisas do tipo qualitativas se apresentam como uma ferramenta capaz de proporcionar uma maior compreensão sobre o tema ou fenômeno social que se busca estudar.

De maneira específica, alinhado aos objetivos de apresentar situações do Jogo Senha propostas em trabalhos; classificar essas situações a partir dos significados de Análise Combinatória presentes na TCC e investigar os invariantes operatórios que podem ser mobilizados na resolução destas situações, podemos conceder à pesquisa aqui desenvolvida um caráter bibliográfico. Segundo Gil (2002), a pesquisa bibliográfica "é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos" (2002, p. 44).

Para encontrar os trabalhos que mencionam o Jogo Senha e propõem situações que pudessem ser classificadas de acordo com Borba (2013), foi realizada inicialmente uma busca em duas fontes virtuais - *Google Acadêmico* e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). O critério de filtro utilizado para selecionar os trabalhos aqui mencionados foi a definição das palavras-chaves "Jogo Senha" e *"Mastermind"* (já que este é um sinônimo para o jogo, muito popular em algumas regiões), que deveriam constar nos títulos dessas produções para que fossem coletadas.

Assim, identificamos alguns trabalhos que traçam estudos com esse material didático. É conveniente ressaltar, ainda, que serão levados à análise os trabalhos que apresentam problemas contextualizados elaborados a partir do Jogo Senha, que podem, portanto, ser categorizados com alguma das situações de Análise Combinatória. No Quadro 6, são expostos estes trabalhos, sendo mencionados título e autor.

Quadro 6 – Trabalhos considerados na análise

| Título do trabalho | Autor (ano) |
|---|---|
| Jogos em uma sequência didática para o ensino de Análise Combinatória | Ambrozi (2017) |
| Raciocínio Combintório: uma proposta de aula para o ensino fundamental utilizando o jogo da senha | Gonçalves (2017) |
| O Jogo Senha como recurso didático para os métodos de contagem | Gonçalves Filho (2016) |
| O uso da ludicidade para o desenvolvimento cognitivo: o Jogo Senha na Análise Combinatória | Nascimento (2022) |

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

De forma resumida, o Quadro 7 sistematiza as ações metodológicas pertinentes a cada objetivo específico.

Quadro 7 - Procedimentos metodológicos adotados para cumprir os objetivos específicos

| Objetivo específico | Ação metodológica |
|---|---|
| Apresentar situações do Jogo Senha propostas em trabalhos; | Apresentar, por meio de quadros, os problemas contextualizados que cada um dos autores propõe. Dessa forma, serão exploradas as diferentes abordagens trazidas por esses textos sobre o uso do Jogo Senha. |
| Classificar essas situações a partir dos significados de Análise Combinatória presentes na TCC; | Identificar a qual das situações de Análise Combinatória se assemelham a cada um dos problemas contextualizados, apresentados nos trabalhos do Quadro 5, de acordo com a categorização dessas situações proposta por Borba (2013). |
| Investigar os invariantes operatórios que podem ser mobilizados na resolução dessas situações. | Fornecer, em particular, uma análise dos invariantes operatórios que estão implícitos nos problemas contextualizados, mencionados anteriormente. |

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

No próximo capítulo, nos dedicamos em desenvolver a análise das situações apresentadas, tendo como foco atender aos objetivos específicos desta pesquisa.

# 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Para a construção deste capítulo, começaremos apresentando as situações que puderam ser coletadas dos trabalhos citados anteriormente, no Quadro 6. Dessa forma, o Quadro 8 expõe em uma coluna os problemas contextualizados, que são as situações desenvolvidas a partir das vivências do Jogo Senha, trazidos pelos autores dessas obras. Em outra coluna, prezamos por identificar os autores desses trabalhos. Ainda, para facilitar a menção dessas situações no decorrer do texto, buscamos também identificá-las como mostra o Quadro 8, seguindo ordem alfabética na sua disposição.

Quadro 8 - Apresentação dos problemas contextualizados

| Identificação da situação | Situação proposta pelo autor | Autor (ano) |
|---|---|---|
| Situação A | Utilizando três cores, para preencher três espaços, sem repetição, quantas senhas diferentes podemos formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação B | Utilizando quatro cores para preencher os quatro espaços da senha, sem repetição, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação C | E se pudéssemos escolher entre cinco cores, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação D | No caso do jogo, onde formaram senhas escolhendo entre seis cores, qual é o número total de senhas possíveis repetindo as cores? Caso não haja repetição das cores, qual é o número total de senhas que podemos formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação E | Usando seis cores e fixando a primeira cor, por exemplo amarela, quantas senhas diferentes podemos formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação F | Se pudermos escolher entre seis cores para quatro espaços, com repetição, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) |
| Situação G | Dispondo de quatro cores distintas, de quantos modos diferentes podemos formar uma senha, sendo que as cores adjacentes não podem ser iguais? | Ambrozi (2017) |
| Situação H | Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser criadas utilizando as seis cores disponíveis, admitindo que as senhas sejam formadas utilizando cores distintas? | Gonçalves (2017) |
| Situação I | Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser obtidas utilizando as seis cores disponíveis admitindo que as senhas sejam formadas usando cores não necessariamente diferentes? | Gonçalves (2017) |
| Situação J | Sabendo que a senha inicia-se por: azul e verde, nesta ordem, que são utilizadas seis cores e que a senha é | Gonçalves (2017) |

| | | |
|---|---|---|
| | formada por quatro cores diferentes, quantas senhas podemos formar? | |
| Situação K | Com base nas 6 cores utilizadas para formar a senha, quantas possibilidades de senha podem ser feitas? | Nascimento (2022) |
| Situação L | Caso a senha não tivesse sido revelada, quantas são as possibilidades para o segundo palpite? | Nascimento (2022) |
| Situação M | Ao jogar o Jogo Senha, um jogador se depara com a seguinte situação: informação adicional b=3 e p=1. O que isso significa? Descubra o número de senhas correspondentes a essa informação adicional. | Gonçalves filho (2016) |
| Situação N | Ao jogar o Jogo Senha, um jogador depara com a seguinte situação: informação adicional b=1 e p=1. O que isso significa? Descubra o número de senhas correspondentes a essa informação adicional. | Gonçalves Filho (2016) |
| Situação O | Na segunda jogada, caso a senha ainda não tivesse sido revelada, quantas são as possibilidades para o segundo palpite? | Gonçalves Filho (2016) |

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para proceder com a análise dos resultados dispostos no Quadro 8, utilizaremos os significados das situações de Análise Combinatória discutidos por Borba (2013). Inicialmente, associamos no Quadro 9 cada um dos problemas aos seus significados, que podem ser de *arranjo, combinação, produto cartesiano ou permutação.* Cabe salientar, ainda, que alguns problemas podem atender aos tipos de situações de *combinatória condicional,* os quais podem relacionar ordenamento e proximidade de alguns elementos do conjunto e são apresentados por Borba e Braz (2012) e Braz (2013).

Após apresentar as classificações, serão discutidas as questões, explicitando o motivo da atribuição destes significados e, buscando cumprir todos os objetivos desta pesquisa, traremos a investigação dos invariantes operatórios que podem ser mobilizados na resolução desses problemas.

Quadro 9 - classificação dos problemas de Análise Combinatória

| | Situação | Autor | Situação combinatória |
|---|---|---|---|
| Situação A | Utilizando três cores, para preencher três espaços, sem repetição, quantas senhas diferentes podemos formar? | Ambrozi (2017) | Permutação |
| Situação B | Utilizando quatro cores para preencher os quatro espaços da senha, sem repetição, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) | Permutação |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Situação C | E se pudéssemos escolher entre cinco cores, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) | Permutação |
| Situação D | No caso do jogo, onde formaram senhas escolhendo entre seis cores, qual é o número total de senhas possíveis repetindo as cores? Caso não haja repetição das cores, qual é o número total de senhas que podemos formar? | Ambrozi (2017) | Arranjo simples e *com repetição* |
| Situação E | Usando seis cores e fixando a primeira cor, por exemplo amarela, quantas senhas diferentes podemos formar? | Ambrozi (2017) | Permutação |
| Situação F | Se pudermos escolher entre seis cores para quatro espaços, com repetição, quantas senhas diferentes é possível formar? | Ambrozi (2017) | Arranjo *com repetição* |
| Situação G | Dispondo de quatro cores distintas, de quantos modos diferentes podemos formar uma senha, sendo que as cores adjacentes não podem ser iguais? | Ambrozi (2017) | Arranjo |
| Situação H | Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser criadas utilizando as seis cores disponíveis, admitindo que as senhas sejam formadas utilizando cores distintas? | Gonçalves (2017) | Arranjo |
| Situação I | Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser obtidas utilizando as seis cores disponíveis admitindo que as senhas sejam formadas usando cores não necessariamente diferentes? | Gonçalves (2017) | Arranjo *com repetição* |
| Situação J | Sabendo que a senha inicia-se por: azul e verde, nesta ordem, que são utilizadas seis cores e que a senha é formada por quatro cores diferentes, quantas senhas podemos formar? | Gonçalves (2017) | Arranjo |
| Situação K | Com base nas 6 cores utilizadas para formar a senha, quantas possibilidades de senha podem ser feitas? | Nascimento (2022) | Arranjo |
| Situação L | Caso a senha não tivesse sido revelada, quantas são as possibilidades para o segundo palpite? | Nascimento (2022) | Arranjo |
| Situação M | Ao jogar o Jogo Senha, um jogador se depara com a seguinte situação: informação adicional b=3 e p=1. O que isso significa? Descubra o número de senhas correspondentes a essa informação adicional. | Gonçalves Filho (2016) | Permutação |
| Situação N | Ao jogar o Jogo Senha, um jogador depara com a seguinte situação: informação adicional b=1 e p=1. O que isso significa? Descubra o número de senhas correspondentes a essa informação adicional. | Gonçalves Filho (2016) | Permutação |
| Situação O | Na segunda jogada, caso a senha ainda não tivesse sido revelada, quantas são as possibilidades para o segundo palpite? | Gonçalves Filho (2016) | Arranjo |

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para a Situação A, identificamos um significado de *Permutação.* Isso porque os elementos são escolhidos a partir de um único conjunto (cores disponíveis para formar a senha), em que a ordem posicional dos elementos gera possibilidades distintas e todos os elementos disponíveis serão utilizados para constituir a senha formada, dado que existem três cores a serem escolhidas para três espaços diferentes. O mesmo ocorre nos problemas B e C, em que o autor propõe apenas o aumento do número de cores, que permanece igual ao número de espaços.

Já na Situação E, que também é caracterizada como *Permutação,* é preciso se atentar que neste caso o autor menciona um elemento específico (a cor amarela) na *posição* da primeira casa, ou seja, existe aqui um tipo de situação combinatória *condicional,* em que um elemento é explícito e sua ordem é fixa. Em M e N, também observamos situações de *Permutação,* tendo em vista que o autor define uma posição correta e as demais precisarão ser trocadas, nesse caso, sabemos que um elemento deve ser fixado e os demais ocuparão espaços diferentes, configurando este significado proposto por Braz (2013).

As Situações H e K têm objetivos idênticos (agrupar seis cores em quatro posições) e, por isso, ambas são classificadas como *Arranjos.* Além dessas, destacamos as Situações L e O, com a mesma categorização. Esta situação combinatória (*Arranjo)* é atribuída aos problemas mencionados tendo em vista a característica principal dos arranjos, apresentada por Borba (2013), que consiste em ordenar elementos de um único conjunto formando possibilidades distintas a depender das posições determinadas nesta escolha. Além disso, o que diferencia as situações de arranjo das permutações é o fato de que no arranjo não são escolhidos todos os elementos do conjunto para determinar as possibilidades, ou seja, dentre as seis opções de cores para formar uma senha, estamos aqui escolhendo apenas quatro.

Nas Situações I e F, associamos o *Arranjo com repetição* ao comando da questão exposta pelo autor, que permite a formação de senhas utilizando cores não necessariamente diferentes, ou seja, podendo haver o fator de repetição entre elas. A mesma categorização ocorre na Situação D, entretanto, é conveniente ressaltar que no mesmo problema este autor propõe duas situações, sendo a primeira um *arranjo com repetição* e a segunda um *arranjo* simples.

Quanto aos invariantes operatórios que estão implícitos no desenvolvimento dos problemas aqui apresentados, ressaltamos os conceitos associados às estruturas multiplicativas que devem ser aplicados na resolução das situações propostas e discutidas nos parágrafos acima.

Dessa forma, é possível identificar que nas situações de *Arranjo,* além de compreender que não serão todos os elementos do conjunto que poderão formar as possibilidades, é preciso notar, também, que a ordem de escolha gera possibilidades distintas. O cálculo nesta situação é realizado a partir da multiplicação entre o número de possibilidades para cada espaço, de forma decrescente. Ou seja, para determinar o número de senhas distintas que podem ser formadas quando dispomos de seis cores para serem distribuídas nas quatro casas disponíveis no tabuleiro, realizamos a multiplicação das possibilidades associadas a cada posição, então: 6 possibilidades na primeira casa, 5 possibilidades na segunda casa, 4 possibilidades na terceira casa e 3 possibilidades na quarta casa, totalizando 360 senhas distintas nesta situação.

Em contrapartida, nos *Arranjos com repetição,* é preciso compreender que o número de possibilidades disponíveis para cada casa não é alterado como nos arranjos simples. Isso porque se determinada cor foi escolhida na primeira casa, este fato não exclui a possibilidade de repeti-la nas demais casas, gerando ainda assim senhas distintas. Dessa forma, para determinar o número de senhas possíveis com as mesmas seis cores, podendo porém haver repetição, o produto se configura de tal forma: 6 possibilidades na primeira casa, 6 possibilidades na segunda casa, 6 possibilidades na terceira casa e 6 possibilidades na quarta casa, resultando em 1.296 senhas possíveis.

Nas problemas que identificamos as situações combinatórias referentes às *Permutações,* cabe destacar a percepção de que são utilizados todos os elementos disponíveis no conjunto, que os diferencia das situações citadas anteriormente. Nesse caso, o algoritmo para a resolução pode ser replicado, portanto, para determinar a quantidade de senhas que podem ser formadas no mesmo tabuleiro, se dispomos agora de apenas quatro cores, basta multiplicar as possibilidades disponíveis para cada casa. Então, 4 possibilidades na primeira casa, 3 possibilidades na segunda casa, 2 possibilidades na terceira casa e, por fim, 1 possibilidade na quarta casa, resultando em 24 senhas distintas.

Quanto aos problemas que julgamos serem melhores associados às situações combinatórias *Condicionais,* o que deve ser mobilizado pelo sujeito diz respeito à percepção das características que exigem os diferentes posicionamentos e ordenamentos dos elementos do conjunto. Nesse sentido, destacamos a situação que exige a cor amarela na primeira posição da senha, ou seja, para realizar o cálculo que determina essa quantidade, devemos levar em conta apenas uma possibilidade na primeira casa, obtendo assim: 1 possibilidade para a primeira casa, 5 possibilidades para a segunda casa, 4 possibilidades para a terceira casa e 3 possibilidades para a quarta casa, resultando em 60 senhas distintas que podem ser formadas a partir dessa configuração.

Cabe salientar que existem, para além dessas construções, diferentes formas de expressar a resolução das tarefas propostas e discutidas ao longo deste capítulo, que dependem do nível de escolarização e da formalização do tratamento matemático que possuem os sujeitos. Por exemplo, para os estudantes do ensino médio, talvez convenha utilizar as fórmulas da Análise Combinatória (arranjo, combinação e permutação simples e com repetição) para resolver estas situações. Em contrapartida, crianças mais jovens podem preferir listar as possibilidades usando o próprio tabuleiro do jogo. A diversidade de invariantes operatórios que admitem ser aplicados contribuem, portanto, para o processo de construção do conhecimento matemático.

No próximo capítulo, nos dedicamos em expor as considerações finais sobre os resultados obtidos e explorados neste trabalho.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista atender ao objetivo geral e aos objetivos específicos da pesquisa aqui realizada, foi possível fornecer uma discussão das situações de Análise Combinatória presentes em alguns trabalhos que abordam o Jogo Senha como ferramenta para o ensino desse objeto do conhecimento matemático. Nesse sentido, para responder à questão norteadora que definiu nossos objetivos, nos concentramos em buscar trabalhos que apresentassem situações construídas a partir dos cenários do Jogo Senha.

Ao filtrar os trabalhos, procuramos as situações que puderam ser analisadas através dos significados de Análise Combinatória, tendo como foco as classificações propostas por Borba (2013) e Braz (2013). Para isso, fornecemos uma análise que permitiu justificar a escolha de cada significado atrelado à uma situação combinatória. Dando continuidade aos procedimentos metodológicos, para atender ao objetivo de investigar os possíveis invariantes operatórios que seriam mobilizados na resolução dos problemas encontrados, foi possível identificar diferentes algoritmos que podem ser utilizados na construção do raciocínio das questões propostas. Este fator é visto positivamente, levando em consideração os principais aspectos defendidos pela Teoria do Campos Conceituais, no que diz respeito à forma com que é dada a construção do conhecimento.

De maneira geral, partindo da construção dos capítulos anteriores, é possível perceber que as situações de Análise Combinatória extraídas do Jogo Senha e propostas pelos autores aqui mencionados se apresentam na maioria das vezes com a mesma estrutura, sendo identificadas como problemas de *Arranjos* (simples ou com repetição). O que as diferenciam umas das outras, na maioria das vezes, são os fatores *condicionais* de posição e ordem dos elementos. Assim, a partir das discussões que aqui foram levantadas, consideramos que é possível explorar os temas relacionados à Análise Combinatória ao se extrair situações do Jogo Senha, levando em consideração os diferentes tipos de situações combinatórias que podem ser mobilizadas na elaboração de problemas contextualizados.

Ressaltamos, por fim, a possibilidade de realização de pesquisas futuras atreladas ao tema aqui desenvolvido. É viável não só ampliar o número de situações a serem discutidas, bem como elaborar sequências didáticas a partir do Jogo Senha, que tenham como foco a delimitação de considerações acerca da aprendizagem dos estudantes sobre os conceitos da Análise Combinatória explorados por esse material didático. Ademais, é possível ainda ampliar a investigação para demais jogos, além do Jogo Senha, que exploram conceitos da Análise

Combinatória, buscando fornecer um enriquecimento aos recursos didáticos utilizados no ensino de Matemática.

## REFERÊNCIAS

AMBROZI, Luiz. **Jogos em uma sequência didática para o ensino de análise combinatória.** 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2017.

BARBOSA, Maria Luiza Souza Silvestre. **Análise combinatória em livros didáticos do ensino médio: um estudo à luz da teoria dos campos conceituais.** 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2025.

BASTOS, Antonio Carlos; LOPES, Jurema Rosa; VICTER, Eline das Flores. Reflexões acerca do ensino de Análise Combinatória no ensino médio. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática,** REnCiMa, v. 11, n.3, p. 330-344, 2020.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Vamos Combinar, Arranjar e Permutar: Aprendendo Combinatória desde os anos iniciais da escolarização. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba, PR, Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéa; AZEVEDO; Juliana. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **Boletim de Educação Matemática,** BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 1348-1368, dez. 2015.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; BRAZ, Flávia Myrella Tenório. O que é necessário para compreender problemas combinatórios condicionais?. Anais do III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017 (homologada 2017–2018). Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/.

BRAZ, Flávia Myrella Tenório. Problemas combinatórios condicionais: a influência dos invariantes na categorização dos diferentes tipos de problemas. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba, PR, Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 175 p. ISBN 978-85-224-3169-4. Disponível em: https://docentes.ifrn.edu.br/mauriciofacanha/ensino-superior/redacao-cientifica/livros/gil-a.-c.-como-elaborar-projetos-de-pesquisa.-sao-paulo-atlas-2002./at_download/file

GONÇALVES, Alex Rocha. **Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6° ano do Ensino Fundamental utilizando o Jogo da Senha.** 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

GONÇALVES FILHO, Humberto Silveira. **O jogo senha como recurso didático para o ensino dos métodos de contagem**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2016.

LÖSCH, Silmara; RAMBO, Carlos Alberto; FERREIRA, Jacques de Lima. A pesquisa exploratória na abordagem qualitativa em educação. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 18, n. 00, e023141, 2023.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia; NUNES, Terezinha, GITIRANA, Verônica. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**, 3ª Edição, Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2008.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera Lúcia; SANTOS, Aparecido dos. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Fortaleza. Anais [...] Fortaleza, 2012. p. 1-12.

MENEZES, Sabrina da Silva. **O Jogo Senha sob a perspectiva da metodologia Resolução de Problemas para o Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória e Probabilidade na EJA.** 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2023.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, João Bosco Pitombeira; CARVALHO, Paulo César Pinto; FERNANDEZ, Pedro. **Análise Combinatória e Probabilidade**, 9 ed. Rio de Janeiro – SBM, 2006.

NASCIMENTO, Daniele da Silva. **O uso da ludicidade para o desenvolvimento cognitivo: o Jogo Senha na Análise Combinatória.** 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Piauí, Teresina, 2022.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana.** Recife, v. 1, n° 1, 2010.

PESSOA, C; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4º série. **Zetetiké**, Campinas. v. 17, jan./jun., 2009.

REIS, Jonathan Cardoso. **O desenvolvimento do Raciocínio Combinatório a partir do conceito de Jogos Combinatórios: Uma proposta para aulas de Matemática.** 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019.

REIS, Ricardo, **Poesia***,* edição Manuela Parreira da Silva. Lisboa: Assírio & Alvim, 2000, p. 130.

ROCHA, C. **Formação Docente e o Ensino de problemas combinatórios: diferentes conhecimentos, diversos olhares.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SATO, Rodrigo Yugi Hirata. **Contribuições ao desenvolvimento do pensamento combinatório com o Jogo Senha: uma experiência a partir da semiótica.** 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

SILVA, Jhon Lourenço da. **Aprendendo e se divertindo com combinatória: uma proposta com uso do jogo master mind para anos finais do ensino fundamental.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

SILVA, Eriky César Alves da. **O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no ensino médio.** 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

SILVA JUNIOR, Clóvis Gomes; RÉGNIER, Nadja Acioly. Jogos como situação para aprendizagem segundo a teoria dos campos conceituais: o caso do pega varetas. In: SIPEMAT Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pernambuco, 2008.

SILVA JUNIOR, Rinaldo Inácio da. **O jogo da senha numérica: uma proposta para o ensino dos princípios multiplicativo e aditivo baseada na teoria dos registros de representação semiótica.** 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2024.

SILVA, Aparecida Francisco da; KODAMA, Helia Matiko Yano. Jogos no Ensino de Matemática. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA, 25 a 29 de outubro de 2004.

VASCONCELOS, Elisângela Fernanda Bezerra; CARVALHO, Lidiane Pereira; CORREIA, Lutero Bandeira. Jogo Senha como recurso para o ensino de Combinatória: proposta de sequência didática à luz da Teoria dos Campos Conceituais. *In:* ENCONTRO DE MATEMÁTICA DO IFPE CAMPUS PESQUEIRA, 2024, Pesqueira, PE. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1idliQ4vELQttHomniDQBbhTyyG6xCoIe/view. Acesso em: 02 dez 2025.

VERGNAUD, Gérard. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 1, 2019.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1.,1993, Rio de Janeiro, RJ. Anais [...]. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1993, p. 1-16.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. Recherches en Didactique de Mathématiques, vol 10, n°2.3, **Pensée Sauvage**: Grenoble, França. 1990, pp. 133-170.

VERGNAUD, G. **Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didático das Matemáticas.** 1996.