UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNITIVA

EVELINE VIEIRA COSTA

O desenvolvimento do processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula

Recife
2005

EVELINE VIEIRA COSTA

O desenvolvimento do processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula

Tese apresentada ao curso de Pós-graduação
em Psicologia Cognitiva da Universidade
Federal de Pernambuco para obtenção
do grau de Doutora em Psicologia Cognitiva.

Orientador: Luciano Meira
Co-orientadora: Maria Lyra

Recife
2005

Costa, Eveline Vieira
O desenvolvimento do processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula / Eveline Vieira Costa. – Recife : O Autor, 2005.
197 folhas : il., gráf., tab., fig.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CFCH. Psicologia, 2005.

Inclui bibliografia e anexos.

1. Psicologia cognitiva – Processos de comunicação. 2. Ensino de matemática – Relação professor-aluno – Sistema dinâmico – Dialogismo. 3. Significados matemáticos no discurso – Sala de aula – Negociação dos sentidos distintos. I. Título.

159.95: 37	CDU (2.ed.)	UFPE
153.6	CDD (22.ed.)	BC2005-595

FOLHA DE APROVAÇÃO

Eveline Vieira Costa

O Desenvolvimento do Processo de Comunicação dos Significados Matemáticos em Sala de Aula.

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco para obtenção do título de Doutor.
Área de Concentração: Psicologia Cognitiva

Aprovado em: 26 de julho de 2005

Banca Examinadora

Prof. Dr. Luciano Rogério de Lemos Meira
Instituição: U.F.PE Assinatura: Luciano Meira

Profa. Dra. Mª Clotilde Therezinha Rossetti-Ferreira
Instituição: USP Assinatura: M. C. R. Ferreira

Prof. Dr. Geraldo Alexandre de Oliveira Gomes
Instituição: UNIPE Assinatura: Geraldo Alexandre Gomes

Profa. Dra. Selma Leitão Santos
Instituição: U.F.PE Assinatura: Selma Leitão Santos

Prof. Dr. Jorge Tarcísio da Rocha Falcão
Instituição: U.F.PE Assinatura: Jorge Falcão

Em memória de meu pai

AGRADECIMENTOS

- Devo este trabalho a várias pessoas.
- A meus familiares e amigos. Cada um tem sua importância em cada passo dado.
- Ao meu orientador, a paciência na análise das inúmeras versões deste trabalho. Devo a ele sua crítica implacável a muitas palavras ditas “meio sem sentido”, que criticadas, puderam se transformar nesta versão final: a melhor que pude encontrar. Devo a ele, enfim, seu senso de responsabilidade acadêmica. Sem ele este trabalho não teria tomado o rumo que tomou.
- A minha co-orientadora, inspiradora, os poucos, mas alegres momentos que juntas tivemos o prazer de discutir o andamento deste projeto. Devo a ela o seu exemplo de amor ao trabalho acadêmico.
- A outros professores que entrei em contato e que foram importantes para mim, de uma forma ou de outra, nesta empreitada.
- Às minhas colegas de turma pelo companheirismo em momentos-chave do processo de condução deste curso. Pelas horas de lazer que passamos juntas em gostosos momentos de descontração. Em especial a Anginha, também, pela disposição em empreendermos “conversas acadêmicas”. E a todas as colegas com quem mantive contato durante o curso.
- Às meninas da secretaria pelo atendimento cordial e a Ivo.
- À CAPES pelo apoio financeiro...
- Agradeço a todos que contribuíram para este trabalho.

Interdito

Digo o que não sabia
Ser o que não digo
Palavras são ditas
E impressas, mas todavia

Digo o que não acredito
Exatamente poder dizer
Palavras são ditas
E revistas no (inter)dito

02/05/03 a 23/06/05

Resumo

COSTA, E. V. O desenvolvimento do processo de comunicação de significados matemáticos em sala de aula. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

Partindo do princípio de que cada um de nós possui um lugar de onde provêem nossas perspectivas sobre algo, este trabalho analisa as trocas discursivas entre um sistema dinâmico constituído pela relação professor-aluno. Nele consideramos os múltiplos aspectos ou elementos que influem uns sobre os outros ao longo do tempo irreversível nesta relação em particular. Desta forma os elementos não se mantêm constantes, mas mudam à medida que interagem no discurso. A concepção de linguagem que adotamos requer a sua compreensão como ação e não meramente como instrumento de representação da realidade. Desta forma este trabalho concebe o discurso como ato cognitivo, na medida em que analisa a atribuição de sentidos distintos aos significados, no caso, matemáticos, consagrados pela comunidade científica. Assim desfazemos a dicotomia cognição e comunicação na análise empreendida. Tal análise é realizada tendo por base o método micro-analítico, cujo critério adotado é o acordo e desacordo entre os participantes de um diálogo em sala de aula sobre os significados matemáticos. O diálogo gravado em vídeo pôde ser caracterizado em episódios com base em diferentes tarefas, ou em uma maneira diferente de enfocar a mesma tarefa em torno de um aspecto da questão focal. Complementarmente, utilizamos o método macro-analítico a fim procedermos a uma análise freqüencial dos acordos e desacordos e a uma análise conceitual, quando enfim, pudemos caracterizar os tipos de episódios. Por fim, verificamos de que modo um tipo de episódio predomina na *auto-organização do sistema* se constituindo um *atrator*. Os episódios puderam ser caracterizados em episódios de *explicação, problematização e abreviação*: O primeiro apresentou uma predominância de acordos, bem como explicações, sobre pontos relativos à questão focal, onde os significados foram estabelecidos. O segundo se caracterizou como aquele em que há um aumento do número de desacordos em relação aos episódios de explicação, bem como uma polaridade de sentidos distintos em torno de aspectos da questão. O terceiro foi caracterizado como aquele em que há um predomínio absoluto de acordos, bem como uma "síntese" de pontos divergentes anteriormente estabelecidos e trabalhados, tendo este se constituído em um *padrão de comunicação* considerado um *atrator do sistema*.

Palavras-chave: relação professor-aluno; significados matemáticos; comunicação.

Abstract

COSTA, E. V. The communication process development of the mathematics meanings in the classroom. 2005. Thesis (Doctoral) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

Starting from the principle that each of us possess a place from where to draw our perspectives on a subject, this work analyses the discursive exchanges between a dynamic system, constituted of the relationship professor-student, in which we've considered the multiple aspects or elements that exercise power over one another along the irreversible time in this particularly relation. In such way, the elements do not remain constants, but they move to the measure that interacts in the speech. The language conception adopted requires its comprehension as action and not merely as an instrument of reality representation. As shaped, this work conceives the speech as a cognitive act, in the way it analyses the attribution of distinct meanings to the significant, in this case, mathematics, consecrated by the scientific community. Thus, we undo the dichotomy cognition and communication in the undertaken analysis. Such case study is being held having for base the micro-analytical method, which adopted criterion are the agreements/disagreements between the participants of a classroom dialog on mathematics meanings. The videotaped dialog could be characterized in episodes based on different tasks or on a different manner of focusing the same task around an aspect of the focal question. Complementary, we've used the macro-analytical method with the purpose of proceeding a frequency analysis of the agreements/disagreements jointly with a conceptual analysis, when, at last, we could characterize the episode types. At last, we've verified in which way a type of episode predominates in the a*uto-organization of the system* if constituted as an *attractor*. The episodes could be characterized in episodes of *explanation*, *problem solving* and *abbreviation*: the first one presented a predominance of agreements, as well as explanations on relative points to the focal question, where the meanings are established. The second one characterized itself as the one in which there is an increase of the number of disagreements in relation to the *explanation* episodes as well as a polarity of distinct meanings around the aspects of the question. The third distinguished as the one in which there is an absolute predominance of agreements, as well as a "*synthesis*" of divergent points previously established and worked, having this constituted into a *pattern of communication*, being considered a *system attractor*.

Keywords: *relationship professor-student; math meanings; communication.*

Sumário

Prefácio

O presente trabalho possui um caráter que é próprio de uma tese. Trata-se de certa dose de romantismo aliada a um senso de responsabilidade que lhe imprime urgência, dado o prazo estabelecido para a sua operacionalização final. O romantismo diz respeito à idéia original, que foi devidamente posta de lado, de fazer uma análise que levasse em conta a forma como se dá a apropriação do conhecimento matemático em sala de aula.

A inadequação vem do sentido dado ao conceito de apropriação como a internalização de algo no sujeito. A cognição teria que ser vista tanto como uma capacidade subjetiva quanto como algo produzido nas relações. Ou seja, dependente da qualidade destas. Com o tempo, os problemas concernentes à idéia da apropriação como um mecanismo que ocorre no sujeito foram levando a dificuldades cada vez maiores, não só conceituais como metodológicas. Neste caso, seria preciso rastrear sujeitos particulares e sua aprendizagem de um conteúdo.

Sendo assim, ao nos deparar com o contexto de sala de aula, mais especificamente as trocas discursivas entre os sujeitos da situação didática, adotamos uma metodologia de trabalho limitando-nos a estabelecer de início a pergunta possível de ser respondida de forma clara. Assim, chegamos à seguinte pergunta: *como se dá o processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula?* Para respondê-la deixamos de lado, portanto, todas as questões referentes a como os sujeitos se apropriam deste conhecimento, ou seja, tudo que diz respeito à aprendizagem no sentido tradicional.

A importância deste trabalho consiste em apresentar ao leitor uma forma de olhar a caoticidade da sala de aula de maneira que se possa atribuir certa regularidade na comunicação estabelecida entre os sujeitos da situação didática. Para tanto, além de considerar as aulas como um processo, nos deparamos com a difícil tarefa de elaborar uma análise que desse conta da relação professor/aluno como um sistema dinâmico. Para a realização desta tarefa, nos inspiramos no modelo EEA (FOGEL; LYRA; WINEGAR, 1997; LYRA, 1997; LYRA, 1998; LYRA, 2000; LYRA; ROAZZI; LEITE, 1999) que será descrito detalhadamente no *Capítulo II*.

Acreditamos que a importância de encontrar regularidades nas trocas discursivas entre professor/aluno permite que se possa falar em generalidade, buscando em cada novo sistema estudado o que chamamos de padrões de comunicação, desta forma, não perdendo de vista o valor normativo que faz jus ao caráter científico do trabalho.

Desde que o sujeito, seu desenvolvimento cognitivo, se constitui nas relações, estudar a comunicação que se desenvolve no lugar próprio onde se apela ao caráter cognitivo (uma sala de aula) é de suma importância, principalmente quando não se coloca esta capacidade cognitiva como algo que o sujeito possui, mas que se estabelece e desenvolve na comunicação face-a-face ou com o Outro imaginário.

Delimitado, então, o corte metodológico estabelecido para a realização do trabalho, o problema que se apresentou de forma clara foi encontrar dentre as perspectivas teóricas na psicologia aquelas que pudessem contemplar os seguintes aspectos: 1) considerar a relação professor/aluno como um sistema dinâmico que contemple as trocas discursivas sobre os significados matemáticos; 2) especificar a concepção de comunicação e linguagem; 3) considerar a sala de aula e mais especificamente a sala de aula de matemática onde ocorre a negociação dos significados matemáticos; e finalmente 4) estabelecer níveis de análise que dessem conta da elaboração do fenômeno.

A fim de situar o leitor dentro da perspectiva em que o trabalho se insere, elaboramos umas *Considerações Iniciais* (*Capítulo I*), deixando claro o que aludimos com o título do mesmo. Nestas, fizemos considerações a respeito da perspectiva dialógica que norteia nossa compreensão de ciência. Em seguida, abordamos nos quatro capítulos seguintes, respectivamente: 1) A perspectiva dos *Sistemas Dinâmicos* (*Capítulo II*) que está diretamente relacionada com a metodologia adotada; 2) *Comunicação e Linguagem* (*Capítulo III*); 3) *A sala de aula e a negociação de significados da sala de aula de matemática* (*Capítulo IV*); e 4) O *Método* (*Capítulo V*), onde é justificada a importância do método micro e macro-genético. Neste, é dito como se deu a videografia e os passos que foram dados na análise (*o procedimento da análise videográfica).*

No *Capítulo VI* informamos os *Resultados* com base na análise macro-genética efetuada. Por fim, nas *Considerações Finais* (*Capítulo VII*) expusemos uma síntese das considerações teóricas adotadas que deram suporte ao método empregado, relacionando-as aos resultados alcançados, e a sua projeção no futuro.

Capítulo 1
Considerações iniciais

Estas considerações iniciais têm o objetivo de explicar o título do trabalho escolhido não por acaso. Vamos dividi-la em duas partes: a primeira fará considerações em torno do que significa analisar o *processo de comunicação*, enquadrando a pesquisa dentro de uma determinada vertente da psicologia e suas implicações; e a segunda fará considerações em torno da *comunicação dos significado*s. Quanto à questão da sala de aula, ou seja, da *comunicação dos significados matemáticos na sala de aula*, porém, iremos tratar no *Capítulo IV* onde abordaremos a sala de aula, e mais especificamente a sala de aula da matemática, como uma prática situada.

Este trabalho se insere numa perspectiva eminentemente sócio-histórico-interacionista. Nomes como Vygotsky, Volosinov/Bakhtin, Linell, Markovà, Foppa, Rommetveit, Wertsch, Valsiner e muitos outros, fazem parte do arcabouço teórico que consultamos a fim de encontrar uma coerência na nossa compreensão de uma abordagem que permita considerar o fenômeno investigado como um processo, no qual as mudanças ocorridas não derivam de um simples determinismo das formas socialmente estabelecidas e internalizadas pelo sujeito, ou, por outro lado, um determinismo advindo de algo pré-determinado em suas "estruturas internas".

Dentro desta perspectiva teórica, o trabalho parte de alguns axiomas (VALSINER, 1997), através dos quais estabelecemos oito pressupostos em que este trabalho se baseia, e que buscam esclarecer nosso ponto de partida: 1) acreditamos que o meio-ambiente no qual uma relação se desenvolve é estruturado de forma organizada. Isto não significa que seja estático, mas que as mudanças também obedecem a certa organização histórica. Compreender a forma como este meio-ambiente se organiza faz parte da análise da relação professor/aluno (a organização da sala de aula é abordada no *Capítulo IV*); 2) partimos do princípio que os sujeitos das relações partem, por sua vez, de uma visão pessoal e única pela qual buscam compreender o mundo de uma forma abrangente, ou seja, a forma como os sujeitos se posicionam em uma relação é sempre influenciada pela maneira pessoal com a qual os sujeitos vêem o mundo. Mas, 3) esta visão pessoal é estruturada culturalmente a partir da mediação semiótica que utiliza o sistema de signos encontrados em uma determinada sociedade, através dos quais a construção de significados e as ações dos sujeitos no mundo é regulada; 4) esta atribuição de significados é realizada com o Outro presencial ou não, ou seja, se dá sempre dentro das relações; 5) acreditamos que todo evento psicológico é processual, isto é, sofre a ação do tempo irreversível, de forma que cada evento é único e insofismável; e 6) que o processo de relações é um sistema aberto que inclui sempre a presença do novo e desta forma não pode se deixar prender a teorias teleológicas cujo resultado final é previamente estabelecido, mas que 7) existe sim, uma determinação/indeterminação que faz parte do sistema como uma relação dialógica que produz uma tensão que o movimenta; e 8) que nesta determinação/indeterminação os elementos do sistema co-atuam produzindo a mudança, não importando se são extrínsecos ou intrínsecos ao mesmo.

1.1 – O processo de comunicação

Partindo destes princípios podemos falar, então, de comunicação. Na história da ciência, alguns nomes foram importantes para estabelecê-los. A começar do início, podemos citar Heráclitus, como um pré-socrático que trouxe a idéia de linguagem como movimento, processo, mudança, enfim, ação. Neste caso, a oralidade predominava nas relações e se torna mais óbvio falarmos em diálogo. Diálogo pode ser entendido conforme Marková (1990a) e Linell (1998) como a relação estabelecida face-a-face.

Com o advento da escrita, Aristóteles trouxe o rigor para dentro da ciência, o método, a formalidade, a lógica formal, os silogismos, a expressividade. Linell (1998) afirma que Heráclitus trouxe a idéia da linguagem como ação, como discurso, e Aristóteles a idéia da linguagem como estrutura e como forma. É a partir destas duas concepções de linguagem que derivam o que estes autores chamam de dialogismo e monologismo, respectivamente.

"Dialogismo é uma abordagem epistemológica que estuda a mente e a linguagem como um fenômeno histórico e cultural[1]" (MARKOVÀ, 1990a, p. 4). Isto significa dentre outras coisas: 1) uma abordagem que trata sempre do aspecto relacional, seja do ponto de vista inter ou intra-mental. Como conseqüência 2) o discurso é sempre dirigido a um Outro real ou imaginário; 3) todo ato comunicativo possui um caráter iniciatório do discurso (no nosso caso constituindo-se quase sempre em uma pergunta) e um caráter responsivo do discurso (uma resposta) ao Outro; 4) a linguagem não pode ser compreendida sem a análise do sujeito que discursa, ou seja, a linguagem é vista como a ação de um sujeito sobre Outro ou vários Outros; 5) o caráter estrutural da linguagem e o caráter prático co-determinam um ao outro.

---

[1] Tradução livre do fragmento de texto: "Dialogism is an epistemological approach to the study of mind and language as historical and cultural phenomena." (MARKOVÀ, 1990, p. 4).

Linell (1998) cita alguns nomes da história que partiram desta perspectiva, como Giambattista Vico, Diderot, Humboldt e Kant, que influenciou Bakhtin (HOLQUIST, 1990). Ele analisa algumas tradições teóricas, tais como a fenomenologia de Husserl, Heidegger e Merleau-Ponty, que abordam a questão do discurso do sujeito, partindo de um ponto de vista pessoal e único, gerado a partir de como o sujeito vê o mundo, criando múltiplas realidades; a tradição pragmatista de Peirce, James, Dewey e Mead que abordam entre outras coisas a "gradual emergência dos significados" (LINELL, 1998, p. 43) na comunicação, ou seja, a idéia de que o pensamento se materializa na palavra como afirma Vygotsky (2000, 2001); a tradição simbólico-interacionista de Mead, que elaborou o modelo dos três passos mínimos para a compreensão de uma interação comunicativa, revisado por Marková (1990b), onde "A" indica uma compreensão através de uma sentença; "B" indica sua compreensão sobre "A", em uma ação responsiva; e "A" reage à resposta de 'B", com outra ação, ou sentença. Em uma abordagem monológica, ao contrário, cada sentença é vista *como se possuísse* um *sentido de acabamento* (BAKHTIN, 2000) suficiente para a sua compreensão.

O monologismo "parte do princípio da linguagem como estrutura, como norma, como um sistema estático de signos"[2] (MARKOVÀ, 1990a, p. 5). Desta forma a linguagem não é vista como ação e, portanto, há uma dicotomia entre o pensamento e a linguagem, ou seja, a cognição e a comunicação. Partindo deste princípio, Linell (1998) relaciona três direções teóricas que se inserem na perspectiva monológica, são elas: o processamento de informação, o modelo de comunicação tradicional e o modelo de linguagem como estrutura.

O primeiro exemplo de monologismo, a teoria do processamento de informação, tradicionalmente (na concepção simbólica) é uma teoria onde a troca com o meio não é o foco de

---

[2] Tradução livre do fragmento de texto: "Monologism takes as its starting point language as a ready-made, normative and static system of signs". (MARKOVÀ, 1990, p. 5).

análise. A informação é processada dentro da mente. O meio entra apenas como gerador de *inputs*. A mente é analogamente vista como uma máquina que responde através de *outputs.* O que acontece como processamento interno é no máximo visto como qualidades representacionais de diferentes *inputs* ou de um mesmo *input*, e o processo nestes estudos tradicionais, é visto como algo que ocorre dentro da mente, onde a relação entre o *input* e o *output* não é o alvo de problematização em pesquisas e, mesmo quando isso ocorre, o *output* é considerado apenas uma conseqüência do *input* e tanto um como o outro não são considerados como uma relação mediada pela cultura. Visa-se analisar o que entra como informação tendo em vista o que sai ou vice-versa. A cognição é vista como uma construção simbólica dentro da mente que produz respostas (*output)* análogas a um programa computacional.

Considerar o cognitivismo como uma perspectiva monológica e se posicionar como não-cognitivista não implicam em negar processos cognitivos como o pensamento e a memória, por exemplo, mas apenas negar que estes processos ocorrem exclusivamente numa perspectiva individual e representacional. A perspectiva analógica, não-cognitivista, como o conexionismo, por exemplo, que combina o dialogismo com o processamento individual de informação não é, obviamente, a tradicional teoria do processamento de informação a qual o autor se refere.

Outra vertente teórica citada pelo autor é o modelo tradicional de comunicação através do qual os indivíduos são vistos como agentes independentes, onde a intenção de um é passível a priori de ser capturada em sua integridade. Isto implica que a comunicação é estudada parte por parte, como se uma sentença fosse suficiente para a compreensão do que se quer dizer. Assim temos apenas dois passos: o que se quer dizer e a compreensão exata do que se quer dizer. A idéia é que dependendo da capacidade do emissor, a mensagem será apropriada pelo segundo de forma como o primeiro anteriormente pensou e posteriormente a expressou. Se o receptor não compreendeu a mensagem tal qual foi proferida, diz-se que ocorreu um “ruído” na comunicação.

Se, pelo contrário, o receptor compreendeu a mensagem, irá produzir uma resposta para o primeiro emissor que a compreenderá e responderá, por sua vez, ao segundo e assim indefinidamente. O "ruído" ou a falta de compreensão da intenção de um dos falantes é visto como algo não esperado, ou como uma incompetência dos interlocutores. No dialogismo, por outro lado, os interlocutores não são independentes, mas co-autores de uma mensagem que é produzida no diálogo entre eles.

A terceira direção teórica que Linell (1998, p. 26) toma como exemplo de monologismo é o modelo da linguagem como estrutura:

> Monologismo é baseado no modelo do código lingüístico. Todas as partes essenciais do sistema lingüístico, como um todo, são internalizadas pelos falantes, se constituindo em competências lingüísticas. A linguagem provê o indivíduo que fala com as palavras e as construções e, como conseqüência, ele pode dispor destas unidades e regras lingüísticas na cognição e na comunicação. A linguagem conceitualizada como estrutura (mais do que como prática) necessariamente aparece antes da prática lingüística. De fato, a comunicação é vista como o "uso da linguagem"; a lógica é que o código, que é usado deve existir antes de poder ser usado.[3]

É sabido que o modelo da comunicação tradicional afirma que nada mais existe entre o emissor e o receptor da mensagem, além desta propriamente dita. Esta parece possuir um sentido intocado, acabado e pronto, mesmo antes de ser expressa, ao ser representada na mente do emissor. Este constrói o conteúdo, independentemente de quem o ouve, ou seja, de para quem está sendo dito. Desta forma, uma mensagem dita para uma pessoa não muda nada se for dita para outra pessoa. A mensagem existe independente do sujeito que a escuta. Neste sentido há uma absoluta dicotomia cartesiana entre a cognição e a comunicação (MARKOVÀ, 1990a).

A esta altura do texto o leitor mais crítico pode estar se perguntando se não estamos fazendo tal dicotomia descrita acima entre os processos comunicativos e cognitivos, como

---

[3] Tradução livre do fragmento de texto: "Monologism is based on a code model of language. All essential parts of whole language system are assumed to be internalized by the individual speakers, thus constituting their "linguistic competence. Language provides the individual speaker with the words and constructions, and as a consequence, he can deploy these linguistic units and rules in cognition and communication. Language conceptualized as structure (rather than practice) necessarily comes "before" it can be used. (LINELL, 1998, p. 26).

processos inter e intra-mentais. Pelo fato de não termos trabalhado a aprendizagem no sentido tradicional, será que a aprendizagem ocorreu? Queremos argumentar que os processos cognitivos encontram-se presentes na comunicação estabelecida nas salas-de-aula e eles são possíveis, por exemplo, através da comunicação entre o professor e os alunos. Analisando o processo de comunicação dos significados matemáticos, estamos o tempo inteiro dando forma a como este é significado e re-significado em um jogo de sentidos, onde ocorre o afastamento e a aproximação em relação às convenções matemáticas. Porém, a aprendizagem no sentido tradicional, ou seja, como algo unicamente da esfera do sujeito, não será investigada. No entanto, queremos deixar claro que o que entendemos por aprendizagem é exatamente a mudança de sentidos dados aos elementos matemáticos *nas relações* através dos quais há uma re-significação dos significados no jogo de negociação de sentidos distintos que será objeto de análise no *Capítulo IV*, no tópico “A negociação de significados nas salas de aulas”.

Desta forma, ficamos inteiramente à vontade para falar de comunicação, desde que toda ela envolve a atribuição de sentidos e significados a algo estabelecido nas relações. Em um estudo que se proponha destacar a cognição mais especificamente, o importante é que seja considerada como constituída *nas* relações e não apenas facilitada *pelas* relações; o importante é que se busque entender como nas relações ela é estabelecida.

O estudo do sujeito isolado das relações inter-pessoais, dos artefatos culturais e da atividade na qual está inserido dentro de uma instituição, não permite a compreensão do sujeito concreto, mas pode ser considerado um estudo onde o sujeito aparece abstraído da sua relação com a cultura (sujeito epistêmico) *na qual* vive, transforma, e *com a qual* é transformado num diálogo constante. A cultura é aqui entendida como tudo que possui um caráter histórico: as relações inter-pessoais, os instrumentos materiais e simbólicos, e as instituições sociais.

A maior crítica que se faz a abordagens monológicas é, em suma, o fato de não se ter o foco nas trocas realizadas entre o sujeito e o contexto, este último entendido aqui como localmente emergente, ou seja, como aquele é produzido quando o fenômeno é investigado. A linguagem é vista como estrutura e não como ação. A mente passa a ser apenas o cenário de representações da realidade exterior. Baseado na dicotomia explicitada entre o pensamento e a linguagem, isto implica que a linguagem expressa o que já está presente na mente como grande geradora de cognição e informações. Assim, existe uma diferença entre abordagens de processos como percepção, atenção, memória, raciocínio lógico e aprendizagem, por exemplo, conforme se alude aos problemas numa ou noutra perspectiva. Na perspectiva em que se insere este trabalho todos esses processos são processos discursivos, mediados pela cultura, conforme acima descrita.

Este trabalho visa analisar exatamente o diálogo, as trocas, as relações inter-pessoais comunicativas que ocorrem na sala de aula, sem, contudo se preocupar com "o que fica no sujeito", visto que isto constituiria outro momento de análise, outro momento específico de produção dialógica. Não que o sujeito não leve nada das relações estabelecidas mas, pelo contrário, o que existe "no sujeito" é mediado pelo contato com o Outro real ou imaginário, pelos artefatos materiais e simbólicos, ou seja, por tudo que possui um caráter histórico ou cultural. Portanto, vamos nos limitar aqui à análise da produção dos significados matemáticos na comunicação entre "dois" sujeitos: o professor e os alunos como um sistema dinâmico.

Deixando claro o que entendemos por comunicação, isto é, uma relação na qual os sentidos vão sendo construídos, passaremos a expor o que queremos dizer quando falamos de comunicação dos significados, aludindo aos conceitos de sentido e significado.

1.2 – A comunicação dos significados

O significado se refere a algo que possui um *status* que supera o sentido dado a algo em uma relação estabelecida. O sentido, por outro lado, está preso à relação. Ele só faz sentido dentro de uma determinada relação estabelecida num momento dado. Assim é que, por exemplo, posso perguntar a alguém do meu lado se ela gosta de chocolate. A resposta dada pode ser "meso". Por sua vez, ela pode me perguntar se já terminei o trabalho hoje e posso também responder "meso". "Meso", neste caso, pode estar sendo negociado entre nós duas como "mais ou menos", mas procurando o seu significado no dicionário, descobrimos que meso tem o significado de "meio", ou seja, algo que está a meio termo entre dois parâmetros. O sentido dado de "mais ou menos", por sua vez, não é totalmente distante do significado no dicionário. Em suma, o sentido é algo que se difere do significado por uma conotação situacional.

Vygotsky faz exatamente esta distinção entre sentido e significado, onde o sentido é entendido como

> [...] um todo complexo, fluido e dinâmico, que tem várias zonas de estabilidade desigual. *O significado é apenas uma das zonas do sentido, a mais estável e precisa. Uma palavra adquire o seu sentido no contexto em que surge: em contextos diferentes, altera o seu sentido. O significado permanece estável ao longo de todas as alterações do sentido.* O significado dicionarizado de uma palavra nada mais é do que uma pedra no edifício do sentido, não passa de uma potencialidade que se realiza de formas diversas na fala (VYGOYSKY, 1991, p. 125, itálico nosso).

Bakhtin, por sua vez, faz uma distinção entre sentido (ou tema) e significação:

> Vamos chamar o sentido da enunciação completa o seu tema... O tema da enunciação é na verdade, assim como a própria enunciação, individual e não reiterável. Ele se apresenta como a expressão de uma situação histórica concreta que deu origem à enunciação. A enunciação: ´Que horas são?´ tem um sentido diferente cada vez que é usada e também, consequentemente, na nossa terminologia, um outro tema, que depende da situação histórica concreta (histórica, numa escala microscópica) em que é pronunciada e da qual constitui na verdade um elemento[...]
> [...] Além do tema, ou, mais exatamente, no interior dele, a enunciação é igualmente dotada de uma significação. Por significação, diferentemente do tema, entendemos os elementos da enunciação que são reiteráveis e idênticos cada vez que são repetidos [....] (BAKHTIN, 1995, p. 128-129)

Com base nos estudos realizados por estes dois autores, podemos entender que a diferença entre sentidos e significados em Vygotsky refere-se "ao que é dito"; tendo o sentido, um caráter emergente que se estabelece nas relações; e o significado, o caráter estável e socialmente estabelecido, como um parâmetro (por exemplo, a palavra dicionarizada) que subsiste à relação.

Complementarmente, Bakhtin, ao distinguir sentido (ou tema) de significação, aborda a questão do ponto de vista lingüístico, em relação ao "como é dito". Neste caso, o sentido refere-se ao caráter pessoal com o qual o sujeito enuncia algo (por exemplo: *que horas são?* – dita diferente toda vez que é proferida). Ainda, além do caráter pessoal, importa o dia, a hora, a época, etc., em que é dita. Em contraste, a significação refere-se ao caráter estrutural do enunciado, que permanece estável ("Que horas são?" Possui a mesma estrutura seja qual for o contexto em que é proferida ou o seu autor).

Estes dois autores dão suporte para atribuir ao livro didático da nossa sala de aula uma função semelhante a um dicionário de língua em relação aos significados ou significações dos teoremas, axiomas e objetos matemáticos. Com base, tanto no primeiro como no segundo, é que podemos perseguir os sentidos que emergem através dos enunciados explicitados pelos participantes do sistema estudado, podendo ser caracterizados como a passagem onde "'a palavra do outro' [do livro texto, do professor] se transforma, dialogicamente, para tornar-se 'palavra-pessoal-alheia' com a ajuda de outras 'palavras do outro', e depois, palavra pessoal (com, poder-se-ia dizer, a perda das aspas)." (BAKHTIN, 2000, p. 405-406). Este trabalho analisa este processo de produção dos significados através de sentidos presos à relação professor-aluno visto como um sistema dinâmico.

Capítulo 2
Sistemas Dinâmicos

Estudos que abordam os fenômenos como sistemas dinâmicos podem ser concebidos como pertencentes a uma "perspectiva teórica" (LEWIS, 2000) ou a uma "meta-teoria" (THELEN; SMITH, 1995), dentre as várias formas como esta abordagem é considerada.

Abordar um fenômeno como um sistema não é necessariamente abordar um fenômeno como um sistema dinâmico. De acordo com van Geert (2003):

> Um sistema é basicamente uma coleção de fenômenos, componentes, variáveis ou qualquer termo dentro do universo discursivo que nos interesse empregar. Esta coleção é um sistema na medida em que seus componentes se relacionam um com o outro. Isto é um sistema dinâmico se seus componentes afetam e mudam um ao outro ao longo do tempo. (VAN GEERT, 2003, p. 655)[4].

Temos dois aspectos a ressaltar com base nesta citação. A primeira é sobre as relações entre os componentes do sistema. Não se trata de uma relação de causa e efeito, variáveis independentes influindo em variáveis dependentes, mas de mútua ação de uma variável sobre a outra de forma que as duas variáveis se transformam ao longo do tempo.

O segundo aspecto a ressaltar desta citação é a questão do tempo que influi no desenvolvimento do sistema. Abordar um fenômeno como um sistema dinâmico implica em

[4] Tradução livre do fragmento: "A system is basically any collection of phenomena, components, variables or whatever that we take from our universe of discourse that we are interested in. This collection is a system in as much as its components relate to one another. It is a dynamic system if its components affect and change one another in the course of time". (VAN GEERT, 2003, p. 655).

considerá-lo em sua dinâmica, ou seja, considerá-lo como aquele que muda ao longo do tempo. O *tempo irreversível* (VALSINER, 1986) é, portanto, o fator que integra a mudança ocorrida dentro do sistema. A mudança que o sistema apresenta ao longo do seu percurso é o que esta perspectiva busca compreender.

2.1 - A mudança dentro do sistema e seus fatores emergentes

De acordo com esta perspectiva, tem-se, então, um fenômeno que muda ao longo do tempo irreversível (VALSINER, 1986). Busca-se analisar *como* ocorre a mudança do sistema. A mudança do sistema não pode ser determinada por algo pré-existente como, por exemplo, compreendem as perspectivas inatistas ou racionalistas. Nem tampouco, a forma como o sistema se constituirá ao longo do tempo pode ser determinada pelas variáveis vindas de fora dele como, por exemplo, compreende as abordagens que vêem na aprendizagem tradicional (de fora para dentro) o fator determinante da mudança.

A mudança do sistema é emergente, ou seja, ela se manifesta ao longo do seu percurso. Não há "o(s) fator(es)" que a determine. O que faz emergir uma mudança é a forma como os elementos do sistema se organizam, modificando-se ao longo do tempo e influindo um sobre o outro de forma recíproca.

Algumas teorias que se chamam interacionistas, ou seja, que consideram a interação dos elementos intrínsecos e extrínsecos como determinantes do processo, da mesma forma, não contemplam a mudança como *emergente*, ou seja, como algo que resulta da organização própria do sistema que permite compreender o surgimento do novo. Em relação à teoria piagetiana, Fogel e Thelen (1987) afirmam que esta "... falha em explicar como a equilibração pode induzir novas formas que não estão, de algum modo, já pré-determinadas na estrutura do organismo ou na função dos invariantes". (FOGEL; THELEN, 1987, pág. 747)[5].

A mudança dentro do sistema leva em consideração o fato dele ser aberto ao ambiente em que existe. Isto não significa que os elementos extrínsecos a ele podem ser a causa de determinadas formas de organizações. Pelo contrário, os elementos de fora do sistema possuem o mesmo *status* que os elementos internos ao sistema. Isto ocorre porque, enquanto sistemas abertos, os elementos de fora e de dentro não precisam ser caracterizados enquanto tais, desde que, influindo um sobre o outro, e vice-versa, esta relação passa a conduzir o sistema, que por sua vez se insere em outro sistema maior, indefinidamente. Desta forma, não faz sentido identificar quais elementos influem no sistema, uma vez que todos os elementos exercem uma influência, uns sobre os outros. Isto significa falar sobre o caráter emergente do sistema que implica uma indeterminação, por exemplo, dos "padrões de comunicação" que emergem ao longo do tempo. A forma como as múltiplas variáveis se organizam para resultar em um padrão podem produzir caminhos diversos, inclusive aquele pelo qual o sistema efetivamente seguirá; será atraído.

2.2 - Os atratores do sistema

Quando isso acontece, ou seja, quando se pode caracterizar uma região peculiar em torno da qual o sistema se equilibra, diz-se que esta região é um *atrator* do sistema. Atrator do sistema implica, então, uma forma peculiar de organização que o sistema assume num determinado momento de sua auto-organização. O mesmo sistema, ao longo do seu desenvolvimento, pode se organizar em torno de sucessivos atratores como determinados modos específicos de equilíbrio.

[5] Tradução livre do fragmento de texto: "[...] fail to explain how equilibration can induce novel forms that are not already somehow contained in the organism´s structure or in the invariant functions". (FOGEL; THEKEN, 1987, pag. 747).

Conhecer a forma peculiar pela qual um tipo de sistema (por exemplo, a comunicação na sala de aula) é atraído possibilita a busca deste atrator em estudos de casos posteriores, onde através de estabilidades e instabilidades advindas da co-ação dos seus elementos, pode-se prever a mesma auto-organização do sistema. No entanto, a forma peculiar como os elementos agem uns sobre os outros sempre dá margem à novidade relativa a cada caso estudado.

A forma como o sistema é atraído, decorrente da constituição e disposição dos múltiplos elementos que se organizam de forma peculiar influindo uns sobre os outros, muda ao longo do tempo, quando o sistema passa de uma fase de transição como um estado de equilíbrio no qual o sistema se sustentava anteriormente, para outra fase. O atrator pode ser considerado, então, uma fase de transição; um momento de maior equilíbrio; de quase-estabilidade; ou um padrão.

2.3 - A auto-organização do sistema

Os momentos de equilíbrio e desequilíbrio, ou estabilidade e instabilidade caracterizam a auto-organização do sistema. A mudança ocorre a partir da organização e re-organização constante das inúmeras variáveis que fazem parte dele. Por um lado, nos estados de equilíbrio durante o desenvolvimento, o sistema se organiza de uma forma que pode ser caracterizada como uma quase-estabilidade (LYRA, 1998 2000). Isto implica em dizer que macro-analiticamente podemos perceber os períodos de equilíbrio como um "estágio", ou um padrão, porém micro-analiticamente, o sistema pode apresentar flutuações ou variações, embora tais variações sejam consideradas como fazendo parte do mesmo padrão. Daí o nome quase-estabilidade. Por outro lado, ocorrem as mudanças de padrões, quando as flutuações não podem ser absorvidas pela organização anterior. A auto-organização envolve a busca de como estes padrões se organizam ao longo do desenvolvimento do sistema. Estes padrões são considerados estados de maior equilíbrio. Tanto os estados de equilíbrio quanto os estados de desequilíbrio, produzem a auto-organização do sistema, com crescente complexidade entre os seus elementos.

2.4 - Estudos na área da comunicação

Dentro da perspectiva dos sistemas dinâmicos foram produzidos trabalhos que tratam da compreensão da comunicação da criança nos primeiros anos de vida (FOGEL; THELEN, 1987; LAVELLI; FOGEL, 2002; FOGEL; LYRA, 1997; LYRA, 1999; LYRA; WINEGAR, 1997; LYRA, 2000; LYRA, submetido'a' e submetido ´b´).

Dentre os trabalhos citados consideramos de fundamental importância para este trabalho, devido à analogia que será feita, o trabalho desenvolvido por Lyra que trata da relação mãe-bebê, do primeiro ao oitavo mês de vida. Nos interessantes trabalhos produzidos pela autora, a unidade de análise é a relação histórica criada entre mãe-bebê. O que se depreende como de fundamental importância para nós são três coisas: i) a mãe não aparece como mera facilitadora para que o bebê execute a relação dialógica, e ii) o bebê não é estudado isolado da relação estabelecida com a mãe. Como conseqüência, iii) a ação do bebê de responder, seja através do olhar, por exemplo, seja através da apreensão do objeto, se dá na relação dialógica estabelecida entre ambos. Isto significa que o bebê não age ao acaso, mas a sua ação depende desta relação.

Este processo comunicativo é caracterizado através de três conceitos distintos: *Estabelecimento, Extensão* e *Abreviação* (EEA). Estabelecimento é, como o próprio nome indica, aquele que estabelece a coordenação de ações na relação, que cria um sistema dinâmico e co-regulado entre mãe-bebê. É o estabelecimento de um acordo sobre um ponto de partida para uma possível interação: o início de um diálogo. A díade escolhe alguns elementos ao invés de outros para uma interação futura. Estes aspectos que a díade escolhe são vistos como figura enquanto os outros aspectos preteridos são vistos como o fundo no qual as ações escolhidas como figura são coordenadas. O aspecto a ser escolhido pela díade é capturado pelo observador com base no desenrolar histórico de como tal aspecto foi trabalhado pela díade no decorrer do tempo. Por exemplo, pode a mãe colocar o bebê deitado em frente a ela, beijar o bebê, falar com ele, porém, o estabelecimento do olhar entre ambos se constitui em um movimento que percorrerá todas as futuras ações, sendo, desta forma, considerado a figura, ou aspecto que está sendo considerado como o estabelecimento de um diálogo mãe-bebê.

A extensão permite a criação de ações intermediárias de aproximações e distanciamentos em relação ao que é colocado como destaque, ou figura, no estabelecimento (LYRA; ROSSETTI-FERREIRA, 1995; LYRA; WINEGAR, 1997). No exemplo acima, tendo estabelecido o olhar como figura, agora no período de extensão, podem ocorrer várias ações como troca de sorrisos, vocalizações, diferentes toques entre os parceiros, movimentos de pernas e braços, etc., enquanto o contato do olhar permanece como um pano de fundo.

O terceiro e último período de equilíbrio, a abreviação, é aquele onde há a confluência das diversas ações anteriormente exploradas. Este é o momento no qual as atividades compartilhadas no período anterior de extensão são encapsuladas e a díade mãe-bebê executa brevemente a ação, cujo significado já foi historicamente negociado, de forma rápida e ajustada. Neste momento, a relação mãe-bebê pode tornar-se bastante criativa. Trata-se de um nível de complexidade superior, onde ocorre como que uma síntese das ações anteriormente trabalhadas no período de estabelecimento e extensão. Por exemplo, o bebê pode olhar para a mãe, vocalizar algo e mover seus braços e pernas ao mesmo tempo. (LYRA; ROAZZI; LEITE, 1999).

O que é realçado no trabalho é um movimento co-ordenado entre mãe-bebê, baseado na relação face-a-face (FF) ou na relação mãe-objeto-bebê (MOB). Para compreender estas relações, Lyra faz uso do que chama de “dinâmica dialógica de recorte” que privilegia, dentre os inúmeros gestos dialogados, um dentre eles em um momento do desenvolvimento da relação FF, por exemplo. Como no exemplo dado acima, este momento pode ser aquele em que o olhar está sendo recortado. Em um momento posterior o olhar se transforma num "fundo" no qual o sorriso passa a ser recortado, ou o balançar de pernas, e trabalhado pela díade, como "figura". Em um terceiro momento o olhar e o sorriso, ou o abrir e fechar de pernas aparecem condensados, num gesto mais complexo e imediato.

Outro aspecto importante a ser destacado é que estes atos criativos só aparecem devido ao fato de a autora proceder a uma análise micro-genética da relação, que permite a caracterização destes movimentos, por meio dos quais a macro-gênese pode ser empreendida e os atos em destaques passam a ser considerados, de acordo com a história individual da relação, como característicos da díade em particular.

A partir de uma concepção dinâmica, mãe-bebê são vistos como um sistema no qual cada um é considerado um co-ator da relação comunicativa entre eles. O que é realçado como resultado da relação, onde os dois se influenciam mutuamente, não é decorrente dos fatores genéticos ou hereditários, que embora possam existir, não é base sobre a qual o resultado da relação é estabelecido.

Este modelo EEA (estabelecimento, extensão e abreviação) já bem estabelecido em múltiplos casos no Brasil e no exterior, permite uma analogia com diversas situações comunicativas como professor-aluno; pai-bebê, criança-criança, etc. (LYRA, submetido 'a'), sendo este trabalho o primeiro a constituir uma analogia com a relação professor-aluno.

2.5 - A importância da perspectiva dos sistemas dinâmicos para este trabalho

Não se trata, no entanto, de aplicar um modelo pronto de comunicação (mãe-bebê) e levá-lo a uma situação absolutamente diferente como uma sala de aula, embora estejamos convencidos de que em um processo comunicativo, os movimentos de estabelecer um campo semântico comum; estender as dificuldades advindas das diferentes posições dos parceiros, e a tendência a abreviar as diferenças, advindas da negociação, é o caminho natural de toda comunicação: Markovà (1990a, p. 7) afirma que, no diálogo face-a-face

> Quanto mais os interlocutores compartilham uma experiência comum; quanto mais são hábeis em assumir cada um a perspectiva do outro; tanto mais eles podem abreviar sua fala e se comunicar através de formas incompletas ou pistas, ou mesmo através das primeiras letras das palavras [...] (MARKOVÀ, 1990a, p. 7)[6].

No processo de aproximação entre o modelo EEA e a situação de sala de aula várias construções e precauções metodológicas foram realizadas a fim de torná-lo possível. Tivemos o cuidado desde o início de reconhecer as dificuldades advindas do discurso na nossa situação específica. Elaboramos o *Capítulo III* sobre como entendemos a comunicação que ocorre com base na mediação semiótica desde o início do desenvolvimento; e sobre a nossa concepção de linguagem. Complementarmente, elaboramos um capítulo específico sobre a sala de aula e a negociação de significados na sala de aula de matemática, no qual nos detemos em várias teses sobre o discurso na situação didática (*Capítulo IV*).

Seguindo os trabalhos de Lyra, vemos a inadequação de buscar entender o mecanismo que permitisse explicar a capacidade de internalização das ações anteriormente comunicadas. Este trabalho possui uma compreensão de dialogismo já explicitada que aponta para o estudo de tal mecanismo como outro trabalho específico. A idéia é que a mente possui uma forma de atuação

[6] Tradução livre do texto: “The more the interlocutors share a common experience and the more they are able to assume each other´s perspective, the more they can abbreviate their speech and communicate through such incomplete forms of speech as hints, or even through the first letters of words […]”.(MARKOVÀ, 1990a, p. 7)”

eminentemente dialógica e que, averiguar o que "fica na cabeça" do aluno após a aula, requer a análise da relação dialógica estabelecida com o experimentador, se constituindo outro momento de produção de sentido único e insofismável.

A importância da perspectiva dos sistemas dinâmicos também decorre da possibilidade de considerar a classe como um único indivíduo (VALSINER, 1986). Por isso, a análise da videografia não vai perseguir a fala de um ou outro indivíduo em particular, mas considerar a sua contribuição única como fazendo parte do diálogo na comunicação que se estabelece no todo orgânico onde se analisa a produção discursiva entre alunos e professor.

A teoria dos sistemas dinâmicos vem atender, da mesma forma, ao nosso propósito de encontrar uma regularidade nas observações relativas às trocas discursivas que puderam ser estudadas através da análise.

Em suma, esta é uma forma de abordagem que permite compreender um fenômeno, sem atribuir a este, algo extrínseco ou intrínseco que seja o gerenciador das mudanças ocorridas no mesmo ao longo do tempo. Trata-se de uma compreensão livre de fatores determinantes ou causais que considera a organização como uma *auto-organização* própria, característica do fenômeno em questão. A mudança, portanto, é vista como uma forma *emergente* do novo, caracterizado como uma *quase-estabilidade* ou *atrator*, que pode ser observada na dinâmica do sistema. Ao longo do tempo, esta quase-estabilidade será atingida por desequilíbrios caracterizando o período estável anteriormente como uma fase de transição; isto implica em instabilidades que geram mudanças e aparecimentos de novas fases. É isso que gera a novidade que esta perspectiva tenta compreender ao longo do *tempo irreversível* (VALSINER, 1986).

A importância dos sistemas dinâmicos neste trabalho, por fim, inclui o reconhecimento de que não existe uma determinação absoluta do processo, mas uma determinação/indeterminação (LYRA; WENEGER, 1997) geradas pelas múltiplas possibilidades do sistema em se organizar.

Considerando os períodos de estabilidade e mudança que resultam em uma auto-organização própria e, no nosso caso, relacionada à forma como professor e alunos constroem significados no discurso através de trocas discursivas, cria-se um padrão de comunicação baseado em um modo de análise a ser posteriormente testado noutras situações de sala de aula.

Capítulo 3
Comunicação e Linguagem

Neste capítulo iremos abordar o papel da comunicação no desenvolvimento cognitivo, enfocando a capacidade de atribuição de sentidos e significados através da atividade simbólica. Mostraremos como a linguagem participa ativamente do processo de mediação semiótica, com base nos trabalhos de Vygotsky e, finalmente deixaremos clara a nossa concepção sobre a linguagem enquanto objeto de estudo da nossa comunicação de sala de aula.

3.1 - A importância da comunicação para a cognição

Embora Piaget (1971) tenha mostrado que a experiência anterior à faixa etária escolar possui fundamento para as capacidades cognitivas posteriores, tais experiências são analisadas isoladamente da comunicação que permeia a relação entre crianças e seus pais ou companheiros. Assim, a teoria piagetiana concebe uma criança que age sobretudo de forma solitária em relação aos objetos do mundo, via de regra submetidos a uma realidade principalmente física, refletindo sobre eles, abstraindo relações e construindo estruturas cognitivas responsáveis pelo bom desempenho nos próprios testes piagetianos.

Para Piaget (1971), também, a linguagem após a faixa etária dos dois anos, em geral, possui apenas um papel de amplificador cognitivo, agindo como a capacidade de representar as operações que antes a criança realizava de maneira concreta através da manipulação ou percepção lógica dos objetos, ou seja, uma ação mental sobre as operações com os objetos.

Em suma, para este autor, a comunicação entre a criança piagetiana e o experimentador não entra em consideração como constitutiva dos processos abstrativos e a proto-linguagem ou a linguagem pela qual a comunicação ocorre, não exerce um papel fundante, visto que à comunicação inter-pessoal não é dada a função constitutiva destes processos.

Foi Vygotsky (2001) quem chamou atenção para o fato de que a atitude da criança é eminentemente direcionada para o adulto e, portanto, ela não é um ser egocêntrico, mas social, ao nascer (COSTA; LYRA, 2002). Nas palavras do autor:

> O contato social relativamente complexo e rico da criança leva a um desenvolvimento sumamente precoce dos 'meios de comunicação'. Reações bastante definidas à voz humana foram observadas já no início da terceira semana de vida, e a primeira reação especificamente social à voz, durante o segundo mês [...] Estas investigações mostraram igualmente que as risadas, o balbucio, os gestos e os movimentos são meios de contato social a partir dos primeiros meses de vida da criança. (VYGOTSKY, 2001, p.130).

A chamada linguagem egocêntrica que a criança profere para si mesma, segundo Piaget, foi observada por Vygotsky (2001) principalmente em estudos de resolução de problemas quando as crianças eram solicitadas a trabalharem juntas em um mesmo ambiente, mas apareciam com menos freqüência quando as crianças trabalhavam sozinhas. Segundo este autor, a criança primeiro dirige sua comunicação para o adulto através de uma proto-linguagem, onde sons, gestos, mímicas e o discurso do adulto conduzem as relações da criança com os Outros desde o início. Em um segundo momento esta comunicação vai sendo aos poucos interiorizada, dando margem à criação da linguagem egocêntrica, que no futuro irá ser totalmente internalizada.

Portanto, existe uma incompatibilidade entre estes dois autores. A criança em Piaget é vista como egocêntrica no início e social na fase adulta, quando a linguagem amplia a capacidade cognitiva, estruturada com base nos esquemas de ações da fase sensório-motora. Na concepção vygotskyana, ao contrário, a criança nasce como um ser social e passa por um processo de individuação. Existe, portanto, uma grande distância entre estes dois autores que ressaltamos como a concepção da comunicação constituinte dos processos mentais.

Para Vygotsky (1991, 2000, 2001) o contexto e as relações com o adulto, mediadas pela linguagem, possuem o poder de atribuir significados aos atos da criança porque todas as ações da criança são dirigidas ao Outro. Os atos mais simples da criança, como desejar pegar um objeto, são compreensíveis desde que o adulto atribui ao gesto simples de voltar-se para o objeto, o significado do ato de apontar, por exemplo. É desta forma que este gesto de apontar passa a possuir, no desenvolvimento da criança, o seu caráter significativo, constituindo-se num gesto simbólico nas relações. Assim, até o próprio ato de apontar não começa como tal, transforma-se nele, através da relação com o adulto: "o caminho do objeto até a criança e desta até o objeto, passa através de outra pessoa" (Vygotsky, 2000, p.40).

Desta forma, a análise do desenvolvimento na criança vygotskyana enfatiza o caráter comunicacional da criança com o Outro desde o início, até a capacidade da atividade simbólica própria do ser humano. É esta atividade simbólica que permite construir história. Esta consiste no uso de instrumentos no presente e no planejamento do futuro de forma diferente: "Nossa análise atribui à atividade simbólica uma função *organizadora* específica que invade o processo do uso de instrumento e produz formas fundamentalmente novas de comportamento". (VYGOTSKY, 2000, p. 32-33, itálico do autor).

Em sua análise sobre a constituição do signo na criança Vygotsky faz uso das experiências da Gestalt, no que diz respeito às experiências de Kohler com macacos. Nestas, ele analisou a capacidade que os chimpanzés têm de resolver problemas através da utilização de instrumentos materiais ou simplesmente ferramentas. Analisando estas experiências tomadas emprestadas da Gestalt, o autor chega à conclusão que os chimpanzés possuem uma fonética similar à do ser humano, embora incipiente na sua capacidade de imitar o som da língua. Além disso, os macacos possuem a capacidade de lidar com varas como ferramentas a fim de resolver problemas. O que, no entanto, difere na capacidade do homem e do animal é que o macaco usa estas ferramentas eminentemente preso à situação visual e factual do seu contexto imediato.

Analisando as mesmas tarefas realizadas por crianças, Vygostky chega à conclusão que a fala possui um papel importante na resolução das tarefas: quanto mais difícil a tarefa, mais a criança fala durante a sua resolução. Foram feitos até estudos tentando bloquear a fala, o que gerou uma "paralisação" da criança. A fala permite a capacidade de evocar ligações entre dois elementos distantes da situação visual; se desprender da situação presente e planejar ações futuras: ela planeja como vai solucionar o problema, ao invés da utilização aparentemente aleatória da exploração dos instrumentos pelos macacos. Vygotsky afirma:

> [...] concebemos a atividade intelectual verbal como uma série de estágios nos quais as funções emocionais e comunicativas da fala são ampliadas pelo acréscimo da função planejadora. Como resultado a criança adquire a capacidade de engajar-se em operações complexas dentro de um universo temporal [...] Uma vez que as crianças aprendem a usar, efetivamente, a função planejadora de sua linguagem, o seu campo psicológico muda radicalmente [...] Signos e palavras constituem para as crianças, primeiro e acima de tudo, um meio de contato social com outras pessoas. As funções cognitivas e comunicativas da linguagem tornam-se, então, a base de uma forma nova e superior de atividade nas crianças, distinguindo-as dos animais. (VYGOTSKY, 2000, p. 38).

Vygotsky assegura que há um pensamento pré-verbal, ligado à inteligência prática, onde o pensamento exerce seu papel de resolver problemas imediatos, que pode ser encontrado não só na criança, mas também no chimpanzé de Kohler. Por outro lado, existe também uma fala que se expressa distante do seu caráter intelectual (fala pré-intelectual) que acompanha a resolução dos problemas práticos na criança. O pensamento e a palavra mostram que têm, portanto, raízes distintas na mente humana.

Esta capacidade de usar instrumentos para resolver problemas que marca o pensamento pré-verbal, e a capacidade de vocalizar sons com os signos lingüísticos sem o uso do pensamento (fala pré-intelectual), se desenvolvem paralelamente até que a fala se torne intelectual e o pensamento verbalizado. Este encontro adquire o seu caráter social graças ao significado, que, segundo Vygotsky, caracteriza a unidade de análise entre a fala e o pensamento ou “o nó do que chamamos de pensamento verbalizado*”* (2001, p. 9).

No desenvolvimento da aquisição do significado da palavra pela criança, esta pode pronunciar palavras sem que estas estejam associadas ao seu significado como um signo. Antes, todo objeto não possui um nome, mas, pelo contrário, muitos objetos podem ser nomeados pelo mesmo signo. Quando, então, cada objeto possui um nome, o significado das palavras será nada mais que propriedades dos objetos, e a compreensão dos signos ainda não foi estabelecida pela criança: a palavra “paralelepípedo” indica algo grande porque a palavra é grande.

O que caracteriza a emergência do pensamento verbalizado no desenvolvimento é a curiosidade em relação ao nome dos objetos e a conseqüente ampliação do vocabulário da criança. É neste momento que a fala se torna social e o pensamento verbalizado; é neste momento que “... ao ver um novo objeto, a criança pergunta: ‘como isso se chama?’. A própria criança necessita da palavra e procura ativamente assimilar o signo pertencente ao objeto, signo esse que lhe serve para nomear e comunicar” (VYGOTSKY, 2001, p.131).

Esta capacidade de enunciação de um pensamento verbal vai se manifestar, em geral, ativamente entre os 2 e 7 anos na linguagem egocêntrica. Esta linguagem egocêntrica da criança que assume características bem peculiares de egocentrismo como um diálogo consigo mesmo, para Vygotsky, possui características sociais tanto quanto os primeiros atos da criança que são significados pelo adulto. Estas características sociais implicam, da mesma forma, uma direcionalidade para um Outro. A significação incipiente das palavras que a criança desenvolve é o que permite, dessa forma, a comunicação entre o adulto e a criança.

Esta linguagem egocêntrica possui uma estrutura e uma função. Sua função é de planejamento e controle da atividade da criança. Sua estrutura é semelhante à linguagem exterior na qual a criança cresce mergulhada. Esta estrutura e função mudam com o desenvolvimento. Enquanto sua função e estrutura se desenvolvem até atingir o apogeu, seu modo de funcionamento audível que a relaciona com a linguagem exterior declina até chegar a apresentar-se como linguagem interior, como um pensamento sem audição.

Como, no entanto, podemos conhecer esta linguagem que, por ser interior, é de difícil acesso à experimentação? Para o autor isto só é possível graças à semelhança desta linguagem e a linguagem egocêntrica no que diz respeito à sua funcionalidade e estrutura. Desta forma, a linguagem para Vygostky, seja a linguagem social, seja a egocêntrica, possuem sempre um caráter de ação social.

Só quando a linguagem egocêntrica, *para si*, se desprende da linguagem exterior, *para os outros*, é que esta linguagem se torna interior. Este acontecimento geralmente marca o início da vida escolar na qual a criança passa a ser submetida a um diálogo mais explícito e elaborado. É exatamente quando a linguagem egocêntrica passa a ser interior que a criança passa a poder expressar seu pensamento através de uma linguagem verbal explícita, ou seja, um pensamento verbal desenvolvido.

Este delineamento histórico do desenvolvimento da linguagem mostra que esta é construída pela criança a partir da comunicação com o Outro. Portanto, o Outro possui uma participação ativa na sua construção. Porém, esta comunicação, por sua vez, é possível através da mediação semiótica, onde os sentidos dados aos objetos e às relações, ou, enfim, à realidade são criados na relação, tanto pelo Outro, quanto pela criança. Tal comunicação atinge sua forma mais desenvolvida quando a linguagem atinge sua forma mais elaborada.

3.2 - Nossa concepção de linguagem

Sobre o estudo da linguagem, Bakhtin (1995) faz uma distinção entre duas diferentes formas de encará-la: o subjetivismo individualista e o objetivismo abstrato. Por subjetivismo individualista o autor chama todos os trabalhos que se baseiam na idéia vinda do romantismo literário. Na lingüística esta vertente aparece em estudos que buscam a idéia interior, pessoal e individual, monológica, por trás do formalismo lingüístico. Estes estudos buscam a "alma" da mensagem. O formalismo lingüístico, obviamente, é relegado a um segundo plano. Do ponto de vista psicológico, poderíamos dizer que para esta corrente, o discurso exterior poderia ser caracterizado como a exteriorização do discurso interior e não sua própria produção.

Outra vertente bem oposta é a do objetivismo abstrato. Nela o que interessa é exatamente o formalismo lingüístico. A semântica está presa à sintaxe, e dela não pode fugir sob pena de perder o seu significado inteligível. Segundo esta vertente, pode-se dizer qualquer coisa a qualquer pessoa, a qualquer hora, em qualquer lugar. A circunstancialidade na qual a mensagem é proferida não guarda qualquer relação com a mensagem que se quer passar. Esta vertente não se preocupa com o aspecto situacional, que, sob uma outra ótica é dito criar a mensagem. Para ser entendido basta usar a estrutura correta da língua. Do ponto de vista da comunicação, qualquer pessoa que tenha internalizado tal estrutura irá compreender qualquer mensagem independentemente do contexto em que ela é proferida.

A concepção de Bakhtin (1981) vai além destas duas visões. Bakhtin coloca como primordial o contexto e a situação na qual a mensagem é proferida. Por um lado, Bakhtin fala de um autor que possui um lugar no mundo e fala do seu lugar, chamado de perspectivação em Linell (1998). Esta idéia, compatível com a realidade axiomática (VALSINER, 1994, 1997, 2000; VALSINER; Van Der VEER, 2000), não implica numa essência, nem num lugar central privilegiado (HOLQUIST, 1990), mas num ponto de chegada e de partida. É apenas um ponto de vista.

Bakhtin (1981) afirma que o sujeito fala e dialoga a partir de uma posição pessoal, só dele, que ninguém pode ocupar além de si próprio. Isto faz com que a enunciação não deva ser vista como uma mera expressão de um formalismo rigorosamente lingüístico, mas a partir do sujeito que fala, do seu ponto de vista em relações dialógicas contextualizadas. A linguagem possui a intenção de um autor específico no seu tempo, no seu dia e na sua hora (BAKHTIN, 1981).

Vygotsky (2000, 2001), por sua vez, afirmou a necessidade de se criar uma teoria social do conhecimento onde este não fosse considerado apenas uma construção individual de cada sujeito ao entrar em contato com a cultura, mas também um processo coletivo de produção de significado; um conhecimento que por ser social é mediado pela linguagem e possui um caráter sócio-histórico que supera o aspecto subjetivo do falante.

Em seus estudos, porém, abreviados que foram pela morte prematura, Vygotsky não vai além da investigação da formação de conceitos em sujeitos ou em pares isolados. A sua teoria não parece contemplar de forma decisiva este caráter sócio-histórico da linguagem. Sabe-se que a linguagem possui uma existência anterior ao sujeito que, ao adquiri-la, começa a se apropriar de formas historicamente consagradas pela cultura. Mas, de que forma a linguagem aparece em seu caráter sócio-histórico na comunicação?

Para responder a esta questão é necessário remeter aos conceitos de linguagem social e gêneros de discurso de Bahktin (2000). Pelo primeiro termo, o autor se refere a toda linguagem que faz parte de um círculo profissional, ou etário, por exemplo, consistindo em jargões e expressões próprias desta comunidade. Esta linguagem social, porém, além de ser expressa em um idioma nacional, ocorre também circunscrita a uma comunidade, como a comunidade matemática.

Os gêneros do discurso, da mesma forma que a linguagem social, possuem um caráter eminentemente coletivo e social. Eles se apresentam em situações concretas do dia-a-dia e assumem a forma apropriada de situações específicas, como o modo adequado de dizer alguma coisa dependendo da situação, da hora em que é manifesta, da atividade que a utiliza e dos instrumentos que a possibilitam. Assim é que uma conversa por telefone vai fazer emergir, toda vez, um gênero circunscrito a este instrumento com expressões próprias deste tipo de comunicação. O diálogo começa, por exemplo, com quem recebe o telefonema ao dizer uma palavra apropriada ("alô"), ao que o outro se anuncia. O telefone celular, por exemplo, que mostra geralmente o nome da pessoa que liga, pode dispensar a apresentação e uma pergunta incomum aos telefones fixos caracteriza muitas vezes a conversa, que é a pergunta onde a pessoa se encontra ao receber a ligação; se pode atender, etc.

Os gêneros do discurso são, pois, algo que foge à criação individual do sujeito e o insere no processo sócio-histórico de comunicação; que o faz utilizar uma forma padrão de comunicação social, circunscrita a situações cotidianas específicas.

Existem duas classes de gêneros do discurso que são os *gêneros secundários* e *os gêneros primários.* Por gêneros secundários, o autor chama os gêneros de comunicação científicas e literárias, por exemplo. O romance na prosa, a poesia, ou o texto técnico são exemplos deste tipo de enunciação. Por gêneros primários, o autor chama todos os inúmeros outros gêneros que perpassam os gêneros secundários de comunicação que ocorrem, por exemplo, na réplica de um diálogo, que podem, por seu turno, compor um diálogo num romance. Desta forma, os gêneros primários podem ser componentes dos gêneros secundários.

O autor ressalta que estes gêneros não são modelos estáticos e inflexíveis mas, ao contrário, se modificam e dão margem a outros gêneros, principalmente devido aos instrumentos materiais culturais como, por exemplo, a comunicação por e-mail que, de certa forma, veio substituir a carta padrão que começa com uma saudação tipo “Querida amiga”, e passa a constituir um instrumento com sua forma totalmente própria de enunciação.

Porém apesar de os gêneros do discurso não constituírem um instrumento de expressão da criação individual livre e à mercê da individualidade do falante, eles permitem a emergência do estilo individual, circunscrito, no entanto, ao gênero. Este estilo individual é o que dá ensejo à intenção do falante como expressividade semântica. No entanto, os gêneros do discurso são usados de forma peculiar à circunstância que o institui, restrito sempre à própria característica formal do gênero culturalmente estabelecido.

Falamos de gêneros de discurso para falar de enunciados. Os gêneros do discurso são tipos relativamente estáveis de enunciados e por isso se prestam ao estudo do enunciado como *unidade de comunicação verbal.* Bakhtin (2000) se opõe ao estudo da oração como unidade de língua, baseado na concepção de um objetivismo abstrato, como se a expressão “o sol saiu” pudesse ser compreendida fora da situação que lhe deu origem. A oração em si, fora do sentido transverbal onde se determinou *sair* ao *nascer do sol*, por exemplo, não dá margem a um “sentido de acabamento”, embora seja compreendida por qualquer falante da língua portuguesa. Por outro lado, o enunciado, na qualidade de *unidade de comunicação verbal*, possui características estruturais particulares que lhes são comuns:

> A fala só existe, na realidade, na forma concreta dos enunciados de um indivíduo: do sujeito de um discurso-fala. O discurso se molda sempre à forma do enunciado que pertence a um sujeito falante e não pode existir fora dessa forma. Quaisquer que sejam o volume, o conteúdo, a composição, os enunciados sempre possuem, como unidades da comunicação verbal, características estruturais que lhes são comuns, e, acima de tudo, fronteiras claramente delimitadas. (BAKHTIN, 2000, p. 293)

Uma das fronteiras, ou seja, particularidades da unidade de comunicação verbal, a que o autor se refere é a *alternância dos falantes*, significando que o enunciado nunca é proferido para ninguém, mas possui um endereço certo. A oração, por outro lado, não considera a direcionalidade do discurso, mas

> Na lingüística, até agora, persistem *funções* tais como o ´ouvinte´ e o ´receptor´ (os parceiros do ´locutor´). Tais funções dão uma imagem totalmente distorcida do processo complexo da comunicação verbal. Nos cursos de lingüística geral (até nos cursos sérios como os de Saussure), os estudiosos comprazem-se em representar os dois parceiros da comunicação verbal, o locutor e o ouvinte (quem recebe a fala), por meio de um esquema dos processos *ativos* da fala no locutor e dos processos *passivos* de percepção e de compreensão da fala no ouvinte. Não se pode dizer que esses esquemas são errados e não correspondem a certos aspectos reais, mas quando estes esquemas pretendem representar o *todo* real da comunicação verbal se transformam em ficção científica. (BAKHTIN, 2000, p. 290, itálicos do autor).

A concepção de enunciado compreende a alternância dos falantes, desde que o ouvinte assume uma atitude responsiva ativa e não passiva, como no estudo da língua pela oração. No entanto, para que a resposta seja dada é necessário o que Bakhtin (2000) chama de "sentido de acabamento", o que permite a emergência da resposta. Só um enunciado "completo" pode eliciar uma resposta do ouvinte. A expressão acima, "o sol saiu" pode não eliciar nenhuma resposta, enquanto "amanheceu, o sol já saiu, está na hora" requer uma compreensão da expressão como um chamado a algo anteriormente combinado, por exemplo, o de sair ao nascer do sol. Assim, uma simples oração, na qualidade de unidade da língua "não tem capacidade de determinar uma resposta; adquire esta propriedade (mas exatamente, participa dela) apenas no todo de um enunciado." (BAKHTIN, 2000, p. 297, parênteses do autor).

O sentido de acabamento é possível quando "o locutor disse (ou escreveu) tudo o que queria dizer num preciso momento e em condições precisas" (p. 299), mas este caráter exaustivo do enunciado é mais fácil nas situações cotidianas que nos textos científicos, onde o tema ou significação sempre é abordado de forma relativa e nunca exaustiva.

O gênero é, portanto, uma forma de expressão, escrita ou falada, que dá vez a um intuito do autor, baseado na possibilidade de compreensão mútua, devido ao seu caráter social e adequado a situações onde se apresenta de forma habitual. O gênero, como forma de expressão de qualquer linguagem, situa-se como atividade e, no nosso caso, como atividade de sala de aula, assunto do próximo capítulo.

Capítulo 4
A sala de aula e a negociação de significados na sala de aula de matemática

A sala de aula envolve uma série de atividades situadas naquele contexto específico (LAVE, 1988; 1993; LAVE; WENGER, 1991). O contexto aqui é visto como as trocas discursivas entre "dois" sujeitos: o professor e o aluno, ou seja, um contexto localmente emergente. Não se trata de um contexto estático que influa no fenômeno investigado, no qual será inserida esta relação, mas de um contexto que, tanto é criado pelos atores do processo, como possui um funcionamento peculiar, característico dele próprio. Mesmo assim, este contexto toma forma a partir da relação estabelecida entre estes "dois" sujeitos.

Conhecer a dinâmica da sala de aula é de suma importância para um trabalho que, por um lado, atribui às relações um *status* de auto-organização, existindo, porém, dentro de um espaço institucional organizado, por sua vez, de forma própria.

Este trabalho compreende o contexto de sala de aula como um lugar histórico no qual nenhum de seus elementos pode ser visto isoladamente, a despeito de recairmos numa psicologia mentalista ou, por outro lado, num determinismo cultural. Desta forma, sem especificar os elementos determinantes neste processo, podemos dizer que a situação didática enquanto um fenômeno comunicativo pode ser organizada de diferentes formas: 1) como um processo predominantemente unidirecional; 2) como um processo predominantemente bidirecional e 3) como um processo predominantemente tri-direcional.

4.1 – A organização dinâmica da sala de aula

A organização da sala de aula não pode ser vista como algo pré-estabelecido: só uma análise de um registro videografado pode dizer algo sobre como as aulas foram organizadas do ponto de vista da relação professor/aluno. No entanto, diante do conhecimento que temos de sala de aula, podemos articular três tipos de organização extremas capazes de emergir. Ante a análise do vídeo, porém, percebemos que estas formas de organização possuem uma dinâmica própria, na qual estes "modelos" propostos podem aparecer e se modificar ao longo do desenrolar da relação estabelecida como um processo.

4.1.1 - O processo predominantemente unidirecional

A mensagem está pronta para ser transmitida, podendo o professor fazer uso das invenções tecnológicas mais modernas (como quer o tecnicismo) ou ser alvo de aulas mais modestas, onde conta apenas com o "dom" de anunciar com acuidade o material a ser divulgado em cansativas aulas expositivas. Estas ocorrem em meio a uma relação que pode ser caracterizada desta maneira:

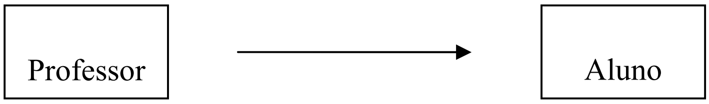


Figura 1: caracterização da relação predominantemente unidirecional professor/aluno

Neste caso, o aluno não participa das aulas contribuindo com os sentidos que atribui ao conhecimento anteriormente adquirido em situações diversas, nem ao menos para que o professor saiba o que se passa "na sua cabeça" no nível dos conhecimentos que pretende construir. O professor é o depositário do conhecimento no aluno, e o ensino pode ser considerado bancário (FREIRE, 1985), ou seja, o professor deposita os dados no aluno, que passa a ser visto como um verdadeiro banco de dados, para usar uma linguagem mais moderna e informatizada.

4.1.2 - O processo predominantemente bidirecional

No segundo caso, o conhecimento depende do próprio aluno que terá a difícil tarefa de construí-lo através da manipulação dos objetos, e de um enfoque individual/pessoal que pretende suprir a necessidade de cada aluno em particular (como quer a tendência escolanovista). De certa forma, a teoria piagetiana também segue neste sentido, onde o aluno é levado a desenvolver suas próprias estruturas cognitivas através do professor, que neste caso exerce a função de um facilitador, ficando a capacidade cognitiva à mercê do desenvolvimento esperado, e de certa forma, independente, do aluno. A teoria piagetiana também contribui para um tipo de enfoque que tem na ação do aluno sobre os objetos e sobre as relações entre os objetos, mental ou fisicamente, um foco de interesse assistido e facilitado pela presença do professor. A idéia neste caso é que a capacidade cognitiva do aluno desenvolver-se-á de forma mais adequada se a este for dada a oportunidade de desenvolver suas próprias estruturas cognitivas, prontas para serem adequadas a novas formas de raciocínios cada vez mais elaborados, até a construção do raciocínio formal. Esta concepção "enfatiza o indivíduo epistêmico e processos de construção intelectual que reduzem o significado e compreensão a estruturas cognitivas" (MEIRA, 1993).

É fácil perceber que neste tipo de relação o professor continua a se por à vista do aluno, como o grande detentor do conhecimento. Ao contrário do primeiro caso, porém, o aluno tem a seu favor uma gama de conhecimentos adquiridos na situação cotidiana provindos da experimentação com os objetos do seu mundo natural, que o professor mais dedicado terá a curiosidade de considerar em seu trabalho didático. O professor funciona aqui como um facilitador a fim de criar uma ponte entre o conteúdo cotidiano e o conteúdo acadêmico que o aluno deverá desenvolver de forma assistida.

Estudos baseados nesta perspectiva têm duas características em comum: (1) o fato de a pessoa ser vista como um objeto de estudo que deve chegar a um lugar (cognitivo) determinado, apenas; e (2) o fato de não haver uma preocupação com o *processo* singular que leva o indivíduo a chegar a tal lugar (LINS, 1999).

Quando se pensa no aporte teórico que encabeça o presente trabalho pode-se perguntar: como o aluno pode ser visto como um sujeito singular na sua capacidade de produzir sentido? Uma abordagem diferenciada que permite responder a estas e outras questões é a abordagem de "campos semânticos". Estes se referem à capacidade de fazer sentido, produzindo significados aos fatos com os quais a pessoa está envolvida (LINS, 1993,1995).

Quando se compreende a pessoa desta forma, o importante não é saber se o aluno chegou ou não onde se pretende, mas onde está e como o seu conhecimento sobre os fatos se transformam a todo o momento, ou seja, a ênfase é no *processo de produção.* Ao contrário da perspectiva bidirecional, onde a pessoa é compreendida pela *falta* do conhecimento que ainda não adquiriu; o objetivo é procurar saber em que ponto o aluno se encontra para seguir com ele adiante.

Mas segundo o processo bidirecional, há no aluno certa ilusão de que o professor está indo onde ele está, mas este é olhado sob o ponto de vista do professor. O ponto de vista do professor não é explicitado, ele serve como uma “armadilha” para capturar o aluno na sua ilusão de que ele está realmente sendo compreendido. Neste caso, há uma relação como na figura abaixo:

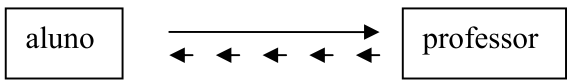


Figura 2: caracterização da relação predominantemente bidirecional professor/aluno

O fato é que o professor mantém uma relação impessoal, detentora do conhecimento, que reconhece o que o aluno já sabe, fazendo então partir deste o conteúdo a ser trabalhado, como mostra o sentido da primeira seta na figura acima. No entanto, nesta perspectiva o professor considera as experiências provindas do aluno como incompletas e inadequadas para a cultura acadêmica. É claro que existe certa verdade nisso, ou seja, o conhecimento popular pode não condizer com a verdade científica, é fruto da experimentação, mas o conhecimento científico é um tipo de conhecimento mais específico e precisa ser conquistado enquanto tal, como discurso, o que não chega a acontecer de forma plena, como mostra a seta pontilhada.

4.1.3 - O processo predominantemente tri-direcional

É preciso, neste caso, que haja a conquista discursiva e esta só é possível com uma relação de fato tri-direcional, como na figura abaixo:

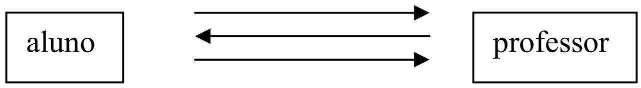


Figura 3: caracterização da relação predominantemente tri-direcional professor/aluno

Como a figura sugere, a relação diádica professor/aluno envolve trocas em três sentidos, sendo considerada apropriadamente, por isso, uma relação dialógica plena. Esta relação implica numa história de mútua dependência e reciprocidade, onde para se chegar ao outro é preciso ser conhecido. Tanto o aluno precisa expor ao professor os sentidos que atribui ao conhecimento, quanto este ao aluno, o sentido dado aos objetos de análise. Só assim se pode chegar a um lugar comum. Não se sabendo onde se está em um espaço de tempo específico, fica impossível a ação de um sobre o outro.

Onde está então, o aluno nesta relação? Onde está o professor? Qual o papel do aluno nesta relação e qual o papel do professor? Estudar a comunicação que se estabelece entre ambos exige que se saiba exatamente como situá-los nos seus respectivos papéis dominantes.

4.2 - A teoria da situação didática

É isso que a teoria da situação didática (TSD) tenta fazer. Segundo esta teoria, para que isso ocorra, é necessário ressaltar mais um elemento nesta relação constitutiva de sala de aula, qual seja, o saber. A relação que se estabelece entre professor-aluno é construída por uma seta em dois sentidos na relação entre eles, com o saber instituído (figura 4 abaixo). Neste caso, o aluno pode construir o saber fora da relação pedagógica, sem a interferência direta do professor, dada a relação aluno/saber, assim como o professor deve ir além do que é ensinado ao aluno, se relacionando com o saber de forma livre.

A relação em dois sentidos indica uma ação recíproca de um elemento sobre o outro. Em relação ao aluno/professor: tanto o aluno age sobre o professor, quanto este, sobre aquele.

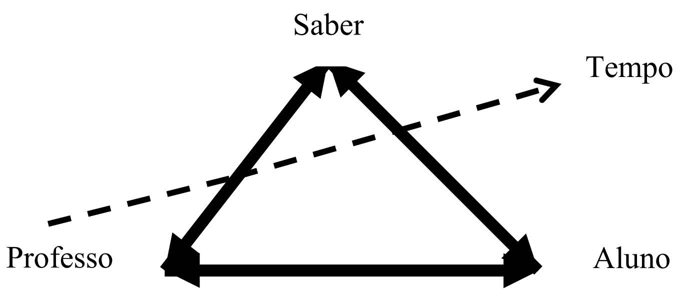


Figura 4: caracterização da relação triádica professor/aluno/conteúdo de acordo com a TSD.

Esta teoria, que conta com proponentes importantes principalmente dentro da área do ensino da matemática, advoga uma ação mais voltada à didática de sala de aula, postulando uma perspectiva mais neopiagetiana, onde não é possível deixar o aluno à mercê de suas próprias produções cognitivas, assistidas pelo professor que muitas vezes não sabe “facilitar” o processo de aprendizagem do aluno.

Numa perspectiva descritiva, esta teoria aborda a situação didática com base nos seus componentes constitutivos de forma a considerar as relações entre professor/conteúdo, professor/aluno, aluno/conteúdo, dando margem a considerações importantes.

Por exemplo, entre os pólos professor/saber temos o que se chama de transposição didática (CHEVALHARD, 1985). Entre os pólos professor/aluno lembramos o contrato didático (BROUSSEAU, 1996). Entre o aluno/saber, as considerações acerca do campo conceitual (VERGNAUD, 1992) e do conceito como ferramenta e objeto (DOUADY, 1991).

O campo conceitual tem o objetivo de entender as dificuldades pelas quais passam os alunos na compreensão de operações lógico-matemáticas que não foram alvo de estudos de Piaget: as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas, por exemplo, relacionado ao pólo aluno/saber. É mostrado então, a partir dos trabalhos de Vergnaud (1988, 1991, 1992), como o estudo desses campos conceituais leva a inúmeras dificuldades específicas, obstáculos epistemológicos, dependendo da forma como são apresentadas.

Isto é importante para se elaborar uma transposição didática (transposição do conhecimento instituído para o conhecimento trazido à sala de aula) capaz de dar conta das dificuldades que aparecem no trabalho com estas estruturas, relacionada ao pólo professor/saber. Assim, o campo conceitual está ligado à transposição didática, ou seja, o pólo aluno/saber e professor/saber estão relacionados, embora como momentos distintos do processo, muitas vezes resultando em seqüências didáticas ou mesmo de engenharias didáticas, onde se localiza o pólo professor/aluno em outro momento específico. Estas pretendem uma exposição otimizada para se chegar a um determinado resultado, considerando as dificuldades na elaboração dos objetos, axiomas e teoremas matemáticos. Nestas, a capacidade de gerar situações, dependendo das dificuldades apresentadas no momento da ação, é maleável e dependente da ação cognitiva dos sujeitos.

Como a relação entre os três elementos se localiza em momentos distintos do processo, a ação do tempo parece transcorrer de forma descontínua, como ilustra a seta pontilhada. O dinamismo inerente ao triângulo onde seus pólos interagem uns sobre os outros no momento da ação ou inter(ação) em sala de aula, não é satisfatoriamente visto dentro desta perspectiva, ficando as relações entre os elementos do sistema estudados como relações diádicas interagindo em dois sentidos. Seria preciso considerar a ação de cada elemento, uns sobre os outros, no momento da ação em que eles interagem no discurso, a fim de este triângulo didático poder ser considerado um sistema dinâmico.

Desta forma entendemos que a compreensão dos conceitos-chave da TSD dá margem a uma série de estudos que pretendem entender o triângulo didático como um sistema, onde os elementos inter-atuam entre si, mas tais estudos abordam principalmente relações duais entre os elementos professor/aluno; professor/saber; aluno/saber.

Desta forma, perguntamos: será que se deve estudar a emergência no aluno da significação em relação aos objetos, teoremas e axiomas matemáticos sem considerar o caráter discursivo da relação? Tal estudo provavelmente se perderá no processo de produção, desde que o discurso não será considerado como um modificador de situações. O que será considerado é apenas a sua ação cognitiva. Aqui está um exemplo da dicotomia entre os processos cognitivos e comunicativos (MARKOVÀ, 1990a). Sendo assim, a linguagem produtora de sentidos na ação comunicativa, através da qual as operações lógicas emergem não é trabalhada nestes estudos da TSD, ficando a cognição presa a operações lógicas inerentes ao desenvolvimento das funções cognitivas superiores. A consideração da função comunicativa da linguagem leva ao estudo da negociação de significados.

4.3 - A negociação de significados na sala de aula

A fim de compreendermos a negociação de significados na sala de aula, o primeiro aspecto a considerar que Meira (1996a) chama a atenção é o fato de o aluno quando entra na escola estar envolvido em múltiplas práticas culturais que fazem parte do seu dia-a-dia. O significado destas múltiplas práticas culturais interage com os significados em jogo na sala de aula de matemática, particularmente quando o professor tenta trazer para esta, as práticas que supostamente fazem parte da vida extra-escolar da criança.

Quando o professor age desta maneira ele se posiciona como uma ponte, a fim de criar uma ligação entre o conhecimento que o aluno elabora no dia-a-dia, fora da escola e o conteúdo acadêmico que o aluno deverá desenvolver de forma assistida. Esta idéia vygotskyana repousa na crença de que articular o conhecimento espontâneo e o conteúdo acadêmico redunda na reorganização deste (VYGOTSKY, 2000, 2001).

Mas, como comenta Lins (1999), é preciso ser cauteloso ao ver o conhecimento que traz o aluno com base no conteúdo acadêmico. A ponte entre os dois leva muitas vezes a despersonalização do conhecimento popular na forma que o aluno está habituado a cultivar.

Analisando esta questão, Lins (1999) afirma que o objetivo de levar as práticas da rua para a escola não é negar o seu significado, mas ampliá-lo. Em seu exemplo, quando se trabalha com o papagaio na escola tentando estudar ângulos, por exemplo, o significado do papagaio como "bonito, equilibrado, voa bem" etc., deixa de ser legítimo, enquanto os significados da escola como "varetas perpendiculares, 923.45cm²" passam a predominar, mas não fazem sentido na rua. Nas palavras do autor:

> [...]Na rua o papagaio é uma coisa que tem que ser bonita e voar bem. Isto quer dizer que se papagaios forem levados para escola eles têm que sair de lá mais bonitos ou voando melhor; os significados da escola para o papagaio só irão sobreviver na rua se isto acontecer. E é aqui que a questão do esquecimento começa, ele acontece todo dia, quando a pessoa sai da escola e volta para a rua. [...] este é o discurso através do qual a rua nega a legitimidade aos significados da escola. (LINS, 1999, p. 25).

Esta estratégia de levar atividades desenvolvidas no dia-a-dia para a sala de aula com o intuito de fazer o aluno se interessar mais pelo conteúdo acadêmico também é influenciada pelos estudos etnográficos, como os realizados por Carraher e Schliemann (1988), por exemplo: uma prática muitas vezes produzida na escola se vale da constatação, mostrada pelas autoras, de que as crianças sabem somar e subtrair em trabalhos de vendas na rua, embora não se saiam bem na escola por não se adequarem ao método de ensino de estruturas aditivas. Neste sentido, são feitos trabalhos a fim de simular situações de compra-e-venda dentro da sala de aula. Porém, Walkerdine (1988) afirma que práticas como estas não trazem um desafio capaz de redundar no progresso da compreensão do aluno em relação às operações aditivas. Walkerdine (1988) lembra os aspectos afetivos que envolvem esta atividade, como a fantasia de ser rico, afirmando que os objetivos pedagógicos de aprender a subtrair podem ficar comprometidos com tal atividade assim vivenciada na escola: o aluno movido pela fantasia de ficar rico resiste à aprendizagem da subtração, contrastando com a experiência na vida cotidiana, onde a fantasia cede lugar à realidade. Em relação a esta estratégia, ou seja, atentar para o conhecimento popular, cotidiano do aluno a fim de criar uma ponte com o material acadêmico, Meira (1993) tem um interessante trabalho onde analisa toda a problemática da inadequabilidade destas estratégias, devido aos múltiplos sentidos, alheios ao ambiente escolar, que são trazidos juntos com as atividades cotidianas, interferindo no propósito instrucional.

Walkerdine (1988) analisa diversas situações onde isso ocorre. A autora comenta estes mesmos aspectos quando, por exemplo, foram trazidas para sala de aula, práticas envolvendo histórias comuns às crianças inglesas (Cachinhos dourados), onde puderam ser inferidas relações de tamanho como “maior que” ou “menor que”. Neste caso específico ao qual a autora se referiu, emergiram aspectos afetivos complexos e alheios aos interesses da professora com a história da mamãe urso e do papai urso. Mesmo tendo aparentemente compreendido as relações matemáticas envolvidas na atividade, as crianças afirmaram que a mamãe ursa é maior que o papai urso, quando na realidade o urso pai da história era maior em tamanho. Isso ocorreu por questões afetivas, alheias ao ambiente escolar, infiltradas neste por conta da familiaridade com a história utilizada. Em entrevistas com estas mesmas crianças em seu ambiente familiar, a autora constatou, então, que as mães ocupavam um lugar de destaque na regulação das atividades cotidianas dos filhos, bem como na satisfação de necessidades alimentares. Daí porque a mãe assumir uma representação grandiosa na relação, o que afetou a relação de tamanho pretendida na escola.

Outra situação interessante relatada por Walkerdine (1988) é o caso de dois alunos de matemática de sexos diferentes. Eles também estavam estudando a relação “maior que” e “menor que” e já haviam demonstrado reconhecer tais relações. No entanto, em um determinado momento da aula, os dois alunos são chamados a argumentar a relação de tamanho de varetas que lhes foram dadas. As varetas menores foram dadas ao menino e as maiores foram dadas à menina. A menina respondia corretamente que as suas varetas eram maiores, mas o menino insistia, sem justificativa plausível, que as suas varetas também eram maiores. Isto mostra, segundo a autora, a influência de sentidos extrínsecos ao ambiente escolar, que fazem parte das múltiplas práticas culturais de que os sujeitos participam, influindo na prática da sala de aula. No caso, o aluno não podia admitir que sua vareta fosse menor, apenas por uma contingência cultural que estabelece a supremacia masculina.

As aulas de matemática não impedem o posicionamento singular da pessoa co-autora do contexto. Quando um sujeito fala, ele atribui sentidos a partir de um posicionamento pessoal e tais sentidos produzem o contexto de trocas discursivas. Numa interessante citação, Lerman (1996) faz uso de um exemplo de Bishop (1981, em conversa informal) para ressaltar a idiossincrasia de um aluno em relação ao conceito de números pares. Para o aluno em questão, o ‘um’ é um número par porque é composto por duas metades, e ‘a metade’ é um número par porque é composto por quatro quartos. No entanto, ‘um quarto’ é ímpar.

Tal singularidade não pode ser vista independentemente do contexto de sala de aula de matemática. Ele utiliza este exemplo para mostrar que, por outro lado, a singularidade advinda de um sujeito se relaciona com a prática na qual está inserida: o sentido, por mais singular, só pode ser compreendido à luz da prática específica de aulas de matemática, na qual os significados são produzidos, como no caso, o ensino de frações.

Meira (1996a) salienta as “regras implícitas de comunicação” (p.104) que faz “com que professor e alunos falem entre si sobre o significado de referentes completamente distintos, como se discutissem sobre conteúdos compartilhados” (p. 105). Esta tensão na sala de aula envolve

> [...] um processo de negociação de significados (baseado em premissas implícitas acerca do processo comunicativo...) inerente ao ensino e aprendizagem da matemática. O que é resolvido, entretanto, não se refere à natureza própria dos conceitos matemáticos explorados, mas ao (re)estabelecimento [...] de normas de conversação que são gradualmente assimiladas pelos alunos, e que resultam no estabelecimento de premissas comunicativas e rotinas de ação próprias desta sala de aula. (MEIRA, 1996a, p. 106).

O segundo aspecto a considerar para compreendermos ao que se refere a negociação de sentidos são as premissas comunicativas. Saljo e Wyndhamn (1993) afirmam que tais premissas restringem e dirigem a atividade realizada em sala através da imposição de limites.

Um exemplo dado pelos autores ilustra perfeitamente este fato. Nele é pedido a alunos de diferentes disciplinas (matemática e estudos sociais) que respondam à pergunta: “quanto se tem de pagar para postar no correio um objeto de 120g?” Todos os dois grupos de alunos receberam uma tabela que designava o valor do selo definido por um parâmetro de pesos máximos. Por exemplo, nesta tabela constava que um peso até 100g correspondia a um valor determinado; um peso até 250g correspondia a outro valor, e assim por diante. Os autores observaram que os alunos de matemática criaram estratégias de resolução bem distintas dos alunos de estudos sociais. No primeiro caso, os alunos não atentaram para o fato de que os valores dados eram correspondentes a pesos máximos, possibilitando que um peso entre 101g a 250g fosse considerado de mesmo valor. Desta forma, os alunos de matemática, levados pelas premissas comunicativas de aulas deste tipo, tendiam a resolver o problema fazendo cálculos aditivos de proporcionalidade para achar o valor exato do peso dado, no caso 120g. Os alunos de estudos sociais, por outro lado, simplesmente leram a tabela, julgando o preço da carta pelo valor estipulado nesta. Este exemplo é muito ilustrativo de como as premissas comunicativas de uma prática cultural influem na forma de atuação do sujeito em relação à atividade proposta. No caso, aulas de matemática levam os sujeitos a pensar em termos de problemas que exigem cálculos para serem resolvidos; enquanto aulas de estudos sociais não se prendem a tais atividades.

Sendo assim, se por um lado a singularidade do sujeito que fala sempre está presente a partir de seus posicionamentos únicos e pessoais num contexto dado; por outro, a forma de organização na qual os contextos emergem influi na atividade do sujeito. O exemplo acima do sujeito idiossincrático no estudo de frações é um exemplo extremo de como a singularidade aparece no contexto. Por outro lado, este último exemplo mostra claramente o extremo oposto, de como a prática característica de uma atividade influi na atividade do sujeito, ou seja, como aulas de matemáticas induzem os alunos a realizarem tipos de atividades característicos desta disciplina.

O terceiro aspecto a considerar para compreendermos a negociação de sentidos em sala de aula são as rotinas de ação e as condições para a negociação. Em um estudo de caso de aulas do professor Schoenfeld numa turma de graduação de matemática, Arcavi, Meira, Smith e Kessel (1998) observaram que a micro-cultura da sala de aula se dá com base numa estrutura de negociação de sentidos onde o professor desempenha um papel predominante, estabelecendo "quem fala", "quando" e "como fala", desconsiderando questões irrelevantes ao objetivo do processo almejado e adiando outras.

Neste interessante trabalho os autores propõem uma distinção entre formas de transmissão da matemática (*presenting mathematics*) e uma forma de fazer matemática (*doing mathematics*) na sala de aula, a partir da análise de uma dramatização do professor Schoenfeld sobre o que sejam tais práticas. O primeiro caso é ilustrativo da prática tradicional de ensino que não leva à discussão dos problemas matemáticos apresentados: a apresentação dos problemas e sua solução esgotam a atividade. Na dramatização, as atividades algébricas, chave para a resolução dos problemas, são dadas como não-problemáticas; há uma ênfase na memorização e não no processo de transformação algébrica; não há questões problematizantes levantadas pelo professor etc. No segundo caso, Schoenfeld segue um modelo heurístico como um método de levar os estudantes ao fazer matemático, tal qual um membro da comunidade matemática, levando os alunos, não a memorizar os procedimentos, mas a compreender as regras implícitas nos procedimentos algébricos; ou seja, levando os alunos a fazer matemática a partir da atribuição de sentidos às transformações algébricas. Esta capacidade de atribuição de sentidos aos significados dos objetos, axiomas e teoremas matemáticos na comunicação da sala de aula entre professor/aluno deve ser o objetivo da prática da sala de aula, se se deseja entender a situação didática como um sistema dinâmico, pelos motivos que serão explicitados no próximo tópico.

4.4 - A situação didática como um sistema dinâmico

Visto como um sistema dinâmico, a situação didática precisa dar conta da constituição do conhecimento enquanto processo cognitivo-dialógico, observando-se o diálogo professor-aluno-sentido, e não o professor-aluno-saber (na TSD, especificada acima). Isto gera duas diferenças: 1) retira a idéia de um saber já instituído pronto a ser assimilado e 2) ressalta a co-atuação dos três elementos entre si.

Em primeiro lugar, ao tomar a posição de estudar o triângulo didático como um sistema dinâmico, devemos, antes de tudo, considerá-lo como um sistema aberto. Aberto a quê? Aberto ao contexto que o modifica de forma emergente, isto é, ao contexto discursivo.

No caso da sala de aula, nosso contexto localmente emergente são as trocas discursivas onde emergem os significados e sentidos matemáticos. O significado como algo que perpassa a relação se encontra ao mesmo tempo dentro e fora dela; mas os sentidos, como algo preso à relação, substitui o saber do tripé original, enfocando que o mesmo é construído neste jogo entre sentidos e significados. O tripé didático então, se constituiria desta maneira:

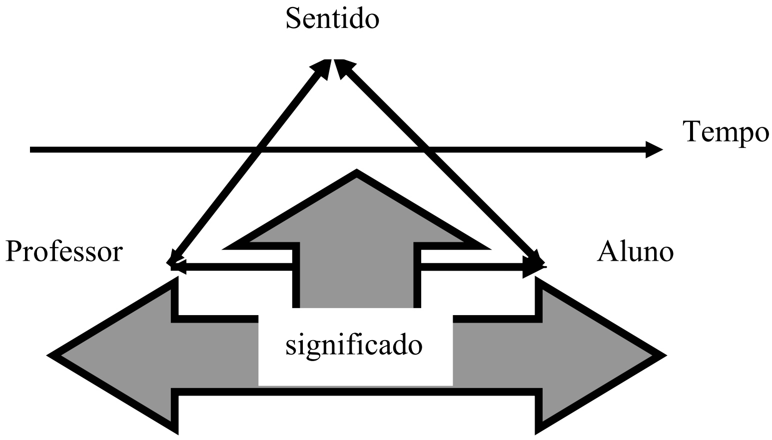


Figura 5: caracterização da relação triádica professor/aluno/sentido
como um sistema aberto aos significados no contexto das trocas discursivas.

Partindo do ponto de vista de que o significado possui um status que perpassa a relação, estando dentro e fora desta, relacionado, portanto, com o saber instituído, o significado poderia estar no lugar do saber na figura acima. Porém, o que importa para o sistema é a forma como o aluno entende algo, ou seja, o sentido que faz de algo, que se prende à relação. O sentido passa a fazer parte do sistema, como a possibilidade de encontro verdadeiro entre o professor e o aluno. É a partir dele que os significados irão se produzir ou (re)produzir, não como uma imposição de cima para baixo, mas como recriação de novas formas de ver determinado aspecto do conteúdo programático trazido pelo professor.

Como se trata de uma (re)produção, o conhecimento precisa ser (re)elaborado pelo aluno de forma a fazer sentido para o mesmo na relação sistêmica. Assim, o sistema tem que trabalhar a dinâmica entre sentido e significado, baseado em problemas estrategicamente apropriados para a situação didática, como mostram Meira (1995, 1998) e Lins (1993, 1995), por exemplo.

A fim de argumentar a favor do triângulo didático como um sistema dinâmico, é preciso ressaltar que sentido e significado exigem, não só a consideração da linguagem (“natural” e matemática) utilizada pelos alunos, bem como a noção do fazer matemático como atividade matemática (MEIRA, 1996b). Fazer matemática é sinônimo de produzir significados e estes só são possíveis através de sentidos dados aos aspectos conceituais. Meira (1996a e b) afirma que as aulas de matemática possuem uma especificidade própria. Segundo este autor, a sala de aula de matemática cria uma “microcultura” própria, onde são negociados sentidos baseados, por um lado, nas convenções matemáticas, e, por outro, nos sentidos dados às mesmas durante a atividade matemática entre o professor e os alunos.

A relação professor/aluno é permeada por um propósito bem definido: a aprendizagem. Mas ao contrário de questionar se a aprendizagem no sentido tradicional ocorreu, ou seja, se o aluno aprendeu a lição, fazemos uso de uma perspectiva de aprendizagem que o considera como um processo comunicativo (podendo também ocorrer no plano imaginário) no qual tanto os alunos quanto o professor estão o tempo inteiro atribuindo sentidos ao conteúdo didático, permitindo ao aluno uma atribuição pessoal a algo previamente estabelecido como verdade científica. Esta atribuição pessoal que se expressa na relação, objeto da negociação de sentidos entre o professor e o(s) aluno(s) permite à situação didática um status de sistema dinâmico, na medida em que na negociação, professor-aluno-sentido agem ao mesmo tempo de forma triádica uns sobre os outros. Aqui a ação do tempo ocorre de forma contínua, evidenciada no processo de produção de sentidos e pode fazer parte de uma metodologia que se baseia no método micro-analítico.

Capítulo 5
Método

Conforme entendemos, o procedimento de uma pesquisa deve seguir uma metodologia específica indicando, esta, a relação entre os aspectos teóricos anteriormente explorados e os procedimentos propriamente metodológicos. Já tendo delineado anteriormente nossa perspectiva teórica, passaremos a expor como procedemos a fim de alcançar os resultados que serão alvo do próximo capítulo. A relação entre a base teórica de onde partimos e os procedimentos que serão delineados neste, porém, será o tema das *Considerações Finais*, onde analisaremos, enfim, se atingimos nosso objetivo.

5.1 - O objetivo

O objetivo é analisar como se dá o processo de comunicação dos significados matemáticos em uma situação didática entre professor-aluno na sala de aula, em uma escola pública situada na região metropolitana de Recife.

5.2 - A escola, os alunos e o professor

O estudo foi realizado em uma escola pública federal (ligada à Universidade Federal de Pernambuco) situada na região metropolitana do Recife, que atende da 5ª a 8ª séries do ensino fundamental e da 1ª a 3ª séries do ensino médio. Não se trata, porém, de uma escola pública tradicional. Seu ingresso exige que se faça um teste seletivo bastante competitivo e seu corpo discente é considerado de nível elevado pelos professores. Outra característica é o nível acadêmico dos professores. A maioria possui o mestrado e alguns, o doutorado. O professor que fez parte da pesquisa possui o título de mestre em educação.

O fato de a escola possuir professores assim qualificados, e ser atrelada à universidade, torna-se o ambiente propício a freqüentes pesquisas, de forma que os alunos já se habituaram, de uma maneira ou de outra, com a presença de pesquisadores em sala de aula.

Foi selecionada para pesquisa uma turma da 8ª série do ensino fundamental, com crianças entre 12 e 14 anos, aproximadamente. Na escola acima descrita, o ensino começa na 5ª série do ensino fundamental. O modo de funcionamento peculiar da escola leva o aluno a ser, ele próprio, o condutor do seu aprendizado, tendo uma participação bastante ativa nas aulas. Por isso a criança recém-ingressa não está ainda habituada a esta independência na produção do saber, dificultando a participação do aluno mais inibido desde o início. Desta forma, pensamos que alunos de 8ª série estariam habilitados a atuar de forma mais participativa nas aulas, como de fato ocorreu, favorecendo a análise das trocas discursivas sobre o conteúdo matemático.

5.3 - A escolha do conteúdo matemático

A matemática, enquanto conteúdo didático a ser analisado, foi escolhida como continuidade natural dos estudos produzidos por ocasião do mestrado. Nele fizemos uma análise dos resultados de uma seqüência didática, ministrada a alunos da 7ª série do ensino fundamental. Tal análise, diferentemente deste trabalho, se propunha a pesquisar os resultados (e não o processo) comparativos de uma estratégia habitual de ensino, e a referida seqüência. Dada a nossa imersão na álgebra linear (conteúdo da seqüência) achamos mais pertinente continuar na área da matemática, a fim de podermos melhor empreender a análise das trocas discursivas sobre o tópico em questão. Este, assunto da aula a ser enfocado neste trabalho, deveria ser então a álgebra linear; porém, foram registradas aulas sobre “paralelismo e ângulos nos polígonos” devido à negociação junto ao professor sobre o assunto a ser videografado. Tal assunto foi justificado pelo professor com base na duração das aulas necessárias para “cobrir o assunto” e na continuidade do que se estava trabalhando.

5.4 - A videografia

Escolhida a série, seguimos a caminho do primeiro contato com o professor. Após a apresentação de ambas as partes, falamos da realização do trabalho, aventando a possibilidade do trabalho em vídeo. O professor se mostrou receptivo à idéia. Antes, porém, de começarmos a videografia assistimos a uma semana de aula (duas aulas), a fim fazermos algumas anotações acerca do método que a pesquisa requeria, de forma a descrever as atividades realizadas. Estas envolviam, rotineiramente, a resolução de problemas pelos alunos após uma breve exposição sobre o tópico (conforme o relatado pelo professor). Os alunos eram chamados ao quadro a fim de resolver os problemas propostos no livro texto, um a um, com a participação da turma em forma de perguntas, e/ou através de contribuições sobre diferentes maneiras de resolução dos problemas. Ou seja, os alunos resolviam um mesmo problema no quadro (ou através de descrição oral) de diversos modos, o que se mostrou uma estratégia habitual.

Após este período tivemos nova conversa sobre o estabelecimento do tópico a ser videografado e sobre os objetivos da pesquisa em andamento. Nesta, foi dito apenas que o objetivo da pesquisa era a análise das trocas discursivas entre o professor e os alunos sobre um assunto que não tivesse ainda sido trabalhado em aula.

A videografia teve início a partir da primeira aula do tópico negociado entre a pesquisadora e o professor. Como é natural, no início, a videografia causa certa resistência nos alunos que após um tempo se dissolve naturalmente.

Para proceder à videografia, combinamos com o professor que a aula seria realizada no laboratório da escola, devido a melhores condições de filmagem. A câmera foi colocada na parte posterior da sala, centralmente, no ângulo de melhor captura das notações do quadro.

Vale dizer também que, do posicionamento da câmera às tomadas de cena, tudo fez parte do recorte dado por nós ao trabalho proposto. No caso, privilegiamos as trocas discursivas que envolviam o professor, visto que estamos analisando a relação professor-aluno. Do mesmo modo, centralizamos bastante o que foi escrito no quadro, a fim de referir também a parte escrita na transcrição; e no mais das vezes nos limitamos apenas a abrir e fechar o foco da lente, direcionando o enfoque.

Recomendamos ao professor que procedesse de forma o mais habitual possível. O término da videografia ocorreu quando o professor achou o assunto suficientemente trabalhado para passar para outro tópico. Gravamos apenas as aulas concernentes ao tópico acordado entre nós.

5.5 - O procedimento da análise videográfica

Este tópico descreve os passos da análise, cujo resultado será apresentado no capítulo seguinte. Neste tópico, eles serão justificados, tendo em vista o objetivo do trabalho, ou seja, a análise do processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula. Para atingir este objetivo foi necessário proceder a uma micro e a uma macro-análise.

5.5.1 - Por que micro e macro-análises?

A micro-análise tem o objetivo de compreender o processo de mudança em profundidade. Ou seja, tem o objetivo de saber o que produz a mudança no nível mais detalhado possível, em pequenos intervalos de tempo. Acreditamos, no nosso caso, que isto só pode ocorrer quando se desce ao nível do que acontece segundo a segundo no processo de comunicação.

Por outro lado, a macro-análise produz uma diferença importante porque o que se deu no nível micro-analítico não pode ser verificado no nível macro-analítico, que possui uma outra visão do fenômeno. A macro-análise permite uma visão panorâmica, não como pequenas mudanças que ocorrem segundo a segundo, mas conforme outra marcação de tempo, adequada ao fenômeno em questão. A macro-análise se situa, então, no chamado tempo de desenvolvimento. Esta marcação de tempo é regulada pelo fenômeno investigado.

O fenômeno investigado é o processo de comunicação entre professor e aluno com base nas trocas discursivas ao longo do tempo, delimitado por uma questão focal. Esta se referiu ao tópico acordado com o professor, cobrindo o espaço de três aulas. A marcação do tempo de desenvolvimento então, obedece a quantidades de aulas sobre uma mesma questão focal.

Assim, o processo comunicativo desta relação professor-aluno se passa no nível micro-analítico, onde não se consegue ver o fenômeno ainda, obtendo-se apenas passos que podem ser demarcados e que serão justificados abaixo.

Resumindo, a macro-análise se baseou na micro-análise. Mais especificamente, o procedimento macro-analítico estabeleceu uma visão partindo de um intervalo maior de tempo (aulas dadas), baseado na análise do que ocorreu segundo a segundo, conforme nossa análise micro-analítica.

5.5.2 - Passos da micro-análise

a) - A transcrição da fita

Este passo foi necessário para que pudéssemos ter em mãos o material das passagens referentes à comunicação dos significados matemáticos. A decisão da transcrição do vídeo se deu em meio à necessidade de compreensão mais completa das trocas discursivas verificadas nos primeiros contatos com o mesmo.

Esta seguiu a notação corriqueira em exemplos de transcrições (LEITÃO, 1999; 2000; 2001) produzidas no Brasil, bem como em alguns signos consagrados pela literatura internacional. Porém, quando diante de duas opções de notação diferentes em relação a um mesmo aspecto, optamos sempre pela comumente usada em textos brasileiros. Assim, por exemplo, diante da decisão de como notificar uma interrupção brusca designada internacionalmente pelo signo “–“ (ATKINSON; HERITAGE, 1984; SILVERMAN, 1993; LEVINSON, 1983), preferimos utilizar o signo ”/” , a fim de facilitar a nossa compreensão. A notação usada, que se encontra no *Anexo A*, foi utilizada a fim de sermos mais fiéis à forma como foram produzidos os enunciados.

Além disso, vale dizer que os gestos são ressaltados nas transcrições apenas quando se fizeram necessários para a compreensão da fala, sendo sinalizados na coluna “observações” à direita das transcrições, conforme ficha de transcrição no *Anexo B*. Na primeira e segunda linha se encontram o tempo de duração do episódio e um título dado ao mesmo, além da designação da aula, se primeira, segunda, ou terceira; o tipo de episódio e a indicação dos participantes. Nas colunas se encontram o número do turno, as falas e as observações.

Tanto quanto foi possível, tentamos identificar cada aluno específico quando em diálogo com o professor, porém, nem todas as vezes isso ocorreu. Assim, os alunos não identificados no vídeo foram codificados como A1, A2 etc., sendo possível que um mesmo aluno seja A1 e A2 diante da dificuldade em distinguir as vozes perfeitamente. Desta forma, um episódio que vai até A29 não significa necessariamente que 29 alunos diferentes contribuíram discursivamente, mas que 29 vezes foram proferidas falas por um aluno apenas e não por mais de um aluno ao mesmo tempo, embora não tenha sido possível identificar qual aluno falou nesta ocasião específica. As vozes de vários alunos falando ao mesmo tempo foram marcadas pela notação V-A.

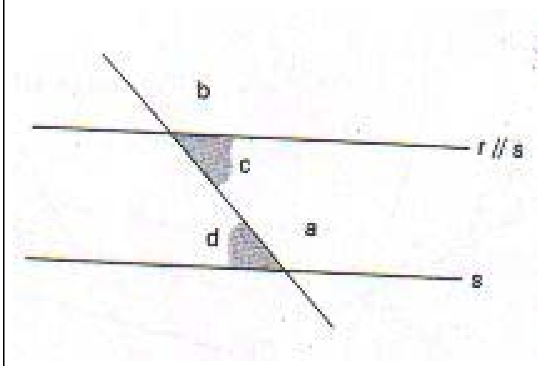
b) – A delimitação do vídeo em episódios

Este procedimento se baseou na consideração de diferentes tarefas realizadas, ou em uma forma diferente de enfocar uma mesma tarefa; questões do livro; apresentação de um teorema; conceito ou problema levantado.

A fim de ilustrar ao leitor a delimitação dos episódios vamos mostrar o seguimento entre dois tipos de passagens de um episódio a outro: 1) quando muda a tarefa; 2) quando muda a forma de enfocar a tarefa.

O primeiro caso refere-se à mudança de tarefas do livro didático relativas à questão focal, como pode ser visto no fragmento abaixo que começa da seguinte maneira:

01	P	Ok, agora se a gente... (.) fosse discutindo os exercícios, o exercício 36, por exemplo, da página seguinte, ele tem uma figura aí. (.) Eu vou reproduzir a figura aqui pra efeito de reproduzir também pra câmara. Lília você quer, gostaria de ler esta questão?	Desenha no quadro



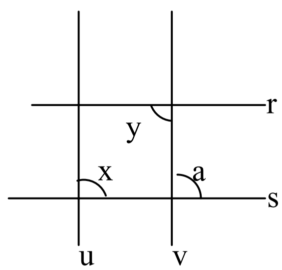
02	Lília	Sabendo que “r” e “s” são paralelas, então, os ângulos correspondentes “a” e “b” são iguais. Use esse fato para explicar por que são iguais os ângulos alternos internos “c” e “d”.	Lendo a tarefa diretamente do livro

Este episódio começa com uma nova tarefa e segue até a resolução da mesma que pode ser verificada no último turno 17, abaixo:

17	P	E, que que a gente sabe também? Que “a” é igual a “b”

A próxima fala transcrita, que se segue a este turno 17 é o começo de um novo episódio, delimitado por outra tarefa, como mostra o seguimento abaixo:

01	P	A próxima questão 37, Dani
02	Dani	Na figura, temos r//s e u//v. Explique por que são iguais os ângulos “x” e “y”. Use o ângulo “a” na Explicação



Neste episódio, Dani, chama o ângulo "a" de alternos internos:

09	P	Quem é o ângulo "a" aqui? Você quer vim mostrar aqui?
10	A1	alternos internos

O episódio termina quando o professor sintetiza a fala de Dani da seguinte maneira:

17	P	"x" e "a" são correspondentes. E aí eles são congruentes, não é? Têm a mesma medida. E "a" e "y" pelo que ele está dizendo são alternos internos e também neste caso pela Explicação dada por ele, também são iguais.

O segundo tipo de delimitação dos episódios pode ser exemplificado pelo episódio que segue o acima especificado. Esta mesma fala do turno 17 marca o início do episódio seguinte, que se passa como outra maneira de enfocar um problema ou uma tarefa, considerado por isso também o turno 1 do episódio seguinte. A fala de Lília caracteriza outra maneira de enfocar a tarefa, como segue:

02	Lília	E os alternos externos?

Na sua fala, Lìlia, está enfocando um aspecto que não faz parte da resolução do problema anterior, mas está relacionado com o mesmo, como outra forma de enfocá-lo. Isto ilustra, como já dissemos, a forma como delimitamos os episódios, sempre com base em diferentes tarefas ou problemas ou em formas novas de enfocar os mesmos problemas.

c) - A busca dos afastamentos e aproximações dos significados matemáticos

Este passo foi importante para a pesquisadora entender melhor o conteúdo tratado na aula. Com base na perspectiva que estamos adotando de diferenciação de sentidos e significados, os primeiros presos às relações e os segundos como algo que perpassa as relações, foi importante entender como a aula se organizou em torno dos conteúdos expostos no livro didático, a partir do qual os problemas foram levantados.

O que se pode perceber nesta busca são afastamentos e aproximações realizados pelo discurso tanto do professor como dos alunos. É importante dizer que não se deve fazer uma relação causal entre os afastamentos dos significados explícitos do conteúdo exposto no livro texto e o desacordo entre os interlocutores, nem o contrário, que as aproximações geram o acordo entre eles. Tanto um como outro pode gerar acordos e desacordos, como será explicado no nosso próximo passo micro-analítico.

O que significa afastamento e aproximação em relação ao livro texto? Isto foi visto de forma bem simples. De posse das passagens do livro, procuramos identificar como o livro se referiu a um aspecto e como este mesmo aspecto foi (re)produzido na aula. Para ficar mais claro, vou dar dois exemplos extremos a fim de explicitar para o leitor a forma como a análise foi realizada.

Considerando que a aproximação e o afastamento podem ser vistos como um contínuo, existem situações extremas tanto num pólo como no outro. Vamos dar exemplos de cada um dos pólos extremos. No primeiro caso temos uma enunciação de um aluno, Nando, considerado de aproximação extrema na qual está se discutindo a veracidade ou falsidade da afirmação: “a soma dos ângulos externos de qualquer polígono é 360º”:

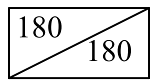
42	Nando	Professor, esse negócio do/ da soma dos é/ dos ângulos externos ter 360º não se aplica a nenhum polígono que tenha um ângulo interno maior que 180º.

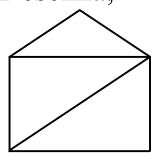
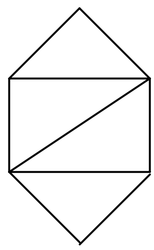
Esta afirmação aparece no livro texto da seguinte maneira. O texto está deduzindo o teorema de que a soma dos ângulos externos dos polígonos é sempre 360º até chegar à conclusão de que esta afirmação não se aplica aos polígonos não-convexos. Literalmente o texto afirma:

> Quando demonstramos o teorema, usamos o fato de que as medidas dos ângulos interno e externo de mesmo vértice somam 180º. *Esse fato não se aplica aos polígonos não-convexos, nos quais há pelo menos um ângulo interno que mede mais que 180º.* Portanto, o teorema dos ângulos externos deve ser enunciado assim: Em todo polígono convexo, a soma dos ângulos externos é 360º. (IMENES; LELLIS, 1997, p. 192).

Comparando o enunciado de Nando com a citação do livro vemos que Nando extrai o essencial da citação, ou seja, o fato de que nos polígonos que têm um ângulo interno maior que 180º, a soma dos ângulos externos não é 360º. Nando não usa nesta fala, porém, o termo polígono convexo e não convexo pra se referir àqueles cuja soma dos ângulos externos é 360º, e àquele cuja soma dos ângulos externos dá mais de 360º. A sua fala não é uma repetição literal, mas está no extremo da aproximação em relação à citação feita no livro, diferentemente do caso que está no extremo do afastamento.

O exemplo seguinte vai mostrar um caso que se encontra no outro extremo. Neste, a passagem se refere à discussão da seguinte afirmação: "A soma dos ângulos internos de qualquer polígono de "n" lados é (n – 2) x 180º":

118	Maria	A soma dos ângulos internos de qualquer polígono de n lados é n-2 vezes 180 graus	Lendo a questão
119	P	Você poderia dar uma explicação sobre isso?	
120	Maria	Bom, primeiro porque (inaudível) Mas (inaudível)	
121	P	Tente só justificar porque que esta fórmula é válida Você sabe se ela é válida?	
122	V-A	inaudível	
123	Priscila	A soma dos ângulos internos de um triângulo num dá 180? Aí o número de lados, 1, 2, 3, 4 menos 2, dá 2 x 180	Priscila dirige-se ao quadro e explica no desenho: 
124	Priscila/ Maria	(inaudível)	

125	P	Eu não tou ouvindo o que vocês tão dizendo não	
126	Priscila	segredos	
127	P	E no caso de um pentágono? Funcionava?	
128	Priscila	Mesma coisa São 3 triângulos 5-2 dá 3. 3 x 180, vai dar (inaudível)	Desenha; 
129	P	Como é que você generalizava este resultado? Pra fórmula que ta lá escrita, (n-2) x 180?	
130	Priscila	N é o número de lados 1, 2, 3, 4, 5 lados, (.) né? São cinco lados Isso aqui é um triângulo, certo? E a soma dos ângulos internos dá 180 Aí a gente pega o número de lados, tira 2. Porque sempre que tem um polígono, se eu tirar dois lados, assim, aí fica o número de triângulos	
131	P	Vocês tão entendendo?	
132	A39	Eu tou,	
133	A40	Eu ta, todo mundo ta	
134	V-A	inaudível	
135	P	É só eu quem não estou entendendo?	
136	A41	É	
137	Priscila	Isso é um de seis lados, um hexágono. São seis lados. E aí formou 4 triângulos. Se eu tirar 2 lados aí vai ficar 4 lados. E 4 vai significar a quantidade de triângulos que se forma dentro da figura.	hexágono 
138	P	ºOkº, próxima questão, mais uma pergunta? Alguém tem alguma questão a fazer?	

Pode-se perceber que a explicação de Priscila é um esforço para dar um sentido pessoal à fórmula (n-2)x180. Mas será que o livro texto fala algo a respeito? Olhando o livro texto vemos a seguinte breve passagem, que se apresenta antes da dedução do teorema anteriormente referido: “Primeiro, imaginamos o polígono de n lados dividido em triângulos [...] Aparecem n triângulos. A soma das medidas de todos os seus ângulos é n x 180”. (IMENES; LELLIS,1997, p.191).

Neste caso, Priscila não faz uma afirmação quase literal do enunciado como Nando, acima, mas tenta dar um sentido à fórmula e ao enunciado que o livro apresenta de passagem na explicação. Como o livro não explora esta idéia, contendo só a citação feita, creditamos sua fala como no extremo do afastamento no contínuo afastamento/aproximação.

Exemplificada a forma como se fez a busca do afastamento e da aproximação, resta justificar que sua importância residiu na compreensão de como são produzidos os sentidos baseados nos significados matemáticos do livro texto. Isto foi importante tanto para a compreensão do material transcrito pela pesquisadora, quanto para a verificação do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro, segundo tópico dos passos da macro-análise, que será justificado no final deste capítulo e apresentado no próximo.

d) – A busca do acordo e desacordo

A busca dos acordos e desacordos possui uma fundamentação teórica baseada na afirmação de que todo enunciado possui um autor que fala a partir de um lugar único e que ninguém mais pode ocupar. Partindo de lugares diferentes, é previsível que a confluência de opiniões não seja a regra na comunicação ou, pelo menos, passe por um período de negociação de sentidos distintos dados a um aspecto específico de uma questão qualquer. Tal negociação gera instabilidades, aparecendo como desacordos entre os participantes de um diálogo.

A fim de encontrar um eixo central que caracterizasse as instabilidades da comunicação professor-aluno, estabelecemos então, o que se configurou um critério da micro-análise: o acordo e o desacordo. Nos momentos de acordo os diálogos se passavam de forma bastante diferente do que quando em torno dos mesmos conteúdos, se manifestavam vozes dissonantes – os desacordos. Este passo da análise buscou caracterizar os momentos em que acordos e desacordos se apresentavam de diferentes formas.

Especificando detalhadamente, o critério de acordo pode aparecer como um dos seguintes tipos: 1) *acordo marcado pela semelhança do enunciado*, significando que o acordo se apóia na repetição quase, ou, de fato, literal do que é dito nos turnos anteriores, sem, contudo, acrescentar um dado novo, ou se constituir em uma explicação ao que já foi exposto; 2) *acordo marcado pela retificação*, onde o acordo se apóia em alguma retificação da forma como é dito, ou seja, o sujeito pode aceitar o que é dito, desde que haja modificações no enunciado; 3) *acordo marcado pela explicação*, é aquele em que o acordo aparece acompanhado de uma explicação do que foi dito anteriormente, sem contudo, haver o acréscimo de dados novos; 4) *acordo marcado pelo acréscimo de informação*, aqui sim, o acordo aparece junto de novos dados que não estão presentes nos turnos precedentes; 5) *acordo simples*, aquele tipo de acordo em que nenhuma informação é retificada, explicada, acrescentada, nem dita de forma semelhante, mas é aceito o que foi dito.

A fim de fazer o leitor compreender melhor esta categorização adotada, daremos exemplos tirados de dois fragmentos do protocolo. Cremos que isso ajudará também o leitor a situar o fluxo dinâmico em que os acordos ocorrem. Trata-se, no caso, de um episódio (episódio 1 – vide *Anexo C*) em que o estabelecimento da questão focal "paralelismo" está sendo feito.

1	P	Bem, vamos lá!É... <u>pergunta</u> (inaudível) o que é que ele tá querendo, o que que o autor, que mensagem o autor tá querendo passar dentro deste texto?
2	Felipe	Paralelismo
3	A1	Paralelismo
4	A2	Paralelismo

5	P	Paralelismo. O que ele tá querendo tratar então?
6	A3	Ele trata do, é...
7	Priscila	Das propriedades de Tales
8	P	Teorema de Tales
9	A4	É

Neste breve exemplo temos uma pergunta no turno 1: qual a mensagem que o autor está querendo passar com o texto que foi lido? A resposta vem no turno 2, onde Felipe responde o título do assunto, "paralelismo". Os turnos 3, 4 e 5 são acordos em relação a esta resposta dada, **marcados pela semelhança**, no caso, repetições literais. O turno 5, além de caracterizar um acordo marcado pela semelhança pela mesma razão que os turnos 3 e 4, é também composto por uma pergunta "*O que ele tá querendo tratar então?".* A resposta a esta pergunta vem nos turnos 6 "*Ele trata do, é...*" e 7 "*Das propriedades de Tales*". No turno 8, o professor afirma que se trata do Teorema de Tales, que é dito como se fosse uma correção, caracterizando, então, um **acordo marcado pela retificação.** O turno 9, onde A4 diz "*É*", é considerado um **acordo simples**.

O diálogo continua como na seqüência abaixo:

10	P	E dentro destas figuras todas que aparecem no livro, esta, esta, esta e esta aqui, vamos tentar identificar um pouco o que que é isso. Que que ele quer provar com o teorema de tales? Ou, ou falar do teorema de tales?
11	A5	ºQue (inaudível) paralelas (inaudível)º
12	P	Quer dizer que um feixe de retas paralelas

O turno 10 *("E dentro destas figuras todas que aparecem no livro...")* é considerado, da mesma forma, um acordo simples em relação ao que estava sendo dito. Neste mesmo turno o professor pergunta: "*Que que ele quer provar com o teorema de tales? Ou, ou falar do teorema de tales?",* que elicia uma nova resposta ("*ºQue (inaudível) paralelas (inaudível)º*), dada no turno

11. Com base nesta resposta é produzido um acordo marcado pela semelhança do enunciado no turno 12, "*Quer dizer que um feixe de retas paralelas* ", parte literal do que provavelmente foi dito no turno 11.

O fragmento citado até agora mostrou alguns tipos de acordos: marcado pela semelhança, marcado pela retificação e o acordo simples; o final do texto mostrará mais uma categoria:

13	A6	Quando cortadas por duas transversais
14	P	Quando cortadas por duas transversais

Os turnos 13 e 14 são dois acordos em relação à mesma resposta dada no turno 11, (*ºQue (inaudível) paralelas (inaudível)º*), no primeiro caso (turno 13), **marcado por um acréscimo de informação** "*Quando cortadas por duas transversais"* e no segundo caso, turno 14, como um acordo marcado pela semelhança, no caso a repetição literal do turno 13 acima citado.

Até agora foi mostrado no fluxo do protocolo como foram caracterizados o acordo marcado pela semelhança, o acordo marcado pela retificação, o acordo simples e o acordo marcado por acréscimo de informação. O fragmento abaixo mostrará, como novidade, o acordo marcado pela explicação:

25	P	Então, esses ângulos, como é que chama esses ângulos?
26	A9	[Correspondentes]
27	P	["a" e "b" são <u>ângulos</u>....]

Este breve trecho mostra primeiro uma pergunta do professor no turno 25. Os turnos 26 e 27 são turnos intercalados, ou seja, ditos ao mesmo tempo. "*Correspondentes*" é obviamente considerado uma resposta à pergunta "*...como é que chama esses ângulos?"* e o turno 27 é considerado como se fosse esta mesma pergunta realçada pela marcação do subscrito, indicando que a entonação é enfática *(“[“a” e “b” são <u>ângulos</u>....]”).* No caso, uma estratégia largamente usada pelos professores, numa tentativa de memorização do conteúdo, ou seja, ela é usada para que o aluno repita uma informação.

O turno 28 (“*Correspondentes*”) é considerado um acordo em relação ao turno 26, um acordo marcado pela semelhança, neste caso, uma repetição literal. Finalmente o turno 29 explica o que significa ângulos iguais, isto é, aqueles que possuem a mesma medida, e é por isso considerado um **acordo marcado pela explicação**. Ele é considerado um acordo em relação ao turno 26 onde A9 responde que os ângulos são correspondentes, como mostra o fragmento abaixo:

28	A10	Correspondentes
29	P	Quer dizer, entendendo “a” e “b” como a medida destes ângulos, eu posso dizer que eles são iguais.

O diálogo prossegue da seguinte maneira:

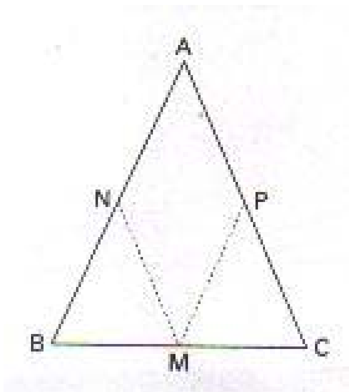
30	Nando	Aí, duas retas paralelas, cortadas por outras duas paralelas, vai formar um paralelogramo, os lados são iguais, os lados <u>contrários</u> são iguais.
31	A11	<u>opostos</u>

O turno 30 também é considerado um acordo com o turno 26, isto é, que os ângulos são correspondentes, neste caso marcado pelo acréscimo de informação. Este tipo de acordo só é caracterizado quando a informação acrescida não foi proferida anteriormente.

E por fim, o turno 31 (“*<u>opostos</u>”)* compõe com a pergunta feita no início no turno 25 (“*Então, esses ângulos, como é que chama esses ângulos?*”) e a resposta imediata no turno 26 *(“Correspondentes*”) um **acordo marcado pela retificação**. No caso, trata-se da retificação do termo *contrários*, usado por Nando no turno 30 “*...os lados <u>contrários</u> são iguais”* e caracterizado na transcrição pela entonação enfática. Com a mesma entonação, A11 retifica o termo utilizado, *contrários*, com o termo *opostos*.

O critério de desacordo será analisado com base em quatro situações, são elas: 1) *desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito*, é aquele caso onde alguém pronuncia uma sentença e outro diz algo que exclui a possibilidade do que foi dito anteriormente; 2) *desacordo marcado pela transformação de uma afirmativa em uma interrogativa*, é o caso onde alguém faz uma afirmação e o outro pergunta o que foi afirmado, transformando a afirmativa em uma interrogativa, significando que o que foi dito é posto em dúvida; não é meramente aceito, mas, ao contrário, pode gerar uma negação; 3) *desacordo marcado pela negação*, aquele onde a negação se apresenta claramente; 4) *desacordo marcado pela dúvida explícita ao anteriormente dito*, é aquele onde a dúvida se apresenta na sentença, como uma indagação do que foi anteriormente afirmado, sem, contudo, transformar uma afirmativa em uma interrogativa, como por exemplo: "*É verdade o que Marcelo ta dizendo*?"

Para ilustrar três dos quatro tipos de desacordo acima faremos uso de um pequeno fragmento de protocolo que será transcrito mais adiante sobre uma questão, envolvendo a seguinte figura:



.

O trecho pertence a um episódio que trata do questionamento que diz respeito a se, de fato, o quadrilátero desenhado dentro do triângulo é um losango, isto é, se possui quatro lados iguais. É estabelecido, então, um diálogo durante todo o episódio de 182 turnos com o propósito de fazer os alunos discutirem com base nas propriedades matemáticas, e não na aparência do desenho, a fala de Marcelo no turno 18, isto é, que a figura é um losango.

17	P	E que tipo de quadrilátero é?
18	Marcelo	Losango

Após esta resposta à pergunta do turno 17 o professor pergunta no turno 19:

19	P	Losango? Por que losango?

A primeira pergunta deste turno é considerada um **desacordo marcado pela transformação de uma afirmativa** (dada por Marcelo, "*Losango*", turno 18) **em uma interrogativa** ("*Losango*?)*"*. Este tipo de pergunta vai se apresentar em quase todos os episódios e nos parece ter um efeito de provocação com a qual o professor começa a problematizar as questões que são colocadas. Muitas vezes este tipo de pergunta, de fato, gera desacordos, em outros momentos os desacordos não aparecem, dando à pergunta apenas um efeito de retórica. Em síntese este tipo de pergunta gera duas situações: 1) apenas uma resposta que não leva a desacordos mas a acordos; 2) uma resposta que leva a desacordos.

O leitor poderia argumentar que, no primeiro caso, ela não poderia ser considerada um desacordo, desde que estes não são gerados na seqüência, e sim uma resposta que leva ao acordo. No entanto, consideramos a pergunta, em si, polemizadora, não podendo ela própria ser considerada um acordo mas, por este motivo ser considerada um desacordo, isto é, pelo fato de ser considerada uma provocação.

Continuando, no mesmo turno 19 há uma segunda pergunta *"Por que losango*?". O profesor, neste caso, pede uma justificativa para a afirmação sobre a figura ser um losango. A resposta vem do próprio Marcelo no turno 20:

20	Marcelo	Porque ele tem dois pares de lados, é... opostos iguais
21	Dália	(inaudível) é um losango

Vemos que Dália, em seguida, no turno 21 também afirma que é um losango provavelmente dando alguma justificativa na parte inaudível, concordando com a resposta de Marcelo no turno 18 ("*Losango*"), sendo por isso considerado um acordo marcado pela semelhança.

O diálogo prossegue quando Marcelo justifica novamente a sua afirmação que é um losango, (turno 22) como resposta à pergunta "Por que losango?" (proferida no turno 19), de forma diferente da justificativa do turno 20, *"...ele tem dois pares de lados, é... opostos iguais"*, sendo desta forma considerado um **desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito:**

22	Marcelo	Se ele tem quatro lados iguais...

No caso a característica de excludente vem do fato de que para ter dois pares de lados opostos iguais é preciso que haja dois lados diferentes, o que contradiz a informação de que a figura tem os quatro lados iguais. Os próximos turnos continuam a busca de justificativa para a figura ser um losango, como mostra o fragmento abaixo:

23	A2	ºOs lados opostos do paralelogramoº
24	P	Por que que ele tem quatro lados iguais?
25	V-A	(inaudível)
26	P	É verdade o que Marcelo ta dizendo?
27	V-A	(inaudível)
28	P	Que é um losango?
29	Dália	É sim

O turno 23 é considerado um acordo com a resposta de Marcelo no turno 20, *"...ele tem dois pares de lados, é... opostos iguais"*, configurando um acordo marcado pela semelhança. No turno 24 o professor privilegia a fala de Marcelo no turno 22 *("Se ele tem quatro lados iguais...")* e pede uma justificativa de *"Por que que ele tem quatro lados iguais?"* .

No turno 25 os alunos respondem algo inaudível e no turno 26 o professor faz uma pergunta que caracteriza um desacordo em relação à resposta de Marcelo no turno 18, isto é, que é um losango: "*É verdade o que Marcelo ta dizendo?".* Tal **desacordo** é considerado do tipo **marcado pela dúvida explícita ao anteriormente dito**. Esta pergunta o professor conclui no turno 28 *"Que é um losango?"*.

Finalmente no turno 29, Dália responde *"É sim",* configurando um acordo simples com a resposta dada por Marcelo no turno 18, que a figura é um losango.

Para ilustrar o tipo de desacordo marcado pela negação citaremos um fragmento de um episódio qualquer, onde um aluno A33 nega o que Felipe afirma, como mostra o trecho abaixo, ou seja, nega o fato de que o desenho é um paralelogramo:

110	Felipe	E esses dois paralelogramos não seriam iguais?
111	V-A	(inaudível)
112	A33	Eu *não* tou vendo nenhum paralelogramo

Ao nos deparar com a categorização de acordos e desacordos enfrentamos dificuldades como a caracterizada no episódio 13, como mostra o segmento abaixo:

11	Fred	Exato. Aí passei esse lado aqui pra cá, ficou menos 360 [igual a menos 24]	Apontando o lado direito da equação
12	A3	[inaudível....... .....]	

13	Priscila	Tu passou o "n" de baixo pra lá multiplicando	Referindo-se ao lado direito da equação
14	Fred	Passei esse pra cá	Apontando o lado direito da equação
15	A4	Não, de lá. O que tava dividindo tu passasse multiplicando	Referindo-se ao lado direito da equação
16	Fred	Ah, eu multipliquei por "n" os dois lados da questão. Aí menos e menos, fica positivo, né? Dá no mesmo. 360 sobre 24, vai dá "n". Aí a resposta é letra "b"	

Nele Fred está resolvendo uma equação algébrica da seguinte maneira:

$$\frac{(n-2)\times 180}{n}=156$$
$$180n-360=156n$$
$$-360=24n$$
$$N=\frac{360}{24}$$
$$N=15$$

Pode-se perceber que, em seu procedimento Fred passa a incógnita que está dividindo o lado esquerdo para o lado direito da equação, multiplicando. É isso que Priscila salienta em sua fala, porém o aparente desacordo ocorre porque Fred dá o sentido do que matematicamente ocorreu, ou seja, a multiplicação de ambos os membros por "n". Todavia, observando-se as notações realizadas na coluna à direita se percebe que os dois alunos estavam se referindo ao lado direito da equação. O "cá" (de Fred) e o "lá" (de Priscila) referem-se ao mesmo lado, o que pode ser visualizado pelo apontar de Fred e pela referência de Priscila quando afirma que "*Tu passou o "n" de baixo pra lá multiplicando"*, turno 13, não sendo, por isso, considerado este caso, um desacordo. Na verdade o "cá" de Fred e o "lá" de Priscila estão relacionados com a posição física em que eles se encontram em relação à notação do quadro.

Desta forma a análise das trocas discursivas girou em torno destes critérios. Resta apenas dizer que a caracterização dos acordos e desacordos em tipos diferentes e excludentes foi realizada com base no sentido dado aos objetos, baseado nos significados dos teoremas e axiomas matemáticos trazidos pelo livro texto. Esta caracterização foi importante, a fim de facilitar a identificação dos acordos e desacordos nos protocolos. Foi a partir dela que pôde ser estabelecida nossa unidade de análise.

e) - A unidade de análise estabelecida

A unidade de análise está sendo entendida no sentido vygotskyano como a menor partícula que contém, por si só, todas as características do fenômeno investigado, para usar um termo utilizado pelo próprio autor em seus exemplos sobre a transformação química da água. No sentido que é dado por Vygotsky, a unidade de análise aparece como uma célula que contém todas as propriedades, ou as cargas genéticas do organismo. Sendo assim, qualquer parte do corpo humano contém células e estas, todas as características do sujeito.

Marková (1990b) estabelece, partindo desta concepção, três passos mínimos necessários à caracterização da unidade de análise para a compreensão do diálogo entre pares: o que um sujeito profere, a resposta ao que foi proferido, e a reação do primeiro sujeito à resposta dada pelo segundo. Só a partir da reação do primeiro à resposta dada pelo segundo é que é possível identificar a comunicação que se estabelece entre ambos.

Esses três passos que possuem um *status* conceitual, isto é, depende do fenômeno investigado, supera, também, o caráter presencial dos falantes, podendo ser encontrado a partir da interação entre as características internas de um turno ou, como comumente ocorre, na interação face-a-face, em mais de um turno.

Nossa unidade de análise foi constituída por três passos distintos: 1) o caráter iniciatório geralmente marcado por uma pergunta feita pelo professor ou pelo aluno em um turno, ou começando em um turno e terminando em outro, após uma interrupção; 2) uma resposta; 3) um acordo ou desacordo. Em todo o material transcrito quando da exemplificação dos tipos de acordos e desacordos encontramos estes passos, embora de forma desorganizada, sendo necessário uma marcação capaz de organizar o material com base na sua identificação.

Descendo ao nível micro-analítico, podemos perceber como o fenômeno é constituído noutro nível interpretativo, segundo a segundo. Podemos então perceber que os padrões de comunicação que serão explicitados mais adiante, no próximo capítulo, são compostos passo a passo. Eles não aparecem já como padrões de comunicação, mas são construídos com base no estabelecimento desta unidade de análise.

Um exemplo de unidade de análise pode ser dado com base no exemplo transcrito abaixo, onde o professor está questionando a multiplicação de termos entre parênteses em uma expressão aritmética. O turno 18 caracteriza uma pergunta e o turno 19 uma resposta dada por vários alunos ao mesmo tempo:

18	P	É... por exemplo... <quatro mais três vezes cinco> Isso é equivalente a (.) por exemplo >quatro mais três vezes cinco< {Escrevendo no quadro (4+3)x5} isso é equivalente a <quatro mais três, vezes cinco>? {Escrevendo no quadro 4+3(5)}
19	V-A	Não

A questão surge a partir da colocação dos parênteses na fórmula “$\frac{n-2(180)}{n}=156$”. No livro a fórmula vem escrita como “$\frac{(n-2)180}{N}=156$”.

O episódio segue com o professor questionando se as duas expressões são iguais, considerada uma pergunta complementar à do turno 18, no turno 20.

20	P	Então essa é equivalente à anterior? Quem é que tá

		multiplicando aqui, o 180, aqui é n-2 ou é o 2?
21	A2	É o 2
22	P	***É o 2***. Há um problema de (.) revisão do livro

O turno 21 marca outra resposta e só no turno 22 ocorre um acordo marcado pela semelhança, com uma repetição literal do turno 21 "*É o 2*", sendo os turnos 20, 21 e 22 considerados então, como uma unidade de análise. Vale lembrar que a unidade de análise pode ser constituída da mesma forma por um desacordo.

Depois da realização de todos estes seis passos micro-analíticos procedemos à macro-análise a fim de visualizar de forma panorâmica alguns aspectos que serão argumentados, baseados, por sua vez, nesta primeira forma de visualizar os dados. Os passos que são argumentados a seguir serão realizados no próximo capítulo como *Resultados* da análise.

5.5.3 - Passos da macro-análise

a) – A busca da freqüência de acordos e desacordos nos episódios delimitados

Este procedimento foi realizado a fim de encontrar uma característica distintiva entre os episódios delimitados. Para realizar esta análise foram feitas perguntas como: os acordos e desacordos ocorrem com a mesma freqüência em todos os episódios? Há semelhança entre a freqüência em que acordos e desacordos ocorrem em alguns tipos de episódios?

b) – A busca do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro.

Este passo da macro-análise também foi realizado a fim de encontrar uma característica distintiva entre os episódios delimitados. Ele fez uso do que Lyra chama de "dinâmica dialógica de recorte" que, como já foi alvo de comentários na descrição do seu trabalho no *Capítulo II*, trata-se da análise de quais aspectos (ou aspecto) estão (ou está) sendo privilegiados (ou privilegiado) como figura na comunicação entre os parceiros da situação didática e quais (ou qual) estão (ou está) relegados (ou relegado) a um pano de fundo. No próximo capítulo esta estratégia de análise será realçada como de fundamental importância para a caracterização da mudança de um tipo de episódio a outro, como um processo que redunda em uma espécie de síntese, apresentada em um tipo de episódio, baseada em questões trabalhadas durante episódios anteriores.

c) – A conceituação dos episódios

Este passo teve como objetivo abstrair os resultados dos itens 1 e 2, a fim de conceituar descritivamente cada tipo de episódio, após a sua caracterização.

d) – A freqüência em que os diferentes episódios ocorreram ao longo da auto-organização do sistema

Neste passo pôde-se caracterizar a freqüência em que os tipo de episódios permanecem por um período maior de tempo, podendo por isso ser considerados como padrões de comunicação, ou atratores do sistema.

Visto que a micro-análise são passos preparatórios para a macro-análise, sem os quais, esta não seria possível, e também pelo fato de termos apresentado neste capítulo, *Método*, exemplos de como a micro-análise foi feita, mostraremos no próximo capítulo as análises feitas macro-analiticamente, com base na especificação dos passos descritos acima, ou seja, os resultados da busca da freqüência de acordos e desacordos nos episódios delimitados; a verificação do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro; a conceituação dos episódios e a freqüência em que os diferentes episódios ocorreram ao longo da auto-organização do sistema.

Capítulo 6
Resultados

Este trabalho diz respeito à análise de um professor de matemática e seus alunos, cujo objetivo é compreender o processo de comunicação dos significados matemáticos em sala de aula. Para tanto, no tópico “Passos da micro-análise” do capítulo anterior, argumentamos a favor de uma série de procedimentos micro-analíticos que possibilitaram uma visão macro-analítica em quatro aspectos: 1) na busca da freqüência de acordos e desacordos nos episódios delimitados; 2) na verificação do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro; 3) na conceituação dos episódios e 4) na freqüência em que os diferentes episódios ocorreram ao longo da auto-organização do sistema. Cada um desses passos já foi justificado no capítulo anterior. Passaremos agora a considerá-los.

6.1 - A freqüência de acordos e desacordos nos episódios delimitados

Após estabelecermos a delimitação dos episódios na micro-análise, analisando-os com base nos critérios que identificamos de acordos e desacordos, chegamos a elaborar a seguinte tabela:

	E 1[7]	E 2	E 3	E 4	E 5	E 6	E 7	E 8	E9
Acordo	89,1 (73)	100 (10)	100 (4)	33,3 (5)	87,5 (7)	100 (4)	50 (43)	76,5 (13)	51,5 (17)
Desacordo	10,9 (9)	0 (0)	0 (0)	66,7 (10)	12,5 (1)	0 (0)	50 (43)	23,5 (4)	48,5 (16)

	E10	E11	E 12	E 13	E 14	E 15	E 16	E 17	E 18
Acordo	100 (3)	68,8 (53)	100 (5)	18,7 (3)	100 (3)	50 (3)	100 (4)	100 (1)	33,3 (1)
Desacordo	0 (0)	31,2 (24)	0 (0)	81,3 (13)	0 (0)	50 (3)	0 (0)	0 (0)	66,6 (2)

Tabela 1: Dados brutos entre parêntese e porcentagem da freqüência de acordos e desacordos nos episódios

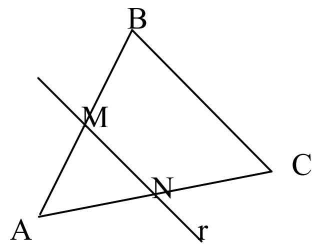
Analisando a tabela acima, observamos que os acordos em relação ao sentido dado aos objetos, propriedades e teoremas matemáticos predominavam nos seguintes episódios: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 17. Por sua vez, os desacordos predominavam nos episódios 4, 13, 18; e ainda havia dois episódios cujos acordos e desacordos chegavam a ser categorizados com uma freqüência de 50%, cada um (episódio 7 e 15).

Os critérios da predominância de acordos e desacordos em mais de 50%, foi, portanto, nossa primeira estratégia de análise para caracterizar os episódios que delimitamos. Por este critério, como primeira abordagem, caracterizamos os episódios em três tipos: aqueles em que os acordos predominavam; aqueles em que os desacordos predominam e aqueles cuja proporção de acordos e desacordos se manteve equilibrada. Porém, olhando mais detalhadamente a tabela, observamos que nos episódios em que os acordos predominavam existiam vários deles nos quais

[7] A letra E indica episódio 1, 2, 3, etc.

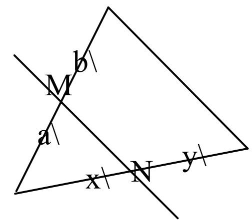
esta predominância era absoluta, como nos episódios 2, 3, 6, 10, 12, 14, 16 e 17. Distinguimos então, um quarto tipo de episódios: aqueles em que os acordos predominam de forma absoluta.

Passamos então, a analisar os episódios em que os acordos predominavam. O primeiro caso, aquele em que o acordo predomina com uma freqüência com mais de 50%, pode ser exemplificado com o episódio 5, onde o professor, Priscila e a turma explicam a propriedade do Teorema de Tales onde um triângulo ao ser interceptado por um segmento em relação à base vai formar dois triângulos semelhantes ABC e AMN. O desenho sobre o qual ocorre a explanação é o seguinte:



O problema do livro didático de que trata a questão é: “Na figura, “M” é o ponto médio do lado AB e r//BC. letra a) que relação existe entre as medidas de AN e NC? E letra b) Que relação existe entre as medidas de MN e BC?” Para responder à primeira pergunta decorre um segmento em que há uma predominância absoluta de acordos, como mostra a transcrição abaixo, diferente do episódio completo onde há apenas uma predominância de mais de 50%:

06	Priscila	Que as medidas são iguais	
07	P	Por que Priscila?	
08	Priscila	Porque N é o ponto médio	
09	P	Porque é ponto médio, esse lado {x} é igual a esse	Conforme a figura abaixo

		{y}, mas por que é que a gente pode agora concluir que esse lado aqui {a} vai ser igual a este {b}?	
10	Priscila	Porque/ Porque a reta é paralela	
11	P	Sim, a reta é paralela a esse lado aqui {a reta MN é paralela à base do triângulo}, e aí?	
12	Priscila	Então são iguais.	
13	P	Mas com base no que a gente estudou hoje, você tem um argumento mais (.) Com base naquilo que a gente acabou de/	
14	Priscila	Que os ângulos º(são iguais)º	
15	P	Vamos imaginar que eu tivesse aqui “a”, “b” e aqui eu tivesse “x” e “y”.	
16	Priscila	Que “a” sobr/ que “b” sobre “a” é igual a “y” sobre “x”	
17	P	“b” sobre “a” é igual a “y” sobre “x”, e agora? Como esses aqui {b/a e y/x} são iguais, aqui vale quanto? (inaudível) se esses dois aqui {idem} são iguais, quanto é que vale? Vale “um” aqui? Então conclusão. Pra que esse {b} dividido por esse {a} dê um, “y” vale quanto? “y” é igual a “x”. Então o fato de ser igual é... é verdade o que ela estava dizendo. Já que isso aqui é igual, automaticamente os lados têm de ser iguais, mas isso é decorrente daquela propriedade do teorema de tales, né isso? o que a gente tava estudando, ou seja, como a razão entre esses dois aqui {b/a}é um, a razão entre esses dois aqui {y/x} também vai ter de ser um. E se a razão é um é porque eles são iguais, certo?	O professor escreve no quadro: $1=\frac{b}{a}=\frac{y}{x}$; y=x

O fragmento começa com a resposta de Priscila à letra “a” do problema (que relação existe entre as medidas AN e NC?). Para Priscila, os segmentos são iguais, como afirma no turno 6 e justifica no turno 8, “*Porque N é o ponto médio*”, referindo-se ao ponto N do segmento AC da figura acima. O professor estabelece um acordo marcado pela explicação de que o ponto médio divide o segmento em dois lados iguais. Neste acordo o professor repete o que Priscila fala no turno 8, "*Porque é ponto médio...*" e pergunta "*...**mas** por que é que a gente pode agora concluir que esse lado aqui {a} vai ser igual a este {b}?"* (turno 9), indicando que concorda com o que foi dito, mas que deseja saber como se pode justificar o fato do ponto médio dividir o segmento em dois lados iguais.

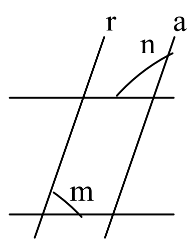
Priscila dá, então, uma justificativa que não convence o professor no turno 10: "*Porque/ Porque a reta é paralela*". O professor concorda que a reta é paralela (turno 11), mas acha que isso não justifica o ponto médio dividir o segmento em lados iguais, como pode ser notado pela expressão inicial ***sim*** no começo da sentença e ***aí***, no final: '***Sim***, a reta é paralela a esse lado aqui, ***e aí***?". Neste caso, o acordo é simples, acompanhado de um pedido de justificativa.

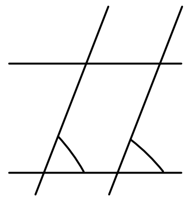
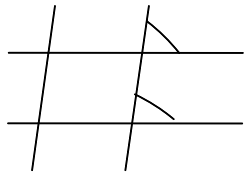
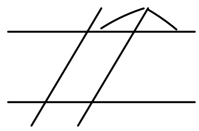
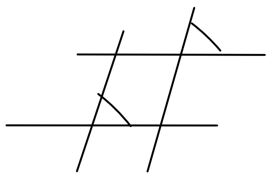
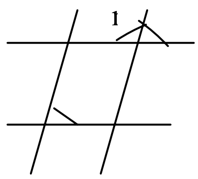
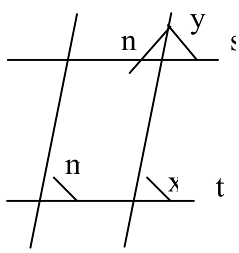
Priscila continua a argumentar que o fato de as retas serem paralelas implicam que os lados são iguais no turno 12, marcada pela expressão "***Então*** são iguais". No turno 13 o professor continua pedindo uma justificativa convincente, *"**Mas** com base no que a gente estudou hoje, você tem um argumento mais (.) Com base naquilo que a gente acabou de/*", indicando mais um acordo simples, no caso com o que é dito, ou seja, que os lados são iguais na fala de Priscila no turno 12 .

Priscila continua oferecendo, no turno 14, um argumento que não convence o professor (*"Que os ângulos º(são iguais)º*"), até que no turno 15 o professor coloca o problema de forma mais clara *("Vamos imaginar que eu tivesse aqui 'a', 'b' e aqui eu tivesse 'x' e 'y'".*), quando, então, Priscila justifica (turno 16) que os lados são iguais porque se pode estabelecer uma proporção entre eles: *"a" sobr/ que "b" sobre "a" é igual a "y" sobre "x"".* Isso, no entanto, não é suficiente para convencer o professor, que responde a sua própria pergunta através de um acordo marcado pelo acréscimo de informação no turno 17.

A predominância de acordos neste episódio só vai ser abalada no turno 27, quando o professor produz um desacordo marcado pela transformação de uma afirmativa em uma interrogativa. Mas percebemos também que, neste episódio, além da predominância de acordos, existe o estabelecimento dos significados dados ao conhecimento matemático. È isso que vemos o professor fazer o tempo inteiro quando insiste com a aluna sobre a razão de suas respostas. Além de pedir justificativa, porém, o professor as dá, estabelecendo os motivos pelos quais se pode concordar com as propriedades matemáticas envolvidas na tarefa: "*Porque é ponto médio, esse lado é igual a esse...",* turno 9; "*para que esse dividido por esse dê um, "y" vale quanto? "y" é igual a "x"... mas isso é decorrente daquela propriedade do Teorema de Tales, né isso? o que a gente tava estudando, ou seja, como a razão entre esses dois aqui {b/a}é um, a razão entre esses dois aqui {y/x} também vai ter de ser um. E se a razão é um é porque eles são iguais, certo?,* turno 17.

Notamos, a partir desta análise, que o teor da enunciação é explicativa e não problemática. Fomos então analisar o outro caso, no qual o acordo aparece de forma absoluta, como no episódio 6, cujo fragmento é transcrito abaixo. Antes do que ocorre nesta transcrição, Bruno começou a ler um problema que não foi o enunciado pelo professor. Os alunos então, se pronunciam reclamando a questão correta, onde segue este fragmento, no qual Bruno lê então, a questão pedida pelo professor:

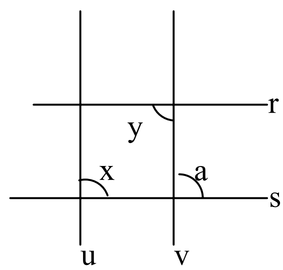
13	Bruno	Ah, tá bem, tá bem. Observe. Os lados do ângulo "m" são paralelos aos lados no ângulo "n". Prove que na figura, m + n = 180.	Sendo: r//a e s//b 
14	Dália	O professor já explicou isso	
15	Bruno	Não, precisa não...	Virando a cabeça para sala, que responde com risadas

16	Bruno	Bem, primeira coisa é que este, este ângulo é igual a este {referindo-se aos dois ângulos da figura ao lado}.	
17	A5	Por que?	
18	A6	Por que?	
19	Bruno	Por que? Porque este é i/ Porque já foi provado	
20	V-A	Inaudível	
21	Bruno	E este é igual a este {idem}	
		E como este aqui é um ângulo raso {idem}	
		Este é igual a este {idem}	
		Mais "n", é igual a 180 {referindo-se ao ângulo superior da figura anterior e ao ângulo "n" da figura ao lado)	
22	P	Explica aí novamente	
23	Bruno	"m" é igual a "x". Porque esta é paralela a esta. E esta é paralela a esta. Já foi provado. "x" é igual a "y". Porque também já foi provado. Como isso aqui é 180 graus, um ângulo raso, "y" ma/ "n" mais "y", que por acaso é igual a "m", dá 180.	

Note que Bruno resolve rapidamente a questão duas vezes sobre aspectos que já foram negociados anteriormente: a questão de dois ângulos serem iguais (no caso, ‘y’ e ‘x’ das figuras acima) por serem formados pela interceptação de uma reta em um feixe de retas paralelas; e o conceito de ângulo raso no caso, ‘n’ e ‘y’, ou ‘m’, sendo ‘y’ correspondente a ‘m’, por serem congruentes (episódios um, dois, três, quatro).

Com base na análise destes dois tipos de episódios, um em que o acordo predomina com uma freqüência de mais de 50%, e outro no qual há uma predominância absoluta de acordos, vimos uma diferença fundamental: no primeiro caso, episódio 5, há como que o estabelecimento de significados; no outro, episódio 6, há como que um concordância pacífica, em forma de um acordo absoluto, em cima de questões que foram trabalhadas em episódios anteriores. Fortalecemos então, uma distinção entre estes dois casos: uma predominância absoluta de acordos e uma freqüência acima de 50%.

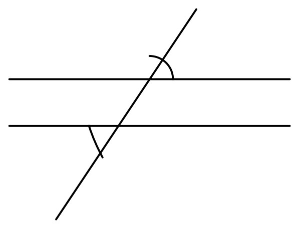
Em seguida analisamos os episódios nos quais o desacordo predominava como, por exemplo, o episódio 4. Trata-se da problematização do que sejam ângulos alternos externos, a partir da resolução da seguinte tarefa com base na figura abaixo reproduzida no protocolo: “Na figura, temos r//s e u//v. Explique por que são iguais os ângulos “x” e “y”. Use o ângulo “a” na explicação.”

01	P	“x” e “a” são correpondentes. E aí eles são congruentes, não é? Têm a mesma medida e “a” e “y” pelo que ele está dizendo são alternos internos e também neste caso pela explicação dada por ele, eles também são iguais (.)	

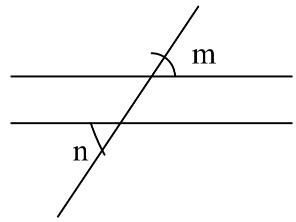
O fragmento mostrado abaixo tem início quando o professor, já tendo resolvido o problema no episódio anterior, sintetiza a resolução feita, sendo este turno 1, tanto o último turno de um episódio anterior, quanto o primeiro turno deste episódio. Isto ocorre devido ao fato de que Lília levanta um outro aspecto em relação ao problema anteriormente resolvido, se constituindo em uma das formas como delimitamos os episódios, como foi descrita e apresentada no capítulo anterior.

O episódio se caracteriza quando Lília faz a pergunta "*E os alternos externos*?", que dá margem à negociação de sentidos sobre o que sejam ângulos alternos externos.

Após a pergunta de Lília no turno 2, o professor tenta responder a pergunta fazendo alusão à explicação dada no livro, nos turnos 3 e 5, ou seja, de que os ângulos alternos externos se encontram fora das retas paralelas e transversais:

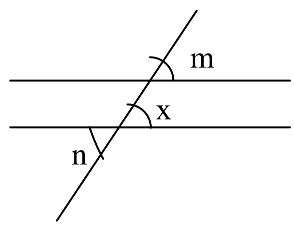
02	Lília	E os alternos externos?	
03	P	Alternos externos, quem seriam os alternos externos? Desse lado aqui [refere-se ao lado do quadro onde desenha a figura ao lado], onde é estariam os alternos e externos? Nesta figura aqui?	
04	V-A		Ninguém responde
05	P	é a explicação dada no livro, os internos que estão entre as duas/ (.) e os laterais (este daqui de) baixo quem seriam os alternos externos?	
06	V-A		Ninguém responde

Para tanto, no turno 7, dá nome aos dois ângulos (m e n) alternos externos da figura, como pode ser visto no protocolo abaixo. No final deste turno o professor pergunta se os dois ângulos são iguais: "*São iguais*?". No turno 8, A1 responde que sim, mas A2, responde "***Não**, eles são diferentes*" (turno 8), gerando um desacordo marcado pela negação:

07	P	Esse aqui [m] é um ângulo externo que tá fora que não ta entre as duas retas. Então quem seria o ângulo externo a este aqui? Seria. E que relação a gente tem entre esses dois ângulos [m e n]? São iguais?	
08	A1	são	
09	A2	Não, eles são diferentes	
10	V-A	(inaudível)	

.

No turno 11 o professor afirma que *“”m” mais “n” dá 180 graus*”, o que equivale a dar o sentido de que a soma de ângulos alternos produz um ângulo raso. Tal sentido dado ao que sejam ângulos alternos externos gera os desacordos de A3 e A4, nos turnos 12 e 13, respectivamente, tanto um quanto outro marcado pela negação. Porém, a negação de A3 e A4 privilegia esta parte transcrita acima do turno, como vemos no protocolo abaixo:

11	P	Eles formam...”m” mais “n” dá 180 graus, isso é verdade por que? Esse ângulo daqui [m] é igual a este [x], tá certo? E esse [x] e esse [n]? Tá certo isso aí?	
12	A3	Não, professor	
13	A4	Não	

Neste mesmo turno, porém, o professor afirma que "*Este ângulo daqui [m] é igual a esse [x], tá certo?*", o que equivale a dar outro sentido aos ângulos alternos externos como ângulos correspondentes ou congruentes, isto é, ângulos de mesma medida. No primeiro caso, os ângulos 'm' e 'x' já foram trabalhados, em episódios anteriores, como ângulos de mesma medida, pelo fato de serem formados pela interceptação de uma reta em um feixe de retas paralelas, que faz parte da questão focal 'paralelismo'. Os outros ângulos 'x' e 'n' são ângulos alternos internos que foi o alvo de trabalho no episódio anterior. O fato de ter sido trabalhado anteriormente, porém, não conta com a concordância de A3 e A4, que produzem um desacordo marcado pela negação, mostrando que o sentido dado aos ângulos não se mostra satisfatoriamente definido, mas, ao contrário, sendo negociado.

No turno 14 o professor questiona a sua própria fala do turno 11, com a expressão *"Isso é verdade?",* que pode ser considerado um desacordo marcado pela dúvida em relação a sua própria fala (desacordo marcado pela dúvida sobre anteriormente dito) no caso, no turno 11. Neste turno o professor atribuiu dois sentidos aos ângulos alternos externos, como já foi dito: o primeiro é que a soma destes ângulos dariam 180º, como se eles resultassem em um ângulo raso; e o segundo é que eles têm a mesma medida, como se fossem correspondentes. Esta dubiedade de sentidos gera o desacordo de A5, que responde *"não"* (turno 15, abaixo), da mesma forma que A3 e A4 o fizeram nos turnos 12 e 13 (acima transcrito), configurando, portanto desacordos marcados pela negação:

14	P	Isso é verdade?
15	A5	Não
16	A6	Eles são iguais, "m" é igual a "n"
17	P	Esse ângulo aqui [m] é igual a esse [x] e esse [n] por ser igual a esse [x], então,

Como pode ser visto pelo fragmento de protocolo acima A6 dá a razão pela qual não concorda com o professor, "*Eles são iguais, 'm' é igual a 'n'*" (turno 16) configurando um desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito; no caso, parte do turno 11, onde o professor dá um sentido de que a soma destes ângulos resulta em 180º. Da mesma forma que é considerado um desacordo porque privilegia uma parte da fala do turno 11, pode ser também considerado um acordo marcado pela semelhança com a outra parte do mesmo turno: "*Esse ângulo daqui [m] é igual a este [x], tá certo?E esse [x] e esse [n]? Tá certo isso aí?*", que afirma que 'm' e 'n' são correspondentes.

No turno 17 o professor tenta explicar por que os três ângulos, desenhados na figura do turno 11, são iguais, configurando um desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito, no caso, parte da sua própria fala no turno 11 (*"m mais n dá 180 graus").* Ao mesmo tempo o turno 16 pode ser considerado um acordo marcado pela semelhança do que é dito em parte do turno 11, ou seja, que os ângulos são iguais.

Os próximos dois turnos 18 e 19 estabelecem então, um dos sentidos anteriormente dados aos ângulos alternos externos, como mostra o fragmento abaixo:

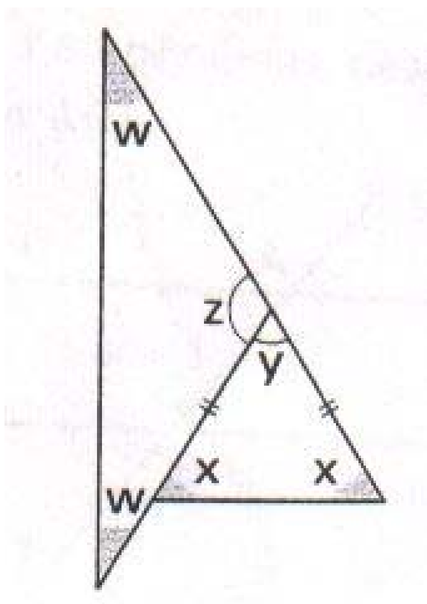
18	A7	"n" é igual a "m"
19	P	***"m" é igual a "n*** "

O turno 18 estabelece então, um desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito, ou seja, que '*n' mais 'm' dá 180º*; ao mesmo tempo em que estabelece um acordo marcado pela semelhança com o fato já dito pelo professor em parte do turno 11 e por A6 no turno 16, ou seja, que os ângulos são iguais.

Ao repetir esta fala no turno 19, o professor faz um desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito, ou seja, que "m mais n dá 180 graus" (parte do turno 11); e ao mesmo tempo um acordo com o que acaba de ser dito, marcado pela semelhança, no caso uma repetição quase literal. Desta forma vemos uma predominância de desacordo relacionado ao estabelecimento de uma polarização de sentidos dados ao conhecimento matemático. Este episódio transcrito acima exemplifica o que acontece neste tipo de episódio em que há um aumento de desacordos: uma problematização relacionada com questões levantadas que passam a ser o foco da negociação de sentidos distintos.

Fomos então, analisar o que ocorre no episódio 15, no qual o leitor, ao voltar-se para a tabela apresentada na página 97, verá uma equivalência de acordos e desacordos ambos com uma freqüência de 50%, o que representa, em dados brutos, 3 acordos e 3 desacordos.

Este episódio, onde isto ocorre, trata de um problema em que o professor pede ao aluno uma relação entre dois ângulos ('x' e 'w') estabelecidos na figura abaixo:



Anteriormente à passagem apresentada, o professor pergunta que relação pode ser estabelecida entre 'x' e 'w', ao que Felipe e A3 respondem no turno 8 e 9, de forma imediata:

08	Felipe	“x” mais “w” igual a 90
09	A3	***“x” mais “w” igual a 90***

Em seguida aparece um desacordo marcado pela transformação de uma afirmativa em uma interrogativa e, ao mesmo tempo, uma pergunta, como pode ser visto abaixo:

10	P	***“x” mais “w” igual a 90?*** Por que?

Felipe responde a pergunta no turno 11 e, no turno 12 o professor produz o mesmo desacordo marcado pela transformação de uma afirmativa em uma interrogativa.

11	Felipe	Porque 2x igual a “z”, 2w igual a “y”
12	P	***Porque 2x igual a “z”?***

Nota-se que o professor não está perguntando “por que?”, mas está repetindo o enunciado do aluno: *“Porque 2x igual a z?”*. Isso pode ser percebido no vídeo a partir da entonação do professor, além de ser a forma habitual como polemiza as situações. No entanto, o aluno interpreta esta repetição como um pedido de justificativa (que faz no turno 13), sendo por isso o turno 12, além de um desacordo, conforme nossa categorização, considerado também a pergunta ao próximo turno. Diferentemente, no turno 14 o professor faz um pergunta propriamente dita, diante da resposta do aluno no turno 13:

13	Felipe	2w igual a “y”
14	P	Por que é que 2x igual a “z”?

Neste caso o professor não pergunta, transformando uma afirmativa em uma interrogativa, como no turno 12, mas “*Por que é que...*” como é comum em sua forma de perguntar. O episódio prossegue no turno 15 com outro aluno querendo resolver a questão; e no turno 16, com o professor pedindo para que o próprio Felipe responda, o que ele faz em sua fala no turno 17:

17	Felipe	Porque, no triângulo a soma dos ângulos internos é igual a 180 e "z", essa explicação aqui, só que troca o "w", "z" pelo "z", "y". Aí no caso, aí aqui seria 2x igual a "z" e 2w igual a "y". Zy é igual a 180, <u>dois "w" e dois z igual...</u>

Os turnos seguintes mostram Felipe resolvendo o problema no quadro, a pedido do professor, que pergunta pelo estabelecimento de algumas relações entre incógnitas, realizadas pelo aluno. Outros alunos também perguntam pelo estabelecimento destas relações, ao que Felipe responde continuando a resolver o problema no quadro até mostrar a relação estabelecida desde o início, transcrita abaixo, na fala do professor, que produz um acordo marcado pela semelhança com o que Felipe acaba de escrever no quadro:

33	P	***"z" vale 2x e o "y" vale 2w, ok.***	Apontando para a equação 2x=z e 2w=y

Dessa forma, ao analisar este episódio, fomos levados a concluir que o que ocorre nele não tem semelhança com o que ocorre no episódio 4, referido acima, com um predominância de desacordos, onde há uma negociação de sentidos em relação aos ângulos alternos externos. Neste, a resolução de problemas, embora tenha gerado perguntas sobre o procedimento adotado não é permeada pela negociação de sentidos distintos mas, de qualquer forma, nele se apresentam 3 desacordos.

Vamos agora analisar os desacordos que aparecem no episódio. O primeiro deles refere-se a uma relação estabelecida por A2 em resposta à tarefa proposta pelo professor no turno 1: "Que relação a gente poderia ter alí entre “x” e “w”?”, que pode ser vista através da figura anteriormente apresentada na página 109.

02	A1	Eu acho que é igual a 90 graus
03	A2	***É igual a 180***

Tal desacordo marcado por algo diferente e excludente em relação à fala de A1 no turno 02, não gera, no entanto, uma polêmica. Trata-se de um desacordo que não produz uma polarização ou negociação de sentidos distintos, como no episódio 4, anteriormente referido. Os outros desacordos que aparecem em seguida são os transcritos acima, nos turnos 10 e 12, onde o professor transforma uma afirmativa em uma interrogativa.

Desta forma julgamos que este episódio não pode ser caracterizado como do mesmo tipo do episódio 4, por exemplo, que possui uma freqüência de desacordo maior do que de acordo. Por outro lado, este episódio mostra-se semelhante aos episódios onde há uma predominância absoluta de acordos, como o episódio 6 acima referido. Tal semelhança se deve às seguintes razões: 1) não há um teor explicativo, de estabelecimento de questões como no episódio 5, anteriormente comentado; por outro lado, 2) não há uma polarização de sentidos, como no episódio 4; e 3) a resolução do problema é feita pelo aluno de forma imediata; 4) os questionamentos que ocorrem marcados como desacordo, são considerados perguntas de efeito retórico característica deste professor que analisamos; e 5) o outro desacordo, onde A1 discorda de A2, não gera uma polêmica em torno de sentidos distintos, atribuídos de forma problemática no decorrer do episódio.

Vamos agora nos referir ao que ocorre com o outro episódio no qual aparece uma paridade entre acordos e desacordos, episódio 7, que já foi alvo de nossas considerações no capítulo anterior, página 87. Nele, como o leitor se lembra, as trocas discursivas giram em torno do sentido dado ao conceito de losango. Desta forma, apesar da paridade entre acordos e desacordos, como resultado final de como aparecem durante o episódio inteiro, a qualidade da comunicação voltada para a negociação dos sentidos distintos dados ao conceito em questão, aponta para uma semelhança do mesmo com aqueles nos quais os significados não estão sendo explicados e, por outro lado, não são pontos pacíficos na resolução da tarefa mas, ao contrário, estão sendo construídos.

Desta forma chegamos à conclusão de que os dois episódios nos quais predominam acordos e desacordos em freqüências equivalentes se assemelham a tipos de episódios distintos.

Resumindo esta análise preliminar dos protocolos, fizemos uma contagem do número de acordos e desacordos em cada episódio; transformamos os dados brutos em porcentagens; estabelecemos, de início, diferenças pela quantidade de acordos e desacordos verificados nos episódios e chegamos a distinguir aqueles cujos acordos predominam; aqueles cujos acordos aparecem como absolutos; aqueles onde há uma predominância de desacordos e aqueles onde há uma paridade entre acordos e desacordos. Em seguida, analisamos os episódios nos quais a freqüência entre acordos e desacordos se equiparavam e chegamos à conclusão de que o episódio 15 assemelha-se ao tipo de episódio no qual há um predomínio absoluto de acordos; e o 7, àquele em que há uma predominância de desacordos.

Quanto aos desacordos, ficamos em dúvida se, de fato, uma freqüência maior que 50% era necessária para a caracterização de outro tipo de episódio (Por exemplo os episódios 7 e o 4 parecem bastante semelhantes, no que diz respeito á polaridade de sentidos distintos que se prolongam). Isto nos levou a considerar as mudanças de um episódio a outro, ponto de partida para a conceitualização dos episódios, que será realizada após o próximo tópico.

6.2 - A verificação do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro

No capítulo anterior mostramos como delimitamos os episódios e como é a passagem de um episódio a outro, baseado em tarefas diferentes ou em diferentes aspetos considerados sobre a mesma tarefa. Agora vamos mostrar o resultado do que muda na passagem de um tipo de episódio a outro; no caso, de um tipo de episódio em que o acordo predomina para um tipo de episódio no qual a freqüência de desacordo é alta (e não mais predomina) e finalmente para um tipo de episódio no qual há uma predominância absoluta de acordos.

Trata-se dos episódios 1, 9 e 10. O primeiro, onde há uma freqüência de 89,1% de acordos contra uma freqüência de 10,95 de desacordos, ou seja, um tipo de episódio em que o acordo predomina. O segundo, onde a freqüência de acordos é de 51,5% e a desacordo é de 48,5%, ou seja, *não* há uma predominância de desacordos. O motivo pelo qual escolhemos este e não outro episódio no qual o desacordo predomina, se deu em meio à constatação de que o episódio 7, como analisado acima, embora marcado pela equiparação da freqüência de acordos e desacordos, se assemelha a episódios onde há um predominância de desacordos. Desta forma, a predominância ou não de desacordo estava sendo posta em dúvida. Escolhemos, então, o episódio 9 a fim de poder negar a categorização anterior, ou seja, da freqüência acima de 50% de desacordos.

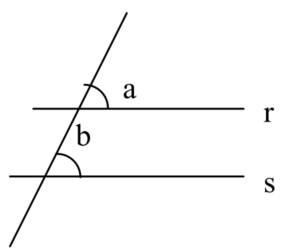
Finalmente o terceiro episódio, 10, onde há uma predominância absoluta de acordos. Desde então, já vislumbramos que outro critério, que não apenas a contagem de acordos e desacordos, é necessário para a conceituação dos tipos de episódios. Este outro critério está relacionado à qualidade das trocas discursivas em relação à atribuição de sentidos e significados matemáticos.

Para analisar a maneira como o sistema passa de um tipo de episódio para outro, relacionando com os três episódios escolhidos, fizemos uso do que Lyra chama de “dinâmica dialógica de recorte" (LYRA, 1999). Como já foi exposto no capítulo sobre sistemas dinâmicos (*Capítulo II*), esta dinâmica se refere à caracterização de relações figura-fundo nas trocas dialógicas da comunicação em foco.

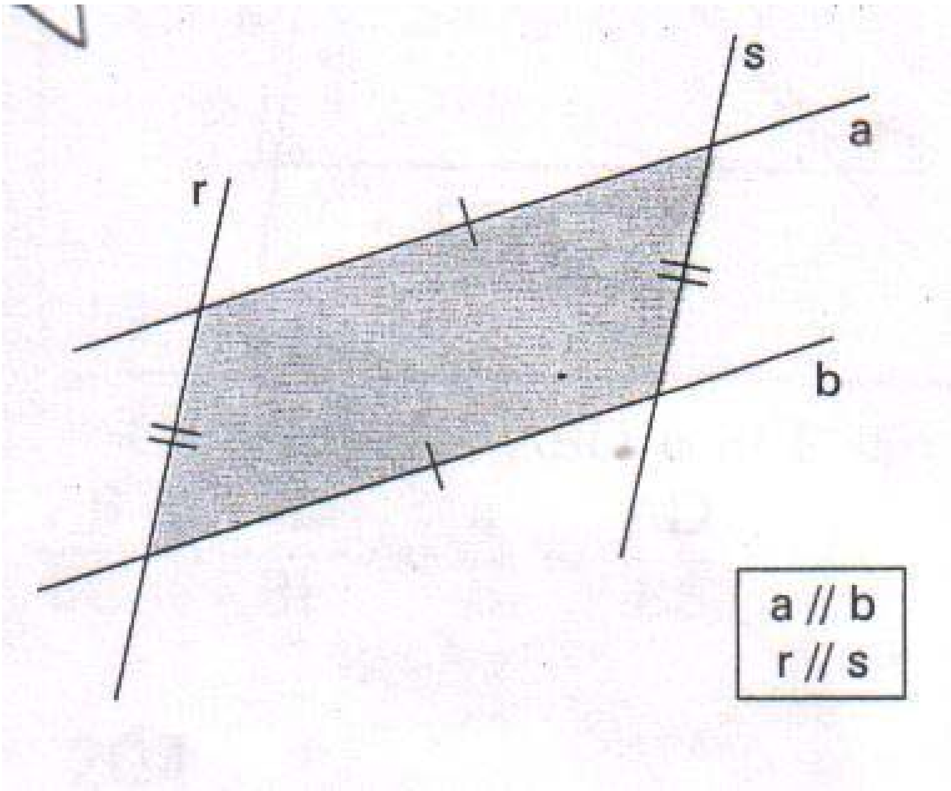
Durante o processo de comunicação de uma questão focal, vários pontos relacionados à questão são "recortados" de forma natural pelos sujeitos do discurso, que elegem pontos a serem trabalhados e adiam outros. Vamos selecionar agora a questão da proporcionalidade, que implica numa relação de igualdade, na qual, em se alterando um membro da equação, o outro deverá ser também alterado da mesma forma, a fim de preservá-la.

Esta questão da proporcionalidade, então "recortada", se torna figura na explicação, em meio a uma série de pontos relacionados à questão focal, ou seja, o Teorema de Tales.

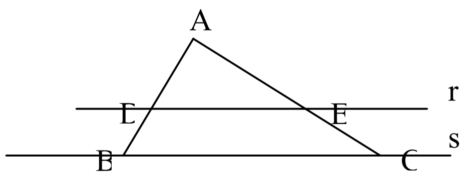
Aqui tentarei expor brevemente o teorema, com base no livro texto adotado. O livro começa estabelecendo as propriedades sobre ângulos e segmentos que permitem a dedução do referido teorema. A primeira é que duas paralelas 'r' e 's' quando cortadas por uma transversal produz dois ângulos ('a' e 'b') de mesma medida, assim:



A segunda é que duas paralelas quando cortadas por outras duas paralelas, formam um paralelogramo cujos lados opostos têm medidas iguais, assim:



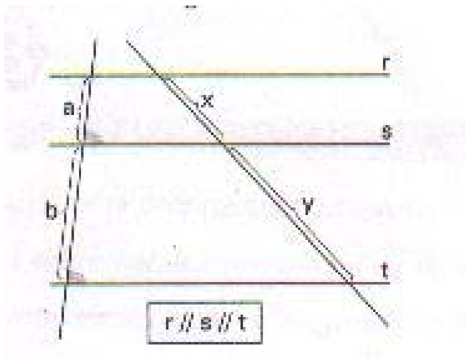
A terceira é que um triângulo, quando interceptado por uma paralela em relação à base, forma dois triângulos semelhantes, assim:



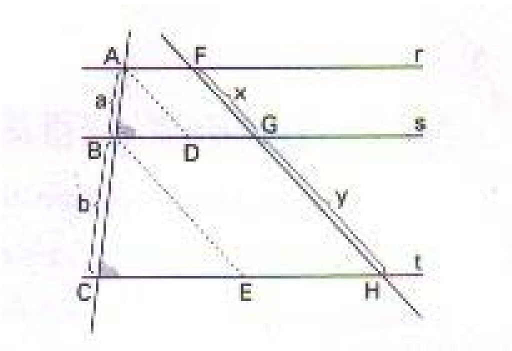
O livro afirma que: “Se r//s (ou seja, se r é paralela a s), então os triângulos ABC e ADE são semelhantes”.

Por isso, as medidas de seus lados são proporcionais. $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$.

Com base nestas três propriedades foi possível: 1) estabelecer três retas paralelas; 2) traçar uma transversal; e 3) traçar outra transversal, chegando a seguinte figura:



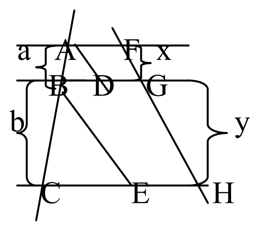
Partindo-se desta figura, pode-se traçar duas retas paralelas AD e BE, paralelas a FH, como na figura abaixo:



O Teorema de Tales afirma que um feixe de retas paralelas (r//s//t) quando cortadas por transversais, no caso, FH, AC e AD (paralela à FG) e BE (paralela à GH), produz dois paralelogramos, no caso, BEGH e ADGF. Com base nas duas paralelas, AD e BE, pode-se construir dois triângulos semelhantes ABD e BCE. Segundo a transcrição do livro: "quando um feixe de retas paralelas é cortado por duas transversais, há proporcionalidade entre as medidas dos segmentos correspondentes que estão sobre as transversais” (IMENES; LELLIS, 1997, p. 205), no caso, a/b e x/y.

O que vamos mostrar agora é como o primeiro episódio a ser analisado (episódio 1) estabelece como ‘figura’ a questão da proporcionalidade entre membros de uma expressão algébrica. Em seguida, vamos mostrar, no episódio 9, como esta questão antes estabelecida como ‘figura’, se torna o ‘fundo’ sobre o qual a questão da extração de radicais são selecionados, pelos participantes de diálogo, como ‘figura’ neste episódio. E finalmente, como o episódio 10 apresenta uma resolução do problema de uma forma na qual estas questões anteriormente trabalhadas são dadas como pacíficas.

As passagens que serão mostradas aqui ilustram a forma como a noção de proporcionalidade foi estabelecida como questão a ser trabalhada no episódio 1. Nele, pode-se perceber uma confusão que um aluno faz sobre proporcionalidade e igualdade, que é imediatamente corrigida por outro aluno. O fragmento começa quando o professor repete uma afirmativa anteriormente feita em forma interrogativa, como lhe é peculiar:

74	P	E esses dois triângulos aqui são semelhantes?	Referindo-se aos triângulos ABD e BCE da figura: 
75	V-A	São	
76	A29	É	
77	Marcos	É, professor!	
78	P	Por que, Marcos?	
79	A30	Tem ângulos iguais	Referindo-se aos ângulos da figura acima
80	P	Porque têm ângulos iguais?	

81	A31	Não, porque são proporcionais	
82	A32	Não, ângulos iguais (inaudível)	

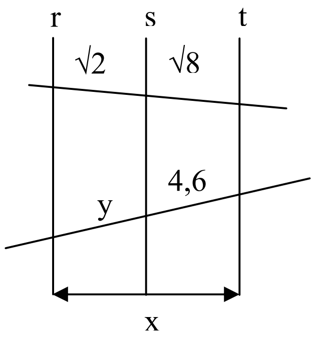
As noções de triângulos semelhantes, ângulos iguais, ângulos congruentes, que já haviam sido trabalhadas antes, são re-estabelecidas tanto pelo professor quanto pelos alunos, que deduzem o teorema pouco a pouco neste episódio (constando de 115 turnos). A proporcionalidade entre as medidas dos segmentos correspondentes sobre as transversais a/b=x/y passa pelo fragmento de texto abaixo:

100	P	>E agora fica (inaudível) Se esse triângulo é semelhante a este (inaudível), este lado aqui, lado “a”, “b”<	Referindo-se aos dois triângulos da figura acima (ABD e BCE) e aos lados “a” e “b”
101	A39	Esse lado aí?	
102	P	>É equivalente a esse lado aqui, que corresponde a este (inaudível). Essa é a conclusão do autor<	O lado “x” e “y”. O professor chega à conclusão dada no turno 18, ou seja, que a/b=x/y.

Para dar sentido à noção de equivalência e igualdade, que se constituiu a ‘figura’ na qual o episódio se detém, dada pela equação final, professor e alunos precisaram ter estabelecido a noção de proporcionalidade que pode ser inferida da figura que é a/b = x/y (conforme mostra a última figura da transcrição do episódio).

Esta noção de proporcionalidade constituirá o pano de fundo sobre o qual ocorrerá a problematização no episódio 9, girando em torno de um “recorte” que emerge como figura, relacionado à eliminação do radical para se estabelecer a proporcionalidade. Um aluno questiona a adoção da potencialização de um membro da equação para a resolução do seguinte problema:

dados valores numéricos como raízes de dois e de oito, pede-se que se calcule o valor de “x”, e por conseguinte, do valor de “y”, como mostra a figura abaixo:



A problematização que ocorre neste episódio se refere ao fato de o aluno desejar resolver a racionalização de dois e de oito, elevando os termos ao quadrado a fim de eliminar o radical. Uma aluna coloca a impossibilidade de proceder de tal forma sem que os outros valores do outro lado da igualdade sejam alterados, a fim de preservar a proporcionalidade deduzida pelo teorema de Tales.

A preservação da razão entre os membros da igualdade, que se constituiu a questão realçada como “figura” no episódio 1, passou neste episódio a se constituir um “fundo” que permanece enquanto tal durante todo este episódio que tem como “figura” o procedimento da eliminação do radical, como mostram extratos do fragmento abaixo:

05	Felipe	Minha questão é se poderia elevar ao quadrado raiz/ raiz de dois sobre raiz de oito.
06	P	A questão dele é a seguinte. Será que prá resolver este problema ajudaria se eu elevasse ao quadrado a raiz de dois e a raiz de oito para eliminar (.) o/ radical?

07	Dália	Mas aí teria que elevar tudo a/a/ao quadrado, né?
08	P	Tudo quem?
09	Dalia	4,6, "x"/ e "y"
10	A2	É não
11	P	E aí Dália, a questão de Dália. Dália tá dizendo que tem de elevar também este (4,6) ao quadrado. Por que Dália?
12	Dalia	Porque não é uma questão de proporcionalidade? (inaudível)
13	P	proporcionalidade
14	Fred	Se elevar os dois, tanto raiz de dois, quanto raiz de oito, a razão entre eles vai ser a mesma, não é?
15	P	Será?

Vemos neste episódio que existe uma polêmica entre dois procedimentos: de um lado, Felipe e Fred parecem achar que se pode elevar ao quadrado as duas raízes apenas, sem alterar a proporcionalidade. Por outro lado, Dália se coloca na posição de que para mantê-la, o procedimento que se fizer em um termo, tem de ser feito em todos os termos da igualdade. O sentido dado à proporcionalidade estabelecida através do Teorema de Tales mostrado no episódio anterior, passa a ser então, negociado entre eles, com base na atividade, ou problema proposto.

O fragmento começa com a pergunta de Felipe no turno 5 (*Minha questão é se poderia elevar ao quadrado raiz/ raiz de dois sobre raiz de oito)*, que o professor explicita de forma mais clara no turno 6 (*A questão dele é a seguinte. Será que prá resolver este problema ajudaria se eu elevasse ao quadrado a raiz de dois e a raiz de oito para eliminar (.) o/ radical?*). Ao respondê-la no turno 7, Dália concorda com a estratégia sugerida indicando um acordo marcado pela retificação, mas colocando condições para a aceitação. Dália concorda em elevar as raízes ao quadrado, colocando uma condição para a aceitação: "***Mas** aí teria que elevar tudo a/a/ao quadrado, né?"*, turno 7.

Esta condição que Dália coloca vai gerar um desacordo no turno 10, marcado pela negação do que foi dito. Neste caso, A2 parece não perceber a necessidade de manter a proporcionalidade e confirma a fala de Felipe (turno 5), ou seja, a posição contrastante de elevar apenas as raízes ao quadrado. No entanto Dália se coloca partidária da necessidade de manter a proporcionalidade, que ela reitera no turno 12 *"Porque não é uma questão de proporcionalidade?"* No turno 13 o professor faz um acordo marcado pela semelhança, repetindo literalmente o termo *proporcionalidade*. No turno 14, Fred parece se colocar do mesmo modo que A2 e, aparentemente, como Felipe, não percebendo o sentido de se elevar todos os termos ao quadrado, quando afirma: *"Se elevar os dois, tanto raiz de dois, quanto raiz de oito, a razão entre eles vai ser a mesma, não é*", turno 14, levando o professor a fazer um desacordo marcado pela dúvida ao anteriormente dito, questionando a fala de Fred com a expressão "*Será?*" no turno 15.

Ainda, a questão desemboca por outra negociação do assunto "recortado", a eliminação do radical, levantada por Fred, quando coloca que a eliminação do radical deve se dar quando se eleva a raiz ao número racionalizado, como dois, no caso de ser raiz de dois, oito, no caso de ser raiz de oito, e assim por diante. A raiz quadrada, para ele, deve ser eliminada, não se elevando o radical ao quadrado, mais ao número racionalizado, como mostra o fragmento abaixo:

18	P	Fred, qual é a razão aqui? Qual a razão que você teria para encontrar o valor de "x"? (.) E qual é a proporção que você iria...é...	
19	Fred	Ah, sim...	
20	Fred	"x" sobre 4,6 é igual a raiz de dois mais raiz de oito sobre raiz de oito.	
21	P	Raiz de dois mais raiz de oito sobre	Escreve falando ao mesmo tempo: $\frac{x}{4,6} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$
22	Fred	Sobre raiz de oito	
23	P	Sobre raiz de oito	
24	P	Concorda com....? Concorda com essa...?	
25	A4	4,6	

26	P	4,6. E aí? (.) Se eu/ a questão que você colocou foi se eu colocar esse aqui, continuava a ser igual?	Elevando o segundo lado da igualdade ao quadrado: $\frac{y}{4,6} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2}{(\sqrt{8})^2}$
27	Fred	Não, agora não, porque vai tá multiplicando raiz de dois por raiz de dois e raiz de oito, não por raiz de (oito, mas por raiz de dois).	
28	P	Fale mais alto aí que eu não tou ouvindo não	
29	Priscila	Ele ta dizendo que vai elevar a raiz de dois por raiz de dois e não de/de raiz de oito/ não seria multiplicando por raiz de dois, seria por raiz de oito	

Neste fragmento vemos que Fred elaborou uma proporcionalidade condizente com a explicitada no livro didático, escrita pelo professor no quadro, referida na coluna à direita do turno 21. Porém a “figura” negociada continua sendo a eliminação do radical. No turno 26, o professor problematiza a questão de se elevar apenas um lado da equação ao quadrado como mostra a notação à direita.

Fred, então, salienta a negociação da eliminação do radical, como justificativa para a desproporcionalidade causada pela elevação de apenas um lado da equação. Em sua fala a proporcionalidade não vai estar estabelecida porque *“vai tá multiplicando raiz de dois por raiz de dois e raiz de oito, não por raiz de (oito, mas por raiz de dois)”.* No turno 29, Priscila explica a posição de Fred, mas o professor não aprofunda o sentido dado por Fred em relação à eliminação do radical e a conversa se volta para Felipe.

Até agora não ficou claro para nós se, de fato, Felipe acha que pode manter a proporcionalidade elevando apenas as raízes de dois e de oito. Nos turnos 31 a 37, Felipe coloca de forma mais clara a forma como ele está tentando resolver o problema:

31	Felipe	***Não***, porque eu fiz tipo, aquele espaço ali, raiz de dois sobre “y”.
32	P	Aqui? Pode ir.
33	Felipe	Aí eu coloquei raiz de dois sobre raiz de oito é igual

		a "y" sobre 4,6	
34	P	***Raiz de dois sobre raiz de oito, igual a "y" <u>sobre</u>***	
35	Felipe	4,6	
36	P	***4,6.*** E aí?	O professor escreve no quadro: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \frac{y}{4,6}$
37	Felipe	Aí eu pensei, eu lhe pergunto uma coisa se eu elevasse ao quadrado o lado de cá, eu poderia também elevar ao quadrado o lado de lá?	

Na sua fala no turno 37, acima, Felipe dá uma nova versão à forma como havia feito a pergunta no turno 5: *"Minha questão é se poderia elevar ao quadrado raiz/ raiz de dois sobre raiz de oito".* No turno 37 Felipe não *afirma* a necessidade de manter a proporcionalidade entre as igualdades (como Dália, nos turnos 7 e 9) , mas apenas *pergunta* pela possibilidade de elevar os dois lados da equação. Como o professor já havia percebido antes, no turno 6, o problema de Felipe é a eliminação do radical, empecilho para que o problema seja resolvido: "*Será que prá resolver este problema ajudaria se eu elevasse ao quadrado a raiz de dois e a raiz de oito para eliminar (.) o/ radical?*". A reformulação da fala de Felipe no turno 37, indicando a dúvida sobre a proporcionalidade, ocorre após Dália ter gerado a polêmica relativa ao cerne da questão, ou seja, à necessidade de elevar os dois lados da igualdade ao quadrado. Diante disto podemos concluir que existe um significado que permeia todo o episódio (a proporcionalidade) como "pano de fundo" para o estabelecimento de um aspecto relativo à questão focal (os sentidos distintos sobre a eliminação do radical), estabelecido como "figura" na relação professor-aluno.

A fala do professor que vem em seguida ao turno 37 transforma a dúvida de Felipe numa afirmação:

38	P	E aí como é que faz? Ele tá dizendo que se elevasse ao quadrado aqui poderia também elevar ao quadrado aqui

O que gera o acordo marcado pela explicação de Fred:

39	Fred	É porque a igualdade...

Nos turnos 42 e 45 o professor coloca novamente a mesma pergunta do começo do episódio, gerando desta vez uma série de acordos simples:

42	P	Antes eu tinha essa igualdade aqui né? Ou seja, o teorema de Tales me diz que essa igualdade aqui, essa igualdade aqui é válida, né isso? E a pergunta é será que eu posso elevar os dois lados da igualdade?	$\sqrt{2}/\sqrt{8}=y/4{,}6$ O professor escreve no quadro: $\frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{8})^2}=\frac{(y)^2}{(4{,}6)^2}$
43	A5	Pode	
44	A6	Pode	
45	P	Certo? Continua sendo igualdade?	
46	A7	Continua	
47	A8	Inaudível	
48	A9	ºEu acho que simº	

Depois da problematização, tendo como "fundo" a proporcionalidade relativa aos procedimentos de resolução do problema e como "figura" a eliminação do radical, no terceiro episódio que queremos ressaltar sobre a mesma questão não mais ocorre uma problematização em torno de aspectos não explorados, mas um momento onde as dúvidas relativas a este ponto da questão focal se tornam inexpressivas e o que sobressai é a abreviação dos procedimentos que geram a resolução do problema, num só turno, como pode ser observado no episódio 10, na resolução dada por Dani:

01	P	Diga, Dani, Dani tem uma questão, por favor vamos ouvi-la.	
02	Dani	Eu tirei, eu fiz a raiz/, a raiz de dois, deu 1,4, a raiz de oito, deu 2,8 e vi que a proporcionalidade entre elas era 2 aí eu dividi por dois o/ o que seria/ o 4,6, aí 2,3 e o "x" vai ser ºseis vírgula noveº.	
03	P	Bem, você gostaria de vir aqui? Eu não to/, tou conseguindo. Eu vou apagar aqui.	O professor apaga a antiga resolução da questão no quadro, deixando só o desenho referente à mesma.
04	Dani	Aí eu botei a raiz de 2, dá aproximadamente 1,4 e raiz de 8, dá 2,8. A proporcionalidade entre elas era 2. Aí eu dividi 4,6 por 2 igual a 2,3, aí o resultado é "y". Aí "x" (inaudível)	O aluno se levanta vai ao quadro e começa a escrever os números mencionados sem uma ordem aparente.
05	P	(ele chegou aqui e fez o seguinte) ao montar esta esta relação aqui sobre (.) 4... ou melhor, ele chegou fez o seguinte raiz de oito, sobre raiz de dois, igual a 4,6 sobre "y". Ele inicialmente, ele a/ fez o cálculo aproximado da raiz, de oito e da raiz de dois, então ele verificou que dava 2,8 e aqui dava 1,4 aproximadamente, então isso aqui seria 4,6 sobre "y", né? (inaudível) e aí ele chega a esta razão que esta razão aqui vale dois, 2,8 dividido por 1,4 aproximadamente 2 e aí igual a 4,6 "y". E aí agora o que que ele fez? Quando ele tá dividindo isso aqui por dois ele ta pegando "y" igual a 4,6 sobre dois, ok? E aí ele encontra este valor aqui (inaudível) O que ele fez foi sem organizar [muito (inaudível)]	

Os turnos a que nos referimos são os turnos 2 e 4, nos quais Dani resolve todo o problema. Neste caso, o aluno não pergunta mais se pode realizar o mesmo procedimento em ambos os membros da equação, mas o realiza e o faz como resposta ao problema apresentado. O aluno já faz a divisão dos termos do primeiro membro da igualdade e do segundo membro, sem questionar a necessidade de realizar operações iguais em ambos os membros. O acordo marcado pela explicação do professor que aparece no turno 5, logo em seguida à fala de Dani de forma imediata, é muito comum neste tipo de episódio e lembra muito "o ajustamento mútuo, rápido e fácil" ou a comunicação "de forma ajustada, rápida e suave" que aparece na abreviação do modelo EEA (FOGEL; LYRA; WINEGAR, 1997; LYRA, 1997; LYRA, 1998; LYRA, 2000; LYRA; ROAZZI; LEITE, 1999; LYRA, submetido 'a') descrito no *Capítulo II*.

Observando os exemplos acima explicitados, constatamos que o que muda não é a predominância de acordos e desacordos, mesmo porque o episódio 9, acima citado, onde ocorre a negociação em torno da eliminação do radical, se assemelha mais ao episódio 4 e não possui uma predominância de desacordo, porém aí os sentidos são negociados tal qual o episódio 4.

O que muda, então, é a natureza dos tipos de episódios. Um primeiro tipo, que se caracteriza por um estabelecimento de significados. Um segundo tipo, que se caracteriza, via de regra, por uma polarização de acordos e desacordos com respeito á negociação de sentidos em relação aos significados matemáticos abordados pelo livro texto. Nestes últimos as trocas discursivas prolongam a negociação dos sentidos que estão sendo negociados. Ainda, com base no que foi exposto acima, observamos outro tipo de episódio nos quais os sentidos não são negociados nem estabelecidos, onde os procedimentos ocorrem de forma não problemática e têm, como pontos pacíficos, questões já trabalhadas nos dois tipos de episódios anteriores.

Em resumo, ao analisarmos o que muda de um episódio a outro, chegamos à três tipos de episódios: 1) aqueles cujos significados são estabelecidos e que não geram uma problematização em torno de sentidos diferentes dados aos objetos, axiomas e teoremas matemáticos; 2) aqueles nos quais predominam sentidos distintos dados aos objetos, axiomas e teoremas matemáticos e 3) aqueles que parecem ser o resultado destes dois tipos anteriores, nos quais os sentidos anteriormente negociados aparecem de forma não problemática em procedimentos matemáticos realizados de uma forma imediata. Esta caracterização foi demonstrada a partir da análise dos episódios 1, 9 e 10 acima. Com base na análise preliminar baseada na freqüência de acordos e desacordos nos episódios, realizada no item 1 deste capítulo; e com base nesta análise do que muda em um tipo de episódio a outro, mostrando como os sentidos são estabelecidos, negociados ou dados como pacíficos; passaremos ao item 3, onde tentaremos relacionar as duas análises anteriores a fim de conceitualizar os três tipos de episódios encontrados.

6.3 – A conceituação dos episódios

Até agora realizamos uma categorização baseada na nossa análise preliminar. De acordo com ela julgamos possivelmente como de um mesmo tipo os episódios, aqueles em que os acordos predominavam. Por sua vez, julgamos também que alguma semelhança existia entre os episódios nos quais os desacordos predominavam e ainda fomos levados a relacionar os episódios 7 e 15, pelo fato de haver uma equiparação entre acordos e desacordos. Olhando mais detalhadamente a tabela da página 97, distinguimos o caso em que a predominância de acordos chegava a ser absoluta, como nos episódios 2, 3, 6, 10, 12, 14, 16 e 17. Chegamos então a aventar a hipótese de uma possível distinção entre estes quatro casos, constituindo quatro tipos de episódios.

Após esta análise preliminar baseada na análise freqüencial de acordos e desacordos, analisamos o que se passava nos episódios em que havia uma paridade e, só então, chegamos à conclusão de que um se assemelhava aos episódios nos quais os acordos predominavam e o outro, aos episódios nos quais o desacordo predominava.

Após esta análise freqüencial, a exemplo do que fizemos com os episódios 15 e 7, seguimos a analisar o que se passava nos episódios, nos perguntando o que muda de um episódio a outro. Vimos então, os episódios 1, 9 e 10. O motivo pelo qual utilizamos o episódio 9, no qual o desacordo não predomina, mas sua freqüência é alta, foi a possibilidade de "testar" a categorização anterior, atribuindo ao episódio a característica daqueles em que os desacordos predominam. Escolhendo um episódio em que isso não acontecia, queríamos verificar até que ponto a categorização anterior se sustentava.

Chegamos, então, a três tipos de episódios a respeito do processo de comunicação dos significados, como já foi dito antes: 1) o primeiro caso, onde o estabelecimento de questões ou assuntos são explicados (episódios 1 e 5); 2) o segundo, onde a problematização de sentidos se estendia por vários turnos (episódios 4 e 9); e o 3) o terceiro, onde não acontecia uma explanação, nem tampouco uma negociação com base em sentidos distintos, mas como um resultado desta negociação realizada em outros episódios (episódios 6 e 10).

Estabelecemos uma relação entre estes três tipos de episódios: o primeiro tipo estabelece uma questão como figura que passa a ser o pano de fundo do segundo tipo de episódio. Neste outra figura é salientada como condição para a resolução do problema, relacionada à figura levantada no episódio anterior. Finalmente, no terceiro tipo, há como que uma síntese das questões anteriormente trabalhadas.

Passamos então a analisar todos os episódios com base nestes critérios conceituais e chegamos às tabelas que serão apresentadas adiante. A primeira se refere aos episódios onde há o estabelecimento e explicação de significados a serem trabalhados posteriormente, a que demos o nome de **Explicação**.

	E 1[8]	E 5	E 8
Acordo	94,5 (69)	87,5 (7)	76,5 (13)
Desacordo	5,5 (4)	12,5 (1)	23,5 (4)

Tabela 2: dados brutos entre parênteses e proporção de acordos e desacordos nos episódios de **Explicação**

[8] A letra E indica episódio 1, 2, 3, etc.

Pela tabela acima vemos que esta segunda forma de categorização relaciona alguns episódios onde há uma freqüência de acordos acima de 50%, excluindo, todavia, os episódios onde há uma predominância de 100% de acordos; aqueles onde há uma predominância de desacordos e aqueles onde há uma paridade entre acordos e desacordos.

Sendo assim, situamos dois aspectos envolvidos na explicação: 1) a predominância de acordos; e 2) o estabelecimento dos significados dados ao conhecimento em questão. Temos assim o estabelecimento de dois lados da questão: 1) um estrutural; e 2) um semântico. O estrutural se refere ao estabelecimento do acordo e desacordo na comunicação e o semântico se refere ao que estes acordos e desacordos se referem.

A segunda tabela se refere aos episódios onde há uma negociação de sentidos, ou seja, sentidos distintos são dados aos mesmos objetos, teoremas ou axiomas matemáticos, que chamamos de **Problematização.**

Podemos dizer, com base na tabela abaixo, que em ralação aos acordos e desacordos há um aumento do número de desacordos em relação aos episódios caracterizados como de explicação:

	E 4	E 7	E 9	E 11	E 13
Acordo	33,3 (5)	50 (43)	51,5 (17)	68,8 (53)	18,7 (3)
Desacordo	66,7 (10)	50 (43)	48,5 (16)	31,2 (24)	81,3 (13)

Tabela 3: dados brutos entre parênteses e proporção de acordos e desacordos nos episódios de **Problematização**

Esta tabela mostra o que já havíamos prefigurado, ou seja, que há um aumento do número de desacordos nos episódios de problematização em relação à freqüência de desacordos nos episódios de explicação, porém não podemos dizer que haja uma predominância de desacordos em mais 50% em todos os episódios, como pode ser visto no caso dos episódios 7, 9 e 11 que já foram alvos de comentários neste trabalho. O mais importante, porém, é que os significados não são simplesmente estabelecidos, mas os sentidos negociados, neste tipo de episódios.

A terceira tabela se refere aos episódios onde há como que uma síntese do que foi anteriormente explicado nos episódios de explicação, e trabalhado nos episódios de problematização, que chamamos de **Abreviação**, dada a analogia do que acontece no modelo EEA (FOGEL; LYRA; WINEGAR, 1997; LYRA, 1997; LYRA, 1998; LYRA, 2000; LYRA; ROAZZI; LEITE, 1999):

	E 2	E 3	E 6	E 10	E 12	E 14	E 15	E 16	E 17	E 18
Acordo	100 (10)	100 (4)	100 (4)	100 (3)	100 (5)	100 (3)	50 (3)	100 (4)	100 (1)	33,3 (1)
Desacordo	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	50 (3)	0 (0)	0 (0)	66,6 (2)

Tabela 4: dados brutos entre parênteses e proporção de acordos e desacordos nos episódios de **Abreviação**

Observando os dez episódios da tabela vemos que oito deles obedecem a um padrão que parece predominar na abreviação: as trocas discursivas ocorrem sem a presença de desacordos entre os pares. No entanto, os episódios 15 e 18 fogem a esta regra, chegando a quantidade de desacordos ser maior do que a quantidade de acordos, no episódio 18. Com base na análise que fizemos do episódio 15, de cada tipo de desacordo, um deles se refere a um sentido distinto que um aluno atribui à relação entre duas incógnitas (página, 111) se configurando um desacordo marcado por algo diferente e excludente ao anteriormente dito; porém, tal desacordo, como dissemos antes, não gera uma extensão da negociação destes sentidos distintos, referindo-se mais a uma fala, sem conseqüência em relação à resolução do problema, realizada de forma imediata, no episódio que durou pouco mais que dois minutos. Os outros dois tipos de desacordo, que já foram alvo de comentários neste trabalho são do tipo marcado pela transformação de uma afirmativa em uma interrogativa, que sugerimos como forma característica de como este professor polemizar as situações em sala de aula. No caso do episódio 18, os dois tipos de desacordo que aparecem são exatamente desta espécie. Vale salientar que este tipo de "provocação" do professor possui seu poder de gerar polêmica quando se configura uma problematização em torno de questões, no entanto, nos episódios de abreviação como o de número 15 e 18, seu poder é minimizado ao extremo pelo fato de a resolução das tarefas transcorrerem de forma a não deixar dúvidas quanto aos sentidos e significados necessários para a resolução das mesmas. Quando muito, os sentidos dados aos procedimentos, quando perguntados, são respondidos prontamente, sem causar polêmica.

Em resumo, com base nesta categorização conceitual dos episódios, chegamos à constatação que a tendência é que a explicação seja realizada com um maior número de acordos; na problematização, a tendência é que ocorra um acréscimo de desacordos, em relação à freqüência em que estes aparecem na explicação; e na abreviação, a tendência é que haja uma predominância quase absoluta de acordos, onde os desacordos chegam a ser irrisórios; e nos casos aqui explicados (episódios 15 e 18), como já ressaltamos, consideramos que o tipo de desacordo encontrado é característico da forma peculiar do professor polemizar com a turma.

6.4 – O comportamento do sistema ao longo de sua auto-organização

Mostramos como o sistema em questão se equilibra em torno de momentos de acordos e desacordos, com base na delimitação dos episódios. No caso da explicação, encontramos mais acordos do que desacordos; na problematização, o sistema se organiza, em geral, em torno de uma polaridade entre acordos e desacordos, e é quando aparecem os desacordos em maior proporção que nos episódios de explicação. O sistema se organiza também de outro modo: aquele em que os acordos praticamente prevalecem nos episódios de abreviação.

Mostramos também como o sistema, ao longo do tempo, muda de um episódio de explicação para um episódio de problematização e para um episódio de abreviação, com base no uso que fizemos do recurso analítico chamado “dinâmica dialógica de recorte” (LYRA, 1999). Desta forma demos conta dos momentos de instabilidade dentro do sistema ao nível dos episódios.

Vamos mostrar agora como estes episódios apareceram ao longo do processo de comunicação do sistema investigado, para saber se é possível inferir uma organização inerente ao mesmo, ou seja, à relação professor-aluno vista como um sistema dinâmico. Para tanto, vamos visualizar os episódios pela ordem em que apareceram na primeira, segunda e terceira aulas, através de um gráfico de colunas verticais, tendo como eixo horizontal a quantidade de aulas dadas, que marca o tempo de desenvolvimento. O eixo vertical é demarcado pela duração dos episódios na ordem em que eles aparecem, configurando assim, o tempo real, ou cronológico:

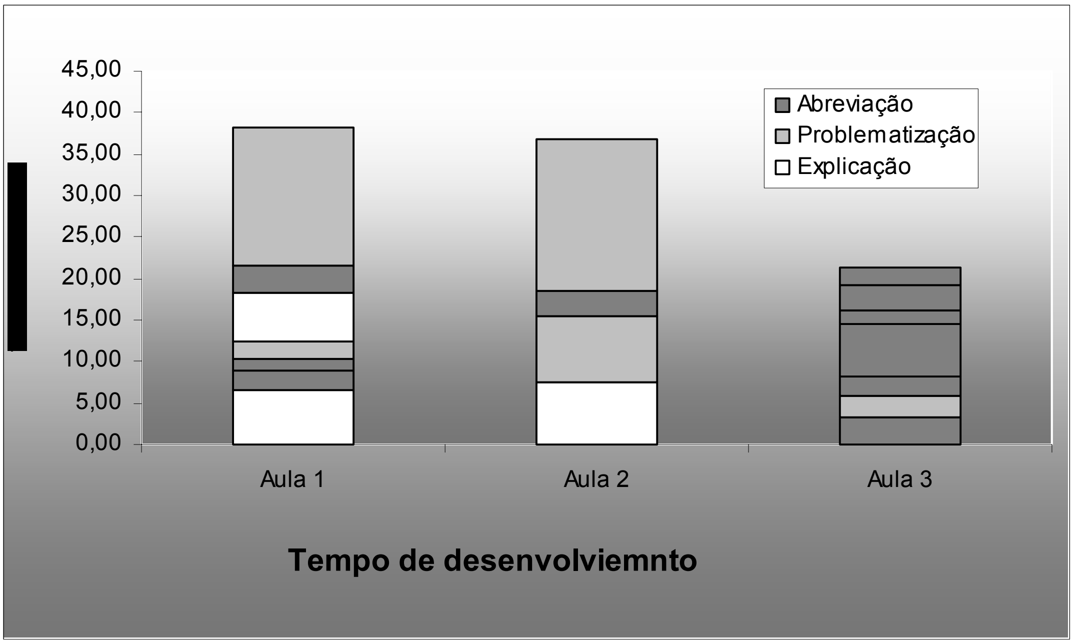


Gráfico 1: Representação da duração e da ordem em que os episódios ocorreram nas três aulas.

Com base no gráfico acima podemos perceber a ordem em que os episódios aparecem na primeira, segunda e terceira aulas e a duração dos episódios no tempo cronológico marcado pelo eixo vertical, tempo real da duração dos episódios. Com base neste gráfico, poder-se-ia argumentar então que, na segunda aula, há uma predominância da problematização baseada na duração dos dois episódios deste tipo que fizeram parte da aula.

No entanto, não é a duração dos episódios, mas a freqüência do tipo de episódio que indica a tendência do sistema no nosso caso. O motivo para eliminarmos o tempo de duração dos episódios como critério para a caracterização da atração do sistema é, em geral, o fato de apenas alguns aspectos da questão focal serem levantados nos episódios de problematização; e o fato de haver neste tipo de episódio uma extensão de negociações em torno de sentidos distintos dados aos objetos, teoremas e axiomas matemáticos, configurando-se por tudo isso, um tipo de episódio no qual a duração de tempo, via de regra, é maior do que nos episódios de abreviação. Desta forma, se estamos analisando o processo de comunicação dos significados matemáticos, temos de levar em consideração a estrutura desta comunicação, baseada nos acordos e desacordos mas também, principalmente, o caráter conceitual que leva cada tipo de episódio a constituir um passo qualitativo neste processo.

Além disso, a escolha da medida que caracteriza a forma como o sistema se auto-organiza é arbitrário. No nosso caso específico de análise da comunicação dos significados matemáticos em sala de aula, a freqüência com que um tipo de episódio ocorre, não a sua duração, é mais apropriada. O processo de mudança que leva à especificação de tipos de interação é melhor compreendido se considerarmos, não o tempo despendido na interação, mas a forma como a interação muda do ponto de vista qualitativo. Ainda, como o tipo de interação -- caracterizada como explicação, problematização e abreviação -- se relaciona com a duração de tempo. Assim, episódios de explicação e problematização tendem a ser mais longos do que episódios de abreviação. Isto, devido à qualidade das trocas discursivas, tendo em vista a atribuição dos sentidos e significados relacionados aos procedimentos adotados na resolução de tarefas próprias das aulas de matemática analisadas. Apesar de mais curto, a abreviação aparece como um tipo de episódio no qual a qualidade da relação comunicativa é superior aos outros dois. Assim sendo, a abreviação pode ser vista de forma mais adequada como dominante (ou não), através da análise de uma maior freqüência do que através da análise da duração dos episódios (LYRA, informação pessoal)[9].

Para realçar o caráter freqüencial elaboramos um segundo gráfico que dá conta deste aspecto, porém, deixa em aberto a ordem em que os episódios aparecem, conforme já demonstrado no gráfico anterior:

[9] LYRA, M. Mensagem recebida por eveline_costa@uol.com.br em 11. jun. 2005.

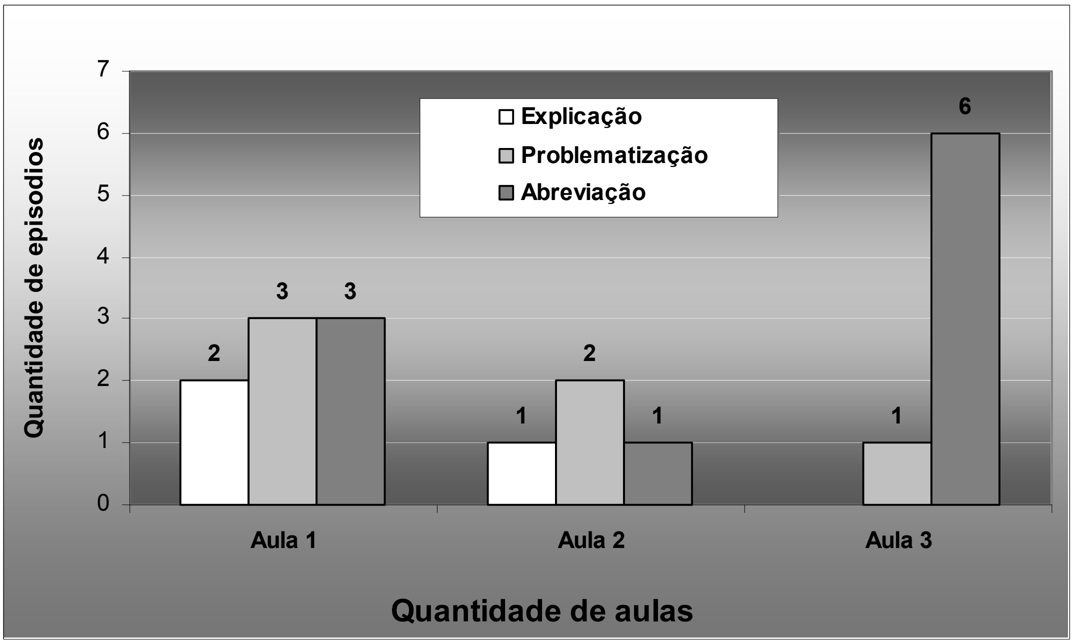


Gráfico 2: Representação da freqüência em que os tipos de episódios ocorreram nas três aulas

Através deste gráfico podemos notar, em relação ao sistema, uma tendência à abreviação no período final de comunicação da questão focal. No entanto, não pode ser caracterizada uma atração do sistema em torno da explicação ou da problematização no nível macro-analítico, como esperávamos. Na primeira aula notamos três episódios de problematização, e dois episódios de explicação, entremeados por três episódios de abreviação. Ou seja, o sistema não se organiza predominantemente em torno de nenhum tipo de episódio.

Na segunda aula temos dois episódios de problematização entremeados por um episódio de explicação e um de abreviação. Significa que também não há uma organização predominante, que salte aos olhos, em torno de um só padrão de comunicação. Só na última aula é que o sistema é atraído por um tipo de organização, o padrão comunicativo característico da abreviação. Resta, portanto, uma pergunta: esta forma de o sistema se comportar ao longo do seu desenvolvimento, ou seja, o predomínio de apenas um atrator, a abreviação, é próprio da sala de aula? Esta questão será alvo de comentários no próximo capítulo.

Capítulo 7
Considerações Finais

Estudos que abordam os processos cognitivos, na maioria dos casos os tratam como processos que ocorrem "dentro da cabeça do sujeito". No entanto, sabemos que os processos cognitivos têm origem e se desenvolvem na comunicação. Esta comunicação obviamente nem sempre é face-a-face. Mas todo ato de significação é realizado numa relação, seja face-a-face, seja com o Outro imaginário.

Partindo deste princípio, entendemos que na esfera pessoal, ou seja, no que concerne ao sujeito, há uma manifestação do seu "ponto de vista", o que quer dizer, seu ponto de partida para uma enunciação.

Partindo deste raciocínio, "o que eu digo" é totalmente pessoal, isto é, parte do meu lugar no mundo. Como só eu posso ocupar este lugar, podemos falar em nós. No nosso lugar no mundo. É claro, o lugar de uma relação: seja face-a-face, ou virtualmente, estabelecemos um intercâmbio de opiniões que faz parte de outras relações. Portanto há muitas relações em jogo. Tudo, no entanto, é visto como uma "opinião pessoal".

Partindo do princípio de que todas as pessoas possuem um lugar inexorável, único, no mundo, que ninguém mais pode ocupar; que a partir deste lugar é que as pessoas proferem enunciados; ou da perspectivação em Linell (1998), é que chegamos a compreender que a dificuldade da comunicação com a linguagem advém, grosso modo, do fato de concordarmos e discordamos em um diálogo qualquer. Da mesma forma e pelo mesmo motivo, a linguagem constituída pelo código lingüístico elaborado pode dar margem a diversos sentidos, dependendo da hora, do dia, da época, da linguagem social (BAKHTIN, 1981) em que foi elaborada. A linguagem no enunciado possui, assim, o seu caráter peculiar dado pelo seu autor. As diferentes perspectivas de que partem os autores é que levam aos "encontros e desencontros" de sentidos dados a um mesmo ponto de vista sobre uma questão.

Para a realização deste trabalho empreendemos várias decisões metodológicas que dizem respeito a diversos pontos enfocados na perspectiva teórica. Por exemplo, esta posição única da qual o sujeito parte para proferir um enunciado, é o ponto de referência de onde julga uma ação. A ação última que o sujeito julga, obviamente, é o estar no mundo. Este estar no mundo implica em relações e enunciados que resultam em acordos e desacordos e em sentidos diversos em relação aos significados estabelecidos.

Este trabalho analisou a atribuição de sentidos feitos por uma díade professor-aluno, quando da ocorrência de acordos e desacordos em relação aos mesmos. Este nosso critério de análise terminou por fazer-nos ver que acordos e desacordos em relação aos sentidos do que estava sendo enunciado era a nossa unidade mínima de análise.

Com base em todo o fragmento em mãos delimitamos quando, no diálogo, um ponto da questão focal era abordado pela díade até que outro ponto fosse observado, ou o mesmo ponto fosse percebido de diferente maneira; ou seja, delimitamos nossos episódios.

Fizemos então a análise de nossos episódios com base na freqüência e na análise conceitual em que nossos acordos e desacordos ocorreram. Como resultado destas análises, descobrimos que o sistema se equilibra em torno de uma freqüência maior de acordos que de desacordos; no segundo caso, descobrimos que há um aumento visível de desacordos (em relação aos episódios de explicação); e finalmente no terceiro caso, descobrimos que praticamente os desacordos não aparecem e há apenas acordos.

Para analisar a relação entre um tipo de episódio e outro, realizamos uma dinâmica dialógica de recorte, a fim de sermos fiel ao que a díade professor-aluno enfocava como pontos ou aspectos discutidos relativos ao que chamamos questão focal, ou seja, em torno de um tópico do livro didático enfocado pelo professor, no nosso caso, paralelismo e ângulo nos polígonos.

Depois de analisarmos a freqüência de acordos e desacordos na constituição dos episódios e na passagem de um episódio para outro, com base no recurso analítico da dinâmica dialógica de recorte, pudemos ver com clareza como o sentido do que está sendo negociado, assume inicialmente uma forma mais explicativa de estabelecimento dos significados, passando por uma fase de problematização, onde há uma negociação dos sentidos; chegando, por fim, a uma fase onde ocorre como que uma síntese do que foi problematizado e trabalhado nos episódios anteriores.

Chamamos então, a estes três tipos de episódios de: explicação, problematização e abreviação, baseados em Fogel, Lyra e Winegar (1997); Lyra (1997; 1998; 1999 & 2000); e Lyra, Roazzi e Leite (1999).

No modelo de origem EEA (extensão, estabelecimento e abreviação), tais momentos se referem a passagens entre a díade mãe-bebê. Vimos que dois tipos de estudos são feitos nestes trabalhos: aqueles envolvendo a relação mãe-objeto-bebê (MOB) e aqueles envolvendo a relação face-a-face (FF). Tanto no primeiro caso, como no segundo, a díade escolhe de forma natural uma negociação sobre aspectos da comunicação. O analista procede então ao recorte do que é realçado pela díade, estabelecendo uma “dinâmica dialógica de recorte” (LYRA, 1999). Com base nesta dinâmica, pode-se, então, configurar os padrões de comunicação (EEA): aqueles onde há o estabelecimento de ação ou ações; aqueles onde há uma negociação das ações que envolvem outras ações correlatas; aqueles nos quais em torno da(s) ação(ões), já tendo sido negociadas são realizadas de forma ajustada, rápida e suave.

No nosso caso, as relações que dizem respeito ao processo comunicativo são múltiplas e variadas. Elas envolvem a análise de pelo menos "dois sujeitos": o professor e o aluno. Vimos como estes sujeitos realizam relações dinâmicas na sala de aula baseadas em uma relação predominantemente tri-direcional, ou seja, em um discurso predominantemente dialógico.

Desta forma chegamos a analisar em seguida se existia uma estabilidade onde predominasse os tipos de episódios de explicação, problematização e abreviação a partir de uma perspectiva macro-analítica delimitada pela quantidade de aulas dadas. Verificamos então que os episódios de explicação e problematização não aparecem enquanto atratores do sistema, ou seja, em torno deles o sistema não se mantém estável por um período do tempo longo. Há, durante a primeira e a segunda aula, um entremeado de episódios de explicação, problematização e abreviação, sem uma aparente organização. Por outro lado, na última aula, quando o professor está concluindo a questão focal, há uma nítida organização do sistema tendo como atrator a abreviação. Com base na análise de como o sistema se organiza em torno deste padrão de comunicação, encontramos uma auto-organização que nos perguntamos se se trata de um modelo peculiar da sala de aula. Nele, o único atrator é a abreviação, havendo uma mistura de tipos de episódios de explicação, problematização e abreviação anterior a esta atração do sistema pela abreviação.

A interpretação deste fato se volta à analogia proposta da compreensão de que se trata de um padrão de comunicação que ocorre quando significados já foram estabelecidos; sentidos já foram negociados exaustivamente e a compreensão dos procedimentos da resolução dos problemas se torna mais implícita, tácita, como se tudo já tivesse sido dito.

Este trabalho foi importante por se constituir um modelo de análise. Na verdade, um modelo de inspiração em torno do qual procedemos a uma série de decisões metodológicas acima descritas. Isto diz respeito, obviamente, à relação entre a teoria e a prática, ou seja, nossa perspectiva teórica e nosso método de análise. A relação entre eles é de influência recíproca. Mútua dependência ou constitucionalidade.

Do ponto de vista das perspectivas teóricas que conduzem este trabalho, sua importância vem do fato de considerar a relação preferida para estudo como uma história da qual fazem parte múltiplos elementos: a história da atribuição dos significados matemáticos. Não importando quais elementos a constituem, poder analisar como uma relação estabelecida atinge níveis de estabilidade, permite encontrar um modelo que leva à resolução de tarefas, do ponto de vista dos procedimentos matemáticos, de forma imediata e sem problematização. Além disso, tal procedimento não advém de um mecânico processo mnemônico aplicado a novas situações, mas de uma problematização em torno de questões específicas, tendo como pano de fundo a questão focal. Assim é que, de figura, tais questões específicas passam a ser um pano de fundo no nosso exemplo dado, constituindo a relação outras figuras (questões correlatas). Aí está a importância dos sistemas dinâmicos para este trabalho e em especial, do modelo EEA.

Ainda do ponto de vista teórico, argumentamos que Vygotsky concebe a cognição como uma atribuição de sentidos dados a significados, na comunicação, processo este chamado de mediação semiótica. Esta sempre ocorre nas relações, porém o sentido da direção do desenvolvimento que elas percorrem é sempre do social para o individual. Tornamo-nos um ser único e insofismável, ponto de partida para nossos critérios de acordos e desacordos.

Bakhtin, sem analisar este desenvolvimento e se referindo à linguagem plenamente desenvolvida, ao invés de chegar à conclusão da singularidade do sujeito, parte dela. Argumenta a favor da diferença entre significação e sentido, equacionando significação à estrutura lingüística e sentido à singularidade do autor, hora, época, ou lugar em que o enunciado é proferido.

De tudo que sabemos sobre a nossa relação em foco, ela se processa em uma instituição organizada e possui também uma organização própria, fruto da relação específica estabelecida professor/aluno. No entanto, pudemos vislumbrar formas predominantes de uma organização que é dinâmica, chegando à conclusão que a relação particular de que trata o trabalho se refere a uma relação predominantemente tri-direcional. Nela vimos um constante diálogo em torno dos sentidos dados aos significados matemáticos, materializados no livro texto.

Como conclusão, podemos sugerir que o tempo gasto em problematizações é de suma importância para a abreviação. Considerando a sala de aula como uma sala que desfrutasse de uma grande quantidade de tempo em problematizações, poderia se beneficiar destas de forma visível, resultando numa natural conseqüência da abreviação como um atrator no momento final da questão focal, como de fato ocorreu: o tempo gasto em problematizações anteriormente, superou o tempo gasto em diversos episódios de abreviação no final. Isso é o que temos a dizer sobre uma aplicação pedagógica do trabalho.

Dessa forma, vimos como a relação (professor/aluno) estabelecida para análise deve ser pensada como um sistema, isto é, como uma relação de múltiplos elementos que se relacionam em dependência mútua entre si, incluindo os elementos extrínsecos ao próprio sistema.

Com base nestes resultados podemos afirmar a fundamental importância da continuidade do estudo de situações de sala de aula de matemática em escala que possa vir a confirmar este tipo de comportamento do sistema professor/aluno. Em seguida, como proposta futura, projetamos estender o método a outras disciplinas no objetivo de verificar a presença do mesmo funcionamento do sistema ao longo do tempo. Ou seja, sugerimos uma quantidade cada vez maior de análises para que possamos relacionar variáveis externas como outro estabelecimento de ensino que não tenha o caráter de “laboratório”; a idade dos alunos; outros assuntos de matemática; outras disciplinas etc.; a fim de que cada novo caso possa por em cheque a presente investigação, confirmando ou negando esta forma de auto-organização, ou esta indeterminação do sistema didático visto como um sistema dinâmico, onde a abreviação predomina na fase final de uma questão focal.

Concluindo podemos dizer que a relevância do trabalho se deve ao grau de comprometimento com uma abordagem que permite outras interações de sala de aula, ou seja, múltiplas possibilidades de o sistema subsistir, variando os elementos que o constituem sem uma ordem, ou uma procura do elemento determinístico da mudança. Só considerando cada sistema como único e insofismável é que será possível analisar a diferença entre eles.

A importância deste trabalho também se deve ao fato de relacionar o aspecto puramente cognitivo, ou cognitivista, com a comunicação que ocorre em sala de aula. Foi através da análise conceitual que atingimos tal objetivo. Nela, pudemos fazer uma distinção entre os diferentes tipos de episódios: de explicação, de problematização e de abreviação. Isto só foi possível com base na capacidade de distinguir quando se tratou de um estabelecimento de significados, como algo que perpassa a relação; quando se tratou de uma negociação de sentidos distintos relacionados a um objeto, teorema ou axioma matemático, ou a uma relação entre eles; e quando se tratou de uma síntese das negociações anteriores.

Referências[10]

ARCAVI, A; KESSEL, C; MEIRA, L; SMITH, J. Teaching Mathematical Problem Solving: An Analysis of an Emergent Classroom Community. Research in Collegiate Mathematics Education, III, CBMS series on Issues in Mathematics Education, v. 7. AMS, 1998, p. 1-70

ATKINSON, J; HERITAGE, J. (Org.). Structures of social action: Studies in conversation analysis. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1984.

BAKHTIN, M. Marxismo e filosofia da linguagem. São Paulo: Hucitec, 1995.

BAKHTIN, M. Estética da criação verbal. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BAKHTIN, M. Questões de literatura e de estética. São Paulo: Hucitec, 2002.

BAKHTIN, M. The dialogical imagination. Austin: University of Texas Press, 1981.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In. GÁLVEZ, G; BROUSSEAU, G; SANTALÓ, L. A;. SADOVSKY, P; CHAMAY, E. R. (Org.). Didática da Matemática: Refrexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CARRAHER, T. N; SCHLIEMANN, A. D. (Org.). Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez, 1988.

CHEVALLARD, Y. La transposition didactique. Brenoble, La pensée Sauvage, 1985.

DOUADY, R. Tool, object, setting, window: Elements for analysing and constructing didactical situations in mathematics. In DOUAKY, R (Org) Mathematical knowledge: Its gruwth through teaching. Kluwer: Academic Publishers. Netherlands, p. 109-130, 1991.

FOGEL, A; LYRA, M. C. D. P. Dynamics of development in relationships. In MASTERPASQUA, F; PERNA, P. A. (Org.). The psychological meaning of chaos: translating theory into practice. Washington: American Psychological Association, 1997.

FOGEL, A; THELEN, E. Development of early expressive and communicative action: Reinterpreting the evidence from a dynamic systems perspective. Developmental psychology.. v. 23, n. 6. American Psychological Association, p.747-761, 1987.

[10] De acordo com:
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023:** informação e documentação: elaboração. Rio de Janeiro, 2002.

FREIRE, P. Pedagogia do oprimido. 14ª edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

HOLQUIST, M. Dialogism: Bakhtin and his world. London: Routledge, 1990.

IMENES, L. M; LELLIS, M. Matemática. São Paulo: Scipione, 1997.

LAVE, J; WENGER, E. Situated learning: Legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991.

LAVE, J. Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

LAVE, J. The practice of learning. In. CHAIKLIN, S; LAVE, J. (Org.), Understanding practice: perspectives on activity in context. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

LAVELLI, M; FOGEL, A. Developmental changes in mother-infant Face-to-Face comunication birth to 3 months. Developmental psychology, v. 38, n 2. American Psychological Association, p. 288-305, 2002.

LEITÃO, S. Contribuições dos estudos contemporâneos da argumentação a uma análise psicológica de processos de construção de conhecimento em sala de aula. Arquivos Brasileiros de Psicologia, v. 51, n. 1, 1999.

LEITÃO, S. The potential of argument in knowledge building. Human Development, n 43, p. 332-360, 2000.

LEITÃO, S. Analyzing changes in view during argumentation: a quest for method. Forum Qualitative Social Research, 2001. v. 2, n. 3. Disponível em < http://qualitative-research.net/fqs/fqs-eng.htm >.

LERMAN, S. Intersubjectivity in mathematics learning: a challenge to the radical constructivist paradigm? Journal for Research in Mathematics Education, v. 27, n. 2, p. 133-150, 1996.

LEVINSON, S. C. Pragmatics. New York, USA: Cambridge University Press, 1983.

LINELL, P. Approaches to dialogue: talk, interaction and contexts in dialogical perspectives. Filadelfia: John Benjamins, 1998.

LINS, R. C. Algebraic and Non-algebraic álgebra. PME, p. 2-63, 1993.

LINS, R. C. Discos, fitas e hotéis: produzindo significado para a álgebra. Revista de Educação Matemática (SBEM-SP), n. 2. Ano 3, p. 18- 24, 1995.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática? In. BICUDO, M. A. V (Org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. EDUNESP, 1999.

LYRA, M. C. D. P; ROAZZI, A; LEITE, I. D. C. A facet approach to the study of mothers´conceptualisation on communication development in early infancy. In. MEYER, R; SCHWEIZER, D; HÃNZI, B; JANN, E; PEIER-KLÃNTSCHI (Org.). Facet theory: Design and analysis, p. 201-225, 1999.

LYRA, M. C. D. P; ROSSETTI-FERREIRA, M. C. Transformation and construction in social interaction: A new perspective on analysis of the mother-infant dyad. In VALSINER, J. (Org.). Child development within culturally structured environment. Norwood, NJ: Ablex Publishing, v. 3, p. 51-77, 1995.

LYRA, M. C. D. P; WiINEGAR, L. T. Processual dynamics of interaction through time: adult-child interactions and process of development. In FOGEL, A;. LYRA, M. C. D. P; VALSINER. J (Org.) Dynamics and indeterminism in developmental and social processes. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1997.

LYRA, M. C. D. P. Desenvolvimento de um sistema de relações historicamente construído: contribuições da comunicação no início da vida. Reflexão e Crítica, v. 13, n. 2, p. 257-268, 2000.

LYRA, M. C. D. P. O modelo EEA: Definições, unidade de análise e possíveis aplicações, submetido ‘a’.

LYRA, M. C. D. P. O modelo EEA para a investigação da emergência e desenvolvimento da comunicação e do self: Bases conceituais e fundamentos teórico-metodológicos, submetido.

LYRA, M. C. D. P. An excursion into the dynamics of dialogue: elaborations upon the dialogical self. Culture & psychology. London: SAGE publications. v. 5, n. 4, p. 477-489, 1999.

LYRA, M. C. D. P. Reflections on the dynamics of meaning making: communication process at the beginning of life. In LYRA, M. C. D. P; VALSINER, J. (Org.). Construction of psychological processes in interpersonal communication. London: Ablex Publishing Corporation, 1998.

LYRA, M. C .D .P. An excursion into the dynamics of dialogue: A rejoinder to the Dialogical Self. Culture & Psychology, v 5, n 4, p. 477-489, 1999.

MARKOVÀ, I Introduction**.** In. MARKOVÀ, I;. FOPPA, K (Org.), The dynamics of dialogue. Nova Iorque: Springer-Verlag, p. 1-22, 1990a.

MARKOVÀ, I. A three-step process as a unit of analysis in dialogue. In. MARKOVÀ, I;. FOPPA, K (Org.), The dynamics of dialogue. Nova Iorque: Springer-Verlag, p. 129-146, 1990b.

MEIRA, L O “mundo real” e o “dia-a-dia” no ensino da matemática. Educação Matemática em Revista, v 1, n 1, p. 19-27, 1993.

MEIRA, L. Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In. NOVAES, M. H;. BRITO, M. R .F. (Org.). Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica, v 1, n 5. Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Psicologia. Coletâneas da ANPEPP, 1996a.

MEIRA, L. Atividade algébrica e produção de significados em matemática: um estudo de caso. In .. DIAS, M. G;. SPINILLO, A. G. (Org), Tópicos em Psicologia Cognitiva, Recife: Editora Universitária UFPE, 1996b.

MEIRA, L. Making sense of instructional devices: The emergence of transparency in mathematical activity. Journal for research in mathematics education, v 29, n 2, p. 121-140, 1998.

MEIRA, L. The microevolution of mathematical representations in children's activity. Cognition and Instruction, v 13, n 2, p. 269-313, 1995.

PIAGET, J. O nascimento da inteligência na criança. Rio de Janeiro, RJ: Zahar, 1971.

SALJO, R; WYNDHAMM, J. Solving everyday problems in the formal setting: empirical study of the school as context for thought. In. CHAIKLIN, S;. LAVE, J (Org.), Understanding practice: perspectives on activity in context. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

SILVERMAN, K. Interpreting qualitative data: Methods for analyzing talk, text and interation. London, UK: SAGE Publications, 1993.

THELEN, E; SMITH, L.B A dynamic systems approach to the development of cognition and action. Cambridge, MA: The MIT Press, 1995.

VALSINER, J; Van Der VEER, R. The social mind: Construction of the idea, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.

VALSINER, J. Where is the individual subject in scientific psychology? In VALSINER, J. (Org.). The individual subject and scientific psychology. New York: Plenum Press, p. 1-14, 1986.

VALSINER, J. Irreversibility of time and the construction of historical developmental psychology. Mind, Culture, and Activity, v 1, p. 2-25, 1994.

VALSINER, J. Culture and the development of children´s action. New York: John Wiley & Sons, 1997.

VALSINER, J. Culture and the development of children´s action. New York: John Wiley & Sons, 1997.

VALSINER, J. Culture and human development: An introduction. London: Sage Publications, 2000.

van GEERT, P. Dynamic systems approaches and modeling of developmental processes. In VALSINER, J; CONNOLLY, K. J. (Org.). Handbook of developmental psychology. London: SAGE Publications, p. 640-672, 2003.

VERGNAUD, G. Theoretical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. In HIRLST, K (Org.). Proceedings of the International Congress on Mathematical Education, Budalpest, p. 39-41, 1988.

VERGNAUD, G. Schémes, algorithmes et script-algorithmes. Séminaire Didactique des Concepts Mathématiques et Scientifiques (communication orale non-publiée). Univesité Paris-V. Paris, Lapsydee: Année universitaire, 1990-1991.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields, ICME VII, Québec, 1992. .

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WALKERDINE, V. The mastery of reason: cognitive development and the production of rationality. London: Routledge, 1988.

Anexo A - Notação de Transcrições

1 – aumento de volume: sublinhado

2 – diminuição de volume: ºmeu amorº

3 – quando não se tem certeza da palavra, entre parênteses: você acha que (eu estou) certa?

4 – quando for absolutamente inaudível: (inaudível)

5 – parada brusca na palavra: eu que/ queria dizer...

6 – quando alonga a palavra**:**

exemplo 1: o quadrado de 2 é...

exemplo 2: eu estava queren...do

7 – quando ocorre uma ênfase na palavra: este quadrilátero que eu tenho aqui é um

8 – palavras e/ou frases sobrepostas: colchetes

exemplo: eu só queria dizer [que a gente]

[mas o que] você queria dizer mesmo?

9 – pausas significativas: (.)

10 – quando fala-se mais rápido do que o habitual: >rápido<

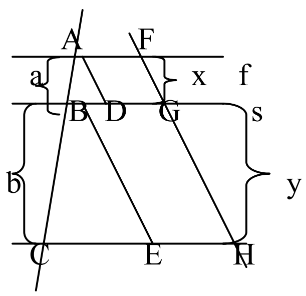
11 – quando fala-se mais devagar do que o habitual: <devagar>

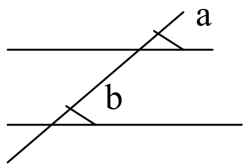
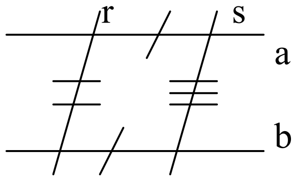
12 – alguma exemplificação do que está sendo falado {referindo-se ao "x"}

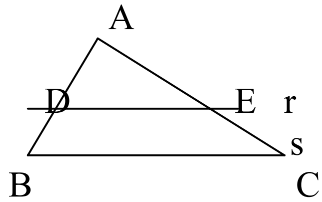
Anexo B - Modelo da folha de Transcrições

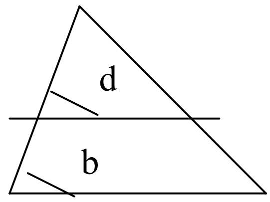
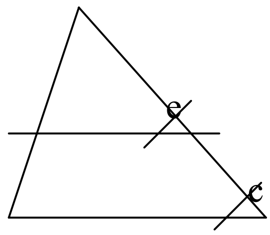
Episódio			
(Tempo) Tipo de episódio – Participantes – “título do episódio” – qual a aula			
Turno	Autor	Fala	Observações

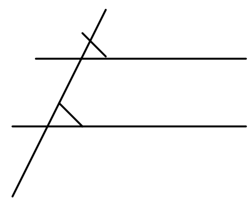
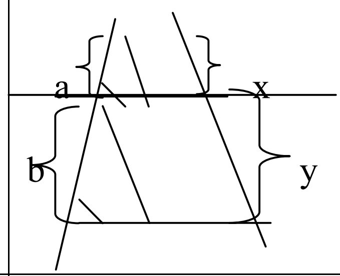
ANEXO C - Transcrições

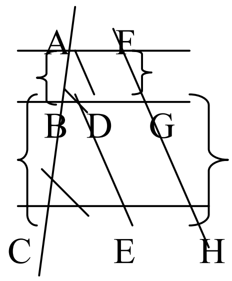
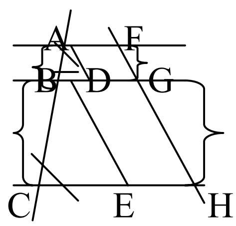
Episódio 1			
(6m51s) Explicação – Toda turma – “dedução do Teorema de Tales” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
1	P	Bem, vamos lá!É... pergunta (inaudível) o que é que ele ta querendo, o que que o autor, que mensagem o autor tá querendo passar dentro deste texto?	
2	Fel	Paralelismo	
3	A1	***Paralelismo***	
4	A2	***Paralelismo***	
5	P	***Paralelismo***. O que ele ta querendo tratar ***então***?	
6	A3	Ele trata do, é...	
7	Prisc	das propriedades de Tales	
8	P	***Teorema de Tales***	
9	A4	É	
10	P	***E*** dentro destas figuras todas que aparecem no livro, esta, esta, esta e esta aqui, vamos tentar identificar um pouco o que que é isso. Que que ele quer provar com o teorema de tales? Ou, ou falar do teorema de tales?	Apontando para as figuras Mas adiante serão mostradas as figuras referidas aqui.
11	A5	ºQue (inaudível) paralelas (inaudível)º	
12	P	***Quer dizer que um feixe de retas paralelas***	
13	A6	Quando cortadas por duas transversais	
14	P	***Quando cortadas por duas transversais***	
15	V-A	(inaudível)	
16	P	***E*** neste caso aqui, qual a proporcionalidade que representa aqui?	Apontando para a figura... 

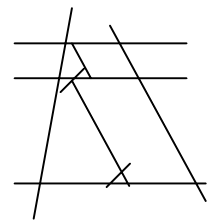
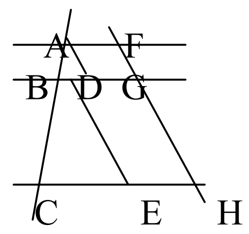
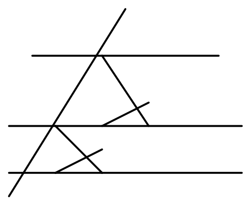
17	A7	"a" sobre "x", igual a "b"...	
18	V-A	<u>"a" sobre "b",</u> igual a "x" sobre "y"	
19	P	***"a" sobre "b" igual <u>a</u>***	
20	V-A	"x" sobre "y"	
21	P	Bem, ***só que*** ele tenta fazer esta dedução, né isso? Sim ou não?	
22	A8	Sim	
23	P	***E*** quem poderia me explicar como é... que ele parte deste o início do texto para chegar a esta dedução? Quais são os passos que ele, que ele utiliza?	
24	Nando	Ele diz que as duas retas paralelas, quando cortadas por uma transversal, "a" e "b" vai ser o mesmo ângulo.	Referindo-se aos ângulos da figura: 
25	P	***Então***, esses ângulos, como é que chama esses ângulos?	
26	A9	[Correspondentes]	
27	P	***["a" e "b" são <u>ângulos</u>***....]	
28	A10	Correspondentes	
29	P	***Quer dizer***, entendendo "a" e "b" como a medida destes ângulos, eu posso dizer que eles são iguais.	
30	Nando	Aí, duas retas paralelas, cortadas por outras duas paralelas, vai formar um paralelogramo, os lados são iguais, os lados <u>contrários</u> iguais.	
31	A11	***Opostos***	
32	P	***Os lados opostos, este e este são iguais***. ***E que mais*** a gente sabe sobre o paralelogramo?	Apontando para a figura: 

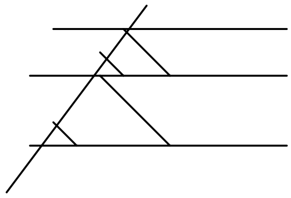
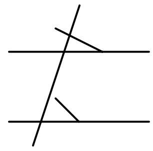
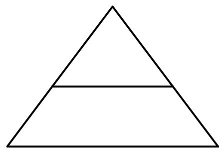
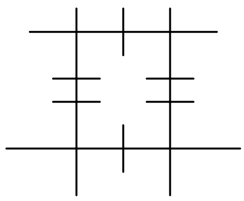
33	Nando	Que os lados opostos são paralelos.	
34	P	***Sim***, isso porque já foi construído desta forma, se os lados opostos são paralelos, eles geram essa figura aqui, um paralelogramo. ***Agora, o que mais*** a gente pode sa/ saber do paralelogramo?	
35	A12	Tem os lados iguais	
36	V-A	(inaudível)	
37	P	***Em relação*** aos lados ***já*** foi dito, em relação aos ângulos? Que que a gente pode dizer?	
38	A13	(os angulos) opostos também são iguais	
39	V-A	(inaudível)	
40	Nando	os ângulos opostos também são iguais	
41	P	***Os ângulos opostos também têm as mesmas medidas***, né isso?	
42	A14	***É***	
43	P	***E***... com base nessa figura aqui, o que que o texto diz?	Referindo-se a esta figura:  Sendo r//s
44	A15	Quando um tri/	
45	A16	Quando um triângulo é simétrico	
46	Nando	Quando um triângulo é cortado por uma paralela. Uma paralela em ralação a	
47	A17	Não, ele é cortado por uma paralela...	
48	A18	[Que é “r” e “s”]	
49	Nando	[Uma paralela em relação à base]	
50	A20	Forma um triângulo	
51	Nando	O triângulo novo que surgiu é semelhante ao que tinha	

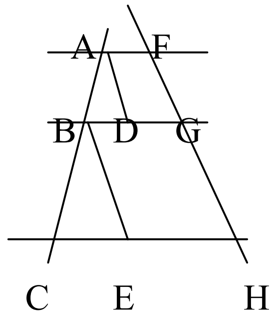
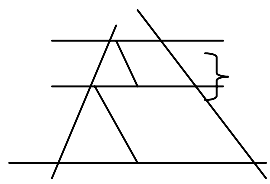
52	A21	Porque os ângulos são iguais	
53	P	Vamo lá! O... O... ***O outro fato que ele que vai usar é que, eu tenho um triângulo qualquer, né isso? E se eu intercepto este triângulo por, por um a/ por uma reta "r" que é paralela a um de seus lado, né isso? tomado como base, no caso aqui este. Ele diz que este novo triângulo aqui, ele é semelhante ao todo.*** Por que?	Referindo-se à reta DE que intercepta o triângulo ABC, formando outro triângulo ADE da figura acima.
54	A22	ºPorque os ângulos são iguaisº	
55	P	***Por que que os ângulos são iguais?*** Quais são os ângulos que seriam iguais aqui no caso?	
56	V-A	"d", "b"	O professor escreve por cima as letras "d" e "b", referindo-se aos ângulos: 
57	P	"d" e "b" ***e que mais***?	.
58	V-A	E "e" e "c"	
59	P	***E "e" e "c***". ***Agora***, por que o "d" é... igual ao... por que o "d" é igual ao "b"?	

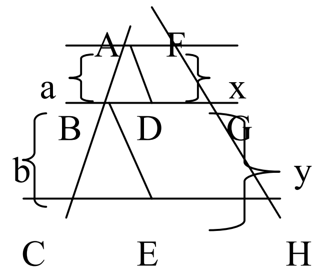
60	A23	É o mesmo caso lá de cima	Apontando para a figura reproduzida abaixo, onde os ângulos indicados são iguais 
61	P	***O caso daqui de cima, né isso?***	Apontando para a figura acima.
62	A24	***É***	
63	P	Bem, ***e agora*** a minha hipo/ alguém vai me dizer agora porque a partir daqui agora, como é que ele usa estes fatos para gerar esta figura e fazer esta dedução?	Referindo-se a esta figura: 
64	Osni	Um feixe de retas são paralelos, aí ele desenhou uma transversal, duas transversais, ºaí como ele fez?º Ele desenhou dois triângulos aí no caso são semelhantes.	
65	P	Como ele desenhou este triângulo aqui?	
66	A25	Traçando uma paralela	
67	A26	[Porqu/]	
68	Osni	[Traçando duas paralelas] àquele	

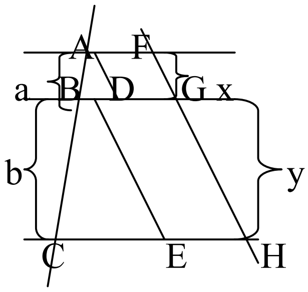
69	A27	A FG	Referindo-se à figura abaixo, onde FG é paralela a AD e GH é paralela a DE. 
70	P	***Traçando uma paralela a FG, é isso?***	
71	Osni	Depois a GH	
72	P	***GH***	
73	A28	Aí formou doi triângulos semelhantes com base naquel/	
74	P	***E esses dois triângulos aqui são semelhantes***?	Referindo-se aos triângulos ABD e BCE da figura: 
75	V-A	São	
76	A29	***É***	
77	Ted	***É, professor***!	
78	P	Por que, Ted?	
79	A30	Tem ângulos iguais	Referindo-se aos ângulos da figura acima
80	P	Porque têm ângulos iguais?	

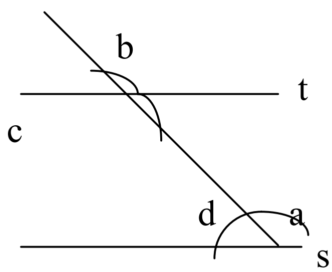
81	A31	***Não***, porque são proporcionais	
82	A32	***Não***, ângulos iguais (inaudível)	
83	A33	Mas porque ele utilizou ali a paralela	
84	A34	Essa linha	
85	P	Essa linha aqui?	Referindo a BE da figura acima
86	A35	Não, essa outra, FG e GH para formar esses outros dois	AD e BE são paralelas à FGH, que formam dois novos triângulos: ABD e BCE
87	P	Bem, a minha pergunta agora aqui é a seguinte, esses ângulos são/ têm os ângulos iguais por conta de ser paralelos, é isso? Foi isso que foi dito aqui. Esse ângulo também é igual a este ângulo aqui por conta de ser paralelo. ***Agora,*** por que este triângulo aqui é semelhante a este?	Referindo-se aos ângulos da figura e aos triângulos citados acima: 
88	Dali	Porque é a mesma reta paralela. Essas retas BE e AD são paralelas àquela reta outra F/	Referindo-se às retas: 
89	P	***Então*** esse ângulo aqui é congruente a este?	
90	A36	***Exatamente,*** igual àquele caso lá	

91	P	***E*** como estes ângulos também são congruentes, eles (os triângulos) são semelhantes. ***Agora***, e porque a partir destes triângulos ele chego a esta conclusão? Até agora nós usamos este fato E usamos este fato E onde é que a gente usa este fato aqui agora?	 Referente a esta figura:  Referente a esta figura:  Referindo-se a esta figura: 

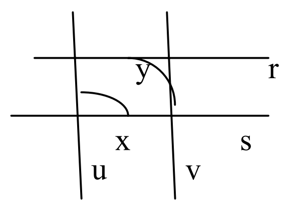
92	Nando	Não, é porque AFDG é um paralelogramo	
93	P	***É um <u>paralelo</u>***	Acentuando a palavra paralelo
94	V-A	Gramo	
95	P	***Essa figura aqui que a gente tá vendo aqui seria um paralelogramo. E*** aí qual é a conclusão que nós temos, que esse lado aqui	Referindo-se ao paralelogramo ADFG na figura acima e ao lado "x" na figura abaixo: 
96	P	[x]	Falam ao mesmo tempo
97	A37	[É igual a x]	

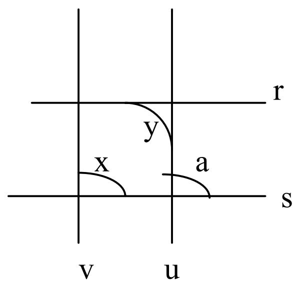
98	P	E aqui?	referindo-se ao lado "y" da figura abaixo: 
99	A38	y	
100	P	>E agora fica (inaudível) Se esse triângulo é semelhante a este (inaudível), este lado aqui, lado "a", "b"<	Referindo-se aos dois triângulos da figura acima (ABD e BCE) e aos lados "a" e "b"
101	A39	Esse lado aí?	
102	P	>É equivalente a esse lado aqui, que corresponde a este (inaudível). Essa é a conclusão do autor<	O lado "x" e "y". O professor chega à conclusão dada na linha 18, ou seja, que a/b=x/y.
103	A1	ºProfessor, assim, como é que a gente pode provar o fato que AB é igual a AD?º	Lados da figura abaixo
104	Dali	AB é igual a AD?	
105	A2	***Não***, AD é igual a BE.	
106	P	AD é igual a quem?	
107	A3	a BE.	
108	P	A AB? ***Não é.*** É... ***Não é*** igual.	
109	Fel	É a mesma razão.	
110	V-A	(inaudível)	
111	P	***Eles não são iguais***, ele apenas diz que este comprimento aqui AD é igual a quem? A FG. Esse comprimento aqui FG é igual a AD por que?	
112	V-A	(inaudível)	
113	P	Porque esta figura aqui é <u>um</u>	
114	V-A	Paralelogramo	
115	P	***Paralelogramo***. Uma das informações, o que a gente sabe ***também*** é que esse lado daqui é congruente aqui	Referindo-se aos lados BE e GH

		por causa <u>do</u> Paralelogramo. Como a gente antes tinha verificado que estes dois triângulos são semelhantes por conta dos ângulos, né? Os três ângulos correspondentes, dois a dois iguais, então são semelhantes. Ai eu tenho a razão do semelhante >que este está para este< da mesma forma que este está para os seus lados correspondentes, ok? E aí ele chega a esta (.) dedução.	Referindo-se aos triângulos ABD e BCE  O professor aponta no quadro a seguinte relação, que “a” está para “b” assim como “x” está pra “y”< (a/b=x/y).

Epsódio 2			
(2m38s) abreviação – Lil – “os ângulos correspondentes são congruentes” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Ok, agora se a gente... (.) fosse discutindo os exercícios, o exercício 36, por exemplo, da página seguinte, ele tem uma figura aí. (.) Eu vou reproduzir a figura aqui pra efeito de reproduzir também pra câmara. Lil você quer, gostaria de ler esta questão?	Desenha no quadro 

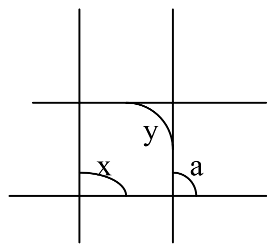
			t//s
02	Lil	Sabendo que “r” e “s” são paralelas, então, os ângulos correspondentes “a” e “b” são iguais. Use esse fato para explicar por que são iguais os ângulos alternos internos “c” e “d”.	
03	P	Bem ele diz que, com base na informação de que essas retas são paralelas. Nós sabemos que esse ângulo aqui, o ângulo “a” e “b” são iguais em medida, né isso? Por que Lil? São os ângulos	
04	V-A	(inaudível)	
05	Lil	ºCorrespondentesº	
06	P	***Correspondentes***. Então os ângulos correspondentes no caso delas serem paralelas, são congruentes. ***E*** com base nesta informação, como é que você justificava essa... essa informação do autor de que “c” é igual a “d”?	
07	Lil	Porque como “a” e “b” são iguais e 180 menos “b” é igual a “c” e 180 menos “a” é igual a “d”, então “c” e [“d” são iguais.]	
08	P	[Por que 180?]	
09	Lil	180... o ângulo	
10	P	O ângulo aqui ta dizendo que é	
11	A1	Raso	
12	A2	Um ângulo raso	
13	P	***180 menos (.) “b” é igual a “c”*** e aqui?	
14	A3	180 menos “a”	
15	P	***180 menos “a” é igual a “d”***	
16	A4	E a gente sabe também, que “a” é igual a “b”	
17	P	***E, que que a gente sabe também? Que “a” é igual a “b”***	

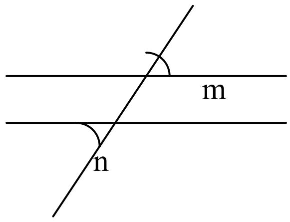
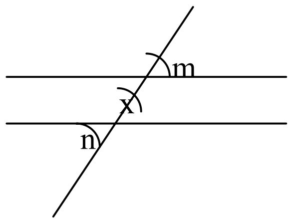
Episódio 3			
(1m37s) abreviação – Dani – “ângulos congruentes têm a mesma medida” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	A próxima questão 37, Dani	
02	Dani	Na figura, temos r//s e u//v. Explique por que são iguais os ângulos “x” e “y”. Use o ângulo “a” na Explicação	

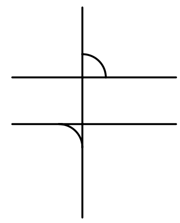
03	P	Na figura ele diz que “r” é paralela a “s”	
04	Dani	E “u” é paralelo a “v”	
05	P	E o outro? ***“u” é paralelo a “v”.*** Ele diz, explique por que são iguais os ângulos “x” e “y”	
06	Dani	Porque...	
07	P	Vamos ouvir Dani	
08	Dani	Como o senhor falou o “x” é correspondente a “a”. Ao ângulo “a”.	
09	P	Quem é o ângulo “a” aqui? Você quer vim mostrar aqui?	
10	A1	alternos internos	
11	P	Esse ângulo aqui? É o “a”.	
12	Dani	“x” é correspondente a “a”	
13	P	***“x” e “a” são correspondentes***	
14	Dani	e “a” e “y” são alternos internos	
15	P	***E “a” e “y” são alternos internos***	
16	Dani	Esses dois são iguais	
17	P	***“x” e “a” são correspondentes. E aí eles são congruentes, não é? Têm a mesma medida. E “a” e “y” pelo que ele está dizendo são alternos internos e também neste caso pela Explicação dada por ele, também são iguais.***	

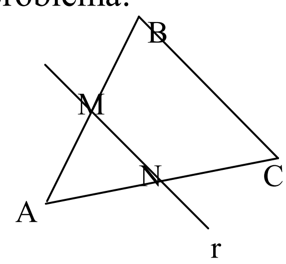
Episódio 4

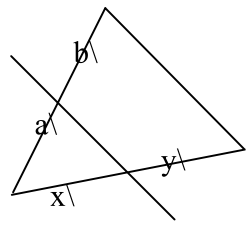
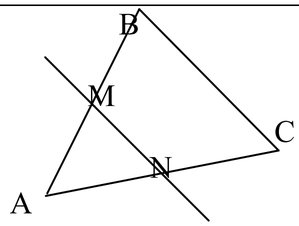
(2m16s) Problematização – turma – “o que são ângulos alternos externos?” – 1ª aula

Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	“x” e “a” são correpondentes. E aí eles são congruentes, não é? Têm a mesma medida e “a” e “y” pelo que ele está dizendo são alternos internos e também neste caso pela Explicação dada por ele, eles também são iguais	

02	Lil	E os alternos externos?	
03	P	Alternos externos, quem seriam os alternos externos? Desse lado aqui, onde é estariam os alternos e externos? Nesta figura aqui?	Figura abaixo
04	V-A		Ninguém responde
05	P	é a Explicação dada no livro, os internos que estão entre as duas/ (.) e os laterais (este daqui de) baixo quem seriam os alternos externos?	
06	V-A		Ninguém responde
07	P	Esse aqui é um ângulo externo que ta fora que não ta entre as duas retas. Então quem seria o ângulo externo a este aqui? <u>Seria</u>. E que relação a gente tem entre esses dois ângulos? São iguais?	
08	A1	são	
09	A2	***Não***, eles são diferentes	
10	V-A	(inaudível)	
11	P	Eles formam...”m” mais “n” dá 180 graus, isso é verdade por que? Esse ângulo daqui é igual a este, ta certo? E esse e esse? Ta certo isso aí?	Referindo-se a “m” e “x”  referindo-se a “x” e “n”
12	A3	***Não, professor***	
13	A4	***Não***	
14	P	Isso é verdade?	
15	A5	***Não***	
16	A6	Eles são iguais, “m” é igual a “n”	
17	P	Esse ângulo aqui é igual a esse e esse por ser igual a esse, então,	
18	A7	“n” é igual a “m”	
19	P	***“m” é igual a “n”***	
20	V-A	(inaudível)	

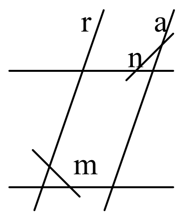
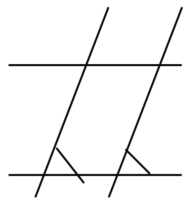
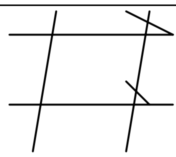
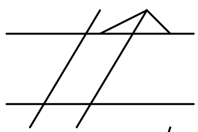
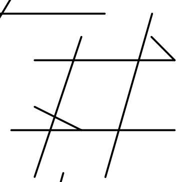
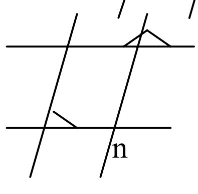
21	P	Isso só é verdadeiro, se no caso, te/ Como eles teriam que ser iguais a 90 graus? Se as duas retas fossem perpendiculares, ta certo? Por isso não necessariamente verdadeiro.	O professor está querendo dizer que se fosse uma perpendicular, a soma dos dois ângulos daria 180º, como na figura abaixo: 
22	A8	Então, “m” é igual a “n”, né?	
23	P	***“m” é igual a “n”.***	

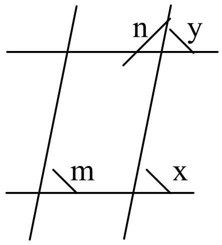
Episódio 5			
(5m9s) Explicação –Prisc – “o ponto médio divide a reta em dois segmentos iguais” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Então a próxima... Prisc. Prisc é que está por dentro das questões, né Prisc? Questão 38 prisc, tem, aqui um triângulo. Leia a questão Prisc	O professor desenha esta figura no quadro enquanto a aluna lê o problema: 
02	Prisc	na figura “m”. Na figura, “M” é o ponto médio do lado AB e r//BC. letra a) que relação existe entre as medidas de AN e NC? que as medidas são iguais.	
03	P	Ele diz que “r” é paralelo a BC e que mais?	
04	Prisc	Que N é o ponto médio do lado AC	
05	P	N é o ponto médio (.) e... letra a) que relação existe entre as medidas de AN e NC, Prisc? AN	
06	Prisc	Que as medidas são iguais	

07	P	Por que Prisc?	
08	Prisc	Porque N é ponto médio.	
09	P	***Porque é ponto médio***, esse lado é igual a esse***, mas*** por que a gente pode agora concluir que esse lado aqui vai ser igual a este?	
10	Prisc	Porque/ Porque a reta é paralela	
11	P	***Sim***, a reta é paralela a esse lado aqui, ***e aí***?	
12	Prisc	Então são iguais.	
13	P	***Mas*** com base no que a gente estudou hoje, você tem um argumento mais (.) Com base naquilo que a gente acabou de/	
14	Prisc	Que os ângulos º(são iguais)º	
15	P	Vamos imaginar que eu tivesse aqui “a”, “b” e aqui eu tivesse “x” e “y”.	
16	Prisc	Que “a” sobr/ que “b” sobre “a” é igual a “y” sobre “x”	
17	P	***“b” sobre “a” é igual a “y” sobre “x”, e agora?*** Como esses aqui são iguais, aqui vale quanto? (inaudível) se esses dois aqui são iguais, quanto é que vale? Vale “um” aqui? Então conclusão. Pra que esse dividido por esse dê um, “y” vale quanto? “y” é igual a “x”. Então o fato de ser igual é... é verdade o que ela estava dizendo. Já que isso aqui é igual, automaticamente os lados têm de ser iguais, ***mas*** isso é decorrente daquela propriedade do teorema de tales, né isso? o que a gente tava estudando, ou seja, como a razão entre esses dois aqui é um, a razão entre esses dois aqui também vai ter de ser um. E se a razão é um é porque eles são iguais, certo?	O professor escreve no quadro: 1= b/a=y/x; y=x
18	Prisc	Que relação existe entre as medidas de MN e BC?	Lendo a letra b) do exercício
19	P	MN e BC	
20	Prisc	Eles são proporcionais?	
21	P	M, MN é esse aqui, né? e BC. São proporcionais? ***Sim***, ***mas*** por que razão?	
22	Prisc	Porque o triângulo ABC é semelhante ao triângulo	

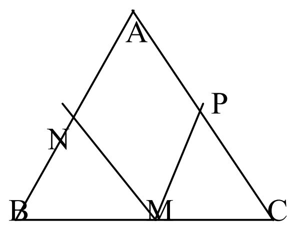
		AMN	
23	P	***Esse triângulo aqui ABC é semelhante ao triângulo AMN. Agora***, qual é a razão entre eles? Você diz que eles são proporcionais, eles têm uma certa razão, ***e*** qual é a razão entre eles?	
24	V-A		Ninguém responde
25	P	MN, diz que ele é proporcional, se ele é proporcional a BC, então existe uma certa razão, né isso? quem é essa razão? Quem poderia ajudar Prisc aí?	
26	líd	ºum sobre doisº	
27	P	***Um sobre dois? Por que*** Lid, um sobre dois?	
28	líd	ºPorque MN é metade de BCº	
29	P	***O que líd ta dizendo é um sobre dois, porque a razão daqui pra cá é meta/ é/ Isso aqui é metade desse.Ok? Então esse aqui tem de ser metade desse, ok?***	
30	A1	Tem de ser metade?	
31	P	A razão, porque eles são semelhantes. Esse triângulo aqui semelhante a esse triângulo aqui. Então esse lado é proporcional a este da mesma razão que este lado >está pra este<, ok?	Referente aos triângulos ABC e AMN e aos lados “a”, “b” e “x”, “y”, da segunda figura.

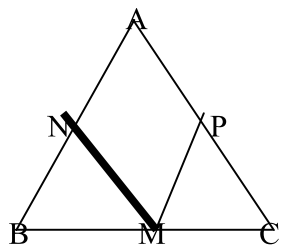
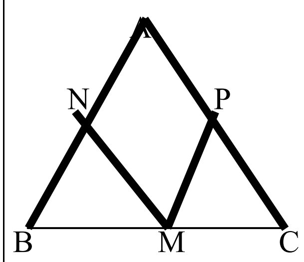
Episódio 6			
(3m34s) abreviação – Bru - “porque já foi provado” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
1	P	Bru, por favor, você viria resolver a questão 44?	
2	P	Faça desenho e venha explicar para gente	O aluno e o professor agem ao mesmo tempo, enquanto o professor fala, o aluno pega o livro e vai se dirigindo ao quadro
3	Dali	Bru, faça desenho... Ninguém merece	
4	Bru	É professor, faça desenho vá!	Ao chegar perto do professor
5	P	Quer que eu faça desenho?	
6	Bru	(inaudível)	B fala algo para o professor
7	P		O professor faz o desenho no quadro e dá o pincel a Bru
8	Bru	Em cada figura temos “r” paralela a “s”, paralela a “t”. Use o teorema de <u>Tales</u> e calcule “x”	Bru pega o livro e lê a questão

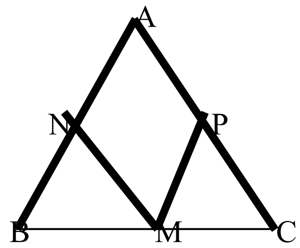
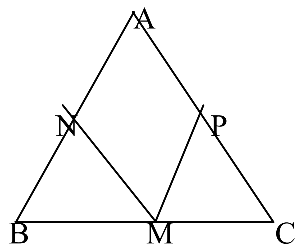
9	A1	44	Refindo-se ao número da questão do livro
10	A2	44	Idem
11	A3	44	Idem
12	Dali	Bru, é 44	Idem
13	Bru	Ah, tá bem, ta bem. Observe. Os lados do ângulo “m” são paralelos aos lados no ângulo “n”. Prove que na figura, m + n = 180	r//a 
14	Dali	O professor já explicou isso	
15	Bru	Não, precisa não...	Virando a cabeça para sala, que responde com risadas
16	Bru	Bem, primeira coisa é que este, este ângulo é igual a este.	
17	A5	Por que?	
18	A6	Por que?	
19	Bru	Por que? Porque este é i/ Porque já foi provado	
20	V-A	Inaudível	
21	Bru	E este é igual a este E como este aqui é um ângulo raso Este é igual a este Mais “n”, é igual a 180	   

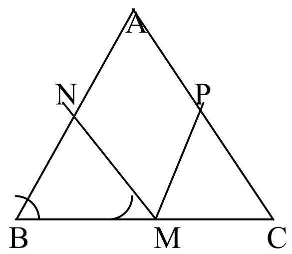
22	P	Explica aí novamente	
23	Bru	“m” é igual a “x”. Porque esta é paralela a esta. E esta é paralela a esta. Já foi provado. “x” é igual a “y”. Porque também já foi provado. Como isso aqui é 180 graus, um ângulo raso, “y” ma/ “n” mais “y”, que por acaso é igual a m, Dá 180.	
24	Osni	Ô professor, se n+m dá 180, e “y” é igual a “m”, então n+m (inaudível)	
25	Pal	Ô professor poderia fazer assim Pelos ângulos do vértice do paralelogramo que são opostos iguais?	
26	Pal	[Ângulos opostos pelo vértice]	
27	Osni	[Correspondentes]	
28	Osni	“m” seria correspondente a esse aí de cima porque os ângulos opostos são iguais.	
29	P	***Tendo em vista isso aqui ser um paralelogramo, ela ta afirmando que esse ângulo aqui e este são iguais. Ângulos opostos pelo vértice. Então esse aqui teria (inaudível). Mas este é um procedimento exatamente para provar que os ângulos, é... opostos do paralelogramo são congruentes. Se você usa este fato, é... se você usa essa hipótese de que os ângulos opostos são iguais, aí você teria uma demonstração.*** ***Outra demonstração que os ângulos opostos são iguais é usando esse caminho que foi utilizado por Bru.***	

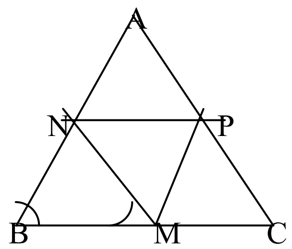
Episódio 7			
(16m54s) – Mar - Problematização – “um losango é um quadrilátero com 2 pares de lados iguais?” – 1ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações

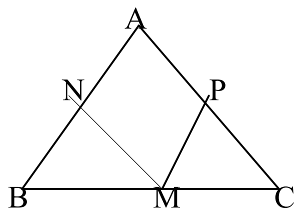
01	Mar	46. O triângulo ABC é isósceles. Sendo AB=AC e M o ponto médio de BC. Sabendo que MN//CA E MP//BA, responda, que tipo de triângulo é ANMP? Explique sua resposta.	Lendo a questão 46.
02	P	Sabe desenhar a figura aí pra gente?	
03	Mar	Vou tentar	Desenha a figura no quadro 
04	P	Tente lá	
05	Feli	Professor	
06	Feli	Professor	
07	P-Feli	Inaudível	O professor vai até o aluno e conversa com ele
08	P	Explique aí Mar. O que/ O que é que a questão pede, Mar?	
09	Mar	É... que tipo de quadrilátero a/ é ANMP	Apontando para as letras no desenho
10	A1	ANMP	
11	P	Quais são os dados do problema?	
12	Mar		Pinta o losango
13	P	Quais são as hipóteses?	
14	Mar	(Inaudível)	
15	P	Quais são as hipóteses aí do problema? O que é que vem informado?	
16	Mar	NM é paralelo a CA. MP é paralelo a BA. Aí é perguntado que tipo de quadrilátero é esse.	
17	P	E que tipo de quadrilátero é?	
18	Mar	Losango	
19	P	***Losango?* Por que losango**?	
20	Mar	Porque ele tem dois pares de lados, é... opostos iguais	
21	Dali	(inaudível) é um losango	
22	Mar	se ele tem quatro lados iguais	
23	A2	ºOs lados opostos do paralelogramoº	
24	P	Por que que ele tem quatro lados iguais?	
25	V-A	(inaudível)	
26	P	***É verdade o que Mar ta dizendo?***	
27	V-A	(inaudível)	
28	P	***Que é um losango?***	
29	Dali	É sim	

30	V-A	(inaudível)	
31	Dali	É porque no/ naquele desenho só muda a posição. É... essa reta é paralela/	Indo até o quadro e passando outra reta por cima da reta. 
32	A2	Essa reta AP, né?	
33	Dali	Essa <u>reta</u> é paralela a esta. O que ele fez só foi, dois feixes de retas paralelas, (.) cortadas por duas outras paralelas, formou... um paralelogramo.	
34	P	***Mas*** a questão <u>é</u> Mar tinha dito que é um losango. ***É losango, sim ou não?*** O que que é um losango?	
35	Dali	É um quadrilátero...	
36	A3	ºÉ um quadrilátero com quatro lados iguais, com dois pares de ângulos iguaisº	
37	A4	ºÉ um quadrilátero que tem quatro ângulos iguaisº	
38	A5	Tem que ser todos os lados iguais	
39	Dali	É um quadrilátero que tem pelo menos dois pares de lados iguais	
40	P	Dois pares de lados iguais aí (inaudível)	
41	A6	Um par	
42	A7	Quatro lados iguais e dois pares de ângulos	
43	P	***Dois pares de lados iguais não é uma característica de todo paralelogramo? Todo paralelogramo é um losango?*** Sim ou não?	
44	A8	Não, tem que ter os quatro lados iguais	
45	P	Tem que ter o que?	
46	A9	Quatro lados iguais	
47	P	Bem se tem que ter os quatro lados iguais, é... essa figura aí é necessariamente um losango? Sim ou não?	
48	Dali	Sim.	
49	P	***Sim***.	

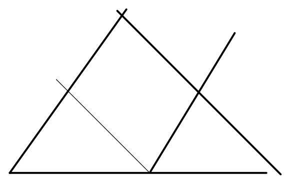
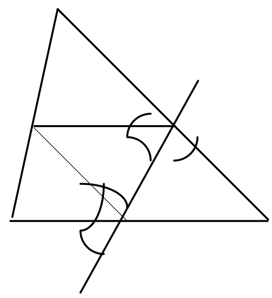
50	A10	***Sim.***	
51	P	Com base em que eu posso afirmar que/	
52	A11	Porque tem os quatro lados iguais e os dois ângulos iguais	
53	P	Com base em que eu posso afirma/ se isso é verdade eu tou dizendo que ua/ NA=NM. Isso é verdade?	
54	A12	(inaudível)	
55	P	O que vocês estão afirmando é, que este, que este lado eu sei que é igual a este por ser paralelogramo, este é igual a este por ser paralelogramo***, mas a afirmação é, este é igual a este?*** Sim? ***Para ser losango teria que ser. E aí? Isso é verdade?***	NA=MP e NM=AP, mas, NA=NM?
56	A13	É aquela velha Explicação professor, porque a razão é um, ai (inaudível)	
57	P	***Mas*** diz apenas que é paralelo. Quando a razão é igual a um? Deveria ser um?	
58	Dali	Quando aquele lado é igual a este	Apontando para a figura 
59	A14	Quando...	
60	A15	E este aí é igual ao outro	
61	P	Quando este (inaudível) este aqui fosse o ponto médio	Apontando o ponto eqüidistante entre A e B.
62	A16	(inaudível)	
63	P	(inaudível) que é ponto médio?	
64	A17	(inaudível)	
65	P	(inaudível) necessariamente? Vamo lá! Essa questão aqui ta na condição do problema? Esse lado sendo paralelo a este? E este, eu posso também traçar por este uma paralela, essa figura aqui. Este é igual a este por ser paralela. Este é igual a este por ser paralela. Este é um losango?	
66	A18	***Não***	
67	P	Em que condição seria um losango?	
68	V-A	(inaudível)	

69	A19	Quatro lados iguais	
70	A20	Quatro lados iguais	
71	P	O que aconteceu com este ponto? Eu tenho aqui o ponto	
72	A21	Médio	
73	P	***Certo***. Para ser igual a este aqui tem de ser o ponto médio. Porque aí a razão daqui para cá vai ser um. E essa razão daqui para cá também. O que vocês acham?	
74	A22	Eu acho que é	
75	A23	Eu acho interessante	
76	A24	Bonito	
77	A25	É verdade	
78	Bru	Aparentemente é professor	
79	A26	Professor (inaudível)	
80	Bru	É porque no/ no triângulo da direita o traço não foi no ponto médio (.) por conta da paralela	Da figura abaixo
81	P	***Não foi no ponto médio?***	
82	Bru	Naquele caso ali da direita. Esse ponto aqui ta/	
83	V-A	(inaudível)	
84	Bru	Esse é médio	
85	P	Se esse é médio, esse aqui também passa a ser médio, né? Isso foi até aquilo que Pris tinha justificado naquela questão que ela resolveu. Em este sendo médio aqui e é paralelo, este aqui automaticamente passa a ser o ponto médio desse lado aqui. A questão é como este aqui é o ponto médio deste lado, este aqui também era o ponto médio deste lado, pelo fato de/ de ser paralelo isso aqui são iguais. Ainda resta uma pequena Explicação que a gente tem de mostrar. É que este é igual a este. Mas com é que eu posso agora provar que este aqui é igual a este aqui? Ainda preciso provar?	Referindo-se aos dois ângulos indicados na figura: 
86	Dali	Porque o triângulo é isósceles	
87	P	Por que que o triângulo é isósceles?	
88	A27	AB é igual a AC	
89	V-A	inaudível	
90	A27	AB é igual a AC	
91	P	Este triângulo aqui é igual a quem?	O triângulo que ele está se referindo é o triângulo menor NBM da esquerda na figura acima
92	A28	Igual a ABC	
93	A29	Aquele	
94	A30	Por que que é igual a este aqui?	O triângulo que ele se refere aqui é o triângulo

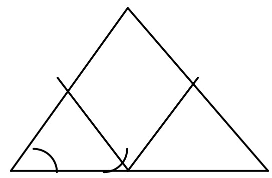
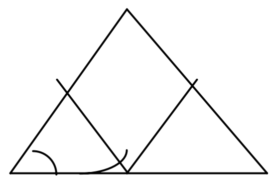
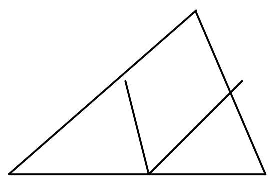
			maior, ABC
95	Bru	Porque é um triângulo proporcional AB/ AB/ AB/	
96	A31	ABC	
97	P	Por que que este triângulo aqui é igual a este?	Apontando para os dois triângulos acima referidos
98	A32	Porque o triângulo aqui é semelhante ao maior	
99	P	***Porque o triângulo aqui é semelhante ao maior.*** ***Então*** este ângulo aqui é congruente a este. Como este aqui é comum, este aqui é igual a este. ***Mas*** como é que eu posso agora mostrar que este aqui é igual a este?	Referindo-se aos mesmos ângulos da linha 85.
100	V-A	(inaudível)	
101	P	Tenho nenhuma garantia que este aqui é igual a este, tem?	Referindo-se aos mesmos ângulos da linha 85.
102	Bru	Porque PC é paralela a NM	
103	P	Este é igual a este, mas não tou ainda provando que este é igual a este, tou?	Referindo-se aos mesmos ângulos da linha 85.
104	V-A	(inaudível)	
105	P	Pra poder ser aquilo que você disse... este triângulo aqui é isósceles, eu tenho que mostrar que este lado é igual a este. E eu não tou conseguindo provar	Fazendo um círculo nos mesmos ângulos da linha 85.
106	Feli	Professor, ei, professor	
107	V-A	(inaudível)	
108	Feli	Passe uma reta ali para formar dois paralelogramos	
109	P	Aqui! E aí?	O professor passa a reta na figura assim: 
110	Feli	E esses dois paralelogramos não seriam iguais?	
111	V-A	(inaudível)	
112	A33	Eu ***não*** tou vendo nenhum paralelogramo	
113	P	***Talvez*** ele esteja dizendo este paralelogramo aqui e este aqui	Voltando-se pra a menina
114	V-A	(inaudível)	
115	P	Bem e aí? Temos uma questão interessante aqui, ta certo? Eu vou reproduzir a figura para gente trabalhar esta questão aqui que eu acho que é muito interessante	Apaga e desenha a mesma figura no quadro

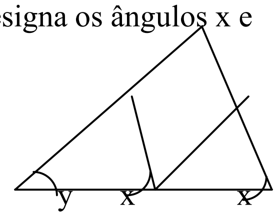
116	V-A	(inaudível)	
117	P	A figura é a seguinte. A partir da questão de Mar poderíamos levantar uma hipótese de que essa figura aqui seria um losango. E levantamos a hipótese se por acaso isso aqui fosse o ponto médio N. Minha pergunta agora é a seguinte se esse ponto é o ponto médio, aqui também vai ser o ponto médio, não é isso?	O professor desenha a mesma figura
118	V-A	(inaudível)	
119	P	A pergunta é... pra prova/ E aqui também seria o ponto médio, né? Na outra paralela. Então, o que a gente já sabe de antemão é que esses lados são iguais, que esses lados são iguais e a gente sabe também que esse aqui tem a mesma medida que este. Para gente provar que isso aqui é um losango, a gente vai precisar provar que este lado é igual a este, ou provar que este é igual a este, né isso?	Na figura acima: NM=AP NA=MP BN=NA NM=NA NB=NM
120	V-A	(inaudível)	
121	P	Essa é a nossa questão. ***Mas*** para isso é necessário provar, como a questão colocada aqui, que este triângulo aqui é um triângulo isósceles, ou seja, que este ângulo é igual a este. E é isso que a gente ta querendo provar. Como é que a gente vai fazer agora essa/ vê se a gente consegue provar	Que o triângulo BNM é igual ao triangulo maior, ABC. 
122	Bru	Quando passa aquele traço ali NP, NP	Da figura da linha 109
123	P	Certo, este aqui	
124	Bru	Aí B, ângulo B é igual ao ângulo BMA	
125	P	Que ângulo? Dá pra você vim aqui apontar que não tou pegando não	
126	Bru	Este é igual a este, certo?	O aluno dirige-se ao quadro
127	P	Este é igual a este, por que?	
128	Bru	Aí, xô vê. Ajuda aí alguém	Vira-se para a turma
129	V-A	Inaudível	
130	Feli	Eu acho que B seria igual a P. Aí, no caso, como eles seriam iguais, este lado é igual a este. Aí, então, esta diagonal vai ser exatamente, ***não, vai ser não***	F dirigi-se ao quadro e está ouvindo a Explicação de B que fala só para o

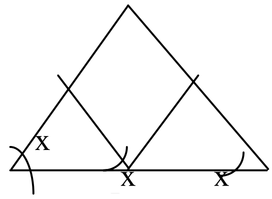
			professor
131	V-A	(inaudível)	
132	Bru	Esse e esse são ângulos internos. Esse e esse	Não dá para saber a que ângulos o aluno se refere.
133	Feli	Aí, no caso, traçando os dois pontos médios aqui, esse, esse, sei lá...	Os alunos saem do quadro após a tentativa de Explicação
134	P	E aí? Vamos!	
135	A33	Vamos mesmo professor, pra casa. Eu tou morrendo de fome.	
136	P	Olha, vejam bem o que a gente ta conseguindo. O que a gente ta querendo (.) Até agora o que a gente ta querendo/	
137	A34	Provar	
138	P	Ta conseguindo mostrar aqui é este ângulo é igual a este porque é paralelo. Este ângulo é igual a este também po/ porque este lado aqui é paralelo a este. Esse é paralelo a este. ***Mas*** a gente não ta conseguindo mostrar, o que era importante, era que este ângulo aqui é igual a este aqui	Referindo-se aos mesmos ângulos da linha 85 e circulando-os na nova figura
139	V-A	(inaudível)	
140	P	Eu mostro que este é igual a este, mas não tou mostrando/ Então em que condição este ângulo vai ser igual a este?	Idem.
141	A35	É um ângulo oposto	
142	A36	>Esse é igual a este aqui, então este é igual aquele ali<	A aluna diz isso sentada na sua cadeira, sem apontar ou especificar os ângulos, provocando risos na sala.
143	Feli	Ei, professor, já que este, no caso esses daqui também são iguais	
144	P	***É, mas*** eu, eu vou levantar uma, eu levanto uma questão, vou/vou levantar uma hipótese que é sufici/ vou levantar uma/	
145	A37	(inaudível)	
146	P	Ela, na Explicação dela está apenas mostrando que este é igual a este, ***mas não*** mostra que este é igual a este	O professor está se referindo à aluna que provocou os risos e aos ângulos em questão.
147	A38	***Não*** está mostrando que este é igual a este	
148	P	Venha	B dirige-se ao quadro
149	Bru	Vê, peraí, peraí, peraí	Pedindo aos alunos para deixar ele falar
150	V-A	(inaudível)	

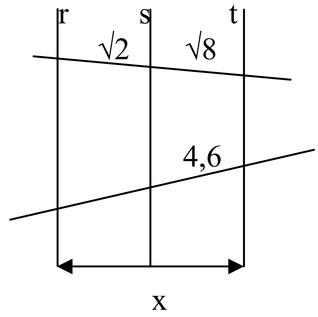
151	Bru	Este aqui. É igual a este. Certo?	Não dá pra ver quais os ângulos que o aluno está se referindo, mas não se trata dos ângulos propostos pelo professor.
152	P	Por que?	
153	Bru	Porque este aqui ta oposto pelo vértice Se eu prolongar...	Não dá pra ver quais os ângulos que o aluno está se referindo porque ele está de costas de frente pro quadro.
154	P	Prolonga aí, prolonga aí	O aluno prolonga as retas no quadro: 
155	Bru	Aí vai dar. E este aqui.E aqui. E aqui. É o mesmo esquema das paralelas	
156	P	Ta	
157	Bru	Esse, mais esse, mais esse, dá 180	
158	P	***Sim***	
159	Bru	E esse é igual a este	Não dar para distinguir a quais ângulos o aluno se refere
160	P	***Sim***	
161	Bru	Esse, mais esse, mais esse dá 180	Como mostra a figura acima.
162	P	***Sim.*** E aí?	
163	Bru	>E aí que consegui, acabou. Se esse é igual a esse<	O aluno ainda está se referindo aos dois ângulos

			propostos pelo professor
164	P	Por que esse é igual a esse?>Diga, diga<	
165	A39	Ângulo oposto	
166	P	Oposto a que este ângulo é oposto?	
167	V-A	(inaudível)	
168	P	Osni, venha, venha	
169	Osni		Se dirige ao quadro
170	P	A questão é... mostrar que isso aqui é um losango	
171	Osni	ºVê, isso aqui óº	
172	D	Osni, segredo não heim?	
173	Osni	Depois ele explica para vocês	Virando-se para a turma
174	V-A	(inaudível)	
175	Osni	ºIsso aqui ó. Eu tenho N (inaudível). Aí, esse aqui, a gente sabe que é igual a este, né? E esse é igual a esse, né? Então pronto, professor, se esse aqui é igual a este aqui, esse aqui é igual a esse aqui, esse aqui é igual a esse aqui, esse aqui é igual esse aqui, ta tudo igual aíº	Não dá para saber a que ângulos a aluna está se referindo, porque ela está de pé, de frente para o quadro.
176	P	***Mas*** eu quero provar que este é igual a este	Em relação aos ângulos anteriormente referidos da linha 109.
177	Osni	Então, professor, ºesse aqui, “x”, é igual a este aqui, “b”, “x” é igual a “b”, “y” é igual a “a”, “h” que é esse aqui ó, é igual a “g”, “g” é igual a “a” esse aqui, “b” é igual a “x”, “h” é igual a “b”. Ó, preste atenção, professor. Esse é igual a esse também. E esse é igual a esse. E esse é igual a esse. Então, eles são iguais, entendeu?º	Não dá para saber a que ângulos a aluna está se referindo, porque ela está de pé, de frente para o quadro.
178	P	***Mas*** você não ta conseguindo provar que este é igual a este	
179	Osni	Professor, >se esse é igual a esse, esse é igual a esse, esse é igual a esse e esse é igual a esse, então é tudo igual<	Não dá para saber a que ângulos a aluna está se referindo, porque ela está de pé, de frente para o quadro.
180	P	Você está imaginando que esse é igual a este, ***mas*** este é igual a “y” aqui, este é o “y”	Não dá para ver onde está o “y” que o professor está se referindo.
181	Osni		A aluna parece desistir de convencer o professor e volta para o seu lugar
182	P	Bem, têm alguma sugestão? Se não, eu deixo esta questão em aberto, vocês pensam e amanha a gente conversa.	

Episódio 8			
(7m40s) Explicação – turma toda – "basta que o triângulo maior seja isósceles" – 2ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Bem, vocês pensaram naquela questão que a gente tava... concluindo... e encerrou a aula sem conclusão?(inaudível) E a idéia era ***será que***, ***será que***/ discutiu ontem, se pegássemos qualquer paralela passando por este ponto, essa paralela a este, e este paralela a este, esta figura aqui era um paralelogramo, né isso? Sim? ***Mas*** depois discutimos uma possibilidade e aí surgiu a partir da fala de... (.) Mar que é o seguinte, ***será que,*** que ao ser chamada esta figura aqui de losango, a gente discutiu, ***será que*** de fato é um losango? A aí então levantamos uma hipótese de que será que se pegássemos o ponto médio para traçar as paralelas, essa figura aqui era um losango? E aí a idéia é. Para ser losango esse lado teria que ser igual a esse, né? E Mari levantou a hipótese de que esse triângulo aqui, esse triângulo aqui era um triângulo isós/ era um triângulo isósceles, esse triângulo aqui. Para isso, a gente teria que provar ou que este ângulo é igual a este, ou que este ângulo é igual a este. E a gente ontem não conseguiu verificar isso, né? Eu vou tentar deformar o triângulo para ver (inaudível) se vocês, se de fato é possível provar isso. Eu vou tentar pegar um triangulozinho assim e pegar os pontos médios. Faz de conta que isso aqui são os pontos médios, vocês acham, acham que se eu pegasse esse triângulo esse e esse, o paralelogramo aqui seria um losango?	Referindo-se aos dois lados do triângulo menor. Desenha as seguintes figuras:   Como na primeira figura Faz esta figura abaixo: 
02	A1	***Não***	
03	P	O des/ o... desenho que eu estava... me referindo ontem, ele influencia um pouco, também porque as vezes a gente fica preso ao desenho, por isso que é muito bom a gente ficar vendo as demonstrações e não ficar preso ao desenho. Veja que se eu deformo, por exemplo, <u>o triângulo</u> a gente já vai ver que essa possibilidade já é um pouco remota. Pergunta, por que que esse/ esse paralelogramo aqui não é um losango?	

04	Dali	Porque não tem	
05	Fel	Quatro lados iguais	
06	P	***Sei***, mas como é que a gente poderia provar isso? Mas uma vez estamos diante de um desenho. Um desenho ele é apenas uma representação de uma figura mas aí a gente tem que justificar nossos argumentos com base na figura, nas propriedades da figura. A gente viu ontem, ou discutiu ontem, que para que esse lado aqui fosse igual a esse, uma vez que a gente já sabe que esses aqui são iguais, pelo fato disso aqui ser o ponto médio, teríamos que mostrar, por exemplo, que este ângulo é igual a este. Agora, o que é que a gente sabe sobre este ângulo aqui? "x" (inaudível) Onde é que a gente pode encontrar esse ângulo "x" aqui nessa figura? (Em outro local) Aqui. Esse aqui também seria o ângulo "x". ***E aí***, para que esse, esse "x" seja igual a "y", qual a conclusão que a gente vai ter? É que essse ângulo aqui tem de ser igual a este. E quando esse ângulo daqui for igual a este, que tipo de triangulo é esse daqui? Ele é um triângulo... Isósceles. Então essa condição só é válida no caso do triângulo ser... isósceles. Bem eu tive que ter um apoio aí nesta discussão pra gente dar continuidade aos/ às tarefas, certo? Então vamos... (.) Ontem Fel me fez uma pergunta sobre a questão 41, letra "a". Fel, você queria vir aqui ao quadro...	O professor passa um círculo em volta dos dois ângulos especificados na primeira figura. Em seguida vai para a segunda figura, deformada abaixo e designa os ângulos x e y.  Resumindo o profesor diz que se x é igual a y o triângulo maior é isósceles e o pequeno também o é.
07	Osni	Professor, finalmente isso aí é um/ (pode ser um losango?)	
08	P	***Só quando*** este triângulo aqui for	
09	Dali	Isósceles	
10	P	[Aí]seria um	
11	A2	[E é]	
12	P	Aí nós desenhamos um triângulo qualquer, num, num... Essa condição não foi imposta	
13	Osni	Sim, ***mas***	
14	A3	E é o que finalmente? È o que?	
15	P	Se eu estou num triângulo qualquer. Esse triângulo aqui seria (inaudível) a este. Esse triângulo aqui só seria um triângulo isósceles se este maior também fosse isósceles	
16	A4	(então o que a gente queria provar ontem) não tinha como comprovar porque não era.	
17	P	Não tinha como comprovar (inaudível) eu estava apenas justificando que este ângulo aqui era igual a este, mostrando que este ângulo [aqui	
18	Osni	[Mas a gente queria provar não era que]	
19	P	Era que este era igual a este aqui	Mesmos ângulos

20	Osni	Não	
21	P	mas	
22	A5	Era que os dois eram iguais	
23	P	Era que este era igual a este aqui	Mesmos ângulos
24	Osni	Sim, mas como (inaudível)	
25	P	Não “x” e “y” são letras que eu atribui qualquer. ***Então*** eu posso dizer que estes ângulos são iguais, uma das coisas que a gente sabe é que este é igual a este aqui, né isso? ***Então*** para que este seja igual a este, este teria que ser igual a este aqui. ***E aí*** a condição desta história é que este triângulo aqui fosse, isósceles, porque se um triângulo é isósceles você tem aqui o ponto médio, ponto médio, né isso? Ok? E aí como este lado aqui é paralelo a este, este ângulo é igual a este. Por enquanto este ângulo aqui já igual a este, né? porque eu estou construindo um triângulo isósceles, ta certo? Então esse aqui eu já posso chamar “x” e “x”, pelo fato dessa aqui ser paralela a esta, esse ângulo aqui também vale quanto?	
26	V-A		Os alunos não respondem
27	P	Também vale “x” ***Então*** esse triângulozinho menor aqui, também é o que, é? Isósceles. Se ele é isósceles, esse lado é igual a este, ok? ***Mas*** pelo fato deste aqui também ser ponto médio, esse lado aqui também tem a mesma medida que este (.) Pela atividade de ontem nós verificamos que esse trian/ e/ e/ esse quadrilátero aqui é um paralelogramo, logo estes lados aqui também são iguais (opostos). E esses são iguais, ou seja, essa figura aqui passa a ser, passaria a ser um losango só se o triângulo for isósceles, certo? Não sendo isósceles, nós não temos esta garantia. Ok?	

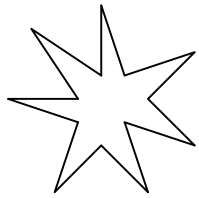
Episódio 9			
(8m) Problematização – Fel – "Tem que elevar os dois lados ao quadrado?" 2ª aula			
Turno	**Autor**	**Fala**	**Observações**
01	P	Bem, Fel agora você viria aqui para discutir a questão que você tinha proposto que era 41 "a" (.) (inaudível) Aqui raiz de dois, aqui raiz de oito, aqui 4,6 e esse? E esse lado aqui. Eu tenho "r", "s", "t" e minha condição é que "r" paralela a "s", e paralela a "t".	Escreve no quadro o desenho abaixo, lendo o que está escrevendo.  r//s//t
02	Fel	(inaudível)	
03	P	Fala mais alto aí que eu não tou ouvindo. Vocês tão ouvindo Fel aí do outro lado?	
04	A1	não	
05	Fel	Minha questão é se poderia elevar ao quadrado raiz/ raiz dois sobre raiz de oito.	
06	P	A questão dele é a seguinte. Será que pra resolver este problema ajudaria se eu elevasse ao quadrado a raiz de dois e a raiz de oito para eliminar (.) o/ radical?	
07	Dali	***Mas*** aí teria que elevar tudo a/a/ao quadrado, né?	
08	P	Tudo quem?	
09	Dali	4,6, "x"/ e "y"	
10	A2	***É não***	
11	P	E aí Dali, a questão de Dali. Dali tá dizendo que tem de elevar também este (4,6) ao quadrado. Por que Dali?	
12	Dali	Porque não é uma questão de proporcionalidade? (inaudível)	
13	P	***proporcionalidade***	
14	Fred	Se elevar os dois, tanto raiz de dois, quanto raiz de oito, a razão entre eles vai ser a mesma, não é?	
15	P	***Será?***	
16	Fred	(inaudível)	
17	A3	Porque um é raiz de dois, o outro é raiz de oito.	
18	P	Fred, qual é a razão aqui? Qual a razão que você teria para encontrar o valor de "x"? (.) E qual é a proporção que você iria...é...	
19	Fred	Ah, sim...	

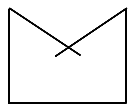
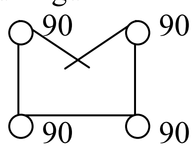
20	Fred	“x” sobre 4,6 é igual a raiz de dois mais raiz de oito sobre raiz de oito.	
21	P	***Raiz de dois mais raiz de oito <u>sobre</u>***	Escreve falando ao mesmo tempo: $x/4,6 = \sqrt{2} + \sqrt{8}/\sqrt{8}$
22	Fred	Sobre raiz de oito	
23	P	***Sobre raiz de oito***	
24	P	Concorda com....? Concorda com <u>essa</u>...?	
25	A4	4,6	
26	P	***4,6***. E aí? (.) Se eu/ a questão que você colocou foi se eu colocar esse aqui, continuava a ser igual?	Elevando o segundo lado da igualdade ao quadrado: $y/4,6 = (\sqrt{2} + \sqrt{8}/\sqrt{8})^2$
27	Fred	Não, agora não, porque vai tá multiplicando raiz de dois por raiz de dois e raiz de oito, não por raiz de (oito, mas por raiz de dois).	
28	P	Fale mais alto aí que eu não tou ouvindo não	
29	Prisc	Ele ta dizendo que vai elevar a raiz de dois por raiz de dois e não de/de raiz de oito/ não seria multiplicando por raiz de dois, seria por raiz de oito	
30	P	ºMantendo aqui a razão não é isso? (.) Fel, convenceu?º	
31	Fel	***Não***, porque eu fiz tipo, aquele espaço ali, raiz de dois sobre “y”.	
32	P	Aqui? Pode ir.	
33	Fel	Aí eu coloquei raiz de dois sobre raiz de oito é igual a “y” sobre 4,6	
34	P	***Raiz de dois sobre raiz de oito, igual a “y” <u>sobre</u>***	
35	Fel	4,6	
36	P	***4,6.*** E aí?	O professor escreve no quadro: $\sqrt{2}/\sqrt{8}=y/4,6$
37	Fel	Aí eu pensei, eu lhe pergunto uma coisa se eu elevasse ao quadrado o lado de cá, eu poderia também elevar ao quadrado o lado de lá?	
38	P	E aí como é que faz? Ele ta dizendo que se elevasse ao quadrado aqui poderia também elevar ao quadrado aqui	
39	Fred	É porque a igualdade...	
40	P	E aí o que vocês acham? Concorda com Fel, ou, com fred?	
41	V-A		Ninguém responde
42	P	Antes eu tinha essa igualdade aqui né? Ou seja, o teorema de Tales me diz que essa igualdade aqui, essa igualdade aqui é válida, né isso? ***E*** a pergunta é ***será que*** eu posso elevar os dois lados da igualdade?	$\sqrt{2}/\sqrt{8}=y/4,6$ O professor escreve no quadro: $(\sqrt{2})^2/(\sqrt{8})^2=(y)^2/(4,6)^2$

43	A5	***Pode***	
44	A6	***Pode***	
45	P	***Certo? Continua sendo igualdade?***	
46	A7	Continua	
47	A8	Inaudível	
48	A9	ºEu acho que simº	
49	P	Bem então facilitaria esse (inaudível), como é que seria? Vamos lá. Isso aqui seria dois sobre oito, né? Igual "y" dois sobre	$2/8=y^2/4,6^2$;
50	Dali	4,6 dois	
51	P	***4,6 ao quadrado***	$y^2=4,6^2/4$;
52	A10	Inaudível	
53	P	E dá quanto?	
54	Dani	21,16	
55	P	E aí, isso aqui, se eu pegar o "y" dois? Daria 21,16 sobre 4, né isso? Pra facilitar eu poderia fazer assim, eu vou continuar aqui com	Escrevendo $2/8=y^2/21,16$ $y^2=21,16/4$ apaga o 21,16
56	Dali	o quadrado de 4,6	
57	P	***Com o quadrado de 4,6***. ***E agora*** quanto é que dá o "y"? "y" dois, ou melhor "y" quanto é que seria? Dá 4,6 sobre dois, né isso? Que dá 2,3, ta certo? Ta certo este raciocínio, esses passos que eu segui? Em Líd, ta certo aqui? Maria, ta certo isso que eu fiz aqui?	$y=4,6/2=2,3$
58	V-A		Ninguém responde
59	P	Ok? (inaudível) Entenderam essa passagem daqui pra cá. Bem, isso aqui seria semelhante, né? Porque eu poderia colocar aqui tudo em função de um radical,(.) certo? Caminhando neste sentido aqui, ó, (.) e aqui eu caminhando ainda neste sentido aqui eu teria (.) (e do outro lado eu teria/) e esse resultado aqui é equivalente a este resultado aqui, né isso?	Escrevendo: $\sqrt{2/8}=y/4,6$ $\sqrt{1/4}=y/4,6$ $½=y/4,6$ $y=2,3$

Episódio 10			
(3m11s) abreviação – Dani e Fel – "vi que a proporcionalidade entre elas era 2" 2ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Diga, Dani, Dani tem uma questão, por favor vamos ouvi-la.	
02	Dani	Eu tirei, eu fiz a raiz/, a raiz de dois, deu 1,4, a raiz de oito, deu 2,8 e vi que a proporcionalidade entre elas era 2 aí eu dividi por dois o/ o que seria/ o 4,6, aí 2,3 e o "x" vai ser ºseis vírgula noveº.	
03	P	Bem, você gostaria de vir aqui? Eu não to/, tou conseguindo. Eu vou apagar aqui.	O professor apaga a antiga resolução da questão no quadro, deixando só o desenho referente à mesma
04	Dani	Aí eu botei a raiz de 2, dá aproximadamente 1,4 e raiz de 8, dá 2,8. A proporcionalidade entre elas era 2. Aí eu dividi 4,6 por 2 igual a 2,3, aí o resultado é "y". Aí "x" (inaudível)	O aluno se levanta vai ao quadro e começa a escrever os números mencionados sem uma ordem aparente.
05	P	(ele chegou aqui e fez o seguinte) ao montar esta esta relação aqui sobre (.) 4... ou melhor, ele chegou fez o seguinte raiz de oito, sobre raiz de dois, igual a 4,6 sobre "y". Ele inicialmente, ele a/ fez o cálculo aproximado da raiz, de oito e da raiz de dois, então ele verificou que dava 2,8 e aqui dava 1,4 aproximadamente, então isso aqui seria 4,6 sobre "y", né? (inaudível) e aí ele chega a esta razão que esta razão aqui vale dois, 2,8 dividido por 1,4 aproximadamente 2 e aí igual a 4,6 "y". E aí agora o que que ele fez? Quando ele tá dividindo isso aqui por dois ele ta pegando "y" igual a 4,6 sobre dois, ok? E aí ele encontra este valor aqui (inaudível) O que ele fez foi sem organizar [muito (inaudível)]	
06	Fel	[Ele poderia fazer] assim só que, ali naquele raiz de oito aí daria ºdois raiz de doisº	
07	P	Poderia também, ok. Outra sugestão que Fel ta dando é que raiz de oito poderia ser dois raiz de dois sobre raiz de dois. Como raiz de oito é dois raiz de dois, ele/, isso aqui também vai dar dois. Então vocês têm vários procedimentos pra resolver esta questão, utilizando as propriedades aritméticas, propriedades dos radicais, entre outros.	

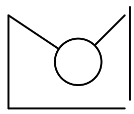
Episódio 11			
(18m18s) Problematização – Maria e Prisc – “tirando dois lados dá a quantidade de triângulos que se forma dentro da figura” – 2ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Maria, por favor, sua vez	
02	Maria		A aluna se dirige ao quadro
03	P	Leia a questão. Vamos prestar atenção aqui	O professor coloca o número da questão no quadro
04	Maria	Considere a sentença	Começando a ler a questão
05	P	Fale alto, por favor	
06	Maria	Considere as sentenças, a soma dos ângulos externos de qualquer polígono é 360 graus; 2 – a soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é 360 graus; 3 – a soma dos ângulos internos de qualquer polígono de n lados é n-2 vezes 180 graus. Aí as sentenças verdadeiras são a) 1 e 2; b) 1 e 3; c) 2 e 3; d) todas e e) somente a 3	A aluna lê a questão
07	P	Então, comece, é... inicialmente, discutindo se 1 é verdadeira, se 2 é verdadeira e se 3 é verdadeira. Explique cada uma delas.	
08	Maria	Eu acho que a 1 é falsa	
09	P	***A 1 é falsa?*** O que é que diz a 1?	
10	Maria	Que a soma dos ângulos externos de qualquer polígono é 360 graus.	
11	P	Você acha que é falsa? Você tem algum argumento? (inaudível) Maria ta dizendo que a 1 é falsa, a 1 diz que a soma de/ dos ângulos externos de qualquer polígono é 360	
12	Fel	***concorda***	
13	P	Concorda também? Concorda que é falsa?	
14	A1	(inaudível)	
15	P	Mar, o que é que tu achas?	
16	Mar	***Que é falsa***	
17	A2	Porque só pode quando for (inaudível)	
18	P	Desenhe, imagine um/ um polígono qualquer	
19	A3	Qualquer? Convexo?	
20	P	É, qualquer, um triângulo, por exemplo, no caso do triângulo Explique para gente porque neste caso seria falso, aqui no caso do triângulo	
21	Maria	(inaudível)	
22	P	Então, não seria falsa no triângulo? Num quadrilátero qualquer? Se você ta dizendo que é falsa uma das/ uma das... ume/ uma/ um dos critérios de validação em matemática é se/ se você pega uma proposição, basta que você encontre um exemplo que não funciona, né? pra que essa proposição seja veri/ passe a ser não/	

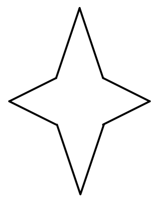
		não verdadeira, e aí se você encontrar [um exemplo]	
23	A4	[Uma estrela]	
24	A5	***Uma estrela***	
25	V-A	(inaudível)	
26	P	Polígono?	
27	A6	Alguma coisa que não seja (inaudível)	Maria desenha uma estrela mais ou menos assim no quadro: 
28	V-A	(Inaudível)	
29	P	Bem, e se o polígono for um polígono... Isso aí é um polígono não convexo, né? E se o polígono for com/ convexo?	
30	A7	Aí vale	
31	P	Por que um polígono não convexo não funciona?	
32	A8	Por que tem (inaudível)	
33	Prisc	na estrela por exemplo, se for somar (tudo aí) vai dar muito mais de 360	
34	P	Na estrela você acha que vai dar mais de 360º?	
35	Prisc	Eu acho	
36	P	Explique para mim aí porque que dá mais de 360º	
37	A9	(cada ponto tem quase 360)	Prisc vai ao quadro, desenha outra estrela
38	Prisc	Aqui já dá pra ver que, assim, não é um ângulo de 90º, é maior do que 90, aqui também, aqui também, porque se fosse assim porque ficou um, dois, três, quatro, cinco. Mesmo que fosse assim, 90 graus, não daria, daria mais do que	Mostrando que cada ângulo externo da estrela tem mais de 90º
39	A10	***Daria mais que***	
40	P	(inaudível)	Apontando para o desenho da aluna
41	Prisc	Aqui/ aqui/ aqui na estrela, esse/ esse lado daqui é a, é como se fosse a continuação deste, então este aqui vai dar 180. Este	Pega no braço do professor

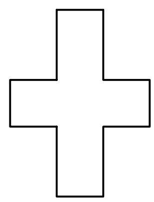
		daqui também, é a continuação deste daqui, aí tirando, é/ vamo dizer, 90 daqui, aqui (inaudível) mais 90, aqui, este é a continuação desse, vamo dizer 90, e aqui mais 90. Daria mais, porque só aqui tem 180	como pedindo para continuar a falar e mostra como juntando dois ângulos externos da estrela dá mais de 180º
42	Nando	Professor, esse negócio do/ da soma dos é/ dos ângulos ºexternosº ter 360º não se aplica a nenhum polígono que tenha um ângulo interno maior que 180º	
43	P	Não se aplica	
44	Nando	A nenhum polígono que tenha um ângulo interno maior que 180º	
45	P	Vamos ver. Então, nesse caso é/ Como é que seria o desenho de um pro/ um pó/ de uma figura assim?	Desenha no quadro 
46	A11	(inaudível)	
47	P	Essa figura aqui	Referindo-se ao desenho acima
48	Nando	Tem um ângulo maior que 180	
49	P	Qual o ângulo?	O professor soma os ângulos da figura 
50	Nando	interno	
51	P	Este? Vamo lá, o ângulo externo é esse aqui, né? Esse aqui. O que a gente sabe é que este interno mais este externo daria quanto? 180. O outro ângulo externo seria este daqui	
52	A12	(inaudível)	
53	P	O outro ângulo externo. Qual seria o outro ângulo externo? Este?	Referindo-se ao outro ângulo interno/externo não circulado na figura acima
54	A13	360, a soma dos ângulos externos não dá 180	
55	P	Este, o próximo seria (.) esse daqui, e o próximo este daqui. Você acha que esta soma aqui, por exemplo, passaria de 360? Vamos lá, estes dois dariam o que? 180 mais este ângulo aqui,	

		quanto é que daria a soma dos ângulos interno deste triangulo, de um/ deste quadrilátero que eu tenho aqui, é um	
56	A14	pentágono	
57	P	***Pentágono***. Quanto é que dá a soma dos ângulos externos aqui?	
58	A15	540	
59	P	Mas este aqui não é regular, é? Vocês tão convencidos de fato de que passa de 360 graus?	
60	A16	Estamos	
61	A17	***Eu tou***	
62	Prisc	***Como na estrela aí do lado***	
63	P	Porque a questão que Mar colocou foi qualquer polígono que tenha um ângulo externo [maior que]	
64	A18	[***Externo?***]	
65	P	Um ângulo interno maior que 180, que é no caso este aqui, esta regra do externo ocorreu	
66	A19	(inaudível)	
67	P	Vamo ver, vamos tentar, vamos imaginar aqui, vamo ver se funciona assim, eu vou, se eu der um giro assim com este lápis assim, vamo pegar começando daqui, se eu der um giro assim, quanto é o ângulo que ele forma?	Passeando o lápis pelos ângulos
68	A20	E eu sei professor	
69	P	Então vamos pegar aqui, se eu der esse giro aqui, olhe eu tou imaginando que a seta ta aqui, né isso? se ao final ele é...(inaudível) Faço isso, muda o ângulo não?	Passeando o lápis pelo pentágono desenhado acima
70	Dali	não	
71	P	***Não,*** né? eu apenas transladei, né isso?. Agora, e neste caso aqui, como é que seria pra gente calcular este?	Mesma figura
72	Dali	O senho/	
73	P	Esse ângulo aqui, eu vou apenas (inaudível) novamente faço isso	Mesma figura
74	Dali	não	
75	A21	***É. É professor***	
76	P	Depois, faço isso, depois, faço isso. E aí, deu 360 olha aqui, e agora?	Mesma figura
77	A22	(inaudível)	
78	P	Vamo pegar aqui este triângulo. Ora, eu tomei como regra este aqui. Fiz isso. Mudou o ângulo? Eu apenas fiz uma... é/ Uma translação, né? Deste, da do lado do quadro agora faço este aqui seria o ângulo externo. Dois. E agora vai dar 360, né isso?	
79	A23	(inaudível)	

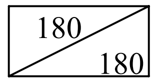
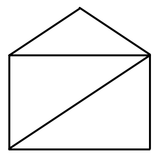
80	P	Vamo ver aqui. (Eu faço isso).Isso. Quando chega aqui o que eu tenho que fazer?	A figura aqui novamente é o pentágono
81	A24	(inaudível)	
82	P	(como é que seria o giro?)	
83	A25	***Ah, professor o senhor ta errado***	
84	P		Fica rindo e olhando para a figura
85	A26	***Mas*** aí se o senhor for cobrindo a figura, cobrindo a figura toda vai (dá 360)	
86	P	Quando eu fiz a... quando eu fiz essa figuração aqui que eu cobri aqui. O que que eu estou fazendo? Eu estou retirando, e aí eu fiz isso, eu estou retirando esse pedacinho aqui ó. Tudo que eu fiz que vocês não perceberam, é o seguinte. Quando eu girei aqui, fiz isso, né? girei aqui e aí eu fiquei sem saber como fazer, ao fazer isso aqui para girar este ângulo, na realidade eu não estou girando aqui, eu estou girando aqui	
87	Dali	Ta vendo? Eu falei, não dá certo...	
88	P	Mas não funciona pelo seguinte, o que que a gente sabe da soma dos ângulos internos mais a soma dos ângulos externos de um polígono regular?	Escreve no quadro Si+Se=
89	A27	Todos?	
90	P	Todos, de um/ (modo) geral quanto é que dá isso aqui? Você tem um ângulo qualquer... isso aqui daria 180. Aqui? Aqui?	Referindo-se aos dois ângulos externos de 90 que somados dá

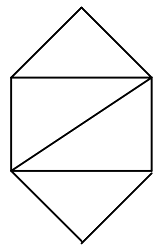
			180
91	A28	180	
92	P	180. Mas aqui, neste caso aqui em particular?	Referindo-se ao ângulo externo ao interno maior que 180 do pentágono
93	A29	Mas aí o senhor não (inaudível) a soma de dois	
94	P	A soma aqui daria quanto?	
95	A30	360	
96	P	***Trezentos e***	
97	A31	sessenta	
98	P	Então, um dos problemas que começa a causar é exatamente aqui. Porque tem um ângulo interno maior do que	
99	A32	180	
100	P	***180. E aí pra (inaudível) Mas aqui funciona ºaqui funciona, ok?º Este seria o ângulo externo, esse seria o ângulo externo, esse seria o ângulo externo e esse seria o ângulo externo então aqui daria 360, os internos e aí eu teria aqui 4 vezes 180, os externos também dariam (inaudível). Bem, isso é verdade de fato, como Maria colocou, no item 1 no caso de***	Referindo-se a um triângulo e a um quadrado desenhados no quadro, e dando ênfase ao

		ser um polígono convexo mas com um polígono irregular não funciona. O exemplo que ela colocou aqui é um exemplo bem prático, né? Que quanto mais eu pego esta estrela que ela desenhou aqui... E a gente (.) a gente (inaudível) o que acontece com este ângulo aqui?	quadrado no exemplo. O professor desenha a seguinte figura: 
101	A33	***Não*** é uma estrela	
102	P	Bem***, mas*** é uma estrela, minha própria, obrigado. Quanto é que dá essa soma destes ângulos aqui?	Referindo-se aos ângulos externos da figura acima
103	A34	360	
104	P	Esses daqui, ***360?***	
105	A35	***Não***. Mais do que 360	
106	P	***360?***	
107	A36	Mais do que 360	

108	P	Mais ou menos?	
109	A37	Mais. [(Inaudível)]	
110	A38	[Dá mais professor]	
111	V-A	(Inaudível)	
112	P	Este ângulo, mais este, mais este, mais este dá mais do que 360?	
113	Prisc	Ah, professor, se a sua estrela fosse igual a minha! Esse ângulo ***não*** é reto. Daqui pra cá, não é, porque a estrela é assim, a estrela não é assim! Se não, seria uma cruz. Ou então, seria assim... Seria uma cruz, ta ligado?	Vai ao quadro e aponta pra o ângulo da estrela do professor e depois diz que numa estrela o ângulo é assim:  Desenhando a figura abaixo: 

114	P	(inaudível) Porque se fo/ se fosse ângulos retos daria é... Se fosse quatro ângulos retos daria já 360, né isso? ***Mas*** como cada ângulo desse aqui passa um pouquinho mais de um ângulo reto… E aí passa de 360, ok? Item dois, (.) verdade ou falso?	
115	Dali	verdade	
116	P	Leia aí novamente o item dois, que não tou...	
117	Maria	A soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é 360	
118	P	Qualquer polígono convexo é 360 graus. E o terceiro?	
119	Maria	A soma dos ângulos internos de qualquer polígono de n lados é n - 2 vezes 180 graus	
120	P	Você poderia dar uma Explicação sobre isso?	
121	Maria	Bom, primeiro porque (inaudível) Mas (inaudível)	
122	P	Tente só justificar porque que esta fórmula é válida. Você sabe se ela é válida?	
123	V-A	(inaudível)	

124	Prisc	A soma dos ângulos internos de um triângulo num dá 180? Aí o número de lados, 1, 2, 3, 4 menos 2, dá 2 x 180	Prisc dirige-se ao quadro e explica no desenho: 
125	Maria - Prisc	(inaudível)	
126	P	Eu não tou ouvindo o que vocês tão dizendo não	
127	Prisc	segredos	
128	P	E no caso de um pentágono? Funcionava?	
129	Prisc	Mesma coisa São 3 triângulos 5-2 dá 3. 3 x 180, vai dar (inaudível)	Desenha; 
130	P	Como é que você generalizaria este resultado? Pra fórmula que ta lá escrita, (n-2) x 180?	
131	Prisc	N é o número de lados 1, 2, 3, 4, 5 lados, (.) né? São cinco lados. Isso aqui é um triângulo, certo? E a soma dos ângulos internos dá 180. Aí a gente pega o número de lados, tira 2. Porque sempre que tem um polígono, se eu tirar dois lados, assim, aí fica o número de triângulos	Apontando para um triângulo dentro do pentágono acima
132	P	Vocês tão entendendo?	
133	A39	Eu tou,	
134	A40	Eu ta, todo mundo °ta°	
135	V-A	(inaudível)	
136	P	É só eu quem não estou entendendo?	
137	A41	é	

138	Prisc	Isso é um de seis lados, um hexágono. São seis lados. E aí formou 4 triângulos. Se eu tirar 2 lados, aí vai ficar 4 lados, e 4 vai significar a quantidade de triângulos que se forma dentro da figura.	A aluna continua explicando e desenha um hexágono 
139		ºOkº, próxima questão, mais uma pergunta? Alguém tem alguma questão a fazer?	

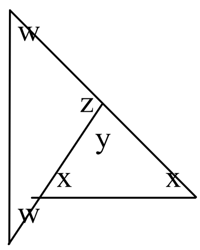
Episódio 12			
(3m25s) Abreviação – Fred – “eu multipliquei tudo por n” – 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observação
1	P	Fred vai explicar pra gente o 67, Fred (inaudível)	
2	Fred	Calculou-se a soma dos “n” ângulos de/ de um polígono regular e dividiu-se o resultado por “n” pra obter a medida de um só ângulo. O resultado foi 156 graus. Ou seja, “n” menos 2, vezes 180, dividido por “n”, é igual a 156. Portanto o número “n” é. Aí tem as opções (.) O apagador	O aluno se dirige ao quadro e lê o problema
3	P	Use o lápis azul ou preto porque o vermelho é muito claro (.) Bem, esta questão diz o seguinte, calculou-se a soma do/ do/ dos n ângulos de um polígono regular e dividiu-se o resultado por “n” para obter a medida de um só ângulo. O resultado foi 156. Ou seja, “n” menos 2, vezes 180, sobre “n”. Só que agora (.) o (.)	Enquanto o professor fala o aluno escreve no quadro, resolvendo a questão: (n-2)180/n=156 180n-360=156n -360=-24n n=360/24 n=15
4	Fred	º(eu tou fazendo aqui depois eu explico)º	O aluno fala virando-se para a

			turma
5	V-A	(Inaudível)	A turma conversa baixo
6	Fred	Pronto eu (inaudível)	O aluno fala apontando a resolução do problema no quadro
7	A1	ºFred, fala mais pra foraº	
8	A2	Explique cada coisa	
9	Fred	Pronto, aqui é o que ele dá Aí eu desenvolvi a questão, só isso. 180 vezes “n”, 180n, 180 vezes 2, menos 360.	Apontando para (n-2)180/n=156
10	V-A	(inaudível)	
11	Fred	***Exato***. Aí passei esse lado aqui pra cá, ficou menos 360 [igual a menos 24]	Apontando o lado esquerdo e depois direito da equação
12	A3	[inaudível....... .....]	
13	Prisc	Tu passou o “n” de baixo pra lá multiplicando	
14	Fred	Passei esse pra cá	Referindo-se ao lado direito da equação
15	A4	Não, de lá. O que tava dividindo tu passasse multiplicando	
16	Fred	***Ah***, eu multipliquei por “n” os dois lados da questão. Aí menos e menos, fica positivo, né? Dá no mesmo. 360 sobre 24, vai dá “n”. Aí a resposta é letra ***“b”***	
17	Dali	***“d”***	
18	A5	Múltiplo de 5	
19	Fred	***[Que é] múltiplo de 5***	
20	A6	***[d]***	
21	P	Foi respondido?	
22	Fred	Sim	
23	P	***Ok,*** obrigado	

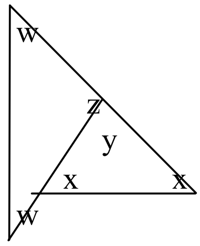
Episódio 13
(2m52s) Problematização – Prisc e Fred – “o objetivo dos parênteses não é isolar os dados?” – 3ª aula

Turno	Autor	Fala	Observação
1	P	Mas tem um problema aí nesta fórmula do livro, não tem? Ou não?	O professor se refere à colocação dos parênteses na fórmula “n-2(180)/n=156”. No livro a fórmula vem escrita como (n-2)180/n=156
2	Prisc	Porque no caso (inaudível) ***mas dá no mesmo***, né professor?	A aluna se levanta e vai ao quadro apontando para os parênteses
3	P	Dá no mesmo?	
4	Prisc	Sei lá	
5	A1	(inaudível)	
6	P	Porque se a fórmula do livro fosse escrita assim. ***Dava no mesmo*** esse resultado?	Referindo-se a como a aluna escreve no quadro: n-2(180)/n=156
7	V-A	°***não***°	
8	P	[pergunta]	
9	Prisc	[Ele distribuiria] o/ o “n”, ele distribuiria o 180, daria (inaudível)	
10	P	Do jeito que estava falando o livro vai dar no mesmo resultado?	A fórmula do livro estava escrita assim “n-2(180)/n=156”.
11	Fred	O objetivo dos parênteses não é isolar os dados? Ele vai ta/ só vai ta isolando o outro. (inaudível) isolar um ou outro	
12	P	Mas ta isolando quem?	
13	Fred	O 180	
14	P	De quem?	
15	Fred	De n-2	
16	P	(.) ***É?*** (.) ***Essa propriedade é válida?***	
17	V-A	(inaudível)	A turma conversa paralelamente
18	P	É... por exemplo... <quatro mais três vezes cinco> Isso é equivalente a (.) por exemplo >quatro mais três vezes cinco< isso é equivalente a <quatro mais três, vezes cinco>?	Escreve no quadro dos dois jeitos:

			4+3 x 5 (4+3) x 5
19	V-A	Não	
20	P	Então essa é equivalente à anterior? Quem é que ta multiplicando aqui, o 180, aqui é n-2 ou é o 2?	
21	A2	É o 2	
22	P	***É o 2***. Há um problema de (.) revisão do livro	
23	A3	***Mas*** a resposta é igual	
24	P	***Se usar esta fórmula aqui, você teria um outro caminho. Você teria n-360 sobre "n" que é igual a 156n (.), né? Aí seria menos 155n igual a 360.***	Escreve no quadro n-360=156n; -155n=360
25	A4	Por que (inaudível)?	
26	P	Porque subtrai aqui. Mas realmente é um problema do livro. Não é uma fórmula que foi dada intencionalmente não. É um problema de revisão.	

Episódio 14			
(2m34s) Abreviação – Jun – "questão 68" - 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
1	P	Próxima questão, é (.) (inaudível) alguém daí do outro lado. Jun.	
2	V-A	(inaudível)	
3	Nando	Eu faço a próxima, viu?	Jun vai até o quadro
4	P	68	
5	Jun	Observe a figura na qual temos dois triângulos isósceles e "z" mais "y" é igual a 180. Nessa situação pode-se concluir que	Começa a ler a questão do livro que está em suas mãos
6	P	Então ele mostra, além da figura, ele diz que "z" mais "y" é igual a 180	
7	Jun		Desenha esta figura no quadro 

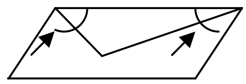
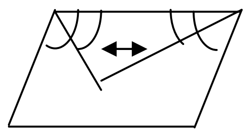
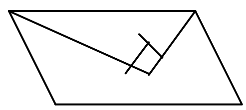
8	P	Faça um pouquinho maior esta figura e apague esta parte de baixo pra gente...	
9	Jun	 Aí a gente tem "z" mais "y" é igual a 180 graus E aqui também "z" mais dois "w" é igual a 180 graus também ºEntão aqui, a gente, dois "w" é igual a "y"º Certo? Então... A letra "b"	Apaga o quadro e desenha outra vez a mesma figura Aponta para o desenho e escreve z + y = 180 ao lado da figura Aponta para o desenho e escreve z + 2w = 180 abaixo da equação acima Aponta para o sistema de equação e escreve 2w=y Escreve w=y/2
10	P	A letra?	
11	Jun	b	
12	P	***E...*** (.) que relação você teria entre "y" e "x", por exemplo, ou entre "z" e "x"? que outra relação você poderia me dar, por exemplo, você fez uma relação entre "w" e "y", que relações... Já tem uma relação entre "z" e "y", que relação você teria entre "x" e "w", por exemplo? (.) Que relação a gente poderia ter entre "x" e "w", por exemplo, (inaudível). Que relação a gente poderia ter alí entre "x" e "w"?	

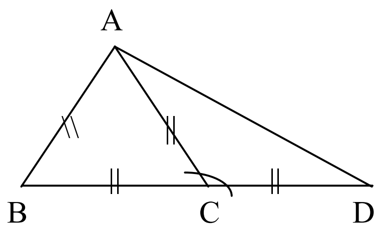
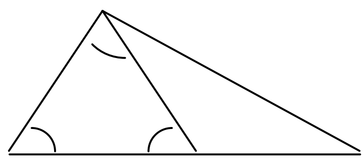
Episódio 15			
(6m4s) Abreviação – Fel – "Peraí, deixa eu chegar" 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	E... (.) que relação você teria entre "y" e "x", por exemplo, ou entre "z" e "x"? que outra relação você poderia me dar, por exemplo, você fez uma relação entre "w" e "y", que relações... Já tem uma relação entre "z" e "y", que relação você teria entre "x" e "w", por exemplo? (.) Que relação a gente poderia ter entre "x" e "w", por exemplo, (inaudível). Que relação a gente poderia ter alí entre "x" e "w"?	Referindo-se à resolução do problema no episódio anterior com base na figura abaixo 

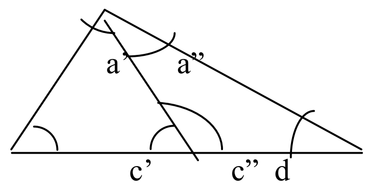
02	A1	Eu acho que é igual a 90 graus	
03	A2	***É igual a 180***	
04	P	Você escreveu uma relação entre “w” e “y”, né? Dá pra escrever uma relação entre “x” e “w”? É possível?	
05	Jun	É, possível ºéº, mas eu não sei qual é	
06	P	Alguém quer tentar escrever uma relação?	
07	V-A		Ninguém responde
08	Fel	“x” mais “w” igual a 90	
09	A3	***“x” mais “w” igual a 90***	
10	P	***“x” mais “w” igual a 90?*** Por que?	
11	Fel	Porque 2x igual a “z”, 2w igual a “y”	
12	P	***Porque 2x igual a “z”?***	
13	Fel	2w igual a “y”	
14	P	Por que é que 2x igual a “z”?	
15	A4	Não, cê faz assim, ó vê é...	
16	P	não, só um minutinho, deixa ele terminar logo (inaudível) Por que que 2x é igual a “z”?	
17	Fel	Porque, no triângulo a soma dos ângulos internos é igual a 180 e “z”, essa Explicação aqui, só que troca o “w”, “z” pelo “z”, “y”. Aí no caso, aí aqui seria 2x igual a “z” e 2w igual a “y”. Zy é igual a 180, <u>dois “w” e dois z igual...</u>	
18	P	Escreve ali no quadro	
19	Fel	Não sei se ta certo não porque (inaudível)	Ao mesmo tempo que fala se dirige ao quadro
20	P	(inaudível)	
21	Fel	Eu não sei se ta certo não, porque me ocorreram dúvidas	Fala olhando pra o professor que está no canto de trás da sala Depois vira-se para o quadro e começa a escrever: y+z=180 y+2x=180 2x=z depois, olhando para o seguinte sistema de equações: z+y=180 z+2w=180 2w=y w=y/2, escreve: z+y=180=2w+2y 180=2(w+y) 90=w+y
22	P	Isso é o que, 2w é?	
23	Fel		O aluno apaga e escreve 2w

		Aí aqui no caso (inaudível). Dois “w” mais dois “y” é igual a 180	outra vez
24	Dali	Ô Fel	
25	Fel	Peraí, deixa eu chegar	
26	Dali	Ah, tá bom, desculpa	
27	Fel	tá	
28	A5	Fel, por que 2x é igual a “z”?	
29	Fel	Peraí, deixô	
30	V-A	(inaudível)	A turma comenta paralelamente o problema
31	P	Quem é esse 2w aqui?	O professor vai até o quadro e circula o 2w
32	Fel		Fel apaga o 2y e escreve 2x, assim: z+y=180=2w+2x 180=2(w+x) 90=w+x
33	P	***“z” vale 2x e o “y” vale 2w, ok.***	Apontando para a equação 2x=z e 2w=y

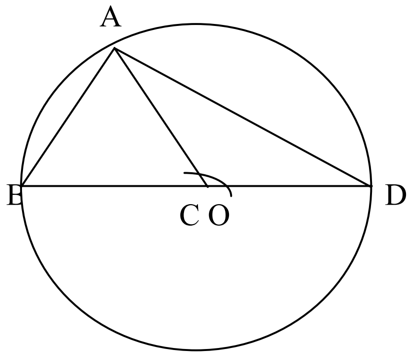
Episódio 16			
(1m55s) Abreviação – Prisc – “se eu pegar a bissetriz desse com a bissetriz desse, vai dar 90º” – 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observação
1	P	Bem, 69, Prisc, sua vez. Vá leia, (.) leia em voz alta Prisc.	
2	Prisc	Num paralelogramo qualquer, traçam-se as bissetrizes de dois ângulos consecutivos. Lembrando que esses dois ângulos sempre têm soma 180º, pode-se concluir que as duas bissetrizes, ao se encontrarem, formarão um <u>ângulo</u>	Lê o problema
3	P	E eu vou ler novamente o problema.Vocês, por favor, participem enquanto ela está explicando. Num paralelogramo qualquer, traçam-se as bissetrizes de dois ângulos consecutivos. Aí ele diz, lembrando que esses dois ângulos sempre têm soma de 180 graus, pode-se concluir que as duas bissetrizes, ao se encontrarem, formarão um ângulo <u>de</u>	A aluna desenha a figura no quadro enquanto o professor lê novamente o problema
4	Prisc	Vê, essa aqui mais isso vai dar 180	Desenha no quadro e aponta para os dois ângulos indicados na

			figura 
6	Prisc	A soma desse ângulo com esse vai ser 180 E se eu pegar a bissetriz desse com a bissetriz desse, vai dar 90º	Escrevendo 180 no quadro
7	P	O que que vai dar 90º?	
8	Prisc	A soma desse (ângulo com esse). (inaudível) E como aqui é um triângulo e aqui tem noventa, noventa...	Desenha no quadro os dois ângulos 
9	Fel	***Noventa, noventa não...***	
10	Prisc	***Não, aqui dá noventa***	Referindo-se à soma entre os dois ângulos indicados na figura acima
11	A1	A soma né?	
12	Prisc	A soma desses dois dá noventa. Prá dá 180, aqui tem de ser noventa!	Dizendo que se a soma dos dois ângulos indicados na figura acima dá 90 o outro ângulo do triangulo indicado abaixo  tem de ser 90 porque a soma dos ângulos de um triangulo dá sempre 180 graus.
13	P	***Alguma pergunta? Alguma dúvida em relação a esta questão? Obrigado, Prisc***.	

Episódio 17			
(3m22s) Abreviação – Raís – “porque eles são iguais” 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Raís vai fazer a questão de número 70	
02	Rais		Dirige-se ao quadro com o livro na mão
03	P	Vamos fazer silêncio que Raís vai ler a questão.	
04	Rais	Saben/, observe, sabendo que AB que é igual a BC que é igual a CD, pode-se deduzir o valor do ângulo BAD. Esse ângulo mede	
05	P	Desenhe a figura	
06	Rais		Desenha no quadro a figura abaixo  Onde o ângulo indicado na figura é dado e é 120º
07	P	Esses três seguimentos daí são iguais, né? AB, BC, CD e AC	
08	Dali	logo	
09	Rais	Aí, logo esses ângulos aqui vão ser 60 graus	
10	P	Quanto é que mede o ângulo BAD, né? BAD?	
11	Rais	Aí, esses ângulos aqui medem 60 graus	Referindo-se aos ângulos a, b e c
12	P	Por que que eles vão ser 60?	

13	Rais	ºPorque eles são iguais. 60 mais 60 mais 60, 180. Aí como aqui é 180 aí vai ser 120. Aí esse aqui com esses aqui vai ser 180. Aí esse é igual a esseº	Refindo-se à soma dos ângulos c’ e c’’, abaixo, que dá 180 e aos dois outros ângulos do triângulo da direita (a’’ e d) que são iguais. 
14	P	Olha por favor gente, não fica conversando aí, não tou ouvindo a colega.	
15	Rais	ºE como esse lado é igual a esse, aí aqui vai ser 30 graus e aqui 30. Aí 60 com 30, 90º.	Referindo primeiro a a” e d, e depois a a’=60 mais a”=30, que juntos somam 90º
16	P	E quanto é que mede esse ângulo BAD?	Exatamente a’+ a”
17	Rais	90	
18	P	***Bem, agora só/ só pra esclarecer, Rais concluiu que isso aqui era 90 da seguinte forma. Ela percebeu que esse ângulo aqui é um angulo eqüilátero, um triangulo eqüilátero, logo os três ângulos são internos (semelhantes) a cada um. E ela também percebeu que esse triângulo aqui, é um triângulo isósceles. Como esse aqui mede 60 e esse aqui 120, ela concluiu que cada um desse aqui mede 30 e a soma daria 90.***	90º mede a’+a” Triângulo eqüilátero, referindo-se ao triângulo da esquerda da figura acima. Triângulo isósceles, referindo-se ao triângulo da direita da figura acima. 60º mede c’ 120º mede c” cada um desses mede 30, referindo-se a a” e d e novamente 90º mede a’+a”

Episódio 18			
(2m10s) Abreviação – Fel – “porque isso aqui também seria o raio” - 3ª aula			
Turno	Autor	Fala	Observações
01	P	Qual Fel, seria a sua Explicação?	O aluno vai até o quadro

02	Fel	Isso aqui é uma circunferência	
03	P	Onde é que seria o centro?	
04	V-A	(inaudível)	
05	P	Onde é que seria o centro?	
06	Fel	Já que este ângulo é igu/, esse lado é igual a este, esse aqui seria o raio, esse aqui seria o outro, isso aqui seria o diâmetro. Aí “O” mediria 180º e Â deveria necessariamente teria que medir 90º	O ângulo O seria o ponto central da figura. Os raios descritos aqui são as duas retas horizontais que partem do centro (O) para as bordas da circunferência.
07	P	Você disse que o centro seria em “O e C” e passaria por B e D e porque passaria também por A?	
08	V-A	(inaudível)	
09	P	(inaudível) passaria também por A?	
10	Fel	Porque isso aqui também seria o raio	Referindo-se à reta que vai do centro à A.
11	P	Seria o raio?	
12	Fel	***Bem, Fel percebeu o seguinte, como esses lados são iguais (inaudível), isso aqui pode ser o centro de uma circunferência que passa pelos pontos A, B e C e aí ele teria o ângulo inscrito, né? e o ângulo central. O ângulo central seria 180 e e o ângulo inscrito seria a metade dele, 90.***	